Guía de actividades

FRACCIONES

Profesor Fernando Viso

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #1.
Tema: Operaciones con fracciones (Baldor).
Fecha: ___________
Profesor: Fernando Viso
Nombre del alumno:____
Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

PREGUNTAS:

1.- Simplificar: $\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{6}} =$

$R \Rightarrow 5.$

2.- Simplificar la siguiente expresión: $1-\dfrac{1}{2-\frac{1}{3}} =$

$R \Rightarrow \dfrac{2}{5}$

3. Simplificar la siguiente fracción: $\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}+\frac{1}{5}} =$

$R \Rightarrow \dfrac{50}{27}$

4.- Simplificar $\dfrac{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}-\frac{1}{3}}=$

$R \Rightarrow \dfrac{14}{5}$

5.- Si a = 4 y b = 7, encontrar el valor de $\dfrac{a+\frac{a}{b}}{a-\frac{a}{}}=$

$R \Rightarrow \dfrac{4}{3}$

6.- Efectuar la siguiente división: $1/\dfrac{x+y}{x^2}=$

$R \Rightarrow \dfrac{x^2}{x+y}$

7.- Efectuar la siguiente operación: $\dfrac{3a-9b}{x-5}\times\dfrac{xy-5y}{ax-3bx}=$

$R \Rightarrow \dfrac{3y}{x}$

8.- Simplificar: $\dfrac{4x^3+6x^2}{2x}=$

$R \Rightarrow 2x^2+3x; x \neq 0.$

9.- Simplificar: $\dfrac{1+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}=$

$R \Rightarrow \dfrac{x+1}{x-1}$

10.- Efectuar y simplificar:

(a) $\dfrac{6(a+1)}{a+8}-\dfrac{3(a-4)}{a+8}-\dfrac{2(a+5)}{a+8}=$ $R \Rightarrow 1$

(b) $\dfrac{7x-3y+6}{x+y}-\dfrac{2(x-4y+3)}{x+y}=$ $\qquad R \Rightarrow 5$

© $\dfrac{5x+2}{x-6}-\dfrac{3(x+4)}{x-6}-\dfrac{x-7}{x-6}=$ $\qquad R \Rightarrow \dfrac{x-3}{x-6}$

11.- Resolver y simplificar: $1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1-x}}=$ $\qquad R \Rightarrow \dfrac{3-2x}{2-x}$

12.- Simplificar la fracción siguiente:

$$\frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}}= \qquad R \Rightarrow \frac{xy}{x+y}$$

13.- Simplificar: $\dfrac{x+\frac{1}{y}}{x-\frac{1}{y}}=$ $\qquad R \Rightarrow \dfrac{yx+1}{yx-1}$

14.- Simplificar las siguientes expresiones:

(a) $\dfrac{\frac{a}{b}+\frac{a}{c}}{ab+ac}=$ $\qquad R \Rightarrow \dfrac{1}{bc}$

(b) $\dfrac{2-\frac{1}{4}}{\frac{3}{5}+1}=$ $\qquad R \Rightarrow \dfrac{35}{32}$

15.- Simplificar: $\dfrac{x-\frac{2}{y}}{x+\frac{3}{y}}=$ $\qquad R \Rightarrow \dfrac{yx-2}{yx+3}$

16.- Simplificar la expresión: $\dfrac{\frac{3}{x}-\frac{2}{y}}{\frac{5}{x}+\frac{6}{y}}=$ $\qquad R \Rightarrow \dfrac{3y-2x}{5y+6x}$

17.- Simplificar: $\dfrac{\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}}{1-\dfrac{1}{x}}=$ $\qquad R \Rightarrow \dfrac{2y+3x}{y(x-1)}$

18.- Reducir a una simple expresión: $a+b-\dfrac{2ab}{a+b}=$ $\qquad R \Rightarrow \dfrac{a^2+b^2}{a+b}$

19.- Efectuar la siguiente suma: $\dfrac{2}{x-3}+\dfrac{5}{x+2}=$ $\qquad R \Rightarrow \dfrac{7x-11}{(x-3)\times(x+2)}$

20.- Reducir la siguiente expresión a una fracción simple:

$\dfrac{1}{6x}+\dfrac{1}{3y}-\dfrac{3x+2y}{12xy}=$ $\qquad R \Rightarrow \dfrac{1}{12y}$

21.- Efectuar la siguiente operación: $\dfrac{3a}{2xy}-\dfrac{2-5x}{y^3}+6=$

$R \Rightarrow \dfrac{3ay^2-4x+10x^2+12xy^3}{2xy^3}$

22.- Simplificar: $\dfrac{\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x-2}}{\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{x-3}}=$ $\qquad R \Rightarrow \dfrac{x-3}{x-1}$

23.- Simplificar: $\dfrac{\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{a-b}}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{a-b}}=$ $\qquad R \Rightarrow \dfrac{-b}{2a-b}$

24.- Simplificar: $\dfrac{\dfrac{x}{x+y}+\dfrac{y}{x-y}}{\dfrac{y}{x+y}-\dfrac{x}{x-y}}=$ $\qquad R \Rightarrow -1$

25.- Si $x=\dfrac{c-ab}{a-b}$ encontrar el valor de la expresión $a(x+b)$.

$R \Rightarrow \dfrac{a(c-b^2)}{a-b}$

26.- Si $x=\dfrac{c-ab}{a-b}$ encontrar el valor de la expresión $bx+c$

$$R \Rightarrow \frac{a\left(c-b^2\right)}{a-b}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #6.
Tema: Simplificación de fracciones.
Fecha: ____________
Profesor: Fernando Viso
Nombre del alumno:____
Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

$$a^2+2ab+b^2=\left(a+b\right)^2$$

$$a^2-2ab+b^2=\left(a-b\right)^2$$

$$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=\left(a+b\right)^3$$

$$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=\left(a-b\right)^3$$

$$a^2-b^2=\left(a+b\right)\times\left(a-b\right)$$

$$x^2+\left(a+b\right)x+ab=\left(x+a\right)\times\left(x+b\right)$$

$$x^2+\left(a-b\right)x-ab=\left(x+a\right)\times\left(x-b\right)$$

$$x^2-\left(a+b\right)x+ab=\left(x-a\right)\times\left(x-b\right)$$

$$a^3+b^3=\left(a+b\right)\times\left(a^2-ab+b^2\right)$$

$$a^3-b^3=\left(a-b\right)\times\left(a^2+ab+b^2\right)$$

PREGUNTAS:

Ejercicio 118. (Algebra de Baldor)

Simplificar:

1.- $\frac{a^2}{ab}$

Solución:

$$\frac{a^2}{ab} = a^{2-1}b^{-1} = ab^{-1} = \frac{a}{b}$$

2.- $\frac{2a}{8a^2b} =$

Solución:

$$\frac{2a}{8a^2b} = \frac{2}{8} \times a^{1-2}b^{-1} = \frac{1}{4}a^{-1}b^{-1} = \frac{1}{4ab}$$

3.- $\frac{x^2y^2}{x^3y^3} =$

Solución:

$$\frac{x^2y^2}{x^3y^3} = x^{2-3}y^{2-3} = x^{-1}y^{-1} = \frac{1}{xy}$$

4.- $\frac{ax^3}{4x^5y} =$

Solución:

$$\frac{ax^3}{4x^5y} = \frac{a}{4} \times x^{3-5}y^{-1} = \frac{a}{4} \times x^{-2}y^{-1} = \frac{a}{4x^2y}$$

5.- $\frac{6m^2n^3}{3m} =$

Solución:

$$\frac{6m^2n^3}{3m} = \frac{6}{3} \times m^{2-1}n^3 = 2 \times mn^3$$

6.- $\dfrac{9x^2y^3}{24a^2x^3y^4}=$

Solución:

$$\frac{9x^2y^3}{24a^2x^3y^4}=\frac{(3\times 3)}{(3\times 8)}\times a^{-2}x^{2-3}y^{3-4}=\frac{3}{8}a^{-2}x^{-1}y^{-1}=\frac{3}{8a^2xy}$$

7.- $\dfrac{8m^4n^3x^2}{24mn^2x^2}=$

Solución:

$$\frac{8m^4n^3x^2}{24mn^2x^2}=\frac{8}{3\times 8}\times m^{4-1}n^{3-2}x^{2-2}=\frac{m^3n}{3}$$

8.- $\dfrac{12x^3y^4z^5}{32xy^2z}=$

Solución:

$$\frac{12x^3y^4z^5}{32xy^2z}=\frac{(3\times 4)}{(4\times 8)}\times x^{3-1}y^{4-2}z^{5-1}=\frac{3}{8}\times x^2y^2z^4$$

9.- $\dfrac{12a^2b^3}{60a^3b^5x^6}=$

Solución:

$$\frac{12a^2b^3}{60a^3b^5x^6}=\frac{(3\times 4)}{(3\times 4\times 5)}\times a^{2-3}b^{3-5}x^{-6}=\frac{1}{5}\times a^{-1}b^{-2}x^{-6}=\frac{1}{5ab^2x^6}$$

10.- $\dfrac{21mn^3x^6}{28m^4n^2x^2}=$

Solución:

$$\frac{21mn^3x^6}{28m^4n^2x^2}=\frac{(3\times 7)}{(4\times 7)}\times m^{1-4}n^{3-2}x^{6-2}=\frac{3}{4}\times m^{-3}nx^4=\frac{3nx^4}{4m^3}$$

11.- $\dfrac{42a^2c^3n}{26a^4c^5m}=$

Solución:

$$\frac{42a^2c^3n}{26a^4c^5m}=\frac{(2\times21)}{(2\times13)}\times a^{2-4}c^{3-5}nm^{-1}=\left(\frac{21}{13}\right)\times a^{-2}c^{-2}nm^{-1}=\frac{21n}{13a^2c^2m}$$

12.- $\dfrac{17x^3y^4z^6}{34x^7y^8z^{10}}=$

Solución:

$$\frac{17x^3y^4z^6}{34x^7y^8z^{10}}=\left(\frac{17}{2\times17}\right)\times x^{3-7}y^{4-8}z^{6-10}=\left(\frac{1}{2}\right)\times x^{-4}y^{-4}z^{-4}=\frac{1}{2x^4y^4z^4}$$

13.- $\dfrac{30x^6y^2}{45a^3x^4z^3}=$

Solución:

$$\frac{30x^6y^2}{45a^3x^4z^3}=\frac{(2\times3\times5)}{(3\times3\times5)}\times a^{-3}x^{6-3}y^2z^{-3}=\frac{2}{3}\times a^{-3}x^3y^2z^{-3}=\frac{2x^3y^2}{3a^3z^3}$$

14.- $\dfrac{a^5b^7}{3a^8b^9c}=$

Solución:

$$\frac{a^5b^7}{3a^8b^9c}=\frac{1}{3}\times a^{5-8}b^{7-9}c^{-1}=\frac{1}{3}\times a^{-3}b^{-2}c^{-1}=\frac{1}{3a^3b^2c}$$

15.- $\dfrac{21a^8b^{10}c^{12}}{63a^4bc^2}=$

Solución:

$$\frac{21a^8b^{10}c^{12}}{63a^4bc^2}=\left(\frac{3\times7}{3\times3\times7}\right)\times a^{8-4}b^{10-1}c^{12-2}=\left(\frac{1}{3}\right)\times a^4b^9c^{10}$$

16.- $\dfrac{54x^9y^{11}z^{13}}{63x^{10}y^{12}z^{15}}=$

Solución:

$$\frac{54x^9y^{11}z^{13}}{63x^{10}y^{12}z^{15}}=\left(\frac{2\times3\times3\times3}{3\times3\times7}\right)\times x^{9-10}y^{11-12}z^{13-15}=\left(\frac{6}{7}\right)\times x^{-1}y^{-1}z^{-2}=\frac{6}{7xyz^2}$$

17.- $\dfrac{15a^{12}b^{15}c^{20}}{75a^{11}b^{16}c^{22}}=$

Solución:

$$\frac{15a^{12}b^{15}c^{20}}{75a^{11}b^{16}c^{22}}=\left(\frac{3\times5}{3\times5\times5}\right)\times a^{12-11}b^{15-16}c^{20-22}=\left(\frac{1}{5}\right)ab^{-1}c^{-2}=\frac{a}{5bc^2}$$

18.- $\dfrac{75a^7m^5}{100a^3m^{12}n^3}=$

Solución:

$$\frac{75a^7m^5}{100a^3m^{12}n^3}=\left(\frac{3\times5\times5}{4\times5\times5}\right)\times a^{7-3}m^{5-12}n^{-3}=\left(\frac{3}{4}\right)a^4m^{-7}n^{-3}=\frac{3a^4}{4m^7n^3}$$

Ejercicio 119. (Algebra de Baldor)

Simplificar o reducir a su más simple expresión las siguientes fracciones:

1.- $\dfrac{3ab}{2a^2x+2a^3}=$

Solución:

$$\frac{3ab}{2a^2x+2a^3}=\frac{3ab}{2a^2\times(x+a)}=\frac{3b}{2a(x+a)}$$

2.- $\dfrac{xy}{3x^2y+3xy^2}=$

Solución:

$$\frac{xy}{3x^2y+3xy^2}=\frac{xy}{3xy\times(x+y)}=\frac{1}{3\times(x+y)}$$

3.- $\dfrac{2ax+4bx}{3ay+6by}=$

Solución:

$$\frac{2ax+4bx}{3ay+6by}=\frac{2x(a+2b)}{3y(a+2b)}=\frac{2x}{3y}$$

4.- $\dfrac{x^2-2x-3}{x-3}=$

Solución:

$$\frac{x^2-2x-3}{x-3}=\frac{(x-3)\times(x+1)}{(x-3)}=(x+1)$$

5.- $\dfrac{10a^2b^3c}{80\times(a^3-a^2b)}=$

Solución:

$$\frac{10a^2b^3c}{80\times(a^3-a^2b)}=\frac{a^2b^3c}{8a^2(a-b)}=\frac{b^3c}{8(a-b)}$$

6.- $\dfrac{x^2-4}{5ax+10a}=$

Solución:

$$\frac{x^2-4}{5ax+10a}=\frac{(x+2)\times(x-2)}{5a\times(x+2)}=\frac{(x-2)}{5a}$$

7.- $\dfrac{3x^2-4x-15}{x^2-5x+6}=$

Solución:

$$\frac{3x^2-4x-15}{x^2-5x+6}=\frac{N}{D}=$$

$$N=\frac{3}{3}(3x^2-4x-15)=\frac{\left[(3x)^2-4(3x)-45\right]}{3}=$$

$$N=\frac{\left[(3x)-9\right]\times\left[(3x)+5\right]}{3}=(x-3)\times(3x+5)$$

$$D=x^2-5x+6=(x-3)\times(x-2)$$

Luego:

$$\frac{N}{D}=\frac{(x-3)\times(3x+5)}{(x-3)\times(x-2)}=\frac{3x+5}{x-2}$$

8.- $\dfrac{15a^2bn-45a^2bm}{10a^2b^2n-30a^2b^2m}=$

Solución:

$$\frac{15a^2bn-45a^2bm}{10a^2b^2n-30a^2b^2m}=\frac{15a^2b\cdot(n-3m)}{10a^2b^2\cdot(n-3m)}=\frac{3}{2b}$$

9.- $\dfrac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2}=$

Solución:

$$\frac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2}=\frac{(x+y)\cdot(x-y)}{(x+y)^2}=\frac{(x-y)}{(x+y)}$$

10.- $\dfrac{3x^2y+15xy}{x^2-25}=$

Solución:

$$\frac{3x^2y+15xy}{x^2-25}=\frac{3xy\cdot(x+5)}{(x-5)\cdot(x+5)}=\frac{3xy}{(x-5)}$$

11.- $\dfrac{a^2-4ab+4b^2}{a^3-8b^3}=$

Solución:

$$\frac{a^2-4ab+4b^2}{a^3-8b^3}=\frac{(a-2b)^2}{a^3-(2b)^3}=\frac{(a-2b)^2}{(a-2b)\cdot(a^2+2ab+4b^2)}=\frac{(a-2b)}{(a^2+2ab+4b^2)}$$

12.- $\dfrac{x^3+4x^2-21x}{x^3-9x}=$

Solución:

$$\frac{x^3+4x^2-21x}{x^3-9x}=\frac{x\cdot(x^2+4x-21)}{x\cdot(x^2-9)}=\frac{(x+7)\cdot(x-3)}{(x+3)\cdot(x-3)}=\frac{(x+7)}{(x+3)}$$

13.- $\dfrac{6x^2+5x-6}{15x^2-7x-2}=$

Solución:

$$\frac{6x^2+5x-6}{15x^2-7x-2}=\frac{N}{D}$$

$$N=6x^2+5x-6=\frac{6}{6}\times(6x^2+5x-6)=\frac{\left[(6x)^2+5\times(6x)-36\right]}{6}=$$

$$N=\frac{\left[(6x)+9\right]\times\left[(6x-4)\right]}{2\times 3}=(2x+3)\times(3x-2)$$

$$D=15x^2-7x-2=\frac{15}{15}\times(15x^2-7x-2)=\frac{\left[(15x)^2-7\times(15x)-30\right]}{15}=$$

$$D=\frac{\left[(15x)-10\right]\times\left[(15x)+3\right]}{3\times 5}=(3x-2)\times(5x+1)$$

Luego:

$$\frac{N}{D}=\frac{(2x+3)\times(3x-2)}{(3x-2)\times(5x+1)}=\frac{2x+3}{5x+1}$$

14.- $\dfrac{a^3+1}{a^4-a^3+a-1}=$

Solución:

$$\frac{a^3+1}{a^4-a^3+a-1}=\frac{a^3+1}{a^3\times(a-1)+(a-1)}=\frac{a^3+1}{(a-1)\times(a^3+1)}=\frac{1}{a-1}$$

15.- $\dfrac{2ax+ay-4bx-2by}{ax-4a-2bx+8b}=$

Solución:

$$\frac{2ax+ay-4bx-2by}{ax-4a-2bx+8b}=\frac{a\times(2x+y)-2b\times(2x+y)}{a\times(x-4)-2b\times(x-4)}=$$

$$=\frac{(2x+y)\times(a-2b)}{(x-4)\times(a-2b)}=\frac{2x+y}{x-4}$$

16.- $\dfrac{a^2-ab-6b^2}{a^3x-6a^2bx+9ab^2x}=$

Solución:

$$\frac{a^2-ab-6b^2}{a^3x-6a^2bx+9ab^2x}=\frac{(a-3b)\times(a+2b)}{ax\times(a^2-6ab+9b^2)}=\frac{(a-3b)\times(a+2b)}{ax(a-3b)^2}=\frac{(a+2b)}{(ax)\times(a-3b)}$$

17.- $\dfrac{m^2+n^2}{m^4-n^4}=$

Solución:

$$\frac{m^2+n^2}{m^4-n^4}=\frac{m^2+n^2}{(m^2+n^2)\times(m^2-n^2)}=\frac{1}{m^2-n^2}$$

18.- $\dfrac{x^3+y^3}{(x+y)^3}=$

Solución:

$$\frac{x^3+y^3}{(x+y)^3}=\frac{(x+y)\times(x^2-xy+y^2)}{(x+y)^3}=\frac{x^2-xy+y^2}{(x+y)^2}$$

19.- $\dfrac{(m-n)^2}{m^2-n^2}=$

Solución:

$$\frac{(m-n)^2}{m^2-n^2}=\frac{(m-n)^2}{(m+n)\times(m-n)}=\frac{m-n}{m+n}$$

20.- $\dfrac{(a-x)^3}{a^3-x^3}=$

Solución:

$$\frac{(a-x)^3}{a^3-x^3}=\frac{(a-x)^3}{(a-x)\times(a^2+ax+x^2)}=\frac{(a-x)^2}{(a^2+ax+x^2)}$$

21.- $\dfrac{a^2-a-20}{a^2-7a+10}=$

Solución:

$$\frac{a^2-a-20}{a^2-7a+10}=\frac{(a-5)\times(a+4)}{(a-5)\times(a-2)}=\frac{a+4}{a-2}$$

22.- $\dfrac{\left(1-a^2\right)^2}{a^2+2a+1}=$

Solución:

$$\frac{\left(1-a^2\right)^2}{a^2+2a+1}=\frac{\left[(1+a)\times(1-a)\right]^2}{(1+a)^2}=\frac{(1+a)^2\times(1-a)^2}{(1+a)^2}=(1-a)^2$$

23.- $\dfrac{a^4b^2-a^2b^4}{a^4-b^4}=$

Solución:

$$\frac{a^4b^2-a^2b^4}{a^4-b^4}=\frac{a^2b^2\times\left(a^2-b^2\right)}{\left(a^2+b^2\right)\times\left(a^2-b^2\right)}=\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$$

24.- $\dfrac{x^2-y^2}{x^3-y^3}=$

Solución:

$$\frac{x^2-y^2}{x^3-y^3}=\frac{(x+y)\times(x-y)}{(x-y)\times\left(x^2+xy+y^2\right)}=\frac{(x+y)}{\left(x^2+xy+y^2\right)}$$

25.- $\dfrac{24a^3b+8a^2b^2}{36a^4+24a^3b+4a^2b^2}=$

Solución:

$$\frac{24a^3b+8a^2b^2}{36a^4+24a^3b+4a^2b^2}=\frac{8a^2b\times(3a+b)}{4a^2\times\left(9a^2+6ab+b^2\right)}=\frac{2b\times(3a+b)}{(3a+b)^2}=\frac{2b}{(3a+b)}$$

26.- $\dfrac{n^3-n}{n^2-5n-6}=$

Solución:

$$\frac{n^3-n}{n^2-5n-6}=\frac{n\times\left(n^2-1\right)}{(n-6)\times(n+1)}=\frac{n\times(n+1)\times(n-1)}{(n-6)\times(n+1)}=\frac{n\times(n-1)}{(n-6)}$$

27.- $\dfrac{8n^3+1}{8n^3-4n^2+2n}=$

Solución:

$$\frac{8n^3+1}{8n^3-4n^2+2n}=\frac{(2n)^3+1}{2n\cdot(4n^2-2n+1)}=\frac{(2n+1)\cdot(4n^2-2n+1)}{2n(4n^2-2n+1)}=\frac{2n+1}{2n}$$

28.- $\dfrac{a^2-(b-c)^2}{(a+b)^2-c^2}=$

Solución:

$$\frac{a^2-(b-c)^2}{(a+b)^2-c^2}=\frac{\left[a+(b-c)\right]\times\left[a-(b-c)\right]}{\left[(a+b)+c\right]\times\left[(a+b)-c\right]}=\frac{a-b+c}{a+b+c}$$

29.- $\dfrac{(a+b)^2-(c-d)^2}{(a+c)^2-(b-d)^2}=$

Solución:

$$\frac{(a+b)^2-(c-d)^2}{(a+c)^2-(b-d)^2}=\frac{\left[(a+b)+(c-d)\right]\times\left[(a+b)-(c-d)\right]}{\left[(a+c)+(b-d)\right]\times\left[(a+c)-(b-d)\right]}=\frac{[a+b-c+d]}{[a+c-b+d]}$$

30.- $\dfrac{3x^3+9x^2}{x^2+6x+9}=$

Solución:

$$\frac{3x^3+9x^2}{x^2+6x+9}=\frac{3x^2\cdot(x+3)}{(x+3)^2}=\frac{3x^2}{(x+3)}$$

31.- $\dfrac{10a^2\cdot(a^3+b^3)}{6a^4-6a^3b+6a^2b^2}=$

Solución:

$$\frac{10a^2\cdot(a^3+b^3)}{6a^4-6a^3b+6a^2b^2}=\frac{10a^2\cdot(a+b)\cdot(a^2-ab+b^2)}{6a^2\cdot(a^2-ab+b^2)}=\frac{5\cdot(a+b)}{3}$$

32.- $\dfrac{a\cdot(4a^2-8ab)}{x\cdot(3a^2-6ab)}=$

Solución:

$$\frac{a\cdot(4a^2-8ab)}{x\cdot(3a^2-6ab)}=\frac{a\cdot 4a\cdot(a-2b)}{x\cdot 3a\cdot(a-2b)}=\frac{4a}{3x}$$

33.- $\dfrac{x^3-6x^2}{x^2-12x+36}=$

Solución:

$$\frac{x^3-6x^2}{x^2-12x+36}=\frac{x^2\times(x-6)}{(x-6)^2}=\frac{x^2}{(x-6)}$$

34.- $\dfrac{(x-4y)^2}{x^5-64x^2y^3}=$

Solución:

$$\frac{(x-4y)^2}{x^5-64x^2y^3}=\frac{(x-4y)^2}{x^2\times(x^3-64y^3)}=\frac{(x-4y)^2}{x^2\times(x-4y)\times(x^2+4xy+16y^2)}=\frac{(x-4y)}{x^2\times(x^2+4xy+16y^2)}$$

35.- $\dfrac{x^3-3xy^2}{x^4-6x^2y^2+9y^4}=$

Solución:

$$\frac{x^3-3xy^2}{x^4-6x^2y^2+9y^4}=\frac{x(x^2-3y^2)}{(x^2-3y^2)^2}=\frac{x}{x^2-3y^2}$$

36.- $\dfrac{m^3n+3m^2n+9mn}{m^3-27}=$

Solución:

$$\frac{m^3n+3m^2n+9mn}{m^3-27}=\frac{mn\times(m^2+3m+9)}{(m-3)\times(m^2+3m+9)}=\frac{mn}{m-3}$$

37.- $\dfrac{x^4-8x^2+15}{x^4-9}=$

Solución:

$$\frac{x^4-8x^2+15}{x^4-9}=\frac{(x^2-3)\times(x^2-5)}{(x^2+3)\times(x^2-3)}=\frac{x^2-5}{x^2+3}$$

38.- $\dfrac{a^4+6a^2-7}{a^4+8a^2-9}=$

Solución:

$$\frac{a^4+6a^2-7}{a^4+8a^2-9}=\frac{(a^2+7)\times(a^2-1)}{(a^2+9)\times(a^2-1)}=\frac{a^2+7}{a^2+9}$$

39.- $\dfrac{3x^2+19x+20}{6x^2+17x+12}=$

Solución:

$$\frac{3x^2+19x+20}{6x^2+17x+12}=\frac{N}{D}=$$

$$N=3x^2+19x+20=\frac{3}{3}\times(3x^2+19x+20)=\frac{(3x)^2+19(3x)+60}{3}=$$

$$N=\frac{[(3x)+15]\times[(3x)+4]}{3}=(x+5)\times 3x+4$$

$$D=6x^2+17x+12=\frac{6}{6}\times(6x^2+17x+12)=\frac{(6x)^2+17\times(6x)+72}{6}=$$

$$D=\frac{[(6x)+9]\times[(6x)+8]}{2\times 3}=(2x+3)\times(3x+4)$$

Luego:

$$\frac{N}{D}=\frac{(x+5)\times(3x+4)}{(2x+3)\times(3x+4)}=\frac{x+5}{2x+3}$$

40.- $\dfrac{4a^4-15a^2-4}{a^2-8a-20}=$

Solución:

$$\frac{4a^4-15a^2-4}{a^2-8a-20}=\frac{N}{D}$$

$$N=4a^4-15a^2-4=\frac{4}{4}\times(4a^4-15a^2-4)=\frac{(4a^2)^2-15\times(4a^2)-16}{4}=$$

$$N=\frac{[(4a^2)-16]\times[(4a^2+1)]}{4}=(a^2-4)\times(4a^2+1)=(a+2)\times(a-2)\times(4a^2+1)$$

Luego:

$$\frac{N}{D}=\frac{(a+2)\times(a-2)\times(4a^2+1)}{(a-10)\times(a+2)}=\frac{(a-2)\times(4a^2+1)}{(a-10)}$$

41.- $\dfrac{125a+a^4}{2a^3+20a^2+50a}=$

Solución:

$$\frac{125a+a^4}{2a^3+20a^2+50a}=\frac{a\times\left[(5)^3+a^3\right]}{2a\times\left(a^2+10a+25\right)}=\frac{(5+a)\times\left(25-5a+a^2\right)}{2\times\left(a+5\right)^2}=\frac{25-5a+a^2}{2\times(a+5)}$$

42.- $\dfrac{a^2n^2-36a^2}{an^2+an-30a}=$

Solución:

$$\frac{a^2n^2-36a^2}{an^2+an-30a}=\frac{a^2\times\left(n^2-36\right)}{a\times\left(n^2+n-30\right)}=\frac{(n+6)\times(n-6)}{(n+6)\times(n-5)}=\frac{n-6}{n-5}$$

43.- $\dfrac{3m^2+5mn-8n^2}{m^3-n^3}=$

Solución:

$$\frac{3m^2+5mn-8n^2}{m^3-n^3}=\frac{N}{D}=$$

$$N=3m^2+5mn-8n^2=\frac{3}{3}\times\left(3m^2+5mn-8n^2\right)=$$

$$N=\frac{(3m)^2+5n\times(3m)-24n^2}{3}=\frac{\left[(3m)+8n\right]\times\left[(3m)-3n\right]}{3}=(3m+8n)\times(m-n)$$

Luego:

$$\frac{N}{D}=\frac{(3m+8n)(m-n)}{(m-n)\times\left(m^2+mn+n^2\right)}=\frac{3m+8n}{m^2+mn+n^2}$$

44.- $\dfrac{15a^3b-18a^2b}{20a^2b^2-24ab^2}=$

Solución:

$$\frac{15a^3b-18a^2b}{20a^2b^2-24ab^2}=\frac{3a^2b\times(5a-6)}{4ab^2\times(5a-6)}=\frac{3a}{4b}$$

45.- $\dfrac{9x^2-24x+16}{9x^4-16x^2}=$

Solución:

$$\frac{9x^2-24x+16}{9x^4-16x^2}=\frac{N}{D}$$

$$N=9x^2-24x+16=\frac{9}{9}\cdot\left(9x^2-24x+16\right)=\frac{(9x)^2-24\cdot(9x)+144}{9}=\frac{\left[(9x)-12\right]^2}{3\cdot 3}=(3x-4)^2$$

Luego:

$$\frac{N}{D}=\frac{(3x-4)^2}{x^2\cdot\left(9x^2-16\right)}=\frac{(3x-4)^2}{x^2\cdot(3x+4)\cdot(3x-4)}=\frac{(3x-4)}{x^2\cdot(3x+4)}$$

46.- $\dfrac{16a^2x-25x}{12a^3-7a^2-10a}=$

Solución:

$$\frac{16a^2x-25x}{12a^3-7a^2-10a}=\frac{x\cdot\left(16a^2-25\right)}{a\cdot\left(12a^2-7a-10\right)}=\frac{x\cdot(4a-5)\cdot(4a+5)}{a\cdot\left(12a^2-7a-10\right)}=\frac{N}{D}$$

Pero, trabajando con un factor de D:

$$12a^2-7a-10=\frac{12}{12}\cdot\left(12a^2-7a-10\right)=\frac{(12a)^2-7\cdot(12a)-120}{12}=$$

$$=\frac{\left[(12a)-15\right]\cdot\left[(12a)+8\right]}{3\cdot 4}=\frac{(12a-15)\cdot(12a+8)}{3\cdot 4}=(4a-5)\cdot(3a+2)$$

Luego:

$$\frac{N}{D}=\frac{x\cdot(4a-5)\cdot(4a+5)}{a\cdot(4a-5)\cdot(3a+2)}=\frac{x\cdot(4a+5)}{a\cdot(3a+2)}$$

47.- $\dfrac{8x^4-xy^3}{4x^4-4x^3y+x^2y^2}=$

Solución:

$$\frac{8x^4 - xy^3}{4x^4 - 4x^3y + x^2y^2} = \frac{x \cdot \left[(2x)^3 - y^3 \right]}{x^2 \cdot (4x^2 - 4xy + y^2)} =$$

$$= \frac{(2x - y) \cdot (4x^2 + 2xy + y^2)}{x \cdot (2x - y)^2} = \frac{4x^2 + 2xy + y^2}{x \cdot (2x - y)}$$

48.- $\dfrac{3an - 4a - 6bn + 8b}{6n^2 - 5n - 4} =$

Solución:

$$\frac{3an - 4a - 6bn + 8b}{6n^2 - 5n - 4} = \frac{N}{D}$$

$$N = 3an - 4a - 6bn + 8b = a \cdot (3n - 4) - 2b \cdot (3n - 4) = (3n - 4) \cdot (a - 2b)$$

$$D = 6n^2 - 5n - 4 = \frac{6}{6} \cdot (6n^2 - 5n - 4) = \frac{(6n)^2 - 5 \cdot (6n) - 24}{6} =$$

$$D = \frac{\left[(6n) - 8 \right] \cdot \left[(6n) + 3 \right]}{2 \cdot 3} = (3n - 4) \cdot (2n + 1)$$

