Guía de actividades

PROGRESIONES SERIES

Profesor Fernando Viso

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #12.
Tema: Progresiones aritméticas
Fecha: ____________
Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____
Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

1.- Término general: $a_n = a_1 + (n-1)d$

2.- Suma de los primeros ***n*** términos: $S = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}\left[2a_1 + (n-1)d\right]$

PREGUNTAS:

1.- Si el sexto término de una progresión aritmética es 8 y el término onceavo es -2, ¿cuál es el primer término? ¿ Cuál es la razón de crecimiento?

Sugerencias:

Sexto término: $a + (6-1)d = 8 \Rightarrow a + 5d = 8$

Onceavo término: $a + (11-1)d = -2 \Rightarrow a + 10d = -2$

Restando una ecuación de la otra: $5d = -10 \Rightarrow d = -2$. Sustituyendo este valor de d en la primera ecuación: $a = 18$

$R \Rightarrow a = 18; d = -2$

2.- Encontrar el término a_n en la secuencia de números : 1, 4, 7, 10,………..

$R \Rightarrow 1+(n-1)3$

3.- Encontrar el primer término de una progresión aritmética si el quinto término es 29 y la razón de crecimiento es $d=3$.

$R \Rightarrow a=17$

4.- Si el primer término de una serie aritmética es **-4** y el término doceavo es **32,** encontrar la diferencia común o razón de crecimiento.

$R \Rightarrow d=\frac{36}{11}$

5.- Encontrar el término doceavo de la siguiente secuencia aritmética: 2, 5, 8, …..

$R \Rightarrow a_{12}=35$

6.- Dado que el primer término de una secuencia aritmética es **56** y el término décimo séptimo es **32**, encontrar el valor del décimo término y el del vigésimo quinto término.

$$R \Rightarrow a_1 = 56; d = -\frac{3}{2}; a_{10} = \frac{85}{2}; a_{25} = 20$$

7.- Si los términos $a_{54}=-61; a_4=64$, encontrar a_{23}.

$$R \Rightarrow d = -\frac{5}{2}; a_1 = \frac{143}{2}; a_{23} = \frac{33}{2}$$

8.- Si el primer término de una progresión aritmética es igual a **7** y la diferencia común o razón de crecimiento es igual a **-2,** encontrar el término a_{15} y la suma de los primeros **15** términos.

$$R \Rightarrow a_{15} = -21; S = -105$$

9.- Encontrar la suma de los primeros 16 términos de la erie aritmética cuyo primer término es $\frac{1}{4}$ y su razón de crecimiento es $\frac{1}{2}$.

$$R \Rightarrow S_{16} = 64$$

10.- Encontrar la suma de los primeros 20 términos de la progresión aritmética: -9, -3, 3,………

$$R \Rightarrow S_{20} = 960$$

11.- Encontrar la suma de la serie aritmética**: 5+9+13+……+401.**

$$S = \frac{n}{2}\left[a_1 + a_n\right] \Rightarrow 20.300,0$$

12.- Encontrar la suma de los primeros 100 números enteros positivos.

$$S_{100} = \frac{100}{2}(1+100) = 5.050.$$

13.- Encontrar la suma de los primeros 25 enteros pares

Sugerencias: $a_1 = 2; n = 25; d = 2; \Rightarrow a_{25} = 2 + (25-1)2 = 50$

$$S_{25} = \frac{n}{2}(a_1 + a_{25}) = \frac{25}{2}(2+50) = 650$$

14.- ¿Cuántos términos de la secuencia aritmética -9, -6, -3, ….deben ser tomados para que la suma sea 66?.

Sugerencias: $a_1 = -9; d = 3; S_n = 66; S_n = \frac{n}{2}\left[2a_1 + (n-1)d\right]$

$$R \Rightarrow \frac{n}{2}\left[-18 + (n-1)3\right] = 66 \Rightarrow n^2 - 7n - 44 = 0 \Rightarrow (n-11)(n+4) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = 11; n - 4.$$

El valor negativo de ***n*** se rechaza. Entonces la solución es ***n = 11.***

15.- Encontrar la suma de los primeros $\boldsymbol{p}$ términos de la secuencia aritmética cuyo término $a_n = 3n - 1$.

