

Guía de actividades

RADICACIÓN

Profesor Fernando Viso

AGUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #2A.

Tema: Operaciones con Potencias. Simplificación. Hoffmann 3r. año.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir bortas, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Multiplicación en Z de potencias de igual base:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

División en Z de potencias de igual base:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Potencia en Z de una potencia:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Potencia en Z de un producto, cuando las bases son números enteros:

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

Potencia en Z de un cociente, cuando las bases son números enteros:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Potenciación en Q con exponente negativo:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

División en Q de potencias de igual base:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \div \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$$

Potencia de una potencia, en Q :

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \cdot n}$$

Potencia de un producto, en Q :

$$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n$$

Potencia de un cociente en Q , con $c \neq 0$:

$$\left[\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)}\right]^n = \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^n}{\left(\frac{c}{d}\right)^n}$$

PREGUNTAS:

Ejercicio #23. Hoffmann 3r. año.

Simplificar las siguientes expresiones:

1.- $\sqrt[3]{ab^2} \cdot \sqrt[6]{a^5b^2}$

Solución:

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{ab^2} \cdot \sqrt[6]{a^5b^2} &= \sqrt[6]{(ab^2)^2} \cdot \sqrt[6]{a^5b^2} = \sqrt[6]{a^2b^4} \cdot \sqrt[6]{a^5b^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt[6]{(a^2b^4) \cdot (a^5b^2)} &= \sqrt[6]{a^7 \cdot b^6} = ab\sqrt[6]{a}\end{aligned}$$

2.- $\sqrt[4]{x^3y^2} \cdot \sqrt[6]{x^2y^3} =$

Solución:

$$\begin{aligned}\sqrt[4]{x^3y^2} \cdot \sqrt[6]{x^2y^3} &= \sqrt[12]{(x^3y^2)^3} \cdot \sqrt[12]{(x^2y^3)^2} = \sqrt[12]{(x^9y^6)} \cdot \sqrt[12]{(x^4y^6)} \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt[12]{x^{13}y^{12}} &= xy\sqrt[12]{x}\end{aligned}$$

3.- $\sqrt[3]{m^2n} \cdot \sqrt[6]{m^4n^5} \cdot \sqrt[9]{m^6n^2}$

Solución:

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{m^2n} \cdot \sqrt[6]{m^4n^5} \cdot \sqrt[9]{m^6n^2} &= \left(\sqrt[18]{(m^2n)^6}\right) \cdot \left(\sqrt[18]{(m^4n^5)^3}\right) \cdot \left(\sqrt[18]{(m^6n^2)^2}\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(\sqrt[18]{m^{12}n^6}\right) \cdot \sqrt[18]{m^{12}n^{15}} \cdot \sqrt[18]{m^{12}n^4} &= \sqrt[18]{m^{36}n^{25}} = m^2n\sqrt[18]{n^7}\end{aligned}$$

4.- $\frac{\sqrt[4]{a^3b}}{\sqrt[6]{a^2b^5}} =$

Solución:

$$\frac{\sqrt[4]{a^3b}}{\sqrt[6]{a^2b^5}} = \frac{\sqrt[12]{(a^3b)^3}}{\sqrt[12]{(a^2b^5)^2}} = \frac{\sqrt[12]{a^9b^3}}{\sqrt[12]{a^4b^{10}}} = \sqrt[12]{\frac{a^5}{b^7}}$$

5.- $\frac{\sqrt[15]{40m^7}}{\sqrt[20]{100m^{10}}} =$

Solución:

$$\frac{\sqrt[15]{40m^7}}{\sqrt[20]{100m^{10}}} = \frac{\sqrt[60]{(2^3 \cdot 5 \cdot m^7)^4}}{\sqrt[60]{(2^2 \cdot 5^2 m^{10})^3}} = \sqrt[60]{\frac{2^{12} \cdot 5^4 \cdot m^{28}}{2^6 \cdot 5^6 m^{30}}} = \sqrt[60]{\frac{2^6}{5^2 m^2}} = \sqrt[30]{\frac{8}{5m}}$$

$$6.- \frac{\sqrt[4]{a^2b^3} \cdot \sqrt[6]{a^5b^4}}{\sqrt[3]{a^2b}} =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[4]{a^2b^3} \cdot \sqrt[6]{a^5b^4}}{\sqrt[3]{a^2b}} &= \frac{\sqrt[12]{(a^2b^3)^3} \cdot \sqrt[12]{(a^5b^4)^2}}{\sqrt[12]{(a^2b)^4}} = \sqrt[12]{\frac{(a^6b^9) \cdot (a^{10}b^8)}{(a^8b^4)}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sqrt[12]{a^8b^{13}} = b\sqrt[12]{a^8b} \end{aligned}$$

$$7.- \frac{\sqrt[5]{xy^4} \cdot \sqrt[10]{x^5y^3}}{\sqrt[6]{x^2y^3} \cdot \sqrt[15]{xy^9}} =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[5]{xy^4} \cdot \sqrt[10]{x^5y^3}}{\sqrt[6]{x^2y^3} \cdot \sqrt[15]{xy^9}} &= \frac{\sqrt[30]{(xy^4)^6} \cdot \sqrt[30]{(x^5y^3)^3}}{\sqrt[30]{(x^2y^3)^5} \cdot \sqrt[30]{(xy^9)^2}} = \sqrt[30]{\frac{(x^6y^{24}) \cdot (x^{15}y^9)}{(x^{10}y^{15}) \cdot (x^2y^{18})}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sqrt[30]{x^9y^0} = \sqrt[30]{x^9} = \sqrt[10]{x^3} \end{aligned}$$

$$8.- \frac{\sqrt[4]{40a^2b} \cdot \sqrt[6]{500a^4b^5}}{\sqrt[12]{1600a^7b^{11}} \cdot \sqrt[8]{1250a^3b^7}} =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[4]{40a^2b} \cdot \sqrt[6]{500a^4b^5}}{\sqrt[12]{1600a^7b^{11}} \cdot \sqrt[8]{1250a^3b^7}} &= \frac{\sqrt[4]{2^3 \cdot 5a^2b} \cdot \sqrt[6]{2^2 \cdot 5^3a^4b^5}}{\sqrt[12]{2^5 \cdot 5^2a^7b^{11}} \cdot \sqrt[8]{2 \cdot 5^4a^3b^7}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\sqrt[120]{(2^3 \cdot 5a^2b)^{30}} \cdot \sqrt[120]{(2^2 \cdot 5^3a^4b^5)^{20}}}{\sqrt[120]{(2^6 \cdot 5^2a^7b^{11})^{10}} \cdot \sqrt[120]{(2 \cdot 5^4a^3b^7)^{15}}} = \\ &\Rightarrow \sqrt[120]{\frac{(2^{90} \cdot 5^{30}a^{60}b^{30}) \cdot (2^{40} \cdot 5^{60}a^{80}b^{100})}{(2^{60} \cdot 5^{20}a^{70}b^{110}) \cdot (2^{15} \cdot 5^{60}a^{45}b^{105})}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sqrt[120]{2^{(90+40-60-15)} \cdot 5^{(30+60-20-60)}a^{(60+80-70-45)}b^{(30+100-110-105)}} = \\ &= \sqrt[120]{2^{55} \cdot 5^{10}a^{25}b^{-85}} = \sqrt[120]{2^{55} \cdot 5^{10} \frac{a^{25}}{b^{85}}} = \sqrt[24]{2^{11} \cdot 5^2 \frac{a^5}{b^{17}}} \end{aligned}$$

$$9.- \frac{\sqrt[4]{\frac{a-b}{a+b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a+b}{a-b}}}{\sqrt[6]{\frac{a+b}{a-b}}} =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[4]{\frac{a-b}{a+b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a+b}{a-b}}}{\sqrt[6]{\frac{a+b}{a-b}}} &= \frac{\sqrt[12]{\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^3} \cdot \sqrt[12]{\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^4}}{\sqrt[12]{\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2}} = \\ &= \sqrt[12]{\frac{\left(a-b\right)^3 \cdot \left(a+b\right)^4}{\left(a+b\right)^3 \cdot \left(a-b\right)^4}} = \sqrt[12]{\left(a-b\right)^{3-4+2} \cdot \left(a+b\right)^{4-3-2}} = \sqrt[12]{\frac{a-b}{a+b}} \end{aligned}$$

$$10.- \frac{\sqrt[3]{a^2b\sqrt{b}} \cdot \sqrt[4]{a^2b^3\sqrt[3]{ab^2}}}{\sqrt[3]{ab^2\sqrt[3]{a^2b}}} =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[3]{a^2b\sqrt{b}} \cdot \sqrt[4]{a^2b^3\sqrt[3]{ab^2}}}{\sqrt[3]{ab^2\sqrt[3]{a^2b}}} &= \frac{\sqrt[12]{\left(a^2b\sqrt{b}\right)^4} \cdot \sqrt[12]{\left(a^2b^3\sqrt[3]{ab^2}\right)^3}}{\sqrt[12]{\left(ab^2\right)^4} \cdot \sqrt[9]{a^2b}} = \\ &= \sqrt[12]{a^{(8+7-4)}b^{(6+11-8)}} \cdot \frac{1}{\sqrt[9]{a^2b}} = \frac{\sqrt[12]{a^{11}b^9}}{\sqrt[9]{a^2b}} = \frac{\sqrt[108]{\left(a^{11}b^9\right)^9}}{\sqrt[108]{\left(a^2b\right)^{12}}} = \\ &= \sqrt[108]{a^{(99-24)}b^{(81-12)}} = \sqrt[108]{a^{75}b^{69}} = \sqrt[36]{a^{25}b^{23}} \end{aligned}$$

$$11.- \frac{\sqrt{x^2\sqrt[3]{y\sqrt{x}}} \cdot \sqrt[3]{y^2\sqrt{x}\sqrt[3]{y}}}{\sqrt[3]{y^4\sqrt{x^3\sqrt[3]{y^2}}} \cdot \sqrt[3]{x^2\sqrt[3]{y^2}}} =$$

Solución:

$$\begin{aligned}
& \frac{\sqrt[3]{x^2} \sqrt[3]{y \sqrt{x}} \cdot \sqrt[3]{y^2} \sqrt[3]{x^3 \sqrt[3]{y}}} {\sqrt[3]{y^4} \sqrt[3]{x^3} \sqrt[3]{y^2} \cdot \sqrt[3]{x^2} \sqrt[3]{y^2}} = \frac{\left(x \cdot \sqrt[6]{y} \cdot \sqrt[12]{x}\right) \cdot \left(\sqrt[3]{y^2} \cdot \sqrt[6]{x} \cdot \sqrt[18]{y}\right)}{\left(\sqrt[3]{y} \cdot \sqrt[12]{x^3} \cdot \sqrt[36]{y^2}\right) \cdot \left(\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[9]{y^2}\right)} = \\
& = \frac{\left(\sqrt[12]{x^{12}} \cdot \sqrt[18]{y^3} \cdot \sqrt[12]{x}\right) \cdot \left(\sqrt[18]{y^{12}} \cdot \sqrt[12]{x^2} \cdot \sqrt[18]{y}\right)}{\left(\sqrt[18]{y^6} \cdot \sqrt[12]{x^3} \cdot \sqrt[18]{y}\right) \cdot \left(\sqrt[12]{x^8} \cdot \sqrt[18]{y^2}\right)} = \\
& = \sqrt[12]{x^{(12+1+2-3-8)}} \cdot \sqrt[18]{y^{(3+12+1-1-2-6)}} = \sqrt[12]{x^4} \cdot \sqrt[18]{y^7} = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[18]{y^7} = \sqrt[18]{x^6 y^7}
\end{aligned}$$

$$12.- \frac{\sqrt{(x^2 + 3x + 2)\sqrt{x+3}} \cdot \sqrt[3]{(x^2 + 5x + 6)\sqrt{x+1}}}{\sqrt{(x+2)\sqrt{x^2 + 4x + 3}}} =$$