Luego:

$$\frac{N}{D} = \frac{(3n - 4) \cdot (a - 2b)}{(3n - 4) \cdot (2n + 1)} = \frac{a - 2b}{2n + 1}$$

49.- $\dfrac{x^4 - 49x^2}{x^3 + 2x^2 - 63x} =$

Solución:

$$\frac{x^4 - 49x^2}{x^3 + 2x^2 - 63x} = \frac{x^2 \cdot (x^2 - 49)}{x \cdot (x^2 + 2x - 63)} = \frac{x \cdot (x + 7) \cdot (x - 7)}{(x + 9) \cdot (x - 7)} = \frac{x \cdot (x + 7)}{(x + 9)}$$

50.- $\dfrac{x^4 + x - x^3y - y}{x^3 - x - x^2y + y} =$

Solución:

$$\frac{x^4+x-x^3y-y}{x^3-x-x^2y+y}=\frac{x^3\times(x-y)+(x-y)}{x^2\times(x-y)-(x-y)}=\frac{(x-y)\times(x^3+1)}{(x-y)\times(x^2-1)}=$$

$$=\frac{(x+1)\times(x^2-x+1)}{(x+1)\times(x-1)}=\frac{x^2-x+1}{x-1}$$

51.- $\frac{2x^3+6x^2-x-3}{x^3+3x^2+x+3}=$

Solución:

$$\frac{2x^3+6x^2-x-3}{x^3+3x^2+x+3}=\frac{2x^2\times(x+3)-(x+3)}{x^2\times(x+3)+(x+3)}=\frac{(x+3)\times(2x^2-1)}{(x+3)\times(x^2+1)}=\frac{2x^2-1}{x^2+1}$$

52.- $\frac{a^3m-4am+a^3n-4an}{a^4-4a^3-12a^2}=$

Solución:

$$\frac{a^3m-4am+a^3n-4an}{a^4-4a^3-12a^2}=\frac{a^3\times(m+n)-4a\times(m+n)}{a^2\times(a^2-4a-12)}=\frac{(m+n)\times a(a^2-4)}{a^2\times(a-6)\times(a+2)}=$$

$$=\frac{(m+n)\times(a+2)\times(a-2)}{a\times(a-6)\times(a+2)}=\frac{(m+n)\times(a-2)}{a\times(a-6)}$$

53.- $\frac{4a^2-(x-3)^2}{(2a+x)^2-9}=$

Solución:

$$\frac{4a^2-(x-3)^2}{(2a+x)^2-9}=\frac{[(2a)+(x-3)]\times[(2a)-(x-3)]}{[(2a+x)+3]\times[(2a+x)-3]}=\frac{2a-x+3}{2a+x+3}$$

54.- $\frac{m-am+n-an}{1-3a+3a^2-a^3}=$

Solución:

$$\frac{m-am+n-an}{1-3a+3a^2-a^3}=\frac{m\times(1-a)+n\times(1-a)}{(1-a^3)-3a\times(1-a)}=\frac{(m+n)(1-a)}{(1-a)\times(1+a+a^2)-3a\times(1-a)}=$$

$$=\frac{(m+n)\times(1-a)}{(1-a)\times(1+a+a^2-3a)}=\frac{m+n}{(1-2a+a^2)}=\frac{m+n}{(1-a)^2}$$

55.- $\dfrac{6x^2+3}{42x^5-9x^3-15x}=$

Solución:

$$\frac{6x^2+3}{42x^5-9x^3-15x}=\frac{3\cdot\left(2x^2+1\right)}{3x\left(14x^4-3x^2-5\right)}=\frac{N}{D}$$

Resolveremos aparte la factorización de $14x^4-3x^2-5$:

$$14x^4-3x^2-5=\frac{14}{14}\cdot\left(14x^4-3x^2-5\right)=\frac{\left(14x^2\right)^2-3\left(14x^2\right)-70}{14}=$$
$$=\frac{\left[\left(14x^2\right)-10\right]\cdot\left[\left(14x^2\right)+7\right]}{2\cdot 7}=\left(7x^2-5\right)\cdot\left(2x^2+1\right)$$

Luego:

$$\frac{N}{D}=\frac{\left(2x^2+1\right)}{x\cdot\left(7x^2-5\right)\cdot\left(2x^2+1\right)}=\frac{1}{x\cdot\left(7x^2-5\right)}$$

56.- $\dfrac{a^2-a^3-1+a}{a^2+1-a^3-a}=$

Solución:

$$\frac{a^2-a^3-1+a}{a^2+1-a^3-a}=\frac{a\cdot(1-a)-(1-a)}{a^2\cdot(1-a)+(1-a)}=\frac{(1-a)\cdot(a-1)}{(1-a)\cdot\left(a^2+1\right)}=\frac{(a-1)}{\left(a^2+1\right)}$$

57.- $\dfrac{8x^3+12x^2y+6xy^2+y^3}{6x^2+xy-y^2}=$

Solución:

$$\frac{8x^3+12x^2y+6xy^2+y^3}{6x^2+xy-y^2}=\frac{(2x+y)^3}{D}=$$

Para factorizar D:

$$D=6x^2+xy-y^2=\frac{6}{6}\times\left(6x^2+xy-y^2\right)=\frac{(6x)^2+y(6x)-6y^2}{6}=$$

$$=\frac{\left[(6x)+3y\right]\times\left[(6x)-2y\right]}{3\times 2}=(2x+y)\times(3x-y)$$

$$\frac{(2x+y)^3}{(2x+y)\times(3x-y)}=\frac{(2x+y)^2}{(3x-y)}$$

58.- $\dfrac{8n^3-125}{25-20n+4n^2}=$

Solución:

$$\frac{8n^3-125}{25-20n+4n^2}=\frac{(2n)^3-5^3}{(5-2n)^2}=\frac{(2n-5)\times\left(4n^2+10n+25\right)}{(5-2n)^2}=$$

$$=-\frac{(5-2n)\times\left(4n^2+10n+25\right)}{(5-2n)^2}=-\frac{4n^2+10n+25}{(5-2n)}=\frac{4n^2+10n+25}{(2n-5)}$$

59.- $\dfrac{6-x-x^2}{15+2x-x^2}=$

Solución:

$$\frac{3+2x-x^2}{15+2x-x^2}=\frac{(-1)}{(-1)}\times\frac{6-x-x^2}{15+2x-x^2}=\frac{x^2+x-6}{x^2-2x-15}=\frac{(x+3)\times(x-2)}{(x-5)\times(x+3)}=\frac{x-2}{x-5}$$

60.- $\dfrac{3+2x-8x^2}{4+5x-6x^2}=$

Solución:

$$\frac{3+2x-8x^2}{4+5x-6x^2}=\frac{(-1)}{(-1)}\times\frac{3+2x-8x^2}{4+5x-6x^2}=\frac{8x^2-2x-3}{6x^2-5x-4}=\frac{N}{D}$$

$$N=8x^2-2x-3=\frac{8}{8}\times\left(8x^2-2x-3\right)=\frac{(8x)^2-2(8x)-24}{8}=$$

$$N=\frac{\left[(8x)-6\right]\times\left[(8x)+4\right]}{2\times 4}=(4x-3)\times(2x+1)$$

$$D = 6x^2 - 5x - 4 = \frac{6}{6} \times (6x^2 - 5x - 4) = \frac{(6x)^2 - 5 \times (6x) - 24}{6} =$$

$$D = \frac{[(6x) - 8] \times [(6x) + 3]}{2 \times 3} = (3x - 4) \times (2x + 1)$$

Luego:

$$\frac{N}{D} = \frac{(4x-3) \times (2x+1)}{(3x-4) \times (2x+1)} = \frac{4x-3}{3x-4}$$

61.- $\dfrac{m^2n^2 + 3mn - 10}{4 - 4mn + m^2n^2} =$

Solución:

$$\frac{m^2n^2 + 3mn - 10}{4 - 4mn + m^2n^2} = \frac{(mn+5) \times (mn-2)}{(mn-2)^2} = \frac{mn+5}{mn-2}$$

62.- $\dfrac{x^3 + x^2y - 4b^2x - 4b^2y}{4b^2 - 4bx + x^2} =$

Solución:

$$\frac{x^3 + x^2y - 4b^2x - 4b^2y}{4b^2 - 4bx + x^2} = \frac{x^2 \times (x+y) - 4b^2 \times (x+y)}{(x-2b)^2} =$$

$$= \frac{(x+y) \times (x^2 - 4b^2)}{(x-2b)^2} = \frac{(x+y) \times (x+2b) \times (x-2b)}{(x-2b)^2} = \frac{(x+y) \times (x+2b)}{(x-2b)}$$

63.- $\dfrac{x^6 + x^3 - 2}{x^4 - x^3y - x + y} =$

Solución:

$$\frac{x^6 + x^3 - 2}{x^4 - x^3y - x + y} = \frac{(x^3+2) \times (x^3-1)}{x^3 \times (x-y) - (x-y)} = \frac{(x^3+2) \times (x^3-1)}{(x-y) \times (x^3-1)} = \frac{x^3+2}{x-y}$$

64.- $\dfrac{(x^2 - x - 2) \times (x^2 - 9)}{(x^2 - 2x - 3) \times (x^2 + x - 6)} =$

Solución:

$$\frac{\left(x^2-x-2\right)\times\left(x^2-9\right)}{\left(x^2-2x-3\right)\times\left(x^2+x-6\right)}=\frac{\left[(x-2)\times(x+1)\right]\times\left[(x+3)\times(x-3)\right]}{\left[(x-3)\times(x+1)\right]\times\left[(x+3)\times(x-2)\right]}=1$$

65.- $\dfrac{\left(a^2-4a+4\right)\times\left(4a^2-4a+1\right)}{\left(a^2+a-6\right)\times\left(2a^2-5a+2\right)}=$

Solución:

$$\frac{\left(a^2-4a+4\right)\times\left(4a^2-4a+1\right)}{\left(a^2+a-6\right)\times\left(2a^2-5a+2\right)}=\frac{\left[(a-2)^2\right]\times(N_1)}{\left[(a+3)\times(a-2)\right]\times(D_1)}=\frac{N}{D}$$

$$N_1=4a^2-4a+1=\frac{4}{4}\times\left(4a^2-4a+1\right)=\frac{(4a)^2-4\times(4a)+4}{4}=\frac{(4a-2)^2}{4}=(2a-1)^2$$

$$D_1=2a^2-5a+2=\frac{2}{2}\times\left(2a^2-5a+2\right)=\frac{(2a)^2-5\times(2a)+4}{2}=$$
$$D_1=\frac{(2a-4)\times(2a-1)}{2}=(a-2)\times(2a-1)$$

Luego:

$$\frac{N}{D}=\frac{(a-2)^2\times(2a-1)^2}{(a+3)\times(a-2)\times(a-2)\times(2a-1)}=\frac{2a-1}{a+3}$$

66.- $\dfrac{\left(x^3-3x\right)\times\left(x^3-1\right)}{\left(x^4+x^3+x^2\right)\times\left(x^2-1\right)}=$

Solución:

$$\frac{\left(x^3-3x\right)\times\left(x^3-1\right)}{\left(x^4+x^3+x^2\right)\times\left(x^2-1\right)}=\frac{x\times\left(x^2-3\right)\times\left[(x-1)\times\left(x^2+x+1\right)\right]}{x^2\times\left(x^2+x+1\right)\times\left[(x+1)\times(x-1)\right]}=\frac{\left(x^2-3\right)}{x\times(x+1)}$$

67.- $\dfrac{\left(4n^2+4n-3\right)\times\left(n^2+7n-30\right)}{\left(2n^2-7n+3\right)\times\left(4n^2+12n+9\right)}=$

Solución:

$$\frac{\left(4n^2+4n-3\right)\times\left(n^2+7n-30\right)}{\left(2n^2-7n+3\right)\times\left(4n^2+12n+9\right)}=\frac{(N_1)\times(N_2)}{(D_1)\times(D_2)}=\frac{N}{D}$$

$$N_1 = 4n^2 + 4n - 3 = \frac{4}{4}\times\left(4n^2 + 4n - 3\right) = \frac{\left(4n\right)^2 + 4\times\left(4n\right) - 12}{4} =$$

$$N_1 = \frac{\left(4n+6\right)\times\left(4n-2\right)}{4} = \left(2n+3\right)\times\left(2n-1\right)$$

$$N_2 = n^2 + 7n - 30 = \left(n+10\right)\times\left(n-3\right)$$

$$D_1 = 2n^2 - 7n + 3 = \frac{2}{2}\times\left(2n^2 - 7n + 3\right) = \frac{\left(2n\right)^2 - 7\times\left(2n\right) + 6}{2} =$$

$$D_1 = \frac{\left(2n-1\right)\times\left(2n-6\right)}{2} = \left(2n-1\right)\times\left(n-3\right)$$

$$D_2 = 4n^2 + 12n + 9 = \left(2n+3\right)^2$$

Luego:

$$\frac{N}{D} = \frac{\left[\left(2n+3\right)\times\left(2n-1\right)\right]\times\left[\left(n+10\right)\times\left(n-3\right)\right]}{\left[\left(2n-1\right)\times\left(n-3\right)\right]\times\left(2n+3\right)^2} = \frac{\left(n+10\right)}{\left(2n+3\right)}$$

68.- $\dfrac{\left(x^6 - y^6\right)\times\left(x+y\right)}{\left(x^3 - y^3\right)\times\left(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3\right)} =$

Solución:

$$\frac{\left(x^6 - y^6\right)\times\left(x+y\right)}{\left(x^3 - y^3\right)\times\left(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3\right)} = \frac{\left[\left(x^3 + y^3\right)\times\left(x^3 - y^3\right)\right]\times\left(x+y\right)}{\left(x^3 - y^3\right)\times\left[x^2\times\left(x+y\right) + y^2\times\left(x+y\right)\right]} =$$

$$= \frac{\left(x^3 + y^3\right)\times\left(x+y\right)}{\left(x+y\right)\times\left(x^2 + y^2\right)} = \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$$

69.- $\dfrac{x^3 + 3x^2 - 4}{x^3 + x^2 - 8x - 12} =$

Solución:

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 4}{x^3 + x^2 - 8x - 12} = \frac{N}{D}$$

Se aplicará la regla de ***Ruffini*** para encontrar las raíces de los polinomios:

	1	3	0	-4
-2		-2	-2	4
	1	1	-2	0
-2		-2	2	
	1	-1	0	
1		1		
	1	0		

$$N = x^3 + 3x^2 - 4 = (x-1)\times(x+2)^2$$

	1	1	-8	-12
-2		-2	2	12
	1	-1	-6	0
-2		-2	6	
	1	-3	0	
3	1	3		
		0		

$$D = x^3 + x^2 - 8x - 12 = (x+2)^2 \times (x-3)$$

Luego:

$$\frac{N}{D} = \frac{(x-1)\times(x+2)^2}{(x-3)\times(x+2)^2} = \frac{x-1}{x-3}$$

70.- $\dfrac{x^3 - x^2 - 8x + 12}{x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 20x - 12} =$

Solución:

$$\frac{x^3 - x^2 - 8x + 12}{x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 20x - 12} = \frac{N}{D}$$

Se aplicará la regla de ***Ruffini*** para encontrar las raíces de los polinomios:

	1	-1	-8	12
2		2	2	-12
	1	1	-6	0
2		2	6	
	1	3	0	
-3		-3		
	1	0		

$$N = x^3 - x^2 - 8x + 12 = (x-2)^2 \times (x+3)$$

	1	-2	-7	20	-12

1		1	-1	-8	12
	1	-1	-8	12	0
2		2	2	-12	
	1	1	-6	0	
2		2	6		
	1	3	0		
-3		-3			
	1	0			

$$D = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 20x - 12 = (x-1)\times(x-2)^2\times(x+3)$$

Luego:

$$\frac{N}{D} = \frac{(x-2)^2\times(x+3)}{(x-1)\times(x-2)^2\times(x+3)} = \frac{1}{x-1}$$

Problemas de varios autores:

1.- Simplificar: $\dfrac{x^2 - y^2}{x+y} =$ $\qquad R \Rightarrow x - y$

2.- Efectuar y simplificar la operación indicada: $\dfrac{x^2 - y^2}{2x} \times \dfrac{4x^2}{x+y} =$

$R \Rightarrow 2x(x-y)$

3.- Efectuar y simplificar: $\dfrac{3x+y}{x^2-y^2} - \dfrac{2y}{x(x-y)} - \dfrac{1}{x+y} =$ $\qquad R \Rightarrow \dfrac{2}{x}$

4.- Efectuar y simplificar la siguiente expresión: $\dfrac{3x}{x^2-4} - \dfrac{4}{2-x} =$

$$R \Rightarrow \frac{7x+8}{(x-2)(x+2)}$$

5.- Simplificar: $\dfrac{\dfrac{1}{a-b} + \dfrac{1}{a+b}}{1 + \dfrac{b^2}{a^2-b^2}} =$ $\qquad R \Rightarrow \dfrac{2}{a}$

6.- Combinar y simplificar las siguientes fracciones: $\dfrac{x}{x^2-y^2}+\dfrac{2}{y-x}-5=$

$$R\Rightarrow \frac{-x-2y-5x^2+5y^2}{x^2-y^2}$$

7.- Reducir a términos más bajos: $\dfrac{3x-6}{x^2-4}=$ $\qquad R\Rightarrow \dfrac{3}{x+2}$

8.- Combinar las siguientes fracciones: $\dfrac{12b-16a}{3a^2-3b^2}+\dfrac{5}{a+b}-\dfrac{1}{b-a}=$

$$R\Rightarrow \frac{2a}{3\left(a^2-b^2\right)}$$

9.- Simplificar: $\dfrac{4x+10}{4x^2+20x+25}=$

$4x^2+20x+25=\left(2x+5\right)^2$

$$R\Rightarrow \frac{2}{2x+5};x\neq -\frac{5}{2}$$

10.- Reducir a su expresión más baja: $\dfrac{4x-20}{50-2x^2}=$ $\qquad R\Rightarrow \dfrac{2}{x+5}$

11.- Simplificar: $\dfrac{a^2-3ab+2b^2}{2b^2+ab-a^2}=$

12.- Hacer la siguiente suma: $\dfrac{2x}{x^2-4}+\dfrac{3}{x^2-5x+6}=$

$$R\Rightarrow \frac{2x^2-3x+6}{\left(x+2\right)\left(x-2\right)\left(x-3\right)}$$

13.- Hacer la siguiente división: $\left[\dfrac{2x-8}{x+1}\right]\div\left[\dfrac{3x^2-12x}{x^2-1}\right]=$

$$R \Rightarrow \frac{2(x-1)}{3x}$$

14.- Efectuar y simplificar: $\frac{2-x}{x^2-2x+1}-\frac{2x-3}{x^2-3x+2}=$

$$R \Rightarrow \frac{3x^2-9x+7}{(x-1)^2(x-2)}$$

15.- Resolver: $\frac{1}{x^2+x}-\frac{4}{x^2-1}+\frac{1}{x^2-x};(x \neq 0,1,-1)$

$$R \Rightarrow -\frac{2}{3}$$

16.- Encontrar y simplificar el producto de $\frac{x^2-x}{x^2-x-2} \times \frac{x-2}{x^2}=$

$$R \Rightarrow \frac{x-1}{x^2+x}$$

17.- Combinar en una fracción simple: $\frac{2x}{x^2-6x+9}-\frac{8}{x^2-2x-3}-\frac{1}{x+1}=$

$$R \Rightarrow \frac{19}{3}$$

18.- Reducir a su expresión menor: $\frac{x^2-5x+4}{x^2-7x+12}=$ $\quad R \Rightarrow \frac{x-1}{x-3}$

19.- Reducir a su expresión menor: $\frac{a^3-8b^3}{2a^2-8b^2}=$ $\quad R \Rightarrow \frac{a^2+2ab+4b^2}{2(a+2b)}$

20.- Dividir y simplificar: $\left[\frac{y^2+y-20}{y-3}\right] \div \left[\frac{y^2-16}{y^2+y-12}\right]=$

$$R \Rightarrow y+5; \left(y \neq 3, 4, -4 \right)$$

21.- Combinar las siguientes fracciones: $\frac{3}{x^2-3x+2}+\frac{1}{x^2-5x+6}-\frac{2}{x^2-4x+3}=$

$$R \Rightarrow \frac{2}{\left(x-1\right)\left(x-2\right)}$$

22.- Multiplicar: $\frac{y^2+3y+2}{y-3} \times \frac{y^2-7y+12}{y^2+y-2}=$

$$R \Rightarrow \frac{y^2-3y-4}{y-1}$$

23.- Dividir: $\left[\frac{x-3}{x^2-7x+12}\right] \div \left[\frac{x^2-6x+9}{x^2-8x+16}\right]=$

$$R \Rightarrow \frac{x-4}{\left(x-3\right)\left(x-3\right)} = \frac{x-4}{\left(x-3\right)^2}$$

24.- Dividir: $\left[\frac{2y^2-11y+12}{6y^2-6y-12}\right] \div \left[\frac{3y^2-14y+8}{2y^2-6y+4}\right]=$

$$R \Rightarrow \frac{\left(2y-3\right)\left(y-1\right)}{3\left(y+1\right)\left(3y-2\right)}$$

25.- Dividir: $\left[\frac{4a^2+4ab+b^2}{2a^3+16b^3}\right] \div \left[\frac{4a^2-b^2}{6a+12b}\right]=$

$$R \Rightarrow \frac{3\left(2a+b\right)}{\left(a^2-2ab+4b^2\right)\left(2a-b\right)}$$

26.- Multiplicar: $\left[\frac{x^3-y^3}{x^2-5x+6}\right] \times \left[\frac{x^2-4}{x^2-2xy+y^2}\right]=$

$$R \Rightarrow \frac{\left(x^2+xy+y^2\right)\left(x+2\right)}{\left(x-3\right)\left(x-y\right)}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 46.
Tema: Fracciones continuas.
Fecha: ____________
Profesor: Fernando Viso
Nombre del alumno:____
Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

Fracción continua: es una fracción de la siguiente forma:

$$2+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{8+\cfrac{1}{4}}}}$$

Fracción integrante: Se llama fracción integrante a toda fracción que tiene por numerador la unidad y por denominador cualquier número entero. Allí, en el ejemplo anterior, las fracciones integrantes serán: $\frac{1}{5};\frac{1}{6};\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{4}$.

Cociente incompleto: Se llama así a la parte entera de una fracción continua y a los denominadores de las fracciones integrantes.

Ejemplo:

En la fracción $4+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{6}}}$ los cocientes incompletos son: 4; 3; 5 y 6.

Reducción de una fracción ordinaria o decimal a continua:

1.- Reducción de una fracción ordinaria propia a continua: Se halla el m.c.d. por divisiones sucesivas del numerador y el denominador de la fracción. La parte entera de la fracción continua será cero y los denominadores de las fracciones integrantes serán los cocientes de las divisiones:

Ejemplo: Reducir a fracción continua la fracción propia: $\frac{35}{157}$

Se encuentra el m.c.d. de 35 y 157:

	4	2	17
157	35	17	1
17	1	0	

La fracción continua equivalente es: $\frac{35}{157}=0+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{17}}}$

2.- Reducción de una fracción ordinaria impropia a continua: Se procede como en el caso anterior pero la parte entera de la fracción será el primer cociente.

Ejemplo: Reducir a fracción continua la siguiente fracción impropia; $\frac{237}{101}=$

Se encuentra el m.c.d. por divisiones sucesivas:

	2	2	1	7	1	3

237	101	35	31	4	3	1
35	31	4	3	1	0	

Entonces:

$$\frac{237}{101}=2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{7+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3}}}}}$$

3.- Reducción de una fracción decimal a una fracción continua: Se transforma la fracción decimal a un quebrado por procedimientos que se verán más adelante, y a este quebrado se aplican las reglas anteriores.

Reducción de una fracción continua a fracción ordinaria:

Fracción reducida: la fracción ordinaria equivalente a una parte de la fracción continua comprendida entre el primer cociente incompleto y cada uno de los demás cocientes incompletos, se llama ***fracción reducida o convergente.***

Ley de formación de las reducidas: La primera y segunda reducida de una fracción continua pueden ser halladas fácilmente por simple inspección. A partir de la tercera, las reducidas se forman de acuerdo con la siguiente ley:

Se multiplica el ultimo cociente incompleto de la parte de fracción continua que consideramos, por los dos términos de la reducida anterior; al numerador de esta nueva fracción se le suma el numerador de la reducida anteprecedente y al denominador se suma el denominador se le suma el denominador de la fracción reducida anteprecedente.

Ejemplo:

Encontrar todas las reducidas de: $2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{6}}}}=$

La primera reducida es la parte entera: $2=\frac{2}{1}$

La segunda reducida o la fracción ordinaria equivalente a: $2+\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$

La tercera reducida o la fracción ordinaria equivalente a: $2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4}}=$ se forma multiplicando el último cociente incompleto 4 por los dos términos de la reducida anterior, la segunda $\left(\frac{7}{3}\right)$, y tendremos $\frac{4\times 7}{4\times 3}$; luego, al numerador de esta nueva fracción se le suma el numerador de la primera reducida, 2, y al denominador de la nueva fracción se le suma el denominador de la primera reducida,1. Es decir:

$$2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4}}=\frac{4\times 7+2}{4\times 3+1}=\frac{30}{13}$$

la cuarta reducida o fracción ordinaria equivalente a $2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5}}}=$ se forma multiplicando el último cociente incompleto 5 por los dos términos de la tercera reducida, $\frac{30}{13}$, y tendremos $\frac{5\times 30}{5\times 13}$, al numerador de esta nueva fracción se le suma el numerador de la segunda fracción,7, y al denominador de esta nueva fracción se le suma el denominador de la segunda fracción, 3; o sea:

$$2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5}}}=\frac{5\times 30+7}{5\times 13+3}=\frac{157}{68}$$

La quinta reducida o fracción ordinaria equivalente a la fracción continua dada:

$2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{6}}}}=$ se forma multiplicando el último cociente incompleto 6 por los dos términos de la cuarta reducida, $\frac{157}{68}$, y tendremos $\frac{6\times 157}{6\times 68}$, al numerador de esta nueva fracción se le suma el numerador 30 de la tercera reducida y al denominador de esta nueva fracción se le suma el denominador 13 de la tercera reducida; o sea:

$$2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{6}}}}=\frac{6\times 157+30}{6\times 68+13}=\frac{972}{421}$$

PREGUNTAS:

Reducir a fracción continua:

1.- $\frac{8}{17}=$

	2	8	

17	8	1	
1	0		

Entonces: $\frac{8}{17} \Rightarrow 0+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{8}}$

2.- $\frac{7}{19}=$

	2	1	2	2	
19	7	5	2	1	
5	2	1	0		

Entonces: $\frac{7}{19} \Rightarrow 0+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}}}$

3.- $\frac{67}{78}=$

	1	6	11		
78	67	11	1		
11	1	0			

Entonces: $\frac{67}{78} \Rightarrow 0+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{11}}}$

4.- $\frac{19}{1050}=$

	55	3	1	4	
1050	19	5	4	1	
5	4	1	0		

Entonces: $\frac{19}{1050} \Rightarrow 0+\cfrac{1}{55+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4}}}}$

5.- $\frac{131}{2880}=$

	21	1	64	2	
2880	131	129	2	1	
129	2	1	0		

Entonces:

$$\frac{131}{2880} \Rightarrow 0+\cfrac{1}{21+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{64+\cfrac{1}{2}}}}$$

6.- $\frac{23}{79} =$

	3	2	3	3
79	23	10	3	1
10	3	1	0	

Entonces:

$$\frac{23}{79} \Rightarrow 0+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{3}}}}$$

7.- $\frac{31}{2040} =$

	65	1	4	6	
2040	31	25	6	1	
25	6	1	0		

Entonces:

$$\frac{31}{2040} \Rightarrow 0+\cfrac{1}{65+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{6}}}}$$

8.- $\frac{15}{131} =$

	8	1	2	1	3	
131	15	11	4	3	1	
11	4	3	1	0		

Entonces:

$$\frac{15}{131} \Rightarrow 0+\cfrac{1}{8+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3}}}}}$$

9.- $\frac{79}{1410} =$

	17	1	5	1	1	2	2
1410	79	67	12	7	5	2	1
67	12	7	5	2	1	0	

Entonces:

$$\frac{79}{1410} \Rightarrow 0+\cfrac{1}{17+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}}}}}}$$

10.- $\frac{196}{27}=$

	7	3	1	6		
196	27	7	6	1		
7	6	1	0			

Entonces: $\frac{196}{27} \Rightarrow 7+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{6}}}$

11.- $\frac{85}{37}=$

	2	3	2	1	3	
85	37	11	4	3	1	
11	4	3	1	0		

Entonces:

$$\frac{85}{37} \Rightarrow 2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3}}}}$$

12.- $\frac{285}{126}=$

	2	3	1	4	2	
285	126	33	27	6	3	
33	27	6	3	0		

Entonces:

$$\frac{285}{126} \Rightarrow 2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{2}}}}$$

13.- $\frac{547}{232} =$

	2	2	1	3	1	7	2
547	232	83	66	17	15	2	1
83	66	17	15	2	1	0	

Entonces:

$$\frac{547}{232} \Rightarrow 2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{7+\cfrac{1}{2}}}}}}$$

14.- $\frac{3217}{1900} =$

	1	1	2	3	1	6	5	4
3217	1900	1317	583	151	130	21	4	1
1317	583	151	130	21	4	1	0	

Entonces:

$$\frac{3217}{1900} \Rightarrow 1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{4}}}}}}}$$

15.- $\frac{2308}{1421} =$

	1	1	1	1	1	1	19	9
2308	1421	887	534	353	181	172	9	1
887	534	353	181	172	9	1	0	

Entonces:

$$\frac{2308}{1421} \Rightarrow 1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{19+\cfrac{1}{9}}}}}}}$$

Reducir a fracción ordinaria las fracciones continuas siguientes, hallando todas las reducidas:

1.- $1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}=$

La primera reducida es: $\frac{1}{1}$

La segunda reducida: $1+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{3}$

La tercera reducida es: $\frac{2\times3+1}{2\times2+1}=\frac{7}{5}$

2.- $2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}=$

La primera reducida es: $\frac{2}{1}$

La segunda reducida es: $2+\frac{1}{1}=\frac{3}{1}$

La tercera reducida es: $\frac{3\times1+2}{1\times1+1}=\frac{5}{2}$

La cuarta reducida es: $\frac{2\times5+3}{2\times2+1}=\frac{13}{5}$

3.- $0+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3}}}=$

La primera reducida no existe es igual a cero.

La segunda reducida es: $\frac{1}{1}$

La tercera reducida es: $\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}}=\dfrac{1}{\dfrac{2+1}{2}}=\dfrac{2}{3}$

La cuarta reducida es: $\dfrac{3\times 2+1}{3\times 3+1}=\dfrac{7}{10}$

4.- $$2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}=$$

La primera reducida es: $\dfrac{2}{1}$

La segunda reducida es: $\dfrac{2}{1}+\dfrac{1}{3}=\dfrac{6}{3}+\dfrac{1}{3}=\dfrac{7}{3}$

La tercera reducida es: $\dfrac{1\times 7+2}{1\times 3+1}=\dfrac{9}{4}$

La cuarta reducida es: $\dfrac{1\times 9+7}{1\times 4+3}=\dfrac{16}{7}$

La quinta reducida es: $\dfrac{2\times 16+9}{2\times 7+4}=\dfrac{41}{18}$

5.- $$0+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{2}}}}=$$

La primera reducida es cero.

La segunda reducida es: $\dfrac{1}{2}$

La segunda reducida es: $\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{3}}=\dfrac{1}{\dfrac{7}{3}}=\dfrac{3}{7}$

La tercera reducida es: $\dfrac{4\times 3+1}{4\times 7+2}=\dfrac{13}{30}$

La cuarta reducida es: $\dfrac{2\times 13+3}{2\times 30+7}=\dfrac{29}{67}$

6.-

$$1+\cfrac{1}{5+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3}}}}$$

La primera reducida es: $\frac{1}{1}$

La segunda reducida es: $\frac{1}{1}+\frac{1}{5}=\frac{5}{5}+\frac{1}{5}=\frac{6}{5}$

La tercera reducida es: $\frac{4\times 6+1}{4\times 5+1}=\frac{25}{21}$

La cuarta reducida es: $\frac{1\times 25+6}{1\times 21+5}=\frac{31}{26}$

La quinta reducida es: $\frac{3\times 31+25}{3\times 26+21}=\frac{118}{99}$

7.- $$1+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{5}}}}}=$$

La primera reducida es: $\frac{1}{1}$

La segunda reducida es: $\frac{1}{1}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$

La tercera reducida es: $\frac{1\times 5+1}{1\times 4+1}=\frac{6}{5}$

La cuarta reducida es: $\frac{1\times 6+5}{1\times 5+4}=\frac{11}{9}$

La quinta reducida es: $\frac{2\times 11+6}{2\times 9+5}=\frac{28}{23}$

La sexta reducida es: $\frac{5\times 28+11}{5\times 23+9}=\frac{151}{124}$

8.- $$3+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{5}}}}}$$

La primera reducida es: $\frac{3}{1}$

La segunda reducida es: $\frac{3}{1}+\frac{1}{2}=\frac{6+1}{2}=\frac{7}{2}$

La tercera reducida es: $\frac{3\times 7+3}{3\times 2+1}=\frac{24}{7}$

La cuarta reducida es: $\frac{4\times 24+7}{4\times 7+2}=\frac{103}{30}$

La quinta reducida es: $\frac{1\times 103+24}{1\times 30+7}=\frac{127}{37}$

La sexta reducida es: $\frac{5\times 127+103}{5\times 37+30}=\frac{738}{215}$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 47.