Sugerencias: $a_1 = 3 \cdot 1 - 1 = 2; S_p = \frac{p}{2}\left[2 + 3p - 1\right] = \frac{p}{2}\left(3p + 1\right)$

$$R \Rightarrow S_p = \frac{p}{2}\left(3p + 1\right)$$

16.- ¿ Cuántos términos de la secuencia 26, 21, 16,……… deben ser sumados para que esa sumatoria sea igual a 74?

Sugerencia: Usar $S = \frac{n}{2}\left[2a_1 + \left(n - 2\right)d\right] =$

$$R \Rightarrow 74 = \frac{n}{2}\left[2\left(26\right) + \left(n - 1\right)\left(-5\right)\right] \Rightarrow 5n^2 - 57n - 148 = \left(n - 4\right)\left(5n - 37\right) = 0 \Rightarrow$$

$$n = 4$$

Nota: Se rechaza el valor $n = \frac{37}{5}$ porque no es un número entero.

17.- Insertar 4 medios aritméticos entre 1 y 36.

Sugerencias: Los términos entre dos términos dados de una progresión aritmética son llamados medios entre los términos dados. Se deberá usar la fórmula $a_n = a_1 + \left(n - 1\right)d$. Si

$$a_1 = 1; a_n = 36; \Rightarrow n = 6; d = 7.$$

$$R \Rightarrow a_2 = 8, a_3 = 15, a_4 = 22, a_5 = 29.$$

18.- Insertar 5 medios aritméticos entre 13 y 31.

Sugerencias: $a_1 = 13; a_n = 31; \Rightarrow n = 7; d = 3$

$$R \Rightarrow a_2 = 13; a_3 = 19; a_4 = 22; a_5 = 25; a_6 = 28$$

19.- Insertar 20 medios aritméticos entre **4** y **67**.

Sugerencias: $a_n = a_1 + (n-1)d; a_1 = 4; a_{22} = 67 \Rightarrow n = 22; d = 3$

$R \Rightarrow 7,10,13,16,19,22,25,28,31,34,37,40,43,46,49,52,55,58,61,64.$

20.- Determinar los primeros cuatro términos y el doceavo término de la progresión aritmética generada por la función: $F(x) = 2x+3$.

Sugerencias: Encontrar los términos de la progresión dándole valores a x=1,2,3,4,12..

$R \Rightarrow a_1 = 5; a_2 = 7; a_3 = 9; a_4 = 11; a_{12} = 27.$

21.- Si una progresión aritmética es generada por la función lineal $F(x) = -3x+14$; ¿cuáles son el primer término, el término 15 y la razón de crecimiento?.

$R \Rightarrow a_1 = 11; a_{15} = -31; d = -3.$

22.- La suma de tres números de una progresión aritmética es igual a **27** y la suma de los cuadrados de esos mismos números es igual a **293**. Encontrar los números.

Sugerencias: $(a-d)+a+(a+d) = 27; \Rightarrow a = 9$. Entonces, los tres números son: $(9-d), 9, (9+d)$. Luego: $(9-d)^2 + 9^2 + (9+d)^2 = 293 \Rightarrow d^2 = 25 \Rightarrow d = \pm 5$

$R \Rightarrow 4;9;14.$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #13.
Tema: Progresiones geométricas.
Fecha: ____________
Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____
Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

1.- Término general: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

2.- Suma de los primeros $\boldsymbol{n}$ términos: $S_n = \dfrac{a_1 \cdot \left(1 - r^n\right)}{\left(1 - r\right)}$

PREGUNTAS:

1.- Si el primer término de una progresión geométrica es **9** y la razón común es $\left(-\dfrac{2}{3}\right)$, encontrar los primeros **5** términos.