Solución:

$$\begin{aligned}
& \frac{\sqrt{(x^2 + 3x + 2)\sqrt{x+3}} \cdot \sqrt[3]{(x^2 + 5x + 6)\sqrt{x+1}}}{\sqrt{(x+2)\sqrt{x^2 + 4x + 3}}} = \\
& = \frac{\sqrt{(x+1)(x+2)} \cdot \sqrt[4]{(x+3)} \cdot \sqrt[3]{(x+3)(x+2)} \cdot \sqrt[6]{(x+1)}}{\sqrt{(x+2)} \cdot \sqrt[4]{(x+3)(x+1)}} = \\
& = \frac{\sqrt[12]{(x+1)^6 (x+2)^6} \cdot \sqrt[12]{(x+3)^3} \cdot \sqrt[12]{(x+3)^4 (x+2)^4} \cdot \sqrt[12]{(x+1)^2}}{\sqrt[12]{(x+2)^6} \cdot \sqrt[12]{(x+3)^3 (x+1)^3}} = \\
& = \sqrt[12]{(x+1)^{(6+2-3)} \cdot (x+2)^{(6+4-6)} \cdot (x+3)^{(3+4-3)}} = \sqrt[12]{(x+1)^5 \cdot (x+2)^4 \cdot (x+3)^4}
\end{aligned}$$

$$13.- \frac{\sqrt{(x^2 - x - 6)\sqrt{x^2 + x - 12}} \cdot \sqrt{(x^2 + 6x + 8)\sqrt{x^2 - x - 6}}}{\sqrt{(x^2 + x - 12)\sqrt{x^2 + 6x + 8}}} =$$

Solución:

$$\begin{aligned}
& \frac{\sqrt{(x^2 - x - 6)\sqrt{x^2 + x - 12}} \cdot \sqrt{(x^2 + 6x + 8)\sqrt{x^2 - x - 6}}}{\sqrt{(x^2 + x - 12)\sqrt{x^2 + 6x + 8}}} = \\
& = \frac{\sqrt{(x-3)(x+2)} \cdot \sqrt[4]{(x+4)(x-3)} \cdot \sqrt{(x+4)(x+2)} \cdot \sqrt[4]{(x-3)(x+2)}}{\sqrt{(x+4)(x-3)} \cdot \sqrt[4]{(x+4)(x+2)}} = \\
& = \frac{\sqrt[4]{(x-3)^2(x+2)^2(x+4)(x-3)(x+4)^2(x+2)^2(x-3)(x+2)}}{\sqrt[4]{(x+4)^2(x-3)^2(x+4)(x+2)}} = \\
& = \sqrt[4]{(x-3)^{(2+1+1-2)} \cdot (x+2)^{(2+2+1-1)} \cdot (x+4)^{(1+2-2-1)}} = \sqrt[4]{(x-3)^2(x+2)^4(x+4)^0} = (x+2)\sqrt{x-3} \\
14.- & \frac{\sqrt{(ax^2 - 3ax - 10a)}\sqrt[3]{ax+2a} \cdot \sqrt[3]{(ax^2 - 3ax - 10a)\sqrt{ax-5a}}}{(x^2 - 3x - 10)\sqrt[9]{a^8}} =
\end{aligned}$$

Solución:

$$\begin{aligned}
& \frac{\sqrt{(ax^2 - 3ax - 10a)}\sqrt[3]{ax+2a} \cdot \sqrt[3]{(ax^2 - 3ax - 10a)\sqrt{ax-5a}}}{(x^2 - 3x - 10)\sqrt[9]{a^8}} = \\
& = \frac{\sqrt{a(x^2 - 3x - 10)} \cdot \sqrt[6]{a(x+2)} \cdot \sqrt[3]{a(x^2 - 3x - 10)} \cdot \sqrt[6]{a(x-5)}}{(x-5)(x+2)\sqrt[9]{a^8}} = \\
& = \frac{\sqrt[6]{a^3(x+2)^3(x-5)^3} \cdot \sqrt[6]{a(x+2)} \cdot \sqrt[6]{a^2(x+2)^2(x-5)^2} \cdot \sqrt[6]{a(x-5)}}{(x+2)(x-5)\sqrt[9]{a^8}} = \\
& = \frac{\sqrt[6]{a^{(3+1+2+1)} \cdot (x+2)^{(3+1+2)}(x-5)^{(3+2+1)}}}{(x+2)(x-5)\sqrt[9]{a^8}} = \frac{a\sqrt[6]{a}}{\sqrt[9]{a^8}} = \frac{\sqrt[18]{a^{18}} \cdot \sqrt[18]{a^3}}{\sqrt[18]{a^{16}}} = \sqrt[18]{a^{(18+3-16)}} = \sqrt[18]{a^5}
\end{aligned}$$

$$15.- \sqrt[3]{\frac{a^2 - 1}{a+2} \sqrt{\frac{a^2 + a - 2}{a+1}} \sqrt{\frac{a^2 + 3a + 2}{a-1}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a+1} \sqrt{\frac{a+2}{a^3 - 3a^2 + 3a - 1}}} =$$

Solución:

$$\begin{aligned}
& \sqrt[3]{\frac{(a-1)(a+1)}{a+2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{(a-1)(a+2)}{a+1}} \cdot \sqrt[6]{\frac{(a+1)(a+2)}{a-1}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a+1}} \cdot \sqrt[6]{\frac{a+2}{(a-1)^3}} = \\
& = \sqrt[6]{\frac{(a-1)^2(a+1)^2}{(a+2)^2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{(a-1)(a+2)}{(a+1)}} \cdot \sqrt[6]{\frac{(a+1)(a+2)}{(a-1)}} \cdot \sqrt[6]{\frac{1}{(a+1)^2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{(a+2)}{(a-1)^3}} = \\
& = \sqrt[6]{(a-1)^{(2+1-1-3)}(a+1)^{(2-1+1-2)}(a+2)^{(-2+1+1+1)}} = \sqrt[6]{\frac{(a+2)}{(a-1)(a+1)}} = \sqrt[6]{\frac{(a+2)}{(a^2 - 1)}}
\end{aligned}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #66A.

Tema: Introducción a operaciones con radicales (Baldor).

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir bortas, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

PREGUNTAS:

Ejercicio 241. Multiplicar:

$$1.- (\sqrt{2} - \sqrt{6}) \cdot \sqrt{2} =$$

Solución:

$$(\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2}) - (\sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2}) = \sqrt{2 \cdot 2} - \sqrt{3 \cdot 2} = 2 - \sqrt{6}$$

$$2.- (7\sqrt{5} + 5\sqrt{3}) \cdot 2\sqrt{3} =$$

Solución:

$$[(7\sqrt{5}) \cdot (2\sqrt{3}) + (5\sqrt{3}) \cdot (2\sqrt{3})] = 14 \cdot \sqrt{5 \cdot 3} + 10\sqrt{3 \cdot 3} =$$

$$= 14\sqrt{15} + 10\sqrt{9} = 14\sqrt{15} + 30$$

$$3.- (2\sqrt{3} + \sqrt{5} - 5\sqrt{2}) \cdot (4\sqrt{15}) =$$

Solución:

$$\begin{aligned} & \left[(2\sqrt{3}) \cdot (4\sqrt{15}) + (\sqrt{5}) \cdot (4\sqrt{15}) - (5\sqrt{2}) \cdot (4\sqrt{15}) \right] = \\ & = 8\sqrt{45} + 4\sqrt{75} - 20\sqrt{30}. \end{aligned}$$

$$4.- \quad (\sqrt{2} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) =$$

Solución:

$$\begin{aligned} & (\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2}) - (\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}) + (\sqrt{2}) \cdot (3\sqrt{3}) - (\sqrt{3}) \cdot (3\sqrt{3}) = \\ & = 2 - \sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 9 = 2\sqrt{6} - 7 \end{aligned}$$

$$5.- \quad (\sqrt{5} + 5\sqrt{3}) \cdot (2\sqrt{5} + 3\sqrt{3}) =$$

Solución:

$$\begin{aligned} & (\sqrt{5}) \cdot (2\sqrt{5}) + (5\sqrt{3}) \cdot (2\sqrt{5}) + (\sqrt{5}) \cdot (3\sqrt{3}) + (5\sqrt{3}) \cdot (3\sqrt{3}) = \\ & = 10 + 10\sqrt{15} + 3\sqrt{15} + 45 = 55 + 13\sqrt{15} \end{aligned}$$

$$6.- \quad (3\sqrt{7} - 2\sqrt{3}) \cdot (5\sqrt{3} + 4\sqrt{7}) =$$

Solución:

$$\begin{aligned} & (3\sqrt{7}) \cdot (5\sqrt{3}) - (2\sqrt{3}) \cdot (5\sqrt{3}) + (3\sqrt{7}) \cdot (4\sqrt{7}) - (2\sqrt{3}) \cdot (4\sqrt{7}) = \\ & = 15\sqrt{21} - 10 \cdot 3 + 12 \cdot 7 - 8\sqrt{21} = 54 + 7\sqrt{21} \end{aligned}$$

$$7.- \quad (\sqrt{a} - 2\sqrt{x}) \cdot (3\sqrt{a} + \sqrt{x}) =$$

Solución:

$$\begin{aligned} & (\sqrt{a}) \cdot (3\sqrt{a}) + (\sqrt{a}) \cdot (\sqrt{x}) - (2\sqrt{x}) \cdot (3\sqrt{a}) - (2\sqrt{x}) \cdot (\sqrt{x}) = \\ & = 3a + \sqrt{ax} - 6\sqrt{ax} - 2x = 3a - 5\sqrt{ax} - 2x \end{aligned}$$

$$8.- \quad (7\sqrt{5} - 11\sqrt{7}) \cdot (5\sqrt{5} - 8\sqrt{7}) =$$

Solución:

$$(7\sqrt{5}) \cdot (5\sqrt{5}) - (7\sqrt{5})(8\sqrt{7}) - (11\sqrt{7}) \cdot (5\sqrt{5}) + (11\sqrt{7}) \cdot (8\sqrt{7}) = \\ = 35 \cdot 5 - 56 \cdot \sqrt{35} - 55\sqrt{35} + 88 \cdot 7 = 175 + 616 - 111\sqrt{35} = 791 - 111\sqrt{35}$$

9.- $(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3}) =$

Solución:

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3}) + (\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3}) =$$

$$= 2 - 3 + \sqrt{10} - \sqrt{15} = -1 + \sqrt{10} - \sqrt{15}.$$

10.- $(\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - \sqrt{5}) =$

Solución:

$$(\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2}) + (\sqrt{2}) \cdot (2\sqrt{3}) - (\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5}) - 3(\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}) - 6(\sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3}) + 3(\sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5}) + \\ + (\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{2}) + 2(\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{3}) - (\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{5}) = \\ = 2 + 2\sqrt{6} - \sqrt{10} - 3\sqrt{6} - 18 + 3\sqrt{15} + \sqrt{10} + 2\sqrt{15} - 5 = \\ = -21 - \sqrt{6} + 5\sqrt{15}$$

11.- $(2\sqrt{3} - \sqrt{6} + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{6} + 3\sqrt{5}) =$

Solución:

$$(2\sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3}) + (2\sqrt{3}) \cdot (\sqrt{6}) + (2\sqrt{3}) \cdot (3\sqrt{5}) - (\sqrt{6}) \cdot (\sqrt{3}) - (\sqrt{6}) \cdot (\sqrt{6}) - \\ - (\sqrt{6}) \cdot (3\sqrt{5}) + (\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{3}) + (\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{6}) + (\sqrt{5}) \cdot (3\sqrt{5}) = \\ = 6 + 6\sqrt{2} + 6\sqrt{15} - 3\sqrt{2} - 6 - 3\sqrt{30} + \sqrt{15} + \sqrt{30} + 15 = \\ = 15 + 3\sqrt{2} + 7\sqrt{15} - 2\sqrt{30}$$

