Guía de actividades

VALOR ABSOLUTO

Profesor Fernando Viso

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #69C.
Tema: Inecuaciones de valor absoluto de mayor complejidad.
(Continuación)---------------(Hoffmann- 3r año).
Fecha: ____________
Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____
Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

1.- $|x| < k \Rightarrow -k < x < k$

2.-
$|x| > k \Rightarrow$
$x > k$
$x < -k$

PREGUNTAS:

Ejercicio 95. Resolver las siguientes ecuaciones:

1.- $2 < |x+5| < 11$

Solución: Los intervalos c considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \qquad \boxed{-5} \qquad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty, -5)$:

$2 < -(x+5) < 11 \Rightarrow 7 < -x < 16 \Rightarrow -7 > x > -16 \Rightarrow (-16, -7)$

Para el intervalo $(-5,+\infty)$:

$$2<(x+5)<11 \Rightarrow -3<x<6 \Rightarrow (-3,6)$$

Entonces, la solución del ejercicio es $(-16,-7)\cup(-3,6)$.

2.- $3 \leq |2x+1| \leq 13$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \;\text{———}\; \boxed{-\frac{1}{2}} \;\text{———}\; \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$:

$$3 \leq -(2x+1) \leq 13 \Rightarrow 3 \leq -2x-1 \leq 13 \Rightarrow 4 \leq -2x \leq 14 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -14 \leq 2x \leq -4 \Rightarrow -7 \leq x \leq -2 \Rightarrow [-7,-2]$$

Para el intervalo $\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$:

$$3 \leq (2x+1) \leq 13 \Rightarrow 2 \leq 2x \leq 12 \Rightarrow 1 \leq x \leq 6 \Rightarrow [1,6]$$

La solución del ejercicio es $[-7,-2]\cup[1,6]$

3.- $2<\left|\frac{3x-5}{2}\right|<10$

Solución:

$$4<|3x-5|<20$$

Los intervalos a considerar son los siguientes

$$\boxed{-\infty} \;\text{———}\; \boxed{\frac{5}{3}} \;\text{———}\; \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,\frac{5}{3}\right)$:

$$4 < -\left(3x-5\right) < 20 \Rightarrow 4 < -3x+5 < 20 \Rightarrow -1 < -3x < 15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 > 3x > -15 \Rightarrow \frac{1}{3} > x > -5 \Rightarrow \left(-5, \frac{1}{3}\right).$$

Para el intervalo $\left(\frac{5}{3}, +\infty\right)$:

$$4 < \left(3x-5\right) < 20 \Rightarrow 9 < 3x < 25 \Rightarrow 3 < x < \frac{25}{3} \Rightarrow \left(3, \frac{25}{3}\right).$$

La solución del ejercicio es $\left(-5, \frac{1}{3}\right) \cup \left(3, \frac{25}{3}\right)$

4.- $5 < \left|4x-3\right| \le 13$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \;\text{———}\; \boxed{\frac{3}{4}} \;\text{———}\; \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty, \frac{3}{4}\right)$:

$$5 < -\left(4x-3\right) \le 13 \Rightarrow 5 < -4x+3 \le 13 \Rightarrow 2 < -4x \le 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} > x \ge -\frac{5}{2} \Rightarrow [-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2})$$

Para el intervalo $\left(\frac{3}{4}, +\infty\right)$:

$$5 < 4x-3 \le 13 \Rightarrow 8 < 4x \le 16 \Rightarrow 2 < x \le 4 \Rightarrow (2,4].$$

La solución del ejercicio es: $[-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}) \cup (2,4].$

5.- $5,2 \le \left|0,2x+1,6\right| < 6,4$

Solución:
Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \;\text{———}\; \boxed{-8} \;\text{———}\; \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-8\right)$:

$$5,2 \le -\left(0,2x+1,6\right) < 6,4 \Rightarrow 5,2 \le -0,2x-1,6 < 6,4 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 6,8 \le -0,2x < 8 \Rightarrow -6,8 \ge 0,2x > -8 \Rightarrow -34 \ge x > -40 \Rightarrow (-40,-34]$$

Para el intervalo $\left(-8,+\infty\right)$:

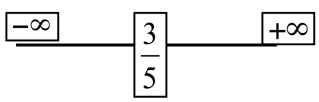
$$5,2 \le 0,2x+1,6 < 6,4 \Rightarrow 3,6 \le 0,2x < 4,8 \Rightarrow 18 \le x < 24 \Rightarrow [18,24).$$

La solución del ejercicio es $(-40,-34] \cup [18,24)$.

6.- $21 < \left|5x-3\right| \le x+32$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:



Para el intervalo $\left(-\infty,\dfrac{3}{5}\right)$:

$$21 < -\left(5x-3\right) \le x+32 \Rightarrow 21 < -5x+3 \le x+32 \Rightarrow 18 < -5x \Rightarrow x < -\frac{18}{5};$$
$$\Rightarrow -5x+3 \le x+32 \Rightarrow x \ge -\frac{29}{6} \Rightarrow [-\frac{29}{6},-\frac{18}{5}).$$

Para el intervalo $\left(\dfrac{3}{5},+\infty\right)$:

$$21 < 5x-3 \le x+32$$
$$21 < 5x-3 \Rightarrow 24 < 5x \Rightarrow x > \frac{24}{5}$$
$$5x-3 \le x+32 \Rightarrow 4x \le 35 \Rightarrow x \le \frac{35}{4} \Rightarrow (\frac{24}{5},\frac{35}{4}]$$

La solución del ejercicio es $[-\dfrac{29}{6},-\dfrac{18}{5}) \cup (\dfrac{24}{5},\dfrac{35}{4}]$

7.- $5 \le |x+1| \le 2x+7$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$-\infty$	-1	$+\infty$

Para el intervalo $(-\infty,-1)$:

$$5 \le -(x+1) \Rightarrow 6 \le -x \Rightarrow x \le -6$$
$$-(x+1) \le 2x+7 \Rightarrow -x-1 \le 2x+7 \Rightarrow 3x \ge -8 \Rightarrow x \ge -\frac{8}{3}.$$

Aunque los valores encontrados pertenecen al intervalo considerado, no existe intercepción alguna entre ellos.

Para el intervalo $(-1.+\infty)$:

$$5 \le x+1 \Rightarrow x \ge 4.$$
$$x+1 \le 2x+7 \Rightarrow x \ge -6.$$

El valor de $x \ge -6$ no pertenece al intervalo considerado.

Solución del ejercicio $[4,+\infty)$.

8.- $3 \le 5-x \le |1-2x|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$

Para el intervalo $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$:

En este caso, con este intervalo $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$, hay que tener cuidado ya que aquí $(1-2x)>0$; luego

$3 \le 5 - x \le 1 - 2x \Rightarrow$

$3 \le 5 - x \Rightarrow x \le 2(NO)$

$5 - x \le 1 - 2x \Rightarrow x \le -4 \Rightarrow (-\infty, -4]$.

Para el intervalo $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$:

$3 \le 5 - x \Rightarrow x \le 2$

$5 - x \le -(1 - 2x) \Rightarrow 5 - x \le -1 + 2x \Rightarrow 6 \le 3x \Rightarrow x \ge 2 \Rightarrow \{2\}$

La solución del ejercicio es $(-\infty, -4] \cup \{2\}$

9.- $x - 3 \le |x + 1| < 2x - 5$

Solución:

Cuando se dice NO, quiere decir que el valor encontrado no pertenece al intervalo considerado.

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$-\infty \quad | -1 \quad +\infty$

Para el intervalo $(-\infty, -1)$:

$x - 3 \le -(x + 1) \Rightarrow x - 3 \le -x - 1 \Rightarrow 2x \le 2 \Rightarrow x \le 1(NO)$

$-(x + 1) < 2x - 5 \Rightarrow -x - 1 < 2x - 5 \Rightarrow 4 < 3x \Rightarrow x > \frac{4}{3}(NO)$

Para el intervalo $(-1, +\infty)$:

$x - 3 \le x + 1 \Rightarrow -3 \le +1(absurdo)$.

$x + 1 < 2x - 5 \Rightarrow x > 6 \Rightarrow (6, +\infty)$

La solución del ejercicio es $(6, +\infty)$.

10.- $x + 4 < |2x + 6| \le 5x - 1$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$
\begin{array}{ccc|c}
-\infty & & -3 & +\infty
\end{array}
$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-3\right)$:

$$x+4<-\left(2x+6\right)\Rightarrow x+4<-2x-6\Rightarrow 10<-3x\Rightarrow 3x<-10\Rightarrow x<-\frac{10}{3}$$

$$-\left(2x+6\right)\le 5x-1\Rightarrow -2x-6\le 5x-1\Rightarrow 7x\ge -5\Rightarrow x\ge -\frac{5}{7}$$

Los valores difieren en diferentes sentidos sin interferencia.

Para el intervalo $\left(-3,+\infty\right)$:

$$x+4<2x+6\Rightarrow x>-2.$$

$$2x+6\le 5x-1\Rightarrow 3x\ge 7\Rightarrow x\ge \frac{7}{3}\Rightarrow [\frac{7}{3},+\infty).$$

La solución del ejercicio es $[\frac{7}{3},+\infty)$

11.- $3-x<\left|2x+5\right|\le 5x-1$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$
\begin{array}{c|cc}
-\infty & -\frac{5}{2} & +\infty
\end{array}
$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right)$:

$$3-x<-\left(2x+5\right)\Rightarrow 3-x<-2x-5\Rightarrow x<-8.$$

$$-\left(2x+5\right)\le 5x-1\Rightarrow -2x-5\le 5x-1\Rightarrow 7x\ge -4$$

Difieren, no hay intercepción entre las posibles soluciones.

Para el intervalo $\left(-\frac{5}{2},+\infty\right)$:

$3-x<2x+5 \Rightarrow 3x>-2 \Rightarrow x>-\frac{2}{3}.$

$2x+5 \le 5x-1 \Rightarrow 3x \ge 6 \Rightarrow x \ge 2 \Rightarrow [2,+\infty)$

La solución del ejercicio es entonces $[2,+\infty)$.

12.- $|5x-4| \le 3x+2 \le 4x-1$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$-\infty$	$\frac{4}{5}$	$+\infty$

Para el intervalo $\left(-\infty,\frac{4}{5}\right)$:

$-(5x-4) \le 3x+2 \Rightarrow -5x+4 \le 3x+2 \Rightarrow 8x \ge 2 \Rightarrow x \ge \frac{1}{4}(NO)$

$3x+2 \le 4x-1 \Rightarrow x \ge 3(NO)$

Para el intervalo $\left(\frac{4}{5},+\infty\right)$:

$5x-4 \le 3x+2 \Rightarrow 2x \le 6 \Rightarrow x \le 3$

$3x+2 \le 4x-1 \Rightarrow x \ge 3 \Rightarrow \{3\}.$

La solución del ejercicio es $\{3\}$.

13.- $5x+4<|2x+3|<x+5$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right)$:

$$5x+4<-(2x+3)\Rightarrow 5x+4<-2x-3\Rightarrow 7x<-7\Rightarrow x<-1(NO)$$

$$-(2x+3)<x+5\Rightarrow -2x-3<x+5\Rightarrow 3x>-8\Rightarrow x>-\frac{8}{3}.$$

Para el intervalo $\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)$:

$$5x+4<2x+3\Rightarrow 3x<-1\Rightarrow x<-\frac{1}{3}$$

$$2x+3<x+5\Rightarrow x<2$$

La solución del ejercicio es $\left(-\frac{3}{8},-\frac{1}{3}\right)$.

14.- $x-1\leq 3x-2<|x-4|$.

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$-\infty$	4	$+\infty$

Para el intervalo $(-\infty,4)$:

$$x-1\leq 3x-2\Rightarrow 2x\geq 1\Rightarrow x\geq\frac{1}{2}$$

$$3x-2<-(x-4)\Rightarrow 4x<6\Rightarrow x<\frac{3}{2}\Rightarrow [\frac{1}{2},\frac{3}{2}).$$

Para el intervalo $(4,+\infty)$:

$$x-1\leq 3x-2\Rightarrow x\geq\frac{1}{2}$$

$$3x-2<x-4\Rightarrow 2x<-2(NO)$$

La solución del ejercicio es $[\frac{1}{2},\frac{3}{2})$

15.- $|x+3|<7\leq|5-x|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$-\infty$	-3	5	$+\infty$

Para el intervalo $\left(-\infty,-3\right)$:

$-\left(x+3\right)<7 \Rightarrow -x-3<7 \Rightarrow x>-10.$

$7 \leq \left(5-x\right) \Rightarrow 7 \leq 5-x \Rightarrow x \leq -2 \Rightarrow (-10,-2].$

Para el intervalo $\left(-3,5\right)$:

$x+3<7 \Rightarrow x<4.$

$7 \leq \left(5-x\right) \Rightarrow 7 \leq 5-x \Rightarrow x \leq -2$

Para el intervalo $\left(5,+\infty\right)$:

$x+3<7 \Rightarrow x<4$

$7 \leq -\left(5-x\right) \Rightarrow 7 \leq -5+x \Rightarrow x \geq 12.$

Aquí no hay intercepción entre los valores encontrados.

La solución del ejercicio es $(-10,-2].$

16.- $\left|x-6\right| \leq \left|3x+1\right| < 15$

Solución:

$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	6	$+\infty$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$:

$-\left(x-6\right) \leq -\left(3x+1\right) \Rightarrow 3x+1 \leq x-6 \Rightarrow 2x \leq -7 \Rightarrow x \leq -\frac{7}{2}$

$-\left(3x+1\right)<15 \Rightarrow -3x-1<15 \Rightarrow x<-\frac{16}{3} \Rightarrow (-\frac{16}{3},-\frac{7}{2}]$

Para el intervalo $\left(-\frac{1}{3},6\right)$:

$$-(x-6) \le (3x+1) \Rightarrow -x+6 \le 3x+1 \Rightarrow 4x \ge 5 \Rightarrow x \ge \frac{5}{4}$$

$$(3x+1) < 15 \Rightarrow 3x+1 < 15 \Rightarrow x < \frac{14}{3} \Rightarrow [\frac{5}{4}, \frac{14}{3})$$

Para el intervalo $(6, +\infty)$:

$$(x-6) \le (3x+1) \Rightarrow x-6 \le 3x+1 \Rightarrow 2x \ge -7 \Rightarrow x \ge -\frac{7}{2}(NO)$$

$$(3x+1) < 15 \Rightarrow x < \frac{14}{3}$$

La solución del ejercicio es $(-\frac{16}{3}, -\frac{7}{2}] \cup [\frac{5}{4}, \frac{14}{3})$

17.- $|x+3| \le |3x-1| < x-7$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$-\infty$	-3	$\frac{1}{3}$	$+\infty$

Para el intervalo $(-\infty, -3)$:

$$-(x+3) \le -(3x-1) \Rightarrow 3x-1 \le x+3 \Rightarrow x \le 2(NO)$$

$$-(3x-1) < x-7 \Rightarrow -3x+1 < x-7 \Rightarrow x > 2(NO)$$

Para el intervalo $\left(-3, \frac{1}{3}\right)$:

$$(x+3) \le -(3x-1) \Rightarrow x+3 \le -3x+1 \Rightarrow 4x \le -2 \Rightarrow x \le -\frac{1}{2}$$

$$-(3x-1) < x-7 \Rightarrow -3x+1 < x-7 \Rightarrow 4x > 8 \Rightarrow x > 2$$

Los valores encontrados difieren, no se interceptan.

Para el intervalo $\left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$:

$$(x+3) \le (3x-1) \Rightarrow 4 \le 2x \Rightarrow x \ge 2$$
$$(3x-1) < x-7 \Rightarrow 3x-1 < x-7 \Rightarrow 2x < -6 \Rightarrow x < -3(NO)$$

La solución del ejercicio es entonces un intervalo vacío $\{\varnothing\}$.

18.- $|1-x| \le 2x-1 \le |x-3|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$-\infty$	1	3	$+\infty$

Para el intervalo $(-\infty,1)$:

$$(1-x) \le 2x-1 \Rightarrow 2 \le 3x \Rightarrow x \ge \frac{2}{3} \Rightarrow \left(\frac{2}{3},+\infty\right)$$
$$2x-1 \le -(x-3) \Rightarrow x \le \frac{4}{3}(NO)$$

Para el intervalo $(1,3)$:

$$-(1-x) \le 2x-1 \Rightarrow x \ge 0(NO)$$
$$2x-1 \le -(x-3) \Rightarrow x \le \frac{4}{3} \Rightarrow \left(-\infty,\frac{4}{3}\right)$$

Para el intervalo $(3,+\infty)$:
$$-(1-x) \le 2x-1 \Rightarrow x \ge 0(NO)$$
$$2x-1 \le x-3 \Rightarrow x \le -2(NO)$$

La solución del ejercicio es $\left[\frac{2}{3},\frac{4}{3}\right]$

19.- $|x-3| \le |x+2| < |2x-5|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$-\infty$	-2	$\frac{5}{2}$	3	$+\infty$

Para el intervalo $\left(-\infty,-2\right)$:

$-\left(x-3\right)\leq-\left(x+2\right)\Rightarrow\left(x+2\right)\leq\left(x-3\right)\Rightarrow 2\leq-3\left(absurdo\right)$

$-\left(x+2\right)<-\left(2x-5\right)\Rightarrow 2x-5<x+2\Rightarrow x<7\left(NO\right)$

Para el intervalo $\left(-2,\frac{5}{2}\right)$:

$-\left(x-3\right)\leq\left(x+2\right)\Rightarrow -x+3\leq x+2\Rightarrow 2x\geq 1\Rightarrow x\geq\frac{1}{2}\Rightarrow[\frac{1}{2},+\infty)$

$x+2<-\left(2x-5\right)\Rightarrow x+2<-2x+5\Rightarrow 3x<3\Rightarrow x<1\Rightarrow\left(-\infty,1\right)$

$Parcial\Rightarrow[\frac{1}{2},1)$

Para el intervalo $\left(\frac{5}{2},3\right)$:

$-\left(x-3\right)\leq\left(x+2\right)\Rightarrow -x+3\leq x+2\Rightarrow 2x\geq 1\Rightarrow x\geq\frac{1}{2}\Rightarrow\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$

$x+2<2x-5\Rightarrow x>7\Rightarrow\left(7,+\infty\right)\Rightarrow Parcial\left(7,+\infty\right)$

Para el intervalo $\left(3,+\infty\right)$:

$\left(x-3\right)\leq x+2\Rightarrow -3\leq 2\left(Verdad\right)\Rightarrow[3,+\infty)$

$x+2<2x-5\Rightarrow x>7\Rightarrow\left(7,+\infty\right)$

$Parcial\left(7,+\infty\right)$

La solución del ejercicio es $[\frac{1}{2},1)\cup\left(7,+\infty\right)$

20.- $\left|2x+1\right|<\left|3x-1\right|\leq\left|4x+7\right|$

Solución: Los intervalos a considerar son los siguientes:

$-\infty$	$-\frac{11}{2}$	$-\frac{7}{4}$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{11}{2}\right)$:

$-(2x+11) < -(3x-1) \Rightarrow (3x-1) < (2x+11) \Rightarrow x < 12 \Rightarrow (-\infty, 12)$

$-(3x-1) \leq -(4x+7) \Rightarrow (4x+7) \leq (3x-1) \Rightarrow x \leq -8 \Rightarrow (-\infty, -8]$

$Parcial: (-\infty, -8]$.

Para el intervalo $\left(-\frac{11}{2}, -\frac{7}{4}\right)$:

$2x+11 < -(3x-1) \Rightarrow 2x+11 < -3x+1 \Rightarrow 5x < -10 \Rightarrow x < -2$

$-(3x-1) \leq -(4x+7) \Rightarrow (4x+7) \leq (3x-1) \Rightarrow x \leq -8$

$Parcial: (-\infty, -8]$

Para el intervalo $\left(-\frac{7}{4}, \frac{1}{3}\right)$:

$2x+11 < -(3x-1) \Rightarrow x < -2.(NO)$

$-(3x-1) \leq 4x+7 \Rightarrow -3x+1 \leq 4x+7 \Rightarrow 7x \geq -6 \Rightarrow x \geq [-\frac{6}{7} + \infty)$

Para el intervalo
$(2x+11) < (3x-1) \Rightarrow x > 12 \Rightarrow (12, +\infty)$
$(3x-1) \leq (4x+7) \Rightarrow x \geq -8(NO)$
$Parcial: (12, +\infty)$

La solución del ejercicio es $(-\infty, -8] \cup (12, +\infty)$

21.- $|x+5| - |2x-1| \leq |3x+7| \leq |5x-3|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$-\infty$	-5	$-\frac{7}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$+\infty$

Para el intervalo $(-\infty, -5)$:

$-(x+5) + (2x-1) \leq -(3x+7) \Rightarrow x-6 \leq -3x-7 \Rightarrow 4x \leq -1 \Rightarrow x \leq -\frac{1}{4}(NO)$

$-3x-7 \leq -5x+3 \Rightarrow 2x \leq 10 \Rightarrow x \leq 5(NO)$

Para el intervalo $\left(-5,-\frac{7}{3}\right)$:

$$\left(x+5\right)+\left(2x-1\right)\leq-\left(3x-7\right)\Rightarrow 3x+4\leq-3x+7\Rightarrow 6x\leq-11\Rightarrow x\leq-\frac{11}{6}\left(NO\right)$$

$$-3x-7\leq-5x+3\Rightarrow 2x\leq 10\Rightarrow x\leq 5\left(NO\right)$$

Para el intervalo $\left(-\frac{7}{3},\frac{1}{2}\right)$:

$$\left(x+5\right)+\left(2x-1\right)\leq 3x+7\Rightarrow 4\leq 7\left(NO\right)$$

$$3x+7\leq-5x+3\Rightarrow 8x\leq-4\Rightarrow x\leq-\frac{1}{2}\Rightarrow(-\infty,-\frac{1}{2}]$$

Para el intervalo $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{5}\right)$:

$$\left(x+5\right)-\left(2x-1\right)\leq 3x+7\Rightarrow -x+6\leq 3x+7\Rightarrow 4x\geq-1\Rightarrow x\geq-\frac{1}{4}\left(NO\right)$$

$$3x+7\leq-\left(5x-3\right)\Rightarrow 3x+7\leq-5x+3\Rightarrow 8x\leq-4\Rightarrow x\leq-\frac{1}{2}\left(NO\right)$$

Para el intervalo $\left(\frac{3}{5},+\infty\right)$:

$$\left(x+5\right)-\left(2x-1\right)\leq 3x+7\Rightarrow x\geq-\frac{1}{4}\left(NO\right)$$

$$3x+7\leq 5x-3\Rightarrow 2x\geq 10\Rightarrow x\geq 5\Rightarrow[5,+\infty)$$

La solución del ejercicio es $(-\infty,-\frac{1}{2}]\cup[5,+\infty)$

22.- $\left|x+3\right|-\left|x-2\right|\leq\left|x+4\right|+x-1\leq\left|4x-7\right|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$-\infty$	-4	-3	$\frac{7}{4}$	2	$+\infty$

Para el intervalo $\left(-\infty,-4\right)$:

$-(x+3)+(x-2)\leq -(x+4)+x-1 \Rightarrow -x-3+x-2\leq -x-4+x-1 \Rightarrow -5\leq -5(NO)$
$-(x+4)+x-1\leq -4x+7 \Rightarrow 4x\leq 12 \Rightarrow x\leq 3(NO)$

Para el intervalo $(-4,-3)$:

$-(x+3)+(x-2)\leq (x+4)+x-1 \Rightarrow -3-2\leq 2x+3 \Rightarrow 2x\geq -8 \Rightarrow x\geq -4 \Rightarrow [-4,+\infty).$
$x+4+x-1\leq -(4x-7) \Rightarrow 6x\leq 4 \Rightarrow x\leq \frac{3}{2}(NO)$

Para el intervalo $\left(-3,\frac{7}{4}\right)$:
$(x+3)+(x-2)\leq (x+4)+x-1 \Rightarrow 1\leq 3(NO)$
$(x+4)+x-1\leq -(4x-7) \Rightarrow 6x\leq 4 \Rightarrow x\leq \frac{2}{3} \Rightarrow (-\infty,\frac{2}{3}]$

Para el intervalo $\left(\frac{7}{4},2\right)$:
$(x+3)+(x-2)\leq (x+4)+x-1 \Rightarrow 1\leq 3(NO)$
$(x+4)+x-1\leq (4x-7) \Rightarrow 2x\geq 10 \Rightarrow x\geq 5(NO)$

Para el intervalo $(2,+\infty)$:

$(x+3)-(x-2)\leq (x+4)+x-1 \Rightarrow x\geq -1(NO)$
$(x+4)+x-1\leq 4x-7 \Rightarrow x\geq 5 \Rightarrow [5,+\infty)$

La solución del ejercicio es $(-\infty,\frac{2}{3}]\cup[5,+\infty)$

Ejercicio 96.- Resolver los siguientes sistemas y agrupaciones:

1.
$a.....3|2x-3|+x\geq 5$
$b......|3x-2|-x<4$

Solución:

a.- Para la primera inecuación, los intervalos a considerar son los siguientes:

$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$

Para el intervalo $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$:

$$-3(2x-3)+x \geq 5 \Rightarrow -6x+9+x \geq 5 \Rightarrow 5x \geq 4 \Rightarrow x \leq \frac{4}{5}$$

Para el intervalo $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$:

$$3(2x-3)+x \geq 5 \Rightarrow 7x-9 \geq 5 \Rightarrow 7x \geq 14 \Rightarrow x \geq 2$$

La solución parcial es $\left[\frac{4}{5}, 2\right]$

b.- Para la segunda inecuación, los intervalos a considera son los siguientes:

$-\infty$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$

Para el intervalo $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$:

$$-(3x-2)-x<4 \Rightarrow -3x+6-x<4 \Rightarrow 4x>-2 \Rightarrow x>-\frac{1}{2}$$

$$(3x-2)-x<4 \Rightarrow 2x<6 \Rightarrow x<3$$

La solución parcial es $\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$

La solución del ejercicio es $(-\frac{1}{2}, \frac{4}{5}] \cup [2,3)$

2.-

$a. \dfrac{5-3x}{2} < 3x+2$

$b. |8-5x| \geq 2x+1$

Solución:

a.-

$$\frac{5-3x}{2} < 3x+2 \Rightarrow 5-3x < 6x+4 \Rightarrow 9x > 1 \Rightarrow x > \frac{1}{9}$$

b.- Los intervalos a considerar son los siguientes:

$-\infty$	$\frac{8}{5}$	$+\infty$

Para el intervalo $\left(-\infty, \frac{8}{5}\right)$:

$$\left(8-5x\right) \geq 2x+1 \Rightarrow 8-5x \geq 2x+1 \Rightarrow 7x \leq 7 \Rightarrow x \leq 1$$

Para el intervalo $\left(\frac{8}{5}, +\infty\right)$:

$$-\left(8-5x\right) \geq 2x+1 \Rightarrow -8+5x \geq 2x+1 \Rightarrow 3x \geq 9 \Rightarrow x \geq 3 \Rightarrow [3,+\infty)$$

La solución del ejercicio es $(\frac{1}{9}, 1] \cup [3, +\infty)$

3.-

$$a. \left|3x+\frac{1}{2}\right| - \frac{7}{2} \leq x$$

$$b. \left|4x-1\right| \geq 5$$

Solución:

a.- Los intervalos a considerar son los siguientes:

$-\infty$	$-\frac{1}{6}$	$+\infty$

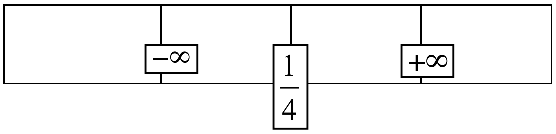
Para el intervalo $\left(-\infty, -\frac{1}{6}\right)$:

$$-\left(3x+\frac{1}{2}\right) - \frac{7}{2} \leq x \Rightarrow -6x-1-7 \leq 2x \Rightarrow 8x \geq -8 \Rightarrow x \geq -1$$