Sugerencias: Aplicarla para cada caso fórmula $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

$$R \Rightarrow a_1 = 9; a_2 = -6; a_3 = 4; a_4 = -\frac{8}{3}; a_5 = \frac{16}{9}$$

2.- Encontrar los siguientes tres términos de la progresión geométrica: 1, 2, 4,………

Sugerencia: De la ecuación del término general despejar la razón geométrica de crecimiento **(r)** y luego aplicar la misma fórmula para calcular cada término requerido.

$$R \Rightarrow r = 2; a_4 = 8; a_5 = 16; a_6 = 32; a_7 = 64$$

3.- Encontrar los siguientes tres términos de la progresión geométrica: 27, -9, 3, -1,

$$R \Rightarrow r = \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = -\frac{1}{3}; a_5 = \frac{1}{3}; a_6 = -\frac{1}{9}; a_7 = \frac{1}{27}$$

4.- Encontrar el décimo término de la progresión geométrica 3, 6, 12, 24,………

$$R \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = 2; a_1 = 3; a_{10} = 3(2)^{10-1} = 1536.$$

5.- El séptimo término de una progresión geométrica es igual a **192** y la razón geométrica de crecimiento es $r = 2.$ Encontrar los primeros cuatro términos.

$$R \Rightarrow a_7 = a_1 \cdot (2)^{7-1} \Rightarrow a_1 = \frac{192}{64} = 3; a_2 = 6; a_3 = 12; a_4 = 24$$

6.- Si el octavo término de una progresión geométrica es **16** y la razón geométrica de crecimiento es **-3** , ¿cuál es el término **12**?.

$$R \Rightarrow a_8 = 16 \Rightarrow a_{12} = a_8 \cdot (r)^{12-8} = 16 \cdot (-3)^4 = 1296.$$

7.- El primer término de una progresión geométrica es **27**, el término enésimo es $\frac{32}{9}$ y la suma de los $\boldsymbol{n}$ términos es $\frac{665}{9}$. Encontrar $\boldsymbol{n}$ y $\boldsymbol{r}$**.**

Sugerencias:

a.- $a_n = \frac{32}{9} = a_1 \cdot r^{n-1} = 27 \cdot r^{n-1} \Rightarrow r\left(\frac{32}{9}\right) = 27 \cdot r^n.$

b.- $S_n = \frac{665}{9} = \frac{a_1 \cdot (r^n - 1)}{r-1} = \frac{27(r^n - 1)}{r-1} = \frac{27r^n - 27}{r-1} = \frac{\frac{32}{9}r - 27}{r-1}$

Ahora, se puede escribir:

$$9(r-1)\cdot\frac{665}{9} = 9(r-1)\cdot\left[\frac{\frac{32}{9}r - 27}{r-1}\right]$$

$$(r-1)\cdot 665 = 9\cdot\left[\frac{32}{9}r - 27\right] \Rightarrow r = \frac{2}{3}$$

Sustituyendo este valor de r en la ecuación $\frac{32}{9} = 27\cdot(r)^{n-1}$ se tiene

$$\frac{32}{9} = 27\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \Rightarrow \frac{32}{9}\cdot\frac{1}{27} = \frac{1}{27}\cdot\left[27\cdot r^{n-1}\right] = \frac{32}{243} = \left(\frac{2}{3}\right)^{5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

$$n - 1 = 5 \Rightarrow n = 6.$$

$$R \Rightarrow r = \frac{2}{3}; n = 6.$$

8.- Encontrar la suma de los primeros 10 términos de la progresión geométrica: 15, 30, 60, 120,…………

Sugerencias: Escribir la progresión de la siguiente manera:

$$15; 15\cdot(2); 15\cdot(2^2); 15\cdot(2^3);\ldots\ldots\ldots \Rightarrow r = 2$$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{(1-r)} \Rightarrow S_{10} = \frac{15(1-2^{10})}{1-2} = \frac{15(1-1024)}{-1} = 15345.$$

$$R \Rightarrow S_{10} = 15345.$$

9.- Encontrar la suma de los primeros cuatro términos de la serie geométrica: $2;-\frac{1}{3};\frac{1}{18};.....$

Sugerencias:
$$r=\frac{a_2}{a_1}=\frac{a_3}{a_2}=-\frac{1}{6}$$
$$S_n=\frac{a_1\left(r^n-1\right)}{r-1}$$

$$R\Rightarrow S_4=\frac{2\left[\left(-\frac{1}{6}\right)^4-1\right]}{\left(-\frac{1}{6}\right)-1}=\frac{185}{108}$$