Tema: Operaciones con fracciones. Suma. (Baldor).

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

PREGUNTAS:

Ejercicios # 126, simplificar:

1.- $\frac{x-2}{4}+\frac{3x+2}{6}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{12}{4}\right)\times(x-2)+\left(\frac{12}{6}\right)\times(3x+2)}{12}=\frac{3(x-2)+2(3x+2)}{12}=\frac{3x-6+6x+4}{12}=$$
$$=\frac{9x-2}{12}$$

2.- $\frac{2}{5a^2}+\frac{1}{3ab}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{15a^2b}{5a^2}\right)\times 2+\left(\frac{15a^2b}{3ab}\right)\times 1}{15a^2b}=\frac{6b+5a}{15a^2b}$$

3.- $\frac{a-2b}{15a}+\frac{b-a}{20b}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{60ab}{15a}\right)(a-2b)+\left(\frac{60ab}{20b}\right)(b-a)}{60ab}=\frac{4b(a-2b)+3a(b-a)}{60ab}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\frac{4ab-8b^2+3ab-3a^2}{60ab}=\frac{7ab-3a^2-8b^2}{60ab}$$

4.- $\frac{a+3b}{3ab}+\frac{a^2b-4ab^2}{5a^2b^2}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{15a^2b^2}{3ab}\right)(a+3b)+\left(\frac{15a^2b^2}{5a^2b^2}\right)(a^2b-4ab^2)}{15a^2b^2}=\frac{5ab(a+3b)+3(a^2b-4ab^2)}{15a^2b^2}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\frac{5a^2b+15ab^2+3a^2b-12ab^2}{15a^2b^2}=\frac{8a^2b+3ab^2}{15a^2b^2}=\frac{8a+3b}{15ab}$$

5.- $\frac{a-1}{8}+\frac{2a}{6}+\frac{3a+4}{12}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{12}{3}\div\right)(a-1)+\left(\frac{12}{6}\div\right)(2a)+\left(\frac{12}{12}\div\right)(3a+4)}{12}=\frac{4(a-1)+2\times 2a+3a+4}{12}=$$

$$=\frac{4a-4+4a+3a+4}{12}=\frac{11a}{12}$$

6.- $\frac{n}{m^2}+\frac{3}{mn}+\frac{2}{m}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{m^2n}{m^2}\div\right)(n)+\left(\frac{m^2n}{mn}\div\right)(3)+\left(\frac{m^2n}{m}\div\right)(2)}{m^2n}=\frac{n^2+3m+2mn}{m^2n}$$

7.- $\frac{1-x}{2x}+\frac{x+2}{x^2}+\frac{1}{3ax^2}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{6ax^2}{2x}\div\right)(1-x)+\left(\frac{6ax^2}{x^2}\div\right)(x+2)+\left(\frac{6ax^2}{3ax^2}\div\right)(1)}{6ax^2}=\frac{3ax(1-x)+6a(x+2)+2(1)}{6ax^2}=$$

$$\frac{3ax-3ax^2+6ax+12a+2}{6ax^2}=\frac{9ax-3ax^2+12a+2}{6ax^2}$$

8.- $\frac{2a-3}{3a}+\frac{3x+2}{10x}+\frac{x-a}{5ax}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{30ax}{3a}\div\right)(2a-3)+\left(\frac{30ax}{10x}\div\right)(3x+2)+\left(\frac{30ax}{5ax}\div\right)(x-a)}{30ax}=\frac{10x(2a-3)+3a(3x+2)+6(x-a)}{30ax}=$$

$$\frac{20ax-30x+9ax+6a+6x-6a}{30ax}=\frac{29ax-24x}{30ax}=\frac{29a-24}{30a}$$

9.- $\frac{3}{5}+\frac{x+2}{2x}+\frac{x^2+2}{6x^2}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{30x^2}{5}\right)(3)+\left(\frac{30x^2}{2x}\right)(x+2)+\left(\frac{30x^2}{6x^2}\right)(x^2+2)}{30x^2}=\frac{18x^2+15x^2+30x+5x^2+10}{30x^2}=$$

$$=\frac{38x^2+30x+10}{30x^2}=\frac{19x^2+15x+5}{15x^2}$$

10.- $\frac{x-y}{12}+\frac{2x+y}{15}+\frac{y-4x}{30}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{60}{12}\right)(x-y)+\left(\frac{60}{15}\right)(2x+y)+\left(\frac{60}{30}\right)(y-4x)}{60}=\frac{5(x-y)+4(2x+y)+2(y-4x)}{60}=$$

$$=\frac{5x-5y+8x+4y+2y-8x}{60}=\frac{5x+y}{60}$$

11.- $\frac{m-n}{mn}+\frac{n-a}{na}+\frac{2a-m}{am}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{amn}{mn}\right)(m-n)+\left(\frac{amn}{na}\right)(n-a)+\left(\frac{amn}{am}\right)(2a-m)}{amn}=\frac{a(m-n)+m(n-a)+n(2a-m)}{amn}=$$

$$=\frac{am-an+mn-ma+2an-mn}{amn}=\frac{an}{amn}=\frac{1}{m}$$

12.- $\frac{x+2}{3x}+\frac{x^2-2}{5x^2}+\frac{2-x^3}{9x^3}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{45x^3}{3x}\right)(x+2)+\left(\frac{45x^3}{5x^2}\right)(x^2-2)+\left(\frac{45x^3}{9x^3}\right)(2-x^3)}{45x^3}=\frac{15x^2(x+2)+9x(x^2-2)+5(2-x^2)}{45x^3}=$$

$$=\frac{15x^3+30x^2+9x^2-18x+10-5x^2}{45x^3}=\frac{15x^3+34x^2-18x+10}{45x^3}$$

13.- $\frac{1}{ab}+\frac{b^2-a^2}{ab^3}+\frac{ab+b^2}{a^2b^2}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{a^2b^3}{ab}\right)(1)+\left(\frac{a^2b^3}{ab^3}\right)\left(b^2-a^2\right)+\left(\frac{a^2b^3}{a^2b^2}\right)\left(ab+b^2\right)}{a^2b^3}=\frac{ab^2+ab^2-a^3+ab^2+b^3}{a^2b^3}=$$

$$=\frac{b^3+3ab^2-a^3}{a^2b^3}$$

14.- $\frac{a+3b}{ab}+\frac{2a-3m}{am}+\frac{3}{a}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{abm}{ab}\right)(a+3b)+\left(\frac{abm}{am}\right)(2a-3m)+\left(\frac{abm}{a}\right)(3)}{abm}=\frac{m(a+3b)+b(2a-3m)+3bm}{abm}=$$

$$=\frac{am+3bm+2ab-3bm+3bm}{abm}=\frac{am+3bm+2ab}{abm}$$

Suma de fracciones con denominadores compuestos. Ejercicio 127.

1.- $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{a-1}=$

Solución:

$$\frac{a-1+a+1}{a^2-1}=\frac{2a}{a^2-1}$$

2.- $\frac{2}{x+4}+\frac{1}{x-3}=$

Solución:

$$\frac{2(x-3)+(x+4)}{(x+4)(x-3)}=\frac{3x-2}{(x+4)(x-3)}$$

3.- $\frac{3}{1-x}+\frac{6}{2x+5}=$

Solución:

$$\frac{3(2x+5)+6(1-x)}{(1-x)(2x+5)}=\frac{6x+15+6-6x}{(1-x)(2x+5)}=\frac{21}{(1-x)(2x+5)}$$

4.- $\frac{x}{x-y}+\frac{x}{x+y}=$

Solución:

$$\frac{x(x+y)+x(x-y)}{x^2-y^2}=\frac{x^2+xy+x^2-xy}{x^2-y^2}=\frac{2x^2}{x^2-y^2}$$

5.- $\frac{m+3}{m-3}+\frac{m+2}{m-2}=$

Solución:

$$\frac{(m-2)(m+3)+(m-3)(m+2)}{(m-3)(m-2)}=\frac{(m^2+m-6)+(m^2-m-6)}{(m-3)(m-2)}=$$

$$=\frac{2m^2-12}{(m-3)(m-2)}$$

6.- $\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}=$

Solución:

$$\frac{(x+y)^2+(x-y)^2}{x^2-y^2}=\frac{2x^2+2y^2}{x^2-y^2}$$

7.- $\frac{x}{x^2-1}+\frac{x+1}{(x-1)^2}=$

Solución:

$$\frac{x}{(x-1)(x+1)}+\frac{x+1}{(x-1)^2}=\frac{x(x-1)+(x+1)(x+1)}{(x+1)(x-1)^2}=\frac{x^2-x+x^2+2x+1}{(x+1)(x-1)^2}=$$

$$=\frac{2x^2+x+1}{(x+1)(x-1)^2}$$

8.- $\frac{2}{x-5}+\frac{3x}{x^2-25}=$

Solución:

$$\frac{2}{x-5}+\frac{3x}{(x+5)(x-5)}=\frac{2(x+5)+3x}{(x+5)(x-5)}=\frac{5x+10}{x^2-25}$$

9.- $\frac{1}{3x-2y}+\frac{x-y}{9x^2-4y^2}=$

Solución:

$$\frac{1}{3x-2y}+\frac{x-y}{(3x+2y)(3x-2y)}=\frac{(3x+2y)+(x-y)}{(3x+2y)(3x-2y)}=$$

$$=\frac{3x+2y++x-y}{9x^2-4y^2}=\frac{4x+y}{9x^2-4x^2}$$

10.- $\frac{x+a}{x+3a}+\frac{3a^2-x^2}{x^2-9a^2}=$

Solución:

$$\frac{x+a}{x+3a}+\frac{3a^2-x^2}{(x+3a)(x-3a)}=\frac{(x+a)(x-3a)+3a^2-x^2}{\left(x^2-9a^2\right)}=$$

$$=\frac{x^2-3ax+ax-3a^2+3a^2-x^2}{\left(x^2-9a^2\right)}=\frac{-2ax}{x^2-9a^2}=\frac{2ax}{9a^2-x^2}$$

11.- $\frac{a}{1-a^2}+\frac{a}{1+a^2}=$

Solución:

$$\frac{a\left(1+a^2\right)+a\left(1-a^2\right)}{\left(1-a^2\right)\left(1+a^2\right)}=\frac{a+a^3+a-a^3}{1-a^4}=\frac{2a}{1-a^4}$$

12.- $\frac{2}{a^2-ab}+\frac{2}{ab+b^2}=$

Solución:

$$\frac{2}{a(a-b)}+\frac{2}{b(a+b)}=\frac{2(b)(a+b)+2(a)(a-b)}{ab\left(a^2-b^2\right)}=$$

$$=\frac{2ab+2b^2+2a^2-2ab}{ab\left(a^2-b^2\right)}=\frac{2\left(a^2+b^2\right)}{ab\left(a^2-b^2\right)}$$

13.- $\frac{ab}{9a^2-b^2}+\frac{a}{3a+b}=$

Solución:

$$\frac{ab}{(3a+b)(3a-b)}+\frac{a}{3a+b}=\frac{ab+a(3a-b)}{9a^2-b^2}=\frac{ab+3a^2-ab}{9a^2-b^2}=\frac{3a^2}{9a^2-b^2}$$

14.- $\frac{1}{a^2-b^2}+\frac{1}{(a-b)^2}=$

Solución:

$$\frac{1}{(a+b)(a-b)}+\frac{1}{(a-b)^2}=\frac{(a-b)+(a+b)}{(a+b)(a-b)^2}=\frac{2a}{(a+b)(a-b)^2}$$

15.- $\frac{3}{x^2+y^2}+\frac{2}{(x+y)^2}=$

Solución:

$$\frac{3(x+y)^2+2(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)(x+y)^2}=\frac{3(x^2+2xy+y^2)+2x^2+2y^2}{(x^2+y^2)(x+y)^2}=$$

$$=\frac{3x^2+6xy+3y^2+2x^2+2y^2}{(x^2+y^2)(x+y)^2}=\frac{5x^2+6xy+5y^2}{(x^2+y^2)(x+y)^2}$$

16.- $\frac{x}{a^2-ax}+\frac{a+x}{ax}+\frac{a}{ax-x^2}=$

Solución:

$$\frac{x}{a(a-x)}+\frac{a+x}{ax}+\frac{a}{x(a-x)}=\frac{x^2+(a+x)(a-x)+a^2}{ax(a-x)}=$$

$$=\frac{x^2+a^2-x^2+a^2}{ax(a-x)}=\frac{2a^2}{ax(a-x)}=\frac{2a}{x(a-x)}$$

17.- $\frac{3}{2x+4}+\frac{x-1}{2x-4}+\frac{x+8}{x^2-4}=$

Solución:

$$\frac{3}{2(x+2)}+\frac{x-1}{2(x-2)}+\frac{x+8}{(x+2)(x-2)}=\frac{3(x-2)+(x-1)(x+2)+2(x+8)}{2(x+2)(x-2)}=$$

$$=\frac{3x-6+x^2+2x-x-2+2x+16}{2(x^2-4)}=\frac{x^2+6x+8}{2(x^2-4)}=$$

$$=\frac{(x+2)(x+4)}{2(x+2)(x-2)}=\frac{x+4}{2(x-2)}$$

18.- $\frac{1}{x+x^2}+\frac{1}{x-x^2}+\frac{x+3}{1-x^2}=$

Solución:

$$\frac{1}{x(1+x)}+\frac{1}{x(1-x)}+\frac{x+3}{(1+x)(1-x)}=\frac{(1-x)+(1+x)+x(x+3)}{x\left(1-x^2\right)}=$$

$$=\frac{2+x^2+3x}{x(1+x)(1-x)}=\frac{(x+1)(x+2)}{x(1+x)(1-x)}=\frac{x+2}{x(1-x)}$$

19.- $\frac{x-y}{x+y}+\frac{x+y}{x-y}+\frac{4xy}{x^2-y^2}=$

Solución:

$$\frac{(x-y)^2+(x+y)^2+4xy}{x^2-y^2}=\frac{x^2-2xy+y^2+x^2+2xy+y^2+4xy}{x^2-y^2}=$$

$$=\frac{2x^2+2y^2+4xy}{(x+y)(x-y)}=\frac{2\left(x^2+y^2+2xy\right)}{(x+y)(x-y)}=\frac{2(x+y)^2}{(x+y)(x-y)}=\frac{2(x+y)}{(x-y)}$$

20.- $\frac{1}{a-5}+\frac{a}{a^2-4a-5}+\frac{a+5}{a^2+2a+1}=$

Solución:

$$\frac{1}{a-5}+\frac{a}{(a+1)(a-5)}+\frac{a+5}{(a+1)^2}=\frac{(a+1)^2+a(a+1)+(a+5)(a-5)}{(a-5)(a+1)^2}=$$

$$=\frac{a^2+2a+1+a^2+a+a^2-25}{(a-5)(a+1)^2}=\frac{3a^2+3a-24}{(a-5)(a+1)^2}$$

21.- $\frac{3}{a}+\frac{2}{5a-3}+\frac{1-85a}{25a^2-9}=$

Solución:

$$\frac{3\left(25a^2-9\right)+(a)(5a+3)(2)+a(1-85a)}{a\left(25a^2-9\right)}=\frac{75a^2-27+10a^2+6a+a-85a^2}{a\left(25a^2-9\right)}=$$

$$=\frac{7a-27}{a\left(25a^2-9\right)}$$

22.- $\frac{x+1}{10}+\frac{x-3}{5x-10}+\frac{x-2}{2}=$

Solución:

$$\frac{x+1}{10}+\frac{x-3}{5(x-2)}+\frac{x-2}{2}=\frac{(x+1)(x-2)+(2)(x-3)+5(x-2)^2}{10(x-2)}=$$

$$=\frac{x^2-x-2+2x-6+5x^2-20x+20}{10(x-2)}=\frac{6x^2-19x+12}{10(x-2)}$$

23.- $\frac{x+5}{x^2+x-12}+\frac{x+4}{x^2+2x-15}+\frac{x-3}{x^2+9x+20}=$

Solución:

$$\frac{(x+5)}{(x+4)(x-3)}+\frac{(x+4)}{(x+5)(x-3)}+\frac{(x-3)}{(x+4)(x+5)}=\frac{(x+5)^2+(x+4)^2+(x-3)^2}{(x-3)(x+4)(x+5)}=$$

$$=\frac{(x+5)^2+(x+4)^2+(x-3)^2}{(x-3)(x+4)(x+5)}=\frac{x^2+10x+25+x^2+8x+16+x^2-6x+9}{(x-3)(x+4)(x+5)}=$$

$$=\frac{3x^2+12x+50}{(x-3)(x+4)(x+5)}$$

24.- $\frac{1}{x-2}+\frac{1-2x^2}{x^3-8}+\frac{x}{x^2+2x+4}=$

Solución:

Recordar que $\frac{b^3+a^3}{b+a}=b^2-ab+a^2;\frac{b^3-a^3}{b-a}=b^2+ab+a^2$

$$\frac{x^3-8}{x-2}=x^2+2x+4\Rightarrow(x^3-8)=(x-2)(x^2+2x+4)$$

Luego:

$$\frac{(x^2+2x+4)+(1-2x^2)+x(x-2)}{x^3-8}=\frac{5}{x^3-8}$$

25.- $\frac{2}{(a+1)}+\frac{a}{(a+1)^2}+\frac{a+1}{(a+1)^3}=$

Solución:

$$\frac{2(a+1)^2+a(a+1)+(a+1)}{(a+1)^3}=\frac{2(a^2+2a+1)+a^2+a+a+1}{(a+1)^3}=$$

$$=\frac{2a^2+4a+2+a^2+a+a+1}{(a+1)^3}=\frac{3a^2+6a+3}{(a+1)^3}=\frac{3(a^2+2a+1)}{(a+1)^3}=$$

$$=\frac{3(a+1)^2}{(a+1)^3}=\frac{3}{a+1}$$

26.- $\dfrac{2x}{3x^2+11x+6}+\dfrac{x+1}{x^2-9}+\dfrac{1}{3x+2}=$

Solución:

Empezaremos por factorizar la siguiente expresión:

$$3x^2+11x+6 \Rightarrow \frac{3\times\left(3x^2+11x+6\right)}{3}=\frac{9x^2+11(3x)+18}{3}=$$

$$=\frac{(3x)^2+11(3x)+18}{3}=\frac{(3x+2)(3x+9)}{3}$$

Luego:

$$\frac{2x}{\frac{(3x+2)(3x+9)}{3}}+\frac{x+1}{x^2-9}+\frac{1}{3x+2}=\frac{6x}{3(3x+2)(x+3)}+\frac{x+1}{(x+3)(x-3)}+\frac{1}{3x+2}=$$

$$=\frac{2x}{(3x+2)(x+3)}+\frac{x+1}{(x+3)(x-3)}+\frac{1}{(3x+2)}=\frac{2x(x-3)+(x+1)(3x+2)+\left(x^2-9\right)}{(3x+2)(x+3)(x-3)}=$$

$$=\frac{2x^2-6x+3x^2+2x+3x+2+x^2-9}{(3x+2)(x+3)(x-3)}=\frac{6x^2-x-7}{(3x+2)(x+3)(x-3)}$$

27.- $\dfrac{x^2-4}{x^3+1}+\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{3}{x^2-x+1}=$

Solución:

Recordar que $\dfrac{b^3+a^3}{b+a}=b^2-ab+a^2;\dfrac{b^3-a^3}{b-a}=b^2+ab+a^2$

Luego:

$x^3+1=(x+1)\left(x^2-x+1\right)$; entonces:

$$\frac{x^2-4+\left(x^2-x+1\right)+3(x+1)}{x^3+1}=\frac{x^2-4+x^2-x+1+3x+3}{x^3+1}=$$

$$=\frac{2x^2+2x}{x^3+1}=\frac{2x(x+1)}{x^3+1}=\frac{2x}{x^2-x+1}$$

28.- $\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{(x-1)(x+2)}+\dfrac{(x+1)}{(x-1)(x+2)(x+3)}=$

Solución:

$$\frac{(x+2)(x+3)+(x+3)+(x+1)}{(x-1)(x+2)(x+3)}=\frac{x^2+5x+6+x+3+x+1}{(x-1)(x+2)(x+3)}=$$

$$=\frac{x^2+7x+10}{(x-1)(x+2)(x+3)}=\frac{(x+2)(x+5)}{(x-1)(x+2)(x+3)}=\frac{(x+5)}{(x-1)(x+3)}$$

29.- $\frac{x-2}{2x^2-5x-3}+\frac{x-3}{2x^2-3x-2}+\frac{2x-1}{x^2-5x+6}=$

Solución:

Empezaremos por factorizar cada uno de los denominadores:

(a).-

$$2x^2-5x-3\Rightarrow\frac{2(2x^2-5x-3)}{2}\Rightarrow\frac{(2x)^2-5(2x)-6}{2}=$$

$$=\frac{(2x+1)(2x-6)}{2}=\frac{(2x+1)2(x-3)}{2}=(2x+1)(x-3)$$

(b).-

$$2x^2-3x-2\Rightarrow\frac{2(2x^2-3x-2)}{2}=\frac{(2x)^2-3(2x)-4}{2}=$$

$$=\frac{(2x+1)(2x-4)}{2}=(2x+1)(x-2)$$

©.-

$$x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$$

Luego, se puede escribir la expresión original como:

$$\frac{x-2}{(2x+1)(x-3)}+\frac{x-3}{(2x+1)(x-2)}+\frac{2x-1}{(x-2)(x-3)}=\frac{(x-2)^2+(x-3)^2+(2x+1)(2x-1)}{(2x+1)(x-2)(x-3)}=$$

$$=\frac{x^2-4x+4+x^2-6x+9+4x^2-1}{(2x+1)(x-2)(x-3)}=\frac{6x^2-10x+12}{(2x+1)(x-2)(x-3)}$$

30.- $\frac{a-2}{a-1}+\frac{a+3}{a+2}+\frac{a+1}{a-3}=$

Solución:

$$\frac{(a-2)(a+2)(a-3)+(a-1)(a+3)(a-3)+(a+1)(a-1)(a+2)}{(a-1)(a+2)(a-3)}=$$

$$=\frac{(a^2-4)(a-3)+(a-1)(a^2-9)+(a^2-1)(a+2)}{(a-1)(a+2)(a-3)}=$$

$$=\frac{a^3-3a^2-4a+12+a^3-9a-a^2+9+a^3+2a^2-a-2}{(a-1)(a+2)(a-3)}=$$

$$=\frac{3a^3-2a^2-14a+19}{(a-1)(a+2)(a-3)}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 49.

Tema: Operaciones con fracciones. Suma y Resta Combinadas. (Baldor).

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

PREGUNTAS:

Ejercicio 130. Simplificar:

1.- $\dfrac{2}{x-3}+\dfrac{3}{x+2}-\dfrac{4x-7}{x^2-x-6}=$

Solución:

$$\frac{2}{x-3}+\frac{3}{x+2}-\frac{4x-7}{(x-3)(x+2)}=\frac{2(x+2)+3(x-3)-4x+7}{(x-3)(x+2)}=$$
$$=\frac{2x+4+3x-9-4x+7}{(x-3)(x+2)}=\frac{x+2}{(x-3)(x+2)}=\frac{1}{(x-3)}$$

2.- $\dfrac{a}{3a+6}-\dfrac{1}{6a+12}+\dfrac{a+12}{12a+24}=$

Solución:

$$\frac{a}{3(a+2)}-\frac{1}{6(a+2)}+\frac{a+12}{12(a+2)}=\frac{a(4)-2+a+12}{12(a+2)}=$$
$$=\frac{5a+10}{12(a+2)}=\frac{5(a+2)}{12(a+2)}=\frac{5}{12}$$

3.- $\dfrac{x}{x^2+1}+\dfrac{1}{3x}-\dfrac{1}{x^2}=$

Solución:

$$\frac{(3x^2)(x)+x(x^2+1)-3(x^2+1)}{3x^2(x^2+1)}=\frac{3x^3+x^3+x-3x^2-3}{3x^2(x^2+1)}=$$
$$=\frac{4x^3-3x^2+x-3}{3x^2(x^2+1)}$$

4.- $\dfrac{a+3}{a^2-1}+\dfrac{a-1}{2a+2}+\dfrac{a-4}{4a-4}=$

Solución:

$$\frac{a+3}{(a+1)(a-1)}+\frac{a-1}{2(a+1)}+\frac{a-4}{4(a-1)}=\frac{4(a+3)+2(a-1)^2+(a+1)(a-4)}{4(a-1)(a+1)}=$$

$$=\frac{4a+12+2a^2-4a+2+a^2-4a+a-4}{4(a-1)(a+1)}=\frac{3a^2-3a+10}{4(a^2-1)}$$

5.- $\frac{a-b}{a^2+ab}+\frac{a+b}{ab}-\frac{a}{ab+b^2}=$

Solución:

$$\frac{a-b}{a(a+b)}+\frac{(a+b)}{ab}-\frac{a}{b(a+b)}=\frac{b(a-b)+(a+b)^2-a^2}{ab(a+b)}=$$

$$=\frac{ab-b^2+a^2+2ab+b^2-a^2}{ab(a+b)}=\frac{3ab}{ab(a+b)}=\frac{3}{(a+b)}$$

6.- $\frac{x-y}{x+y}-\frac{x+y}{x-y}+\frac{4x^2}{x^2-y^2}=$

Solución:

$$\frac{(x-y)^2-(x+y)^2+4x^2}{x^2-y^2}=\frac{x^2-2xy+y^2-x^2-2xy-y^2+4x^2}{x^2-y^2}=$$

$$=\frac{4x^2-4xy}{(x+y)(x-y)}=\frac{4x(x-y)}{(x+y)(x-y)}=\frac{4x}{x+y}$$

7.- $\frac{x}{a^2-ax}+\frac{1}{a}+\frac{1}{x}=$

Solución:

$$\frac{x}{a(a-x)}+\frac{1}{a}+\frac{1}{x}=\frac{x^2+x(a-x)+a(a-x)}{ax(a-x)}=$$

$$=\frac{x^2+ax-x^2+a^2-ax}{ax(a-x)}=\frac{a^2}{ax(a-x)}=\frac{a}{x(a-x)}$$

8.- $\frac{x+1}{x^2-x-20}-\frac{x+4}{x^2-4x-5}+\frac{x+5}{x^2+5x+4}=$

Solución:

$$\frac{x+1}{(x+4)(x-5)}-\frac{x+4}{(x+1)(x-5)}+\frac{x+5}{(x+1)(x+4)}=$$

$$=\frac{(x+1)^2-(x+4)^2+(x^2-25)}{(x+1)(x+4)(x-5)}=\frac{x^2+2x+1-x^2-8x-16+x^2-25}{(x+1)(x+4)(x-5)}=$$

$$=\frac{x^2-6x-40}{(x+1)(x+4)(x-5)}=\frac{(x+4)(x-10)}{(x+1)(x+4)(x-5)}=\frac{x-10}{(x+1)(x-5)}$$

9.- $\dfrac{2x+1}{12x+8}-\dfrac{x^2}{6x^2+x-2}+\dfrac{2x}{16x-8}=$

Solución:

Se debe empezar por factorizar la expresión: $6x^2+x-2$:

$$\frac{6(6x^2+x-2)}{6}=\frac{(6x)^2+(6x)-12}{6}=\frac{(6x-3)(6x+4)}{6}=(2x-1)(3x+2)$$

Luego:

$$\frac{(2x+1)}{4(3x+2)}-\frac{x^2}{(2x-1)(3x+2)}+\frac{2x}{8(2x-1)}=\frac{2(4x^2-1)-8x^2+2x(3x+2)}{8(2x-1)(3x+2)}=$$

$$=\frac{8x^2-2-8x^2+6x^2+4x}{8(2x-1)(3x+2)}=\frac{6x^2+4x-2}{8(2x-1)(3x+2)}=\frac{3x^2+2x-1}{4(2x-1)(3x+2)}$$

10.- $\dfrac{1}{ax}-\dfrac{1}{a^2+ax}+\dfrac{1}{a+x}=$

Solución:

$$\frac{1}{ax}-\frac{1}{a(a+x)}+\frac{1}{(a+x)}=\frac{(a+x)-x+ax}{ax(a+x)}=\frac{a+ax}{ax(a+x)}=$$

$$=\frac{a(1+x)}{ax(a+x)}=\frac{1+x}{x(a+x)}$$

11.- $\dfrac{1}{x+y}-\dfrac{1}{x-y}+\dfrac{2y}{x^2+y^2}=$

Solución:

$$(x+y)(x-y)=x^2-y^2\Rightarrow(x^2-y^2)(x^2+y^2)=x^4-y^4$$

$$\frac{(x-y)\left(x^2+y^2\right)-(x+y)\left(x^2+y^2\right)+2y\left(x^2-y^2\right)}{x^4-y^4}=$$

$$=\frac{\left(x^2+y^2\right)(-2y)+2y\left(x^2-y^2\right)}{x^4-y^4}=\frac{-4y^3}{x^4-y^4}=\frac{4y^3}{y^4-x^4}$$

12.- $\frac{a-1}{3a+3}-\frac{a-2}{6a-6}+\frac{a^2+2a-6}{9a^2-9}=$

Solución:

Ver página siguiente

$$\frac{a-1}{3(a+1)}-\frac{a-2}{6(a-1)}+\frac{a^2+2a-6}{9(a+1)(a-1)}=\frac{6(a-1)^2-3(a-2)(a+1)+2\left(a^2+2a-6\right)}{18(a+1)(a-1)}=$$

$$=\frac{6\left(a^2-2a+1\right)-3\left(a^2-a-2\right)+2\left(a^2+2a-6\right)}{18(a+1)(a-1)}=\frac{6a^2-12a+6-3a^2+3a+6+2a^2+4a-12}{}=$$

$$=\frac{5a^2-5a}{18(a+1)(a-1)}=\frac{5a(a-1)}{18(a+1)(a-1)}=\frac{5a}{18(a+1)}$$

13.- $\frac{1}{a^2+2a-4}+\frac{2}{a^2-2a-8}-\frac{3}{a^2+8a+12}=$

Solución:

$$\frac{1}{(a-4)(a+6)}+\frac{2}{(a-4)(a+2)}-\frac{3}{(a+2)(a+6)}=\frac{(a+2)+2(a+6)-3(a-4)}{(a-4)(a+2)(a+6)}=$$

$$=\frac{a+2+2a+12-3a+12}{(a-4)(a+2)(a+6)}=\frac{26}{(a-4)(a+2)(a+6)}$$

14.- $\frac{x+y}{xy}-\frac{x+2y}{xy+y^2}+\frac{y}{x^2+xy}=$

Solución:

$$\frac{x+y}{xy}-\frac{x+2y}{xy+y^2}-\frac{y}{x^2+xy}=\frac{x+y}{xy}-\frac{x+2y}{y(x+y)}-\frac{y}{x(x+y)}=$$

$$=\frac{(x+y)^2-x(x+2y)-y(y)}{xy(x+y)}=\frac{x^2+2xy+y^2-x^2-2xy-y^2}{xy(x+y)}=$$

$$=\frac{0}{xy(x=y)}=0$$

15.- $\frac{a^3}{a^3+1}+\frac{a+3}{a^2-a+1}-\frac{a-1}{a+1}=$

Solución:

Recordar que $x^3 - y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) \Rightarrow a^3 + 1 = (a+1)(a^2 - x + 1)$

$$\frac{a^3 + (a+3)(a+1) - (a-1)(a^2 - a + 1)}{a^3 + 1} = \frac{a^3 + a^2 + 4a + 3 - a^3 + a^2 - a + a^2 - a + 1}{a^3 + 1} =$$

$$= \frac{3a^2 + 2a + 4}{a^3 + 1}$$

16.- $\dfrac{1}{x-1} + \dfrac{2x}{x^2 - 1} - \dfrac{3x^2}{x^3 - 1} =$

Solución:

Recordar que $x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)$

Luego:

$$\frac{(x+1)(x^2 + x + 1) + 2x(x^2 + x + 1) - (3x^2)(x+1)}{(x+1)(x-1)(x^2 + x + 1)} =$$

$$= \frac{x^3 + x^2 + x + x^2 + x + 1 + 2x^3 + 2x^2 + 2x - 3x^3 - 3x^2}{(x+1)(x-1)(x^2 + x + 1)} = \frac{x^2 + 4x + 1}{(x^2 - 1)(x^3 - 1)}$$

17.- $\dfrac{a+b}{a^2 - ab + b^2} - \dfrac{1}{a+b} + \dfrac{3a^2}{a^3 + b^3} =$

Solución:

Recordar que $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

Luego:

$$\frac{(a+b)}{(a^2 - ab + b^2)} - \frac{1}{(a+b)} + \frac{3a^2}{(a+b)(a^2 - ab + b^2)} = \frac{(a+b)^2 - (a^2 - ab + b^2) + 3a^2}{(a+b)(a^2 - ab + b^2)} =$$

$$= \frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + ab - b^2 + 3a^2}{(a+b)(a^2 - ab + b^2)} = \frac{3a^2 + 3ab}{(a+b)(a^2 - ab + b^2)} = \frac{3a(a+b)}{(a+b)(a^2 - ab + b^2)} = \frac{3a}{(a^2 - ab + b^2)}$$

18.- $\dfrac{2}{x-2} + \dfrac{2x+3}{x^2 + 2x + 4} - \dfrac{6x+12}{x^3 - 8} =$

Solución:

$x^3 - 8 = x^3 - (2)^3 = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$

Luego:

Ver página siguiente:

$$\frac{(2)\left(x^2+2x+4\right)+(2x+3)(x-2)-6x-12}{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}=\frac{2x^2+4x+8+2x^2-4x+3x-6-6x-12}{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}=$$

$$=\frac{4x^2-3x-10}{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}\Rightarrow\{\frac{4\left(4x^2-3x-10\right)}{4}=\frac{(4x)^2-3(4x)-40}{4}=\frac{(4x+5)(4x-8)}{4}=(4x+5)(x-2)\}\Rightarrow$$

$$\frac{4x^2-3x-10}{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}=\frac{(4x+5)(x-2)}{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}=\frac{4x+5}{x^2+2x+4}$$

19.- $\dfrac{3x+2}{x^2+3x-10}-\dfrac{5x+1}{x^2+4x-5}+\dfrac{4x-1}{x^2=3x+2}=$

Solución:

$$\frac{3x+2}{(x-2)(x+5)}-\frac{5x+1}{(x-1)(x+5)}+\frac{4x-1}{(x-1)(x-2)}=\frac{(3x+2)(x-1)-(5x+1)(x-2)+(4x-1)(x+5)}{(x-1)(x-2)(x+5)}=$$

$$=\frac{3x^2-3x+2x-2-5x^2+10x-x+2+4x^2+20x-x-5}{(x-1)(x-2)(x+5)}=\frac{2x^2+27x-5}{(x-1)(x-2)(x+5)}$$

20.- $\dfrac{1}{(n-1)^2}+\dfrac{1}{(n-1)}-\dfrac{1}{(n-1)^3}-\dfrac{1}{n}=$

Solución:

$$\frac{n(n-1)+n(n-1)^2-n-(n-1)^3}{n(n-1)^3}=\frac{n^2-n+n\left(n^2-2n+1\right)-n-\left(n^3-3n^2+3n-1\right)}{n(n-1)^3}=$$

$$=\frac{n^2-n+n^3-2n^2+n-n-n^3+3n^2-3n+1}{n(n-1)^3}=\frac{2n^2-4n+1}{n(n-1)^3}$$

21.- $\dfrac{1}{a^2+5}-\dfrac{a^2-5}{\left(a^2+5\right)^2}+\dfrac{a^2+5}{\left(a^4-25\right)}=$

Solución:

Ver página siguiente:

$$\frac{1}{a^2+5}-\frac{a^2-5}{\left(a^2+5\right)^2}+\frac{a^2+5}{\left(a^2+5\right)\left(a^2-5\right)}=\frac{1}{a^2+5}-\frac{a^2-5}{\left(a^2+5\right)^2}+\frac{1}{a^2-5}=$$

$$=\frac{\left(a^2+5\right)\left(a^2-5\right)-\left(a^2-5\right)^2+\left(a^2+5\right)^2}{\left(a^2+5\right)^2\left(a^2-5\right)}=\frac{a^4-25-a^4+10a^2-25+a^4+10a^2+25}{\left(a^2+5\right)^2\left(a^2-5\right)}=$$

$$=\frac{a^4+20a^2-25}{\left(a^2+5\right)^2\left(a^2-5\right)}$$

22.- $\frac{1-x^2}{9-x^2}-\frac{x^2}{9+6x+x^2}-\frac{6x}{9-6x+x^2}=$

Solución:

$$\frac{1-x^2}{(3-x)(3+x)}-\frac{x^2}{(3+x)^2}-\frac{6x}{(3-x)^2}=\frac{\left(1-x^2\right)\left(9-x^2\right)-x^2(3-x)^2-6x(3+x)^2}{(3+x)^2(3-x)^2}=$$

$$=\frac{9-x^2-9x^2+x^4-x^2\left(9-6x+x^2\right)-6x\left(9+6x+x^2\right)}{(3+x)^2(3-x)^2}=\frac{9-10x^2+x^4-9x^2+6x^3-x^4-54x-36x^2-6x^3}{(3+x)^2(3-x)^2}=$$

$$=\frac{-55x^2-54x+9}{(3+x)^2(3-x)^2}$$

23.- $\frac{x}{2x+2}-\frac{x+1}{3x-3}+\frac{x-1}{6x+6}-\frac{5}{18x-18}=$

Solución:

$$\frac{x}{2(x+1)}-\frac{x+1}{3(x-1)}+\frac{x-1}{6(x+1)}-\frac{5}{18(x-1)}=\frac{9x(x-1)-6(x+1)^2+3(x-1)^2-5(x+1)}{18(x-1)(x+1)}=$$

$$=\frac{9x^2-9x-6x^2-12x-6+3x^2-6x+3-5x-5}{18(x-1)(x+1)}=\frac{6x^2-32x-8}{18(x-1)(x+1)}=\frac{3x^2-16x-4}{9(x-1)(x+1)}$$

24.- $\frac{a+2}{2a+2}-\frac{7a}{8a^2-8}-\frac{a-3}{4a-4}=$

Solución:

$$\frac{a+2}{2(a+1)}-\frac{7a}{8\left(a^2-1\right)}-\frac{a-3}{4(a-1)}=\frac{4(a+2)(a-1)-7a-2(a-3)(a+1)}{8(a+1)(a-1)}=$$

$$\frac{4\left(a^2+a-2\right)-7a-2\left(a^2-2a-3\right)}{8(a-1)(a+1)}=\frac{4a^2+4a-8-7a-2a^2+4a+6}{8(a-1)(a-2)}=$$

$$=\frac{2a^2+a-2}{8\left(x^2-1\right)}$$

25.- $\dfrac{a-3}{20a+10}+\dfrac{2a+5}{40a+20}-\dfrac{4a-1}{60a+30}=$

Solución:

$$\frac{a-3}{10(2a+1)}+\frac{2a+5}{20(2a+1)}-\frac{4a-1}{30(2a+1)}=\frac{6(a-3)+3(2a+5)-(4a-1)}{60(2a+1)}=$$

$$=\frac{6a-18+6a+15-4a+1}{60(2a+1)}=\frac{8a-2}{60(2a+1)}=\frac{2(4a-1)}{60(2a+1)}=\frac{4a-1}{30(2a+1)}$$

26.- $\dfrac{2}{2x^2+5x+3}-\dfrac{1}{2x^2-x-6}+\dfrac{3}{x^2-x-2}=$

Solución:

En primer lugar, se deben hacer las factorizaciones de cada uno de los denominadores:

(a).-

$$2x^2+5x+3=\frac{2\left(2x^2+5x+3\right)}{2}=\frac{(2x)^2+5(2x)+6}{2}=\frac{(2x+2)(2x+3)}{2}=$$

$$=(x+1)(2x+3)$$

(b).- $$2x^2-x-6=\frac{2\left(2x^2-x-6\right)}{2}=\frac{(2x)^2-(2x)-12}{2}=\frac{(2x-4)(2x+3)}{2}=$$

$$=(x-2)(2x+3)$$

©.- $x^2-x-2=(x-2)(x+1)$

Luego:

$$\frac{2}{(x+1)(2x+3)}-\frac{1}{(x-2)(2x+3)}+\frac{3}{(x-2)(x+1)}=\frac{2(x-2)-(x+1)+3(2x+3)}{(x-2)(x+1)(2x+3)}=$$

$$=\frac{2x-4-x-1+6x+9}{(x-2)(x+1)(2x+3)}=\frac{7x+4}{(x-2)(x+1)(2x+3)}$$

27.- $\dfrac{a-1}{a-2}-\dfrac{a-2}{a+3}+\dfrac{1}{a-1}=$

Solución:

$$\frac{(a-1)^2(a+3)-(a-2)^2(a-1)+(a-2)(a+3)}{(a-1)(a-2)(a+3)}=\frac{\left(a^2-2a+1\right)(a+3)-\left(a^2-4a+4\right)(a-1)+\left(a^2+a-6\right)}{(a-1)(a-2)(a+3)}=$$

$$=\frac{a^3+3a^2-2a^2-6a+a+3-a^3+a^2+4a^2-4a-4a+4+a^2+a-6}{(a-1)(a-2)(a+3)}=\frac{7a^2-12a+1}{(a-1)(a-2)(a+3)}$$

28.- $\dfrac{2+3a}{2-3a}-\dfrac{2-3a}{2+3a}-\dfrac{a}{(2-3a)^2}=$

Solución:

$$\frac{(2+3a)^2(2-3a)-(2-3a)^3-a(2+3a)}{(2+3a)(2-3a)^2}=\frac{\left(4+12a+9a^2\right)(2-3a)-\left(8-36a+54a^2-27a^3\right)-2a-6a^2}{(2+3a)(2-3a)^2}=$$

$$=\frac{8+24a+18a^2-12a-36a^2-27a^3-8+36a-54a^2+27a^3-2a-6a^2}{(2+3a)(2-3a)^2}=$$

$$=\frac{a^2(18-36-54-6)+a(24-12+36-2)}{(2+3a)(2-3a)^2}=\frac{-78a^2+46a}{(2+3a)(2-3a)^2}$$

29.- $\dfrac{1}{5+5a}+\dfrac{1}{5-5a}-\dfrac{1}{10+10a^2}=$

Solución:

Ver la próxima página:

$$\frac{1}{5(1+a)}+\frac{1}{5(1-a)}-\frac{1}{10\left(1+a^2\right)}=\frac{2\left(1+a^2\right)(1-a)+2\left(1+a^2\right)(1+a)-\left(1-a^2\right)}{10\left(1+a^2\right)\left(1-a^2\right)}=$$

$$=\frac{2\left(1-a+a^2-a^3\right)+2\left(1+a+a^2+a^3\right)-\left(1+a^2\right)}{10\left(1-a^4\right)}=\frac{2-2a+2a^2-2a^3+2+2a+2a^2+2a^3-1+a^2}{10\left(1-a^4\right)}=$$

$$=\frac{5a^2+3}{10\left(1-a^4\right)}$$

30.- $\dfrac{1}{3-3x}-\dfrac{1}{3+3x}+\dfrac{x}{6x+6x^2}-\dfrac{x}{2-2x^2}=$

Solución:

$$\frac{1}{3(1-x)}-\frac{1}{3(1+x)}+\frac{x}{6\left(1+x^2\right)}-\frac{x}{2\left(1-x^2\right)}=$$

$$\frac{2(1+x)\left(1+x^2\right)-2(1-x)\left(1+x^2\right)+x\left(1-x^2\right)-3x\left(1+x^2\right)}{6\left(1+x^2\right)\left(1-x^2\right)}=$$

$$=\frac{2\left(1+x^2+x+x^3\right)-2\left(1+x^2-x-x^3\right)+x-x^3-3x-3x^3}{6\left(1-x^2\right)\left(1+x^2\right)}=$$

$$=\frac{2+2x^2+2x+2x^3-2-2x^2+2x+2x^3+x-x^3-3x-3x^3}{6\left(1-x^4\right)}=\frac{2x}{6\left(1-x^4\right)}=\frac{x}{3\left(1-x^4\right)}$$

Ejercicio 131. Cambios de signos en la suma y resta de fracciones.

1.- $\frac{1}{m-n}+\frac{m}{n^2-m^2}=$

Solución:

$$\frac{1}{m-n}-\frac{m}{m^2-n^2}=\frac{(m+n)-m}{(m+n)(m-n)}=\frac{n}{m^2-n^2}$$

2.- $\frac{x^2}{x^2-xy}-\frac{2x}{y-x}=$

Solución:

$$\frac{x^2}{x(x-y)}+\frac{2x}{x-y}=\frac{x^2+2x^2}{x(x-y)}=\frac{3x^2}{x(x-y)}=\frac{3x}{(x-y)}$$

3.- $\frac{1}{2x-x^2}+\frac{x}{x^2-4}=$

Solución:

$$\frac{1}{x(2-x)}-\frac{x}{4-x^2}=\frac{1}{x(2-x)}-\frac{x}{(2-x)(2+x)}=\frac{(2+x)-x^2}{x(2-x)(2+x)}=$$

$$\frac{(-1)\left(x^2-x-2\right)}{(-1)\,x(x-2)(x+2)}=\frac{(x-2)(x+1)}{x(x-2)(x+2)}=\frac{x+1}{x(x+2)}$$

4.- $\frac{a+3}{a^2-1}+\frac{a-1}{2a+2}+\frac{a-4}{4a-4}=$

Solución:

$$\frac{a+3}{(a+1)(a-1)}+\frac{a-1}{2(a+1)}+\frac{a-4}{4(a-1)}=\frac{4(a+3)+2(a-1)^2+(a-4)(a+1)}{4(a+1)(a-1)}=$$

$$=\frac{4a+12+2a^2-4a+2+a^2-3a-4}{4(a+1)(a-1)}=\frac{3a^2-3a+10}{4(a+1)(a-1)}$$

5.- $\dfrac{x-4}{x^2-2x-3}-\dfrac{x}{6-2x}=$

Solución:

$$\frac{x-4}{(x-3)(x+1)}-\frac{x}{2(3-x)}=\frac{(x-4)}{(x-3)(x+1)}+\frac{x}{2(x-3)}=$$

$$=\frac{2(x-4)+x(x+1)}{2(x-3)(x+1)}=\frac{2x-8+x^2+x}{2(x-3)(x+1)}=\frac{x^2+3x-8}{2(x-3)(x+1)}$$

6.- $\dfrac{1}{x^2+2x-8}+\dfrac{1}{(2-x)(x+3)}=$

Solución:

$$\frac{1}{(x+4)(x-2)}-\frac{1}{(x-2)(x+3)}=\frac{(x+3)-(x+4)}{(x-2)(x+3)(x+4)}=$$

$$=\frac{-1}{(x-2)(x+3)(x+4)}=\frac{1}{(2-x)(x+3)(x+4)}$$

7.- $\dfrac{1}{2x+2}+\dfrac{2}{1-x}+\dfrac{7}{4x-4}=$

Solución:

$$\frac{1}{2(1+x)}+\frac{2}{(1-x)}+\frac{7}{4(x-1)}=\frac{1}{2(1+x)}+\frac{2}{(1-x)}-\frac{7}{4(1-x)}=$$

$$\frac{2(1-x)+8(1+x)-7(1+x)}{4(1+x)(1-x)}=\frac{2-2x+8+8x-7-7x}{4(1-x^2)}=\frac{3-x}{4(1-x^2)}=\frac{x-3}{4(x+1)(x-1)}$$

8.- $\dfrac{2a}{a+3}+\dfrac{3a}{a-3}+\dfrac{2a}{9-a^2}=$

Solución:

$$\frac{2a}{a+3}+\frac{3a}{a-3}+\frac{2a}{(3-a)(3+a)}=\frac{2a}{(a+3)}+\frac{3a}{(a-3)}-\frac{2a}{(a+3)(a-3)}=$$

$$=\frac{2a(a-3)+3a(a+3)-2a}{(a+3)(a-3)}=\frac{2a^2-6a+3a^2+9a-2a}{(a+3)(a-3)}=\frac{5a^2+a}{a^2-9}$$

9.- $\dfrac{x+3y}{y+x}+\dfrac{3y^2}{x^2-y^2}-\dfrac{x}{y-x}=$

Solución:

$$\frac{x+3y}{x+y}+\frac{3y^2}{x^2-y^2}+\frac{x}{x-y}=\frac{(x+3y)(x-y)+3y^2+x(x+y)}{(x+y)(x-y)}=$$

$$=\frac{\left(x^2-xy+3xy-3y^2\right)+3y^2+x^2+xy}{x^2-y^2}=\frac{2x^2+3xy}{x^2-y^2}$$

10.- $\frac{x}{x^2+2x-3}+\frac{x-3}{(1-x)(x+2)}+\frac{1}{x+2}=$

Solución:

$$\frac{x}{(x-1)(x+3)}-\frac{(x-3)}{(x-1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)}=\frac{x(x+2)-(x-3)(x+3)+(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+2)(x+3)}=$$

$$=\frac{x^2+2x-x^2+9+x^2+2x-3}{(x-1)(x+2)(x+3)}=\frac{x^2+4x+6}{(x-1)(x+2)(x+3)}$$

11.- $\frac{3}{2a+2}-\frac{1}{4a-4}-\frac{4}{8-8a^2}=$

Solución:

$$\frac{3}{2(a+1)}-\frac{1}{4(a-1)}-\frac{4}{8(1-a)(a+1)}=\frac{3}{2(a+1)}-\frac{1}{4(a-1)}+\frac{1}{2(a-1)(a+1)}=$$

$$=\frac{6(a-1)-(a+1)+2}{4(a-1)(a+1)}=\frac{6a-6-a-1+2}{4\left(a^2-1\right)}=\frac{5a-5}{4(a-1)(a+1)}=$$

$$=\frac{5(a-1)}{4(a-1)(a+1)}=\frac{5}{4(a+1)}$$

12.- $\frac{1}{a-3}+\frac{a+1}{(3-a)(a-2)}+\frac{2}{(2-a)(1-a)}=$

Solución:

$$\frac{1}{a-3}-\frac{(a+1)}{(a-3)(a-2)}+\frac{2}{(a-2)(a-1)}=\frac{(a-1)(a-2)-(a+1)(a-1)+2(a-3)}{(a-1)(a-2)(a-3)}=$$

$$=\frac{a^2-3a+2-a^2+1+2a-6}{(a-1)(a-2)(a-3)}=\frac{-a-3}{(a-1)(a-2)(a-3)}=\frac{a+3}{(1-a)(a-2)(a-3)}$$

13.- $\frac{2x}{x-1}+\frac{2x^3+2x^2}{1-x^3}+\frac{1}{x^2+x+1}=$

Solución:

$$\frac{2x}{x-1}-\frac{2x^3+2x^2}{x^3-1}+\frac{1}{x^2+x+1}=$$

Recordar que: $x^3-1=(x-1)\left(x^2+x+1\right)$; entonces:

$$\frac{2x}{(x-1)}-\frac{2x^3+2x^2}{(x-1)(x^2+x+1)}+\frac{1}{x^2+x+1}=\frac{2x(x^2+x+1)-2x^3-2x^2+(x-1)}{(x-1)(x^2+x+1)}=$$

$$=\frac{2x^3+2x^2+2x-2x^3-2x^2+x-1}{(x-1)(x^2+x+1)}=\frac{3x-1}{(x-1)(x^2+x+1)}=\frac{3x-1}{x^3-1}$$

14.- $\frac{x+2}{3x-1}+\frac{x+1}{3-2x}+\frac{4x^2+6x+3}{6x^2-11x+3}=$

Solución:

En primer lugar se deben factorizar las expresiones que así lo requieran:

(a).-

$$6x^2-11x+3=\frac{6(6x^2-11x+3)}{6}=\frac{(6x)^2-11(6x)+18}{6}=$$

$$=\frac{(6x-2)(6x-9)}{6}=(3x-1)(2x-3)$$

Entonces:

$$\frac{x+2}{3x-1}-\frac{x+1}{(2x-3)}+\frac{4x^2+6x+3}{(3x-1)(2x-3)}=\frac{(x+2)(2x-3)-(x+1)(3x-1)+4x^2+6x+3}{(3x-1)(2x-3)}=$$

$$=\frac{2x^2-3x+4x-6-3x^2+x-3x+1+4x^2+6x+3}{(3x-1)(2x-3)}=\frac{3x^2+5x-2}{(3x-1)(2x-3)}$$

Ahora:

$$3x^2+5x-2=\frac{3(3x^2+5x-2)}{3}=\frac{(3x)^2+5(3x)-6}{3}=$$

$$=\frac{(3x-1)(3x+6)}{3}=(3x-1)(x+2)$$

Luego, el resultado final será: $\frac{3x^2+5x-2}{(3x-1)(2x-3)}=\frac{(3x-1)(x+2)}{(3x-1)(2x-3)}=\frac{x+2}{2x-3}$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 47.

Tema: Operaciones con fracciones. Suma. (Baldor).

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

PREGUNTAS:

Ejercicios # 126, simplificar:

1.- $\frac{x-2}{4}+\frac{3x+2}{6}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{12}{4}\right)\times(x-2)+\left(\frac{12}{6}\right)\times(3x+2)}{12}=\frac{3(x-2)+2(3x+2)}{12}=\frac{3x-6+6x+4}{12}=$$

$$=\frac{9x-2}{12}$$

2.- $\frac{2}{5a^2}+\frac{1}{3ab}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{15a^2b}{5a^2}\right)\times 2+\left(\frac{15a^2b}{3ab}\right)\times 1}{15a^2b}=\frac{6b+5a}{15a^2b}$$

3.- $\frac{a-2b}{15a}+\frac{b-a}{20b}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{60ab}{15a}\right)(a-2b)+\left(\frac{60ab}{20b}\right)(b-a)}{60ab}=\frac{4b(a-2b)+3a(b-a)}{60ab}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{4ab-8b^2+3ab-3a^2}{60ab}=\frac{7ab-3a^2-8b^2}{60ab}$$

4.- $\frac{a+3b}{3ab}+\frac{a^2b-4ab^2}{5a^2b^2}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{15a^2b^2}{3ab}\right)(a+3b)+\left(\frac{15a^2b^2}{5a^2b^2}\right)(a^2b-4ab^2)}{15a^2b^2}=\frac{5ab(a+3b)+3(a^2b-4ab^2)}{15a^2b^2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{5a^2b+15ab^2+3a^2b-12ab^2}{15a^2b^2}=\frac{8a^2b+3ab^2}{15a^2b^2}=\frac{8a+3b}{15ab}$$

5.- $\frac{a-1}{8}+\frac{2a}{6}+\frac{3a+4}{12}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{12}{3}\right)(a-1)+\left(\frac{12}{6}\right)(2a)+\left(\frac{12}{12}\right)(3a+4)}{12}=\frac{4(a-1)+2\times 2a+3a+4}{12}=$$

$$=\frac{4a-4+4a+3a+4}{12}=\frac{11a}{12}$$

6.- $\frac{n}{m^2}+\frac{3}{mn}+\frac{2}{m}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{m^2n}{m^2}\right)(n)+\left(\frac{m^2n}{mn}\right)(3)+\left(\frac{m^2n}{m}\right)(2)}{m^2n}=\frac{n^2+3m+2mn}{m^2n}$$

7.- $\frac{1-x}{2x}+\frac{x+2}{x^2}+\frac{1}{3ax^2}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{6ax^2}{2x}\div\right)(1-x)+\left(\frac{6ax^2}{x^2}\div\right)(x+2)+\left(\frac{6ax^2}{3ax^2}\div\right)(1)}{6ax^2}=\frac{3ax(1-x)+6a(x+2)+2(1)}{6ax^2}=$$

$$\frac{3ax-3ax^2+6ax+12a+2}{6ax^2}=\frac{9ax-3ax^2+12a+2}{6ax^2}$$

8.- $\frac{2a-3}{3a}+\frac{3x+2}{10x}+\frac{x-a}{5ax}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{30ax}{3a}\div\right)(2a-3)+\left(\frac{30ax}{10x}\div\right)(3x+2)+\left(\frac{30ax}{5ax}\div\right)(x-a)}{30ax}=\frac{10x(2a-3)+3a(3x+2)+6(x-a)}{30ax}=$$

$$\frac{20ax-30x+9ax+6a+6x-6a}{30ax}=\frac{29ax-24x}{30ax}=\frac{29a-24}{30a}$$

9.- $\frac{3}{5}+\frac{x+2}{2x}+\frac{x^2+2}{6x^2}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{30x^2}{5}\div\right)(3)+\left(\frac{30x^2}{2x}\div\right)(x+2)+\left(\frac{30x^2}{6x^2}\div\right)(x^2+2)}{30x^2}=\frac{18x^2+15x^2+30x+5x^2+10}{30x^2}=$$

$$=\frac{38x^2+30x+10}{30x^2}=\frac{19x^2+15x+5}{15x^2}$$

10.- $\frac{x-y}{12}+\frac{2x+y}{15}+\frac{y-4x}{30}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{60}{12}\div\right)(x-y)+\left(\frac{60}{15}\div\right)(2x+y)+\left(\frac{60}{30}\div\right)(y-4x)}{60}=\frac{5(x-y)+4(2x+y)+2(y-4x)}{60}=$$

$$=\frac{5x-5y+8x+4y+2y-8x}{60}=\frac{5x+y}{60}$$

11.- $\frac{m-n}{mn}+\frac{n-a}{na}+\frac{2a-m}{am}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{amn}{mn}\right)(m-n)+\left(\frac{amn}{na}\right)(n-a)+\left(\frac{amn}{am}\right)(2a-m)}{amn}=\frac{a(m-n)+m(n-a)+n(2a-m)}{amn}=$$

$$=\frac{am-an+mn-ma+2an-mn}{amn}=\frac{an}{amn}=\frac{1}{m}$$

12.- $\frac{x+2}{3x}+\frac{x^2-2}{5x^2}+\frac{2-x^3}{9x^3}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{45x^3}{3x}\right)(x+2)+\left(\frac{45x^3}{5x^2}\right)(x^2-2)+\left(\frac{45x^3}{9x^3}\right)(2-x^3)}{45x^3}=\frac{15x^2(x+2)+9x(x^2-2)+5(2-x^2)}{45x^3}=$$

$$=\frac{15x^3+30x^2+9x^2-18x+10-5x^2}{45x^3}=\frac{15x^3+34x^2-18x+10}{45x^3}$$

13.- $\frac{1}{ab}+\frac{b^2-a^2}{ab^3}+\frac{ab+b^2}{a^2b^2}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{a^2b^3}{ab}\right)(1)+\left(\frac{a^2b^3}{ab^3}\right)(b^2-a^2)+\left(\frac{a^2b^3}{a^2b^2}\right)(ab+b^2)}{a^2b^3}=\frac{ab^2+ab^2-a^3+ab^2+b^3}{a^2b^3}=$$

$$=\frac{b^3+3ab^2-a^3}{a^2b^3}$$

14.- $\frac{a+3b}{ab}+\frac{2a-3m}{am}+\frac{3}{a}=$

Solución:

$$\frac{\left(\frac{abm}{ab}\right)(a+3b)+\left(\frac{abm}{am}\right)(2a-3m)+\left(\frac{abm}{a}\right)(3)}{abm}=\frac{m(a+3b)+b(2a-3m)+3bm}{abm}=$$

$$=\frac{am+3bm+2ab-3bm+3bm}{abm}=\frac{am+3bm+2ab}{abm}$$

Suma de fracciones con denominadores compuestos. Ejercicio 127.

1.- $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{a-1}=$

Solución:

$$\frac{a-1+a+1}{a^2-1}=\frac{2a}{a^2-1}$$

2.- $\frac{2}{x+4}+\frac{1}{x-3}=$

Solución:

$$\frac{2\left(x-3\right)+\left(x+4\right)}{\left(x+4\right)\left(x-3\right)}=\frac{3x-2}{\left(x+4\right)\left(x-3\right)}$$

3.- $\frac{3}{1-x}+\frac{6}{2x+5}=$

Solución:

$$\frac{3\left(2x+5\right)+6\left(1-x\right)}{\left(1-x\right)\left(2x+5\right)}=\frac{6x+15+6-6x}{\left(1-x\right)\left(2x+5\right)}=\frac{21}{\left(1-x\right)\left(2x+5\right)}$$

4.- $\frac{x}{x-y}+\frac{x}{x+y}=$

Solución:

$$\frac{x\left(x+y\right)+x\left(x-y\right)}{x^2-y^2}=\frac{x^2+xy+x^2-xy}{x^2-y^2}=\frac{2x^2}{x^2-y^2}$$

5.- $\frac{m+3}{m-3}+\frac{m+2}{m-2}=$

Solución:

$$\frac{\left(m-2\right)\left(m+3\right)+\left(m-3\right)\left(m+2\right)}{\left(m-3\right)\left(m-2\right)}=\frac{\left(m^2+m-6\right)+\left(m^2-m-6\right)}{\left(m-3\right)\left(m-2\right)}=$$

$$=\frac{2m^2-12}{\left(m-3\right)\left(m-2\right)}$$

6.- $\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}=$

Solución:

$$\frac{\left(x+y\right)^2+\left(x-y\right)^2}{x^2-y^2}=\frac{2x^2+2y^2}{x^2-y^2}$$

7.- $\frac{x}{x^2-1}+\frac{x+1}{(x-1)^2}=$

Solución:

$$\frac{x}{(x-1)(x+1)}+\frac{x+1}{(x-1)^2}=\frac{x(x-1)+(x+1)(x+1)}{(x+1)(x-1)^2}=\frac{x^2-x+x^2+2x+1}{(x+1)(x-1)^2}=$$
$$=\frac{2x^2+x+1}{(x+1)(x-1)^2}$$

8.- $\frac{2}{x-5}+\frac{3x}{x^2-25}=$

Solución:

$$\frac{2}{x-5}+\frac{3x}{(x+5)(x-5)}=\frac{2(x+5)+3x}{(x+5)(x-5)}=\frac{5x+10}{x^2-25}$$

9.- $\frac{1}{3x-2y}+\frac{x-y}{9x^2-4y^2}=$

Solución:

$$\frac{1}{3x-2y}+\frac{x-y}{(3x+2y)(3x-2y)}=\frac{(3x+2y)+(x-y)}{(3x+2y)(3x-2y)}=$$
$$=\frac{3x+2y++x-y}{9x^2-4y^2}=\frac{4x+y}{9x^2-4x^2}$$

10.- $\frac{x+a}{x+3a}+\frac{3a^2-x^2}{x^2-9a^2}=$

Solución:

$$\frac{x+a}{x+3a}+\frac{3a^2-x^2}{(x+3a)(x-3a)}=\frac{(x+a)(x-3a)+3a^2-x^2}{(x^2-9a^2)}=$$
$$=\frac{x^2-3ax+ax-3a^2+3a^2-x^2}{(x^2-9a^2)}=\frac{-2ax}{x^2-9a^2}=\frac{2ax}{9a^2-x^2}$$

11.- $\frac{a}{1-a^2}+\frac{a}{1+a^2}=$

Solución:

$$\frac{a\left(1+a^{2}\right)+a\left(1-a^{2}\right)}{\left(1-a^{2}\right)\left(1+a^{2}\right)}=\frac{a+a^{3}+a-a^{3}}{1-a^{4}}=\frac{2a}{1-a^{4}}$$

12.- $\frac{2}{a^{2}-ab}+\frac{2}{ab+b^{2}}=$

Solución:

$$\frac{2}{a(a-b)}+\frac{2}{b(a+b)}=\frac{2(b)(a+b)+2(a)(a-b)}{ab\left(a^{2}-b^{2}\right)}=$$

$$=\frac{2ab+2b^{2}+2a^{2}-2ab}{ab\left(a^{2}-b^{2}\right)}=\frac{2\left(a^{2}+b^{2}\right)}{ab\left(a^{2}-b^{2}\right)}$$

13.- $\frac{ab}{9a^{2}-b^{2}}+\frac{a}{3a+b}=$

Solución:

$$\frac{ab}{(3a+b)(3a-b)}+\frac{a}{3a+b}=\frac{ab+a(3a-b)}{9a^{2}-b^{2}}=\frac{ab+3a^{2}-ab}{9a^{2}-b^{2}}=\frac{3a^{2}}{9a^{2}-b^{2}}$$