12.- $(\sqrt{a} + \sqrt{a+1}) \cdot (\sqrt{a} + 2\sqrt{a+1}) =$

Solución:

$$(\sqrt{a}) \cdot (\sqrt{a}) + 2(\sqrt{a}) \cdot (\sqrt{a+1}) + (\sqrt{a+1}) \cdot (\sqrt{a}) + 2(\sqrt{a+1})^2 =$$

$$= a + 2\sqrt{a(a+1)} + (\sqrt{a(a+1)}) + 2(a+1) =$$

$$= a + 2a + 2 + 3\sqrt{a(a+1)} = 3a + 3\sqrt{a(a+1)} + 2$$

$$13.- (\sqrt{a} - 3\sqrt{a-b}) \cdot (3\sqrt{a} + \sqrt{a-b}) =$$

Solución:

$$(2\sqrt{a}) \cdot (3\sqrt{a}) + (2\sqrt{a}) \cdot (\sqrt{a-b}) - (3\sqrt{a-b}) \cdot (3\sqrt{a}) - (3\sqrt{a-b}) \cdot (\sqrt{a-b}) =$$

$$= 6a + 2\sqrt{a(a-b)} - 9\sqrt{a(a-b)} - 3a + 3b =$$

$$= 3a + 3b - 7\sqrt{a(a-b)}$$

$$14.- (\sqrt{1-x^2} + x) \cdot (2x + \sqrt{1-x^2}) =$$

Solución:

$$= (1-x^2) + (x+2x) \cdot (\sqrt{1-x^2}) + 2x^2 = 1+x^2 + 3x\sqrt{1-x^2} =$$

$$= 1+x^2 + 3\sqrt{x^2(1-x^2)}.$$

$$15.- (\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1}) \cdot (\sqrt{a+1} + 2\sqrt{a-1}) =$$

Solución:

$$(\sqrt{a+1}) \cdot (\sqrt{a+1}) + 2(\sqrt{a+1}) \cdot (\sqrt{a-1}) + (\sqrt{a-1}) \cdot (\sqrt{a+1}) + 2(\sqrt{a-1}) \cdot (\sqrt{a-1}) =$$

$$= a+1 + 3\sqrt{(a+1)(a-1)} + 2a-2 = 3a-1 + 3\sqrt{a^2-1}$$

$$16.- (2\sqrt{x+2} - 2) \cdot (\sqrt{x+2} - 3) =$$

Solución:

$$2(\sqrt{x+2}) \cdot (\sqrt{x+2}) - 6(\sqrt{x+2}) - 2(\sqrt{x+2}) + 6 =$$

$$2x + 4 - 8\sqrt{x+2} + 6 = 2x + 10 - 8\sqrt{x+2}$$

$$17.- (3\sqrt{a} - 2\sqrt{a+x}) \cdot (2\sqrt{a} + 3\sqrt{a+x}) =$$

Solución:

$$6(\sqrt{a}) \cdot (\sqrt{a}) + 9(\sqrt{a}) \cdot (\sqrt{a+x}) - 4(\sqrt{a+x}) \cdot (\sqrt{a}) - 6(\sqrt{a+x}) \cdot (\sqrt{a+x}) =$$

$$= 6a + 5\sqrt{a(a+x)} - 6x - 6a = 5\sqrt{a(a+x)} - 6x$$

$$18.- (\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}) \cdot (\sqrt{a+x} - 2\sqrt{a-x}) =$$

Solución:

$$(\sqrt{a+x}) \cdot (\sqrt{a+x}) - 2(\sqrt{a+x})(\sqrt{a-x}) - (\sqrt{a-x}) \cdot (\sqrt{a+x}) + 2(\sqrt{a-x})(\sqrt{a-x}) =$$

$$= a + x - 3\sqrt{a^2 - x^2} + 2a - 2x = 3a - x - 3\sqrt{a^2 - x^2}$$

Ejercicio # 242. Multiplicar:

$$1.- (\sqrt{x}) \cdot (\sqrt[3]{2x^2}) =$$

Solución

$$\sqrt[6]{x^3} \cdot \sqrt[6]{(2x^2)^2} = \sqrt[6]{x^3 \cdot (4x^4)} = \sqrt[6]{4x^7} = x\sqrt[6]{4x}$$

$$2.- 3(\sqrt{2ab}) \cdot 4(\sqrt[4]{8a^3}) =$$

Solución:

$$12 \cdot \sqrt[4]{(2ab)^2} \cdot \sqrt[4]{8a^3} = 12 \cdot \sqrt[4]{4a^2b^2} \cdot \sqrt[4]{8a^3} = 12\sqrt[4]{32a^5b^2} = 24a \cdot \sqrt[4]{2ab^2}$$

$$3.- (\sqrt[3]{9x^2y}) \cdot (\sqrt[6]{81x^5}) =$$

Solución:

$$\sqrt[6]{(9x^2y)^2} \cdot \sqrt[6]{81x^5} = \sqrt[6]{81x^4y^2} \cdot \sqrt[6]{81x^5} = \sqrt[6]{3^8 x^9 y^2} = 3x \cdot \sqrt[6]{9x^3y^2}$$

$$4.- \quad \left(\sqrt[3]{a^2 b^2} \right) \cdot \left(2 \sqrt[4]{3a^3 b} \right) =$$

Solución:

$$\begin{aligned} & \sqrt[12]{(a^2 b^2)^4} \cdot 2 \cdot \sqrt[12]{(3a^3 b)^3} = 2 \cdot \sqrt[12]{a^8 b^8} \cdot \sqrt[12]{27a^9 b^3} = \\ & = 2 \cdot \sqrt[12]{27a^{17} b^{11}} = 2a \cdot \sqrt[12]{27a^5 b^{11}} \end{aligned}$$

$$5.- \quad \left(\sqrt[4]{25x^2 y^3} \right) \cdot \left(\sqrt[6]{125x^2} \right) =$$

Solución:

$$\begin{aligned} & \sqrt[4]{5^2 x^2 y^3} \cdot \sqrt[6]{5^3 x^2} = \left(\sqrt[12]{(5^2 x^2 y^3)^3} \right) \cdot \left(\sqrt[12]{(5^3 x^2)^2} \right) = \\ & = \left(\sqrt[12]{5^6 x^6 y^9} \right) \cdot \sqrt[12]{5^6 x^4} = \sqrt[12]{5^{12} x^{10} y^9} = 5 \cdot \sqrt[12]{x^{10} y^9} \end{aligned}$$

$$6.- \quad \left(\frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{4m^2} \right) \cdot \left(\frac{3}{4} \sqrt[5]{16m^4 n} \right) =$$

Solución:

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \sqrt[15]{(2^2 m^2)^5} \cdot \sqrt[15]{(2^4 m^4 n)^3} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt[15]{2^{10} m^{10}} \cdot \sqrt[15]{2^{12} m^{12} n^3} = \\ & = \frac{1}{2} \cdot \sqrt[20]{2^{22} \cdot m^{22} n^3} = \frac{2}{2} \cdot m \cdot \sqrt[15]{2^7 m^7 n^3} = m \cdot \sqrt[15]{128 m^7 n^3} \end{aligned}$$

$$7.- \quad \left(\sqrt{\frac{1}{2x}} \right) \cdot \left(\sqrt[3]{x^2} \right) =$$

Solución:

$$\sqrt[6]{\left(\frac{1}{2x} \right)^3} \cdot \left(\sqrt[6]{(x^2)^2} \right) = \sqrt[6]{\frac{x^4}{8x^3}} = \sqrt[6]{\frac{x}{8}} = \sqrt[6]{\frac{8}{64} x} = \frac{1}{2} \sqrt[6]{8x}$$

$$8.- \left(\sqrt{2x} \right) \cdot \left(\sqrt[5]{4x} \right) \cdot \left(\sqrt[10]{\frac{1}{16x^2}} \right) =$$

Solución:

$$\sqrt[10]{(2x)^5} \cdot \sqrt[10]{(4x)^2} \cdot \sqrt[10]{\frac{1}{2^4 x^2}} = \sqrt[10]{\frac{2^5 x^5 \cdot 2^4 x^2}{2^4 x^2}} = \sqrt[10]{2^5 \cdot x^5} = \sqrt{2x}$$

$$9.- \left(\frac{2}{3} \sqrt{\frac{2b}{a}} \right) \cdot \left(\frac{3}{8} \sqrt[3]{\frac{a^2}{4b^2}} \right) =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \cdot \sqrt[6]{\left(\frac{2b}{a}\right)^3} \cdot \sqrt[6]{\left(\frac{a^2}{4b^2}\right)^2} &= \frac{1}{4} \cdot \sqrt[6]{\frac{2^3 b^3}{a^3}} \cdot \sqrt[6]{\frac{a^4}{2^4 \cdot b^4}} = \frac{1}{4} \sqrt[6]{\left(\frac{2^3 b^3}{a^3}\right) \cdot \left(\frac{a^4}{2^4 b^4}\right)} = \\ &= \frac{1}{4} \sqrt[6]{\frac{a}{2b}} = \frac{1}{4} \sqrt[6]{\frac{32 \cdot a \cdot b^5}{64b^6}} = \frac{1}{8b} \sqrt[6]{32ab^5} \end{aligned}$$

$$10.- \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{3}} \right) \cdot \left(\frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{1}{9}} \right) \cdot \left(\sqrt[6]{243} \right) =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \cdot \sqrt[6]{\left(\frac{1}{3}\right)^3} \cdot \sqrt[6]{\left(\frac{1}{3^2}\right)^2} \cdot \sqrt[6]{(3^5)} &= \frac{3}{4} \sqrt[6]{\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3^4}\right) \cdot (3^5)} = \\ &= \frac{3}{4} \cdot \sqrt[6]{\frac{1}{3^2}} = \frac{3}{4} \cdot \sqrt[6]{\frac{3^4}{3^6}} = \frac{1}{4} \sqrt[3]{9} \end{aligned}$$

Ejercicio #243. Dividir:

$$1.- \left(4\sqrt{6} \right) \div \left(2\sqrt{3} \right) =$$

Solución:

$$\frac{4\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{\frac{6}{3}} = 2\sqrt{2}.$$

2.- $\left(2\sqrt{3a}\right) \div \left(10\sqrt{a}\right) =$

Solución:

$$\frac{2\sqrt{3a}}{10\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{\frac{3a}{a}}}{5} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

3.- $\left(\frac{1}{2}\sqrt{3xy}\right) \div \left(\frac{3}{4}\sqrt{x}\right) =$

Solución:

$$\frac{\frac{1}{2}\sqrt{3xy}}{\frac{3}{4}\sqrt{x}} = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{3xy}{x}} = \frac{2}{3}\sqrt{3y}$$

4.- $\left(\sqrt{75x^2y^3}\right) \div \left(5\sqrt{3xy}\right) =$

Solución:

$$\frac{\sqrt{75x^2y^3}}{5\sqrt{3xy}} = \frac{1}{5} \cdot \sqrt{\frac{75x^2y^3}{3xy}} = \frac{1}{5} \cdot \sqrt{25xy^2} = \frac{5y}{5} \cdot \sqrt{x} = y\sqrt{x}$$

5.- $\left(3\sqrt[3]{16a^5}\right) \div \left(4\sqrt[3]{2a^2}\right) =$

Solución:

$$\frac{3\sqrt[3]{16a^5}}{4\sqrt[3]{2a^2}} = \frac{3}{4} \cdot \sqrt[3]{\frac{16a^5}{2a^2}} = \frac{3}{4} \cdot \sqrt[3]{8a^3} = \frac{3a}{2}$$

6.- $\left(\frac{5}{6}\sqrt{\frac{1}{2}}\right) \div \left(\frac{10}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}\right) =$

Solución:

$$\frac{\frac{5}{6}\sqrt{\frac{1}{2}}}{\frac{10}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}} = \frac{(3 \cdot 5)}{(6 \cdot 10)} \sqrt{\frac{(1 \cdot 3)}{(2 \cdot 2)}} = \frac{1}{8} \sqrt{3}$$

$$7.- \left(4x\sqrt{a^3x^2} \right) \div \left(2\sqrt{a^2x^3} \right) =$$

Solución:

$$\frac{\left(4x\sqrt{a^3x^2} \right)}{\left(2\sqrt{a^2x^3} \right)} = 2x\sqrt{\frac{a^3x^2}{a^2x^3}} = 2x \cdot \sqrt{\frac{a}{x}} = 2x \cdot \left(\sqrt{a} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x} \right) \cdot \left(\sqrt{x} \right)} = 2\sqrt{ax}$$

$$8.- \left(\frac{2a}{3}\sqrt[3]{x^2} \right) \div \left(\frac{a}{3x^2}\sqrt[3]{x^3} \right) =$$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{2a}{3}\sqrt[3]{x^2} \right)}{\left(\frac{a}{3x^2}\sqrt[3]{x^3} \right)} = 2x^2\sqrt[3]{\frac{x^2}{x^3}} = 2x^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{x}} = 2x \cdot \sqrt[3]{\frac{x^3}{x}} = 2x \cdot \sqrt[3]{x^2}$$

$$9.- \left(\frac{1}{3}\sqrt[3]{\frac{1}{2}} \right) \div \left(\frac{1}{6}\sqrt[3]{\frac{1}{3}} \right) =$$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{1}{3}\sqrt[3]{\frac{1}{2}} \right)}{\left(\frac{1}{6}\sqrt[3]{\frac{1}{3}} \right)} = 2\sqrt[3]{\frac{3}{2}} = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot 3}{2}} = \sqrt[3]{12}$$