10.- Encontrar la suma de los primeros ocho términos de la siguiente progresión geométrica: $4;\left(-\frac{4}{3}\right);\left(\frac{4}{9}\right);\left(-\frac{4}{27}\right);........$

$$r=\frac{a_2}{a_1}=\frac{a_3}{a_2}=\frac{a_4}{a_3}=-\frac{1}{3}$$

Sugerencias:
$$S_n=\frac{a_1\cdot\left(r^n-1\right)}{r-1}\Rightarrow S_8=\frac{4\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^8-1\right]}{-\frac{1}{3}-1}=\frac{6560}{2187}$$

$$R\Rightarrow S_8=\frac{6560}{2187}$$

11.- Encontrar la suma de los primeros **7** términos de la progresión geométrica: $\frac{2}{3};-1;\frac{3}{2};.............$

Sugerencias:
$$r=\frac{a_2}{a_1}=\frac{a_3}{a_2}=-\frac{3}{2}$$
$$S_n=\frac{a_1\left(r^n-1\right)}{r-1}$$

$$S_7 = \frac{\frac{2}{3}\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^7 - 1\right]}{-\frac{2}{3} - 1} = \frac{463}{98}$$

12.- Encontrar la suma de los primeros 6 términos de una progresión geométrica cuyo primer término es $\frac{1}{3}$ y cuyo segundo término es -1.

Sugerencias:

a) $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-1}{1/3} = -3$

b) $S_n = \frac{a_1 \cdot \left(r^n - 1\right)}{r - 1}$

$$R \Rightarrow S_6 = \frac{1}{3} \cdot \frac{\left[\left(-3\right)^6 - 1\right]}{\left(-3\right) - 1} = -\frac{182}{3}$$

13.- Encontrar el séptimo término de una serie geométrica cuyo tercer término es $\frac{1}{8}$ y su razón es 2. Encontrar también la suma de los primeros siete términos.

Sugerencias:

a).-

$$a_n = a_1 \cdot \left(r\right)^{n-1} \Rightarrow a_3 = \frac{1}{8} = a_1 \cdot \left(2\right)^{3-1} \Rightarrow a_1 = \frac{1}{32} \Rightarrow a_7 = \left(\frac{1}{32}\right) \cdot \left(2\right)^6 = 2$$

$$S_7 = \frac{1}{32} \cdot \frac{\left(2^7 - 1\right)}{2 - 1} = \frac{127}{32}$$

b) $S_n = a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$

$$R \Rightarrow a_7 = 2 \Rightarrow S_7 = \frac{127}{32}$$

14.- Determinar el quinto término y la suma de los primeros **10** términos de la progresión geométrica siguiente: $2,\left(-\frac{3}{2}\right);\left(\frac{9}{8}\right);........$

Sugerencias:

a) $r=\frac{a_2}{a_1}=\frac{a_3}{a_2}=\frac{-3/2}{2}=-\frac{3}{4}\Rightarrow a_5=2\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)^4=\frac{81}{128}$

b) $S_n=a_1\cdot\frac{\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}\Rightarrow S_{10}=2\cdot\frac{\left[1-\left(-\frac{3}{4}\right)^{10}\right]}{1-\left(-\frac{3}{4}\right)}\Rightarrow S_{10}=\frac{989527}{917504}$

$$R\Rightarrow a_5=\frac{81}{128};S_{10}=\frac{989527}{917504}$$

15.- El cuarto término de una progresión geométrica es $\frac{1}{2}$ y el sexto término es $\frac{1}{8}$. Encontrar el primer término y la razón de crecimiento.