14.- $\frac{1}{a^{2}-b^{2}}+\frac{1}{(a-b)^{2}}=$

Solución:

$$\frac{1}{(a+b)(a-b)}+\frac{1}{(a-b)^{2}}=\frac{(a-b)+(a+b)}{(a+b)(a-b)^{2}}=\frac{2a}{(a+b)(a-b)^{2}}$$

15.- $\frac{3}{x^{2}+y^{2}}+\frac{2}{(x+y)^{2}}=$

Solución:

$$\frac{3(x+y)^{2}+2\left(x^{2}+y^{2}\right)}{\left(x^{2}+y^{2}\right)(x+y)^{2}}=\frac{3\left(x^{2}+2xy+y^{2}\right)+2x^{2}+2y^{2}}{\left(x^{2}+y^{2}\right)(x+y)^{2}}=$$

$$=\frac{3x^{2}+6xy+3y^{2}+2x^{2}+2y^{2}}{\left(x^{2}+y^{2}\right)(x+y)^{2}}=\frac{5x^{2}+6xy+5y^{2}}{\left(x^{2}+y^{2}\right)(x+y)^{2}}$$

16.- $\frac{x}{a^{2}-ax}+\frac{a+x}{ax}+\frac{a}{ax-x^{2}}=$

Solución:

$$\frac{x}{a(a-x)}+\frac{a+x}{ax}+\frac{a}{x(a-x)}=\frac{x^2+(a+x)(a-x)+a^2}{ax(a-x)}=$$

$$=\frac{x^2+a^2-x^2+a^2}{ax(a-x)}=\frac{2a^2}{ax(a-x)}=\frac{2a}{x(a-x)}$$

17.- $\frac{3}{2x+4}+\frac{x-1}{2x-4}+\frac{x+8}{x^2-4}=$

Solución:

$$\frac{3}{2(x+2)}+\frac{x-1}{2(x-2)}+\frac{x+8}{(x+2)(x-2)}=\frac{3(x-2)+(x-1)(x+2)+2(x+8)}{2(x+2)(x-2)}=$$

$$=\frac{3x-6+x^2+2x-x-2+2x+16}{2(x^2-4)}=\frac{x^2+6x+8}{2(x^2-4)}=$$

$$=\frac{(x+2)(x+4)}{2(x+2)(x-2)}=\frac{x+4}{2(x-2)}$$

18.- $\frac{1}{x+x^2}+\frac{1}{x-x^2}+\frac{x+3}{1-x^2}=$

Solución:

$$\frac{1}{x(1+x)}+\frac{1}{x(1-x)}+\frac{x+3}{(1+x)(1-x)}=\frac{(1-x)+(1+x)+x(x+3)}{x(1-x^2)}=$$

$$=\frac{2+x^2+3x}{x(1+x)(1-x)}=\frac{(x+1)(x+2)}{x(1+x)(1-x)}=\frac{x+2}{x(1-x)}$$

19.- $\frac{x-y}{x+y}+\frac{x+y}{x-y}+\frac{4xy}{x^2-y^2}=$

Solución:

$$\frac{(x-y)^2+(x+y)^2+4xy}{x^2-y^2}=\frac{x^2-2xy+y^2+x^2+2xy+y^2+4xy}{x^2-y^2}=$$

$$=\frac{2x^2+2y^2+4xy}{(x+y)(x-y)}=\frac{2(x^2+y^2+2xy)}{(x+y)(x-y)}=\frac{2(x+y)^2}{(x+y)(x-y)}=\frac{2(x+y)}{(x-y)}$$

20.- $\frac{1}{a-5}+\frac{a}{a^2-4a-5}+\frac{a+5}{a^2+2a+1}=$

Solución:

$$\frac{1}{a-5}+\frac{a}{(a+1)(a-5)}+\frac{a+5}{(a+1)^2}=\frac{(a+1)^2+a(a+1)+(a+5)(a-5)}{(a-5)(a+1)^2}=$$

$$=\frac{a^2+2a+1+a^2+a+a^2-25}{(a-5)(a+1)^2}=\frac{3a^2+3a-24}{(a-5)(a+1)^2}$$

21.- $\frac{3}{a}+\frac{2}{5a-3}+\frac{1-85a}{25a^2-9}=$

Solución:

$$\frac{3\left(25a^2-9\right)+(a)(5a+3)(2)+a(1-85a)}{a\left(25a^2-9\right)}=\frac{75a^2-27+10a^2+6a+a-85a^2}{a\left(25a^2-9\right)}=$$

$$=\frac{7a-27}{a\left(25a^2-9\right)}$$

22.- $\frac{x+1}{10}+\frac{x-3}{5x-10}+\frac{x-2}{2}=$

Solución:

$$\frac{x+1}{10}+\frac{x-3}{5(x-2)}+\frac{x-2}{2}=\frac{(x+1)(x-2)+(2)(x-3)+5(x-2)^2}{10(x-2)}=$$

$$=\frac{x^2-x-2+2x-6+5x^2-20x+20}{10(x-2)}=\frac{6x^2-19x+12}{10(x-2)}$$

23.- $\frac{x+5}{x^2+x-12}+\frac{x+4}{x^2+2x-15}+\frac{x-3}{x^2+9x+20}=$

Solución:

$$\frac{(x+5)}{(x+4)(x-3)}+\frac{(x+4)}{(x+5)(x-3)}+\frac{(x-3)}{(x+4)(x+5)}=\frac{(x+5)^2+(x+4)^2+(x-3)^2}{(x-3)(x+4)(x+5)}=$$

$$=\frac{(x+5)^2+(x+4)^2+(x-3)^2}{(x-3)(x+4)(x+5)}=\frac{x^2+10x+25+x^2+8x+16+x^2-6x+9}{(x-3)(x+4)(x+5)}=$$

$$=\frac{3x^2+12x+50}{(x-3)(x+4)(x+5)}$$

24.- $\frac{1}{x-2}+\frac{1-2x^2}{x^3-8}+\frac{x}{x^2+2x+4}=$

Solución:

Recordar que $\dfrac{b^3+a^3}{b+a}=b^2-ab+a^2;\dfrac{b^3-a^3}{b-a}=b^2+ab+a^2$

$$\frac{x^3-8}{x-2}=x^2+2x+4\Rightarrow\left(x^3-8\right)=\left(x-2\right)\left(x^2+2x+4\right)$$

Luego:

$$\frac{\left(x^2+2x+4\right)+\left(1-2x^2\right)+x\left(x-2\right)}{x^3-8}=\frac{5}{x^3-8}$$

25.- $\dfrac{2}{\left(a+1\right)}+\dfrac{a}{\left(a+1\right)^2}+\dfrac{a+1}{\left(a+1\right)^3}=$

Solución:

$$\frac{2\left(a+1\right)^2+a\left(a+1\right)+\left(a+1\right)}{\left(a+1\right)^3}=\frac{2\left(a^2+2a+1\right)+a^2+a+a+1}{\left(a+1\right)^3}=$$

$$=\frac{2a^2+4a+2+a^2+a+a+1}{\left(a+1\right)^3}=\frac{3a^2+6a+3}{\left(a+1\right)^3}=\frac{3\left(a^2+2a+1\right)}{\left(a+1\right)^3}=$$

$$=\frac{3\left(a+1\right)^2}{\left(a+1\right)^3}=\frac{3}{a+1}$$

26.- $\dfrac{2x}{3x^2+11x+6}+\dfrac{x+1}{x^2-9}+\dfrac{1}{3x+2}=$

Solución:

Empezaremos por factorizar la siguiente expresión:

$$3x^2+11x+6\Rightarrow\frac{3\times\left(3x^2+11x+6\right)}{3}=\frac{9x^2+11\left(3x\right)+18}{3}=$$

$$=\frac{\left(3x\right)^2+11\left(3x\right)+18}{3}=\frac{\left(3x+2\right)\left(3x+9\right)}{3}$$

Luego:

$$\frac{2x}{\frac{\left(3x+2\right)\left(3x+9\right)}{3}}+\frac{x+1}{x^2-9}+\frac{1}{3x+2}=\frac{6x}{3\left(3x+2\right)\left(x+3\right)}+\frac{x+1}{\left(x+3\right)\left(x-3\right)}+\frac{1}{3x+2}=$$

$$=\frac{2x}{\left(3x+2\right)\left(x+3\right)}+\frac{x+1}{\left(x+3\right)\left(x-3\right)}+\frac{1}{\left(3x+2\right)}=\frac{2x\left(x-3\right)+\left(x+1\right)\left(3x+2\right)+\left(x^2-9\right)}{\left(3x+2\right)\left(x+3\right)\left(x-3\right)}=$$

$$=\frac{2x^2-6x+3x^2+2x+3x+2+x^2-9}{\left(3x+2\right)\left(x+3\right)\left(x-3\right)}=\frac{6x^2-x-7}{\left(3x+2\right)\left(x+3\right)\left(x-3\right)}$$

27.- $\frac{x^2-4}{x^3+1}+\frac{1}{x+1}+\frac{3}{x^2-x+1}=$

Solución:

Recordar que $\frac{b^3+a^3}{b+a}=b^2-ab+a^2;\frac{b^3-a^3}{b-a}=b^2+ab+a^2$

Luego:

$x^3+1=(x+1)(x^2-x+1)$; entonces:

$$\frac{x^2-4+(x^2-x+1)+3(x+1)}{x^3+1}=\frac{x^2-4+x^2-x+1+3x+3}{x^3+1}=$$

$$=\frac{2x^2+2x}{x^3+1}=\frac{2x(x+1)}{x^3+1}=\frac{2x}{x^2-x+1}$$

28.- $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{(x-1)(x+2)}+\frac{(x+1)}{(x-1)(x+2)(x+3)}=$

Solución:

$$\frac{(x+2)(x+3)+(x+3)+(x+1)}{(x-1)(x+2)(x+3)}=\frac{x^2+5x+6+x+3+x+1}{(x-1)(x+2)(x+3)}=$$

$$=\frac{x^2+7x+10}{(x-1)(x+2)(x+3)}=\frac{(x+2)(x+5)}{(x-1)(x+2)(x+3)}=\frac{(x+5)}{(x-1)(x+3)}$$

29.- $\frac{x-2}{2x^2-5x-3}+\frac{x-3}{2x^2-3x-2}+\frac{2x-1}{x^2-5x+6}=$

Solución:

Empezaremos por factorizar cada uno de los denominadores:

(a).-

$$2x^2-5x-3\Rightarrow\frac{2(2x^2-5x-3)}{2}\Rightarrow\frac{(2x)^2-5(2x)-6}{2}=$$

$$=\frac{(2x+1)(2x-6)}{2}=\frac{(2x+1)\,2(x-3)}{2}=(2x+1)(x-3)$$

(b).-

$$2x^2-3x-2 \Rightarrow \frac{2\left(2x^2-3x-2\right)}{2}=\frac{\left(2x\right)^2-3\left(2x\right)-4}{2}=$$
$$=\frac{\left(2x+1\right)\left(2x-4\right)}{2}=\left(2x+1\right)\left(x-2\right)$$

©.-
$$x^2-5x+6=\left(x-2\right)\left(x-3\right)$$

Luego, se puede escribir la expresión original como:

$$\frac{x-2}{\left(2x+1\right)\left(x-3\right)}+\frac{x-3}{\left(2x+1\right)\left(x-2\right)}+\frac{2x-1}{\left(x-2\right)\left(x-3\right)}=\frac{\left(x-2\right)^2+\left(x-3\right)^2+\left(2x+1\right)\left(2x-1\right)}{\left(2x+1\right)\left(x-2\right)\left(x-3\right)}=$$
$$=\frac{x^2-4x+4+x^2-6x+9+4x^2-1}{\left(2x+1\right)\left(x-2\right)\left(x-3\right)}=\frac{6x^2-10x+12}{\left(2x+1\right)\left(x-2\right)\left(x-3\right)}$$

30.- $\dfrac{a-2}{a-1}+\dfrac{a+3}{a+2}+\dfrac{a+1}{a-3}=$

Solución:

$$\frac{\left(a-2\right)\left(a+2\right)\left(a-3\right)+\left(a-1\right)\left(a+3\right)\left(a-3\right)+\left(a+1\right)\left(a-1\right)\left(a+2\right)}{\left(a-1\right)\left(a+2\right)\left(a-3\right)}=$$
$$=\frac{\left(a^2-4\right)\left(a-3\right)+\left(a-1\right)\left(a^2-9\right)+\left(a^2-1\right)\left(a+2\right)}{\left(a-1\right)\left(a+2\right)\left(a-3\right)}=$$
$$=\frac{a^3-3a^2-4a+12+a^3-9a-a^2+9+a^3+2a^2-a-2}{\left(a-1\right)\left(a+2\right)\left(a-3\right)}=$$
$$=\frac{3a^3-2a^2-14a+19}{\left(a-1\right)\left(a+2\right)\left(a-3\right)}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 50.
Tema: Multiplicación de fracciones. (Baldor).
Fecha: ___________
Profesor: Fernando Viso
Nombre del alumno:____
Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

PREGUNTAS:

Ejercicio 132. Simplificar:

1.- $\frac{2a^2}{3b}\times\frac{6b^2}{4a}=$

Solución:

$$\frac{12a^2b^2}{12ab}=ab$$

2.- $\frac{x^2y}{5}\times\frac{10a^3}{3m^2}\times\frac{9m}{x^3}=$

Solución:

$$\left(\frac{90}{15}\right)\times\left(\frac{x^2ya^3m}{m^2x^3}\right)=6\times\left(\frac{ya^3}{mx}\right)=\frac{6a^3y}{mx}$$

3.- $\frac{5x^2}{7y^3}\times\frac{4y^2}{7m^3}\times\frac{14m}{5x^4}=$

Solución:

$$\left(\frac{8}{7}\right)\times\left(\frac{x^2y^2m}{y^3m^3x^4}\right)=\left(\frac{8}{7}\right)\times\left(\frac{1}{ym^2x^2}\right)=\frac{8}{7m^2x^2y}$$

4.- $\frac{5}{a}\times\frac{2a}{b^2}\times\frac{3b}{10}=$

Solución:

$$\left(\frac{30}{10}\right)\times\left(\frac{ab}{ab^2}\right)=\frac{3}{b}$$

5.- $\frac{2x^3}{15a^3}\times\frac{3a^2}{y}\times\frac{5x^2}{7xy^3}=$

Solución:

$$\left(\frac{2}{7}\right)\times\left(\frac{x^3a^2x^2}{a^3yxy^2}\right)=\left(\frac{2}{7}\right)\times\frac{x^4}{ay^3}=\frac{2x^4}{7ay^3}$$

6.- $\left(\frac{7a}{6m^2}\right)\times\left(\frac{3m}{10n^2}\right)\times\left(\frac{5n^4}{14ax}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{1}{8}\right)\times\left(\frac{amn^4}{m^2n^2ax}\right)=\left(\frac{1}{8}\right)\times\left(\frac{n^2}{mx}\right)=\frac{n^2}{8mx}$$

7.- $\left(\frac{2x^2+x}{6}\right)\times\left(\frac{8}{4x+2}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{8}{12}\right)\times\left(\frac{x(2x+1)}{(2x+1)}\right)=\frac{2x}{3}$$

8.- $\left(\frac{5x+25}{14}\right)\times\left(\frac{7x+7}{10x+50}\right)=$

Solución:

$$\frac{5(x+5)}{14}\times\frac{7(x+1)}{10(x+5)}=\left(\frac{1}{4}\right)\times\frac{(x+5)(x+1)}{(x+5)}=\frac{x+1}{4}$$

9.- $\frac{m+n}{mn-n^2}\times\frac{n^2}{m^2-n^2}=$

Solución:

$$\frac{m+n}{m^2-n^2}\times\frac{n^2}{n(m-n)}=\frac{n}{(m-n)^2}=\frac{n}{m^2-2mn+n^2}$$

10.- $\dfrac{xy-2y^2}{x^2+xy}\times\dfrac{x^2+2xy+y^2}{x^2-2xy}=$

Solución:

$$\frac{y(x-2y)}{x(x+y)}\times\frac{(x+y)^2}{x(x-2y)}=\frac{y(x+y)}{x^2}=\frac{y^2+xy}{x^2}$$

11.- $\dfrac{x^2-4xy+4y^2}{x^2+2xy}\times\dfrac{x^2}{x^2-4y^2}=$

Solución:

$$\frac{(x-2y)^2}{x(x+2y)}\times\frac{x^2}{(x+2y)(x-2y)}=\frac{x(x-2y)}{(x+2y)^2}=\frac{x^2-2xy}{x^2+4xy+4y^2}$$

12.- $\dfrac{2x^2+2x}{2x^2}\times\dfrac{x^2-3x}{x^2-2x-3}=$

Solución:

$$\frac{2x(x+1)}{2x^2}\times\frac{x(x-3)}{(x+1)(x-3)}=\frac{2x^2}{2x^2}=1$$

13.- $\dfrac{a^2-ab+a-b}{a^2+2a+1}\times\dfrac{3}{6a^2-6ab}=$

Solución:

$$\frac{a(a-b)+(a-b)}{a^2+2a+1}\times\frac{3}{6a(a-b)}=\frac{(a-b)(a+1)}{(a+1)^2}\times\frac{3}{6a(a-b)}=$$

$$=\frac{1}{2a(a+1)}=\frac{1}{2a^2+2a}$$

14.- $\dfrac{(x-y)^3}{x^3-1}\times\dfrac{x^2+x+1}{(x-y)^2}=$

Solución:

Recordar que $x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)$; luego:

$$\frac{(x-y)^3}{(x-y)^2}\times\frac{(x^2+x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}=\frac{(x-y)}{(x-1)}$$

15.- $\dfrac{2a-2}{2a^2-50}\times\dfrac{a^2-4a-5}{3a+3}=$

Solución:

$$\frac{2(a-1)}{2(a^2-25)}\times\frac{(a-5)(a+1)}{3(a+1)}=\frac{(a-1)}{(a+5)(a-5)}\times\frac{(a-5)}{3}=$$

$$=\frac{(a-1)}{3(a+5)}=\frac{a-1}{3a+15}$$

16.- $\frac{2x^2-3x-2}{6x+3}\times\frac{3x+6}{x^2-4}=$

Solución:

En primer lugar encontraremos las factorizaciones requeridas:

$$2x^2-3x-2=\frac{2(2x^2-3x-2)}{2}=\frac{(2x)^2-3(2x)-4}{2}=$$

$$=\frac{(2x+1)(2x-4)}{2}=(2x+1)(x-2)$$

Luego:

$$\frac{(2x+1)(x-2)}{3(2x+1)}\times\frac{3(x+2)}{(x+2)(x-2)}=\frac{(x+2)}{(x+2)}=1$$

17.- $\frac{y^2+9y+18}{y-5}\times\frac{5y-25}{5y+15}=$

Solución:

$$\frac{(y+3)(y+6)}{y-5}\times\frac{5(y-5)}{5(y+3)}=(y+6)$$

18.- $\frac{x^3+2x^2-3x}{4x^2+8x+3}\times\frac{2x^2+3x}{x^2-x}=$

Solución:

$$\frac{x(x^2+2x^2-3)}{4x^2+8x+3}\times\frac{x(2x+3)}{x(x-1)}=$$

Factorizaciones:

(a).-

$$4x^2+8x+3=\frac{4(4x^2+8x+3)}{4}=\frac{(4x)^2+8(4x)+12}{4}=$$

$$=\frac{(4x+2)(4x+6)}{4}=(2x+1)(2x+3)$$

(b).-

$$x^2+2x-3=(x+3)(x-1)$$

Luego:

$$\frac{x(x+3)(x-1)}{(2x+1)(2x+3)}\times\frac{x(2x+3)}{x(x-1)}=\frac{x(x+3)}{(2x+1)}=\frac{x^2+3x}{(2x+1)}$$

19.- $\dfrac{x^3-27}{a^3-1}\times\dfrac{a^2+a+1}{x^2+3x+9}=$

Soluciones:

Primero se harán las factorizacfiones:

(a).-

$x^3-27=(x-3)(x^2+3x+9)$

(b).-

$a^3-1=(a-1)(a^2+a+1)$

Entonces:

$$\frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{(a-1)(a^2+a+1)}\times\frac{a^2+a+1}{x^2+3x+9}=\frac{x-3}{a-1}$$

20.- $\dfrac{a^2+4ab+4b^2}{3}\times\dfrac{2a+4b}{(a+2b)^3}=$

Solución:

$$\frac{(a+2b)^2}{3}\times\frac{2(a+2b)}{(a+2b)^3}=\frac{2}{3}\times\frac{(a+2b)^3}{(a+2b)^3}=\frac{2}{3}$$

21.- $\dfrac{1-x}{a+1}\times\dfrac{a^2+a}{x-x^2}\times\dfrac{x^2}{a}=$

Solución:

$$\frac{1-x}{a+1}\times\frac{a(a+1)}{x(1-x)}\times\frac{x^2}{a}=\frac{x^2}{x}=x$$

22.- $\dfrac{x^2+2x}{x^2-16}\times\dfrac{x^2-2x-8}{x^3+x^2}\times\dfrac{x^2+4x}{x^2+4x+4}=$

Solución:

$$\frac{x(x+2)}{(x+4)(x-4)}\times\frac{(x-4)(x+2)}{x^2(x+1)}\times\frac{x(x+4)}{(x+2)^2}=\frac{1}{x+1}$$

23.- $\dfrac{(m+n)^2-x^2}{(m+x)^2-n^2}\times\dfrac{(m-n)^2-x^2}{m^2+mn-mx}=$

Solución:

$$\frac{(m+n+x)(m+n-x)}{(m+x+n)(m+x-n)}\times\frac{(m-n+x)(m-n-x)}{m(m+n-x)}=\frac{m-n-x}{m}$$

24.- $\dfrac{2a^3+2ab^2}{2ax^2-2ax}\times\dfrac{x^3-x}{a^2x+b^2x}\times\dfrac{x}{x+1}=$

Solución:

$$\frac{2a\left(a^2+b^2\right)}{2ax\left(x-1\right)}\times\frac{x\left(x^2-1\right)}{x\left(a^2+b^2\right)}\times\frac{x}{x+1}=1$$

25.- $\dfrac{a^2-5a+6}{3a-15}\times\dfrac{6a}{a^2-a-30}\times\dfrac{a^2-25}{2a-4}=$

Solución:

$$\frac{\left(a-2\right)\left(a-3\right)}{3\left(a-5\right)}\times\frac{6a}{\left(a-6\right)\left(a+5\right)}\times\frac{\left(a+5\right)\left(a-5\right)}{2\left(a-2\right)}=\frac{a\left(a-3\right)}{\left(a-6\right)}=\frac{a^2-3a}{\left(a-6\right)}$$

26.- $\dfrac{x^2-3xy-10y^2}{x^2-2xy-8y^2}\times\dfrac{x^2-16y^2}{x^2+4xy}\times\dfrac{x^2-6xy}{x+2y}=$

Solución:

$$\frac{\left(x-5y\right)\left(x+2y\right)}{\left(x-4y\right)\left(x+2y\right)}\times\frac{\left(x+4y\right)\left(x-4y\right)}{x\left(x+4y\right)}\times\frac{x\left(x-6y\right)}{x+2y}=$$

$$=\frac{\left(x-5y\right)\left(x-6y\right)}{x+2y}=\frac{x^2-11xy+30y^2}{x+2y}$$

27.- $\dfrac{x^2+4ax+4a^2}{3ax-6a^2}\times\dfrac{2ax-4a^2}{ax+a}\times\dfrac{6a+6x}{x^2+3ax+2a^2}=$

Solución:

$$\frac{\left(x+2a\right)^2}{3a\left(x-2a\right)}\times\frac{2a\left(x-2a\right)}{a\left(x+1\right)}\times\frac{6\left(a+x\right)}{\left(x+a\right)\left(x+2a\right)}=\frac{4\left(x+2a\right)}{a\left(x+1\right)}=\frac{4x+8a}{ax+a}$$

28.- $\dfrac{a^2-81}{2a^2+10a}\times\dfrac{a+11}{a^2-36}\times\dfrac{2a-12}{2a+18}\times\dfrac{a^3+5a^2}{2a+22}=$

Solución:

$$\frac{\left(a+9\right)\left(a-9\right)}{2a\left(a+5\right)}\times\frac{a+11}{\left(a+6\right)\left(a-6\right)}\times\frac{2\left(a-6\right)}{2\left(a+9\right)}\times\frac{a^2\left(a+5a\right)}{2\left(a+11\right)}=$$

$$=\frac{a\left(a-9\right)}{4\left(a+6\right)}=\frac{a^2-9a}{4a+24}$$

29.- $\dfrac{a^2+7a+10}{a^2-6a-7}\times\dfrac{a^2-3a-4}{a^2+2a-15}\times\dfrac{a^3-2a^2-3a}{a^2-2a-8}=$

Solución:

$$\frac{(a+2)(a+5)}{(a-7)(a+1)}\times\frac{(a-4)(a+1)}{(a+5)(a-3)}\times\frac{a(a-3)(a+1)}{(a-4)(a+2)}=\frac{a(a+1)}{(a-7)}=\frac{a^2+a}{a-7}$$

30.- $\frac{x^4+27x}{x^3-x^2+x}\times\frac{x^4+x}{x^4-3x^3+9x^2}\times\frac{1}{x(x+3)^2}\times\frac{x^2}{x-3}=$

Solución:

Recordar que:

$$(x^3+27)=(x+3)(x^2-3x+9)$$

$$(x^3+1)=(x+1)(x^2-x+1)$$

$$\frac{x(x^3+27)}{x(x^2-x+1)}\times\frac{x(x^3+1)}{x^2(x^2-3x+9)}\times\frac{1}{x(x+3)^2}\times\frac{x^2}{x-3}=$$

$$\frac{(x+3)(x^2-3x+9)}{(x^2-x+1)}\times\frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x(x^2-3x+9)}\times\frac{1}{x(x+3)^2}\times\frac{x^2}{(x-3)}=$$

$$=\frac{(x+1)}{(x+3)(x-3)}=\frac{x+1}{x^2-9}$$

Ejercicio 133. Simplificar:

1.- $\left(a+\frac{a}{b}\right)\left(a-\frac{a}{b+1}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{ab+a}{b}\right)\left(\frac{ab+a-a}{b+1}\right)=\frac{(ab+a)(ab)}{b(b+1)}=\frac{a^2b^2+a^2b}{b^2+b}=\frac{a^2(b^2+b)}{(b^2+b)}=a^2$$

2.- $\left(x-\frac{2}{x+1}\right)\left(x+\frac{1}{x+2}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{x^2+x-2}{x+1}\right)\left(\frac{x^2+2x+1}{x+2}\right)=\frac{(x+2)(x-1)(x+1)^2}{(x+1)(x+2)}=(x+1)(x+1)=x^2-1$$

3.- $\left(1-\frac{x}{a+x}\right)\left(1+\frac{x}{a}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{a+x-x}{a+x}\right)\left(\frac{a+x}{a}\right)=\left(\frac{a}{a+x}\right)\left(\frac{a+x}{a}\right)=1$$

4.- $\left(a+\frac{ab}{a-b}\right)\left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{a^2-ab+ab}{a-b}\right)\left(\frac{a^2-b^2}{a^2}\right)=\left(\frac{a^2}{a-b}\right)\left(\frac{a^2-b^2}{a^2}\right)=\frac{(a-b)(a+b)}{a-b}=a+b$$

5.- $\left(x+2-\frac{12}{x+1}\right)\left(x-2+\frac{10-3x}{x+5}\right)=$

Solución:

$$\left[\frac{(x+2)(x+1)-12}{x+1}\right]\times\left[\frac{(x-2)(x+5)+10-3x}{x+5}\right]=$$

$$=\left(\frac{x^2+3x+2-12}{x+1}\right)\left(\frac{x^2+3x-10+10-3x}{(x+5)}\right)=\left(\frac{x^2+3x-10}{x+1}\right)\left(\frac{x^2}{x+5}\right)=$$

$$\frac{x^2(x+5)(x-2)}{(x+1)(x+5)}=\frac{x^2(x-2)}{x+1}=\frac{x^3-2x^2}{x+1}$$

6.- $\left(1+\frac{x}{y}\right)\left(x-\frac{x^2}{x+y}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{y+x}{y}\right)\left(\frac{x^2+xy-x^2}{x+y}\right)=\frac{xy}{y}=x$$

7.- $\left(a+x-\frac{ax+x^2}{a+2x}\right)\times\left(1+\frac{x}{a+x}\right)=$

Solución:

$$\left(a+x-\frac{ax+x^2}{a+2x}\right)\times\left(1+\frac{x}{a+x}\right)==\left[\frac{(a+x)(a+2x)-x(a+x)}{a+2x}\right]\times\left(\frac{a+x+x}{a+x}\right)=$$

$$=\left[\frac{(a+x)(a+2x-x)}{a+2x}\right]\left(\frac{a+2x}{a+x}\right)=\frac{(a+x)^2}{(a+2x)}\times\frac{(a+2x)}{(a+x)}=a+x$$

8.- $\left(x-\frac{x^3-6x}{x^2-25}\right)\times\left(x+1-\frac{8}{x+3}\right)=$

Solución:

$$\left(x-\frac{x^3-6x}{x^2-25}\right)\times\left(x+1-\frac{8}{x+3}\right)=-\left(\frac{x^3-25x-x^3+6x}{(x+5)(x-5)}\right)\times\left[\frac{(x+1)(x+3)-8}{x+3}\right]=$$

$$=\left(\frac{-19x}{(x+5)(x-5)}\right)\times\left(\frac{x^2+4x+3-8}{x+3}\right)=\left[\frac{-19x}{(x+5)(x-5)}\right]\times\left(\frac{x^2+4x-5}{x+3}\right)=$$

$$\left[\frac{-19x}{(x+5)(x-5)}\right]\times\left[\frac{(x+5)(x-1)}{x+3}\right]==\frac{-19x(x-1)}{(x-5)(x+3)}=\frac{19x-19x^2}{x^2-2x-15}$$

9.- $\left(m-\frac{mn}{m+n}\right)\times\left(1+\frac{n^3}{m^3}\right)=$

Solución:

$$\left(m-\frac{mn}{m+n}\right)\times\left(1+\frac{n^3}{m^3}\right)=\left(\frac{m^2+mn-mn}{m+n}\right)\left(\frac{m^3+n^3}{m^3}\right)=$$

$$=\left(\frac{m^2}{m+n}\right)\times\left[\frac{(m+n)\left(m^2-mn+n^2\right)}{m^3}\right]=\frac{m^2-mn+n^2}{m}$$

10.- $\left(a+2x-\frac{14x^2}{2a+x}\right)\times\left(a-x+\frac{a^2+5x^2}{a+4x}\right)=$

Solución:

$$\left(a+2x-\frac{14x^2}{2a+x}\right)\times\left(a-x+\frac{a^2+5x^2}{a+4x}\right)=$$

$$=\left[\frac{(a+2x)(2a+x)-14x^2}{(2a+x)}\right]\times\left[\frac{(a-x)(a+4x)+a^2+5x^2}{(a+4x)}\right]=$$

$$=\left(\frac{2a^2+ax+4ax+2x^2-14x^2}{2a+x}\right)\times\left(\frac{a^2+4ax-ax-4x^2+a^2+5x^2}{a+4x}\right)=$$

$$=\left(\frac{2a^2+5ax-12x^2}{2a+x}\right)\times\left(\frac{2a^2+3ax+x^2}{a+4x}\right)=$$

a).-

$$2a^2+5ax-12x^2=\frac{2}{2}\left(2a^2+5ax-12x^2\right)=$$

$$=\frac{(2a)^2+5x(2a)-24x^2}{2}=\frac{\left[(2a)-3x\right]\times\left[(2a)+8x\right]}{2}=(2a-3x)(a+4x)$$

b).-

$$2a^2+3ax+x^2=\frac{2}{2}\left(2a^2+3ax+x^2\right)=\frac{(2a)^2+3x(2a)+2x^2}{2}=$$

$$=\frac{\left[(2a)+x\right]\times\left[(2a)+2x\right]}{2}=(2a+x)(a+x)$$

Luego:

$$\left[\frac{(2a-3x)(a+4x)}{(2a+x)}\right]\times\left[\frac{(2a+x)(a+x)}{(a+4x)}\right]=$$

$$=(2a-3x)(a+x)=2a^2+2ax-3ax-3x^2=2a^2-ax-3x^2$$

11.- $\left(1+\frac{a}{b}\right)\left(1-\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{b^2}{a^2-b^2}\right)=$

Solución:

$$\left(1+\frac{a}{b}\right)\left(1-\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{b^2}{a^2-b^2}\right)=\left(\frac{a+b}{b}\right)\left(\frac{a-b}{b}\right)\left(\frac{a^2-b^2+b^2}{a^2-b^2}\right)=\frac{a^2}{ab}=\frac{a}{b}$$

12.- $\left(2+\frac{2}{x+1}\right)\left(3-\frac{6}{x+2}\right)\left(1+\frac{1}{x}\right)=$

Solución:

$$\left(2+\frac{2}{x+1}\right)\left(3-\frac{6}{x+2}\right)\left(1+\frac{1}{x}\right)=\left(\frac{2x+2+2}{x+1}\right)\left(\frac{3x+6-6}{x+2}\right)\left(\frac{x+1}{x}\right)=$$

$$=\left[\frac{2(x+2)}{x+1}\right]\times\left[\frac{3x}{x+2}\right]\left(\frac{x+1}{x}\right)=6$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 49.