Para el intervalo $\left(-\frac{1}{6}, +\infty\right)$:

$$\left(3x+\frac{1}{2}\right)-\frac{7}{2}\le x \Rightarrow 6x+1-7\le 2x \Rightarrow 4x\le 6 \Rightarrow x\le \frac{3}{2}$$

b.- Los intervalos a considerar son los siguientes:



Para el intervalo $\left(-\infty,\frac{1}{4}\right)$:

$$-(4x-1)\ge 5 \Rightarrow -4x+1\ge 5 \Rightarrow -4x\ge 4 \Rightarrow x\le -1$$

Para el intervalo $\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$:

$$(4x-1)\ge 5 \Rightarrow 4x\ge 6 \Rightarrow x\ge \frac{3}{2}$$

La solución del ejercicio es $\left\{-1,\frac{3}{2}\right\}$

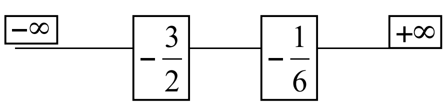
4.-

a.- $|6x+1|\ge|2x+3|$

b.- $|5x-7|<3x+5$

Solución:

a.- Los intervalos a considerar son los siguientes:



Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right)$:

$$-(6x+1)\ge -(2x+3) \Rightarrow (2x+3)\ge(6x+1) \Rightarrow 4x\le 2 \Rightarrow x\le \frac{1}{2}(NO)$$

Para el intervalo $\left(-\frac{3}{2},-\frac{1}{6}\right)$:

$$-(6x+1)\geq(2x+3)\Rightarrow -6x-1\geq 2x+3\Rightarrow 8x\leq -4\Rightarrow x\leq -\frac{1}{2}$$

Para el intervalo $\left(-\frac{1}{6},+\infty\right)$:

$$(6x+1)\geq(2x+3)\Rightarrow 4x\geq 2\Rightarrow x\geq \frac{1}{2}$$

b.- Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\;\text{———}\;\boxed{\frac{7}{5}}\;\text{———}\;\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,\frac{7}{5}\right)$:

$$-(5x-7)<(3x+5)\Rightarrow -5x+7<3x+5\Rightarrow 8x>2\Rightarrow x>\frac{1}{4}$$

Para el intervalo $\left(\frac{7}{5},+\infty\right)$:

$$(5x-7)<(3x+5)\Rightarrow 2x<12\Rightarrow x<6$$

La solución del ejercicio es $[\frac{1}{2},6)$

5.-

a.- $3\leq|4x+2|<10$

b.- $|2x-3|<7$

Solución:

a.- Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\;\text{———}\;\boxed{-\frac{1}{2}}\;\text{———}\;\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$:

$$3 \le -\left(4x+2\right) \Rightarrow 3 \le -4x-2 \Rightarrow 5 \le -4x \Rightarrow 4x \le -5 \Rightarrow x \le -\frac{5}{4}$$

$$-\left(4x+2\right) < 10 \Rightarrow -4x-2 < 10 \Rightarrow -4x < 12 \Rightarrow 4x > -12 \Rightarrow x > -3$$

Para el intervalo $\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$:

$$3 \le \left(4x+2\right) \Rightarrow 4x \ge 1 \Rightarrow x \ge \frac{1}{4}$$

$$\left(4x+2\right) < 10 \Rightarrow 4x < 8 \Rightarrow x < 2$$

b.- Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \qquad \boxed{\frac{3}{2}} \qquad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,\frac{3}{2}\right)$:

$$-\left(2x-3\right) < 7 \Rightarrow -2x+3 < 7 \Rightarrow 2x > -4 \Rightarrow x > -2$$

Para el intervalo $\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$:

$$\left(2x-3\right) < 7 \Rightarrow 2x < 10 \Rightarrow x < 5$$

La solución del ejercicio es $(-2,-\frac{5}{5}]\cup[\frac{1}{4},2)$

6.-

a.- $\left|2x-1\right| \le x+11$

b.- $\left|x+4\right| - \left|x+2\right| \le \left|x+3\right|$

Solución:

a.- Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \qquad \boxed{\frac{1}{2}} \qquad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$:

$$-(2x-1) \leq x+11 \Rightarrow -2x+1 \leq x+11 \Rightarrow 3x > -10 \Rightarrow x > -\frac{10}{3}$$

Para el intervalo $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$:

$$(2x-1) \leq x+11 \Rightarrow 2x-1 \leq x+11 \Rightarrow x \leq 12$$

b.- Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-4} \quad \boxed{-3} \quad \boxed{-2} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty, -4)$:

$$-(x+4)+(x+2) \leq -(x+3) \Rightarrow (x+3) \leq (x+4)-(x+2) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x+3 \leq x+4-x-2 \Rightarrow x+3 \leq 2 \Rightarrow x \leq -1(NO)$$

Para el intervalo $(-4, -3)$:

$$(x+4)+(x+2) \leq -(x+3) \Rightarrow 2x+6 \leq -x-3 \Rightarrow 3x \leq -9 \Rightarrow x \leq -3$$

Para el intervalo $(-3, -2)$:

$$(x+4)+(x+2) \leq (x+3) \Rightarrow x \leq -3$$

Para el intervalo $(-2, +\infty)$:

$$(x+4)-(x+2) \leq (x+3) \Rightarrow 2 \leq x+3 \Rightarrow x \geq -1$$

La solución del ejercicio es $\left[-\frac{10}{3}, -3\right] \cup [-1, 12]$

7.-

a.- $|3x+4| \geq 2x+6$

b.- $|4x-8| < 3x+6$

Solución:

a.- Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-\frac{4}{3}} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{4}{3}\right)$:

$-\left(3x+4\right)\geq 2x+6\Rightarrow -3x-4\geq 2x+6\Rightarrow 5x\leq -10\Rightarrow x\leq -2$

Para el intervalo $\left(-\frac{4}{3},+\infty\right)$:

$\left(3x+4\right)\geq 2x+6\Rightarrow x\geq 2$

b.- Los intervalos a considerar son los siguientes:

$\boxed{-\infty}\quad \boxed{2}\quad \boxed{+\infty}$

Para el intervalo $\left(-\infty,2\right)$:

$-\left(4x-8\right)<3x+6\Rightarrow -4x+8<3x+6\Rightarrow 7x>2\Rightarrow x>\frac{2}{7}$

Para el intervalo $\left(2,+\infty\right)$:

$\left(4x-8\right)<3x+6\Rightarrow x<14$

La solución del ejercicio es $(-\infty,-2]\cup\left(2,+\infty\right)$

8.-

a.- $\left|x+4\right|<\left|x+5\right|$

b.- $\left|x+6\right|\geq 2$

Solución:

a.- Los intervalos a considerar son los siguientes:

$\boxed{-\infty}\quad \boxed{-5}\quad \boxed{-4}\quad \boxed{+\infty}$

Para el intervalo $\left(-\infty,-5\right)$:

$-\left(x+4\right)<-\left(x+5\right)\Rightarrow \left(x+5\right)<\left(x+4\right)\Rightarrow 5<4\left(absurdo\right)$

Para el intervalo $(-5,-4)$:

$-(x+4)<(x+5) \Rightarrow 2x>-9 \Rightarrow x>-\dfrac{9}{2}$

Para el intervalo $(-4,+\infty)$:

$(x+4)<(x+5) \Rightarrow 4<5(Verdad)$. Todos los valores del intervalo considerado son solución.

b.- Los intervalos a considerar son los siguientes

$\boxed{-\infty}$ $\boxed{-6}$ $\boxed{+\infty}$

Para el intervalo $(-\infty,-6)$:

$-(x+6) \geq 2 \Rightarrow -x-6 \geq 2 \Rightarrow x \leq -8$

Para el intervalo $(-6,+\infty)$:

$(x+6) \geq 2 \Rightarrow x \geq -4$

La solución del ejercicio es $(-\infty,-8] \cup [-4,+\infty)$

9.-

a.- $|x+2| \leq x+6 \leq 2x+8$

b.- $|x-6| \geq 3$

Solución:

a.- Los intervalos a considerar son los siguientes:

$\boxed{-\infty}$ $\boxed{-2}$ $\boxed{+\infty}$

Para el intervalo $(-\infty,-2)$:

$-(x+2) \leq x+6 \Rightarrow -x-2 \leq x+6 \Rightarrow 2x \geq -8 \Rightarrow x \geq -4$

$x+6 \leq 2x+8 \Rightarrow x \geq -2$

Para el intervalo $(-2,+\infty)$:

$(x+2) \le x+6 \Rightarrow 2 \le 6(Verdad)$
$x+6 \le 2x+8 \Rightarrow x \ge -2$

b.- Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \qquad \boxed{6} \qquad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty, 6)$:
$-(x-6) \ge 3 \Rightarrow -x+6 \ge 3 \Rightarrow x \le 3$

Para el intervalo $(6, +\infty)$:

$(x-6) \ge 3 \Rightarrow x \ge 9$

La solución del ejercicio es $[-2,3] \cup [9,+\infty)$

10.-

a.- $|x+1| \ge 4$

b.- $|x+9| < x+11 \le 2x+25$

c.- $|x+20| + |2x-20| - |x-15| = 25$

Solución:

a.- Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \qquad \boxed{-1} \qquad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty, -1)$:
$-(x+1) \ge 4 \Rightarrow -x-1 \ge 4 \Rightarrow x \le -5$

Para el intervalo $(-1, +\infty)$:

$(x+1) \ge 4 \Rightarrow x \ge 3$

b.- Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \qquad \boxed{-9} \qquad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,-9)$:

$-(x+9) < x+11 \Rightarrow -x-9 < x+11 \Rightarrow 2x > -20 \Rightarrow x > -10$

$x+11 \leq 2x+25 \Rightarrow x \geq -14$

Para el intervalo $(-9,+\infty)$:

$(x+9) < x+11 \Rightarrow 9 < 11(Verdad)$

$x+11 \leq 2x+25 \Rightarrow x \geq -14(NO)$

c.- Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \qquad \boxed{-20} \qquad \boxed{10} \qquad \boxed{15} \qquad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,-20)$:

$-(x+20)-(2x-20)+(x-15) = 25 \Rightarrow -2x-15 = 25 \Rightarrow 2x = -40 \Rightarrow x = -20$

Para el intervalo $(-20,10)$:

$(x+20)-(2x-20)+(x-15) = 25 \Rightarrow 25 = 25(Verdad)$

Para el intervalo $(10,15)$:

$(x+20)+(2x-20)+(x-15) = 25 \Rightarrow 4x-15 = 25 \Rightarrow 4x = 40 \Rightarrow x = 10$

Para el intervalo $(15,+\infty)$:

$(x+20)+(2x-20)-(x-15) = 25 \Rightarrow 2x+15 = 25 \Rightarrow x = 5$

La solución del ejercicio es $(-10,-5]\cup[5,10]$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #69B.

Tema: Inecuaciones de valor absoluto de mayor complejidad. (Hoffmann-3r año).

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

1.- $|x| < k \Rightarrow -k < x < k$

2.-

$$|x| > k \Rightarrow$$
$$x > k$$
$$x < -k$$

PREGUNTAS:

Ejercicio 94. Resolver las siguientes ecuaciones:

1.- $|2x+5| > 3 - x$

Solución:

La raíz de la expresión $2x+5$ determina dos intervalos en la recta numérica, a saber:

$$\boxed{-\infty} \quad\text{———}\quad \boxed{-\frac{5}{2}} \quad\text{———}\quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right)$:

$-(2x+5)>3-x \Rightarrow -2x-5>3-x \Rightarrow 2x-x<-8 \Rightarrow x<-8.$

Para el intervalo $\left(-\frac{5}{2},+\infty\right)$:

$2x+5>3-x \Rightarrow 3x>-2 \Rightarrow x>-\frac{2}{3}.$

La solución del ejercicio es $(-\infty,-8)\cup\left(-\frac{2}{3},+\infty\right).$

2.- $|2x+5|\le 5x-1$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\;\text{———}\;\boxed{-\frac{5}{2}}\;\text{———}\;\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right)$:

$-(2x+5)\le 5x-1 \Rightarrow -2x-5\le 5x-1 \Rightarrow 7x\ge -4 \Rightarrow x\ge -\frac{4}{7}$. No está en el intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-\frac{5}{2},+\infty\right)$:

$2x+5\le 5x-1 \Rightarrow 3x\ge 6 \Rightarrow x\ge 2.$

La solución del ejercicio es $[2,+\infty)$.

3.- $5-x\le |2x-1|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\;\text{———}\;\boxed{\frac{1}{2}}\;\text{———}\;\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$:

$5 - x \leq -(2x-1) \Rightarrow 5 - x \leq -2x + 1 \Rightarrow x \leq -4.$

Para el intervalo $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$:

$5 - x \leq 2x - 1 \Rightarrow 3x \geq 6 \Rightarrow x \geq 2.$

La solución del ejercicio es $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty).$

4.- $|5x-7| < 3x + 5$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{\frac{7}{5}} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty, \frac{7}{5}\right)$:

$-(5x-7) < 3x + 5 \Rightarrow -5x + 7 < 3x + 5 \Rightarrow 8x > 2 \Rightarrow x > \frac{1}{4}.$

Para el intervalo $\left(\frac{7}{5}, +\infty\right)$:

$5x - 7 < 3x + 5 \Rightarrow 2x < 12 \Rightarrow x < 6.$

La solución del ejercicio es $\left(\frac{1}{4}, 6\right)$.

5.- $\left|3x + \frac{1}{2}\right| - \frac{7}{2} \leq x$

Solución:

$\left|3x + \frac{1}{2}\right| \leq x + \frac{7}{2}$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-\frac{1}{6}} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\dfrac{1}{6}\right)$:

$$-\left(3x+\frac{1}{2}\right)\le x+\frac{7}{2}\Rightarrow -4x\le\frac{7}{2}+\frac{1}{2}\Rightarrow -4x\le 4\Rightarrow x\ge -1$$

Para el intervalo $\left(-\dfrac{1}{6},+\infty\right)$:

$$3x+\frac{1}{2}\le x+\frac{7}{2}\Rightarrow 2x\le 3\Rightarrow x\le\frac{3}{2}.$$

La solución del ejercicio es $\left[-1,\dfrac{3}{2}\right]$

6.- $|x-2|<\dfrac{x-1}{2}$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\quad\boxed{2}\quad\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,2)$:

$$-(x-2)<\frac{x-1}{2}\Rightarrow -2x+4<x-1\Rightarrow 3x>5\Rightarrow x>\frac{5}{3}.$$

Para el intervalo $(2,+\infty)$:

$$x-2<\frac{x-1}{2}\Rightarrow 2x-4<x-1\Rightarrow x<3.$$

La solución del ejercicio es $\left(\dfrac{5}{3},3\right)$.

7.- $2|x+1|\ge x+4$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\quad\boxed{-1}\quad\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-1\right)$:

$-2\cdot\left(x+1\right)\geq x+4 \Rightarrow -2x-2\geq x+4 \Rightarrow 3x\leq -6 \Rightarrow x\leq -2.$

Para el intervalo $\left(-1,+\infty\right)$:

$2\cdot\left(x+1\right)\geq x+4 \Rightarrow x\geq 2.$

La solución del ejercicio es $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty).$

8.- $\left|x+2\right|>\left|x\right|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\;\text{———}\;\boxed{-2}\;\text{———}\;\boxed{0}\;\text{———}\;\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-2\right)$:

$-\left(x+2\right)>-x \Rightarrow -2>0\left(absurdo\right).$

Para el intervalo $\left(-2,0\right)$:

$\left(x+2\right)>-x \Rightarrow 2x>-2 \Rightarrow x>-1. \Rightarrow \left(-1,0\right).$

Para el intervalo $\left(0,+\infty\right)$:

$x+2>x\left(verdad\right)$. Esto es verdad para cualquier valor de $\boldsymbol{x}$ que pertenezca al intervalo considerado. $\left(0,+\infty\right)$.

La solución del ejercicio es $\left(-1,0\right)\cup\left(0,+\infty\right) \Rightarrow \left(-1,+\infty\right).$

9.- $\left|1-x\right|-\left|x\right|\leq 0$

Solución:

$\left|x-1\right|-\left|x\right|\leq 0.$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\;\text{———}\;\boxed{0}\;\text{———}\;\boxed{1}\;\text{———}\;\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,0\right)$:
$-\left(x-1\right)+x\leq 0\Rightarrow 1\leq 0.\left(absurdo\right).$

Para el intervalo $\left(0,1\right)$:

$-\left(x-1\right)-x\leq 0\Rightarrow -2x\leq -1\Rightarrow x\geq \frac{1}{2}\Rightarrow\left(\frac{1}{2},1\right).$

Para el intervalo $\left(1,+\infty\right)$:

$\left(x-1\right)-x\leq 0\Rightarrow -1\leq 0\left(verdad\right)$. Todos los valores del intervalo satisfacen la inecuación. $\left(1,+\infty\right)$.

La solución del ejercicio es $[\frac{1}{2},1)\cup\left(1,+\infty\right)\Rightarrow[\frac{1}{2},+\infty)$.

10.- $\left|x+4\right|\geq\left|x-2\right|$

Solución:

$\boxed{-\infty}\qquad\boxed{-4}\qquad\boxed{2}\qquad\boxed{+\infty}$

Para el intervalo $\left(-\infty,-4\right)$:
$-\left(x+4\right)\geq -\left(x-2\right)\Rightarrow -4\geq 2\left(absurdo\right).$

Para el intervalo $\left(-4,2\right)$:

$\left(x+4\right)\geq -\left(x-2\right)\Rightarrow 2x\geq -2\Rightarrow x\geq -1.\Rightarrow\left[-1,2\right].$

Para el intervalo $\left(2,+\infty\right)$:

$x+4\geq x-2\Rightarrow 4\geq -2\left(verdad\right)$. Todos los valores que pertenecen al intervalo considerado son solución; entonces, la solución del ejercicio es: $\Rightarrow\left[-1,2\right]\cup[2,+\infty)\Rightarrow[-1,+\infty)$.

11.- $\left|3x+7\right|<\left|2x-3\right|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\text{———}\boxed{-\frac{7}{3}}\text{———}\boxed{\frac{3}{2}}\text{———}\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{7}{3}\right)$:

$-\left(3x+7\right)<-\left(2x-3\right)\Rightarrow -3x-7<-2x+3\Rightarrow x>-10.\Rightarrow\left(-10,-\frac{7}{3}\right).$

Para el intervalo $\left(-\frac{7}{3},\frac{3}{2}\right)$:

$\left(3x+7\right)<-\left(2x-3\right)\Rightarrow 3x+7<-2x+3\Rightarrow 5x<-4\Rightarrow x<-\frac{4}{5}.\Rightarrow\left(-\frac{7}{3},-\frac{4}{5}\right)$

Para el intervalo $\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$:

$\left(3x+7\right)<\left(2x-3\right)\Rightarrow x<-10.$ No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left(-10,-\frac{7}{3}\right)\cup\left(-\frac{7}{3},-\frac{4}{5}\right)\Rightarrow\left(-10,-\frac{4}{5}\right).$

12.- $\left|x+4\right|-\left|x+3\right|\geq 0$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\text{———}\boxed{-4}\text{———}\boxed{-3}\text{———}\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-4\right)$:

$-\left(x+4\right)+\left(x+3\right)\geq 0\Rightarrow -1\geq 0\left(\mathit{Absurdo}\right).$

Para el intervalo $\left(-4,-3\right)$:

$\left(x+4\right)+\left(x+3\right)\geq 0\Rightarrow 2x\geq -7\Rightarrow x\geq -\frac{7}{2}\Rightarrow\left[-\frac{7}{2},-3\right]$

Para el intervalo $\left(-3,+\infty\right)$:

$\left(x+4\right)-\left(x+3\right)\geq 0 \Rightarrow 4\geq 3$. Todos los valores pertenecientes al intervalo considerado son solución. $\Rightarrow [-3,+\infty)$.

La solución del ejercicio es $\left[-\frac{7}{2},-3\right]\cup[-3,+\infty)\Rightarrow[-\frac{7}{2},+\infty)$.

13.- $\left|2x-3\right|-\left|x+4\right|\leq 0$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\text{———}\boxed{-4}\text{———}\boxed{\frac{3}{2}}\text{———}\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-4\right)$:

$-\left(2x-3\right)+\left(x+4\right)\leq 0 \Rightarrow -x+1\leq 0 \Rightarrow x\geq 1$. No pertenece al intervalo, por tanto, no es solución.

Para el intervalo $\left(-4,\frac{3}{2}\right)$:

$-\left(2x-3\right)-\left(x+4\right)\leq 0 \Rightarrow -3x-1\leq 0 \Rightarrow 3x\geq -1 \Rightarrow x\geq -\frac{1}{3}. \Rightarrow \left[-\frac{1}{3},\frac{3}{2}\right]$.

Para el intervalo $\left(\frac{3}{2},\infty\right)$:

$\left(2x-3\right)-\left(x+4\right)\leq 0 \Rightarrow x-7\leq 0 \Rightarrow x\leq 7. \Rightarrow \left[\frac{3}{2},7\right]$.

La solución del ejercicio es $\left[-\frac{1}{3},\frac{3}{2}\right]\cup\left[\frac{3}{2},7\right]\Rightarrow\left[-\frac{1}{3},7\right]$.

14.- $\left|x-2\right|+\left|1-x\right|>x+3$.

Solución: $\left|x-2\right|+\left|x-1\right|>x+3$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\text{———}\boxed{1}\text{———}\boxed{2}\text{———}\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,1)$:

$-(x-2)-(x-1)>x+3 \Rightarrow 3x<0 \Rightarrow x<0. \Rightarrow (-\infty,0).$

Para el intervalo $(1,2)$:

$-(x-2)+(x-1)>x+3 \Rightarrow x<-2.$ No está en el intervalo.

Para el intervalo $(2,+\infty)$:
$(x-2)+(x-1)>x+3 \Rightarrow x>6. \Rightarrow (6,+\infty).$

La solución del ejercicio es $(-\infty,0)\cup(6,+\infty)$.

15.- $|3x+7|-|2x-1|>2$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \;\text{———}\; \boxed{-\frac{7}{3}} \;\text{———}\; \boxed{\frac{1}{2}} \;\text{———}\; \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\dfrac{7}{3}\right)$:
$-(3x+7)+(2x-1)>2 \Rightarrow -x-8>2 \Rightarrow x<-10 \Rightarrow (-\infty,-10).$

Para el intervalo $\left(-\dfrac{7}{3},\dfrac{1}{2}\right)$:

$$(3x+7)+(2x-1)>2 \Rightarrow 5x+6>2 \Rightarrow 5x>-4 \Rightarrow x>-\frac{4}{5} \Rightarrow \left(-\frac{4}{5},+\infty\right)$$

Para el intervalo $\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$:
$(3x+7)-(2x-1)>2 \Rightarrow x+8>2 \Rightarrow x>-6.$ No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $(-\infty,-10)\cup\left(-\frac{4}{5},+\infty\right)$.

16.- $|7x-5|+|2x+3|\geq 10x+1$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\text{———}\boxed{-\frac{3}{2}}\text{———}\boxed{\frac{5}{7}}\text{———}\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right)$:

$-(7x-5)-(2x+3)\geq 10x+1 \Rightarrow -9x+2\geq 10x+1 \Rightarrow x\leq \frac{1}{19}$. No está en el intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-\frac{3}{2},\frac{5}{7}\right)$:

$-(7x-5)+(2x+3)\geq 10x+1 \Rightarrow x\leq \frac{7}{15} \Rightarrow (-\infty,\frac{7}{15}]$.

Para el intervalo $\left(\frac{5}{7},+\infty\right)$:

$(7x-5)+(2x+3)\geq 10x+1 \Rightarrow 9x-2\geq 10x+1 \Rightarrow x\leq -3$. No está en el intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $(-\infty,\frac{7}{15}]$.

17.- $|9x-3|-|2x+5|\geq 2-x$

Solución:

$$\boxed{-\infty}\text{———}\boxed{-\frac{5}{2}}\text{———}\boxed{\frac{1}{3}}\text{———}\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right)$:

$-\left(9x-3\right)+\left(2x+5\right)\geq 2-x \Rightarrow -7x+8\geq 2-x \Rightarrow 6x\leq 6 \Rightarrow x\leq 1.$ No está en el intervalo.

Para el intervalo $\left(-\frac{5}{2},\frac{1}{3}\right)$:

$-\left(9x-3\right)-\left(2x+5\right)\geq 2-x \Rightarrow 10x\leq -4 \Rightarrow x\leq -\frac{2}{5} \Rightarrow (-\infty,-\frac{2}{5}].$

Para el intervalo $\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$:

$\left(9x-3\right)-\left(2x+5\right)\geq 2-x \Rightarrow 8x\geq 10 \Rightarrow x\geq \frac{5}{4} \Rightarrow [\frac{5}{4},+\infty).$

La solución del ejercicio es $(-\infty,-\frac{2}{5}]\cup[\frac{5}{4},+\infty).$

18.- $\left|3x+1\right|+\left|x-7\right|>x+10$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\;\text{———}\;\boxed{-\frac{1}{3}}\;\text{———}\;\boxed{7}\;\text{———}\;\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$:

$-\left(3x+1\right)-\left(x-7\right)>x+10 \Rightarrow x<-\frac{4}{5} \Rightarrow \left(-\infty,-\frac{4}{5}\right).$

Para el intervalo $\left(-\frac{1}{3},7\right)$:
$\left(3x+1\right)-\left(x-7\right)>x+10 \Rightarrow x>2 \Rightarrow \left(2,+\infty\right).$

Para el intervalo $\left(7,+\infty\right)$:

$(3x+1)+(x-7)>x+10 \Rightarrow 3x-6>10 \Rightarrow 3x>16 \Rightarrow x>\frac{16}{3}$. No está en el intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)\cup(2,+\infty)$.

19.- $|x+2|-3x+4 \geq |2-x|$

Solución:

$|x+2|-3x+4 \geq |x-2|$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$\boxed{-\infty}$ —— $\boxed{-2}$ —— $\boxed{2}$ —— $\boxed{+\infty}$

Para el intervalo $(-\infty,-2)$

$-(x+2)-3x+4 \geq -(x-2) \Rightarrow 3x \leq 0 \Rightarrow x \leq 0.$ No está en el intervalo considerado

Para el intervalo $(-2,2)$:

$(x+2)-3x+4 \geq -(x-2) \Rightarrow -x \geq -4 \Rightarrow x \leq 4.$ No está en el intervalo considerado.

Para el intervalo $(2,+\infty)$:

$(x+2)-3x+4 \geq (x-2) \Rightarrow x \geq \frac{8}{3} \Rightarrow (-\infty,\frac{8}{3}].$

La solución del ejercicio es $(-\infty,\frac{8}{3}].$

20.- $|x+3|-|x-5|<x+6$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$\boxed{-\infty}$ —— $\boxed{-3}$ —— $\boxed{5}$ —— $\boxed{+\infty}$

Para el intervalo $\left(-\infty,-3\right)$:
$-\left(x+3\right)+\left(x-5\right)<x+6 \Rightarrow -8<x+6 \Rightarrow x>-14 \Rightarrow \left(-14,+\infty\right)$.

Para el intervalo $\left(-3,5\right)$:
$\left(x+3\right)+\left(x-5\right)<x+6 \Rightarrow x<8$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(5,+\infty\right)$:
$\left(x+3\right)-\left(x-5\right)<x+6 \Rightarrow x>14 \Rightarrow \left(14,+\infty\right)$

La solución del ejercicio es $\left(-14,+\infty\right)$.