Sugerencias:

a) $a_4=\frac{1}{2}=a_1\cdot r^3;a_6=\frac{1}{8}=a_1\cdot r^5\Rightarrow\frac{a_6}{a_4}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{4}=r^2\Rightarrow r=\pm\frac{1}{2}$

b) Hay dos posible soluciones. Si se toma la razón positiva, $r=\frac{1}{2}$, entonces:

$a_1=\frac{a_4}{r^3}=\frac{1/2}{\left(1/2\right)^3}=4$

Si se toma la razón negativa, $r=-\frac{1}{2}$, entonces:

$$a_1 = \frac{a_4}{r^3} = \frac{(1/2)}{(-1/2)^3} = -4$$

$$R \Rightarrow a_4^{'} = 4; a_4^{''} = -4$$

16.- Insertar cuatro medios geométricos entre **160** y **5.**

Sugerencias:

a)

$$a_1 = 160 = a_1; a_6 = 5 = a_1 \cdot r^5; \frac{5}{160} = r^5 = \frac{1}{32} \Rightarrow r = \sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \frac{1}{2}$$

$$R \Rightarrow 160; 80; 40; 20; 10; 5$$

17.- Encontrar tres medios geométricos entre 16 y 81.

Sugerencias: Son cinco términos en total, incluyendo los dos dados en los extremos.

a)

$$a_1 = 16; a_5 = 81; 81 = 16 \cdot (r)^4 \Rightarrow r = \pm \frac{3}{2}$$

$$R \Rightarrow \quad Si \Leftrightarrow r = \frac{1}{2} \Rightarrow 16 \cdot \left(\frac{3}{2}\right); 16\left(\frac{3}{2}\right)^2; 16\left(\frac{3}{2}\right)^3 \Rightarrow 24; 36; 54.$$

$$Si \Rightarrow r = -\frac{3}{2} \Rightarrow 16\left(-\frac{3}{2}\right); 16\left(-\frac{3}{2}\right)^2; 16\left(-\frac{3}{2}\right)^3 \Rightarrow -24; 36; -54.$$

18.- Encontrar los primeros cuatro términos de la progresión geométrica generada por la función exponencial $f(x) = 12\left(\frac{3}{2}\right)^x$ si el dominio de la función es el conjunto de números enteros positivos (0, 1, 2, 3, …….).

Sugerencias:

$$f(0)=12\left(\frac{3}{2}\right)^0=12$$

$$f(1)=12\left(\frac{3}{2}\right)=18$$

$$f(2)=12\left(\frac{3}{2}\right)^2=27$$

$$f(3)=12\left(\frac{3}{2}\right)^3=\frac{81}{2}$$

$$R\Rightarrow a_1=12;a_2=18;a_3=27;a_4=\frac{81}{2}$$

19.- Encontrar tres números consecutivos de una progresión geométrica cuya suma es **19** y cuyo producto es **216.**

Sugerencias:

Los tres números consecutivos se pueden expresar como: $\frac{a}{r};a;ar.Luego:\frac{a}{r}\cdot a\cdot ar=216\Rightarrow a^3=216\Rightarrow a=\sqrt[3]{216}=6$.

Por otro lado, consideramos la suma:

$$\frac{6}{r}+6+6r=19\Rightarrow 6r^2-13r+6=0\Rightarrow(3r-2)(2r-3)=0\Rightarrow$$

$$r_1=\frac{3}{2};r_2=\frac{2}{3}$$

$$R\Rightarrow 4;6;9$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #17.

Tema: Series. Secuencias. Términos generales.

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

PREGUNTAS:

1.- Determinar el término general de la secuencia:

$$\frac{1}{2},\frac{1}{12},\frac{1}{30},\frac{1}{56},\frac{1}{90,},\dots\dots\dots\dots$$

Sugerencias: Establecer el orden de partición de cada término e identificarlo con su ordinal correspondiente.

$$\frac{1}{2}=\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{2};\frac{1}{12}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4};\frac{1}{30}=\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{6};\frac{1}{56}=\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{8};\dots\dots\dots$$

$$R\Rightarrow\frac{1}{(2n-1)(2n)}$$

Nota: *n* es el ordinal.