Tema: Operaciones con fracciones. Suma y Resta Combinadas. (Baldor).

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

PREGUNTAS:

Ejercicio 130. Simplificar:

1.- $\frac{2}{x-3}+\frac{3}{x+2}-\frac{4x-7}{x^2-x-6}=$

Solución:

$$\frac{2}{x-3}+\frac{3}{x+2}-\frac{4x-7}{(x-3)(x+2)}=\frac{2(x+2)+3(x-3)-4x+7}{(x-3)(x+2)}=$$

$$=\frac{2x+4+3x-9-4x+7}{(x-3)(x+2)}=\frac{x+2}{(x-3)(x+2)}=\frac{1}{(x-3)}$$

2.- $\frac{a}{3a+6}-\frac{1}{6a+12}+\frac{a+12}{12a+24}=$

Solución:

$$\frac{a}{3(a+2)}-\frac{1}{6(a+2)}+\frac{a+12}{12(a+2)}=\frac{a(4)-2+a+12}{12(a+2)}=$$

$$=\frac{5a+10}{12(a+2)}=\frac{5(a+2)}{12(a+2)}=\frac{5}{12}$$

3.- $\frac{x}{x^2+1}+\frac{1}{3x}-\frac{1}{x^2}=$

Solución:

$$\frac{(3x^2)(x)+x(x^2+1)-3(x^2+1)}{3x^2(x^2+1)}=\frac{3x^3+x^3+x-3x^2-3}{3x^2(x^2+1)}=$$

$$=\frac{4x^3-3x^2+x-3}{3x^2(x^2+1)}$$

4.- $\frac{a+3}{a^2-1}+\frac{a-1}{2a+2}+\frac{a-4}{4a-4}=$

Solución:

$$\frac{a+3}{(a+1)(a-1)}+\frac{a-1}{2(a+1)}+\frac{a-4}{4(a-1)}=\frac{4(a+3)+2(a-1)^2+(a+1)(a-4)}{4(a-1)(a+1)}=$$

$$=\frac{4a+12+2a^2-4a+2+a^2-4a+a-4}{4(a-1)(a+1)}=\frac{3a^2-3a+10}{4(a^2-1)}$$

5.- $\frac{a-b}{a^2+ab}+\frac{a+b}{ab}-\frac{a}{ab+b^2}=$

Solución:

$$\frac{a-b}{a(a+b)}+\frac{(a+b)}{ab}-\frac{a}{b(a+b)}=\frac{b(a-b)+(a+b)^2-a^2}{ab(a+b)}=$$

$$=\frac{ab-b^2+a^2+2ab+b^2-a^2}{ab(a+b)}=\frac{3ab}{ab(a+b)}=\frac{3}{(a+b)}$$

6.- $\frac{x-y}{x+y}-\frac{x+y}{x-y}+\frac{4x^2}{x^2-y^2}=$

Solución:

$$\frac{(x-y)^2-(x+y)^2+4x^2}{x^2-y^2}=\frac{x^2-2xy+y^2-x^2-2xy-y^2+4x^2}{x^2-y^2}=$$

$$=\frac{4x^2-4xy}{(x+y)(x-y)}=\frac{4x(x-y)}{(x+y)(x-y)}=\frac{4x}{x+y}$$

7.- $\frac{x}{a^2-ax}+\frac{1}{a}+\frac{1}{x}=$

Solución:

$$\frac{x}{a(a-x)}+\frac{1}{a}+\frac{1}{x}=\frac{x^2+x(a-x)+a(a-x)}{ax(a-x)}=$$

$$=\frac{x^2+ax-x^2+a^2-ax}{ax(a-x)}=\frac{a^2}{ax(a-x)}=\frac{a}{x(a-x)}$$

8.- $\frac{x+1}{x^2-x-20}-\frac{x+4}{x^2-4x-5}+\frac{x+5}{x^2+5x+4}=$

Solución:

$$\frac{x+1}{(x+4)(x-5)}-\frac{x+4}{(x+1)(x-5)}+\frac{x+5}{(x+1)(x+4)}=$$

$$=\frac{(x+1)^2-(x+4)^2+(x^2-25)}{(x+1)(x+4)(x-5)}=\frac{x^2+2x+1-x^2-8x-16+x^2-25}{(x+1)(x+4)(x-5)}=$$

$$=\frac{x^2-6x-40}{(x+1)(x+4)(x-5)}=\frac{(x+4)(x-10)}{(x+1)(x+4)(x-5)}=\frac{x-10}{(x+1)(x-5)}$$

9.- $\frac{2x+1}{12x+8}-\frac{x^2}{6x^2+x-2}+\frac{2x}{16x-8}=$

Solución:

Se debe empezar por factorizar la expresión: $6x^2+x-2$:

$$\frac{6(6x^2+x-2)}{6}=\frac{(6x)^2+(6x)-12}{6}=\frac{(6x-3)(6x+4)}{6}=(2x-1)(3x+2)$$

Luego:

$$\frac{(2x+1)}{4(3x+2)}-\frac{x^2}{(2x-1)(3x+2)}+\frac{2x}{8(2x-1)}=\frac{2(4x^2-1)-8x^2+2x(3x+2)}{8(2x-1)(3x+2)}=$$

$$=\frac{8x^2-2-8x^2+6x^2+4x}{8(2x-1)(3x+2)}=\frac{6x^2+4x-2}{8(2x-1)(3x+2)}=\frac{3x^2+2x-1}{4(2x-1)(3x+2)}$$

10.- $\frac{1}{ax}-\frac{1}{a^2+ax}+\frac{1}{a+x}=$

Solución:

$$\frac{1}{ax}-\frac{1}{a(a+x)}+\frac{1}{(a+x)}=\frac{(a+x)-x+ax}{ax(a+x)}=\frac{a+ax}{ax(a+x)}=$$
$$=\frac{a(1+x)}{ax(a+x)}=\frac{1+x}{x(a+x)}$$

11.- $\frac{1}{x+y}-\frac{1}{x-y}+\frac{2y}{x^2+y^2}=$

Solución:

$$(x+y)(x-y)=x^2-y^2 \Rightarrow (x^2-y^2)(x^2+y^2)=x^4-y^4$$

$$\frac{(x-y)(x^2+y^2)-(x+y)(x^2+y^2)+2y(x^2-y^2)}{x^4-y^4}=$$
$$=\frac{(x^2+y^2)(-2y)+2y(x^2-y^2)}{x^4-y^4}=\frac{-4y^3}{x^4-y^4}=\frac{4y^3}{y^4-x^4}$$

12.- $\frac{a-1}{3a+3}-\frac{a-2}{6a-6}+\frac{a^2+2a-6}{9a^2-9}=$

Solución:

Ver página siguiente

$$\frac{a-1}{3(a+1)}-\frac{a-2}{6(a-1)}+\frac{a^2+2a-6}{9(a+1)(a-1)}=\frac{6(a-1)^2-3(a-2)(a+1)+2(a^2+2a-6)}{18(a+1)(a-1)}=$$
$$=\frac{6(a^2-2a+1)-3(a^2-a-2)+2(a^2+2a-6)}{18(a+1)(a-1)}=\frac{6a^2-12a+6-3a^2+3a+6+2a^2+4a-12}{}=$$
$$=\frac{5a^2-5a}{18(a+1)(a-1)}=\frac{5a(a-1)}{18(a+1)(a-1)}=\frac{5a}{18(a+1)}$$

13.- $\frac{1}{a^2+2a-4}+\frac{2}{a^2-2a-8}-\frac{3}{a^2+8a+12}=$

Solución:

$$\frac{1}{(a-4)(a+6)}+\frac{2}{(a-4)(a+2)}-\frac{3}{(a+2)(a+6)}=\frac{(a+2)+2(a+6)-3(a-4)}{(a-4)(a+2)(a+6)}=$$

$$=\frac{a+2+2a+12-3a+12}{(a-4)(a+2)(a+6)}=\frac{26}{(a-4)(a+2)(a+6)}$$

14.- $\frac{x+y}{xy}-\frac{x+2y}{xy+y^2}+\frac{y}{x^2+xy}=$

Solución:

$$\frac{x+y}{xy}-\frac{x+2y}{xy+y^2}-\frac{y}{x^2+xy}=\frac{x+y}{xy}-\frac{x+2y}{y(x+y)}-\frac{y}{x(x+y)}=$$

$$=\frac{(x+y)^2-x(x+2y)-y(y)}{xy(x+y)}=\frac{x^2+2xy+y^2-x^2-2xy-y^2}{xy(x+y)}=$$

$$=\frac{0}{xy(x=y)}=0$$

15.- $\frac{a^3}{a^3+1}+\frac{a+3}{a^2-a+1}-\frac{a-1}{a+1}=$

Solución:

Recordar que $x^3-y^3=(x+y)\left(x^2-xy+y^2\right)\Rightarrow a^3+1=(a+1)\left(a^2-x+1\right)$

$$\frac{a^3+(a+3)(a+1)-(a-1)\left(a^2-a+1\right)}{a^3+1}=\frac{a^3+a^2+4a+3-a^3+a^2-a+a^2-a+1}{a^3+1}=$$

$$=\frac{3a^2+2a+4}{a^3+1}$$

16.- $\frac{1}{x-1}+\frac{2x}{x^2-1}-\frac{3x^2}{x^3-1}=$

Solución:

Recordar que $x^3-1=(x-1)\left(x^2+x+1\right)$

Luego:

$$\frac{(x+1)\left(x^2+x+1\right)+2x\left(x^2+x+1\right)-\left(3x^2\right)(x+1)}{(x+1)(x-1)\left(x^2+x+1\right)}=$$

$$=\frac{x^3+x^2+x+x^2+x+1+2x^3+2x^2+2x-3x^3-3x^2}{(x+1)(x-1)\left(x^2+x+1\right)}=\frac{x^2+4x+1}{\left(x^2-1\right)\left(x^3-1\right)}$$

17.- $\frac{a+b}{a^2-ab+b^2}-\frac{1}{a+b}+\frac{3a^2}{a^3+b^3}=$

Solución:

Recordar que $a^3+b^3=\left(a+b\right)\left(a^2-ab+b^2\right)$

Luego:

$$\frac{\left(a+b\right)}{\left(a^2-ab+b^2\right)}-\frac{1}{\left(a+b\right)}+\frac{3a^2}{\left(a+b\right)\left(a^2-ab+b^2\right)}=\frac{\left(a+b\right)^2-\left(a^2-ab+b^2\right)+3a^2}{\left(a+b\right)\left(a^2-ab+b^2\right)}=$$

$$=\frac{a^2+2ab+b^2-a^2+ab-b^2+3a^2}{\left(a+b\right)\left(a^2-ab+b^2\right)}=\frac{3a^2+3ab}{\left(a+b\right)\left(a^2-ab+b^2\right)}=\frac{3a\left(a+b\right)}{\left(a+b\right)\left(a^2-ab+b^2\right)}=\frac{3a}{\left(a^2-ab+b^2\right)}$$

18.- $\frac{2}{x-2}+\frac{2x+3}{x^2+2x+4}-\frac{6x+12}{x^3-8}=$

Solución:

$x^3-8=x^3-\left(2\right)^3=\left(x-2\right)\left(x^2+2x+4\right)$

Luego:

Ver página siguiente:

$$\frac{\left(2\right)\left(x^2+2x+4\right)+\left(2x+3\right)\left(x-2\right)-6x-12}{\left(x-2\right)\left(x^2+2x+4\right)}=\frac{2x^2+4x+8+2x^2-4x+3x-6-6x-12}{\left(x-2\right)\left(x^2+2x+4\right)}=$$

$$=\frac{4x^2-3x-10}{\left(x-2\right)\left(x^2+2x+4\right)}\Rightarrow\left\{\frac{4\left(4x^2-3x-10\right)}{4}=\frac{\left(4x\right)^2-3\left(4x\right)-40}{4}=\frac{\left(4x+5\right)\left(4x-8\right)}{4}=\left(4x+5\right)\left(x-2\right)\right\}\Rightarrow$$

$$\frac{4x^2-3x-10}{\left(x-2\right)\left(x^2+2x+4\right)}=\frac{\left(4x+5\right)\left(x-2\right)}{\left(x-2\right)\left(x^2+2x+4\right)}=\frac{4x+5}{x^2+2x+4}$$

19.- $\frac{3x+2}{x^2+3x-10}-\frac{5x+1}{x^2+4x-5}+\frac{4x-1}{x^2=3x+2}=$

Solución:

$$\frac{3x+2}{\left(x-2\right)\left(x+5\right)}-\frac{5x+1}{\left(x-1\right)\left(x+5\right)}+\frac{4x-1}{\left(x-1\right)\left(x-2\right)}=\frac{\left(3x+2\right)\left(x-1\right)-\left(5x+1\right)\left(x-2\right)+\left(4x-1\right)\left(x+5\right)}{\left(x-1\right)\left(x-2\right)\left(x+5\right)}=$$

$$=\frac{3x^2-3x+2x-2-5x^2+10x-x+2+4x^2+20x-x-5}{\left(x-1\right)\left(x-2\right)\left(x+5\right)}=\frac{2x^2+27x-5}{\left(x-1\right)\left(x-2\right)\left(x+5\right)}$$

20.- $\frac{1}{\left(n-1\right)^2}+\frac{1}{\left(n-1\right)}-\frac{1}{\left(n-1\right)^3}-\frac{1}{n}=$

Solución:

$$\frac{n(n-1)+n(n-1)^2-n-(n-1)^3}{n(n-1)^3}=\frac{n^2-n+n(n^2-2n+1)-n-(n^3-3n^2+3n-1)}{n(n-1)^3}=$$

$$=\frac{n^2-n+n^3-2n^2+n-n-n^3+3n^2-3n+1}{n(n-1)^3}=\frac{2n^2-4n+1}{n(n-1)^3}$$

21.- $\frac{1}{a^2+5}-\frac{a^2-5}{(a^2+5)^2}+\frac{a^2+5}{(a^4-25)}=$

Solución:

Ver página siguiente:

$$\frac{1}{a^2+5}-\frac{a^2-5}{(a^2+5)^2}+\frac{a^2+5}{(a^2+5)(a^2-5)}=\frac{1}{a^2+5}-\frac{a^2-5}{(a^2+5)^2}+\frac{1}{a^2-5}=$$

$$=\frac{(a^2+5)(a^2-5)-(a^2-5)^2+(a^2+5)^2}{(a^2+5)^2(a^2-5)}=\frac{a^4-25-a^4+10a^2-25+a^4+10a^2+25}{(a^2+5)^2(a^2-5)}=$$

$$=\frac{a^4+20a^2-25}{(a^2+5)^2(a^2-5)}$$

22.- $\frac{1-x^2}{9-x^2}-\frac{x^2}{9+6x+x^2}-\frac{6x}{9-6x+x^2}=$

Solución:

$$\frac{1-x^2}{(3-x)(3+x)}-\frac{x^2}{(3+x)^2}-\frac{6x}{(3-x)^2}=\frac{(1-x^2)(9-x^2)-x^2(3-x)^2-6x(3+x)^2}{(3+x)^2(3-x)^2}=$$

$$=\frac{9-x^2-9x^2+x^4-x^2(9-6x+x^2)-6x(9+6x+x^2)}{(3+x)^2(3-x)^2}=\frac{9-10x^2+x^4-9x^2+6x^3-x^4-54x-36x^2-6x^3}{(3+x)^2(3-x)^2}=$$

$$=\frac{-55x^2-54x+9}{(3+x)^2(3-x)^2}$$

23.- $\frac{x}{2x+2}-\frac{x+1}{3x-3}+\frac{x-1}{6x+6}-\frac{5}{18x-18}=$

Solución:

$$\frac{x}{2(x+1)}-\frac{x+1}{3(x-1)}+\frac{x-1}{6(x+1)}-\frac{5}{18(x-1)}=\frac{9x(x-1)-6(x+1)^2+3(x-1)^2-5(x+1)}{18(x-1)(x+1)}=$$

$$=\frac{9x^2-9x-6x^2-12x-6+3x^2-6x+3-5x-5}{18(x-1)(x+1)}=\frac{6x^2-32x-8}{18(x-1)(x+1)}=\frac{3x^2-16x-4}{9(x-1)(x+1)}$$

24.- $\dfrac{a+2}{2a+2}-\dfrac{7a}{8a^2-8}-\dfrac{a-3}{4a-4}=$

Solución:

$$\frac{a+2}{2(a+1)}-\frac{7a}{8(a^2-1)}-\frac{a-3}{4(a-1)}=\frac{4(a+2)(a-1)-7a-2(a-3)(a+1)}{8(a+1)(a-1)}=$$

$$\frac{4(a^2+a-2)-7a-2(a^2-2a-3)}{8(a-1)(a+1)}=\frac{4a^2+4a-8-7a-2a^2+4a+6}{8(a-1)(a-2)}=$$

$$=\frac{2a^2+a-2}{8(x^2-1)}$$

25.- $\dfrac{a-3}{20a+10}+\dfrac{2a+5}{40a+20}-\dfrac{4a-1}{60a+30}=$

Solución:

$$\frac{a-3}{10(2a+1)}+\frac{2a+5}{20(2a+1)}-\frac{4a-1}{30(2a+1)}=\frac{6(a-3)+3(2a+5)-(4a-1)}{60(2a+1)}=$$

$$=\frac{6a-18+6a+15-4a+1}{60(2a+1)}=\frac{8a-2}{60(2a+1)}=\frac{2(4a-1)}{60(2a+1)}=\frac{4a-1}{30(2a+1)}$$

26.- $\dfrac{2}{2x^2+5x+3}-\dfrac{1}{2x^2-x-6}+\dfrac{3}{x^2-x-2}=$

Solución:

En primer lugar, se deben hacer las factorizaciones de cada uno de los denominadores:

(a).-

$$2x^2+5x+3=\frac{2(2x^2+5x+3)}{2}=\frac{(2x)^2+5(2x)+6}{2}=\frac{(2x+2)(2x+3)}{2}=$$
$$=(x+1)(2x+3)$$

(b).- $$2x^2-x-6=\frac{2(2x^2-x-6)}{2}=\frac{(2x)^2-(2x)-12}{2}=\frac{(2x-4)(2x+3)}{2}=$$
$$=(x-2)(2x+3)$$

©.- $x^2-x-2=(x-2)(x+1)$

Luego:

$$\frac{2}{(x+1)(2x+3)}-\frac{1}{(x-2)(2x+3)}+\frac{3}{(x-2)(x+1)}=\frac{2(x-2)-(x+1)+3(2x+3)}{(x-2)(x+1)(2x+3)}=$$

$$=\frac{2x-4-x-1+6x+9}{(x-2)(x+1)(2x+3)}=\frac{7x+4}{(x-2)(x+1)(2x+3)}$$

27.- $\dfrac{a-1}{a-2}-\dfrac{a-2}{a+3}+\dfrac{1}{a-1}=$

Solución:

$$\frac{(a-1)^2(a+3)-(a-2)^2(a-1)+(a-2)(a+3)}{(a-1)(a-2)(a+3)}=\frac{\left(a^2-2a+1\right)(a+3)-\left(a^2-4a+4\right)(a-1)+\left(a^2+a-6\right)}{(a-1)(a-2)(a+3)}=$$

$$=\frac{a^3+3a^2-2a^2-6a+a+3-a^3+a^2+4a^2-4a-4a+4+a^2+a-6}{(a-1)(a-2)(a+3)}=\frac{7a^2-12a+1}{(a-1)(a-2)(a+3)}$$

28.- $\dfrac{2+3a}{2-3a}-\dfrac{2-3a}{2+3a}-\dfrac{a}{(2-3a)^2}=$

Solución:

$$\frac{(2+3a)^2(2-3a)-(2-3a)^3-a(2+3a)}{(2+3a)(2-3a)^2}=\frac{\left(4+12a+9a^2\right)(2-3a)-\left(8-36a+54a^2-27a^3\right)-2a-6a^2}{(2+3a)(2-3a)^2}=$$

$$=\frac{8+24a+18a^2-12a-36a^2-27a^3-8+36a-54a^2+27a^3-2a-6a^2}{(2+3a)(2-3a)^2}=$$

$$=\frac{a^2(18-36-54-6)+a(24-12+36-2)}{(2+3a)(2-3a)^2}=\frac{-78a^2+46a}{(2+3a)(2-3a)^2}$$

29.- $\dfrac{1}{5+5a}+\dfrac{1}{5-5a}-\dfrac{1}{10+10a^2}=$

Solución:

Ver la próxima página:

$$\frac{1}{5(1+a)}+\frac{1}{5(1-a)}-\frac{1}{10\left(1+a^2\right)}=\frac{2\left(1+a^2\right)(1-a)+2\left(1+a^2\right)(1+a)-\left(1-a^2\right)}{10\left(1+a^2\right)\left(1-a^2\right)}=$$

$$=\frac{2\left(1-a+a^2-a^3\right)+2\left(1+a+a^2+a^3\right)-\left(1+a^2\right)}{10\left(1-a^4\right)}=\frac{2-2a+2a^2-2a^3+2+2a+2a^2+2a^3-1+a^2}{10\left(1-a^4\right)}=$$

$$=\frac{5a^2+3}{10\left(1-a^4\right)}$$

30.- $\frac{1}{3-3x}-\frac{1}{3+3x}+\frac{x}{6x+6x^2}-\frac{x}{2-2x^2}=$

Solución:

$$\frac{1}{3(1-x)}-\frac{1}{3(1+x)}+\frac{x}{6(1+x^2)}-\frac{x}{2(1-x^2)}=$$

$$\frac{2(1+x)(1+x^2)-2(1-x)(1+x^2)+x(1-x^2)-3x(1+x^2)}{6(1+x^2)(1-x^2)}=$$

$$=\frac{2(1+x^2+x+x^3)-2(1+x^2-x-x^3)+x-x^3-3x-3x^3}{6(1-x^2)(1+x^2)}=$$

$$=\frac{2+2x^2+2x+2x^3-2-2x^2+2x+2x^3+x-x^3-3x-3x^3}{6(1-x^4)}=\frac{2x}{6(1-x^4)}=\frac{x}{3(1-x^4)}$$

Ejercicio 131. Cambios de signos en la suma y resta de fracciones.

1.- $\frac{1}{m-n}+\frac{m}{n^2-m^2}=$

Solución:

$$\frac{1}{m-n}-\frac{m}{m^2-n^2}=\frac{(m+n)-m}{(m+n)(m-n)}=\frac{n}{m^2-n^2}$$

2.- $\frac{x^2}{x^2-xy}-\frac{2x}{y-x}=$

Solución:

$$\frac{x^2}{x(x-y)}+\frac{2x}{x-y}=\frac{x^2+2x^2}{x(x-y)}=\frac{3x^2}{x(x-y)}=\frac{3x}{(x-y)}$$

3.- $\frac{1}{2x-x^2}+\frac{x}{x^2-4}=$

Solución:

$$\frac{1}{x(2-x)}-\frac{x}{4-x^2}=\frac{1}{x(2-x)}-\frac{x}{(2-x)(2+x)}=\frac{(2+x)-x^2}{x(2-x)(2+x)}=$$

$$\frac{(-1)(x^2-x-2)}{(-1)x(x-2)(x+2)}=\frac{(x-2)(x+1)}{x(x-2)(x+2)}=\frac{x+1}{x(x+2)}$$

4.- $\frac{a+3}{a^2-1}+\frac{a-1}{2a+2}+\frac{a-4}{4a-4}=$

Solución:

$$\frac{a+3}{(a+1)(a-1)}+\frac{a-1}{2(a+1)}+\frac{a-4}{4(a-1)}=\frac{4(a+3)+2(a-1)^2+(a-4)(a+1)}{4(a+1)(a-1)}=$$

$$=\frac{4a+12+2a^2-4a+2+a^2-3a-4}{4(a+1)(a-1)}=\frac{3a^2-3a+10}{4(a+1)(a-1)}$$

5.- $\frac{x-4}{x^2-2x-3}-\frac{x}{6-2x}=$

Solución:

$$\frac{x-4}{(x-3)(x+1)}-\frac{x}{2(3-x)}=\frac{(x-4)}{(x-3)(x+1)}+\frac{x}{2(x-3)}=$$

$$=\frac{2(x-4)+x(x+1)}{2(x-3)(x+1)}=\frac{2x-8+x^2+x}{2(x-3)(x+1)}=\frac{x^2+3x-8}{2(x-3)(x+1)}$$

6.- $\frac{1}{x^2+2x-8}+\frac{1}{(2-x)(x+3)}=$

Solución:

$$\frac{1}{(x+4)(x-2)}-\frac{1}{(x-2)(x+3)}=\frac{(x+3)-(x+4)}{(x-2)(x+3)(x+4)}=$$

$$=\frac{-1}{(x-2)(x+3)(x+4)}=\frac{1}{(2-x)(x+3)(x+4)}$$

7.- $\frac{1}{2x+2}+\frac{2}{1-x}+\frac{7}{4x-4}=$

Solución:

$$\frac{1}{2(1+x)}+\frac{2}{(1-x)}+\frac{7}{4(x-1)}=\frac{1}{2(1+x)}+\frac{2}{(1-x)}-\frac{7}{4(1-x)}=$$

$$\frac{2(1-x)+8(1+x)-7(1+x)}{4(1+x)(1-x)}=\frac{2-2x+8+8x-7-7x}{4\left(1-x^2\right)}=\frac{3-x}{4\left(1-x^2\right)}=\frac{x-3}{4(x+1)(x-1)}$$

8.- $\frac{2a}{a+3}+\frac{3a}{a-3}+\frac{2a}{9-a^2}=$

Solución:

$$\frac{2a}{a+3}+\frac{3a}{a-3}+\frac{2a}{(3-a)(3+a)}=\frac{2a}{(a+3)}+\frac{3a}{(a-3)}-\frac{2a}{(a+3)(a-3)}=$$

$$=\frac{2a(a-3)+3a(a+3)-2a}{(a+3)(a-3)}=\frac{2a^2-6a+3a^2+9a-2a}{(a+3)(a-3)}=\frac{5a^2+a}{a^2-9}$$

9.- $\frac{x+3y}{y+x}+\frac{3y^2}{x^2-y^2}-\frac{x}{y-x}=$

Solución:

$$\frac{x+3y}{x+y}+\frac{3y^2}{x^2-y^2}+\frac{x}{x-y}=\frac{(x+3y)(x-y)+3y^2+x(x+y)}{(x+y)(x-y)}=$$

$$=\frac{\left(x^2-xy+3xy-3y^2\right)+3y^2+x^2+xy}{x^2-y^2}=\frac{2x^2+3xy}{x^2-y^2}$$

10.- $\dfrac{x}{x^2+2x-3}+\dfrac{x-3}{(1-x)(x+2)}+\dfrac{1}{x+2}=$

Solución:

$$\frac{x}{(x-1)(x+3)}-\frac{(x-3)}{(x-1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)}=\frac{x(x+2)-(x-3)(x+3)+(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+2)(x+3)}=$$

$$=\frac{x^2+2x-x^2+9+x^2+2x-3}{(x-1)(x+2)(x+3)}=\frac{x^2+4x+6}{(x-1)(x+2)(x+3)}$$

11.- $\dfrac{3}{2a+2}-\dfrac{1}{4a-4}-\dfrac{4}{8-8a^2}=$

Solución:

$$\frac{3}{2(a+1)}-\frac{1}{4(a-1)}-\frac{4}{8(1-a)(a+1)}=\frac{3}{2(a+1)}-\frac{1}{4(a-1)}+\frac{1}{2(a-1)(a+1)}=$$

$$=\frac{6(a-1)-(a+1)+2}{4(a-1)(a+1)}=\frac{6a-6-a-1+2}{4\left(a^2-1\right)}=\frac{5a-5}{4(a-1)(a+1)}=$$

$$=\frac{5(a-1)}{4(a-1)(a+1)}=\frac{5}{4(a+1)}$$

12.- $\dfrac{1}{a-3}+\dfrac{a+1}{(3-a)(a-2)}+\dfrac{2}{(2-a)(1-a)}=$

Solución:

$$\frac{1}{a-3}-\frac{(a+1)}{(a-3)(a-2)}+\frac{2}{(a-2)(a-1)}=\frac{(a-1)(a-2)-(a+1)(a-1)+2(a-3)}{(a-1)(a-2)(a-3)}=$$

$$=\frac{a^2-3a+2-a^2+1+2a-6}{(a-1)(a-2)(a-3)}=\frac{-a-3}{(a-1)(a-2)(a-3)}=\frac{a+3}{(1-a)(a-2)(a-3)}$$

13.- $\dfrac{2x}{x-1}+\dfrac{2x^3+2x^2}{1-x^3}+\dfrac{1}{x^2+x+1}=$

Solución:

$$\frac{2x}{x-1}-\frac{2x^3+2x^2}{x^3-1}+\frac{1}{x^2+x+1}=$$

Recordar que: $x^3-1=(x-1)\left(x^2+x+1\right)$; entonces:

$$\frac{2x}{(x-1)}-\frac{2x^3+2x^2}{(x-1)(x^2+x+1)}+\frac{1}{x^2+x+1}=\frac{2x(x^2+x+1)-2x^3-2x^2+(x-1)}{(x-1)(x^2+x+1)}=$$

$$=\frac{2x^3+2x^2+2x-2x^3-2x^2+x-1}{(x-1)(x^2+x+1)}=\frac{3x-1}{(x-1)(x^2+x+1)}=\frac{3x-1}{x^3-1}$$

14.- $\frac{x+2}{3x-1}+\frac{x+1}{3-2x}+\frac{4x^2+6x+3}{6x^2-11x+3}=$

Solución:

En primer lugar se deben factorizar las expresiones que así lo requieran:

(a).-

$$6x^2-11x+3=\frac{6(6x^2-11x+3)}{6}=\frac{(6x)^2-11(6x)+18}{6}=$$

$$=\frac{(6x-2)(6x-9)}{6}=(3x-1)(2x-3)$$

Entonces:

$$\frac{x+2}{3x-1}-\frac{x+1}{(2x-3)}+\frac{4x^2+6x+3}{(3x-1)(2x-3)}=\frac{(x+2)(2x-3)-(x+1)(3x-1)+4x^2+6x+3}{(3x-1)(2x-3)}=$$

$$=\frac{2x^2-3x+4x-6-3x^2+x-3x+1+4x^2+6x+3}{(3x-1)(2x-3)}=\frac{3x^2+5x-2}{(3x-1)(2x-3)}$$

Ahora:

$$3x^2+5x-2=\frac{3(3x^2+5x-2)}{3}=\frac{(3x)^2+5(3x)-6}{3}=$$

$$=\frac{(3x-1)(3x+6)}{3}=(3x-1)(x+2)$$

Luego, el resultado final será: $\frac{3x^2+5x-2}{(3x-1)(2x-3)}=\frac{(3x-1)(x+2)}{(3x-1)(2x-3)}=\frac{x+2}{2x-3}$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 50.

Tema: Multiplicación de fracciones. (Baldor).