21.- $\left|x+1\right|+1-x<\left|2x+5\right|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad\text{———}\quad \boxed{-\frac{5}{2}} \quad\text{———}\quad \boxed{-1} \quad\text{———}\quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right)$:
$-\left(x+1\right)+1-x<-\left(2x+5\right) \Rightarrow 0<-5\left(absurdo\right)$.

Para el intervalo $\left(-\frac{5}{2},-1\right)$
$-\left(x+1\right)+1-x<\left(2x+5\right) \Rightarrow 4x>-5 \Rightarrow x>-\frac{5}{4} \Rightarrow \left(-\frac{5}{4},+\infty\right)$.

Para el intervalo $\left(-1,+\infty\right)$:
$\left(x+1\right)+1-x<\left(2x+5\right) \Rightarrow 2x>-3 \Rightarrow x>-\frac{3}{2}$. No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left(-14,+\infty\right)$.

22.- $\left|x-7\right|+\left|x+3\right| \geq 2x$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \qquad \boxed{-3} \qquad \boxed{7} \qquad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,-3)$:

$-(x-7)-(x+3) \geq 2x \Rightarrow 4x \leq 10 \Rightarrow x \leq .\frac{5}{2}$. No está en el intervalo considerado.

Para el intervalo $(-3,7)$:
$-(x-7)+(x+3) \geq 2x \Rightarrow 2x \leq 10 \Rightarrow x \leq 5 \Rightarrow (-\infty,5]$.

Para el intervalo $(7,+\infty)$:
$(x-7)+(x+3) \geq 2x \Rightarrow 7 \leq 3(absurdo)$.

La solución del ejercicio es $(-\infty,5]$.

23.- $5x+2<|3x+5|+|2x+1|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \qquad \boxed{-\frac{5}{3}} \qquad \boxed{-\frac{1}{2}} \qquad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{5}{3}\right)$:

$5x+2<-(3x+5)-(2x+1) \Rightarrow 10x<-8 \Rightarrow x<-\frac{4}{5} \Rightarrow \left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)$.

Para el intervalo $\left(-\frac{5}{3},-\frac{1}{2}\right)$:

$5x+2<(3x+5)-(2x+1) \Rightarrow 4x<2 \Rightarrow x<\frac{1}{2}$. No está en el intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$:

$5x+2<(3x+5)+(2x+1) \Rightarrow 6>2$. Todos los valores del intervalo considerado satisfacen la inecuación.

La solución del problema es $\left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)\cup\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$.

24.- $|x+9|-|5-x|<3-x$

Solución:

$|x+9|-|x-5|<3-x$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad\text{———}\quad \boxed{-9} \quad\text{———}\quad \boxed{5} \quad\text{———}\quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,-9)$:

$-(x+9)+(x-5)<3-x\Rightarrow x<17$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(-9,5)$:

$(x+9)+(x-5)<3-x\Rightarrow x<-\frac{1}{3}\Rightarrow\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$.

Para el intervalo $(5,+\infty)$:

$(x+9)-(x-5)<3-x\Rightarrow x<-11$. No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$.

25.- $|x-10|+|4x+7|\geq x+20$

Solución:

$$\boxed{-\infty} \quad\text{———}\quad \boxed{-\frac{7}{4}} \quad\text{———}\quad \boxed{10} \quad\text{———}\quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{7}{4}\right)$:

$-(x-10)-(4x+7)\geq x+20\Rightarrow -5x+3\geq x+20\Rightarrow 6x\leq -17\Rightarrow x\leq -\frac{17}{6}\Rightarrow(-\infty,-\frac{17}{6}]$.

Para el intervalo $\left(-\frac{7}{4},10\right)$:

$-(x-10)+(4x+7)\geq x+20 \Rightarrow 2x\geq 3 \Rightarrow x\geq \frac{3}{2} \Rightarrow [\frac{3}{2},+\infty)$

Para el intervalo $(10,+\infty)$:

$(x-10)+(4x+7)\geq x+20 \Rightarrow 4x\geq 23 \Rightarrow x\geq \frac{23}{4}$. No pertenece al intervalo.

La solución del ejercicio es $(-\infty,-\frac{17}{6}]\cup[\frac{3}{2},+\infty)$.

26.- $|x-9|+|5x+3|<x+15$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-\frac{3}{5}} \quad \boxed{9} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{3}{5}\right)$:

$-(x-9)-(5x+3)<x+15 \Rightarrow -6x+6<x+15 \Rightarrow 7x>-9 \Rightarrow x>-\frac{9}{7} \Rightarrow \left(-\frac{9}{7},-\frac{3}{5}\right)$..

Para el intervalo $\left(-\frac{3}{5},9\right)$:

$-(x-9)+(5x+3)<x+15 \Rightarrow 4x+12<x+15 \Rightarrow 3x<3 \Rightarrow x<1 \Rightarrow \left(-\frac{3}{5},1\right)$.

Para el intervalo $(9,+\infty)$:

$(x-9)+(5x+3)<x+15 \Rightarrow 5x<21 \Rightarrow x<\frac{21}{5}$. No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left(-\frac{9}{7},-\frac{3}{5}\right)\cup\left(-\frac{3}{5},1\right)\Rightarrow\left(-\frac{9}{7},1\right)$.

27.- $|x-4|+|x+2|+|x+1|>9$

Solución:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-2} \quad \boxed{-1} \quad \boxed{4} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,-2)$:

$-(x-4)-(x+2)-(x+1)>9 \Rightarrow -3x+1>9 \Rightarrow -3x>8 \Rightarrow x<-\frac{8}{3} \Rightarrow \left(-\infty,-\frac{8}{3}\right).$

Para el intervalo $(-2,-1)$:

$-(x-4)+(x+2)-(x+1)>9 \Rightarrow -x+5>9 \Rightarrow -x>4 \Rightarrow x<-4.$ No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(-1,4)$:

$-(x-4)+(x+2)+(x+1)>9 \Rightarrow x>2 \Rightarrow (2,+\infty).$

Para el intervalo $(4,+\infty)$:

$(x-4)+(x+2)+(x+1)>9 \Rightarrow 3x>10 \Rightarrow x>\frac{10}{3}.$ No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left(-\infty,-\frac{8}{3}\right)\cup(2,+\infty).$

28.- $|x-1|+|x+2|-|x-3|>4$

Solución:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-2} \quad \boxed{1} \quad \boxed{3} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,-2)$:

$-(x-1)-(x+2)+(x-3)>4 \Rightarrow -x-4>4 \Rightarrow -x>8 \Rightarrow x<-8 \Rightarrow (-\infty,-8).$

Para el intervalo $(-2,1)$:

$-(x-1)+(x+2)+(x-3)>4 \Rightarrow x>4.$ No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(1,3)$:

$(x-1)+(x+2)+(x-3)>4 \Rightarrow 3x>6 \Rightarrow x>\frac{6}{3} \Rightarrow x>2 \Rightarrow (2,+\infty).$

Para el intervalo $(3,+\infty)$:

$(x-1)+(x+2)-(x-3)>4 \Rightarrow x>0.$ No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $(-\infty,-8)\cup(2,+\infty)$.

29.- $|x|+|x+1|-|x+2|\leq 1.$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad\quad \boxed{-2} \quad\quad \boxed{-1} \quad\quad \boxed{0} \quad\quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,-2)$:

$-x-(x+1)+(x+2)\leq 1 \Rightarrow -x+1\leq 1 \Rightarrow x\geq 0.$ No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(-2,-1)$:

$-x-(x+1)-(x+2)\leq 1 \Rightarrow -3x-3\leq 1 \Rightarrow -3x\leq 4 \Rightarrow x\geq -\frac{4}{3} \Rightarrow [-\frac{4}{3},+\infty)$

Para el intervalo $(-1,0)$:
$-x+(x+1)-(x+2)\leq 1 \Rightarrow -x-1\leq 1 \Rightarrow x\geq -2.$ No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(0,+\infty)$:

$x+(x+1)-(x+2)\leq 1 \Rightarrow x\leq 2 \Rightarrow (-\infty,2].$

La solución del ejercicio es $\left[-\frac{4}{3},2\right]$.

30.- $|x+1|+|x+2|+|x+3|\geq 4x$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-3} \quad \boxed{-2} \quad \boxed{-1} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,-3)$:

$-(x+1)-(x+2)-(x+3)\geq 4x \Rightarrow 7x\leq -6 \Rightarrow x\leq -\dfrac{6}{7}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(-3,-2)$:

$-(x+1)-(x+2)+(x+3)\geq 4x \Rightarrow 5x\leq 0 \Rightarrow x\leq 0.$ No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(-2,-1)$:

$-(x+1)+(x+2)+(x+3)\geq 4x \Rightarrow 3x\leq 4 \Rightarrow \dfrac{4}{3}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(-1,+\infty)$:

$(x+1)+(x+2)+(x+3)\geq 4x \Rightarrow x\leq 6 \Rightarrow (-\infty,6]$.

La solución del ejercicio es $(-\infty,6]$.

31,- $|x+5|-|x-1|-|x-3|< x-7$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-5} \quad \boxed{1} \quad \boxed{3} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,-5)$:

$-(x+5)+(x-1)+(x-3)< x-7 \Rightarrow -9<-7.(\mathit{Verdad})$. Todos los valores del intervalo considerado $(-\infty,-5)$ satisfacen la inecuación .

Para el intervalo $(-5,1)$:

$(x+5)+(x-1)+(x-3)< x-7 \Rightarrow 2x<-8 \Rightarrow x<-4 \Rightarrow (-\infty,-4)$.

Para el intervalo $(1,3)$:

$(x+5)-(x-1)+(x-3)< x-7 \Rightarrow 3<-7(\mathit{absurdo})$.

Para el intervalo $\left(3,+\infty\right)$:

$\left(x+5\right)-\left(x-1\right)-\left(x-3\right)<x-7 \Rightarrow 2x>16 \Rightarrow x>8 \Rightarrow \left(8,+\infty\right).$

La solución del ejercicio es $\left(-\infty,-4\right)\cup\left(8,+\infty\right).$

32.- $\left|x-3\right|+\left|4x+1\right|-\left|x-7\right| \geq 12-3x$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-\frac{1}{4}} \quad \boxed{3} \quad \boxed{7} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{1}{4}\right)$:

$-\left(x-3\right)-\left(4x+1\right)+\left(x-7\right) \geq 12-3x \Rightarrow -x \geq 17 \Rightarrow x \leq -17 \Rightarrow (-\infty,-17].$

Para el intervalo $\left(-\frac{1}{4},3\right)$:

$-\left(x-3\right)+\left(4x+1\right)+\left(x-7\right) \geq 12-3x \Rightarrow 7x \geq 15 \Rightarrow x \geq \frac{15}{7} \Rightarrow [\frac{15}{7},+\infty).$

Para el intervalo $\left(3,7\right)$:

$\left(x-3\right)+\left(4x+1\right)+\left(x-7\right) \geq 12-3x \Rightarrow 9x \geq 15 \Rightarrow x \geq \frac{15}{9}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(7,+\infty\right)$:

$\left(x-3\right)+\left(4x+1\right)-\left(x-7\right) \geq 12-3x \Rightarrow 7x \geq 17 \Rightarrow x \geq \frac{17}{7}.$ No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $(-\infty,-17]\cup[\frac{15}{7},+\infty).$

33.- $|2x+1|+|2x+3|+|2x+5| \geq 7$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \;\text{———}\; \boxed{-\frac{5}{2}} \;\text{———}\; \boxed{-\frac{3}{2}} \;\text{———}\; \boxed{-\frac{1}{2}} \;\text{———}\; \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right)$:

$-(2x+1)-(2x+3)-(2x+5) \geq 7 \Rightarrow -6x \geq 16 \Rightarrow 6x \leq -16 \Rightarrow x \leq -\frac{8}{3} \Rightarrow (-\infty,-\frac{8}{3}]$.

Para el intervalo $\left(-\frac{5}{2},-\frac{3}{2}\right)$:

$-(2x+1)-(2x+3)+(2x+5) \geq 7 \Rightarrow -2x \geq 6 \Rightarrow x \leq -3$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)$:

$-(2x+1)+(2x+3)+(2x+5) \geq 7 \Rightarrow 2x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$:

$(2x+1)+(2x+3)+(2x+5) \geq 7 \Rightarrow 6x \geq -2 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{3} \Rightarrow [-\frac{1}{3},+\infty)$.

La solución del ejercicio es $(-\infty,-\frac{8}{3}] \cup [-\frac{1}{3},+\infty)$.

34.- $|x+4|-|x+2|+|1-x|-|x-5| > 4$

Solución:

$|x+4|-|x+2|+|x-1|-|x-5| > 4$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \;\text{———}\; \boxed{-4} \;\text{———}\; \boxed{-2} \;\text{———}\; \boxed{1} \;\text{———}\; \boxed{5} \;\text{———}\; \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,-4)$:
$-(x+4)+(x+2)-(x-1)+(x-5)>4 \Rightarrow -6>4(\textit{absurdo})$.

Para el intervalo $(-4,-2)$:
$(x+4)+(x+2)-(x-1)+(x-5)>4 \Rightarrow 2x>2 \Rightarrow x>1$. No está en el intervalo considerado.

Para el intervalo $(-2,1)$:
$(x+4)-(x+2)-(x-1)+(x-5)>4 \Rightarrow -2>4(\textit{absurdo.})$

Para el intervalo $(1,5)$:
$(x+4)-(x+2)+(x-1)+(x-5)>4 \Rightarrow 2x>8 \Rightarrow x>4 \Rightarrow (4,+\infty)$.

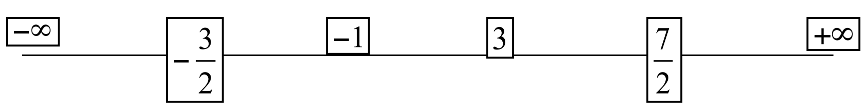
Para el intervalo $(5,+\infty)$:
$(x+4)-(x+2)+(x-1)-(x-5)>4 \Rightarrow 6>4(\textit{Verdad})$. Todos los valores del intervalo considerado son solución.

La solución del ejercicio es $(4,+\infty)$.

35.- $|x-3|+|x+1|-|2x-7|+|2x+3| \le 9$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:



Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right)$:

$-(x-3)-(x+1)+(2x-7)-(2x+3) \le 9 \Rightarrow -2x \le 17 \Rightarrow x \ge -\frac{17}{2} \Rightarrow [-\frac{17}{2},+\infty)$.

Para el intervalo $\left(-\frac{3}{2},-1\right)$:

$-\left(x-3\right)-\left(x+1\right)+\left(2x-7\right)+\left(2x+3\right)\leq 9\Rightarrow 2x\leq 11\Rightarrow x\leq\dfrac{11}{2}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-1,3\right)$:

$-\left(x-3\right)+\left(x+1\right)+\left(2x-7\right)+\left(2x+3\right)\leq 9\Rightarrow 4x\leq 9\Rightarrow x\leq\dfrac{9}{4}\Rightarrow(-\infty,\dfrac{9}{4}]$

Para el intervalo $\left(3,\dfrac{7}{2}\right)$:

$\left(x-3\right)+\left(x+1\right)-\left(2x-7\right)+\left(2x+3\right)\leq 9\Rightarrow 2x\leq 17\Rightarrow x\leq\dfrac{17}{2}$. No está en el intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(\dfrac{7}{2},+\infty\right)$:

$\left(x-3\right)+\left(x+1\right)-\left|2x-7\right|+\left|2x+3\right|\leq 9\Rightarrow 2x\leq 1\Rightarrow x\leq\dfrac{1}{2}$. No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $(-\infty,\dfrac{9}{4}]\cap[-\dfrac{17}{2},+\infty)\Rightarrow\left[-\dfrac{17}{2},\dfrac{9}{4}\right]$.

36.- $\left|2x+1\right|-\left|x-4\right|-\left|3x-2\right|+\left|x+6\right|\geq 9$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\text{ ——— }\boxed{-6}\text{ ——— }\boxed{-\frac{1}{2}}\text{ ——— }\boxed{\frac{2}{3}}\text{ ——— }\boxed{4}\text{ ——— }\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-6\right)$:

$-\left(2x+1\right)+\left(x-4\right)+\left(3x-2\right)-\left(x+6\right)\geq 9\Rightarrow x\geq 22$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-6,-\dfrac{1}{2}\right)$: n $-\left(2x+1\right)+\left(x-4\right)+\left(3x-2\right)-\left(x+6\right)\geq 9\Rightarrow x\geq\dfrac{10}{3}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right)$:

$(2x+1)+(x-4)+(3x-2)+(x+6)\geq 9 \Rightarrow 7x\geq 8 \Rightarrow x\geq \frac{8}{7}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(\frac{2}{3},4\right)$:

$(2x+1)+(x-4)-(3x-2)+(x+6)\geq 9 \Rightarrow x\geq 4 \Rightarrow \{4\}$.

Para el intervalo $(4,+\infty)$:

$(2x+1)-(x-4)-(3x-2)+(x+6)\geq 9 \Rightarrow x\leq 2$. No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\{4\}$. Hay que notar que no existe un intervalo como solución, ya que en todos los otros intervalos considerados no existen valores que sean solución y el único valor encontrado es extremo en el intervalo considerado..

37.- $|2x-9|-|x|+|x+1|-|x+5|<x+6$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

\

$$\boxed{-\infty}\;\text{———}\;\boxed{-5}\;\text{———}\;\boxed{-1}\;\text{———}\;\boxed{0}\;\text{———}\;\boxed{\frac{9}{2}}\;\text{———}\;\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,-5)$:

$-(2x-9)+x-(x+1)+(x+5)<x+6 \Rightarrow 2x>7 \Rightarrow x>\frac{7}{2}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(-5,-1)$:

$-(2x-9)+x-(x+1)-(x+5)<x+6 \Rightarrow 4x>-3 \Rightarrow x>-\frac{3}{4}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(-1,0)$:

$-(2x-9)+x+(x+1)-(x+5)<x+6 \Rightarrow x>-\frac{1}{2} \Rightarrow \left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$.

Para el intervalo $\left(0,\frac{9}{2}\right)$:

$-(2x-9)-x+(x+1)-(x+5)<x+6 \Rightarrow x>-\frac{1}{4}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(\frac{9}{2},+\infty\right)$:

$(2x-9)-x+(x+1)-(x+5)<x+6 \Rightarrow -13<6(\mathit{Verdad})$. Todos los valores del intervalo considerado son solución.

La solución del ejercicio es $\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$.

38.- $|x+1|+|x-6|+|4x+5|+2|x| \geq 10-x$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\;\text{———}\;\boxed{-\frac{5}{4}}\;\text{———}\;\boxed{-1}\;\text{———}\;\boxed{0}\;\text{———}\;\boxed{6}\;\text{———}\;\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{5}{4}\right)$:

$-(x+1)-(x-6)-(4x+5)-2x \geq 10-x \Rightarrow 7x \leq -10 \Rightarrow x \leq -\frac{10}{7} \Rightarrow (-\infty,-\frac{10}{7}]$.

Para el intervalo $\left(-\frac{5}{4},-1\right)$:

$-(x+1)-(x-6)+(4x+5)-2x \geq 10-x \Rightarrow x \geq 0$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(-1,0)$:

$(x+1)-(x-6)+(4x+5)-2x \geq 10-x \Rightarrow x \geq -\frac{2}{3} \Rightarrow [-\frac{2}{3},+\infty)$.

Para el intervalo $(0,6)$:

$(x+1)-(x-6)+(4x+5)+2x \geq 10-x \Rightarrow x \geq -\frac{2}{7}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(6,+\infty)$:

$(x+1)+(x-6)+(4x+5)+2x \geq 10-x \Rightarrow x \geq \frac{10}{9}$. No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $(-\infty,-\frac{10}{7}]\cup[-\frac{2}{3},+\infty)$.

39.- $|x-2|+|x+2|-|x-1|-|x+1|+|x|<3$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-2} \quad \boxed{-1} \quad \boxed{0} \quad \boxed{1} \quad \boxed{2} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,-2)$:

$-(x-2)-(x+2)+(x-1)+(x+1)-x<3 \Rightarrow x>-3 \Rightarrow (-3,+\infty)$.

Para el intervalo $(-2,-1)$:

$-(x-2)+(x+2)+(x-1)+(x+1)-x<3 \Rightarrow x<-1 \Rightarrow (-\infty,-1)$.

Para el intervalo $(-1,0)$:
$-(x-2)+(x+2)+(x-1)-(x+1)-x<3 \Rightarrow x>-1 \Rightarrow (-1,+\infty)$.

Para el intervalo $(0,1)$:
$-(x-2)+(x+2)+(x-1)-(x+1)+x<3 \Rightarrow x<1 \Rightarrow (-\infty,1)$.

Para el intervalo $(1,2)$:
$-(x-2)+(x+2)-(x-1)-(x+1)+x<3 \Rightarrow x>1 \Rightarrow (1,+\infty)$.

Para el intervalo $(2,+\infty)$:
$(x-2)+(x+2)-(x-1)-(x+1)+x<3 \Rightarrow x<3 \Rightarrow (-\infty,3)$

Buscando, gráficamente, las intercepciones entre los intervalos encontrados, la solución del ejercicio es $(-3,3)-(-1,1) \Rightarrow (-3,-1) \cup (1,3)$.

40.- $|x+7|+|x+4|+|x|-|x-3|+|x+6| \geq 15$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$\boxed{-\infty}$ $\boxed{-7}$ $\boxed{-6}$ $\boxed{-4}$ $\boxed{0}$ $\boxed{3}$ $\boxed{+\infty}$

Para el intervalo $(-\infty,-7)$:

$-(x+7)-(x+4)-x+(x-3)-(x+6) \geq 15 \Rightarrow x \leq -\frac{35}{3} \Rightarrow (-\infty,-\frac{35}{3}]$

Para el intervalo $(-7,-6)$:

$(x+7)-(x+4)-x+(x-3)-(x+6) \geq 15 \Rightarrow x \leq -21.$ No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(-6,-4)$:

$(x+7)-(x+4)-x+(x-3)+(x+6) \geq 15 \Rightarrow x \geq 9.$ No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(-4,0)$:

$(x+7)+(x+4)-x+(x-3)+(x+6) \geq 15 \Rightarrow 3x+14 \geq 15 \Rightarrow 3x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{3}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(0,3)$:

$(x+7)+(x+4)-x+(x-3)+(x+6) \geq 15 \Rightarrow 3x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{3} \Rightarrow \left(\frac{1}{3},+\infty\right)$

Para el intervalo $(3,+\infty)$:

$(x+7)+(x+4)+x-(x-3)+(x+6) \geq 15 \Rightarrow 3x \geq -5 \Rightarrow x \geq -\frac{5}{3}$. No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $(-\infty,-\frac{35}{3}]\cup[\frac{1}{3},+\infty)$.

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #69B.

Tema: Inecuaciones de valor absoluto de mayor complejidad. (Hoffmann-3r año).

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

1.- $|x| < k \Rightarrow -k < x < k$

2.-

$$|x| > k \Rightarrow$$

$$x > k$$

$$x < -k$$

PREGUNTAS:

Ejercicio 94. Resolver las siguientes ecuaciones:

1.- $|2x+5| > 3 - x$

Solución:

La raíz de la expresión $2x+5$ determina dos intervalos en la recta numérica, a saber:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-\frac{5}{2}} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right)$:

$-(2x+5) > 3-x \Rightarrow -2x-5 > 3-x \Rightarrow 2x-x < -8 \Rightarrow x < -8.$

Para el intervalo $\left(-\frac{5}{2},+\infty\right)$:

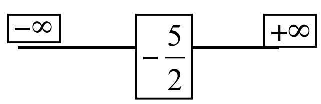
$2x+5 > 3-x \Rightarrow 3x > -2 \Rightarrow x > -\frac{2}{3}.$

La solución del ejercicio es $(-\infty,-8) \cup \left(-\frac{2}{3},+\infty\right)$.

2.- $|2x+5| \leq 5x-1$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:



Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right)$:

$-(2x+5) \leq 5x-1 \Rightarrow -2x-5 \leq 5x-1 \Rightarrow 7x \geq -4 \Rightarrow x \geq -\frac{4}{7}$. No está en el intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-\frac{5}{2},+\infty\right)$:

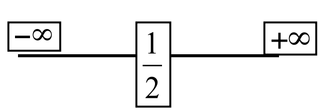
$2x+5 \leq 5x-1 \Rightarrow 3x \geq 6 \Rightarrow x \geq 2.$

La solución del ejercicio es $[2,+\infty)$.

3.- $5-x \leq |2x-1|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:



Para el intervalo $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$:

$5 - x \leq -(2x - 1) \Rightarrow 5 - x \leq -2x + 1 \Rightarrow x \leq -4.$

Para el intervalo $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$:

$5 - x \leq 2x - 1 \Rightarrow 3x \geq 6 \Rightarrow x \geq 2.$

La solución del ejercicio es $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$.

4.- $|5x - 7| < 3x + 5$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \;\text{———}\; \boxed{\frac{7}{5}} \;\text{———}\; \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty, \frac{7}{5}\right)$:

$-(5x - 7) < 3x + 5 \Rightarrow -5x + 7 < 3x + 5 \Rightarrow 8x > 2 \Rightarrow x > \frac{1}{4}.$

Para el intervalo $\left(\frac{7}{5}, +\infty\right)$:

$5x - 7 < 3x + 5 \Rightarrow 2x < 12 \Rightarrow x < 6.$

La solución del ejercicio es $\left(\frac{1}{4}, 6\right)$.

5.- $\left|3x + \frac{1}{2}\right| - \frac{7}{2} \leq x$

Solución:

$\left|3x + \frac{1}{2}\right| \leq x + \frac{7}{2}$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \;\text{———}\; \boxed{-\frac{1}{6}} \;\text{———}\; \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{1}{6}\right)$:

$$-\left(3x+\frac{1}{2}\right)\le x+\frac{7}{2}\Rightarrow -4x\le \frac{7}{2}+\frac{1}{2}\Rightarrow -4x\le 4\Rightarrow x\ge -1$$

Para el intervalo $\left(-\frac{1}{6},+\infty\right)$:

$$3x+\frac{1}{2}\le x+\frac{7}{2}\Rightarrow 2x\le 3\Rightarrow x\le \frac{3}{2}.$$

La solución del ejercicio es $\left[-1,\frac{3}{2}\right]$

6.- $|x-2|<\frac{x-1}{2}$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$\boxed{-\infty}$ $\boxed{2}$ $\boxed{+\infty}$

Para el intervalo $(-\infty,2)$:

$$-(x-2)<\frac{x-1}{2}\Rightarrow -2x+4<x-1\Rightarrow 3x>5\Rightarrow x>\frac{5}{3}.$$

Para el intervalo $(2,+\infty)$:

$$x-2<\frac{x-1}{2}\Rightarrow 2x-4<x-1\Rightarrow x<3.$$

La solución del ejercicio es $\left(\frac{5}{3},3\right)$.

7.- $2|x+1|\ge x+4$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$\boxed{-\infty}$ $\boxed{-1}$ $\boxed{+\infty}$

Para el intervalo $\left(-\infty,-1\right)$:
$-2\cdot\left(x+1\right)\geq x+4\Rightarrow -2x-2\geq x+4\Rightarrow 3x\leq -6\Rightarrow x\leq -2.$

Para el intervalo $\left(-1,+\infty\right)$:
$2\cdot\left(x+1\right)\geq x+4\Rightarrow x\geq 2.$

La solución del ejercicio es $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty).$

8.- $\left|x+2\right|>\left|x\right|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\text{———}\boxed{-2}\text{———}\boxed{0}\text{———}\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-2\right)$:
$-\left(x+2\right)>-x\Rightarrow -2>0\left(absurdo\right).$

Para el intervalo $\left(-2,0\right)$:
$\left(x+2\right)>-x\Rightarrow 2x>-2\Rightarrow x>-1.\Rightarrow\left(-1,0\right).$

Para el intervalo $\left(0,+\infty\right)$:
$x+2>x\left(verdad\right)$. Esto es verdad para cualquier valor de $\boldsymbol{x}$ que pertenezca al intervalo considerado. $\left(0,+\infty\right)$.
La solución del ejercicio es $\left(-1,0\right)\cup\left(0,+\infty\right)\Rightarrow\left(-1,+\infty\right).$

9.- $\left|1-x\right|-\left|x\right|\leq 0$

Solución:

$\left|x-1\right|-\left|x\right|\leq 0.$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\text{———}\boxed{0}\text{———}\boxed{1}\text{———}\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,0)$:
$-(x-1)+x\le 0 \Rightarrow 1\le 0.(absurdo)$.