Ejercicio #244. Dividir:

$$1.- \left(\sqrt[3]{2} \right) \div \left(\sqrt{2} \right) =$$

Solución:

$$\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt[6]{2^2}}{\sqrt[6]{2^3}} = \sqrt[6]{\frac{2^2}{2^3}} = \sqrt[6]{\frac{1}{2}} = \frac{2}{2} \cdot \sqrt[6]{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \sqrt[6]{\frac{2^6}{2}} = \frac{1}{2} \sqrt[6]{2^5} = \frac{1}{2} \sqrt[6]{32}$$

$$2.- \left(\sqrt{9x} \right) \div \left(\sqrt[3]{3x^2} \right) =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{\left(\sqrt{9x} \right)}{\left(\sqrt[3]{3x^2} \right)} &= \frac{\sqrt[6]{(3^2 \cdot x)^3}}{\sqrt[6]{(3x^2)^2}} = \sqrt[6]{\frac{3^6 \cdot x^3}{3^2 \cdot x^4}} = \sqrt[6]{\frac{3^4}{x}} = \frac{x}{x} \cdot \sqrt[6]{\frac{81}{x}} = \\ &= \frac{1}{x} \cdot \sqrt[6]{\frac{81x^6}{x}} = \frac{1}{x} \cdot \sqrt[6]{81x^5} \end{aligned}$$

$$3.- \left(\sqrt[3]{8a^3b} \right) \div \left(\sqrt[4]{4a^2} \right) =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{\left(\sqrt[3]{8a^3b} \right)}{\left(\sqrt[4]{4a^2} \right)} &= \frac{\sqrt[12]{(2^3 \cdot a^3b)^4}}{\sqrt[12]{(2^2 \cdot a^2)^3}} = \sqrt[12]{\frac{2^{12} \cdot a^{12} \cdot b^4}{2^6 \cdot a^6}} = \sqrt[12]{2^6 \cdot a^6 \cdot b^4} = \\ &= \sqrt[6]{2^3 \cdot a^3 \cdot b^2} = \sqrt[6]{8a^3b^2}. \end{aligned}$$

$$4.- \left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2x} \right) \div \left(\frac{1}{4} \cdot \sqrt[6]{16x^4} \right) =$$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2x}\right)}{\left(\frac{1}{4} \cdot \sqrt[6]{2^4 \cdot x^4}\right)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \sqrt[12]{2^6 \cdot x^6}}{\frac{1}{4} \cdot \sqrt[12]{(2^4 \cdot x^4)^2}} = 2 \cdot \sqrt[12]{\frac{2^6 \cdot x^6}{2^8 \cdot x^8}} = \frac{x}{x} \cdot \sqrt[12]{\frac{2^{18} \cdot x^6}{2^8 \cdot x^8}} =$$

$$= \frac{1}{x} \cdot \sqrt[12]{\frac{2^{18} \cdot x^{18}}{2^8 \cdot x^8}} = \frac{1}{x} \cdot \sqrt[12]{2^{10} \cdot x^{10}} = \frac{1}{x} \cdot \sqrt[6]{2^5 \cdot x^5} = \frac{1}{x} \sqrt[6]{32x^5}$$

5.- $\left(\sqrt[3]{5m^2n}\right) \div \left(\sqrt[5]{m^3n^2}\right) =$

Solución:

$$\frac{\left(\sqrt[3]{5m^2n}\right)}{\left(\sqrt[5]{m^3n^2}\right)} = \frac{\sqrt[15]{(5m^2n)^5}}{\sqrt[15]{(m^3n^2)^3}} = \sqrt[15]{\frac{(5^5 \cdot m^{10} \cdot n^5)}{(m^9 \cdot n^6)}} = \sqrt[15]{\frac{5^5 m}{n}} =$$

$$= \frac{n}{n} \cdot \sqrt[15]{\frac{5^5 m}{n}} = \frac{1}{n} \cdot \sqrt[15]{\frac{5^5 \cdot m \cdot n^{15}}{n}} = \frac{1}{n} \cdot \sqrt[15]{3125mn^{14}}$$

6.- $\left(\sqrt[6]{18x^3y^4z^5}\right) \div \left(\sqrt[4]{3x^2y^2z^3}\right) =$

Solución:

$$\frac{\left(\sqrt[6]{2 \cdot 3^2 \cdot x^3 \cdot y^4 \cdot z^5}\right)}{\left(\sqrt[4]{3 \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot z^3}\right)} = \frac{\sqrt[12]{(2 \cdot 3^2 \cdot x^3 \cdot y^4 \cdot z^5)^2}}{\sqrt[12]{(3 \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot z^3)^3}} =$$

$$\sqrt[12]{\frac{2^2 \cdot 3^4 \cdot x^6 \cdot y^8 \cdot z^{10}}{3^3 \cdot x^6 \cdot y^6 \cdot z^9}} = \sqrt[12]{2^2 \cdot 3 \cdot y^2 \cdot z} = \sqrt[12]{12y^2z}$$

7.- $\left(\sqrt[3]{3m^4}\right) \div \left(\sqrt[9]{27m^2}\right) =$

Solución:

$$\frac{\sqrt[3]{3m^4}}{\sqrt[9]{27m^2}} = \frac{\sqrt[9]{(3m^4)^3}}{\sqrt[9]{(3^3 \cdot m^2)^3}} = \sqrt[9]{\frac{3^3 \cdot m^{12}}{3^3 \cdot m^2}} = \sqrt[9]{m^{10}} = \sqrt[9]{m \cdot m^9} = m \sqrt[9]{m}$$

8.- $\left(\frac{4}{5} \sqrt[3]{4ab} \right) \div \left(\frac{1}{10} \sqrt{2a^2} \right) =$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{\left(\frac{4}{5} \sqrt[3]{4ab} \right)}{\left(\frac{1}{10} \sqrt{2a^2} \right)} &= 8 \cdot \frac{\sqrt[6]{(2^2 \cdot a \cdot b)^2}}{\sqrt[6]{(2a^2)^3}} = 2^3 \cdot \sqrt[6]{\frac{2^4 \cdot a^2 \cdot b^2}{2^3 \cdot a^6}} = \\ &= 2^3 \cdot \sqrt[6]{\frac{2b^2}{a^4}} = 2^3 \cdot \frac{a}{a} \sqrt[6]{\frac{2b^2}{a}} = \frac{2^3}{a} \cdot \sqrt[6]{\frac{2a^6b^2}{a^4}} = \frac{8}{a} \cdot \sqrt[6]{2a^2b^2} \end{aligned}$$

Ejercicio # 245. Desarrollar las siguientes potencias:

1.- $(4\sqrt{2})^2 =$

Solución:

$$(2^2 \cdot \sqrt{2})^2 = 2^4 \cdot (\sqrt{2})^2 = 2^4 \cdot 2 = 2^5 = 32$$

2.- $(2\sqrt{3})^2 =$

Solución:

$$2^2 \cdot (\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12.$$

3.- $(5\sqrt{7})^2 =$

Solución:

$$5^2 \cdot (\sqrt{7})^2 = 25 \cdot 7 = 175$$

$$4.- \quad \left(2\sqrt[3]{4} \right)^2 =$$

Solución:

$$\begin{aligned} 2^2 \cdot \left(\sqrt[3]{2^2} \right)^2 &= 2^2 \cdot \left[\sqrt[3]{(2^2)^2} \right] = 2^2 \cdot \left[\sqrt[3]{2^4} \right] = 2^2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 2^3} = \\ &= 2^2 \cdot \sqrt[3]{2^3} = 8\sqrt[3]{2} \end{aligned}$$

$$5.- \quad \left(3\sqrt[3]{2a^2b} \right)^4 =$$

Solución:

$$\begin{aligned} 3^4 \cdot \left(\sqrt[3]{2a^2b} \right)^4 &= 3^4 \cdot \sqrt[3]{(2a^2b)^4} = 3^4 \cdot \sqrt[3]{2^4 \cdot a^8 \cdot b^4} = \\ &= 3^4 \cdot 2 \cdot a^2 \cdot b \cdot \sqrt[3]{2a^2b} = 162a^2b\sqrt[3]{2a^2b} \end{aligned}$$

$$6.- \quad \left(\sqrt[4]{8x^3} \right)^2 =$$

Solución:

$$\sqrt[4]{(2^3 \cdot x^3)^2} = \sqrt[4]{2^6 \cdot x^6} = 2x\sqrt[4]{2^2 \cdot x^2} = 2x\sqrt{2x}$$

$$7.- \quad \left(\sqrt[5]{81ab^3} \right)^3 =$$

Solución:

$$\sqrt[5]{(3^4 \cdot a \cdot b^3)^3} = \sqrt[5]{3^{12} \cdot a^3 \cdot b^9} = 3^2 \cdot b \cdot \sqrt[5]{3^2 \cdot a^3 \cdot b^4} = 9b\sqrt[5]{9a^3b^4}$$

$$8.- \left(\sqrt[6]{18} \right)^3 =$$

Solución:

$$\sqrt[6]{(2 \cdot 3^2)^3} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 3^6} = 3 \cdot \sqrt[6]{2^3} = 3\sqrt{2}$$

$$9.- \left(4a\sqrt{2x} \right)^2 =$$

Solución:

$$(2^2 a)^2 \cdot (\sqrt{2x})^2 = 2^4 \cdot a^2 \cdot 2x = 2^5 a^2 x = 32a^2 x$$

$$10.- \left(2\sqrt{(x+1)} \right)^2 =$$

Solución:

$$2^2 \cdot \left(\sqrt{(x+1)} \right)^2 = 4 \cdot (x+1) = 4x + 4.$$

$$11.- \left(3\sqrt{x-a} \right)^2 =$$

Solución:

$$3^2 \cdot \left(\sqrt{x-a} \right)^2 = 9(x-a) = 9x - 9a$$

$$12.- \left(4\sqrt[6]{9a^3b^4} \right)^3 =$$

Solución:

$$4^3 \cdot \left(\sqrt[6]{9a^3b^4} \right)^3 = 64 \cdot \sqrt{9a^3b^4} = 64 \cdot 3 \cdot a \cdot b^2 \cdot \sqrt{a} = 192 \cdot ab^2 \sqrt{a}$$

$$13.- \left(\sqrt{2} - \sqrt{3} \right)^2 =$$

Solución:

$$(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 = (\sqrt{2})^2 - 2(\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2 = 2 - 2\sqrt{6} + 3 = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$14.- \quad (4\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 =$$

Solución:

$$\begin{aligned}(4\sqrt{2})^2 + 2 \cdot (4\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2 &= 16 \cdot 2 + 8\sqrt{6} + 3 = \\ &= 35 + 8\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$15.- \quad (\sqrt{5} - \sqrt{7})^2 =$$

Solución:

$$\begin{aligned}(\sqrt{5})^2 - 2 \cdot (\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{7}) + (\sqrt{7})^2 &= 5 - 2\sqrt{35} + 7 = \\ &= 12 - 2\sqrt{35}.\end{aligned}$$

$$16.- \quad (5\sqrt{7} - 6)^2 =$$

Solución:

$$\begin{aligned}(5\sqrt{7})^2 - 2 \cdot (5\sqrt{7}) \cdot (6) + (6)^2 &= 25 \cdot 7 - 12\sqrt{7} + 36 = \\ &= 175 + 36 - 12\sqrt{7} = 211 - 12\sqrt{7}\end{aligned}$$

$$17.- \quad (\sqrt{x} + \sqrt{x-1})^2 =$$

Solución:

$$\begin{aligned}(\sqrt{x})^2 + 2 \cdot (\sqrt{x}) \cdot (\sqrt{x-1}) + (\sqrt{x-1})^2 &= \\ &= x + x - 1 + 2\sqrt{x(x-1)} = 2x - 1 + 2\sqrt{x^2 - x}.\end{aligned}$$

$$18.- \quad (\sqrt{x+1} - 4\sqrt{x})^2 =$$

Solución:

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt{x+1}\right)^2 - 2 \cdot \left(\sqrt{x+1}\right) \cdot \left(\sqrt{x}\right) + \left(\sqrt{x}\right)^2 = x+1 - 2\sqrt{x(x+1)} + x = \\ & 2x+1+2\sqrt{x^2+x} \end{aligned}$$

$$19.- \quad \left(\sqrt{a+1} - \sqrt{a-1}\right)^2 =$$

Solución:

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt{a+1}\right)^2 - 2\left(\sqrt{a+1}\right) \cdot \left(\sqrt{a-1}\right) + \left(\sqrt{a-1}\right)^2 = \\ & = a+1+a-1-2\sqrt{(a+1)(a-1)}=2a-2\sqrt{a^2-1} \end{aligned}$$

$$20.- \quad \left(2\sqrt{2x-1} + \sqrt{2x+1}\right)^2 =$$

Solución:

$$\begin{aligned} & \left(2\sqrt{2x-1}\right)^2 + 2 \cdot \left(2\sqrt{2x-1}\right) \cdot \left(\sqrt{2x+1}\right) + \left(\sqrt{2x+1}\right)^2 = \\ & = 4(2x-1) + 4\sqrt{4x^2-1} + 2x+1 = 8x-4 + 2x+1 + 4\sqrt{4x^2-1} = \\ & = 10x-3+4\sqrt{4x^2-1} \end{aligned}$$

Ejercicio 246.- Simplificar:

$$1.- \quad \sqrt[3]{a^2} =$$

Solución:

$$\sqrt[a^{\frac{2}{3}}]{a^{\frac{2}{3}}} = a^{\frac{2}{2 \cdot 3}} = a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$$

$$2.- \quad \sqrt[3]{\sqrt{8}} =$$

Solución:

$$\sqrt[3]{2^{\frac{3}{2}}} = 2^{\frac{3}{3 \cdot 2}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

3.- $\sqrt[4]{\sqrt{81}} =$

Solución:

$$\sqrt[4]{\sqrt{3^4}} = \sqrt[4]{3^{\frac{4}{2}}} = 3^{\frac{4}{4 \cdot 2}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

4.- $\sqrt{\sqrt{3a}} =$

Solución:

$$\sqrt{(3a)^{\frac{1}{2}}} = (3a)^{\frac{1}{2 \cdot 2}} = (3a)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{(3a)}$$

5.- $\sqrt[3]{\sqrt[3]{4a^2}} =$

Solución:

$$\sqrt{(2^2 a^2)^{\frac{1}{3}}} = (2^2 a^2)^{\frac{1}{2 \cdot 3}} = (2a)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2a}$$

6.- $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} =$

Solución:

$$\sqrt[3]{(2) \cdot (2)^{\frac{1}{2}}} = \left(2^{\frac{1}{3}}\right) \cdot \left(2^{\frac{1}{2 \cdot 3}}\right) = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{6}} = 2^{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)} = 2^{\frac{3}{6}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

7.- $\sqrt[4]{\sqrt[4]{25a^2}} =$

Solución:

$$\sqrt{\left(5^2 \cdot a^2\right)^{\frac{1}{4}}} = \left(5^2 \cdot a^2\right)^{\frac{1}{2 \cdot 4}} = (5a)^{\frac{2}{2 \cdot 4}} = (5a)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{5a}$$

$$8.- \sqrt[3]{\sqrt[4]{(27a^3)}} =$$

Solución:

$$\sqrt[3]{(3^3 \cdot a^3)^{\frac{1}{4}}} = (3^3 \cdot a^3)^{\frac{1}{3 \cdot 4}} = (3a)^{\frac{3}{3 \cdot 4}} = (3a)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3a}$$

$$9.- \sqrt{3\sqrt[5]{3}} =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \sqrt{(3) \cdot (3)^{\frac{1}{5}}} &= (3)^{\frac{1}{2}} \cdot (3)^{\frac{1}{2 \cdot 5}} = (3)^{\frac{1}{2}} \cdot (3)^{\frac{1}{10}} = (3)^{\frac{1}{2} + \frac{1}{10}} = (3)^{\frac{5+1}{20}} = \\ &= (3)^{\frac{6}{10}} = (3)^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{(3)^3} = \sqrt[5]{27} \end{aligned}$$

$$10.- \sqrt[4]{\sqrt{a^4 b^6}} =$$

Solución:

$$\sqrt[4]{(a^4 b^6)^{\frac{1}{2}}} = (a^4 b^6)^{\frac{1}{2 \cdot 4}} = (a^2 b^3)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{a^2 b^3}$$

$$11.- \sqrt[5]{\sqrt[3]{x^{10}}} =$$

Solución:

$$\sqrt[5]{(x^{10})^{\frac{1}{3}}} = (x^{10})^{\frac{1}{3 \cdot 5}} = x^{\frac{10}{3 \cdot 5}} = x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2}$$

$$12.- \sqrt[3]{(a+b)^2} =$$

Solución:

$$\sqrt{\left(a+b\right)^{\frac{2}{3}}}=\left(a+b\right)^{\frac{2}{2\cdot 3}}=\left(a+b\right)^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{\left(a+b\right)}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #66B.

Tema: Introducción a operaciones con radicales (Santillana).

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir borraras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

PREGUNTAS:

Operaciones con radicales de igual índice:

1.- Efectúa las siguientes operaciones y simplifica:

$$(a).- \sqrt{15} \cdot \sqrt{90} =$$

Solución:

$$(3 \cdot 5)^{\frac{1}{2}} \cdot (3^2 \cdot 2 \cdot 5)^{\frac{1}{2}} = (2 \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 5^2)^{\frac{1}{2}} = 3 \cdot 5 \sqrt{2 \cdot 3} = 15\sqrt{6}$$

$$(b).- (\sqrt{50}) \div (\sqrt{2}) =$$

Solución:

$$\sqrt{\frac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5$$

$$\textcircled{c} \cdot \left[(\sqrt{12} - \sqrt{45}) \cdot \sqrt{3} \right] \div (3\sqrt{12}) =$$

Solución:

$$\begin{aligned} & \left[(\sqrt{12}) \cdot (\sqrt{3}) - (\sqrt{45}) \cdot \sqrt{3} \right] \div (3\sqrt{12}) = \\ & = \left[\frac{(\sqrt{12}) \cdot (\sqrt{3}) - (3\sqrt{5}) \cdot \sqrt{3}}{3\sqrt{12}} \right] = \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{(\sqrt{3}) \cdot \sqrt{5}}{(\sqrt{12})} = \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}} = \\ & = \frac{\sqrt{3}}{3} - \sqrt{\frac{5}{4}} \end{aligned}$$

2.- Calcula las operaciones y simplifica:

$$\text{(a).- } (\sqrt{2x}) \cdot (\sqrt{8xy}) =$$

Solución:

$$(\sqrt{2x}) \cdot \sqrt{2^3 xy} = \sqrt{2^4 x^2 y} = 2^2 x \sqrt{y} = 4x \sqrt{y}$$

$$\text{(b).- } \sqrt[3]{9x^2} \cdot \sqrt[3]{9x} =$$

Solución:

$$(3^2 \cdot x^2)^{\frac{1}{3}} \cdot (3^2 \cdot x)^{\frac{1}{3}} = (3^4 \cdot x^3)^{\frac{1}{3}} = 3x(3)^{\frac{1}{3}} = 3x\sqrt[3]{3}$$

$$\textcircled{c} \cdot \sqrt[3]{2x^2 y^4} \cdot \sqrt[3]{3x^5 y} =$$

Solución:

$$\sqrt[3]{6x^7 y^5} = x^2 y \cdot \sqrt[3]{6xy^2}$$

$$\text{(d).- } \sqrt[3]{2a^5 b^3} \cdot \sqrt[3]{16a^7 b^7} =$$

Solución:

$$\sqrt[3]{2^5 a^{12} b^{10}} = 2 \cdot a^4 b^3 \sqrt[3]{2^2 b} = 2a^4 b^3 \sqrt[3]{4b}$$

$$(e).- \sqrt[4]{4m^5n} \cdot \sqrt[4]{6m^3n^4} =$$

Solución:

$$\sqrt[4]{24 \cdot m^8 \cdot n^5} = m^2 \cdot n \cdot \sqrt[4]{24n}$$

$$(f).- \frac{(\sqrt{2m}) \cdot (\sqrt{5})}{(\sqrt{20m})} =$$

Solución:

$$\sqrt{\frac{10m}{20m}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(g).- \left(\sqrt[4]{125x^5y^3} \right) \cdot \left(\sqrt[4]{5x^{-9}y^5} \right) =$$

Solución:

$$\sqrt[4]{5^4 \cdot x^{-4}y^8} = 5 \cdot x^{-1}y^2 = \frac{5y^2}{x}$$

$$(h).- \sqrt{a} \cdot \left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} \right) = (\sqrt{a})^2 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = a + 1$$

$$(i).- \frac{\sqrt{m-n}}{\sqrt{m^2-n^2}} =$$

Solución:

$$\frac{\sqrt{m-n}}{(\sqrt{m+n}) \cdot (\sqrt{m-n})} = \frac{1}{\sqrt{m+n}}$$

$$(j).- \left(\frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2+2x+1}} \right) \cdot \left(\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \right) =$$

Solución:

$$\left[\frac{(\sqrt{x+1}) \cdot (\sqrt{x-1})}{\sqrt{(x+1)^2}} \right] \cdot \left(\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} \right) = \frac{(x+1)}{(x+1)} = 1$$

$$(k).- \sqrt[9]{\frac{\sqrt[3]{x^3}}{y^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{\sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x^2}}} =$$

Solución:

$$\sqrt[9]{\frac{x}{y^2}} \cdot \sqrt[9]{\frac{y}{x^2}} = \sqrt[9]{\frac{x \cdot y}{y^2 \cdot x^2}} = \sqrt[9]{\frac{1}{xy}} = \frac{1}{\sqrt[9]{xy}}$$

$$(l).- \frac{(\sqrt{xy^3}) \cdot (\sqrt{2x^2y})}{(\sqrt{6x^3y^4})} =$$

Solución:

$$\sqrt{\frac{(xy^3) \cdot (2x^2y)}{6x^3y^4}} = \sqrt{\frac{2x^3y^4}{6x^3y^4}} = \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$(m).- \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{x}}} =$$

Solución:

$$x^{\frac{1}{27}} = \sqrt[27]{x}$$

$$(n).- (2\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}) =$$

Solución:

$$4\sqrt{6} + 6\sqrt{9} - 2\sqrt{4} - 3\sqrt{6} = \sqrt{6} + 18 - 4 = 14 + \sqrt{6}$$

(ñ).- $\sqrt[5]{(a+b)^2} \cdot \sqrt[5]{(a+b)^3} =$

Solución:

$$\sqrt[5]{(a+b)^5} = (a+b)$$

Operaciones con radicales de diferentes índices:

1.- Expresar los radicales dados en un índice común en cada ejercicio:

(a).- $\sqrt[3]{2}; \sqrt[5]{5}; \sqrt[4]{7} =$

Solución:

$$\sqrt[60]{2^{20}}; \sqrt[60]{5^{12}}; \sqrt[60]{7^{15}}$$

(b).- $x\sqrt[4]{x^3}; \sqrt[6]{x^2} =$

Solución:

$$x\sqrt[12]{x^9}; \sqrt[12]{x^8}$$

④.- $\sqrt[2]{2m^3n}; \sqrt[3]{3m^2n^7} =$

Solución:

$$\sqrt[2]{2^3 \cdot m^9 \cdot n^3}; \sqrt[3]{3^5 \cdot m^{10} \cdot n^{35}}$$

2.- Efectúa las operaciones indicadas y expresa el resultado con un índice común:

(a).- $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{8} =$

Solución:

$$\sqrt[12]{5^4} \cdot \sqrt[12]{8^3} = \sqrt[12]{5^4 \cdot 8^3} = \sqrt[12]{5^4 \cdot 2^9}$$

$$(b).- \sqrt[3]{a^2 b^5} \cdot \sqrt[7]{a^3 b^2} =$$

Solución:

$$\sqrt[21]{a^{14} b^{35}} \cdot \sqrt[21]{a^9 b^6} = \sqrt[21]{a^{23} b^{41}} = ab \sqrt[21]{a^2 b^{20}}$$

$$(c).- \sqrt{x^3 y} \cdot \sqrt[3]{x^2 y^5} =$$

Solución:

$$\sqrt[6]{x^9 y^3} \cdot \sqrt[6]{x^4 y^{10}} = \sqrt[6]{x^{13} y^{13}} = x^2 y^2 \sqrt[6]{xy}$$

$$(d).- \sqrt[3]{(x+y)^2} \cdot \sqrt{(x+y)} =$$

Solución:

$$\sqrt[6]{(x+y)^4} \cdot \sqrt[6]{(x+y)^3} = \sqrt[6]{(x+y)^7} = (x+y) \sqrt[6]{(x+y)}$$

$$(e).- \frac{\sqrt[3]{a^3 b^2}}{\sqrt[4]{a^6 b^3}} =$$

Solución:

$$\frac{\sqrt[12]{a^{12} b^8}}{\sqrt[12]{a^{18} b^9}} = \sqrt[12]{\frac{1}{a^6 b}} = \frac{1}{\sqrt[12]{a^6 b}}$$

$$(f).- \left(\sqrt[3]{a^2} \right) \div \left(\sqrt[4]{a^3} \right) =$$

Solución:

$$\left(\sqrt[12]{a^8} \right) \div \left(\sqrt[12]{a^9} \right) = \sqrt[12]{\frac{a^8}{a^9}} = \sqrt[12]{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt[12]{a}}$$

$$(g).- \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{2} + \sqrt[6]{2} =$$

Solución:

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt{2} + \sqrt[6]{2} &= \sqrt[6]{2^4} \cdot \sqrt[6]{2^3} + \sqrt[6]{2} = \sqrt[6]{(2^4) \cdot (2^3)} + \sqrt[6]{2} = \\ &= \sqrt[6]{2^7} + \sqrt[6]{2} = 2\sqrt[6]{2} + \sqrt[6]{2} = 3\sqrt[6]{2}\end{aligned}$$

$$(h).- \left(\sqrt{2xy} \right) \div \left(\sqrt[3]{2xy} \right) =$$

Solución:

$$\frac{\sqrt{2xy}}{\sqrt[3]{2xy}} = \frac{\sqrt[6]{2^3 x^3 y^3}}{\sqrt[6]{2^2 x^2 y^2}} = \sqrt[6]{\frac{2^3 x^3 y^3}{2^2 x^2 y^2}} = \sqrt[6]{2xy}$$

$$(i).- 2\sqrt[3]{81} + \frac{1}{3}\sqrt[3]{3} - \frac{2}{5}\sqrt[3]{24} =$$

Solución:

$$\begin{aligned}2\sqrt[3]{3^4} + \frac{1}{3}\sqrt[3]{3} - \frac{2}{5}\sqrt[3]{2^3 \cdot 3} &= 6\sqrt[3]{3} + \frac{1}{3}\sqrt[3]{3} - \frac{4}{5}\sqrt[3]{3} = \\ &= \left(6 + \frac{1}{3} - \frac{4}{5} \right) \cdot \sqrt[3]{3} = \left(\frac{90 + 5 - 12}{15} \right) \cdot \sqrt[3]{3} = \left(\frac{83}{15} \right) \sqrt[3]{3}\end{aligned}$$

$$(j).- \frac{1}{2}\sqrt{8} - \sqrt[4]{4} + \sqrt{\frac{2}{25}} =$$

Solución:

$$\frac{1}{2}\sqrt{2^3} - \sqrt[4]{2^2} + \frac{1}{5}\sqrt{2} = \frac{2}{2}\sqrt{2} - \sqrt{2} + \frac{1}{5}\sqrt{2} = \frac{1}{5}\sqrt{2}$$

$$(k).- 2\sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{27} + \frac{1}{4}\sqrt{12} - 3\sqrt{\frac{75}{9}} =$$

Solución:

$$\begin{aligned}2\sqrt{\frac{3}{2^2}} - \sqrt{3^3} + \frac{1}{2^2}\sqrt{2^2 \cdot 3} - 3\sqrt{\frac{5^2 \cdot 3}{3^2}} &= \frac{2}{2}\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + \frac{2}{2^2}\sqrt{3} - \frac{3}{3} \cdot 5\sqrt{3} = \\ &= \sqrt{3} - 3\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = \frac{1}{2}\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = \left(\frac{1-14}{2} \right) \sqrt{3} = -\frac{13\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

$$(l).- \sqrt{\frac{a^2 b}{2}} \div \sqrt[14]{\frac{a^6 b^3}{3}} =$$

Solución:

$$\frac{\sqrt{\frac{a^2 b}{2}}}{\sqrt[14]{\frac{a^6 b^3}{3}}} = \frac{\sqrt[14]{\frac{a^{14} b^7}{2^7}}}{\sqrt[14]{\frac{a^6 b^3}{3}}} = \sqrt[14]{\frac{(a^{14} b^7) \cdot 3}{(a^6 b^3) \cdot 2^7}} = \sqrt[14]{\frac{3a^8 b^4}{2^7}} = \sqrt[14]{\frac{3a^8 b^4}{128}}$$

Operaciones combinadas con radicales:

1.- Efectúa las operaciones y simplifica la expresión dada en cada caso:

$$(a).- (\sqrt{2})^3 \cdot (\sqrt{\sqrt{32}}) \cdot (\sqrt[3]{16}) =$$

Solución:

$$(\sqrt{2^3}) \cdot (2^5)^{\frac{1}{4}} \cdot (2^4)^{\frac{1}{3}} = (\sqrt[12]{2^{18}}) \cdot (\sqrt[12]{2^{15}}) \cdot (\sqrt[12]{2^{16}}) = \sqrt[12]{2^{49}} \\ = 2^4 \sqrt[12]{2} = 16 \sqrt[12]{2}$$

$$(b).- (\sqrt{b^{-3}}) \cdot (\sqrt[4]{b^{-2}}) \cdot (\sqrt{b^4}) \cdot (\sqrt[3]{b}) =$$

Solución:

$$(\sqrt[12]{b^{-18}}) \cdot (\sqrt[12]{b^{-6}}) \cdot (\sqrt[12]{b^{24}}) \cdot (\sqrt[12]{b^4}) = \sqrt[12]{b^4} = \sqrt[3]{b}$$

$$\textcircled{c}.- (\sqrt{a} + \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b}) =$$

Solución:

$$(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b$$

$$(d).- \left(\sqrt{5+x} - \sqrt{5-x} \right)^2 =$$

Solución:

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt{5+x} \right)^2 - 2 \cdot \left(\sqrt{5+x} \right) \cdot \left(\sqrt{5-x} \right) + \left(\sqrt{5-x} \right)^2 = \\ & = 5+x - 2 \cdot \sqrt{(5+x) \cdot (5-x)} + 5-x = 10 - 2\sqrt{25-x^2} \end{aligned}$$

$$(e).- \left(\sqrt[3]{xy^2} \right) \cdot \left(\sqrt{x^2y} \right) =$$

Solución:

$$\sqrt[6]{(xy^2)^2} \cdot \sqrt[6]{(x^2y)^3} = \sqrt[6]{x^2y^4} \cdot \sqrt[6]{x^6y^3} = \sqrt[6]{x^8y^7} = xy\sqrt[6]{x^2y}$$

$$(f).- \left(\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} \right) \cdot \left(\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} \right) =$$

Solución:

$$\left(\sqrt{x+y} \right)^2 - \left(\sqrt{x-y} \right)^2 = (x+y) - (x-y) = 2y$$

$$(g).- \left(\sqrt{25\sqrt{(x+y)}} \right) \cdot \left(\sqrt[4]{81(x+y)} \right) =$$

Solución:

$$\left(5\sqrt[4]{(x+y)} \right) \cdot \left(3\sqrt[4]{(x+y)} \right) = 15\sqrt[4]{(x+y)^2} = 15\sqrt{(x+y)}$$

$$(h).- \left(\sqrt{1+\sqrt{x}} \right) \cdot \left(\sqrt{1-\sqrt{x}} \right) =$$

Solución:

$$\sqrt{(1+\sqrt{x}) \cdot (1-\sqrt{x})} = \sqrt{1 - (\sqrt{x})^2} = \sqrt{1-x}$$

$$(i).- \left(\sqrt[3]{(x^6 - 9x^3y)} \right) \cdot \left(\sqrt[4]{(x^7 - 9x^4y)} \right) =$$

Solución:

$$\left(\sqrt[12]{(x^6 - 9x^3y)^4} \right) \cdot \left(\sqrt[12]{(x^7 - 9x^4y)^3} \right) = \sqrt[12]{x^{12} (x^3 - 9y)^4 \cdot x^{12} (x^3 - 9y)^3} = \\ = \sqrt[12]{x^{24} \cdot (x^3 - 9y)^7} = x^2 \cdot \sqrt[12]{(x^3 - 9y)^7}$$

$$(j).- \frac{\sqrt{x^2 + x^2y^2}}{\sqrt[4]{x^4 + 2x^4y^2 + x^4y^4}} =$$

Solución:

$$\frac{\sqrt{x^2 + x^2y^2}}{\sqrt[4]{(x^2 + x^2y^2)^2}} = \frac{\sqrt{x^2 + x^2y^2}}{\sqrt{x^2 + x^2y^2}} = 1$$

$$(k).- \frac{a^{-\frac{2}{3}} \cdot (\sqrt[3]{x^3b}) \cdot (\sqrt[5]{y^2\sqrt{b^2}})}{b^{-\frac{2}{5}} \cdot (\sqrt[5]{(a^2b)})^2} =$$

Solución:

$$\frac{a^{-\frac{2}{3}} \cdot x \cdot \sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[5]{y^2b}}{b^{-\frac{2}{5}} \cdot b^{\frac{2}{5}} \cdot a^{\frac{4}{5}}} = \frac{a^{-\frac{2}{3}} \cdot x \cdot \sqrt[15]{b^5 \cdot y^6 \cdot b^3}}{a^{\frac{4}{5}}} = \frac{x \cdot \sqrt[15]{b^8y^6}}{a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{4}{5}}} = \\ = \frac{x \cdot \sqrt[15]{b^8y^6}}{a^{\frac{2}{3} + \frac{4}{5}}} = \frac{x \cdot \sqrt[15]{b^8y^6}}{a^{\frac{10+12}{15}}} = \frac{x \cdot \sqrt[15]{b^8y^6}}{\sqrt[15]{a^{22}}} = \frac{x \cdot \sqrt[15]{b^8y^6}}{a \cdot \sqrt[15]{a^7}} = \frac{x}{a} \cdot \sqrt[15]{\frac{b^8y^6}{a^7}}$$

$$(l).- \frac{(3^2) \cdot (\sqrt{ab})^2 \cdot (x^2) \cdot (\sqrt[3]{2ab})}{(6\sqrt{10a})^4 \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot (b)^{-\frac{3}{4}}} =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{(3^2) \cdot (ab) \cdot (x^2) \cdot \sqrt[3]{2ab}}{\left(6^4 \cdot 10^2 \cdot a^2\right) \cdot (3) \cdot b^{-\frac{3}{4}}} &= \frac{b^{1+\frac{3}{4}} \cdot x^2 \cdot \sqrt[3]{2ab}}{2^4 \cdot 3^3 \cdot 10^2 \cdot a} = \frac{x^2 \cdot \sqrt[4]{b^7} \cdot \sqrt[3]{2ab}}{2^4 \cdot 3^3 \cdot 10^2 \cdot a} = \\ &= \frac{x^2 \cdot \sqrt[12]{b^{21}} \cdot \sqrt[12]{2^4 \cdot a^4 \cdot b^4}}{2^4 \cdot 3^3 \cdot 10^2 \cdot a} = \frac{x^2 \sqrt[12]{\frac{2^4 \cdot a^4 \cdot b^{25}}{2^{12} \cdot a^{12}}}}{900} = \frac{x^2 \cdot b^2}{900} \cdot \sqrt[12]{\frac{b}{2^8 \cdot a^8}} \end{aligned}$$

Cuestionario resumen en radicales. (Página 76).