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

PREGUNTAS:

Ejercicio 132. Simplificar:

1.- $\frac{2a^2}{3b}\times\frac{6b^2}{4a}=$

Solución:

$$\frac{12a^2b^2}{12ab}=ab$$

2.- $\frac{x^2y}{5}\times\frac{10a^3}{3m^2}\times\frac{9m}{x^3}=$

Solución:

$$\left(\frac{90}{15}\right)\times\left(\frac{x^2ya^3m}{m^2x^3}\right)=6\times\left(\frac{ya^3}{mx}\right)=\frac{6a^3y}{mx}$$

3.- $\frac{5x^2}{7y^3}\times\frac{4y^2}{7m^3}\times\frac{14m}{5x^4}=$

Solución:

$$\left(\frac{8}{7}\right)\times\left(\frac{x^2y^2m}{y^3m^3x^4}\right)=\left(\frac{8}{7}\right)\times\left(\frac{1}{ym^2x^2}\right)=\frac{8}{7m^2x^2y}$$

4.- $\frac{5}{a}\times\frac{2a}{b^2}\times\frac{3b}{10}=$

Solución:

$$\left(\frac{30}{10}\right)\times\left(\frac{ab}{ab^2}\right)=\frac{3}{b}$$

5.- $\frac{2x^3}{15a^3}\times\frac{3a^2}{y}\times\frac{5x^2}{7xy^3}=$

Solución:

$$\left(\frac{2}{7}\right)\times\left(\frac{x^3a^2x^2}{a^3yxy^2}\right)=\left(\frac{2}{7}\right)\times\frac{x^4}{ay^3}=\frac{2x^4}{7ay^3}$$

6.- $\left(\frac{7a}{6m^2}\right)\times\left(\frac{3m}{10n^2}\right)\times\left(\frac{5n^4}{14ax}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{1}{8}\right)\times\left(\frac{amn^4}{m^2n^2ax}\right)=\left(\frac{1}{8}\right)\times\left(\frac{n^2}{mx}\right)=\frac{n^2}{8mx}$$

7.- $\left(\frac{2x^2+x}{6}\right)\times\left(\frac{8}{4x+2}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{8}{12}\right)\times\left(\frac{x(2x+1)}{(2x+1)}\right)=\frac{2x}{3}$$

8.- $\left(\frac{5x+25}{14}\right)\times\left(\frac{7x+7}{10x+50}\right)=$

Solución:

$$\frac{5(x+5)}{14}\times\frac{7(x+1)}{10(x+5)}=\left(\frac{1}{4}\right)\times\frac{(x+5)(x+1)}{(x+5)}=\frac{x+1}{4}$$

9.- $\frac{m+n}{mn-n^2}\times\frac{n^2}{m^2-n^2}=$

Solución:

$$\frac{m+n}{m^2-n^2}\times\frac{n^2}{n(m-n)}=\frac{n}{(m-n)^2}=\frac{n}{m^2-2mn+n^2}$$

10.- $\frac{xy-2y^2}{x^2+xy}\times\frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-2xy}=$

Solución:

$$\frac{y(x-2y)}{x(x+y)}\times\frac{(x+y)^2}{x(x-2y)}=\frac{y(x+y)}{x^2}=\frac{y^2+xy}{x^2}$$

11.- $\dfrac{x^2-4xy+4y^2}{x^2+2xy}\times\dfrac{x^2}{x^2-4y^2}=$

Solución:

$$\frac{(x-2y)^2}{x(x+2y)}\times\frac{x^2}{(x+2y)(x-2y)}=\frac{x(x-2y)}{(x+2y)^2}=\frac{x^2-2xy}{x^2+4xy+4y^2}$$

12.- $\dfrac{2x^2+2x}{2x^2}\times\dfrac{x^2-3x}{x^2-2x-3}=$

Solución:

$$\frac{2x(x+1)}{2x^2}\times\frac{x(x-3)}{(x+1)(x-3)}=\frac{2x^2}{2x^2}=1$$

13.- $\dfrac{a^2-ab+a-b}{a^2+2a+1}\times\dfrac{3}{6a^2-6ab}=$

Solución:

$$\frac{a(a-b)+(a-b)}{a^2+2a+1}\times\frac{3}{6a(a-b)}=\frac{(a-b)(a+1)}{(a+1)^2}\times\frac{3}{6a(a-b)}=$$

$$=\frac{1}{2a(a+1)}=\frac{1}{2a^2+2a}$$

14.- $\dfrac{(x-y)^3}{x^3-1}\times\dfrac{x^2+x+1}{(x-y)^2}=$

Solución:

Recordar que $x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)$; luego:

$$\frac{(x-y)^3}{(x-y)^2}\times\frac{(x^2+x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}=\frac{(x-y)}{(x-1)}$$

15.- $\dfrac{2a-2}{2a^2-50}\times\dfrac{a^2-4a-5}{3a+3}=$

Solución:

$$\frac{2(a-1)}{2(a^2-25)}\times\frac{(a-5)(a+1)}{3(a+1)}=\frac{(a-1)}{(a+5)(a-5)}\times\frac{(a-5)}{3}=$$

$$=\frac{(a-1)}{3(a+5)}=\frac{a-1}{3a+15}$$

16.- $\dfrac{2x^2-3x-2}{6x+3}\times\dfrac{3x+6}{x^2-4}=$

Solución:

En primer lugar encontraremos las factorizaciones requeridas:

$$2x^2-3x-2=\frac{2\left(2x^2-3x-2\right)}{2}=\frac{\left(2x\right)^2-3\left(2x\right)-4}{2}=$$

$$=\frac{\left(2x+1\right)\left(2x-4\right)}{2}=\left(2x+1\right)\left(x-2\right)$$

Luego:

$$\frac{\left(2x+1\right)\left(x-2\right)}{3\left(2x+1\right)}\times\frac{3\left(x+2\right)}{\left(x+2\right)\left(x-2\right)}=\frac{\left(x+2\right)}{\left(x+2\right)}=1$$

17.- $\dfrac{y^2+9y+18}{y-5}\times\dfrac{5y-25}{5y+15}=$

Solución:

$$\frac{\left(y+3\right)\left(y+6\right)}{y-5}\times\frac{5\left(y-5\right)}{5\left(y+3\right)}=\left(y+6\right)$$

18.- $\dfrac{x^3+2x^2-3x}{4x^2+8x+3}\times\dfrac{2x^2+3x}{x^2-x}=$

Solución:

$$\frac{x\left(x^2+2x^2-3\right)}{4x^2+8x+3}\times\frac{x\left(2x+3\right)}{x\left(x-1\right)}=$$

Factorizaciones:

(a).-

$$4x^2+8x+3=\frac{4\left(4x^2+8x+3\right)}{4}=\frac{\left(4x\right)^2+8\left(4x\right)+12}{4}=$$

$$=\frac{\left(4x+2\right)\left(4x+6\right)}{4}=\left(2x+1\right)\left(2x+3\right)$$

(b).-

$$x^2+2x-3=\left(x+3\right)\left(x-1\right)$$

Luego:

$$\frac{x\left(x+3\right)\left(x-1\right)}{\left(2x+1\right)\left(2x+3\right)}\times\frac{x\left(2x+3\right)}{x\left(x-1\right)}=\frac{x\left(x+3\right)}{\left(2x+1\right)}=\frac{x^2+3x}{\left(2x+1\right)}$$

19.- $\dfrac{x^3-27}{a^3-1}\times\dfrac{a^2+a+1}{x^2+3x+9}=$

Soluciones:

Primero se harán las factorizacfiones:

(a).-

$$x^3-27=(x-3)(x^2+3x+9)$$

(b).-

$$a^3-1=(a-1)(a^2+a+1)$$

Entonces:

$$\frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{(a-1)(a^2+a+1)}\times\frac{a^2+a+1}{x^2+3x+9}=\frac{x-3}{a-1}$$

20.- $\dfrac{a^2+4ab+4b^2}{3}\times\dfrac{2a+4b}{(a+2b)^3}=$

Solución:

$$\frac{(a+2b)^2}{3}\times\frac{2(a+2b)}{(a+2b)^3}=\frac{2}{3}\times\frac{(a+2b)^3}{(a+2b)^3}=\frac{2}{3}$$

21.- $\dfrac{1-x}{a+1}\times\dfrac{a^2+a}{x-x^2}\times\dfrac{x^2}{a}=$

Solución:

$$\frac{1-x}{a+1}\times\frac{a(a+1)}{x(1-x)}\times\frac{x^2}{a}=\frac{x^2}{x}=x$$

22.- $\dfrac{x^2+2x}{x^2-16}\times\dfrac{x^2-2x-8}{x^3+x^2}\times\dfrac{x^2+4x}{x^2+4x+4}=$

Solución:

$$\frac{x(x+2)}{(x+4)(x-4)}\times\frac{(x-4)(x+2)}{x^2(x+1)}\times\frac{x(x+4)}{(x+2)^2}=\frac{1}{x+1}$$

23.- $\dfrac{(m+n)^2-x^2}{(m+x)^2-n^2}\times\dfrac{(m-n)^2-x^2}{m^2+mn-mx}=$

Solución:

$$\frac{(m+n+x)(m+n-x)}{(m+x+n)(m+x-n)}\times\frac{(m-n+x)(m-n-x)}{m(m+n-x)}=\frac{m-n-x}{m}$$

24.- $\dfrac{2a^3+2ab^2}{2ax^2-2ax}\times\dfrac{x^3-x}{a^2x+b^2x}\times\dfrac{x}{x+1}=$

Solución:

$$\frac{2a\left(a^2+b^2\right)}{2ax(x-1)}\times\frac{x\left(x^2-1\right)}{x\left(a^2+b^2\right)}\times\frac{x}{x+1}=1$$

25.- $\frac{a^2-5a+6}{3a-15}\times\frac{6a}{a^2-a-30}\times\frac{a^2-25}{2a-4}=$

Solución:

$$\frac{(a-2)(a-3)}{3(a-5)}\times\frac{6a}{(a-6)(a+5)}\times\frac{(a+5)(a-5)}{2(a-2)}=\frac{a(a-3)}{(a-6)}=\frac{a^2-3a}{(a-6)}$$

26.- $\frac{x^2-3xy-10y^2}{x^2-2xy-8y^2}\times\frac{x^2-16y^2}{x^2+4xy}\times\frac{x^2-6xy}{x+2y}=$

Solución:

$$\frac{(x-5y)(x+2y)}{(x-4y)(x+2y)}\times\frac{(x+4y)(x-4y)}{x(x+4y)}\times\frac{x(x-6y)}{x+2y}=$$

$$=\frac{(x-5y)(x-6y)}{x+2y}=\frac{x^2-11xy+30y^2}{x+2y}$$

27.- $\frac{x^2+4ax+4a^2}{3ax-6a^2}\times\frac{2ax-4a^2}{ax+a}\times\frac{6a+6x}{x^2+3ax+2a^2}=$

Solución:

$$\frac{(x+2a)^2}{3a(x-2a)}\times\frac{2a(x-2a)}{a(x+1)}\times\frac{6(a+x)}{(x+a)(x+2a)}=\frac{4(x+2a)}{a(x+1)}=\frac{4x+8a}{ax+a}$$

28.- $\frac{a^2-81}{2a^2+10a}\times\frac{a+11}{a^2-36}\times\frac{2a-12}{2a+18}\times\frac{a^3+5a^2}{2a+22}=$

Solución:

$$\frac{(a+9)(a-9)}{2a(a+5)}\times\frac{a+11}{(a+6)(a-6)}\times\frac{2(a-6)}{2(a+9)}\times\frac{a^2(a+5a)}{2(a+11)}=$$

$$=\frac{a(a-9)}{4(a+6)}=\frac{a^2-9a}{4a+24}$$

29.- $\frac{a^2+7a+10}{a^2-6a-7}\times\frac{a^2-3a-4}{a^2+2a-15}\times\frac{a^3-2a^2-3a}{a^2-2a-8}=$

Solución:

$$\frac{(a+2)(a+5)}{(a-7)(a+1)}\times\frac{(a-4)(a+1)}{(a+5)(a-3)}\times\frac{a(a-3)(a+1)}{(a-4)(a+2)}=\frac{a(a+1)}{(a-7)}=\frac{a^2+a}{a-7}$$

30.- $\dfrac{x^4+27x}{x^3-x^2+x}\times\dfrac{x^4+x}{x^4-3x^3+9x^2}\times\dfrac{1}{x(x+3)^2}\times\dfrac{x^2}{x-3}=$

Solución:

Recordar que:

$(x^3+27)=(x+3)(x^2-3x+9)$

$(x^3+1)=(x+1)(x^2-x+1)$

$$\frac{x(x^3+27)}{x(x^2-x+1)}\times\frac{x(x^3+1)}{x^2(x^2-3x+9)}\times\frac{1}{x(x+3)^2}\times\frac{x^2}{x-3}=$$

$$\frac{(x+3)(x^2-3x+9)}{(x^2-x+1)}\times\frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x(x^2-3x+9)}\times\frac{1}{x(x+3)^2}\times\frac{x^2}{(x-3)}=$$

$$=\frac{(x+1)}{(x+3)(x-3)}=\frac{x+1}{x^2-9}$$

Ejercicio 133. Simplificar:

1.- $\left(a+\dfrac{a}{b}\right)\left(a-\dfrac{a}{b+1}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{ab+a}{b}\right)\left(\frac{ab+a-a}{b+1}\right)=\frac{(ab+a)(ab)}{b(b+1)}=\frac{a^2b^2+a^2b}{b^2+b}=\frac{a^2(b^2+b)}{(b^2+b)}=a^2$$

2.- $\left(x-\dfrac{2}{x+1}\right)\left(x+\dfrac{1}{x+2}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{x^2+x-2}{x+1}\right)\left(\frac{x^2+2x+1}{x+2}\right)=\frac{(x+2)(x-1)(x+1)^2}{(x+1)(x+2)}=(x+1)(x+1)=x^2-1$$

3.- $\left(1-\dfrac{x}{a+x}\right)\left(1+\dfrac{x}{a}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{a+x-x}{a+x}\right)\left(\frac{a+x}{a}\right)=\left(\frac{a}{a+x}\right)\left(\frac{a+x}{a}\right)=1$$

4.- $\left(a+\dfrac{ab}{a-b}\right)\left(1-\dfrac{b^2}{a^2}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{a^2-ab+ab}{a-b}\right)\left(\frac{a^2-b^2}{a^2}\right)=\left(\frac{a^2}{a-b}\right)\left(\frac{a^2-b^2}{a^2}\right)=\frac{(a-b)(a+b)}{a-b}=a+b$$

5.- $\left(x+2-\frac{12}{x+1}\right)\left(x-2+\frac{10-3x}{x+5}\right)=$

Solución:

$$\left[\frac{(x+2)(x+1)-12}{x+1}\right]\times\left[\frac{(x-2)(x+5)+10-3x}{x+5}\right]=$$

$$=\left(\frac{x^2+3x+2-12}{x+1}\right)\left(\frac{x^2+3x-10+10-3x}{(x+5)}\right)=\left(\frac{x^2+3x-10}{x+1}\right)\left(\frac{x^2}{x+5}\right)=$$

$$\frac{x^2(x+5)(x-2)}{(x+1)(x+5)}=\frac{x^2(x-2)}{x+1}=\frac{x^3-2x^2}{x+1}$$

6.- $\left(1+\frac{x}{y}\right)\left(x-\frac{x^2}{x+y}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{y+x}{y}\right)\left(\frac{x^2+xy-x^2}{x+y}\right)=\frac{xy}{y}=x$$

7.- $\left(a+x-\frac{ax+x^2}{a+2x}\right)\times\left(1+\frac{x}{a+x}\right)=$

Solución:

$$\left(a+x-\frac{ax+x^2}{a+2x}\right)\times\left(1+\frac{x}{a+x}\right)==\left[\frac{(a+x)(a+2x)-x(a+x)}{a+2x}\right]\times\left(\frac{a+x+x}{a+x}\right)=$$

$$=\left[\frac{(a+x)(a+2x-x)}{a+2x}\right]\left(\frac{a+2x}{a+x}\right)=\frac{(a+x)^2}{(a+2x)}\times\frac{(a+2x)}{(a+x)}=a+x$$

8.- $\left(x-\frac{x^3-6x}{x^2-25}\right)\times\left(x+1-\frac{8}{x+3}\right)=$

Solución:

$$\left(x-\frac{x^3-6x}{x^2-25}\right)\times\left(x+1-\frac{8}{x+3}\right)=-\left(\frac{x^3-25x-x^3+6x}{(x+5)(x-5)}\right)\times\left[\frac{(x+1)(x+3)-8}{x+3}\right]=$$

$$=\left(\frac{-19x}{(x+5)(x-5)}\right)\times\left(\frac{x^2+4x+3-8}{x+3}\right)=\left[\frac{-19x}{(x+5)(x-5)}\right]\times\left(\frac{x^2+4x-5}{x+3}\right)=$$

$$\left[\frac{-19x}{(x+5)(x-5)}\right]\times\left[\frac{(x+5)(x-1)}{x+3}\right]==\frac{-19x(x-1)}{(x-5)(x+3)}=\frac{19x-19x^2}{x^2-2x-15}$$

9.- $\left(m-\frac{mn}{m+n}\right)\times\left(1+\frac{n^3}{m^3}\right)=$

Solución:

$$\left(m-\frac{mn}{m+n}\right)\times\left(1+\frac{n^3}{m^3}\right)=\left(\frac{m^2+mn-mn}{m+n}\right)\left(\frac{m^3+n^3}{m^3}\right)=$$

$$=\left(\frac{m^2}{m+n}\right)\times\left[\frac{(m+n)\left(m^2-mn+n^2\right)}{m^3}\right]=\frac{m^2-mn+n^2}{m}$$

10.- $\left(a+2x-\frac{14x^2}{2a+x}\right)\times\left(a-x+\frac{a^2+5x^2}{a+4x}\right)=$

Solución:

$$\left(a+2x-\frac{14x^2}{2a+x}\right)\times\left(a-x+\frac{a^2+5x^2}{a+4x}\right)=$$

$$=\left[\frac{(a+2x)(2a+x)-14x^2}{(2a+x)}\right]\times\left[\frac{(a-x)(a+4x)+a^2+5x^2}{(a+4x)}\right]=$$

$$=\left(\frac{2a^2+ax+4ax+2x^2-14x^2}{2a+x}\right)\times\left(\frac{a^2+4ax-ax-4x^2+a^2+5x^2}{a+4x}\right)=$$

$$=\left(\frac{2a^2+5ax-12x^2}{2a+x}\right)\times\left(\frac{2a^2+3ax+x^2}{a+4x}\right)=$$

a).-

$$2a^2+5ax-12x^2=\frac{2}{2}\left(2a^2+5ax-12x^2\right)=$$

$$=\frac{(2a)^2+5x(2a)-24x^2}{2}=\frac{\left[(2a)-3x\right]\times\left[(2a)+8x\right]}{2}=(2a-3x)(a+4x)$$

b).-

$$2a^2+3ax+x^2=\frac{2}{2}\left(2a^2+3ax+x^2\right)=\frac{(2a)^2+3x(2a)+2x^2}{2}=$$

$$=\frac{\left[(2a)+x\right]\times\left[(2a)+2x\right]}{2}=(2a+x)(a+x)$$

Luego:

$$\left[\frac{(2a-3x)(a+4x)}{(2a+x)}\right]\times\left[\frac{(2a+x)(a+x)}{(a+4x)}\right]=$$

$$=(2a-3x)(a+x)=2a^2+2ax-3ax-3x^2=2a^2-ax-3x^2$$

11.- $\left(1+\frac{a}{b}\right)\left(1-\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{b^2}{a^2-b^2}\right)=$

Solución:

$$\left(1+\frac{a}{b}\right)\left(1-\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{b^2}{a^2-b^2}\right)=\left(\frac{a+b}{b}\right)\left(\frac{a-b}{b}\right)\left(\frac{a^2-b^2+b^2}{a^2-b^2}\right)=\frac{a^2}{ab}=\frac{a}{b}$$

12.- $\left(2+\frac{2}{x+1}\right)\left(3-\frac{6}{x+2}\right)\left(1+\frac{1}{x}\right)=$

Solución:

$$\left(2+\frac{2}{x+1}\right)\left(3-\frac{6}{x+2}\right)\left(1+\frac{1}{x}\right)=\left(\frac{2x+2+2}{x+1}\right)\left(\frac{3x+6-6}{x+2}\right)\left(\frac{x+1}{x}\right)=$$

$$=\left[\frac{2(x+2)}{x+1}\right]\times\left[\frac{3x}{x+2}\right]\left(\frac{x+1}{x}\right)=6$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 51.
Tema: División de fracciones. (Baldor).
Fecha: ____________
Profesor: Fernando Viso
Nombre del alumno:____
Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

PREGUNTAS:

Ejercicio 134. Simplificar:

1.- $\frac{x^2}{3y^2} \div \frac{2x}{y^3} =$

Solución:

$$\frac{x^2}{3y^2} \times \frac{y^3}{2x} = \frac{xy}{6}$$

2.- $\frac{3a^2b}{5x^2} \div a^2b^3 =$

Solución:

$$\frac{3a^2b}{5x^2} \times \frac{1}{a^2b^3} = \frac{3}{5b^2x^2}$$

3,- $\frac{5m^2}{7n^3} \div \frac{10m^4}{14an^4} =$

Solución:

$$\frac{5m^2}{7n^3} \times \frac{14an^4}{10m^4} = \frac{an}{m^2}$$

4.- $6a^2x^3 \div \frac{a^2x}{5} =$

Solución:

$$\frac{6a^2x^3}{1} \times \frac{5}{a^2x} = 30x^2$$

5,- $\frac{15m^2}{19ax^3} \div \frac{20y^2}{38a^3x^2} =$

Solución:

$$\frac{15m^2}{19ax^3} \times \frac{38a^3x^4}{20y^2} = \frac{3m^2a^2x}{2y^2}$$

6.- $\frac{11x^2y^3}{7m^2} \div 22y^4 =$

Solución:

$$\frac{11x^2y^3}{7m^2} \times \frac{1}{22y^4} = \frac{x^2}{14m^2y}$$

7.- $\frac{x-1}{3} \div \frac{2x-2}{6} =$

Solución:

$$\frac{x-1}{3} \times \frac{6}{2(x-1)} = 1$$

8.- $\frac{3a^2}{a^2+6ab+9b^2} \div \frac{5a^3}{a^2b+3ab^2} =$

Solución:

$$\frac{3a^2}{(a+3b)^2} \times \frac{ab(a+3b)}{5a^3} = \frac{3b}{5(a+3b)} = \frac{3b}{5a+15b}$$

9.- $\frac{x^3-x}{2x^2+6x} \div \frac{5x^2-5x}{2x+6} =$

Solución:

$$\frac{x(x-1)(x+1)}{2x(x+3)} \times \frac{2(x+3)}{5x(x-1)} = \frac{(x+1)}{5x}$$

10.- $\frac{1}{a^2-a-30} \div \frac{2}{a^2+a-42} =$

Solución:

$$\frac{1}{(a-6)(a+5)} \times \frac{(a+7)(a-6)}{2} = \frac{(a+7)}{2(a+5)} = \frac{a+7}{2a+10}$$

11.- $\dfrac{20x^2-30x}{15x^3+15x^2} \div \dfrac{4x-6}{x+1} =$

Solución:

$$\frac{10x(2x-3)}{15x^2(x+1)} \times \frac{(x+1)}{2(2x-3)} = \frac{1}{3x}$$

12.- $\dfrac{a^2-6a+5}{a^2-15a+56} \div \dfrac{a^2+2a-35}{a^2-5a-24} =$

Solución:

$$\frac{(a-5)(a-1)}{(a-7)(a-8)} \times \frac{(a-8)(a+3)}{(a+7)(a-5)} = \frac{(a-1)(a+3)}{(a^2-49)} = \frac{a^2+2a-3}{a^2-49}$$

13.- $\dfrac{8x^2+26x+15}{16x^2-9} \div \dfrac{6x^2+13x-5}{9x^2-1} =$

Solución:

Primero se harán las factorizaciones:

(a).-
$$8x^2+26x+15 = \frac{8(8x^2+26x+15)}{8} = \frac{(8x)^2+26(8x)+120}{8} =$$
$$= \frac{(8x+20)(8x+6)}{8} = (2x+5)(4x+3)$$

(b).-
$$6x^2+13x-5 = \frac{6(6x^2+13x-5)}{6} = \frac{(6x)^2+13(6x)-30}{6} =$$
$$= \frac{(6x+15)(6x-2)}{6} = (2x+5)(3x-1)$$

Entonces:

$$\frac{(2x+5)(4x+3)}{(4x+3)(4x-3)} \times \frac{(3x+1)(3x-1)}{(2x+5)(3x-1)} = \frac{(3x+1)}{(4x-3)}$$

14.- $\dfrac{x^3-121x}{x^2\,'49} \div \dfrac{x^2-11x}{x+7} =$

Solución:

$$\frac{x(x^2-121)}{(x+7)(x-7)} \times \frac{(x+7)}{x(x-11)} = \frac{x(x+11)(x-11)}{(x+7)(x-7)} \times \frac{(x+7)}{x(x-11)} =$$
$$= \frac{x+11}{x-7}$$

15.- $\dfrac{ax^2+5}{4a^2-1} \div \dfrac{a^3x^2+5a^2}{2a-1} =$

Solución:

$$\frac{ax^2+5}{(2a-1)(2a+1)}\times\frac{(2a-1)}{a^2(ax^2+5)}=\frac{1}{a^2(2a+1)}=\frac{1}{2a^3+a^2}$$

16.- $\dfrac{a^4-1}{a^3+a^2}\div\dfrac{a^4+4a^2+3}{3a^3+9a}=$

Solución:

$$\frac{(a^2-1)(a^2+1)}{a^2(a+1)}\times\frac{(3a)(a^2+3)}{(a^2+1)(a^2+3)}=\frac{3(a-1)}{a}=\frac{3a-3}{a}$$

17.- $\dfrac{x^3+125}{x^2-64}\div\dfrac{x^3-5x^2+25x}{x^2*x-56}=$

Solución:

$$\frac{(x+5)(x^2-5x+25)}{(x+8)(x-8)}\times\frac{(x+8)(x-7)}{x(x^2-5x+25)}=\frac{(x+5)(x-7)}{x(x-8)}=$$

$$=\frac{x^2-2x-35}{x^2-8x}$$

18.- $\dfrac{16x^2-24xy+9y^2}{16x-12y}\div\dfrac{64x^3-27y^3}{32x^2+24xy+18y^2}=$

Solución:

Primero se deben factorizar las expresiones que así lo requieran:

(a).- $16x^2-24xy+9y^2=(4x-3y)^2$

(b).- $(64x^3-27y^3)=\left[(4x)^3-(3y)^3\right]=(4x-3y)(16x^2+12xy+9y^2)$

©.- $32x^2+24xy+18y^2=2(16x^2+12xy+9y^2)$

Luego:

$$\frac{(4x-3y)^2}{4(4x-3y)}\times\frac{2(16x^2+12xy+9y^2)}{(4x-3y)(16x^2+12xy+9y^2)}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

19.- $\dfrac{a^2-6a}{a^3+3a^2}\div\dfrac{a^2+3a-54}{a^2+9a}=$

Solución:

$$\frac{a(a-6)}{a^2(a+3)}\times\frac{a(a+9)}{(a+9)(a-6)}=\frac{1}{(a+3)}$$

20.- $\dfrac{15x^2+7x-2}{25x^3-x} \div \dfrac{6x^2+13x+6}{25x^2+10x+1} =$

Solución:

Primero se factorizan las expresiones que así lo requieran:

(a).- $$15x^2+7x-2 = \frac{15\left(15x^2+7x-2\right)}{15} = \frac{(15x)^2+7(15x)-30}{15} =$$
$$= \frac{(15x+10)(15x-3)}{15} = (3x+2)(5x-1)$$

(b).- $$6x^2+13x+6 = \frac{6\left(6x^2+13x+6\right)}{6} = \frac{(6x)^2+13(6x)+36}{6} =$$
$$= \frac{(6x+9)(6x+4)}{6} = (2x+3)(3x+2)$$

©.- $25x^2+10x+1 = (5x+1)^2$

Luego:

$$\frac{(3x+2)(5x-1)}{x(5x+1)(5x-1)} \times \frac{(5x+1)^2}{(2x+3)(3x+2)} = \frac{(5x+1)}{x(2x+3)} = \frac{5x+1}{2x^2+3x}$$

21.- $\dfrac{x^3-1}{2x^2-2x+2} \div \dfrac{7x^2+7x+7}{7x^3+7} =$

Solución:

$$\frac{(x-1)\left(x^2+x+1\right)}{2\left(x^2-x+1\right)} \times \frac{7(x+1)\left(x^2-x+1\right)}{7\left(x^2+x+1\right)} = \frac{x^2-1}{2}$$

22.- $\dfrac{2mx-2my+nx-ny}{3x-3y} \div (8m+4n) =$

Solución:

$$\frac{2m(x-y)+n(x-y)}{3(x-y)} \times \frac{1}{4(2m+n)} =$$
$$= \frac{(x-y)(2m+n)}{3(x-y)} \times \frac{1}{4(2m+n)} = \frac{1}{12}$$

23.- $\dfrac{x^2-6x+9}{4x^2-1} \div \dfrac{x^2+5x-24}{2x^2+17x+8} =$

Solución:

En primer lugar, se harán las factorizaciones requeridas:

(a).- $x^2-6x+9=(x-3)^2$

(b).- $x^2+5x-24=(x+8)(x-3)$

©.- $$2x^2+17x+8=\frac{2(2x^2+17x+8)}{2}=\frac{(2x)^2+17(2x)+16}{2}=$$
$$=\frac{(2x+1)(2x+16)}{2}=(2x+1)(x+8)$$

Luego:

$$\frac{(x-3)^2}{(2x+1)(2x-1)}\times\frac{(2x+1)(x+8)}{(x+8)(x-3)}=\frac{x-3}{2x-1}$$

24.- $\dfrac{2a^2+7ab-15b^2}{a^3+4a^2b}\div\dfrac{a^2-3ab-40b^2}{a^2-4ab-32b^2}=$

Solución:

En primer lugar, se hacen las factorizaciones requeridas:

(a).- $$2a^2+7ab-15b^2=\frac{2(2a^2+7ab-15b^2)}{2}=\frac{(2a)^2+7(2ab)-30b^2}{2}=$$
$$=\frac{(2a+10b)(2a-3b)}{2}=(a+5b)(2a-3b)$$

(b).- $a^2-3ab-40b^2=(a-8b)(a+5b)$

©.- $a^2-4ab-32b^2=(a-8b)(a+4b)$

Luego:

$$\frac{(a+5b)(2a-3b)}{a^2(a+4b)}\times\frac{(a-8b)(a+4b)}{(a-8b)(a+5b)}=\frac{2a-3b}{a^2}$$

Ejercicio 135. Simplificar:

1.- $\left(1+\dfrac{a}{a+b}\right)\div\left(1+\dfrac{2a}{b}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{a+b+a}{a+b}\right)\div\left(\frac{b+2a}{b}\right)=\left(\frac{2a+b}{a+b}\right)\times\left(\frac{b}{2a+b}\right)=\frac{b}{a+b}$$

2.- $\left(x-\dfrac{2}{x+1}\right)\div\left(x-\dfrac{x}{x+1}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{x^2+x-2}{x+1}\right)\div\left(\frac{x^2+x-x}{x+1}\right)=\left(\frac{x^2+x-2}{(x+1)}\right)\times\frac{(x+1)}{x^2}=\frac{x^2*x-2}{x^2}$$

3.- $\left(1-a+\frac{a^2}{1+a}\right)\div\left(1+\frac{2}{a^2-1}\right)=$

Solución:

$$\left[\frac{(1-a)(1+a)+a^2}{1+a}\right]\div\left[\frac{a^2-1+2}{(a+1)(a-1)}\right]=\left(\frac{1-a^2+a^2}{1+a}\right)\times\left[\frac{(a+1)(a-1)}{a^2+1}\right]=$$

$$=\frac{1}{a+1}\times\frac{(a+1)(a-1)}{a^2+1}=\frac{a-1}{a^2+1}$$

4.- $\left(x+\frac{2}{x+3}\right)\div\left(x+\frac{3}{x+4}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{x^2+3x+2}{x+3}\right)\div\left(\frac{x^2+4x+3}{x+4}\right)=\left[\frac{(x+1)(x+2)}{x+3}\right]\times\left[\frac{x+4}{(x+1)(x+3)}\right]=$$

$$=\frac{(x+2)(x+4)}{(x+3)^2}=\frac{x^2+6x+8}{x^2+6x+9}$$

5.- $\left(a+b+\frac{b^2}{a-b}\right)\div\left(1-\frac{b}{a+b}\right)=$

Solución:

$$\left[\frac{(a+b)(a-b)+b^2}{(a-b)}\right]\div\left[\frac{(a+b)-b}{(a+b)}\right]=\left(\frac{a^2-b^2+b^2}{(a-b)}\right)\div\left(\frac{a+b-b}{(a+b)}\right)=$$

$$=\left(\frac{a^2}{a-b}\right)\times\left(\frac{a+b}{a}\right)=\frac{a(a+b)}{a-b}=\frac{a^2+ab}{a-b}$$

6.- $\left(1-\frac{1}{x^3+2}\right)\div\left(x+\frac{1}{x-1}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{x^3+2-1}{x^3+2}\right)\div\left(\frac{x^2-x+1}{x-1}\right)=\left(\frac{x^3+1}{x^3+2}\right)\div\left(\frac{x^2-x+1}{x-1}\right)=$$

$$=\left[\frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^3+2}\right]\times\left(\frac{x-1}{x^2-x+1}\right)=\frac{x^2-1}{x^3+2}$$

7.- $\left(x+\frac{1}{x+2}\right)\div\left(1+\frac{3}{x^2-4}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{x^2+2x+1}{x+2}\right)\div\left(\frac{x^2-4+3}{x^2-4}\right)=\frac{(x+1)^2}{(x+2)}\times\frac{(x+2)(x-2)}{(x+1)(x-1)}=$$

$$=\frac{(x+1)(x-2)}{x-1}=\frac{x^2-x-2}{x-1}$$

8.- $\left(n-\dfrac{2n-1}{n^2+2}\right)\div\left(n^2+1-\dfrac{n-1}{n}\right)=$

Solución:

$$\left[\frac{n\left(n^2+2\right)-2n+1}{n^2+2}\right]\div\left[\frac{\left(n^2+1\right)n-n+1}{n}\right]=$$

$$=\left(\frac{n^3+2n-2n+1}{n^2+2}\right)\div\left(\frac{n^3+n-n+1}{n}\right)=\left(\frac{n^3+1}{n^2+2}\right)\div\left(\frac{n^3+1}{n}\right)=$$

$$=\left(\frac{n^3+1}{n^2+2}\right)\times\left(\frac{n}{n^3+1}\right)=\frac{n}{n^2+2}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 52.