Para el intervalo $(0,1)$:

$-(x-1)-x\le 0 \Rightarrow -2x\le -1 \Rightarrow x\ge \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{1}{2},1\right)$.

Para el intervalo $(1,+\infty)$:

$(x-1)-x\le 0 \Rightarrow -1\le 0(verdad)$. Todos los valores del intervalo satisfacen la inecuación. $(1,+\infty)$.

La solución del ejercicio es $[\frac{1}{2},1)\cup(1,+\infty)\Rightarrow[\frac{1}{2},+\infty)$.

10.- $|x+4|\ge|x-2|$

Solución:

$\boxed{-\infty}$ —— $\boxed{-4}$ —— $\boxed{2}$ —— $\boxed{+\infty}$

Para el intervalo $(-\infty,-4)$:
$-(x+4)\ge-(x-2)\Rightarrow -4\ge 2(absurdo)$.

Para el intervalo $(-4,2)$:

$(x+4)\ge-(x-2)\Rightarrow 2x\ge -2\Rightarrow x\ge -1. \Rightarrow[-1,2]$.

Para el intervalo $(2,+\infty)$:

$x+4\ge x-2\Rightarrow 4\ge -2(verdad)$. Todos los valores que pertenecen al intervalo considerado son solución; entonces, la solución del ejercicio es: $\Rightarrow[-1,2]\cup[2,+\infty)\Rightarrow[-1,+\infty)$.

11.- $|3x+7|<|2x-3|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\text{———}\boxed{-\frac{7}{3}}\text{———}\boxed{\frac{3}{2}}\text{———}\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{7}{3}\right)$:

$-\left(3x+7\right)<-\left(2x-3\right)\Rightarrow -3x-7<-2x+3\Rightarrow x>-10.\Rightarrow\left(-10,-\frac{7}{3}\right).$

Para el intervalo $\left(-\frac{7}{3},\frac{3}{2}\right)$:

$\left(3x+7\right)<-\left(2x-3\right)\Rightarrow 3x+7<-2x+3\Rightarrow 5x<-4\Rightarrow x<-\frac{4}{5}.\Rightarrow\left(-\frac{7}{3},-\frac{4}{5}\right)$

Para el intervalo $\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$:

$\left(3x+7\right)<\left(2x-3\right)\Rightarrow x<-10.$ No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left(-10,-\frac{7}{3}\right)\cup\left(-\frac{7}{3},-\frac{4}{5}\right)\Rightarrow\left(-10,-\frac{4}{5}\right).$

12.- $\left|x+4\right|-\left|x+3\right|\geq 0$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\text{———}\boxed{-4}\text{———}\boxed{-3}\text{———}\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-4\right)$:

$-\left(x+4\right)+\left(x+3\right)\geq 0\Rightarrow -1\geq 0\left(\mathit{Absurdo}\right).$

Para el intervalo $\left(-4,-3\right)$:

$\left(x+4\right)+\left(x+3\right)\geq 0\Rightarrow 2x\geq -7\Rightarrow x\geq -\frac{7}{2}\Rightarrow\left[-\frac{7}{2},-3\right]$

Para el intervalo $\left(-3,+\infty\right)$:

$\left(x+4\right)-\left(x+3\right)\geq 0\Rightarrow 4\geq 3$. Todos los valores pertenecientes al intervalo considerado son solución. $\Rightarrow[-3,+\infty)$.

La solución del ejercicio es $\left[-\frac{7}{2},-3\right]\cup[-3,+\infty)\Rightarrow[-\frac{7}{2},+\infty)$.

13.- $\left|2x-3\right|-\left|x+4\right|\leq 0$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\text{———}\boxed{-4}\text{———}\boxed{\frac{3}{2}}\text{———}\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-4\right)$:

$-\left(2x-3\right)+\left(x+4\right)\leq 0\Rightarrow -x+1\leq 0\Rightarrow x\geq 1$. No pertenece al intervalo, por tanto, no es solución.

Para el intervalo $\left(-4,\frac{3}{2}\right)$:

$-\left(2x-3\right)-\left(x+4\right)\leq 0\Rightarrow -3x-1\leq 0\Rightarrow 3x\geq -1\Rightarrow x\geq -\frac{1}{3}.\Rightarrow\left[-\frac{1}{3},\frac{3}{2}\right]$.

Para el intervalo $\left(\frac{3}{2},\infty\right)$:

$\left(2x-3\right)-\left(x+4\right)\leq 0\Rightarrow x-7\leq 0\Rightarrow x\leq 7.\Rightarrow\left[\frac{3}{2},7\right]$.

La solución del ejercicio es $\left[-\frac{1}{3},\frac{3}{2}\right]\cup\left[\frac{3}{2},7\right]\Rightarrow\left[-\frac{1}{3},7\right]$.

14.- $\left|x-2\right|+\left|1-x\right|>x+3$.

Solución: $\left|x-2\right|+\left|x-1\right|>x+3$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\text{———}\boxed{1}\text{———}\boxed{2}\text{———}\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,1)$:

$-(x-2)-(x-1)>x+3 \Rightarrow 3x<0 \Rightarrow x<0. \Rightarrow (-\infty,0).$

Para el intervalo $(1,2)$:

$-(x-2)+(x-1)>x+3 \Rightarrow x<-2.$ No está en el intervalo.

Para el intervalo $(2,+\infty)$:
$(x-2)+(x-1)>x+3 \Rightarrow x>6. \Rightarrow (6,+\infty).$

La solución del ejercicio es $(-\infty,0)\cup(6,+\infty).$

15.- $|3x+7|-|2x-1|>2$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \text{———} \boxed{-\frac{7}{3}} \text{———} \boxed{\frac{1}{2}} \text{———} \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\dfrac{7}{3}\right)$:
$-(3x+7)+(2x-1)>2 \Rightarrow -x-8>2 \Rightarrow x<-10 \Rightarrow (-\infty,-10).$

Para el intervalo $\left(-\dfrac{7}{3},\dfrac{1}{2}\right)$:

$(3x+7)+(2x-1)>2 \Rightarrow 5x+6>2 \Rightarrow 5x>-4 \Rightarrow x>-\dfrac{4}{5} \Rightarrow \left(-\dfrac{4}{5},+\infty\right)$

Para el intervalo $\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$:
$(3x+7)-(2x-1)>2 \Rightarrow x+8>2 \Rightarrow x>-6.$ No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left(-\infty,-10\right)\cup\left(-\frac{4}{5},+\infty\right)$.

16.- $\left|7x-5\right|+\left|2x+3\right|\geq 10x+1$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\;\text{——}\;\boxed{-\frac{3}{2}}\;\text{——}\;\boxed{\frac{5}{7}}\;\text{——}\;\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right)$:

$-\left(7x-5\right)-\left(2x+3\right)\geq 10x+1\Rightarrow -9x+2\geq 10x+1\Rightarrow x\leq\frac{1}{19}$. No está en el intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-\frac{3}{2},\frac{5}{7}\right)$:

$-\left(7x-5\right)+\left(2x+3\right)\geq 10x+1\Rightarrow x\leq\frac{7}{15}\Rightarrow(-\infty,\frac{7}{15}]$.

Para el intervalo $\left(\frac{5}{7},+\infty\right)$:

$\left(7x-5\right)+\left(2x+3\right)\geq 10x+1\Rightarrow 9x-2\geq 10x+1\Rightarrow x\leq -3$. No está en el intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $(-\infty,\frac{7}{15}]$.

17.- $\left|9x-3\right|-\left|2x+5\right|\geq 2-x$

Solución:

$$\boxed{-\infty}\;\text{——}\;\boxed{-\frac{5}{2}}\;\text{——}\;\boxed{\frac{1}{3}}\;\text{——}\;\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\dfrac{5}{2}\right)$:

$-\left(9x-3\right)+\left(2x+5\right)\geq 2-x\Rightarrow -7x+8\geq 2-x\Rightarrow 6x\leq 6\Rightarrow x\leq 1.$ No está en el intervalo.

Para el intervalo $\left(-\dfrac{5}{2},\dfrac{1}{3}\right)$:

$-\left(9x-3\right)-\left(2x+5\right)\geq 2-x\Rightarrow 10x\leq -4\Rightarrow x\leq -\dfrac{2}{5}\Rightarrow (-\infty,-\dfrac{2}{5}].$

Para el intervalo $\left(\dfrac{1}{3},+\infty\right)$:

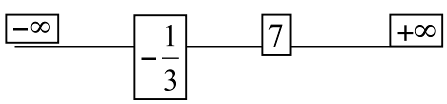
$\left(9x-3\right)-\left(2x+5\right)\geq 2-x\Rightarrow 8x\geq 10\Rightarrow x\geq \dfrac{5}{4}\Rightarrow [\dfrac{5}{4},+\infty).$

La solución del ejercicio es $(-\infty,-\dfrac{2}{5}]\cup[\dfrac{5}{4},+\infty).$

18.- $\left|3x+1\right|+\left|x-7\right|>x+10$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:



Para el intervalo $\left(-\infty,-\dfrac{1}{3}\right)$:

$-\left(3x+1\right)-\left(x-7\right)>x+10\Rightarrow x<-\dfrac{4}{5}\Rightarrow\left(-\infty,-\dfrac{4}{5}\right).$

Para el intervalo $\left(-\dfrac{1}{3},7\right)$:
$\left(3x+1\right)-\left(x-7\right)>x+10\Rightarrow x>2\Rightarrow\left(2,+\infty\right).$

Para el intervalo $\left(7,+\infty\right)$:

$(3x+1)+(x-7)>x+10 \Rightarrow 3x-6>10 \Rightarrow 3x>16 \Rightarrow x>\dfrac{16}{3}$. No está en el intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left(-\infty,-\dfrac{4}{5}\right)\cup(2,+\infty)$.

19.- $|x+2|-3x+4 \geq |2-x|$

Solución:

$|x+2|-3x+4 \geq |x-2|$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\quad\boxed{-2}\quad\boxed{2}\quad\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,-2)$
$-(x+2)-3x+4 \geq -(x-2) \Rightarrow 3x \leq 0 \Rightarrow x \leq 0$. No está en el intervalo considerado

Para el intervalo $(-2,2)$:

$(x+2)-3x+4 \geq -(x-2) \Rightarrow -x \geq -4 \Rightarrow x \leq 4$. No está en el intervalo considerado.

Para el intervalo $(2,+\infty)$:

$(x+2)-3x+4 \geq (x-2) \Rightarrow x \geq \dfrac{8}{3} \Rightarrow (-\infty,\dfrac{8}{3}]$.

La solución del ejercicio es $(-\infty,\dfrac{8}{3}]$.

20.- $|x+3|-|x-5|<x+6$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\quad\boxed{-3}\quad\boxed{5}\quad\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,-3)$:

$-(x+3)+(x-5)<x+6 \Rightarrow -8<x+6 \Rightarrow x>-14 \Rightarrow (-14,+\infty)$.

Para el intervalo $(-3,5)$:

$(x+3)+(x-5)<x+6 \Rightarrow x<8$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(5,+\infty)$:

$(x+3)-(x-5)<x+6 \Rightarrow x>14 \Rightarrow (14,+\infty)$

La solución del ejercicio es $(-14,+\infty)$.

21.- $|x+1|+1-x<|2x+5|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\;\rule[0.5ex]{4em}{0.4pt}\;\boxed{-\frac{5}{2}}\;\rule[0.5ex]{4em}{0.4pt}\;\boxed{-1}\;\rule[0.5ex]{4em}{0.4pt}\;\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right)$:

$-(x+1)+1-x<-(2x+5) \Rightarrow 0<-5(absurdo)$.

Para el intervalo $\left(-\frac{5}{2},-1\right)$

$-(x+1)+1-x<(2x+5) \Rightarrow 4x>-5 \Rightarrow x>-\frac{5}{4} \Rightarrow \left(-\frac{5}{4},+\infty\right)$.

Para el intervalo $(-1,+\infty)$:

$(x+1)+1-x<(2x+5) \Rightarrow 2x>-3 \Rightarrow x>-\frac{3}{2}$. No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $(-14,+\infty)$.

22.- $|x-7|+|x+3| \geq 2x$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad\text{———}\quad \boxed{-3} \quad\text{———}\quad \boxed{7} \quad\text{———}\quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-3\right)$:

$-\left(x-7\right)-\left(x+3\right)\geq 2x \Rightarrow 4x \leq 10 \Rightarrow x \leq .\frac{5}{2}$. No está en el intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-3,7\right)$:
$-\left(x-7\right)+\left(x+3\right)\geq 2x \Rightarrow 2x \leq 10 \Rightarrow x \leq 5 \Rightarrow (-\infty,5]$.

Para el intervalo $\left(7,+\infty\right)$:
$\left(x-7\right)+\left(x+3\right)\geq 2x \Rightarrow 7 \leq 3\left(absurdo\right)$.

La solución del ejercicio es $(-\infty,5]$.

23.- $5x+2<\left|3x+5\right|+\left|2x+1\right|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad\text{———}\quad \boxed{-\frac{5}{3}} \quad\text{———}\quad \boxed{-\frac{1}{2}} \quad\text{———}\quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{5}{3}\right)$:

$5x+2<-\left(3x+5\right)-\left(2x+1\right)\Rightarrow 10x<-8 \Rightarrow x<-\frac{4}{5}\Rightarrow\left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)$.

Para el intervalo $\left(-\frac{5}{3},-\frac{1}{2}\right)$:

$5x+2<\left(3x+5\right)-\left(2x+1\right)\Rightarrow 4x<2 \Rightarrow x<\frac{1}{2}$. No está en el intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$:

$5x+2<\left(3x+5\right)+\left(2x+1\right)\Rightarrow 6>2$. Todos los valores del intervalo considerado satisfacen la inecuación.

La solución del problema es $\left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)\cup\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$.

24.- $|x+9|-|5-x|<3-x$

Solución:

$|x+9|-|x-5|<3-x$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\quad\boxed{-9}\quad\boxed{5}\quad\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,-9)$:

$-(x+9)+(x-5)<3-x\Rightarrow x<17$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(-9,5)$:

$(x+9)+(x-5)<3-x\Rightarrow x<-\frac{1}{3}\Rightarrow\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$.

Para el intervalo $(5,+\infty)$:

$(x+9)-(x-5)<3-x\Rightarrow x<-11$. No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$.

25.- $|x-10|+|4x+7|\geq x+20$

Solución:

$$\boxed{-\infty}\quad\boxed{-\frac{7}{4}}\quad\boxed{10}\quad\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{7}{4}\right)$:

$-(x-10)-(4x+7)\geq x+20\Rightarrow -5x+3\geq x+20\Rightarrow 6x\leq -17\Rightarrow x\leq -\frac{17}{6}\Rightarrow(-\infty,-\frac{17}{6}]$.

Para el intervalo $\left(-\frac{7}{4},10\right)$:

$-\left(x-10\right)+\left(4x+7\right)\geq x+20 \Rightarrow 2x\geq 3 \Rightarrow x\geq \frac{3}{2} \Rightarrow [\frac{3}{2},+\infty)$

Para el intervalo $\left(10,+\infty\right)$:

$\left(x-10\right)+\left(4x+7\right)\geq x+20 \Rightarrow 4x\geq 23 \Rightarrow x\geq \frac{23}{4}$. No pertenece al intervalo.

La solución del ejercicio es $(-\infty,-\frac{17}{6}]\cup[\frac{3}{2},+\infty)$.

26.- $|x-9|+|5x+3|<x+15$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$\boxed{-\infty}$ —— $\boxed{-\frac{3}{5}}$ —— $\boxed{9}$ —— $\boxed{+\infty}$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{3}{5}\right)$:

$-\left(x-9\right)-\left(5x+3\right)<x+15 \Rightarrow -6x+6<x+15 \Rightarrow 7x>-9 \Rightarrow x>-\frac{9}{7} \Rightarrow \left(-\frac{9}{7},-\frac{3}{5}\right)$..

Para el intervalo $\left(-\frac{3}{5},9\right)$:

$-\left(x-9\right)+\left(5x+3\right)<x+15 \Rightarrow 4x+12<x+15 \Rightarrow 3x<3 \Rightarrow x<1 \Rightarrow \left(-\frac{3}{5},1\right)$.

Para el intervalo $\left(9,+\infty\right)$:

$\left(x-9\right)+\left(5x+3\right)<x+15 \Rightarrow 5x<21 \Rightarrow x<\frac{21}{5}$. No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left(-\frac{9}{7},-\frac{3}{5}\right)\cup\left(-\frac{3}{5},1\right)\Rightarrow\left(-\frac{9}{7},1\right)$.

27.- $|x-4|+|x+2|+|x+1|>9$

Solución:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-2} \quad \boxed{-1} \quad \boxed{4} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-2\right)$:

$-\left(x-4\right)-\left(x+2\right)-\left(x+1\right)>9 \Rightarrow -3x+1>9 \Rightarrow -3x>8 \Rightarrow x<-\dfrac{8}{3} \Rightarrow \left(-\infty,-\dfrac{8}{3}\right).$

Para el intervalo $\left(-2,-1\right)$:

$-\left(x-4\right)+\left(x+2\right)-\left(x+1\right)>9 \Rightarrow -x+5>9 \Rightarrow -x>4 \Rightarrow x<-4.$ No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-1,4\right)$:

$-\left(x-4\right)+\left(x+2\right)+\left(x+1\right)>9 \Rightarrow x>2 \Rightarrow \left(2,+\infty\right).$

Para el intervalo $\left(4,+\infty\right)$:

$\left(x-4\right)+\left(x+2\right)+\left(x+1\right)>9 \Rightarrow 3x>10 \Rightarrow x>\dfrac{10}{3}.$ No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left(-\infty,-\dfrac{8}{3}\right)\cup\left(2,+\infty\right).$

28.- $\left|x-1\right|+\left|x+2\right|-\left|x-3\right|>4$

Solución:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-2} \quad \boxed{1} \quad \boxed{3} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-2\right)$:

$-\left(x-1\right)-\left(x+2\right)+\left(x-3\right)>4 \Rightarrow -x-4>4 \Rightarrow -x>8 \Rightarrow x<-8 \Rightarrow \left(-\infty,-8\right).$

Para el intervalo $\left(-2,1\right)$:

$-\left(x-1\right)+\left(x+2\right)+\left(x-3\right)>4 \Rightarrow x>4.$ No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(1,3\right)$:

$(x-1)+(x+2)+(x-3)>4 \Rightarrow 3x>6 \Rightarrow x>\frac{6}{3} \Rightarrow x>2 \Rightarrow (2,+\infty).$

Para el intervalo $(3,+\infty)$:

$(x-1)+(x+2)-(x-3)>4 \Rightarrow x>0.$ No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $(-\infty,-8)\cup(2,+\infty).$

29.- $|x|+|x+1|-|x+2|\leq 1.$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \qquad \boxed{-2} \qquad \boxed{-1} \qquad \boxed{0} \qquad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,-2)$:

$-x-(x+1)+(x+2)\leq 1 \Rightarrow -x+1\leq 1 \Rightarrow x\geq 0.$ No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(-2,-1)$:

$-x-(x+1)-(x+2)\leq 1 \Rightarrow -3x-3\leq 1 \Rightarrow -3x\leq 4 \Rightarrow x\geq -\frac{4}{3} \Rightarrow [-\frac{4}{3},+\infty)$

Para el intervalo $(-1,0)$:
$-x+(x+1)-(x+2)\leq 1 \Rightarrow -x-1\leq 1 \Rightarrow x\geq -2.$ No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(0,+\infty)$:

$x+(x+1)-(x+2)\leq 1 \Rightarrow x\leq 2 \Rightarrow (-\infty,2].$

La solución del ejercicio es $\left[-\frac{4}{3},2\right].$

30.- $|x+1|+|x+2|+|x+3|\geq 4x$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\qquad\boxed{-3}\qquad\boxed{-2}\qquad\boxed{-1}\qquad\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-3\right)$:
$-\left(x+1\right)-\left(x+2\right)-\left(x+3\right)\geq 4x \Rightarrow 7x\leq -6 \Rightarrow x\leq -\dfrac{6}{7}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-3,-2\right)$:
$-\left(x+1\right)-\left(x+2\right)+\left(x+3\right)\geq 4x \Rightarrow 5x\leq 0 \Rightarrow x\leq 0.$ No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-2,-1\right)$:
$-\left(x+1\right)+\left(x+2\right)+\left(x+3\right)\geq 4x \Rightarrow 3x\leq 4 \Rightarrow \dfrac{4}{3}$. No pertenece al intervalo considerado.
Para el intervalo $\left(-1,+\infty\right)$:
$\left(x+1\right)+\left(x+2\right)+\left(x+3\right)\geq 4x \Rightarrow x\leq 6 \Rightarrow (-\infty,6]$.

La solución del ejercicio es $(-\infty,6]$.

31,- $\left|x+5\right|-\left|x-1\right|-\left|x-3\right|<x-7$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\qquad\boxed{-5}\qquad\boxed{1}\qquad\boxed{3}\qquad\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-5\right)$:
$-\left(x+5\right)+\left(x-1\right)+\left(x-3\right)<x-7 \Rightarrow -9<-7.\left(\mathit{Verdad}\right)$. Todos los valores del intervalo considerado $\left(-\infty,-5\right)$ satisfacen la inecuación .

Para el intervalo $\left(-5,1\right)$:
$\left(x+5\right)+\left(x-1\right)+\left(x-3\right)<x-7 \Rightarrow 2x<-8 \Rightarrow x<-4 \Rightarrow \left(-\infty,-4\right)$.

Para el intervalo $\left(1,3\right)$:
$\left(x+5\right)-\left(x-1\right)+\left(x-3\right)<x-7 \Rightarrow 3<-7\left(\mathit{absurdo}\right)$.

Para el intervalo $(3,+\infty)$:

$(x+5)-(x-1)-(x-3)<x-7 \Rightarrow 2x>16 \Rightarrow x>8 \Rightarrow (8,+\infty)$.

La solución del ejercicio es $(-\infty,-4)\cup(8,+\infty)$.

32.- $|x-3|+|4x+1|-|x-7|\geq 12-3x$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-\frac{1}{4}} \quad \boxed{3} \quad \boxed{7} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{1}{4}\right)$:

$-(x-3)-(4x+1)+(x-7)\geq 12-3x \Rightarrow -x\geq 17 \Rightarrow x\leq -17 \Rightarrow (-\infty,-17]$.

Para el intervalo $\left(-\frac{1}{4},3\right)$:

$-(x-3)+(4x+1)+(x-7)\geq 12-3x \Rightarrow 7x\geq 15 \Rightarrow x\geq \frac{15}{7} \Rightarrow [\frac{15}{7},+\infty)$.

Para el intervalo $(3,7)$:

$(x-3)+(4x+1)+(x-7)\geq 12-3x \Rightarrow 9x\geq 15 \Rightarrow x\geq \frac{15}{9}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(7,+\infty)$:

$(x-3)+(4x+1)-(x-7)\geq 12-3x \Rightarrow 7x\geq 17 \Rightarrow x\geq \frac{17}{7}$. No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $(-\infty,-17]\cup[\frac{15}{7},+\infty)$.

33.- $|2x+1|+|2x+3|+|2x+5|\geq 7$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\text{ — }\boxed{-\frac{5}{2}}\text{ — }\boxed{-\frac{3}{2}}\text{ — }\boxed{-\frac{1}{2}}\text{ — }\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right)$:

$-(2x+1)-(2x+3)-(2x+5)\geq 7\Rightarrow -6x\geq 16\Rightarrow 6x\leq -16\Rightarrow x\leq -\frac{8}{3}\Rightarrow(-\infty,-\frac{8}{3}]$.

Para el intervalo $\left(-\frac{5}{2},-\frac{3}{2}\right)$:

$-(2x+1)-(2x+3)+(2x+5)\geq 7\Rightarrow -2x\geq 6\Rightarrow x\leq -3$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)$:

$-(2x+1)+(2x+3)+(2x+5)\geq 7\Rightarrow 2x\geq 0\Rightarrow x\geq 0$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$:

$(2x+1)+(2x+3)+(2x+5)\geq 7\Rightarrow 6x\geq -2\Rightarrow x\geq -\frac{1}{3}\Rightarrow[-\frac{1}{3},+\infty)$.

La solución del ejercicio es $(-\infty,-\frac{8}{3}]\cup[-\frac{1}{3},+\infty)$.

34.- $|x+4|-|x+2|+|1-x|-|x-5|>4$

Solución:

$|x+4|-|x+2|+|x-1|-|x-5|>4$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\text{ — }\boxed{-4}\text{ — }\boxed{-2}\text{ — }\boxed{1}\text{ — }\boxed{5}\text{ — }\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,-4)$:

$-(x+4)+(x+2)-(x-1)+(x-5)>4 \Rightarrow -6>4(absurdo).$

Para el intervalo $(-4,-2)$:

$(x+4)+(x+2)-(x-1)+(x-5)>4 \Rightarrow 2x>2 \Rightarrow x>1.$ No está en el intervalo considerado.

Para el intervalo $(-2,1)$:

$(x+4)-(x+2)-(x-1)+(x-5)>4 \Rightarrow -2>4(absurdo.)$

Para el intervalo $(1,5)$:

$(x+4)-(x+2)+(x-1)+(x-5)>4 \Rightarrow 2x>8 \Rightarrow x>4 \Rightarrow (4,+\infty).$

Para el intervalo $(5,+\infty)$:

$(x+4)-(x+2)+(x-1)-(x-5)>4 \Rightarrow 6>4(Verdad).$ Todos los valores del intervalo considerado son solución.

La solución del ejercicio es $(4,+\infty)$.

35.- $|x-3|+|x+1|-|2x-7|+|2x+3| \le 9$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-\frac{3}{2}} \quad \boxed{-1} \quad \boxed{3} \quad \boxed{\frac{7}{2}} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right)$:

$-(x-3)-(x+1)+(2x-7)-(2x+3) \le 9 \Rightarrow -2x \le 17 \Rightarrow x \ge -\frac{17}{2} \Rightarrow [-\frac{17}{2},+\infty).$

Para el intervalo $\left(-\frac{3}{2},-1\right)$:

$-(x-3)-(x+1)+(2x-7)+(2x+3) \le 9 \Rightarrow 2x \le 11 \Rightarrow x \le \frac{11}{2}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(-1,3)$:

$-(x-3)+(x+1)+(2x-7)+(2x+3) \le 9 \Rightarrow 4x \le 9 \Rightarrow x \le \frac{9}{4} \Rightarrow (-\infty, \frac{9}{4}]$

Para el intervalo $\left(3, \frac{7}{2}\right)$:

$(x-3)+(x+1)-(2x-7)+(2x+3) \le 9 \Rightarrow 2x \le 17 \Rightarrow x \le \frac{17}{2}$. No está en el intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(\frac{7}{2}, +\infty\right)$:

$(x-3)+(x+1)-|2x-7|+|2x+3| \le 9 \Rightarrow 2x \le 1 \Rightarrow x \le \frac{1}{2}$. No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $(-\infty, \frac{9}{4}] \cap [-\frac{17}{2}, +\infty) \Rightarrow \left[-\frac{17}{2}, \frac{9}{4}\right]$.