3.- Resuelve las siguientes operaciones y simplifica el resultado:

$$(a). \quad \sqrt[3]{x} \cdot \left(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x^5} \right) =$$

Solución:

$$\left(\sqrt[3]{x} \right) \cdot \left(\sqrt[3]{x^2} \right) + \left(\sqrt[3]{x} \right) \cdot \left(\sqrt[3]{x^5} \right) = \sqrt[3]{x^3} + \sqrt[3]{x^6} = x + x^2$$

$$(b).- \quad \frac{\left(\sqrt[5]{y} \right) \cdot \left(\sqrt[5]{y} \right)}{\left(\sqrt[5]{y} \right)} =$$

Solución:

$$\sqrt[5]{y}$$

$$\textcircled{a}.- \quad \sqrt{b^4} \cdot \sqrt{b^{-3}} \cdot \sqrt{b^{-1}} \cdot \sqrt{b^6} =$$

Solución:

$$\sqrt{b^{4-3-1+6}} = \sqrt{b^6} = b^3$$

$$(d).- \sqrt{\sqrt{a}} \cdot \left(\sqrt[4]{a^3}\right)^3 \div \sqrt{a\sqrt{a}} =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[4]{a^9}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}} &= \frac{(a^2) \cdot \sqrt[4]{a}}{\sqrt{a}} = \frac{a^2 \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt{a}}{(\sqrt{a}) \cdot \sqrt{a}} = a \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{a} = \\ &= a \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[4]{a^2} = a \sqrt[4]{a^3} \end{aligned}$$

$$(e).- \frac{\sqrt[n]{a^2} \cdot \sqrt[n]{a^4}}{\sqrt[n]{a^5} \cdot \sqrt[n]{a}} =$$

Solución:

$$\frac{\sqrt[n]{a^6}}{\sqrt[n]{a^6}} = 1$$

$$(f).- \frac{\sqrt[3]{(a^2 - b^2)} \cdot \sqrt[3]{a^2 + 2ab + b^2}}{\sqrt[3]{a^2 - 2ab + b^2}} =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[3]{(a+b)(a-b)} \cdot \sqrt[3]{(a+b)^2}}{\sqrt[3]{(a-b)^2}} &= \frac{\sqrt[3]{(a-b)}}{\sqrt[3]{(a-b)}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{(a-b)}} \cdot \left[\sqrt[3]{(a+b)} \cdot \sqrt[3]{(a+b)^2} \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt[3]{(a-b)}} \cdot \sqrt[3]{(a+b)^3} = \frac{(a+b)}{\sqrt[3]{(a-b)}} \end{aligned}$$

4.- Calcula los siguientes productos y simplifica:

$$(a).- \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[15]{32} =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[5]{2^4} \cdot \sqrt[15]{2^5} &= \sqrt[30]{2^{20}} \cdot \sqrt[30]{2^{15}} \cdot \sqrt[30]{2^{24}} \cdot \sqrt[30]{2^{10}} = \\ &= \sqrt[30]{2^{20+15+24+10}} = \sqrt[30]{2^{69}} = 2^2 \cdot \sqrt[30]{2^9} = 4 \cdot \sqrt[10]{2^3} = 4\sqrt[3]{8} \end{aligned}$$

(b).- $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3} =$

Solución:

$$\sqrt[12]{a^6} \cdot \sqrt[12]{a^8} \cdot \sqrt[12]{a^9} = \sqrt[12]{a^{6+8+9}} = \sqrt[12]{a^{23}} = a\sqrt[12]{a^{11}}$$

©.- $\sqrt{xy^3} \cdot \sqrt{xy} \cdot \sqrt[5]{x^3y^4} =$

Solución:

$$\begin{aligned} \sqrt[10]{x^5y^{15}} \cdot \sqrt[10]{x^5y^5} \cdot \sqrt[10]{x^6y^8} &= \sqrt[10]{x^{5+5+6}y^{15+5+8}} = \\ &= \sqrt[10]{x^{16}y^{28}} = \sqrt[5]{x^8y^{14}} = xy^2 \cdot \sqrt[5]{x^3y^4} \end{aligned}$$

(d).- $\left(\sqrt[3]{ab^2}\right)^2 \cdot \left(\sqrt[3]{\sqrt{a^7}}\right) \cdot \left(\sqrt{ab}\right) =$

Solución:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{a^2b^4} \cdot \sqrt[6]{a^7} \cdot \sqrt{ab} &= \sqrt[6]{a^4b^8} \cdot \sqrt[6]{a^7} \cdot \sqrt[6]{a^3b^3} = \\ &= \sqrt[6]{a^{4+7+3}b^{8+3}} = \sqrt[6]{a^{14}b^{11}} = a^2b\sqrt[6]{a^2b^5} \end{aligned}$$

(e).- $\sqrt{m+n} \cdot \sqrt[3]{(m+n)^2} \cdot \sqrt[5]{(m+n)^4} =$

Solución:

$$\left(\sqrt[30]{(m+n)^{15}} \right) \cdot \left(\sqrt[30]{(m+n)^{20}} \right) \cdot \left(\sqrt[30]{(m+n)^{24}} \right) = \\ = \sqrt[30]{(m+n)^{15+20+24}} = \sqrt[30]{(m+n)^{59}} = (m+n) \cdot \sqrt[30]{(m+n)^{29}}$$

5.- Efectúa los siguientes cocientes y simplifica:

$$(a).- \left(\sqrt{125} \right) \div \left(\sqrt[3]{-25} \right) =$$

Solución:

$$\frac{\sqrt{5^3}}{\sqrt[3]{-5^2}} = \frac{\sqrt[6]{5^9}}{\sqrt[6]{(-5^2)^2}} = \frac{\sqrt[6]{5^9}}{\sqrt[6]{5^4}} = \sqrt[6]{\frac{5^9}{5^4}} = \sqrt[6]{5^{9-4}} = \sqrt[6]{5^5}$$

$$(b).- \sqrt[3]{3a^2b} \div \sqrt{27ab} =$$

Solución:

$$\frac{\sqrt[3]{3a^2b}}{\sqrt{2^3ab}} = \frac{\sqrt[6]{(3a^2b)^2}}{\sqrt[6]{(2^3ab)^3}} = \frac{\sqrt[6]{3^2a^4b^2}}{\sqrt[6]{2^9a^3b^3}} = \sqrt[6]{\frac{3^2a^4b^2}{3^9a^3b^3}} = \\ = \sqrt[6]{\frac{a}{3^7b}} = \frac{1}{3} \sqrt[6]{\frac{a}{3b}}$$

$$\textcircled{c}.- \sqrt[5]{m^3np^{18}} \div \sqrt[15]{mn^2p} =$$

Solución:

$$\frac{\sqrt[5]{m^3np^{18}}}{\sqrt[15]{mn^2p}} = \frac{\sqrt[15]{m^9n^3p^{54}}}{\sqrt[15]{mn^2p}} = \sqrt[15]{\frac{m^9n^3p^{54}}{mn^2p}} = \sqrt[15]{m^8np^{53}} = \\ = p^3 \cdot \sqrt[15]{m^8np^8}$$

$$(d).- \sqrt{x^2 - 1} \div \sqrt[3]{x^2 + 2x + 1} =$$

Solución:

$$\frac{\sqrt{(x+1) \cdot (x-1)}}{\sqrt[3]{(x+1)^2}} = \frac{\sqrt[6]{(x+1)^3 \cdot (x-1)^3}}{\sqrt[6]{(x+1)^4}} =$$

$$= \sqrt[6]{\frac{(x+1)^3 \cdot (x-1)^3}{(x+1)^4}} = \sqrt[6]{\frac{(x-1)^3}{(x+1)}}$$

(e).- $\sqrt[m]{ab} \div \sqrt[2m]{ab} =$

Solución:

$$\frac{\sqrt[m]{ab}}{\sqrt[2m]{ab}} = \frac{\sqrt[2m]{(ab)^2}}{\sqrt[2m]{ab}} = \sqrt[2m]{\frac{a^2b^2}{ab}} = \sqrt[2m]{ab}$$

6.- Resuelve las siguientes operaciones combinadas de radicación y simplifica el resultado:

(a).- $\frac{\sqrt{x^3} \cdot \sqrt[5]{x}}{\sqrt[10]{x^7}} =$

Solución:

$$\frac{\left(\sqrt[10]{x^{15}}\right) \cdot \left(\sqrt[10]{x^2}\right)}{\sqrt[10]{x^7}} = \sqrt[10]{\frac{x^{17}}{x^7}} = \sqrt[10]{x^{10}} = x$$

(b).- $\frac{\sqrt{\sqrt{a}} \cdot (\sqrt[3]{a})^2}{\sqrt[6]{a^5}} =$

Solución:

$$\frac{\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[6]{a^5}} = \frac{\sqrt[12]{a^3} \cdot \sqrt[12]{a^8}}{\sqrt[12]{a^{10}}} = \sqrt[12]{\frac{a^{11}}{a^{10}}} = \sqrt[12]{a}$$

$$\textcircled{c} \cdot \frac{\sqrt{3x^5y} \cdot \sqrt[4]{27x^3y^5}}{\sqrt[3]{9x^2y^2}} =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3x^5y} \cdot \sqrt[4]{3^3x^3y^5}}{\sqrt[3]{3^2x^2y^2}} &= \frac{\sqrt[12]{3^6x^{30}y^6} \cdot \sqrt[12]{3^9x^9y^{15}}}{\sqrt[12]{3^8x^8y^8}} = \\ &= \sqrt[12]{\frac{3^{15}x^{39}y^{21}}{3^8x^8y^8}} = \sqrt[12]{3^7x^{31}y^{13}} = x^2y \cdot \sqrt[12]{3^7x^7y} \end{aligned}$$

$$\text{(d).-} \frac{\sqrt{a\sqrt[3]{ab^2c}} \cdot (\sqrt{abc^7})^3}{\sqrt[5]{a^3b^2c}} =$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[6]{ab^2c} \cdot \sqrt{(a^3b^3c^{21})}}{\sqrt[5]{a^3b^2c}} &= \frac{\sqrt[30]{a^{15}} \cdot \sqrt[30]{a^5b^{10}c^5} \cdot \sqrt[30]{a^{45}b^{45}c^{315}}}{\sqrt[30]{a^{18}b^{12}c^6}} = \\ &= \sqrt[30]{a^{47}b^{43}c^{314}} = abc^{10} \cdot \sqrt[30]{a^{17}b^{13}c^{14}} \end{aligned}$$

(e).-

$$\frac{\sqrt{x^3y} \cdot \sqrt[3]{x^2y^5}}{y^{\frac{1}{2}}} =$$

Solución:

$$\frac{\sqrt[6]{x^9y^3} \cdot \sqrt[6]{x^4y^{10}}}{\sqrt[6]{y^3}} = \sqrt[6]{x^{9+4}y^{3+10-3}} = \sqrt[6]{x^{13}y^{10}} = x^2y \cdot \sqrt[6]{xy^4}$$

$$(f).- \frac{\left(\sqrt{a+b}\right) \cdot \left(\sqrt[3]{a+b}\right)^2}{\left(\sqrt[4]{a+b}\right)} =$$

Solución:

$$\frac{\sqrt[12]{(a+b)^6} \cdot \sqrt[12]{(a+b)^8}}{\sqrt[12]{(a+b)^3}} = \sqrt[12]{(a+b)^{6+8-3}} = \sqrt[12]{(a+b)^{11}}$$

$$(g).- \frac{\sqrt[4]{xz\sqrt{x}} \cdot z^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt{xz}} =$$