2.- Determinar el término general de la secuencia:

$$\frac{1}{5^3},\frac{3}{5^5},\frac{5}{5^7},\frac{7}{5^9},\frac{9}{5^{11}},..............$$

$$R \Rightarrow a_n = \frac{2n-1}{5^{2n+1}}$$

3.- Establecer la convergencia o divergencia de la serie:

$$\frac{1}{1+\sqrt{1}}+\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{1+\sqrt{3}}+\frac{1}{1+\sqrt{4}}+.........$$

Sugerencias: Para establecer la convergencia o divergencia de una serie dada, es necesario encontrar primero el término general, el cual, por observación es para este caso:

$$a_n = \frac{1}{1+\sqrt{n}}$$

Luego, para determinar la convergencia o divergencia: Si podemos probar que se cumple la relación siguiente: $\frac{1}{1+\sqrt{n}} > \frac{1}{n}$, entonces $\frac{1}{1+\sqrt{n}}$ es divergente. Esto es cierto, porque $1+\sqrt{n} < n;(n>1)$.

$R \Rightarrow$ *Divergente.*

4.- Establecer la convergencia o divergencia de la serie:

$$sen\frac{\pi}{2}+\frac{1}{4}sen\frac{\pi}{4}+\frac{1}{9}sen\frac{\pi}{6}+\frac{1}{16}sen\frac{\pi}{8}+..........$$

Sugerencias: El término general es $a_n = \frac{1}{n^2}\cdot sen\frac{\pi}{2n}$. Entonces, para determinar la convergencia o divergencia: $\frac{1}{n^2}sen\frac{\pi}{2n} < \frac{1}{n^2}$, lo cual es verdad porque $sen\frac{\pi}{2n} < 1(n>1)$.

$$R \Rightarrow Convergente.$$

5.- Estudiar la serie:

$$1+\frac{2!}{2^2}+\frac{3!}{3^3}+\frac{4!}{4^4}+.............$$

Sugerencias: Para estudiar el comportamiento de una serie, se debe encontrar primero los términos a_n y a_{n+1}, para ello:

$$a_1=1;a_2=\frac{2!}{2^2};a_3=\frac{3!}{3^3};a_4=\frac{4!}{4^4};.......a_n=\frac{n!}{n^n};a_{n+1}=\frac{(n+1)!}{(n+1)^{[n+1]}}$$

Ahora, se encuentra la relación $\dfrac{a_{(n+1)}}{a_n}=\dfrac{(n+1)!}{(n+1)^{(n+1)}}\cdot\dfrac{n^n}{(n!)}=\dfrac{n^n}{(n+1)^n}$

Luego, se encuentra el límite de esa expresión, como sigue:

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{n^n}{(n+1)^n}\right]=\lim_{n\to\infty}\frac{n^n}{\left[n\left(1+\frac{1}{n}\right)\right]^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{n^n}{n^n\left(1+\frac{1}{n}\right)^n}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n}=\frac{1}{e}=\frac{1}{2,71}<1$$

$$R\Rightarrow Convergente$$

6.- Estudiar la serie: $1-\dfrac{3^2}{2^2}+\dfrac{3^4}{2^2\cdot4^2}-\dfrac{3^6}{2^2\cdot4^2\cdot6^2}+..........$

Sugerencias:

$$a_1 = 1; a_2 = \frac{3^2}{2^2}; a_3 = \frac{3^4}{2^2 \cdot 4^2}; \ldots\ldots\ldots a_n = \frac{3^{(2n-2)}}{2^2 \cdot 4^2 \cdot \ldots\ldots (2n-2)^2}; a_{n+1} = \frac{3^{2(n+1)-2}}{2^2 \cdot 4^2 \cdot \ldots (2n-2)^2 \cdot [2(n+1)-2]^2} \Longrightarrow$$

$$a_{n+1} = \frac{3^{2n}}{2^2 \cdot 4^2 \cdot \ldots\ldots\ldots (2n-2)^2 \cdot (2n)^2} =$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{3^{2n}}{2^2 \cdot 4^2 \cdot \ldots\ldots (2n-2)^2 \cdot (2n)^2} \cdot \frac{2^2 \cdot 4^2 \cdot \ldots\ldots\ldots (2n-2)^2}{3^{2n-2}} = \frac{3^2}{4n^2}$$

Ahora, se toma el límite:

$$\lim_{n\to\infty} \left[\frac{3^2}{4n^2} \right] = 0$$

$$R \Rightarrow Convergente$$