36.- $|2x+1|-|x-4|-|3x-2|+|x+6| \ge 9$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \text{———} \boxed{-6} \text{———} \boxed{-\frac{1}{2}} \text{———} \boxed{\frac{2}{3}} \text{———} \boxed{4} \text{———} \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty, -6)$:

$-(2x+1)+(x-4)+(3x-2)-(x+6) \ge 9 \Rightarrow x \ge 22$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-6, -\frac{1}{2}\right)$: n $-(2x+1)+(x-4)+(3x-2)-(x+6) \ge 9 \Rightarrow x \ge \frac{10}{3}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right)$:

$\left(2x+1\right)+\left(x-4\right)+\left(3x-2\right)+\left(x+6\right)\geq 9 \Rightarrow 7x\geq 8 \Rightarrow x\geq \frac{8}{7}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(\frac{2}{3},4\right)$:

$\left(2x+1\right)+\left(x-4\right)-\left(3x-2\right)+\left(x+6\right)\geq 9 \Rightarrow x\geq 4 \Rightarrow \{4\}$.

Para el intervalo $\left(4,+\infty\right)$:

$\left(2x+1\right)-\left(x-4\right)-\left(3x-2\right)+\left(x+6\right)\geq 9 \Rightarrow x\leq 2$. No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\{4\}$. Hay que notar que no existe un intervalo como solución, ya que en todos los otros intervalos considerados no existen valores que sean solución y el único valor encontrado es extremo en el intervalo considerado..

37.- $\left|2x-9\right|-\left|x\right|+\left|x+1\right|-\left|x+5\right|<x+6$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:
\

$$\boxed{-\infty}\quad\text{———}\quad\boxed{-5}\quad\text{———}\quad\boxed{-1}\quad\text{———}\quad\boxed{0}\quad\text{———}\quad\boxed{\frac{9}{2}}\quad\text{———}\quad\boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-5\right)$:

$-\left(2x-9\right)+x-\left(x+1\right)+\left(x+5\right)<x+6 \Rightarrow 2x>7 \Rightarrow x>\frac{7}{2}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-5,-1\right)$:

$-\left(2x-9\right)+x-\left(x+1\right)-\left(x+5\right)<x+6 \Rightarrow 4x>-3 \Rightarrow x>-\frac{3}{4}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-1,0\right)$:

$-\left(2x-9\right)+x+\left(x+1\right)-\left(x+5\right)<x+6 \Rightarrow x>-\frac{1}{2} \Rightarrow \left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$.

Para el intervalo $\left(0,\frac{9}{2}\right)$:

$-(2x-9)-x+(x+1)-(x+5)<x+6 \Rightarrow x>-\frac{1}{4}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(\frac{9}{2},+\infty\right)$:

$(2x-9)-x+(x+1)-(x+5)<x+6 \Rightarrow -13<6(Verdad)$. Todos los valores del intervalo considerado son solución.

La solución del ejercicio es $\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$.

38.- $|x+1|+|x-6|+|4x+5|+2|x| \geq 10-x$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-\frac{5}{4}} \quad \boxed{-1} \quad \boxed{0} \quad \boxed{6} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{5}{4}\right)$:

$-(x+1)-(x-6)-(4x+5)-2x \geq 10-x \Rightarrow 7x \leq -10 \Rightarrow x \leq -\frac{10}{7} \Rightarrow (-\infty,-\frac{10}{7}]$.

Para el intervalo $\left(-\frac{5}{4},-1\right)$:

$-(x+1)-(x-6)+(4x+5)-2x \geq 10-x \Rightarrow x \geq 0$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(-1,0)$:

$(x+1)-(x-6)+(4x+5)-2x \geq 10-x \Rightarrow x \geq -\frac{2}{3} \Rightarrow [-\frac{2}{3},+\infty)$.

Para el intervalo $(0,6)$:

$\left(x+1\right)-\left(x-6\right)+\left(4x+5\right)+2x \geq 10-x \Rightarrow x \geq -\dfrac{2}{7}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(6,+\infty\right)$:

$\left(x+1\right)+\left(x-6\right)+\left(4x+5\right)+2x \geq 10-x \Rightarrow x \geq \dfrac{10}{9}$. No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $(-\infty,-\dfrac{10}{7}]\cup[-\dfrac{2}{3},+\infty)$.

39.- $|x-2|+|x+2|-|x-1|-|x+1|+|x|<3$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$\boxed{-\infty}$ $\boxed{-2}$ $\boxed{-1}$ $\boxed{0}$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{+\infty}$

Para el intervalo $\left(-\infty,-2\right)$:

$-\left(x-2\right)-\left(x+2\right)+\left(x-1\right)+\left(x+1\right)-x<3 \Rightarrow x>-3 \Rightarrow \left(-3,+\infty\right)$.

Para el intervalo $\left(-2,-1\right)$:

$-\left(x-2\right)+\left(x+2\right)+\left(x-1\right)+\left(x+1\right)-x<3 \Rightarrow x<-1 \Rightarrow \left(-\infty,-1\right)$.

Para el intervalo $\left(-1,0\right)$:
$-\left(x-2\right)+\left(x+2\right)+\left(x-1\right)-\left(x+1\right)-x<3 \Rightarrow x>-1 \Rightarrow \left(-1,+\infty\right)$.

Para el intervalo $\left(0,1\right)$:
$-\left(x-2\right)+\left(x+2\right)+\left(x-1\right)-\left(x+1\right)+x<3 \Rightarrow x<1 \Rightarrow \left(-\infty,1\right)$.

Para el intervalo $\left(1,2\right)$:
$-\left(x-2\right)+\left(x+2\right)-\left(x-1\right)-\left(x+1\right)+x<3 \Rightarrow x>1 \Rightarrow \left(1,+\infty\right)$.

Para el intervalo $\left(2,+\infty\right)$:
$\left(x-2\right)+\left(x+2\right)-\left(x-1\right)-\left(x+1\right)+x<3 \Rightarrow x<3 \Rightarrow \left(-\infty,3\right)$

Buscando, gráficamente, las intercepciones entre los intervalos encontrados, la solución del ejercicio es $(-3,3)-(-1,1)\Rightarrow(-3,-1)\cup(1,3)$.

40.- $|x+7|+|x+4|+|x|-|x-3|+|x+6|\geq 15$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$\boxed{-\infty}\qquad\boxed{-7}\qquad\boxed{-6}\qquad\boxed{-4}\qquad\boxed{0}\qquad\boxed{3}\qquad\boxed{+\infty}$

Para el intervalo $(-\infty,-7)$:

$-(x+7)-(x+4)-x+(x-3)-(x+6)\geq 15\Rightarrow x\leq -\dfrac{35}{3}\Rightarrow(-\infty,-\dfrac{35}{3}]$

Para el intervalo $(-7,-6)$:

$(x+7)-(x+4)-x+(x-3)-(x+6)\geq 15\Rightarrow x\leq -21.$ No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(-6,-4)$:

$(x+7)-(x+4)-x+(x-3)+(x+6)\geq 15\Rightarrow x\geq 9.$ No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(-4,0)$:

$(x+7)+(x+4)-x+(x-3)+(x+6)\geq 15\Rightarrow 3x+14\geq 15\Rightarrow 3x\geq 1\Rightarrow x\geq \dfrac{1}{3}$. No pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(0,3)$:

$(x+7)+(x+4)-x+(x-3)+(x+6)\geq 15\Rightarrow 3x\geq 1\Rightarrow x\geq \dfrac{1}{3}\Rightarrow\left(\dfrac{1}{3},+\infty\right)$

Para el intervalo $(3,+\infty)$:

$(x+7)+(x+4)+x-(x-3)+(x+6)\geq 15\Rightarrow 3x\geq -5\Rightarrow x\geq -\dfrac{5}{3}$. No pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $(-\infty, -\frac{35}{3}] \cup [\frac{1}{3}, +\infty)$.

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #69A.

Tema: Inecuaciones de valor absoluto (Hoffmann- 3r año).

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

1.- $|x| < k \Rightarrow -k < x < k$

2.-

$$|x| > k \Rightarrow$$

$$x > k$$

$$x < -k$$

PREGUNTAS:

Ejercicio 93. Resolver las siguientes ecuaciones:

1.- $|x| \leq 9.$

Solución:

$-9 \leq x \leq 9 \Rightarrow [-9,9].$

2.- $|x| > 3$

Solución:

$x > 3; x < -3 \Rightarrow (-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$.

3.- $|x-5| < 7$

Solución:

$-7 < x-5 < 7 \Rightarrow -2 < x < 12 \Rightarrow (-2, 12)$.

4.- $|x+2| \geq 4$

Solución:

$x+2 \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$
$x+2 \leq -4 \Rightarrow x \leq -6$
$(-\infty, -6] \cup [2, +\infty)$

5.- $|x+7| > 5$

Solución:

$x+7 > 5 \Rightarrow x > -2$
$x+7 < -5 \Rightarrow x < -12$
$(-\infty, -12) \cup (-2, +\infty)$

6.- $|x-2| \leq 5$

Solución:

$-5 \leq x-2 \leq 5 \Rightarrow -3 \leq x \leq 7 \Rightarrow [-3, 7]$.

7.- $|3x-1| > 11$

Solución:

$3x-1 > 11 \Rightarrow 3x > 12 \Rightarrow x > 4$.
$3x-1 < -10 \Rightarrow 3x < -10 \Rightarrow x < -\frac{10}{3}$
$\left(-\infty, -\frac{10}{3}\right) \cup (4, +\infty)$

8.- $|4x+3| \geq 1$

Solución:

$$4x+3 \geq 1 \Rightarrow 4x \geq -2 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}.$$
$$4x+3 \leq -1 \Rightarrow 4x \leq -4 \Rightarrow x \leq -1.$$
$$(-\infty,-1] \cup [-\frac{1}{2},+\infty)$$

9.- $|2x-5| \leq 7$

Solución:

$$-7 \leq 2x-5 \leq 7 \Rightarrow -2 \leq 2x \leq 12 \Rightarrow -1 \leq x \leq 6 \Rightarrow [-1,6]$$

10.- $|7-x| \leq 2$
Solución:

$$|7-x| = |x-7|$$
$$-2 \leq x-7 \leq 2 \Rightarrow 5 \leq x \leq 9 \Rightarrow [5,9].$$

11.- $|7-5x| > 3$

Solución:

$$|5x-7| > 3$$
$$5x-7 > 3 \Rightarrow 5x > 10 \Rightarrow x > 2.$$
$$5x-7 < -3 \Rightarrow 5x < 4 \Rightarrow x < \frac{4}{5}.$$
$$\left(-\infty,\frac{4}{5}\right) \cup (2,+\infty)$$

12.- $\left|\frac{3x-1}{5}\right| < 4$

Solución:

$$\frac{|3x-1|}{|5|}<4 \Rightarrow |3x-1|<20 \Rightarrow -20<3x-1<20 \Rightarrow -19<3x<21 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{19}{3}<x<7 \Rightarrow \left(-\frac{19}{3},7\right).$$

13.- $\frac{|7-4x|}{3} \geq 9$

Solución:

$$\frac{|4x-7|}{3} \geq 9 \Rightarrow 4x-7 \geq 27 \Rightarrow 4x \geq 34 \Rightarrow x \geq \frac{34}{4}=\frac{17}{2}.$$

$$4x-7 \leq -27 \Rightarrow 4x \leq -20 \Rightarrow x \leq -5.$$

$$(-\infty,-5] \cup [\frac{17}{2},+\infty)$$

14.- $\left|\frac{2x+1}{3}\right|-5 \leq 0$

Solución:

$$\frac{|2x+1|}{|3|}-5 \leq 0 \Rightarrow |2x+1| \leq 15 \Rightarrow -15 \leq 2x+1 \leq 15 \Rightarrow -16 \leq 2x \leq 14 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -8 \leq x \leq 7 \Rightarrow [-8,7]$$

15.- $|3-5x|>0,7$

Solución:

$$|5x-3|>0,7 \Rightarrow 5x-3>0,7 \Rightarrow 5x>3,7 \Rightarrow x>0,74$$

$$5x-3<-0,7 \Rightarrow 5x<2,3 \Rightarrow x<0,46.$$

$$(-\infty,0,46) \cup (0,74,+\infty).$$

16.- $\left|(x+5)^2-(x+3)\cdot(x+2)\right| \leq 6$

Solución:

$$\left|x^2+10x+25-x^2-5x-6\right| \leq 6 \Rightarrow |5x+19| \leq 6 \Rightarrow$$

$$-6 \leq 5x+19 \leq 6 \Rightarrow -25 \leq 5x \leq -13 \Rightarrow -5 \leq x \leq -\frac{13}{5} \Rightarrow \left[-5,-\frac{13}{5}\right].$$

17.- $\left|x\cdot(x-3)+(x-2)\cdot(x-1)-2\cdot(x+1)^2\right|>20.$

Solución:

$$\left|x^2-3x+x^2-3x+2-2x^2-4x-2\right|>20\Rightarrow\left|-10x\right|>20\Rightarrow\left|10x\right|>20$$

$$10x>20\Rightarrow x>\frac{20}{10}\Rightarrow x>2.$$

$$10x<-20\Rightarrow x<-2$$

$$(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$$

18.- $\left|\frac{(x-2)^2}{2}-\left(\frac{x-3}{2}\right)^2-\frac{(x+1)\cdot(x-2)}{4}\right|<\frac{1}{2}$

Solución:

$$\left|\frac{x^2-4x+4}{2}-\frac{x^2-6x+9}{4}-\frac{x^2-x-2}{4}\right|<\frac{1}{2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left|\frac{2x^2-8x+8-x^2+6x-9-x^2+x+2}{4}\right|<\frac{1}{2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left|\frac{1-x}{4}\right|<\frac{1}{2}\Rightarrow\left|\frac{x-1}{4}\right|<\frac{1}{2}\Rightarrow\left|x-1\right|<2\Rightarrow-2<x-1<2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow-1<x<3\Rightarrow(-1,3).$$

19.- $\left|(x-2)^3-(x+1)\cdot(x-3)\cdot x+4\cdot(x^2+3)\right|\geq 10$

Solución:

$$\left|x^3-6x^2+12x-8-x\cdot(x^2-2x-3)+4x^2+12\right|\geq 10\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left|x^3-6x^2+12x-8-x^3+2x^2+3x+4x^2+12\right|\geq 10\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left|15x+4\right|\geq 10\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15x+4\geq 10\Rightarrow x\geq\frac{6}{15}\Rightarrow x\geq\frac{2}{5}.$$

$$15x+4\leq -10\Rightarrow x\leq-\frac{14}{15}.$$

$$(-\infty,-\frac{14}{15}]\cup[\frac{2}{5},+\infty).$$

20.- $\left|(x+2)^3-(x-1)^3+(x+3)^2-10(x-4)^2\right| \leq 150$

Solución:

$$\left|\left(x^3+6x^2+12x+8\right)-\left(x^3-3x^2+3x-1\right)+\left(x^2+6x+9\right)-10\cdot\left(x^2-8x+16\right)\right| \leq 150 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|x^3+6x^2+12x+8-x^3+3x^2-3x+1+x^2+6x+9-10x^2+80x-160\right| \leq 150 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |95x-142| \leq 150 \Rightarrow -150 \leq 95x-142 \leq 150 \Rightarrow -8 \leq 95x \leq 292 \Rightarrow -\frac{8}{95} \leq x \leq \frac{292}{95} \Rightarrow$$

$$\left[-\frac{8}{95}, \frac{292}{95}\right].$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #68B.
Tema: Valor absoluto. (Hoffmann- 3r año).
Fecha: ____________
Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____
Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

PREGUNTAS:

Ejercicio 92. Resolver las siguientes ecuaciones:

1.- $|x-3|=x$

Solución:

La condición básica (**CB**) es que $x>0$. Se consideran dos intervalos: $(-\infty,3),(3,+\infty)$

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $(-\infty,3)$:

$-\left(x-3\right)=x\Rightarrow 2x=3\Rightarrow x=\dfrac{3}{2}$. El valor encontrado satisface la condición básica y además se encuentra dentro del intervalo considerado.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $\left(3,+\infty\right)$:

$x-3=x\Rightarrow -3=0\left(absurdo\right)$. No hay solución. Entonces, la única solución es: $\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$

2.- $\left|2x-3\right|=x+1$

Solución:

La condición básica, (**CB**), es que $x+1>0\Rightarrow x>-1$.

Tomando el punto $x=\dfrac{3}{2}\Rightarrow\left(-\infty,\dfrac{3}{2}\right);\left(\dfrac{3}{2},+\infty\right)$.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $\left(-\infty,\dfrac{3}{2}\right)$:

$-\left(2x-3\right)=x+1\Rightarrow -2x+3=x+1\Rightarrow 3x=2\Rightarrow x=\dfrac{2}{3}$. El valor encontrado satisface la CB y está dentro del intervalo considerado, entonces, es solución.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $\left(\dfrac{3}{2},+\infty\right)$:

$\left(2x-3\right)=x+1\Rightarrow x=4$. El valor encontrado satisface la **CB** y se encuentra dentro del intervalo considerado, entonces, también es solución. La solución consolidada es: $\left\{\dfrac{2}{3},4\right\}$.

3.- $\left|x+6\right|=2x+3$

Solución:

La **CB** es $2x+3>0\Rightarrow x>-\dfrac{3}{2}$

Tomando ahora el punto $-6\Rightarrow\left(-\infty,-6\right);\left(-6,+\infty\right)$.
Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $\left(-\infty,-6\right)$:
$\left(-\infty,-6\right)\Rightarrow -\left(x+6\right)=2x+3\Rightarrow -x-6=2x+3\Rightarrow 3x=-9\Rightarrow x=-3$. El punto no cumple con la condición básica y por tanto no es solución.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $(-6,+\infty)$:

$(-6,+\infty) \Rightarrow (x+6) = 2x+3 \Rightarrow x=3$. el valor encontrado satisface la **CB** y además se encuentra dentro del intervalo considerado, entonces solución, o sea: $\{3\}$.

4.- $|4x-5| = x-3$

Solución:

La **CB** es que $x-3>0 \Rightarrow x>3$.

Tomando el punto $\frac{5}{4}$, se consideran dos intervalos: $\left(-\infty,\frac{5}{4}\right);\left(\frac{5}{4},+\infty\right)$:

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $\left(-\infty,\frac{5}{4}\right)$:

$-(4x-5) = x-3 \Rightarrow -4x+5 = x-3 \Rightarrow 5x=8 \Rightarrow x=\frac{8}{5}$. El valor encontrado satisface la **CB** pero no se encuentra dentro del intervalo considerado, entonces no es solución.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $\left(\frac{5}{4},+\infty\right)$:

$(4x-5) = x-3 \Rightarrow 3x=2 \Rightarrow x=\frac{2}{3}$. El valor encontrado de $\boldsymbol{x}$ satisface la **CB** pero no se encuentra dentro del intervalo considerado, por lo tanto no es solución, entonces la solución al problema no existe y se considera como conjunto vacío: $\{\varnothing\}$.

5.- $|3x-2| - x = 0$

Solución:

$|3x-2| = x$, entonces la **CB** es $x>0$. Considerando el punto $\frac{2}{3}$, se presentarán dos intervalos: $\left(-\infty,\frac{2}{3}\right);\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$.

Para x ubicada en el intervalo $\left(-\infty,\frac{2}{3}\right)$:

$-(3x-2) = x \Rightarrow -3x+2 = x \Rightarrow 4x=2 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$. El valor encontrado es solución porque satisface la **CB** y se encuentra dentro del intervalo considerado.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$:

$(3x-2)=x \Rightarrow 2x=2 \Rightarrow x=1$. El valor encontrado es solución porque satisface la **CB** y está dentro del intervalo considerado. Entonces la solución del ejercicio es $\left\{\frac{1}{2},1\right\}$

6.- $|3-x|=3x+1$

Solución:

La **CB** es $3x+1>0 \Rightarrow 3x>-1 \Rightarrow x>-\frac{1}{3}$.

Considerando ahora el punto $x=3$, se determinan dos intervalos: $(-\infty,3);(3,+\infty)$:

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $(-\infty,3)$:

$-(3-x)=3x+1 \Rightarrow -3+x=3x+1 \Rightarrow 2x=-4 \Rightarrow x=-2$. El valor encontrado no satisface la **CB** y por tanto no es solución.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $(3,+\infty)$:

$(3-x)=3x+1 \Rightarrow 4x=2 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$. El valor encontrado es solución porque satisface la **CB** y además se encuentra dentro del intervalo considerado. Entonces la solución consolidada es: $\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

7.- $|x+2|=3x+4$

Solución:

La **CB** es $3x+4>0 \Rightarrow x>-\frac{4}{3}$

El punto $x=-2$ crea dos intervalos $(-\infty,-2);(-2,+\infty)$:

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $(-\infty,-2)$:

$-(x+2)=3x+4 \Rightarrow -x-2=3x+4 \Rightarrow 4x+-6 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}$. El valor encontrado no cumple con la **CB**; por tanto, no es solución.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $\left(-2,+\infty\right)$:

$\left(x+2\right)=3x+4\Rightarrow 2x=-2\Rightarrow x=-1$. Este valor cumple con la **CB** y está dentro del intervalo considerado, por tanto, es solución. La solución es $\left\{-1\right\}$.

8.- $|x|=3x+1$

Solución:

La condición básica es $3x+1>0\Rightarrow x>-\dfrac{1}{3}$

Los intervalos considerados serán: $\left(-\infty,0\right);\left(0,+\infty\right)$.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $\left(-\infty,0\right)$:

$-x=3x+1\Rightarrow x=-\dfrac{1}{4}$. El valor encontrado satisface la **CB** y está dentro del intervalo considerado, por tanto, es solución.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $\left(0,+\infty\right)$:

$x=3x+1\Rightarrow x=-\dfrac{1}{2}$. El punto encontrado no es solución ya que no se encuentra dentro del intervalo considerado y no cumple con la **CB**. La solución consolidada es $\left\{-\dfrac{1}{4}\right\}$.

9.- $|3x-2|=2-x$

Solución:

La **CB** es $2-x>0\Rightarrow x<2$.

El punto $x=\dfrac{2}{3}$ crea dos intervalos: $\left(-\infty,\dfrac{2}{3}\right);\left(\dfrac{2}{3},+\infty\right)$.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $\left(-\infty,\dfrac{2}{3}\right)$:

$-\left(3x-2\right)=2-x\Rightarrow -3x+2=2-x\Rightarrow 2x=0\Rightarrow x=0$. Este valor satisface la **CB** y está dentro del intervalo considerado, por tanto, es solución.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$:

$3x-2=2-x \Rightarrow 4x=4 \Rightarrow x=1$. Este valor satisface la **CB** y está dentro del intervalo considerado, por tanto, es solución. La solución del ejercicio es $\{0,1\}$.

10.- $|4x-1|=5-3x$

Solución:

La **CB** es $5-3x>0 \Rightarrow x<\frac{5}{3}$.

El punto $x=\frac{1}{4}$ crea dos intervalos $\left(-\infty,\frac{1}{4}\right);\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $\left(-\infty,\frac{1}{4}\right)$:

$-(4x-1)=5-3x \Rightarrow -4x+1=5-3x \Rightarrow x=-4$. Este valor satisface la **CB** y está dentro del intervalo considerado, por lo tanto, es solución.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$:

$4x-1=5-3x \Rightarrow 7x=6 \Rightarrow x=\frac{6}{7}$. Este valor satisface la **CB** y está dentro del intervalo considerado, por tanto, es solución. La solución consolidad es $\left\{-4,\frac{6}{7}\right\}$.

11.- $|x+5|=3(4-x)$

Solución:

La **CB** es $3(4-x)>0 \Rightarrow 12-3x>0 \Rightarrow x<4$.

El punto $x=-5$ crea dos intervalos $(-\infty,-5);(-5,+\infty)$.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $(-\infty,-5)$:

$-(x+5)=3(4-x) \Rightarrow -x-5=12-3x \Rightarrow 2x=7 \Rightarrow x=\frac{7}{2}$. Este valor satisface la CB; pero, no está dentro del intervalo considerado, por tanto, no es solución.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $(-5,+\infty)$:

$x+5=3(4-x)\Rightarrow x+5=12-3x\Rightarrow 4x=7\Rightarrow x=\frac{7}{4}$. Este valor cumple con la condición básica y está dentro del intervalo considerado. La solución del ejercicio es $\left\{\frac{7}{6}\right\}$.

12.- $\left|\frac{2x+3}{2}\right|+x=\frac{5x+1}{3}$

Solución:

La **CB** es $\frac{5x+1}{3}-x>0\Rightarrow\frac{5x+1-3x}{3}=\frac{2x+1}{3}>0\Rightarrow 2x+1>0\Rightarrow x>-\frac{1}{2}$.

El punto $x=-\frac{3}{2}$ crea los intervalos $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right);\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)$:

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right)$:

$-\left(\frac{2x+3}{2}\right)=\frac{2x+1}{3}\Rightarrow -6x-9=4x+4\Rightarrow 10x=-11\Rightarrow x=-\frac{11}{10}$. El valor encontrado no cumple con la CB ni está dentro del intervalo considerado , por tanto, no es solución.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)$:

$\left(\frac{2x+3}{2}\right)=\frac{2x+1}{3}\Rightarrow 6x+9=4x+2\Rightarrow 2x=-7\Rightarrow x=-\frac{7}{2}$. El valor encontrado no satisface la **CB** ni está dentro del intervalo considerado, por tanto, no es solución. El resultado del ejercicio es el conjunto vacío $\{\varnothing\}$.

13.- $\left|\frac{3-x}{3}\right|-x=\frac{2x+1}{2}$

Solución:

$$\left|\frac{x-3}{3}\right|-x=\frac{2x+1}{2}$$

La **CB** es $\frac{2x+1}{2}+x=\frac{2x+1+2x}{2}=\frac{4x+1}{2}\Rightarrow 0\Rightarrow 4x+1>0\Rightarrow x>-\frac{1}{4}$.

El punto $x=3$ crea los intervalos $(-\infty,3);(3,+\infty)$.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $(-\infty,3)$:

$-\left(\dfrac{x-3}{3}\right)=\dfrac{4x+1}{2}\Rightarrow -2x+6=12x+3\Rightarrow 14x=3\Rightarrow x=\dfrac{3}{14}$. El valor encontrado satisface la **CB** y está dentro del intervalo considerado, por tanto, si es solución.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $(3,+\infty)$:

$\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{4x+1}{2}\Rightarrow 2x-6=12x+3\Rightarrow 10x=-9\Rightarrow x=-\dfrac{9}{10}$. El valor encontrado no satisface la **CB**; y no es parte del intervalo considerado, por tanto, no es solución. La solución del ejercicio es $\left\{\dfrac{3}{14}\right\}$.

14.- $\left|x-\dfrac{1}{3}\right|=1-x$

La **CB** es $1-x>0\Rightarrow x<1$.

El punto $x=\dfrac{1}{3}$ crea los siguientes intervalos $\left(-\infty,\dfrac{1}{3}\right);\left(\dfrac{1}{3},+\infty\right)$.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $\left(-\infty,\dfrac{1}{3}\right)$:

$-\left(x-\dfrac{1}{3}\right)=1-x\Rightarrow -3x+1=3-3x\Rightarrow 1=3(absurdo)$.

Para $\boldsymbol{x}$ ubicada en el intervalo $\left(\dfrac{1}{3},+\infty\right)$:

$x-\dfrac{1}{3}=1-x\Rightarrow 3x-1=3-3x\Rightarrow 6x=4\Rightarrow x=\dfrac{2}{3}$. El valor encontrado satisface la **CB** y está dentro del intervalo considerado, por tanto, es solución. La solución del ejercicio es $\left\{\dfrac{2}{3}\right\}$.