Solución:

$$\frac{\sqrt[4]{xz} \cdot \sqrt[8]{x}}{\sqrt{xz} \cdot \sqrt[3]{z}} = \frac{\sqrt[24]{x^6 \cdot z^6} \cdot \sqrt[24]{x^3}}{\sqrt[24]{x^{12} \cdot z^{12}} \cdot \sqrt[24]{z^8}} = \sqrt[24]{\frac{x^9 \cdot z^6}{x^{12} \cdot z^{20}}} = \sqrt[24]{\frac{1}{x^3 \cdot z^{14}}}$$

$$(h).- \sqrt{ab} \cdot \left(\sqrt[3]{ab} - \sqrt[3]{a^2b^2}\right) =$$

Solución:

$$\sqrt[6]{a^3b^3} \cdot \left(\sqrt[6]{a^2b^2} - \sqrt[6]{a^4b^4}\right) = \sqrt[6]{a^5b^5} - \sqrt[6]{a^7b^7} = \sqrt[6]{a^5b^5} - ab\sqrt[6]{ab}$$

7.- Realiza las operaciones indicadas en los siguientes radicales:

$$(a).- 3\sqrt{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\sqrt[4]{2} + \sqrt[12]{2^3} =$$

Solución:

$$3\sqrt[4]{2} - \frac{1}{2}\sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{2} \left(3 - \frac{1}{2} + 1\right) = \sqrt[4]{2} \left(3 + \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}\right) \cdot \sqrt[4]{2}$$

$$(b).- \sqrt{16x+16} - \sqrt{4x+4} =$$

Solución:

$$\begin{aligned}\sqrt{16 \cdot (x+1)} - \sqrt{4 \cdot (x+1)} &= 4 \cdot \sqrt{x+1} - 2\sqrt{x+1} = \\ &= \sqrt{x+1} \cdot (4 - 2) = 2\sqrt{x+1}\end{aligned}$$

④.- $\frac{\sqrt{9y}}{3} - \frac{\sqrt{4y}}{2} =$

Solución:

$$\frac{3\sqrt{y}}{3} - \frac{2\sqrt{y}}{2} = \sqrt{y} - \sqrt{y} = 0$$

(d).- $(5 + \sqrt{a}) \cdot (\sqrt{a} + 2) =$

Solución:

$$(\sqrt{a} + 5) \cdot (\sqrt{a} + 2) = [a + 7\sqrt{a} + 10]$$

(e).- $(\sqrt{2x} + \sqrt{3y}) \cdot (\sqrt{2x} - \sqrt{3y}) =$

Solución:

Se aplica $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2 = 2x - 3y$

(f).- $(\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y}) \cdot (\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}) =$

Solución:

$$(x+y) - (x-y) = 2y$$

(g).- $2\sqrt{32} - 3\sqrt{2} + \frac{1}{3}\sqrt{8} =$

Solución:

$$2\sqrt{2^5} - 3\sqrt{2} + \frac{1}{3}\sqrt{2^3} = 8\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \frac{2}{3}\sqrt{2} =$$

$$= 5\sqrt{2} + \frac{2}{3}\sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot \left(5 + \frac{2}{3}\right) = \frac{17}{3}\sqrt{2}$$

(h).- $\sqrt{9ab^3} - \sqrt{4ab^3} =$

Solución:

$$3b\sqrt{ab} - 2b\sqrt{ab} = b\sqrt{ab}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #88.

Tema: Cálculo de raíz cuadrada.

Fecha: _____

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno: _____

Sección del alumno: _____

CONDICIONES:

- Trabajo individual.
- Sin libros, ni cuadernos, ni notas.
- Sin celulares.
- Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.
- No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.
- No pueden moverse de su asiento. ni pedir boras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.

Marco Teórico:

Cálculo de una raíz cuadrada exacta.

Ejemplo #1.

Encontrar el valor de $\sqrt{133956} =$

Solución:

1).- Se separan las cifras del número dado en grupos de dos cifras, comenzando por la derecha. El último número puede tener una o dos cifras.

2).- Se extrae la raíz cuadrada más próxima del primer grupo de cifras (13), que en este caso sería por defecto 3, y ésta es la primera cifra de la raíz buscada.

3).- Esta cifra se eleva al cuadrado y se resta y se resta del primer grupo de cifras (13).

$$\begin{array}{r} \sqrt{133956} \quad |3 \\ -9 \\ \hline 4 \end{array}$$

4).- A la derecha de esta diferencia se baja el segundo grupo de cifras y se separa la primera cifra de la derecha.

$$\begin{array}{r} \sqrt{133956} \quad |3 \\ -9 \\ \hline 439 \end{array}$$

5) Se duplica la raíz hallada y el resultado se coloca debajo del 3.

$$\begin{array}{r} \sqrt{133956} \quad |3 \\ -9 \qquad \quad 2 \cdot 3 = 6 \\ \hline 439 \end{array}$$

6).- Se dividen las dos primeras cifras del nuevo resto (43) entre el doble de la raíz hallada (6), es decir, $43 \div 6 = 7$, (sólo se escribe la parte entera del cociente). Este cociente (7) representará la cifra siguiente de la raíz. Para probar si esta cifra (7) sirve, se escribe a la derecha del doble de la raíz hallada (6) y su multiplica por el mismo (7); esto es $67 \cdot 7 = 469$. Si este producto se puede restar de 439 sirve; si no se puede restar, como es el caso, se disminuye una unidad al 7, en este caso queda 6. Luego se prueba con 6: $66 \cdot 6 = 396$. Como este número se puede restar de 439, sirve y el 6 sube a la raíz. Luego se resta 396 de 439.

$$\begin{array}{r} \sqrt{133956} \quad |36 \\ -9 \qquad \quad 2 \cdot 3 = 6 \\ \hline 439 \qquad \quad 67 \cdot 7 = \\ -396 \qquad \quad 66 \cdot 6 = 396 \\ \hline 43 \end{array}$$

7).- Se baja 56 y del nuevo resto se separa la primera cifra de la derecha, es decir, el 6.

8).- Se duplica la raíz hallada: $36 \cdot 2 = 72$.

$$\begin{array}{r} \sqrt{133956} \quad |36 \\ -9 \qquad \quad 2 \cdot 3 = 6 \\ \hline 439 \qquad \quad 66 \cdot 6 = 396 \\ -396 \qquad \quad 36 \cdot 2 = 72 \\ \hline 4356 \end{array}$$

9).- Se dividen las tres cifras del nuevo resto (435) entre el doble de la raíz hallada (72), así: $435 \div 72 = 6$, (sólo se escribe la parte entera del cociente). Este cociente (6) representará la siguiente cifra de la raíz. Para probar si esta cifra (6) sirve, se escribe a la derecha del doble de la raíz hallada (72) y se multiplica por el mismo (6); esto es: $726 \cdot 6 = 4356$. Como este último número se puede restar del último residuo, 4356, sirve y el (6) sube a la raíz.

$$\begin{array}{r} \sqrt{133956} \quad |366 \\ -9 \qquad \quad 2 \cdot 3 = 6 \\ \hline 439 \qquad \quad 66 \cdot 6 = 396 \\ -396 \qquad \quad 36 \cdot 2 = 72 \\ \hline 4356 \qquad \quad 726 \cdot 6 = 4.356 \\ -4356 \\ \hline 0 \end{array}$$

Cuando el nuevo resto es cero y en el radicando no hay más grupos de números con los cuales seguir operando, el cálculo de la raíz cuadrada se concluye y el resultado será el divisor de la operación desarrollada, o sea: $\sqrt{133956} = 366$.

PREGUNTAS:

Cálculo de una raíz cuadrada exacta. Santillana 9no grado, página 51.

1.- Calcula las siguientes raíces cuadradas:

a).- $\sqrt{9409} =$

Solución:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{9409} & |97 \\ -81 & 9 \cdot 2 = 18 \\ \hline 1309 & 187 \cdot 7 = 1309 \\ -1309 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

b).- $\sqrt{641601} =$

Solución:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{641601} & |801 \\ -6400 & 80 \cdot 2 = 160 \\ \hline 1601 & 1601 \cdot 1 = 1601 \\ -1601 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

c).- $\sqrt{822649} =$

Solución:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{822649} & |907 \\ -8100 & 2 \cdot 90 = 180 \\ \hline 12649 & 1807 \cdot 7 = 12649 \\ -12649 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

d).- $\sqrt{1522756} =$

Solución:

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{1522756} & |1234 \\
 -144 & 12 \cdot 2 = 24 \\
 \hline
 827 & 243 \cdot 3 = 729 \\
 -729 & 123 \cdot 2 = 246 \\
 \hline
 9856 & 2464 \cdot 4 = 9856 \\
 -9856 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

e).- $\sqrt{337561} =$

Solución:

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{337561} & |581 \\
 -25 & 5 \cdot 2 = 10 \\
 \hline
 875 & 108 \cdot 8 = 864 \\
 -864 & 58 \cdot 2 = 116 \\
 \hline
 1161 & 1161 \cdot 1 = 1.161 \\
 -1161 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

f).- $\sqrt{1521} =$

Solución:

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{1521} & |39 \\
 -9 & 2 \cdot 3 = 6 \\
 \hline
 621 & 69 \cdot 9 = 621 \\
 -621 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

g).- $\sqrt{19881} =$

Solución:

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{19881} & |141 \\
 -196 & 14 \cdot 2 = 28 \\
 \hline
 281 & 281 \cdot 1 = 281 \\
 -281 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

h).- $\sqrt{14400} =$

Solución:

$$\sqrt{14400} = \sqrt{(144) \cdot (100)}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{14400} & |120 \\ -144 & 12 \cdot 2 = 24 \\ 00 & \end{array}$$

i).- $\sqrt{128164} =$

Solución:

$$\begin{array}{r} \sqrt{128164} & |358 \\ -9 & 2 \cdot 3 = 6 \\ \hline 381 & 65 \cdot 5 = 325 \\ -325 & 35 \cdot 2 = 70 \\ \hline 5664 & 708 \cdot 8 = 5664 \\ -5664 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

j).- $\sqrt{49284} =$

Solución:

$$\begin{array}{r} \sqrt{49284} & |72 \\ -49 & 2 \cdot 7 = 14 \\ \hline 284 & 142 \cdot 2 = 284 \\ -284 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

k).- $\sqrt{181476} =$

Solución:

$$\begin{array}{r} \sqrt{181476} & |426 \\ -16 & 2 \cdot 4 = 8 \\ \hline 214 & 82 \cdot 2 = 164 \\ -164 & 42 \cdot 2 = 84 \\ \hline 5076 & 846 \cdot 6 = 5.076 \\ -5.076 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\text{l).- } \sqrt{160000} =$$

Solución:

$$\sqrt{160000} = \sqrt{(16)(10.000)} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{10.000} = 4 \cdot 100 = 400$$

$$\text{m). } \sqrt{131044} =$$

Solución:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{131044} & |362 \\ -9 & 2 \cdot 3 = 6 \\ \hline 410 & 66 \cdot 6 = 396 \\ -396 & 36 \cdot 2 = 72 \\ \hline 1444 & 722 \cdot 2 = 1.444 \\ -1.444 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\text{n).- } \sqrt{962361} =$$

Solución:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{962361} & |981 \\ -81 & 2 \cdot 9 = 18 \\ \hline 1523 & 188 \cdot 8 = 1.504 \\ -1.504 & 98 \cdot 2 = 196 \\ \hline 1961 & 1.961 \cdot 1 = 1.961 \\ -1.961 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\text{n).- } \sqrt{788.544} =$$

Solución:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{788544} & |888 \\ -64 & 2 \cdot 8 = 16 \\ \hline 1485 & 168 \cdot 8 = 1.344 \\ -1344 & 88 \cdot 2 = 176 \\ \hline 14144 & 1768 \cdot 8 = 14.144 \\ -14.144 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$o).- \sqrt{207.936} =$$

Solución:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{207936} & | 456 \\ -16 & 2 \cdot 4 = 8 \\ \hline 479 & 85 \cdot 5 = 425 \\ -425 & 45 \cdot 2 = 90 \\ \hline 5436 & 906 \cdot 6 = 5 \cdot 436 \\ -5 \cdot 436 & \\ \hline 0 & \end{array}$$