15.- $\dfrac{3|x|-2}{|x|-1}=2$

Solución:

$3|x|-2=2|x|-2\Rightarrow |x|=2-2=0\Rightarrow \{0\}$

16.- $\left|x^2-9x+16\right|=x$

Solución:

La **CB** es $x > 0$.

Si la expresión de valor absoluto $x^2 - 9x + 16 < 0$ es negativa o nula:

$-\left(x^2 - 9x + 16\right) = x \Rightarrow -x^2 + 9x - 16 = x \Rightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \Rightarrow \left(x - 4\right)^2 = 0 \Rightarrow x = 4.$

Si $x^2 - 9x + 16 > 0$ se cumple que:

$x^2 - 9x + 16 = x \Rightarrow x^2 - 10x + 16 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{10 \pm \sqrt{100 - 64}}{2} =$

$\Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{10 \pm 6}{2} \Rightarrow x_1 = 8; x_2 = 2.$

La solución al ejercicio es: $\left\{2,4,8\right\}$

17.- $\left|x^2 + 6x - 15\right| = 8x$

Solución:

La ***CB*** es $8x > 0 \Rightarrow x > 0$.

Si $x^2 + 6x - 15 < 0$:

$-\left(x^2 + 6x - 15\right) = 8x \Rightarrow -x^2 - 14x + 15 = 0 \Rightarrow x^2 + 14x - 15 = \left(x + 15\right) \cdot \left(x - 1\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow x_1 = -15; x_2 = 1.$

Solo $x_2 = 1$ es solución ya que satisface la **CB**.

Si $x^2 + 6x - 15 > 0$:

$x^2 + 6x - 15 = 8x \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow \left(x - 5\right) \cdot \left(x + 3\right).$

En este caso solo $x = 5$ es solución ya que es la única que satisface la **CB**.

La solución del ejercicio es $\left\{1,5\right\}$.

18.- $\left|x^2 + 8x - 21\right| = 12x$

Solución:

La **CB** es $12x > 0 \Rightarrow x > 0$.

Si $x^2+8x-21<0$:

$$-\left(x^2+8x-21\right)=12x \Rightarrow -x^2-20x+21=0 \Rightarrow x^2+20x-21=0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x=\frac{-20\pm\sqrt{400+84}}{2}=\frac{-20\pm 22}{2} \Rightarrow x_1=1; x_2=-21.$$

Solo $x=1$ es solución ya que es la única que satisface la **CB**.

Si $x^2+8x-21>0$:

$$x^2+8x-21=12x \Rightarrow x^2-4x-21=0 \Rightarrow (x-7)\cdot(x+3).$$

Solo $x=7$ es solución ya que es la única que satisface la **CB**.

La solución del ejercicio es $\{1,7\}$.

19.- $\left|x^2-10x+12\right|=3x$

Solución:

La **CB** es $3x>0 \Rightarrow x>0$.

Si $x^2-10x+12<0$:

$$-\left(x^2-10x+12\right)=3x \Rightarrow -x^2+7x-12=0 \Rightarrow x^2-7x+12=0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (x-4)\cdot(x-3).$$

Ambos valores son soluciones ya que satisfacen la CB.

Si $x^2-10x+12>0$:

$x^2-10x+12=3x \Rightarrow x^2-13x+12=0 \Rightarrow (x-12)\cdot(x-1)$. Ambos valores son soluciones ya que satisfacen la CB.

La solución del ejercicio es $\{1,3,4,12\}$.

20.- $\left|x^2-7x-18\right|=-10x$

Solución:

La **CB** es $-10x>0 \Rightarrow x<0$.

Si $x^2 - 7x - 18 < 0$:

$-\left(x^2 - 7x - 18\right) = -10x \Rightarrow -x^2 + 17x + 18 = 0 \Rightarrow x^2 - 17x - 18 = \left(x - 18\right) \cdot \left(x + 1\right)$. La solución es solo $x = -1$ ya que es la única que satisface la **CB**.

Si $\begin{array}{l} x^2 - 7x - 18 > 0: \\ x^2 - 7x - 18 = -10x \Rightarrow x^2 + 3x - 18 = 0 \Rightarrow \left(x + 6\right) \cdot \left(x - 3\right). \end{array}$

Aquí, solo $x = -6$ es solución ya que es la única que satisface la **CB**.

La solución del ejercicio es $\left\{-6, -1\right\}$.

21.- $\left|x^2 + 3x - 10\right| = -6x$

Solución:

La **CB** es $-6x > 0 \Rightarrow x < 0$.

Si:

$x^2 + 3x - 10 < 0$:

$-\left(x^2 + 3x - 10\right) = -6x \Rightarrow x^2 + 3x - 10 = 6x \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow \left(x - 5\right) \cdot \left(x + 2\right)$.

En este caso solo $x = -2$ es solución ya que es la única que satisface la **CB**.

Si:

$x^2 + 3x - 10 > 0$:

$x^2 + 3x - 10 = -6x \Rightarrow x^2 + 9x - 10 = 0 \Rightarrow \left(x + 10\right) \cdot \left(x - 1\right)$.

En este caso solo $x = -10$ es solución ya que es la única que satisface la **CB**.

La solución del ejercicio es $\left\{-10, -2\right\}$.

22.- $\left|2x^2 - 7x - 8\right| = x$

Solución:

La **CB** es que $x > 0$.

Si:

$2x^2 - 7x - 8 < 0$:

$-\left(2x^2 - 7x - 8\right) = x \Rightarrow -2x^2 + 6x + 8 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 6x - 8 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \dfrac{6 \pm \sqrt{36+64}}{4} = \dfrac{6 \pm 10}{4} \Rightarrow x_1 = 4 : x_2 = -1$

En este caso, solo $x = 4$ es solución ya que es la única que satisface la CB.

Si:

$2x^2 - 7x - 8 > 0$:

$2x^2 - 7x - 8 = x \Rightarrow 2x^2 - 8x - 8 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{8 \pm \sqrt{64+64}}{4} = 2 \pm 2\sqrt{2}$

En este caso solo $x = 2 + 2\sqrt{2}$ es solución, ya que satisface la CB.

Solución del ejercicio $\left\{4, \left(2 + 2\sqrt{2}\right)\right\}$

23.- $\left|6x^2 + 9x - 4\right| = 14x$

Solución:

La CB es $14x > 0 \Rightarrow x > 0.$

Si:

$6x^2 + 9x - 4 < 0$:

$-\left(6x^2 + 9x - 4\right) = 14 \Rightarrow -6x^2 - 9x + 4 = 14x \Rightarrow -6x^2 - 23x + 4 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 6x^2 + 23x - 4 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{-23 \pm \sqrt{529+96}}{12} = \dfrac{-23 \pm \sqrt{625}}{12} = \dfrac{-23 \pm 25}{12} \Rightarrow$

$\Rightarrow x_1 = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}; x_2 = -\dfrac{48}{12} = -4.$

En este caso $x = \dfrac{1}{6}$ es la única solución ya que satisface la **CB**.

Si:

$6x^2+9x-4>0$:

$6x^2+9x-4=14x \Rightarrow 6x^2-5x-4=0 \Rightarrow x=\dfrac{5\pm\sqrt{25+96}}{12}=\dfrac{5\pm 11}{12} \Rightarrow$

$\Rightarrow x_3=\dfrac{16}{12}=\dfrac{4}{3}; x_4=\dfrac{-6}{12}=-\dfrac{1}{2}.$

En este caso solo $x=\dfrac{4}{3}$ es solución porque satisface la **CB**.

La solución del ejercicio es $\left\{\dfrac{1}{6},\dfrac{4}{3}\right\}$.

24.- $\left|x^2+2x-3\right|=-4x$

Solución:

$-4x>0 \Rightarrow x<0.$

Si:
$x^2+2x-3<0$:
$-\left(x^2+2x-3\right)=-4x \Rightarrow -x^2+2x+3=0 \Rightarrow x^2-2x-3=0 \Rightarrow \left(x-3\right)\cdot\left(x+1\right).$

En este caso, solo $x=-1$ es solución ya que satisface la CB.

Si:

$x^2+2x-3>0$:

$x^2+2x-3=-4x \Rightarrow x^2+6x-3=0 \Rightarrow x=\dfrac{-6\pm\sqrt{36+12}}{2}=\dfrac{-6\pm\sqrt{48}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow x=-3\pm 2\sqrt{3}.$

En este caso solo $-3-2\sqrt{3}$ es solución ya que satisface la CB.

La solución del ejercicio es $\left\{-3-2\sqrt{3},-1\right\}$.

25.- $\left|x\right|=x^2$

Solución:

La **CB** será $x^2 > 0$; donde, por tener un exponente par, no existen limitaciones para el signo de $\boldsymbol{x}$. Se considera el intervalo único $(-\infty, +\infty)$.

Dado el punto $x = 0,$ se consideran dos intervalos $(-\infty, 0);(0, +\infty)$

Si:

$x < 0:$
$-x = x^2 \Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x \cdot (x+1) \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = -1.$ Ambos valores pertenecen al intervalo considerado.

Si:

$x > 0:$
$x = x^2 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x \cdot (x-1) \Rightarrow x_3 = 0; x_4 = 1.$ Ambos pertenecen al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\{-1, 0, 1\}$.

26.- $|x| = \dfrac{x^2}{2}$

Solución:

La **CB** es $x^2 > 0;$ donde no existen limitaciones para el signo de $\boldsymbol{x}$.

Se considerará el intervalo único $(-\infty, +\infty)$.

Si $x < 0:$

$-x = \dfrac{x^2}{2} \Rightarrow -2x = x^2 \Rightarrow x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x \cdot (x+2) \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = -2.$ Ambos valores pertenecen al intervalo considerado, por tanto, son soluciones.

Si $x > 0:$
$x = \dfrac{x^2}{2} \Rightarrow 2x = x^2 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x \cdot (x-2) = 0 \Rightarrow x_3 = 0; x_4 = 2.$ Ambos valores pertenecen al intervalo considerado, por tanto, son soluciones.

La solución del ejercicio es $\{-2, 0, 2\}$.

27.- $\left|\dfrac{x-1}{2}\right| = x^2$

Solución:

La CB es $x^2 > 0$; donde no existen limitaciones para el signo de $\boldsymbol{x}$; por tanto se considera un intervalo único $(-\infty, +\infty)$.

Para $x-1<0$:

$$-\left(\frac{x-1}{2}\right) = x^2 \Rightarrow 2x^2 = 1-x \Rightarrow 2x^2 + x - 1 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} =$$
$$= \frac{-1 \pm 3}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = -1.$$

Para $x-1>0$:

$$\frac{x-1}{2} = x^2 \Rightarrow x - 1 = 2x^2 \Rightarrow 2x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1-8}}{4} =$$ No tiene solución real.

Entonces, la solución del ejercicio es $\left\{-1, \dfrac{1}{2}\right\}$.

28.- $2x^2 - 5x = 3|x-2|$

Solución:

Dado el punto $x = 2,$ seleccionamos dos intervalos tales como $(-\infty, 2); (2, +\infty)$.

Ubicando $\boldsymbol{x}$ en el intervalo $(-\infty, 2)$:

$$2x^2 - 5x = -3(x-2) \Rightarrow 2x^2 - 5x = -3x + 6 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 6 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4+48}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{52}}{4} = \frac{2 \pm 2\sqrt{13}}{4};$$

$\dfrac{1-\sqrt{13}}{2}$ es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

$\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}$ no es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

Ubicando x en el intervalo $(2, +\infty)$:

$2x^2 - 5x = 3 \cdot (x-2) \Rightarrow 2x^2 - 8x + 6 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{8 \pm \sqrt{64-48}}{4} =$

$x = \dfrac{8 \pm \sqrt{16}}{4} \Rightarrow x_3 = 3; x_4 = \dfrac{1}{2}.$

$x = 3$ es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

$x = \dfrac{1}{2}$ no es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left\{ \dfrac{1-\sqrt{13}}{2}, 3 \right\}$.

29.- $|x+2| - |x-3| = 0$

Solución:

Se consideran los siguientes intervalos:

$\boxed{-\infty}$ $\boxed{-2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{+\infty}$

Considerando $\boldsymbol{x}$ ubicada en el primer intervalo $(-\infty, -2)$:

Ambos módulos son negativos, entonces:

$-(x+2) = -(x-3) \Rightarrow -2 = 3(absurdo)$

Considerando $\boldsymbol{x}$ ubicada en el segundo intervalo $(-2, 3)$

$(x+2) - [-(x-3)] = 0 \Rightarrow 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{1}{2}$

Considerando $\boldsymbol{x}$ ubicada en el tercer intervalo $(3, +\infty)$:

$(x+2) - (x-3) = 0 \Rightarrow 2 = 3(absurdo).$

Solución del ejercicio: $\left\{ \dfrac{1}{2} \right\}$.

30.- $|2x+5|-|1-x|=0$

Solución:

$|2x+5|-|x-1|=0$

Se consideran entonces los siguientes intervalos:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-\frac{5}{2}} \quad \boxed{1} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right)$:

$-(2x+5)-\left[-(x-1)\right]=0 \Rightarrow -2x-5+x-1=0 \Rightarrow -x-6=0 \Rightarrow x=-6$. El valor encontrado es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $\left(-\frac{5}{2},1\right)$:

$(2x+5)-\left[-(x-1)\right]=2x+5+x-1=0 \Rightarrow 3x+4=0 \Rightarrow x=-\frac{4}{3}$. El valor obtenido es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el tercer intervalo $(1,+\infty)$:

$(2x+5)-(x-1)=0 \Rightarrow x+6=0 \Rightarrow x=-6$. Este valor no es solución para este intervalo; pero, sigue siendo solución en el primer intervalo.

La solución del ejercicio es $\left\{-6,-\frac{4}{3}\right\}$.

31.- $2|x+1|=|2x-3|$

Solución:

Se consideran los siguientes intervalos:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-1} \quad \boxed{\frac{3}{2}} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $(-\infty,-1)$:
$-2(x+1)=-(2x-3)\Rightarrow 2x+2=2x-3\Rightarrow 2=-3(absurdo)$.

Para el segundo intervalo $\left(-1,\frac{3}{2}\right)$:
$2\cdot(x+1)=-(2x-3)\Rightarrow 4x=1\Rightarrow x=\frac{1}{4}$. Este valor es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el tercer intervalo $\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$:
$2\cdot(x+1)=2x-3\Rightarrow 2=-3(absurdo)$.

La solución del ejercicio es $\left\{\frac{1}{4}\right\}$.

32.- $|3x+5|=3|x-5|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \;\text{———}\; \boxed{-\frac{5}{3}} \;\text{———}\; \boxed{5} \;\text{———}\; \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{5}{3}\right)$:
$-(3x+5)=-3(x-5)\Rightarrow 3x+5=3(x-5)\Rightarrow 5=-15(absurdo)$

Para el intervalo $\left(-\frac{5}{3},5\right)$:
$(3x+5)=-3(x-5)=-3x+15\Rightarrow 6x=10\Rightarrow x=\frac{5}{3}$. El valor encontrado es solución porque pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(5,+\infty)$:
$(3x+5)=3(x-5)\Rightarrow 3x+5=3x-15\Rightarrow 5=-15(absurdo)$

La solución del ejercicio es $\left\{\frac{5}{3}\right\}$.

33.- $\left|\frac{5x-1}{x+2}\right| = 2$

Solución:

$|5x-1| = 2|x+2|$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \qquad \boxed{-2} \qquad \boxed{\tfrac{1}{5}} \qquad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $(-\infty,-2)$:

$-(5x-1) = -2(x+2) \Rightarrow 5x-1 = 2x+2 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$. El valor encontrado no es solución porque no pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-2,\frac{1}{5}\right)$:

$-(5x-1) = 2(x+2) \Rightarrow 7x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{7}$. El valor encontrado es solución porque pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(\frac{1}{5},+\infty\right)$:

$(5x-1) = 2\cdot(x+2) = 3x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$. El valor encontrado si es solución porque pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left\{-\frac{3}{7},\frac{5}{3}\right\}$.

34.- $\left|\frac{5x+1}{x-2}\right| = 2$

Solución:

$|5x+1| = 2\cdot|x-2|$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-\frac{1}{5}} \quad \boxed{2} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{1}{5}\right)$:

$-(5x+1) = -2\cdot(x-2) \Rightarrow -5x-1 = -2x+4 \Rightarrow -3x = 5 \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$. El valor encontrado es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-\frac{1}{5},2\right)$:

$(5x+1) = -2\cdot(x-2) = -2x+4 \Rightarrow 7x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{7}$. El valor encontrado es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(2,+\infty)$:

$(5x+1) = 2\cdot(x-2) = 2x-4 \Rightarrow 3x = -3 \Rightarrow x = -1$. El valor encontrado no es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

Solución del ejercicio $\left\{-\frac{5}{3},\frac{3}{7}\right\}$.

35.- $\left|\frac{3x+4}{x-1}\right| = 4$

Solución:

$|3x+4| = 4\cdot|x-1|$

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-\frac{4}{3}} \quad \boxed{1} \quad \boxed{+\infty}$$

$-(3x+4)=-4\cdot(x-1)=-4x+4\Rightarrow x=8$. El valor encontrado no es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-\frac{4}{3},1\right)$:

$-(3x+4)=4\cdot(x-1)=4x-4\Rightarrow -7x=0\Rightarrow x=0$. El valor encontrado es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $(1,+\infty)$:

$(3x+4)=4\cdot(x-1)=4x-4\Rightarrow x=8$. El valor encontrado es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Solución del ejercicio $\{0,8\}$.

36.- $|x|+|x-7|=9$

Solución:

Los intervalos a considerar son:

Para el intervalo $(-\infty,0)$:

$-x-(x-7)=9\Rightarrow -2x=2\Rightarrow x=-1$. El valor encontrado es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $x-(x-7)=9\Rightarrow 7=9(absurdo)$

Para el intervalo $(7,+\infty)$:

$x+(x-7)=9\Rightarrow 2x=16\Rightarrow x=8$. Este valor es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Solución del ejercicio $\{-1,8\}$.

37.- $|3x-5|+|3-x|=4$

Solución:

Los intervalos a considerar son:

$$\boxed{-\infty} \;\text{———}\; \boxed{\frac{5}{3}} \;\text{———}\; \boxed{3} \;\text{———}\; \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $\left(-\infty,\frac{5}{3}\right)$:
$-(3x-5)+(3-x)=4 \Rightarrow -4x+8=4 \Rightarrow -4x=-4 \Rightarrow x=1.$

Para el segundo intervalo $\left(\frac{5}{3},3\right)$:
$(3x-5)+(3-x)=4 \Rightarrow 2x-2=4 \Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=3.$ El valor encontrado si es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el tercer intervalo $(3,+\infty)$:
$(3x-5)-(3-x)=4 \Rightarrow 4x-2=4 \Rightarrow 4x=6 \Rightarrow x=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}.$ El valor encontrado no es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\{1,3\}$.

38.- $|x+5|+|x-5|=8$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \;\text{———}\; \boxed{-5} \;\text{———}\; \boxed{5} \;\text{———}\; \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $(-\infty,-5)$:
$-(x+5)-(x-5)=8 \Rightarrow -2x=8 \Rightarrow x=-4.$ El valor obtenido no es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $(-5,5)$:
$(x+5)-(x-5)=8 \Rightarrow 10=8(absurdo)$

Para el tercer intervalo $(x+5)+(x-5)=8 \Rightarrow 2x=8 \Rightarrow x=4$. El valor encontrado no es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\{\varnothing\}$.

39.- $|x+5|+|x-5|=10$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad\text{———}\quad \boxed{-5} \quad\text{———}\quad \boxed{5} \quad\text{———}\quad \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $(-\infty,-5)$:

$-(x+5)-(x-5)=10 \Rightarrow -2x=10 \Rightarrow x=-5.$ El valor obtenido es solución ya que está en el intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $(-5,5)$:
$(x+5)-(x-5)=10 \Rightarrow 10=10$. Es una identidad, por tanto, todos los puntos dentro del intervalo considerado son solución.

Para el tercer intervalo $(5,+\infty)$:
$(x+5)+(x-5)=10 \Rightarrow 2x=10 \Rightarrow x=5$. Es solución ya que está dentro del intervalo considerado.

Solución del ejercicio $[-5,5]$.

40.- $|x+5|+|x-5|=12$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-5} \quad \boxed{5} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $\left(-\infty,-5\right)$:

$-\left(x+5\right)-\left(x-5\right)=12 \Rightarrow -2x=12 \Rightarrow x=-6.$ El valor obtenido si es solución ya que forma parte del intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $\left(-5,5\right)$:

$\left(x+5\right)-\left(x-5\right)=12 \Rightarrow 10=12\left(absurdo\right).$

Para el tercer intervalo $\left(x+5\right)+\left(x-5\right)=12 \Rightarrow 2x=12 \Rightarrow x=6.$ El valor obtenido si es solución ya que forma parte del intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left\{-6,6\right\}$.

41.- $2\cdot\left|x-3\right|+3\cdot\left|5-x\right|=11$

Solución:

Los intervalos a considerar son:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{3} \quad \boxed{5} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $\left(-\infty,3\right)$:

$-2\cdot\left(x-3\right)+3\cdot\left(5-x\right)=11 \Rightarrow -5x+21=11 \Rightarrow -5x=-10 \Rightarrow x=2.$ El valor encontrado es solución ya que está en el intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $\left(3,5\right)$:

$2\cdot\left(x-3\right)+3\cdot\left(5-x\right)=11 \Rightarrow -x+9=11 \Rightarrow x=-2.$ El valor encontrado no es solución porque no está en el intervalo considerado.

Para el tercer intervalo $\left(5,+\infty\right)$:

$2\cdot\left(x-3\right)-3\cdot\left(5-x\right)=11 \Rightarrow 5x-21=11 \Rightarrow x=\dfrac{32}{5}$. El valor encontrado es solución porque está en el intervalo considerado.

Solución del ejercicio $\left\{2, \frac{32}{5}\right\}$.

42.- $|x+3| = 20 - |5-x|$

Solución:

Los intervalos considerados son:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-3} \quad \boxed{5} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $(-\infty, -3)$:

$-(x+3) = 20 - (5-x) \Rightarrow -2x = 20+3-5 = 18 \Rightarrow x = -9$. El valor encontrado es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $(-3, 5)$:

$(x+3) = 20 - (5-x) \Rightarrow 8 = 20(\mathit{absurdo})$.

Para el tercer intervalo $(5, +\infty)$:
$(x+3) = 20 + (5-x) \Rightarrow 2x = 22 \Rightarrow x = 11$. El valor encontrado es solución porque pertenece al intervalo considerado.

Solución del ejercicio $\{-9, 11\}$.

43.- $|x-2| + |x+1| = |x+3|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-3} \quad \boxed{-1} \quad \boxed{2} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $(-\infty, -3)$:
$-(x-2) - (x+1) = -(x+3) \Rightarrow x - 2 + x + 1 = x + 3 \Rightarrow x = 4$. El valor encontrado no es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $\left(-3,-1\right)$:

$-\left(x-2\right)-\left(x+1\right)=\left(x+3\right)\Rightarrow -3x=2\Rightarrow x=-\frac{2}{3}$. El valor encontrado no es solución ya quye no pertenece al intervalo considerado.

Para el tercer intervalo $\left(-1,2\right)$:

$-\left(x-2\right)+\left(x+1\right)=\left(x+3\right)\Rightarrow x=0$. El valor encontrado es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el cuarto intervalo $\left(2,+\infty\right)$:

$\left(x-2\right)+\left(x+1\right)=\left(x+3\right)\Rightarrow x=4$. El valor encontrado es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Solución del ejercicio: $\left\{0,4\right\}$.

44.- $\left|x-2\right|+\left|x+3\right|+\left|2x-8\right|=9$

Solución:

$\boxed{-\infty}$ $\boxed{-3}$ $\boxed{2}$ $\boxed{4}$ $\boxed{+\infty}$

Para el primer intervalo $\left(-\infty,-3\right)$:

$-\left(x-2\right)-\left(x+3\right)-\left(2x-8\right)=9\Rightarrow -4x=16\Rightarrow x=-4$. El valor encontrado es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $\left(-3,2\right)$:

$-\left(x-2\right)+\left(x+3\right)-\left(2x-8\right)=9\Rightarrow -2x=-2\Rightarrow x=1$. El valor encontrado es solución ya que si pertenece al intervalo considerado.

Para el tercer intervalo $\left(2,4\right)$:

$\left(x-2\right)+\left(x+3\right)-\left(2x-8\right)=9\Rightarrow 9=9$. Es una identidad, por tanto, todos los valores dentro del intervalo son solución.

Para el cuarto intervalo $\left(4,+\infty\right)$:

$(x-2)+(x+3)+(2x-8)=9 \Rightarrow 4x=16 \Rightarrow x=4$. Sigue siendo solución.

La solución del ejercicio es $\{-4,1,[2,4],4\}$.

45.- $|x-2|+|x+3|+2\cdot|x-8|=9$

Solución:

Los intervalos a considera son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-3} \quad \boxed{2} \quad \boxed{8} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $(-\infty,-3)$:

$-(x-2)-(x+3)-2(x-8)=9 \Rightarrow -4x=-6 \Rightarrow x=\dfrac{6}{4}=\dfrac{3}{2}$. No es solución, ya que no pertenece al intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $(-3,2)$:

$-(x-2)+(x+3)-2\cdot(x-8)=9 \Rightarrow -2x=-12 \Rightarrow x=6$. No es solución nya que no pertenece al intervalo considerado.

Para el tercer intervalo $(2,8)$:

$(x-2)+(x+3)-2(x-8)=9 \Rightarrow 17=9(\mathit{absurdo})$.

Para el cuarto intervalo $(8,+\infty)$:

$(x-2)+(x+3)+2\cdot(x-8)=9 \Rightarrow 4x=9+16=25 \Rightarrow x=\dfrac{25}{4}$. No es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es entonces: $\{\varnothing\}$.

46.- $|x+2|+|x-1|=|x-3|+4$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-2} \quad \boxed{1} \quad \boxed{3} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $\left(-\infty,-2\right)$:

$-\left(x+2\right)-\left(x-1\right)=-\left(x-3\right)+4\Rightarrow -2x-1=-x+7\Rightarrow x=-8.$ Es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $\left(-2,1\right)$:

$\left(x+2\right)-\left(x-1\right)=-\left(x-3\right)+4\Rightarrow 3=-x+7\Rightarrow x=4.$ No es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

Para el tercer intervalo $\left(1,3\right)$:

$\left(x+2\right)+\left(x-1\right)=-\left(x-3\right)+4\Rightarrow 3x=6\Rightarrow x=2.$ Es solución ya que si pertenece al intervalo considerado.

Para el cuarto intervalo $\left(3,+\infty\right)$:

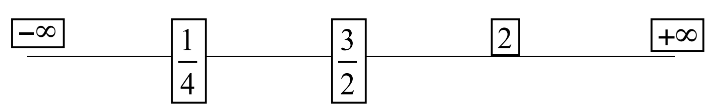
$\left(x+2\right)+\left(x-1\right)=\left(x-3\right)+4\Rightarrow x=2.$ En este intervalo no es solución ya que no pertenece al mismo.

La solución del ejercicio es $\left\{-8,2\right\}$

47.- $\left|x-2\right|+\left|4x-1\right|=\left|2x-3\right|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:



Para el primer intervalo $\left(-\infty,\frac{1}{4}\right)$:

$$-\left(x-2\right)-\left(4x-1\right)=-\left(2x-3\right)\Rightarrow\left(x-2\right)+\left(4x-1\right)=\left(2x-3\right)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 3x=0\Rightarrow x=0.$$

El valor encontrado es solución ya que si pertenece al intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $\left(\frac{1}{4},\frac{3}{2}\right)$:

$-(x-2)+(4x-1)=-(2x-3)\Rightarrow 5x=2\Rightarrow x=\frac{2}{5}.$ El valor encontrado es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el tercer intervalo $\left(\frac{3}{2},2\right)$:

$-(x-2)+(4x-1)=(2x-3)\Rightarrow x=-4.$ No es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

Para el cuarto intervalo $(2,+\infty)$:

$(x-2)+(4x-1)=(2x-3)\Rightarrow 3x=0\Rightarrow x=0.$ En este caso no es solución porque no pertenece al intervalo.

La solución del ejercicio es $\left\{0,\frac{2}{5}\right\}.$

48.- $2+|2x-6|=|x-4|+|x-2|$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$\boxed{-\infty}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{+\infty}$

Para el primer intervalo $(-\infty,2)$:

$2-(2x-6)=-(x-4)-(x-2)\Rightarrow 8=6(absurdo).$

Para el segundo intervalo $(2,3)$:

$2-(2x-6)=-(x-4)+(x-2)\Rightarrow -2x=-6\Rightarrow x=3.$ Si es solución porque pertenece al intervalo considerado.

Para el tercer intervalo $(3,4)$:

$2+(2x-6)=-(x-4)+(x-2)\Rightarrow 2x=6\Rightarrow x=3.$ Es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el cuarto intervalo $(4,+\infty)$:

$2+(2x-6)=(x-4)+(x-2)\Rightarrow -4=-6(absurdo)$.

La solución del ejercicio es $\{3\}$.

49.- $|x+6|+|x+2|-|x-3|-|x-7|=18$

Solución:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-6} \quad \boxed{-2} \quad \boxed{3} \quad \boxed{7} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $(-\infty,-6)$:

$-(x+6)-(x+2)+(x-3)+(x-7)=18\Rightarrow -18=18(absurdo)$.

Para el segundo intervalo $(-6,-2)$:

$(x+6)-(x+2)+(x-3)+(x-7)=18\Rightarrow 2x=18+6=24\Rightarrow x=12>$ No es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

Para el tercer intervalo $(-2,3)$:

$(x+6)+(x+2)+(x-2)+(x-7)=18\Rightarrow 4x=18+1=19\Rightarrow x=\frac{19}{4}$. No es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

Para el cuarto intervalo $(3,7)$:

$(x+6)+(x+2)-(x-3)+(x-7)=18\Rightarrow 2x=18-4=14\Rightarrow x=7$. Si es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el quinto intervalo $(7,+\infty)$:

$(x+6)+(x+2)-(x-3)-(x-7)+18\Rightarrow 18=18$. Como es una identidad todos los valores dentro del intervalo considerado son solución.

La solución del problema es $[7,+\infty)$

50.- $|x+4|+|x+2|+|x|+|x-3|+|x-5|=14$

Solución:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-4} \quad \boxed{-2} \quad \boxed{0} \quad \boxed{3} \quad \boxed{5} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $\left(-\infty,-4\right)$:

$-\left(x+4\right)-\left(x+2\right)-x-\left(x-3\right)-\left(x-5\right)=14 \Rightarrow -5x=12 \Rightarrow\Rightarrow x=-\dfrac{12}{5}$. No es solución porque no pertenece al intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $\left(-4,-2\right)$:

$\left(x+4\right)-\left(x+2\right)-x-\left(x-3\right)-\left(x-5\right)=14 \Rightarrow -3x=4 \Rightarrow x=-\dfrac{4}{3}$. No es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

Para el tercer intervalo $\left(-2,0\right)$:

$\left(x+4\right)+\left(x+2\right)-x-\left(x-3\right)-\left(x-5\right)=14 \Rightarrow -x+14=14 \Rightarrow x=0$. Si es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el cuarto intervalo $\left(0,3\right)$:

$\left(x+4\right)+\left(x+2\right)+x-\left(x-3\right)-\left(x-5\right)=14 \Rightarrow x=14-14=0$. Si es solución ya que si pertenece al intervalo considerado.

Para el quinto cuadrante $\left(3,5\right)$:

$\left(x+4\right)+\left(x+2\right)+x+\left(x-3\right)-\left(x-5\right)=14 \Rightarrow 3x+8=14 \Rightarrow 3x=6 \Rightarrow x=2$. No es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

Para el sexto intervalo $\left(5,+\infty\right)$:

$\left(x+4\right)+\left(x+2\right)+x+\left(x-3\right)+\left(x-5\right)=14 \Rightarrow 5x=16 \Rightarrow x=\dfrac{16}{5}$. No es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left\{0\right\}$.

51.- $\left|x-1\right|+\left|x+2\right|=x+3$

Solución:

La **CB** es $x+3>0 \Rightarrow x>-3$.

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{-2} \quad \boxed{1} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $(-\infty,-2)$:

$-(x-1)-(x+2)=x+3 \Rightarrow -2x-1=x+3 \Rightarrow 3x=-4 \Rightarrow x=-\dfrac{4}{3}$. No es solución ya que no pertenece al intervalo considerado, aunque si satisface la **CB**.

Para el segundo intervalo $(-2,1)$:

$-(x-1)+(x+2)=x+3 \Rightarrow 3=x+3 \Rightarrow x=0$. No es solución ya que a pesar de que satsiface la **CB** no pertenece al intervalo considerado.

Para el tercer intervalo $(1,+\infty)$:

$(x-1)+(x+2)=x+3 \Rightarrow x=2$. Si es solución porque satisface la **CB** y además está en el intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\{2\}$.

52.- $|x-1|+2\cdot|x-3|=5-x$

La **CB** es $5-x>0 \Rightarrow x<5$.

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \quad \boxed{1} \quad \boxed{3} \quad \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $(-\infty,1)$:

$-(x-1)-2\cdot(x-3)=5-x \Rightarrow -x+1-2x+6=5-x \Rightarrow -2x=-2 \Rightarrow x=1$. El valor encontrado satisface la CB y está dentro del intervalo considerado, por tanto, es solución.

Para el segundo intervalo $(1,3)$:

$(x-1)-2\cdot(x-3)=5-x \Rightarrow x-1-2x+6=5-x \Rightarrow 5=5$. Es una identidad y los valores incluidos en el intervalo, que satisfacen la **CB**, son todos solución.

Para el tercer intervalo $(3,+\infty)$:

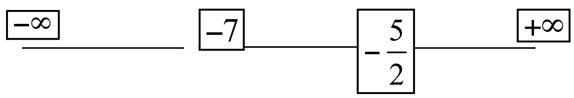
$(x-1)+2\cdot(x-3)=5-x \Rightarrow x-1+2x-6=5-x \Rightarrow 4x=12 \Rightarrow x=3$. E solución ya que satisface la **CB** y además pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $[1,3]$.

53.- $|2x+5|-|x+7|=3x+2$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:



Para el primer intervalo $(-\infty,-7)$:

$-(2x+5)+(x+7)=3x+2 \Rightarrow 4x=0 \Rightarrow x=0$. No es solución ya que no está dentro del intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $\left(-7,-\frac{5}{2}\right)$:

$-(2x+5)-(x+7)=3x+2 \Rightarrow -6x-12=3 \Rightarrow -6x=9 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}$. No está dentro del intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-\frac{5}{2},+\infty\right)$:

$(2x+5)-(x+7)=3x+2 \Rightarrow -2x=4 \Rightarrow x=-2$. Es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\{-2\}$.

54.- $|x+4|+|x-9|=2x-5$

Solución:

La **CB** es $2x-5>0 \Rightarrow x>\frac{5}{2}$.

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\;\_\_\_\_\_\_\;\boxed{-4}\;\_\_\_\_\_\_\;\boxed{9}\;\_\_\_\_\_\_\;\boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $(-\infty,-4)$:

$-(x+4)-(x-9)=2x-5 \Rightarrow -4x=-10 \Rightarrow x=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$. No es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $(-4,9)$:

$(x+4)-(x-9)=2x-5 \Rightarrow 2x=18 \Rightarrow x=9$. Es solución ya que satisface la CB y además pertenece al intervalo considerado.

Para el tercer intervalo $(9,+\infty)$:

$(x+4)+(x-9)=2x-5 \Rightarrow -5=-5$. Es una identidad, por tanto, todos los valores dentro del intervalo, que todos satisfacen la CB, son solución.

La solución del ejercicio es $[9,+\infty)$.

55.- $|2x+3|+|x-2|=x+5$

Solución:

La **CB** es $x+5>0 \Rightarrow x>-5$.

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\;\_\_\_\_\_\_\;\boxed{-\frac{3}{2}}\;\_\_\_\_\_\_\;\boxed{2}\;\_\_\_\_\_\_\;\boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right)$:

$-(2x+3)-(x-2)=x+5 \Rightarrow -4x=6 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}$. Si es solución ya que pertenece al intervalo considerado y además satisface la **CB**.

Para el segundo intervalo $\left(-\frac{3}{2},2\right)$:

$(2x+3)-(x-2)=x+5 \Rightarrow 4=5(absurdo)$.

Para el tercer intervalo $(2,+\infty)$:

$(2x+3)+(x-2)=x+5 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2$. Es solución ya que satisface la **CB** y además pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left\{-\frac{3}{2},2\right\}$.

56.- $|3x-5|+2\cdot|x+1|=x-3$

Solución:

La **CB** es $x-3>0 \Rightarrow x>3$.

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \qquad \boxed{-1} \qquad \boxed{\frac{5}{3}} \qquad \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $(-\infty,-1)$:

$-(3x-5)-2\cdot(x+1)=x-3 \Rightarrow -6x=-6 \Rightarrow x-1$. No es solución ya que no satisface la **CB** y no pertenece al intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $\left(-1,\frac{5}{3}\right)$:

$-(3x-5)+2\cdot(x+1)=x-3 \Rightarrow -2x=-10 \Rightarrow x=5$. No es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

Para el tercer intervalo $\left(\frac{5}{3},+\infty\right)$:

$(3x-5)+2\cdot(x+1)=x-3 \Rightarrow 5x-3=x-3 \Rightarrow 6x=0 \Rightarrow x=0$. No es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\{\varnothing\}$.

57.- $|x-1|+|x-2|-|x-3|=3x+4$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\ \text{———}\ \boxed{1}\ \text{———}\ \boxed{2}\ \text{———}\ \boxed{3}\ \text{———}\ \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $(-\infty,1)$:
$-(x-1)-(x-2)+(x-3)=3x+4 \Rightarrow -4x=4 \Rightarrow x=-1$. Si es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $(1,2)$:

$(x-1)-(x-2)+(x-3)=3x+4 \Rightarrow 2x=-2 \Rightarrow x=-1$. No es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

Para el tercer intervalo $(2,3)$:

$(x-1)+(x-2)+(x-3)=3x+4 \Rightarrow -6=4(\textit{absurdo})$.

Para el cuarto intervalo $(3,+\infty)$:
$(x-1)+(x-2)-(x-3)=3x+4 \Rightarrow x=-4$. No es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\{-1\}$.

58.- $|2x-1|+|3x+2|-|4x-1|=x$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\ \text{———}\ \boxed{-\frac{2}{3}}\ \text{———}\ \boxed{\frac{1}{4}}\ \text{———}\ \boxed{\frac{1}{2}}\ \text{———}\ \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right)$:

$-(2x-1)-(3x+2)+(4x-1)=x \Rightarrow 2x=-2 \Rightarrow x=-1$. Si es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $\left(-\frac{2}{3},\frac{1}{4}\right)$:

$-(2x-1)+(3x+2)+(4x-1)=x \Rightarrow 4x=-2 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$. Si es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el tercer intervalo $\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)$:

$-(2x-1)+(3x+2)-(4x-1)=x \Rightarrow 4x=4 \Rightarrow x=1$. No es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

Para el cuarto intervalo $(2x-1)+(3x+2)-(4x-1)=x \Rightarrow 2=0(\mathit{absurdo})$.

La solución del ejercicio es $\left\{-1,-\frac{1}{2}\right\}$.

59.- $|x-1|-2\cdot|x-2|+3\cdot|x-3|=4$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$\boxed{-\infty}\quad\boxed{1}\quad\boxed{2}\quad\boxed{3}\quad\boxed{+\infty}$

Para el primer intervalo $(-\infty,1)$:

$-(x-1)+2\cdot(x-2)-3\cdot(x-3)=4 \Rightarrow -2x=-2 \Rightarrow x=1$. Si es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $(1,2)$:

$(x-1)+2\cdot(x-2)-3(x-3)=4 \Rightarrow 4=4$. Es una identidad, entonces, todos los valores del intervalo son solución.

Para el tercer intervalo $(2,3)$:

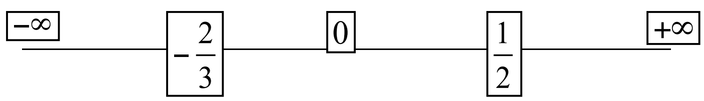
$(x-1)-2\cdot(x-2)-3(x-3)=4 \Rightarrow -4x=-8 \Rightarrow x=2.$ Si es solución ya que si pertenece al intervalo considerado.

Para el cuarto intervalo $(3,+\infty)$:
$(x-1)-2\cdot(x-2)+3\cdot(x-3)=4 \Rightarrow 2x=10 \Rightarrow x=5.$ Si es solución ya que si pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $[1,2]\cup\{5\}$.

60.- $|2x-1|+|3x+2|+|x|=3$

Solución:



Para el primer intervalo $\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right)$:

$-(2x-1)-(3x+2)-x=3 \Rightarrow -6x=4 \Rightarrow x=-\frac{2}{3}.$ Si es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $\left(-\frac{2}{3},0\right)$:
$-(2x-1)+(3x+2)-x=3 \Rightarrow 3=3.$ Es una identidad, entonces todos los valores dentro del intervalo considerado son solución.

Para el tercer intervalo $\left(0,\frac{1}{2}\right)$:
$-(2x-1)+(3x+2)+x=3 \Rightarrow 2x=0 \Rightarrow x=0.$ Si es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el cuarto intervalo $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$:
$(2x-1)+(3x+2)+x=3 \Rightarrow 6x=2 \Rightarrow x=\frac{1}{3}.$ No es solución ya que no pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left[-\frac{2}{3},0\right]$.

61.- $|x|+|x-2|-|x-3|-|x-4|+|x-5|=x$

Solución:

$$\boxed{-\infty}\quad\boxed{0}\quad\boxed{2}\quad\boxed{3}\quad\boxed{4}\quad\boxed{5}\quad\boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $(-\infty,0)$:

$-x-(x-2)+(x-3)+(x-4)-(x-5)=x \Rightarrow -x=x \Rightarrow 2x=0$. Si es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $(0,2)$:
$x-(x-2)+(x-3)+(x-4)-(x-5)=x \Rightarrow x=x$. Identidad, lo que quiere decir que todos los valores que pertenecen al intervalo considerado son solución.

Para el tercer intervalo $(2,3)$:
$x+(x-2)+(x-3)+(x-4)-(x-5)=x \Rightarrow 3x-4=x \Rightarrow x=2$. El valor encontrado es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el cuarto intervalo $(3,4)$:
$x+(x-2)-(x-3)+(x-4)-(x-5)=x \Rightarrow 2=0(\mathit{absurdo})$.

Para el quinto intervalo $(4,5)$:
$x+(x-2)-(x-3)-(x-4)-(x-5)=x \Rightarrow 2x=10 \Rightarrow x=5$. Si es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

Para el sexto intervalo $(5,+\infty)$:
$x+(x-2)-(x-3)-(x-4)+(x-5)=x \Rightarrow 0=0$. Identidad, lo que quiere decir que todos los valores que pertenecen al intervalo considerado son solución.

La solución del ejercicio es $[0,2]\cup[5,+\infty)$.

62.- $|x|=x$

Solución:

La **CB** es $x > 0$.

Se establecen dos intervalos como sigue:

$$\boxed{-\infty}\underline{\qquad\qquad}\boxed{0}\underline{\qquad\qquad}\boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $(-\infty, 0)$:

$-x = x \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$. Si es solución ya que el valor encontrado pertenece al intervalo considerado y satisface la **CB**.

Para el segundo intervalo $(0, +\infty)$:
$x = x$. Es una identidad, por lo tanto, todos los valores dentro del intervalo, que está claro satisfacen la **CB**, son solución.

La solución del ejercicio es $[0, +\infty)$.

63.- $|x-4| = x-4$

Solución:

La **CB** es $x - 4 > 0 \Rightarrow x > 4$.

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\underline{\qquad\qquad}\boxed{4}\underline{\qquad\qquad}\boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $(-\infty, 4)$:
$-(x-4) = x-4 \Rightarrow -x+4 = x-4 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$. No es solución ya que el valor encontrado pertenece al intervalo considerado pero no satisface la **CB**.

Para el segundo intervalo $(4, +\infty)$:
$(x-4) = x-4$. Es una identidad, por tanto, todos los valores dentro del intervalo considerado son solución y satisfacen la **CB**.

La solución del ejercicio es $(4, +\infty)$.

64.- $|x-4| = 4-x$.

Solución:

La **CB** es $4-x>0 \Rightarrow x<4$.

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \qquad \boxed{4} \qquad \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $(-\infty,4)$:
$-(x-4)=4-x \Rightarrow 0=0$. Es una identidad y por tanto, todos los valores que pertenecen al intervalo que se paso satisfacen la **CB**, son solución.

Para el segundo intervalo $(4,+\infty)$:

$(x-4)=4-x \Rightarrow 2x=8 \Rightarrow x=4$. No es solución ya que no satisface la CB.

La solución del ejercicio es $(-\infty,4)$.

65.- $|x-4|=|4-x|$
Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \qquad \boxed{4} \qquad \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $(-\infty,4)$:

$-(x-4)=4-x \Rightarrow 0=0$. Es una identidad, por lo tanto, todos los valores que pertenecen al intervalo considerado son solución.

Para el segundo intervalo $(4,+\infty)$:
$(x-4)=-(4-x) \Rightarrow 0=0$. Es una identidad, por lo tanto, todos los valores que pertenecen al intervalo considerado son solución.

La solución del ejercicio es $(-\infty,+\infty)$.

66.- $|5x-2| = 5x-2.$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty}\;\text{———}\;\boxed{\frac{2}{5}}\;\text{———}\;\boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $\left(-\infty, \frac{2}{5}\right)$:

$-(5x-2) = 5x-2 \Rightarrow 10x = 4 \Rightarrow x = \frac{2}{5}.$

Para el segundo intervalo $\left(\frac{2}{5}, +\infty\right)$:

$(5x-2) = 5x-2$. Es una identidad, por tanto todos los valores que pertenecen al intervalo considerado son solución.

La solución del ejercicio es $[\frac{2}{5}, +\infty).$

67.- $\frac{|3|x|-2|}{||x|+1|} = 1$

Solución:

$-(3|x|-2) = |x|+1 \Rightarrow 4|x| = 1 \Rightarrow |x| = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{4}.$

Luego:

$3|x|-2 = |x|+1 \Rightarrow 2|x| = 3 \Rightarrow |x| = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \pm\frac{3}{2}.$

La solución del ejercicio $\left\{\pm\frac{1}{4}, \pm\frac{3}{2}\right\}.$

68.- $\left|\frac{5|x|-3}{2|x|+1}\right| = 2$

Solución:

$$\left|5|x|-3\right| = 2\cdot\left|2|x|+1\right|$$

Primero:

$$-\left(5|x|-3\right) = 2\cdot\left(2|x|+1\right) \Rightarrow 9|x| = 1 \Rightarrow x = \pm\frac{1}{9}.$$

Luego:
$$\left(5|x|-3\right) = 2\cdot\left(2|x|+1\right) \Rightarrow |x| = 5 \Rightarrow x = \pm 5.$$

La solución del ejercicio es $\left\{\pm\frac{1}{9}, \pm 5\right\}$.

69.- $\left|\dfrac{3|x|+4}{4|x|+1}\right| = 2$

Solución:

$$\left|3|x|+4\right| = 2\cdot\left|4|x|+1\right|$$

Primero:

$$-\left(3|x|+4\right) = 2\cdot\left(4|x|+1\right) \Rightarrow 11|x| = -6 \Rightarrow |x| = -\frac{6}{11}\left(absurdo\right).$$

Luego:

$$\left(3|x|+4\right) = 2\cdot\left(4|x|+1\right) \Rightarrow 5|x| = 2 \Rightarrow x = \pm\frac{2}{5}.$$

La solución del ejercicio es $\left\{\pm\frac{2}{5}\right\}$.

70.- $\left|3|x|-2\right| = 2|x|+1$

Solución:

$-\left(3|x|-2\right)=2|x|+1=-5|x|=-1 \Rightarrow x=\pm\frac{1}{5}.$

$\left(3|x|-2\right)=2|x|+1 \Rightarrow |x|=3 \Rightarrow x=\pm 3.$

La solución del ejercicio es $\left\{\pm\frac{1}{5},\pm 3\right\}.$

71.- $\left|3-2|x|\right|=|2-x|-3$

Solución:

$\left(3-2|x|\right)=\left(2-x\right)-3 \Rightarrow 6-2+x=2|x| \Rightarrow 4+x=2|x| \Rightarrow$

$\Rightarrow -\left(4+x\right)=2x \Rightarrow 3x=-4 \Rightarrow x=-\frac{4}{3}.$

$-\left(3-2|x|\right)=\left(2-x\right)-3 \Rightarrow 2|x|=-x+2 \Rightarrow$

$2x=-\left(2-x\right) \Rightarrow x=-2.$

La solución del ejercicio es $\left\{-2,-\frac{4}{3}\right\}.$

72.- $\left|2-|1-x|\right|=1$

Solución:

$\left(2-|1-x|\right)=1 \Rightarrow |1-x|=1 \Rightarrow \left(1-x\right)=1 \Rightarrow x=0.$

$\Rightarrow \left(1-x\right)=-1 \Rightarrow x=2.$

$\left(2-|1-x|\right)=-1 \Rightarrow |1-x|=3 \Rightarrow \left(1-x\right)=3 \Rightarrow x=-2.$

$\Rightarrow \left(1-x\right)=-3 \Rightarrow x=4.$

La solución del ejercicio es: $\left\{0,\pm 2,4\right\}.$

73.- $\left|\left|\left||x|-2\right|-1\right|-2\right|=2$

Solución:

Este problema puede tener múltiples maneras de enfrentarlo, donde se encontrarán soluciones válidas y no válidas, y se muestran aquí aquellas donde hay soluciones válidas.

(a).- $\left(\left|\left|\left|x\right|-2\right|-1\right|-2\right)=2 \Rightarrow \left|\left|\left|x\right|-2\right|-1\right|=4 \Rightarrow \left(\left|\left|x\right|-2\right|-1\right)=4 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left|\left|x\right|-2\right|=5 \Rightarrow \left(\left|x\right|-2\right)=5 \Rightarrow \left|x\right|=7 \Rightarrow x=\pm 7.$

(b).- $\left(\left|\left|\left|x\right|-2\right|-1\right|-2\right)=-2 \Rightarrow \left|\left|\left|x\right|-2\right|-1\right|=0 \Rightarrow \left|\left|x\right|-2\right|=1 \Rightarrow \left|x\right|=3 \Rightarrow x=\pm 3.$

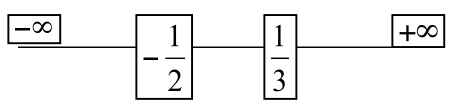
©.- Si en el caso anterior, hacemos $\left(\left|x\right|-2\right)=-1 \Rightarrow \left|x\right|=1 \Rightarrow x=\pm 1.$

La solución del ejercicio es $\left\{\pm 1, \pm 3, \pm 7\right\}$.

74.- $\left|\left|3x-1\right|-\left|2x+1\right|\right|=1$

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:



Se considera entonces que se cumple lo siguiente:

(a).- $\left(3x-1\right)-\left(2x+1\right)=1$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)$:

$-\left(3x-1\right)+\left(2x+1\right)=1 \Rightarrow -x=-1 \Rightarrow x=1$. No es solución ya que el valor encontrado no pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{3}\right)$:

$-\left(3x-1\right)-\left(2x+1\right)=1 \Rightarrow x=-\dfrac{1}{5}$. Si es solución ya que el valor encontrado si pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(\dfrac{1}{3},+\infty\right)$:

$(3x-1)-(2x+1)=1 \Rightarrow x=1$. Si es solución ya que el valor encontrado si pertenece al intervalo considerado.

(b).- $(3x-1)-(2x+1)=-1$

Para el intervalo $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$:

$-(3x-1)+(2x+1)=-1 \Rightarrow x=3$. No es solución ya que el valor encontrado no pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$:

$-(3x-1)+(2x+1)=-1 \Rightarrow x=\frac{1}{5}$. Si es solución ya que el valor encontrado si pertenece al intervalo considerado.

Para el intervalo $\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$:

$(3x-1)-(2x+1)=-1 \Rightarrow x=3$. Si es solución ya que el valor encontrado si pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $\left\{\pm\frac{1}{5},1,3\right\}$.

75.- $|2x+5|+3\cdot|x-3|+|x-1|=13$.

Solución:

Los intervalos a considerar son los siguientes:

$$\boxed{-\infty} \;\text{———}\; \boxed{-\frac{5}{2}} \;\text{———}\; \boxed{1} \;\text{———}\; \boxed{3} \;\text{———}\; \boxed{+\infty}$$

Para el primer intervalo $\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right)$:

$-(2x+5)-3\cdot(x-3)-(x-1)=13 \Rightarrow -6x+5=13 \Rightarrow x=-1$. No es solución porque no pertenece al intervalo considerado.

Para el segundo intervalo $\left(-\frac{5}{2},1\right)$:

$(2x+5)-3\cdot(x-3)-(x-1)=13 \Rightarrow -2x+15=13 \Rightarrow x=1$. Si es solución ya que el valor encontrado pertenece al intervalo considerado.

Para el tercer intervalo $(1,3)$:

$(2x+5)-3\cdot(x-3)+(x-1)=13 \Rightarrow 13=13$. Es una identidad, lo que quiere decir que todos los valores que pertenecen al intervalo considerado son solución.

Para el cuarto intervalo $(3,+\infty)$:
$(2x+5)+3\cdot(x-3)+(x-1)=13 \Rightarrow 6x-5=13 \Rightarrow 6x=18 \Rightarrow x=3$. Si es solución ya que pertenece al intervalo considerado.

La solución del ejercicio es $[1,3]$.

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #68A.

Tema: Valor absoluto (Hoffmann- 3r año).

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

PREGUNTAS:

Ejercicio 91. Resolver las siguientes ecuaciones:

1.- $|x| = 7$

Solución:

$$x = 7; -x = 7 \Rightarrow \{\pm 7\}$$

2.- $|x| = \sqrt{11}$

Solución:

$x=\sqrt{11}; -x=\sqrt{11} \Rightarrow \left\{\pm\sqrt{11}\right\}$

3.- $|x|-4=5$

Solución:

$|x|=9 \Rightarrow \{\pm 9\}$

4.- $|x|+3=0$

Solución:

$|x|=-3$ Como ésto es absurdo, el intervalo es vacío $\{\varnothing\}$

5.- $|x-2|=5$
Solución:

$x-2=5 \Rightarrow x=7; -x+2=5 \Rightarrow x=-3 \Rightarrow \{-3,7\}$

6.- $|x+5|=2$

Solución:

$x+5=2 \Rightarrow x=-3; -x-5=2 \Rightarrow x=-7 \Rightarrow \{-7,-3\}$

7.- $|2x+5|=7$

Solución:

$2x+5=7 \Rightarrow 2x=2 \Rightarrow x=1; -2x-5=7 \Rightarrow -2x=12 \Rightarrow x=-6 \Rightarrow \{-6,1\}$

8.- $|3x-2|=14$

Solución:

$3x-2=14 \Rightarrow 3x=16 \Rightarrow x=\dfrac{16}{3}; -3x+2=14 \Rightarrow -3x=12 \Rightarrow x=-4 \Rightarrow \left\{-4,\dfrac{16}{3}\right\}$

9.- $2-|3x-1|=4$

Solución:

$-|3x-1|=2 \Rightarrow |3x-1|=-2$ Esto es absurdo por lo que el intervalo es vacío $\{\varnothing\}$

10.- $|5-x|=6$

Solución:

$5-x=6 \Rightarrow x=-1; -5+x=6 \Rightarrow x=11 \Rightarrow \{-1,11\}$

11.- $|8-3x|=5$

Solución:

$8-3x=5 \Rightarrow -3x=-3 \Rightarrow x=1, -8+3x=5 \Rightarrow 3x=13 \Rightarrow x=\frac{13}{3} \Rightarrow \left\{1,\frac{13}{3}\right\}$

12.- $\left|\frac{x+4}{3}\right|=2$

Solución:

$\frac{x+4}{3}=2 \Rightarrow x+4=6 \Rightarrow x=2; \frac{-x-4}{3}=2 \Rightarrow -x-4=6 \Rightarrow x=-10 \Rightarrow \{-10,2\}$

13.- $\left|\frac{3x-5}{4}\right|=2$

Solución:

$\frac{3x-5}{4}=2 \Rightarrow 3x-5=8 \Rightarrow 3x=13 \Rightarrow x=\frac{13}{3};$

$\frac{-3x+5}{4}=2 \Rightarrow -3x+5=8 \Rightarrow -3x=3 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow \left\{-1,\frac{13}{3}\right\}$

14.- $3|x|-5=4-|x|$

Solución:

$$4|x| = 9 \Rightarrow 4x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{4}; -4x = 9 \Rightarrow x = -\frac{9}{4} \Rightarrow \left\{\pm\frac{9}{4}\right\}$$

16.- $4|3-x| + 5 = 6 + 3|x-3|$

Solución:

$$4|x-3| + 5 = 6 + 3|x-3| \Rightarrow |x-3| = 1 \Rightarrow$$
$$x - 3 = 1 \Rightarrow x = 4; -x + 3 = 1 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \{2, 4\}$$

17.- $\left|\frac{2x+1}{3}\right| - 5 = 2 - \left|\frac{2x+1}{3}\right|$

Solución:

$$2\left|\frac{2x+1}{6}\right| - 5 = 2 - 3\left|\frac{2x+1}{6}\right| \Rightarrow 5\left|\frac{2x+1}{6}\right| = 7 \Rightarrow \left|\frac{2x+1}{6}\right| = \frac{7}{5} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2x + 1 = \frac{42}{5} \Rightarrow 2x = \frac{42}{5} - 1 \Rightarrow 2x = \frac{42-5}{5} = \frac{37}{5} \Rightarrow x = \frac{37}{10};$$
$$-2x - 1 = \frac{42}{5} \Rightarrow -2x = \frac{42}{5} + 1 = \frac{42+5}{5} = \frac{47}{5} \Rightarrow x = -\frac{47}{10} \Rightarrow \left\{-\frac{47}{10}, \frac{37}{10}\right\}$$

18.- $\left|\frac{4x-1}{3}\right| + \left|\frac{1-4x}{2}\right| = \left|\frac{4x-1}{4}\right| + 7$

Solución:

$$\left|\frac{4x-1}{3}\right| + \left|\frac{4x-1}{2}\right| - \left|\frac{4x-1}{4}\right| = 7 \Rightarrow 4\left|\frac{4x-1}{12}\right| + 6\left|\frac{4x-1}{12}\right| - 3\left|\frac{4x-1}{12}\right| = 7 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 7\left|\frac{4x-1}{12}\right| = 7 \Rightarrow \left|\frac{4x-1}{12}\right| = 1 \Rightarrow 4x - 1 = 12 \Rightarrow 4x = 13 \Rightarrow x = \frac{13}{4};$$
$$-4x + 1 = 12 \Rightarrow -4x = 11 \Rightarrow x = -\frac{11}{4} \Rightarrow \left\{-\frac{11}{4}, \frac{13}{4}\right\}$$

19.- $|x^2 + x - 13| = 7$

Solución:

$$x^2 + x - 13 = 7 \Rightarrow x^2 + x - 20 = (x+5)\cdot(x-4);$$
$$-x^2 - x + 13 = 7 \Rightarrow -x^2 - x + 6 \Rightarrow -(x^2 + x - 6) = -(x+3)\cdot(x-2) = (x+3)\cdot(2-x) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \{-5, -3, 2, 4\}$$

20.- $\left|x^2+8x-4\right|=16$

Solución:

$$x^2+8x-4=16 \Rightarrow x^2+8x-20=(x+10)\cdot(x-2);$$
$$-x^2-8x+4=16 \Rightarrow -x^2-8x-12=-\left(x^2+8x+12\right)=-(x+6)\cdot(x+2) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \{-10,-6,\pm 2\}$$

21.- $$\left|x^2+5x+5\right|=1 \Rightarrow x^2+5x+5=1 \Rightarrow x^2+5x+4=(x+4)\cdot(x+1);$$
$$-x^2-5x-5=1 \Rightarrow -x^2-5x-6 \Rightarrow x^2+5x+6=(x+2)\cdot(x+3) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \{-4,-3,-2,-1\}$$

22.- $\left|x^2+8x-19\right|=21$

Solución:

$$x^2+3x-19=21 \Rightarrow x^2+3x-40=(x+8)\cdot(x-5);$$
$$-x^2-3x+19=21 \Rightarrow -\left(x^2+3x+2\right) \Rightarrow (x+2)\cdot(x+1) \Rightarrow \{-8,-2,-1,5\}$$

23.- $\left|x^2+6x+7\right|=2$

Solución:

$$x^2+6x+7=2 \Rightarrow x^2+6x+5=(x+5)\cdot(x+1);$$
$$-x^2-6x-7=2 \Rightarrow -\left(x^2+6x+9\right) \Rightarrow (x+3)^2 \Rightarrow \{-5,-3,-1\}$$

24.- $\left|x^2-5x-22\right|=28$

Solución:

$$x^2-5x-22=28 \Rightarrow x^2-5x-50=(x-10)\cdot(x+5);$$
$$-x^2+5x+22=28 \Rightarrow -x^2+5x-6 \Rightarrow -\left(x^2-5x+6\right)=$$
$$=-(x-3)\cdot(x-2)=(x-3)\cdot(2-x) \Rightarrow \{-5,2,3,10\}$$

25.- $\left|x^2-5x-45\right|-39=0$

Solución:

$$x^2-5x-45-39=x^2-5x-84=(x-12)\cdot(x+7);$$
$$-x^2+5x+45-39=-x^2+5x+6=-(x^2-5x-6)\Rightarrow(x-6)\cdot(x+1)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\{-7,-1,6,12\}$$

26.- $\left|2x^2+4x-27\right|=21$

Solución:

$$2x^2+4x-27=21\Rightarrow 2x^2+4x-48=0\Rightarrow\frac{2\left(2x^2+4x-48\right)}{2}=$$
$$=\frac{\left[(2x)^2+4(2x)-96\right]}{2}=\frac{(2x+12)\cdot(2x-8)}{2}=(x+6)\cdot(2x-8);$$
$$-2x^2-4x+27=21\Rightarrow -2x^2-4x+6=0\Rightarrow 2x^2+4x-6=\frac{2}{2}\cdot\left(2x^2+4x-6\right)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\frac{\left[(2x)^2+4(2x)-12\right]}{2}=\frac{(2x+6)\cdot(2x-2)}{2}=(x+3)\cdot(2x-2)\Rightarrow\{-6,-3,1,4\}$$

27.- $\left|2x^2+24x+63\right|=9$

Solución:

$$2x^2+24x+63=9\Rightarrow 2x^2+24x+54=0\Rightarrow\frac{2}{2}\cdot\left(2x^2+24x+54\right)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\frac{\left[(2x)^2+24(2x)+108\right]}{2}=\frac{(2x+18)\cdot(2x+6)}{2}=(x+9)\cdot(2x+6);$$
$$-2x^2-24x-63=9\Rightarrow -2x^2-24x-72=0\Rightarrow 2\left(x^2+12x+36\right)=$$
$$=2(x+6)^2\Rightarrow\{-9,-6,-3\}$$

28.- $\left|2x^2-16x+19\right|=5$

Solución:

$$2x^2-16x+19=5\Rightarrow 2x^2-16x+14=2\left(x^2-8x+7\right)=2(x-7)\cdot(x-1);$$
$$-2x^2+16x-19=5\Rightarrow -2x^2+16x-24=0\Rightarrow 2\left(x^2-8x+12\right)=2(x-6)\cdot(x-2)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\{1,2,6,7\}$$

29.- $\left|3x^2-17x+2\right|=8$

Solución:

$$3x^2-17x+2=8 \Rightarrow 3x^2-17x-6=0 \Rightarrow \frac{3}{3}\cdot\left(3x^2-17x-6\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\left[(3x)^2-17\cdot(3x)-18\right]}{3}=\frac{(3x-18)\cdot(3x+1)}{3}=(x-6)\cdot(3x+1);$$

$$-3x^2+17x-2=8 \Rightarrow -3x^2+17x-10=0 \Rightarrow \frac{3}{3}\cdot\left(3x^2-17x+10\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\left[(3x)^2-17\cdot(3x)+30\right]}{3}=\frac{(3x-15)\cdot(3x-2)}{3}=(x-5)\cdot(3x-2) \Rightarrow$$

$$\left\{-\frac{1}{3},\frac{2}{3},5,6\right\}$$

30.- $\left|5x^2-9x-1\right|=1$

Solución:

$$5x^2-9x-1=1 \Rightarrow 5x^2-9x-2=0 \Rightarrow \frac{5}{5}\left(5x^2-9x-2\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\left[(5x)^2-9(5x)-10\right]}{5}=\frac{(5x-10)\cdot(5x+1)}{5}=(x-2)\cdot(5x+1);$$

$$-5x^2+9x+1=1 \Rightarrow -5x^2+9x=0 \Rightarrow x\cdot(-5x+9) \Rightarrow \left\{-\frac{1}{5},0,2,\frac{9}{5}\right\}$$

31.- $\left|2x^2-41\right|=9$

Solución:

$$2x^2-41=9 \Rightarrow 2x^2-50=0 \Rightarrow 2\left(x^2-25\right)=2\cdot(x+5)\cdot(x-5);$$

$$-2x^2+41=9 \Rightarrow -2x^2+32=0 \Rightarrow 2\cdot\left(x^2-16\right)=2\cdot(x+4)\cdot(x-4) \Rightarrow \{\pm 4,\pm 5\}$$

32.- $\left|18x^2-373\right|=275$

Solución:

$$18x^2-373=275\Rightarrow 18x^2-648=0\Rightarrow 18\cdot\left(x^2-36\right)=18\cdot\left(x+6\right)\cdot\left(x-6\right);$$

$$-18x^2+373=275\Rightarrow -18x^2+98=0\Rightarrow 2\cdot\left(9x^2-49\right)=2\cdot\left(3x+7\right)\cdot\left(3x-7\right)\Rightarrow\left\{\pm\frac{7}{3},\pm 6\right\}$$

33.- $\left|16x^2-4x-1\right|=1$

Solución:

$$16x^2-4x-1=1\Rightarrow 16x^2-4x-2=0\Rightarrow\left(4x-2\right)\cdot\left(4x+1\right);$$

$$-16x^2+4x+1=1\Rightarrow -16x^2+4x=0\Rightarrow 4x\cdot\left(4x-1\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left\{\pm\frac{1}{4},0,\frac{1}{2}\right\}$$

34.- $\left|5x^2+7x-2\right|=4$

Solución:

$$5x^2+7x-2=4\Rightarrow 5x^2+7x-6=0\Rightarrow\frac{5}{5}\cdot\left(5x^2+7x-6\right)=\frac{\left[\left(5x\right)^2+7\left(5x\right)-30\right]}{5}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{\left(5x+10\right)\cdot\left(5x-3\right)}{5}=\left(x+2\right)\cdot\left(5x-3\right);$$

$$-5x^2-7x+2=4\Rightarrow -5x^2-7x-2=0\Rightarrow\frac{5}{5}\cdot\left(5x^2+7x+2\right)=\frac{\left[\left(5x\right)^2+7\left(5x\right)+10\right]}{5}=$$

$$=\frac{\left(5x+5\right)\left(5x+2\right)}{5}=\left(x+1\right)\cdot\left(5x+2\right)\Rightarrow\left\{-2,-1,-\frac{2}{5},\frac{3}{5}\right\}$$

35.- $\left|6x^2-11x-6\right|=4$

Solución:

Ver página siguiente

$$6x^2-11x-6=4\Rightarrow 6x^2-11x-10=0\Rightarrow \frac{6}{6}\cdot\left(6x^2-11x-10\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{\left[(6x)^2-11\cdot(6x)-60\right]}{6}=\frac{(6x-15)\cdot(6x+4)}{6}=(2x-5)\cdot(3x+2);$$

$$-6x^2+11x+6=4\Rightarrow -6x^2+11x+2=0\Rightarrow \frac{6}{6}\cdot\left(6x^2-11x-2\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{\left[(6x)^2-11\cdot(6x)-12\right]}{6}=\frac{(6x-12)\cdot(6x+1)}{6}=(x-2)\cdot(6x+1)\Rightarrow\left\{-\frac{2}{3},-\frac{1}{6},2,\frac{5}{2}\right\}$$

36.- $\left|12x^2-5x-14\right|=11$

Solución:

$$12x^2-5x-14=11\Rightarrow 12x^2-5x-25=0\Rightarrow \frac{12}{12}\cdot\left(12x^2-5x-25\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{\left[(12x)^2-5\cdot(12x)-300\right]}{12}\frac{(12x-20)\cdot(12x+15)}{12}=(3x-5)\cdot(4x+5);$$

$$-12x^2+5x+14=11\Rightarrow -12x^2+5x+3=0\Rightarrow \frac{12}{12}\cdot\left(12x^2-5x-3\right)=$$

$$=\frac{\left[(12x)^2-5\cdot(12x)-36\right]}{12}=\frac{(12x-9)\cdot(12x+4)}{12}=(4x-3)\cdot(3x+1)\Rightarrow\left\{-\frac{5}{4},-\frac{1}{3},\frac{3}{4},\frac{5}{3}\right\}$$

$$\left|x^2-2\sqrt{2}x-78\right|=48\Rightarrow x^2-2\sqrt{2}-126=\left(x-9\sqrt{2}\right)\cdot\left(x+7\sqrt{2}\right);$$

37.- $-x^2+2\sqrt{2}+78=48\Rightarrow -x^2+2\sqrt{2}+30=0\Rightarrow x^2-2\sqrt{2}-30\Rightarrow$

$$\Rightarrow\left(x+3\sqrt{2}\right)\cdot\left(x-5\sqrt{2}\right)\Rightarrow\left\{-7\sqrt{2},-3\sqrt{2},5\sqrt{2},9\sqrt{2}\right\}$$

38.- $\left|x^2-\sqrt{5}x-35\right|=25$

Solución:

$$x^2-\sqrt{5}x-35=25\Rightarrow x^2-\sqrt{5}x-60=0\Rightarrow\left(x-4\sqrt{5}\right)\cdot\left(x+3\sqrt{5}\right);$$

$$-x^2+\sqrt{5}x+35=25\Rightarrow -x^2+\sqrt{5}x+10=0\Rightarrow x^2-\sqrt{5}x-10=\left(x-2\sqrt{5}\right)\cdot\left(x+\sqrt{5}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left\{-3\sqrt{5},-\sqrt{5},2\sqrt{5},4\sqrt{5}\right\}$$

39.- $\left|3x^2+13\sqrt{2}x+4\right|=24$

Solución:

$$3x^2+13\sqrt{2}x+4=24 \Rightarrow 3x^2+13\sqrt{2}x-20=0 \Rightarrow \frac{3}{3}\cdot\left(3x^2+13\sqrt{2}x-20\right)=$$

$$=\frac{\left[(3x)^2+13\sqrt{2}\cdot(3x)-60\right]}{3}=\frac{\left(3x+15\sqrt{2}\right)\cdot\left(3x-2\sqrt{2}\right)}{3}=\left(x+5\sqrt{2}\right)\cdot\left(3x-2\sqrt{2}\right);$$

$$-3x^2-13\sqrt{2}x-4=24 \Rightarrow -3x^2-13\sqrt{2}x-28=0 \Rightarrow \frac{3}{3}\cdot\left(3x^2+13\sqrt{2}x-28\right)=$$

$$=\frac{\left[(3x)^2+13\sqrt{2}x+84\right]}{3}=\frac{\left(3x+7\sqrt{2}\right)\cdot\left(3x+6\sqrt{2}\right)}{3}=\left(3x+7\sqrt{2}\right)\cdot\left(x+2\sqrt{2}\right) \Rightarrow$$

$$\left\{-5\sqrt{2},-\frac{7\sqrt{2}}{3},-2\sqrt{2},\frac{2\sqrt{2}}{3}\right\}$$

40.- $\left|x^2+8x+4\right|=1$

Solución:

$$x^2+8x+4=1 \Rightarrow x^2+8x+3=0 \Rightarrow x=\frac{-8\pm\sqrt{64-12}}{2}=-4\pm\sqrt{13};$$

$$-x^2-8x-4=1 \Rightarrow -x^2-8x-5=0 \Rightarrow x^2+8x+5=0 \Rightarrow$$

$$x=\frac{-8\pm\sqrt{64-20}}{2}=-4\pm\sqrt{11} \Rightarrow \left\{-4\pm\sqrt{13},-4\pm\sqrt{11}\right\}$$

41.- $\left|2x^2+11x-5\right|=16$

Solución:

$$2x^2+11x-5=16 \Rightarrow 2x^2+11x-21=0 \Rightarrow x=\frac{-11\pm\sqrt{121+168}}{4}=$$

$$=\frac{-11\pm\sqrt{289}}{4}=\frac{-11\pm 17}{4} \Rightarrow x_1=\frac{3}{2};x_2=-7.$$

$$-2x^2-11x+5=16 \Rightarrow -2x^2-11x-11 \Rightarrow 2x^2+11x+11=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{-11\pm\sqrt{121-88}}{4}=\frac{-11\pm\sqrt{33}}{4} \Rightarrow \left\{-7,\frac{3}{2},\frac{-11\pm\sqrt{33}}{4}\right\}$$

42.- $\left|5x^2-4x-4\right|=2$

Solución:

$$5x^2 - 4x - 4 = 2 \Rightarrow 5x^2 - 4x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16+120}}{10} =$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \pm 2\sqrt{34}}{10} = \frac{2 \pm \sqrt{34}}{5};$$

$$-5x^2 + 4x + 4 = 2 \Rightarrow -5x^2 + 4x + 2 = 0 \Rightarrow 5x^2 - 4x - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16+40}}{10} = \frac{4 \pm \sqrt{56}}{10} = \frac{4 \pm 2\sqrt{14}}{10} = \frac{2 \pm \sqrt{14}}{5} \Rightarrow \left\{\frac{2 \pm \sqrt{14}}{5}, \frac{2 \pm \sqrt{34}}{5}\right\}$$

43.- $\left|x^4 - 29x^2 + 140\right| = 40$

Solución:

$$x^4 - 29x^2 + 140 = 40 \Rightarrow x^4 - 29x^2 + 100 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{29 \pm \sqrt{841-400}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{29 \pm \sqrt{441}}{2} = \frac{29 \pm 21}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \pm 5; x_{3,4} = \pm 2;$$

$$-x^4 + 29x^2 - 140 = 40 \Rightarrow -x^4 + 29x^2 - 180 = 0 \Rightarrow x^4 - 29x^2 + 180 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(x^2 - 20\right) \cdot \left(x^2 - 9\right) \Rightarrow x_{5,6} = \pm 2\sqrt{5}; x_{7,8} = \pm 3 \Rightarrow \left\{\pm 2, \pm 2\sqrt{5}, \pm 3, \pm 5\right\}$$

44.- $\left|2x^4 - 100x^2 + 553\right| = 455$

Solución:

$$2x^4 - 100x^2 + 553 = 455 \Rightarrow 2x^4 - 100x^2 + 98 = 0 \Rightarrow$$

$$x^2 = \frac{100 \pm \sqrt{10.000 - 784}}{4} \Rightarrow x^2 = \frac{100 \pm 96}{4} \Rightarrow x_{1,2} = \pm 7; x_{3,4} = \pm 1;$$

$$-2x^4 + 100x^2 - 553 = 455 \Rightarrow -2x^4 + 100x^2 - 1008 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x^4 - 100x^2 + 1008 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{100 \pm \sqrt{10.000 - 8064}}{4} = \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{100 \pm 44}{4} = 25 \pm 11 \Rightarrow x_{5,6} = \pm 6, x_{7,8} = \pm \sqrt{14} \Rightarrow \left\{\pm 1, \pm \sqrt{14}, \pm 6, \pm 7\right\}$$

45.- $\left|x^6 - 9x^3 + 4\right| = 4$

Solución: $x^6 = \left(x^3\right)^2$

$$x^6-9x^3+4=4 \Rightarrow x^6-9x^3=0 \Rightarrow x^3\cdot\left(x^3-9\right) \Rightarrow x_{1,2,3}=0, x_{4,5,6}=\sqrt[3]{9};$$
$$-x^6+9x^3-4=4 \Rightarrow -x^6+9x^3-8=0 \Rightarrow x^6-9x^3+8=0 \Rightarrow$$
$$x^3=\frac{9\pm\sqrt{81-32}}{2}=\frac{9\pm\sqrt{49}}{2}=\frac{9\pm 7}{2} \Rightarrow x_{7,8,9}=2; x_{10,11,12}=1 \Rightarrow \left\{0,1,2,\sqrt[3]{9}\right\}$$

46.- $\left|x^6-19x^3-1548\right|=1332$

Solución:

$$x^6-19x^3-1548=1332 \Rightarrow x^6-19x^3-2880=0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^3=\frac{19\pm\sqrt{361+11520}}{2}=\frac{19\pm\sqrt{11881}}{2}=\frac{19\pm 109}{2} \Rightarrow x_{1,2,3}=4; x_{4,5,6}=-\sqrt[3]{45};$$
$$-x^6+19x^3+1548=1332 \Rightarrow -x^6+19x^3+216=0 \Rightarrow x^6-19x^3-216=0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^3=\frac{19\pm\sqrt{361+864}}{2}=\frac{19\pm\sqrt{1225}}{2}=\frac{19\pm 35}{2} \Rightarrow x_{7,8,9}=3; x_{10,11,12}=-2 \Rightarrow \left\{-\sqrt[3]{45},-2,3,4\right\}$$

47.- $\left|2x^{10}+24x^5-629\right|=651$

Solución: $x^{10}=\left(x^5\right)^2$

$$2x^{10}+24x^5-629=651 \Rightarrow 2x^{10}+24x^5-1280=0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^5=\frac{-24\pm\sqrt{576+10240}}{4}=\frac{-24\pm\sqrt{10816}}{4}=\frac{-24\pm 104}{4}=-6\pm 26 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x_{1,2,3,4,5}=\sqrt[5]{20}; x_{6,7,8,9,10}=-\sqrt[5]{32}=-2;$$
$$-2x^{10}-24x^5+629=651 \Rightarrow -2x^{10}-24x^5-22=0 \Rightarrow 2x^{10}+24x^5+22=0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^5=\frac{-24\pm\sqrt{576-176}}{4}=\frac{-24\pm\sqrt{400}}{4}=\frac{-24\pm 20}{4}=-6\pm 5 \Rightarrow x_{11,12,13,14,15}=-1; x_{16,17,18,19,20}=-\sqrt[5]{11} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left\{-2,-\sqrt[5]{11},-1,\sqrt[5]{20}\right\}$$

48.- $\left|\frac{x^2-3x}{2}-24,5\right|=10,5$

Solución:

$$\frac{x^2-3x}{2}-24,5=10,5\Rightarrow\frac{x^2-3x}{2}-35=0\Rightarrow x^2-3x-70=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{9+280}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{289}}{2}=\frac{3\pm17}{2}\Rightarrow x_1=10;x_2=-7;$$

$$-\frac{x^2-3x}{2}+24,5=10,5\Rightarrow-\frac{x^2-3x}{2}+14=0\Rightarrow-x^2+3x+28=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-3x-28=0\Rightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{9+112}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{121}}{2}=\frac{3\pm11}{2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_3=7;x_4=-4\Rightarrow\{-4,\pm7,10\}$$

49.- $\left|x^4-\frac{42x^2-47}{8}\right|=\frac{7}{8}$

Solución:

$$x^4-\frac{42x^2-47}{8}=\frac{7}{8}\Rightarrow 8x^4-42x^2+47=7\Rightarrow 8x^4-42x^2+40=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2=\frac{42\pm\sqrt{1764-1280}}{16}=\frac{42\pm\sqrt{484}}{16}=\frac{42\pm22}{16}\Rightarrow x_{1,2}^2=\frac{64}{16}=4\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{1,2}=\pm2;x_{3,4}^2=\frac{20}{16}=\frac{5}{4}\Rightarrow x_{3,4}=\pm\frac{\sqrt{5}}{2};$$

$$-x^4+\frac{42x^2-47}{8}=\frac{7}{8}\Rightarrow-8x^4+42x-47=7\Rightarrow-8x^4+42x^2-54=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8x^4-42x^2+54=0\Rightarrow x^2=\frac{42\pm\sqrt{1764-1720}}{16}=\frac{42\pm6}{16}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{5,6}=\pm\sqrt{3};x_{7,8}=\pm\frac{3}{2}\Rightarrow\left\{\pm\frac{\sqrt{5}}{2},\pm\frac{3}{2},\pm\sqrt{3},\pm2,\right\}$$

50.- $\left|\frac{2x^6-37}{9}-2x^3\right|=53$

Solución:

$$\frac{2x^6-37}{9}-2x^3=\frac{53}{9}\Rightarrow 2x^6-37-18x^3=53\Rightarrow 2x^6-18x^3-90=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^3=\frac{18\pm\sqrt{324+720}}{4}=\frac{18\pm\sqrt{1044}}{4}=\frac{18\pm6\sqrt{29}}{4}\Rightarrow x_{1-al-6}=\sqrt[3]{\frac{18\pm6\sqrt{29}}{4}}$$

$$-\frac{2x^6-37}{9}+2x^3=53 \Rightarrow -2x^6+37+18x^3=53 \Rightarrow -2x^6+18x^3-16=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x^6-18x^3+16=0 \Rightarrow x^3=\frac{18 \pm \sqrt{324-128}}{4}=\frac{18 \pm \sqrt{196}}{4}=\frac{18 \pm 14}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{7,8,9}=2; x_{10,11,12}=1 \Rightarrow \left\{1, 2, \sqrt[3]{\frac{18 \pm 6\sqrt{29}}{4}}\right\}$$

51.- $\left|11+\frac{0,5x^8-8,5x^4}{2}\right|-7=0$

Solución:

$$11+\frac{0,5x^8-8,5x^4}{2}-7=0 \Rightarrow 4+\frac{0,5x^8-8,5x^4}{2}=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 16+x^8-17x^4 \Rightarrow x^8-17x^4+16=0 \Rightarrow x^4=\frac{17 \pm \sqrt{289-64}}{2}=$$

$$=\frac{17 \pm \sqrt{225}}{2}=\frac{17 \pm 15}{2} \Rightarrow x^4=16 \Rightarrow x_{1,2,3,,4}=\pm 2; x_{5,6,7,8}=\pm 1$$

$$-11-\frac{0,5x^8-8,5x^4}{2}-7=0 \Rightarrow -36-0,5x^8+8,5x^4=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^8-17x^4+72=0 \Rightarrow x^4=\frac{17 \pm \sqrt{289-288}}{2}=\frac{17 \pm 1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{9,10,11,12}=\pm\sqrt{3}; x_{13,14,15,16}=\pm\sqrt[4]{8} \Rightarrow \left\{\pm\sqrt[4]{8}, \pm\sqrt{3}, \pm 1, \pm 2\right\}$$