Tema: Multiplicación y división combinada de fracciones. (Baldor).

Fecha: ___________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

PREGUNTAS:

Ejercicio 136. Simplificar:

1.- $\frac{3x}{4y}\times\frac{8y}{9x}\div\frac{z^2}{2x^2}=$

Solución:

$$\frac{3x}{4y}\times\frac{8y}{9x}\times\frac{3x^2}{z^2}=\frac{2x^2}{z^2}$$

2.- $\frac{5a}{b}\div\left(\frac{2a}{b^2}\times\frac{5x}{4a^2}\right)=$

Solución:

$$\frac{5a}{b}\div\left(\frac{5x}{2ab^2}\right)=\left(\frac{5a}{b}\right)\times\left(\frac{2ab^2}{5x}\right)=\frac{2a^2b}{x}$$

3.- $\frac{a+1}{a-1}\times\frac{3a-3}{2a+2}\div\frac{a^2+a}{a^2+a-2}=$

Solución:

$$\frac{a+1}{a-1}\times\frac{3(a-1)}{2(a+1)}\div\frac{a(a+1)}{(a-1)(a+2)}=\frac{3}{2}\times\frac{a^2+a-2}{a^2+a}=\frac{3a^2+3a-6}{2a^2+2a}$$

4.- $\dfrac{64a^2-81b^2}{x^2-81}\times\dfrac{(x-9)^2}{8a-9b}\div\dfrac{8a^2+9ab}{(x+9)^2}=$

Solución:

$$\frac{(8a+9b)(8a-9b)}{(x+9)(x-9)}\times\frac{(x-9)^2}{(8a-9b)}\div\frac{a(8a+9b)}{(x+9)^2}=$$

$$=\frac{(8a+9b)(x-9)}{(x+9)}\times\frac{(x+9)^2}{a(8a+9b)}=\frac{(x-9)(x+9)}{a}=\frac{x^2-81}{a}$$

5.- $\dfrac{x^2-x-12}{x^2-49}\times\dfrac{x^2-x-56}{x^2+x-20}\div\dfrac{x^2-5x-24}{x+5}=$

Solución:

$$\frac{(x-4)(x+3)}{(x-7)(x+7)}\times\frac{(x+7)(x-8)}{(x+5)(x-4)}\div\frac{(x+3)(x-8)}{(x+5)}=$$

$$=\frac{(x+3)(x-8)}{(x-7)(x+5)}\times\frac{(x+5)}{(x+3)(x-8)}=\frac{1}{x-7}$$

6.- $\dfrac{a^2-8a+7}{a^2-11a+30}\times\dfrac{a^2-36}{a^2-1}\div\dfrac{a^2-a-42}{a^2-4a-5}=$

Solución:

$$\frac{(a-1)(a-7)}{(a-5)(a-6)}\times\frac{(a+6)(a-6)}{(a+1)(a-1)}\div\frac{(a-7)(a+6)}{(a-5)(a+1)}=$$

$$=\frac{(a-7)(a+6)}{(a-5)(a+1)}\times\frac{(a-5)(a+1)}{(a-7)(a+6)}=1$$

7.- $\dfrac{x^4-27x}{3a-6}\times\dfrac{x^2+20x+100}{x^3+3x^2+9x}\div\dfrac{x^2-100}{x-3}=$

Solución:

$$\left[\frac{x(x^3-27)}{(x+10)(x-3)}\right]\times\frac{(x+10)^2}{x(x^2+3x+9)}\div\frac{(x+10)(x-10)}{(x-3)}=$$

$$=\frac{x(x-3)(x^2+3x+9)}{(x+10)(x-3)}\times\frac{(x+10)^2}{x(x^2+3x+9)}\times\frac{(x-3)}{(x+10)(x-10)}=\frac{(x-3)}{(x-10)}$$

8.- $\dfrac{a^2+1}{3a-6} \div \left(\dfrac{a^3+a}{6a-12} \times \dfrac{4x+8}{x-3} \right) =$

Solución:

$$\frac{a^2+1}{3(a-2)} \div \left[\frac{a(a^2+1)}{6(a-2)} \times \frac{4(x+2)}{x-3} \right] =$$

$$= \frac{a^2+1}{3(a-2)} \times \frac{6(a-2)(x-3)}{4a(a^2+1)(x+2)} = \frac{x-3}{2a(x+2)} = \frac{x-3}{2ax+4a}$$

9.- $\dfrac{8x^2-10x-3}{6x^2+13x+6} \times \dfrac{4x^2-9}{3x^2+2x} \div \dfrac{8x^2+14x+3}{9x^2+12x+4} =$

En primer lugar, pongamos en forma de factores las expresiones que así lo requieran:

(a).-

$$8x^2-10x-3 = \frac{8(8x^2-10x-3)}{8} = \frac{(8x)^2-10(8x)-24}{8} =$$

$$= \frac{(8x-12)(8x+2)}{8} = (2x-3)(4x+1)$$

(b).-

$$6x^2+13x+6 = \frac{6(6x^2+13x+6)}{6} = \frac{(6x)^2+13(6x)+36}{6} =$$

$$= \frac{(6x+9)(6x+4)}{6} = (2x+3)(3x+2)$$

©.-

$$8x^2+14x+3 = \frac{8(8x^2+14x+3)}{8} = \frac{(8x)^2+14(8x)+24}{8} =$$

$$= \frac{(8x+2)(8x+12)}{8} = (4x+1)(2x+3)$$

(d).- $9x^2+12x+4 = (3x+2)^2$

Luego, se sustituyen estos valores en la expresión original:

$$\frac{(2x-3)(4x+1)}{(2x+3)(3x+2)} \times \frac{(2x-3)(2x+3)}{x(3x+2)} \div \frac{(4x+1)(2x+3)}{(3x+2)^2} =$$

$$= \frac{(2x-3)^2(4x+1)}{x(3x+2)^2} \times \frac{(3x+2)^2}{(4x+1)(2x+3)} = \frac{(2x-3)^2}{x(2x+3)} = \frac{4x^2-12x+9}{2x^2+3x}$$

10.- $\frac{(a+b)^2-c^2}{(a-b)^2-c^2}\times\frac{(a+c)^2-b^2}{a^2+ab-ac}\div\frac{a+b+c}{a^2}=$

Solución:

$$\frac{(a+b+c)(a+b-c)}{(a-b+c)(a-b-c)}\times\frac{(a+c+b)(a+c-b)}{a(a+b-c)}\div\frac{a+b+c}{a^2}=$$

$$=\frac{(a+b+c)(a+b+c)}{a(a-b-c)}\times\frac{a^2}{a+b+c}=\frac{a(a+b+c)}{a-b-c}=\frac{a^2+ab+ac}{a-b-c}$$

11.- $\frac{a^2-5a}{b+b^2}\div\left(\frac{a^2+6a-55}{b^2-1}\times\frac{ax+3a}{ab^2+11b^2}\right)=$

Solución:

$$\frac{a(a-5)}{b(1+b)}\div\left(\frac{(a+11)(a-5)}{(b+1)(b-1)}\times\frac{a(x+3)}{b^2(a+11)}\right)=$$

$$\frac{a(a-5)}{b(b+1)}\times\frac{(b+1)(b-1)b^2(a+11)}{(a+11)(a-5)a(x+3)}=\frac{b(b-1)}{x+3}=\frac{b^2-b}{x+3}$$

12.- $\frac{m^3+6m^2n+9mn^2}{2m^2n+7mn^2+3n^3}\times\frac{4m^2-n^2}{8m^2-2mn-n^2}\div\frac{m^3+27n^3}{16m^2+8mn+n^2}=$

Solución:

$$\frac{m(m^2+6mn+9n^2)}{n(2m^2+7mn+3n^2)}\times\frac{(2m-n)(2m+n)}{8m^2-2mn-n^2}\div\frac{\left[(m)^3+(3n)^3\right]}{16m^2+8mn+n^2}=$$

Se harán las siguientes factorizaciones:

(a).- $m^2+6mn+9n^2=(m+3n)^2$

(b).-

$$2m^2+7mn+3n^2=\frac{2(2m^2+7mn+3n^2)}{2}=\frac{(2m)^2+7n(2m)+6n^2}{2}=$$

$$=\frac{(2m+6n)(2m+n)}{2}=(m+3n)(2m+n)$$

©.-

$$8m^2-2mn-n^2=\frac{8(8m^2-2mn-n^2)}{8}=\frac{(8m)^2-2n(8m)-8n^2}{8}=$$

$$=\frac{(8m-4n)(8m+2n)}{8}=(2m-n)(4m+n)$$

(d).-

$16m^2+8mn+n^2=\left(4m+n\right)^2$

(e).- $\left(m\right)^3+\left(3n\right)^3=\left(m+3n\right)\left(m^2-3mn+9n^2\right)$

Entonces, el ejercicio se puede escribir como:

$$\frac{m\left(m+3n\right)^2}{n\left(2m+3n\right)\left(2m+n\right)}\times\frac{\left(2m-n\right)\left(2m+n\right)}{\left(2m-n\right)\left(4m+n\right)}\div\frac{\left(m+3n\right)\left(m^2-3mn+9n^2\right)}{\left(4m+n\right)^2}=$$

$$\frac{m\left(m+3n\right)^2}{n\left(m+3n\right)}\times\frac{1}{\left(4m+n\right)}\times\frac{\left(4m+n\right)^2}{\left(m+3n\right)\left(m^2-3mn+9n^2\right)}=$$

$$=\frac{m\left(4m+n\right)}{n\left(m^2-3mn+9n^2\right)}=\frac{m\left(4m+n\right)}{n\left(m^2-3mn+9n^2\right)}=\frac{4m^2+mn}{m^2n-3mn^2+9n^3}$$

13.- $\frac{\left(a^2-ax\right)^2}{a^2+x^2}\times\frac{1}{a^3+a^2x}\div\left(\frac{a^3-a^2x}{a^2+2ax+x^2}\times\frac{a^2-x^2}{a^3+a^2x}\div\right)=$

Solución:

En pimer lugar, aclarar que:

$$\left(a^2-ax\right)^2=\left(a^2-ax\right)\left(a^2-ax\right)=a\left(a-x\right)\times a\left(a-x\right)=a^2\left(a-x\right)^2$$

Entonces:

$$\frac{\left(a^2-ax\right)^2}{a^2+x^2}\times\frac{1}{a^2\left(a+x\right)}\div\left[\frac{a^2\left(a-x\right)}{\left(a+x\right)^2}\times\frac{\left(a+x\right)\left(a-x\right)}{a\left(a^2+x^2\right)}\right]=$$

$$=\frac{a^2\left(a-x\right)^2}{a^2+x^2}\times\frac{1}{a^2\left(a+x\right)}\times\left[\frac{\left(a+x\right)\left(a^2+x^2\right)}{a\left(a-x\right)^2}\right]=\frac{1}{a}$$

14.- $\frac{\left(a^2-3a\right)^2}{9-a^2}\times\frac{27-a^3}{\left(a+3\right)^2--3a}\div\frac{a^4-9a^2}{\left(a^2+3a\right)^2}=$

Solución:

En primer lugar, aclarar que:

(a).- $\left(a^2-3a\right)^2=\left(a^2-3a\right)\times\left(a^2-3a\right)=a\left(a-3\right)\times a\left(a-3\right)=a^2\left(a-3\right)^2$

(b).- $\left(a^2+3a\right)^2=\left(a^2+3a\right)\times\left(a^2+3a\right)=a\left(a+3\right)\times a\left(a+3\right)=a^2\left(a+3\right)^2$

©.- $27-a^3=\left(3\right)^3-\left(a\right)^3=\left(3-a\right)\left(9+3a+a^2\right)$

(d).- $\left(a+3\right)^2-3a=a^2+6a+9-3a=a^2+3a+9$

(e).- $a^4-9a^2=a^2\left(a^2-9\right)=a^2\left(a+3\right)\left(a-3\right)$

Luego, la expresión original se puede escribir como:

$$\frac{a^2\left(a-3\right)^2}{\left(3+a\right)\left(3-a\right)}\times\frac{\left(3-a\right)\left(9+3a+a^2\right)}{\left(9+3a+a\ \right)}\div\frac{a^2\left(a+3\right)\left(a-3\right)}{a^2\left(a+3\right)^2}=$$

$$=\frac{a^2\left(a-3\right)^2}{\left(3+a\right)}\div\frac{\left(a-3\right)}{\left(a+3\right)}=\frac{a^2\left(a-3\right)^2}{\left(a+3\right)}\times\frac{\left(a+3\right)}{\left(a-3\right)}=a^2\left(a-3\right)=a^3-3a^2$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 53.
Tema: Simplificación de fracciones complejas. (Baldor).
Fecha: ____________
Profesor: Fernando Viso
Nombre del alumno:____
Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

PREGUNTAS:

Ejercicio 137. Simplificar:

1.-

$$\frac{a-\frac{a}{b}}{b-\frac{1}{b}}=$$

Solución:

$$\frac{\frac{ab-a}{b}}{\frac{b^2-1}{b}}=\frac{a(b-1)}{(b-1)(b+1)}=\frac{a}{b+1}$$

2.-

$$\frac{x^2-\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}=$$

Solución:

$$\frac{\frac{x^3-1}{x}}{\frac{x-1}{x}}=\frac{x^3-1}{x-1}=\frac{(x-1)\left(x^2+x+1\right)}{(x-1)}=x^2+x+1$$

3.-

$$\frac{\frac{a}{b}-\frac{b}{a}}{1+\frac{b}{a}}=$$

Solución:

$$\frac{\frac{a^2-b^2}{ab}}{\frac{a+b}{a}}=\frac{a(a+b)(a-b)}{ab(a+b)}=\frac{(a-b)}{b}$$

4.-

$$\frac{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}{\frac{1}{m}-\frac{1}{n}}=$$

Solución:

$$\frac{\frac{n+m}{mn}}{\frac{n-m}{mn}}=\frac{n+m}{n-m}$$

5.- $\frac{x+\frac{x}{2}}{x-\frac{x}{4}}=$

Solución:

$$\frac{\frac{2x+x}{2}}{\frac{4x-x}{4}}=\frac{4(3x)}{2(3x)}=2$$

6,-

$$\frac{\frac{x}{y}-\frac{y}{x}}{1+\frac{y}{x}}=$$

Solución:

$$\frac{\frac{x^2-y^2}{xy}}{\frac{x+y}{x}}=\frac{x\left(x+y\right)\left(x-y\right)}{xy\left(x+y\right)}=\frac{x-y}{y}$$

7.-

$$\frac{x+4+\frac{3}{x}}{x-4-\frac{5}{x}}=$$

Solución:

$$\frac{\frac{x^2+4x+3}{x}}{\frac{x^2-4x-5}{x}}=\frac{\left(x+1\right)\left(x+3\right)}{\left(x-5\right)\left(x+1\right)}=\frac{x+3}{x-5}$$

8.-

$$\frac{a-4+\frac{4}{a}}{1-\frac{2}{a}}=$$

Solución:

$$\frac{\frac{a^2-4a+4}{a}}{\frac{a-2}{a}}=\frac{\left(a-2\right)^2}{\left(a-2\right)}=a-2$$

9.-

$$\frac{\frac{2a^2-b^2}{a}-b}{\frac{4a^2+b^2}{4ab}+1}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{2a^2-b^2-ab}{a}}{\dfrac{4a^2+b^2+4ab}{4ab}}=\frac{4ab\left(2a^2-ab-b^2\right)}{a\left(2a+b\right)^2}=\frac{\dfrac{4b\times 2\left(2a^2-ab-b^2\right)}{2}}{\left(2a+b\right)^2}=$$

$$=\frac{2b\left[\left(2a\right)^2-b\left(2a\right)-2b^2\right]}{\left(2a+b\right)^2}=\frac{2b\left[\left(2a-2b\right)\left(2a+b\right)\right]}{\left(2a+b\right)^2}=$$

$$=\frac{4b\left(a-b\right)}{\left(2a+b\right)}=\frac{4ab-4b^2}{2a+b}$$

10.-

$$\frac{2+\dfrac{3a}{5b}}{a+\dfrac{10b}{3}}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{10b+3a}{5b}}{\dfrac{3a+10b}{3}}=\frac{3\left(3a+10b\right)}{5b\left(3a+10b\right)}=\frac{3}{5b}$$

11.-

$$\frac{a-x+\dfrac{x^2}{a+x}}{a^2-\dfrac{a^2}{a+x}}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{a^2-x^2+x^2}{a+x}}{\dfrac{a^2\left(a+x\right)-a^2}{a+x}}=\frac{a^2}{a^2\left(a+x-1\right)}=\frac{1}{a+x-1}$$

12.-

$$\frac{a+5-\dfrac{14}{a}}{1+\dfrac{8}{a}+\dfrac{7}{a^2}}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{a^2+5a-14}{a}}{\dfrac{a^2+8a+7}{a^2}}=\frac{a\left(a+7\right)\left(a-2\right)}{\left(a+7\right)\left(a+1\right)}=\frac{a\left(a-2\right)}{a+1}=\frac{a^2-2a}{a+1}$$

13.- $$\frac{\frac{1}{a}-\frac{9}{a^2}+\frac{20}{a^3}}{\frac{16}{a}-a}=$$

Solución:

$$\frac{\frac{a^2-9a+20}{a^3}}{\frac{16-a^2}{a}}=\frac{(a-4)(a-5)}{a^2(4+a)(4-a)}=-\frac{a-5}{a^2(4+a)}=-\frac{5-a}{4a^2+a^3}$$

14.- $$\frac{\frac{20x^2+7x-6}{x}}{\frac{4}{x^2}-25}=$$

Solución:

En primer lugar se debe factorizar la siguiente expresión:

$$20x^2+7x-6=\frac{20\left(20x^2+7x-6\right)}{20}=\frac{(20x)^2+7(20x)-120}{20}=$$
$$=\frac{(20x-8)(20x+15)}{20}=(5x-2)(4x+3)$$

Luego:

$$\frac{\frac{(5x-2)(4x+3)}{x}}{\frac{4-25x^2}{x^2}}=\frac{x(5x-2)(4x+3)}{(2-5x)(2+5x)}=-\frac{x(2-5x)(4x+3)}{(2-5x)(2+5x)}=$$
$$=-\frac{x(4x+3)}{2+5x}=-\frac{4x^2+3x}{5x+2}$$

15.- $$\frac{1+\frac{1}{x-1}}{1+\frac{1}{x^2-1}}=$$

Solución:

$$\frac{\frac{x-1+1}{x-1}}{\frac{x^2-1+1}{x^2-1}}=\frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x^2}{x^2-1}}=\frac{x(x+1)(x-1)}{x^2(x-1)}=\frac{x+1}{x}$$

16.- $\dfrac{a-\dfrac{ab}{a+b}}{a+\dfrac{ab}{a-b}}=$

Solución:

$$\dfrac{\dfrac{a^2+ab-ab}{a+b}}{\dfrac{a^2-ab+ab}{a-b}}=\dfrac{\dfrac{a^2}{a+b}}{\dfrac{a^2}{a-b}}=\dfrac{a-b}{a+b}$$

17.-

$$\dfrac{x-1-\dfrac{5}{x+3}}{x+5-\dfrac{35}{x+3}}=$$

Solución:

$$\dfrac{\dfrac{(x-1)(x+3)-5}{x+3}}{\dfrac{(x+5)(x+3)-35}{x+3}}=\dfrac{x^2+2x-3-5}{x^2+8x+15-35}=\dfrac{x^2+2x-8}{x^2+8x-20}=$$

$$=\dfrac{(x+4)(x-2)}{(x+10)(x-2)}=\dfrac{x+4}{x+10}$$

18.-

$$\dfrac{a+2-\dfrac{7a+9}{a+3}}{a-4+\dfrac{5a-11}{a+1}}=$$

Solución:

$$\dfrac{\dfrac{(a+2)(a+3)-7a-9}{a+3}}{\dfrac{(a-4)(a+1)+5a-11}{a+1}}=\dfrac{(a+1)\left(a^2+5a+6-7a-9\right)}{(a+3)\left(a^2-3a-4+5a-11\right)}=$$

$$=\dfrac{(a+1)\left(a^2-2a-3\right)}{(a+3)\left(a^2+2a-15\right)}=\dfrac{(a+1)(a-3)(a+1)}{(a+3)(a+5)(a-3)}=\dfrac{(a+1)^2}{(a+3)(a+5)}$$

$$=\dfrac{a^2+2a+1}{a^2+8a+15}$$

Ejercico 138. Simplificar:

1.- $\dfrac{1+\dfrac{x+1}{x-1}}{\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x+1}}=$

Solución:

$$\frac{\dfrac{x-1+x+1}{x-1}}{\dfrac{x+1-x+1}{x^2-1}}=\frac{2x\left(x^2-1\right)}{2\left(x-1\right)}=\frac{x\left(x+1\right)\left(x-1\right)}{\left(x-1\right)}=x^2+x$$

2.-

$$\frac{\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{2}{x+1}}{\dfrac{x-2}{x}+\dfrac{2x+6}{x+1}}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{\left(x+1\right)+2\left(x-1\right)}{\left(x-1\right)\left(x+1\right)}}{\dfrac{\left(x+1\right)\left(x-2\right)+x\left(2x+6\right)}{x\left(x+1\right)}}=\frac{\dfrac{3x-1}{\left(x-1\right)}}{\dfrac{x^2-x-2+2x^2+6x}{x}}=$$

$$=\frac{x\left(3x-1\right)}{\left(x-1\right)\left(3x^2+5x-2\right)}=$$

Ahora:

$$3x^2+5x-2=\frac{3\left(3x^2+5x-2\right)}{3}=\frac{\left(3x\right)^2+5\left(3x\right)-6}{3}=$$

$$=\frac{\left(3x-1\right)\left(3x+6\right)}{3}=\left(3x-1\right)\left(x+2\right)$$

Luego, la expresión original se puede escribir como:

$$=\frac{x\left(3x-1\right)}{\left(x-1\right)\left(3x-1\right)\left(x+2\right)}=\frac{x}{\left(x-1\right)\left(x+2\right)}=\frac{x}{x^2+x-2}$$

3.- $\dfrac{\dfrac{a}{a-b}-\dfrac{b}{a+b}}{\dfrac{a+b}{a-b}+\dfrac{a}{b}}=$

Solución:

$$\frac{\dfrac{a\left(a+b\right)-b\left(a-b\right)}{\left(a+b\right)\left(a-b\right)}}{\dfrac{b\left(a+b\right)+a\left(a-b\right)}{b\left(a-b\right)}}=\frac{\dfrac{a^2+ab-ab+b^2}{a+b}}{\dfrac{ab+b^2+a^2-ab}{b}}=\frac{b\left(a^2+b^2\right)}{\left(a+b\right)\left(a^2+b^2\right)}=$$

$$=\frac{b}{a+b}$$

4.-

$$\frac{\dfrac{x+3}{x+4}-\dfrac{x+1}{x+2}}{\dfrac{x-1}{x+2}-\dfrac{x-3}{x-4}}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{(x+2)(x+3)-(x+1)(x+4)}{(x+2)(x+4)}}{\dfrac{(x-1)(x+4)-(x-3)(x+2)}{(x+2)(x+4)}}=\frac{x^2+5x+6-x^2-5x-4}{x^2+3x-4-x^2+x+6}=$$

$$=\frac{2}{4x+2}=\frac{2}{2(2x+1)}=\frac{1}{2x+1}$$

5.-

$$\frac{\dfrac{m^2}{n}-\dfrac{m^2-n^2}{m+n}}{\dfrac{m-n}{n}+\dfrac{n}{m}}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{m^2(m+n)-n(m^2-n^2)}{n(m+n)}}{\dfrac{m(m-n)+n^2}{nm}}=\frac{m(m^3+n^3)}{(m+n)(m^2-mn+n^2)}=m$$

Nota: Recordar que: $m^3+n^3=(m+n)(m^2-mn+n^2)$

6.- $\dfrac{\dfrac{a^2}{b^3}+\dfrac{1}{a}}{\dfrac{a}{b}-\dfrac{b-a}{a-b}}=$

Solución:

$$\frac{\dfrac{a^3+b^3}{ab^3}}{\dfrac{a(a-b)-b(b-a)}{b(a-b)}}=\frac{b(a-b)(a^3+b^3)}{ab^3\left[(a+b)(a-b)\right]}=\frac{a^3+b^3}{ab^2(a+b)}=$$

$$=\frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{ab^2(a+b)}=\frac{a^2-ab+b^2}{ab^2}$$

7.-

$$\frac{1+\dfrac{2x}{1+x^2}}{2x+\dfrac{2x^2+2}{1-x^4}}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{1+x^2+2x}{1+x^2}}{\dfrac{2x\left(1-x^4\right)+2x^5+2}{1-x^4}}=\frac{\left(1-x^4\right)\left(1+x\right)^{2+x}}{\left(1+x^2\right)\left(2x-2x^5+2x^5+2\right)}=$$

$$=\frac{\left(1-x^2\right)\left(1+x^2\right)\left(1+x\right)^2}{\left(1+x^2\right)\left(2x+2\right)}=\frac{\left(1-x^2\right)\left(1+x\right)^2}{2\left(1+x\right)}=\frac{\left(1-x^2\right)\left(1+x\right)}{2}=$$

$$=\frac{1+x-x^2-x^3}{2}$$

8.-

$$\frac{\dfrac{x+y}{x-y}-\dfrac{x-y}{x+y}}{\dfrac{x+y}{x}-\dfrac{x+2y}{x+y}}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{\left(x+y\right)^2-\left(x-y\right)^2}{x^2-y^2}}{\dfrac{\left(x+y\right)^2-x\left(x+2y\right)}{x\left(x+y\right)}}=\frac{x\left(x+y\right)\left[x^2+2xy+y^2-x^2+2xy-y^2\right]}{\left(x+y\right)\left(x-y\right)\left[x^2+2xy+y^2-x^2-2xy\right]}=$$

$$=\frac{x\left(4xy\right)}{\left(x-y\right)\left(y^2\right)}=\frac{4x^2}{xy-y^2}$$

9.-

$$\frac{\dfrac{a+x}{a-x}-\dfrac{b+x}{b-x}}{\dfrac{2}{a-x}-\dfrac{2}{b-x}}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{\left(a+x\right)\left(b-x\right)-\left(a-x\right)\left(b+x\right)}{\left(a-x\right)\left(b-x\right)}}{\dfrac{2\left(b-x\right)-2\left(a-x\right)}{\left(a-x\right)\left(b-x\right)}}=\frac{ab-ax+bx-x^2-\left(ab-bx+ax-x^2\right)}{2b-2x-2a+2x}=$$

$$=\frac{ab-ax+bx-x^2-ab+bx-ax+x^2}{2\left(b-a\right)}=\frac{2x\left(b-a\right)}{2\left(b-a\right)}=x$$

10.-

$$\frac{\dfrac{a}{a+x}-\dfrac{a}{2a+2x}}{\dfrac{a}{a-x}+\dfrac{a}{a+x}}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{2(a)-a}{2(a+x)}}{\dfrac{a(a+x)+a(a-x)}{a^2-x^2}}=\frac{a(a-x)}{2\left(a^2+ax+a^2-ax\right)}=\frac{a-x}{4a}$$

11.-

$$\frac{\dfrac{a+2b}{a-b}+\dfrac{b}{a}}{\dfrac{a+b}{a}+\dfrac{3b}{a-b}}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{(a+2b)(a)+(b)(a-b)}{a(a-b)}}{\dfrac{(a+b)(a-b)+3ab}{a(a-b)}}=\frac{a^2+2ab+ab-b^2}{a^2-b^2+3ab}=\frac{a^2+3ab-b^2}{a^2+3ab-b^2}=1$$

12.-

$$\frac{1-\dfrac{7}{x}+\dfrac{12}{x^2}}{x-\dfrac{16}{x}}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{x^2-7x+12}{x^2}}{\dfrac{x^2-16}{x}}=\frac{(x-4)(x-3)}{x(x-4)(x+4)}=\frac{x-3}{x^2+4x}$$

13.-

$$\frac{\dfrac{a^2}{b}-\dfrac{b^2}{a}}{\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{a}+\dfrac{b}{a^2}}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{a^3-b^3}{ab}}{\dfrac{a^2+ab+b^2}{a^2b}}=\frac{a\left(a^3-b^3\right)}{a^2+ab+b^2}=\frac{a(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)}{a^2+ab+b^2}=a^2-ab$$

14.-

$$\frac{x-2y-\dfrac{4y^2}{x+y}}{x-3y-\dfrac{5y^2}{x+y}}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{(x-2y)(x+y)-4y^2}{x+y}}{\dfrac{(x-3y)(x+y)-5y^2}{x+y}}=\frac{x^2+xy-2xy-2y^2-4y^2}{x^2-3xy+xy-3y^2-5y^2}=$$

$$\frac{x^2-xy-6y^2}{x^2-2xy-8y^2}=\frac{(x+2y)(x-3y)}{(x+2y)(x-4y)}=\frac{x-3y}{x-4y}$$

15.-

$$\frac{\dfrac{2}{1-a}+\dfrac{2}{1+a}}{\dfrac{2}{1+a}-\dfrac{2}{1-a}}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{2(1+a+1-a)}{(1+a)(1-a)}}{\dfrac{2(1-a-1-a)}{(1+a)(1-a)}}=\frac{4}{-4a}=-\frac{1}{a}$$

16.-

$$\frac{\dfrac{1}{x+y+z}-\dfrac{1}{x-y+z}}{\dfrac{1}{x-y+z}-\dfrac{1}{x+y+z}}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{x-y+z-x-y-z}{(x+z)^2-y^2}}{\dfrac{x+y+z-x+y-z}{(x+z)^2-y^2}}=\frac{-2y}{2y}=-1$$

17.-

$$\frac{1+\dfrac{2b+c}{a-b-c}}{1-\dfrac{c-2b}{a-b+c}}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{a-b-c+2b+c}{(a-b)-c}}{\dfrac{a-b+c-c+2b}{(a-b)+c}}=\frac{\dfrac{a+b}{(a-b)-c}}{\dfrac{a+b}{(a-b)+c}}=\frac{a-b+c}{a-b-c}$$

18.-

$$\frac{\dfrac{a}{1-a}+\dfrac{1-a}{a}}{\dfrac{1-a}{a}-\dfrac{a}{1-a}}=\frac{\dfrac{a^2+(1-a)^2}{(1-a)\,a}}{\dfrac{(1-a)^2-a^2}{(1-a)\,a}}=\frac{a^2+1-2a+a^2}{1-2a+a^2-a^2}=\frac{2a^2-2a+1}{1-2a}$$

19.-

$$\frac{\dfrac{x+1-\dfrac{6x+12}{x+2}}{x-5}}{\dfrac{x-4+\dfrac{11x-22}{x-2}}{x+7}}=\frac{\dfrac{(x+1)(x+2)-6x-12}{(x+2)(x-5)}}{\dfrac{(x-4)(x-2)+11x-22}{(x-2)(x+7)}}=\frac{\dfrac{x^2+3x+2-6x-12}{(x+2)(x-5)}}{\dfrac{x^2-6x+8+11x-22}{(x-2)(x+7)}}=$$

$$=\frac{\dfrac{x^2-3x-10}{(x+2)(x-5)}}{\dfrac{x^2+5x-14}{(x-2)(x+7)}}=\frac{(x-5)(x+2)(x+7)(x-2)}{(x+7)(x-2)(x+2)(x-5)}=1$$

20.-

$$\frac{1}{1+\dfrac{1}{x}}=$$

Solución:

$$\frac{1}{\dfrac{x+1}{x}}=\frac{x}{x+1}$$

21.-

$$\frac{1}{1+\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}}=$$

Solución:

$$\frac{1}{1+\dfrac{1}{\dfrac{x-1}{x}}}=\frac{1}{1+\dfrac{x}{x-1}}=\frac{1}{\dfrac{x-1+x}{x-1}}=\frac{x-1}{2x-1}$$

22.-

$$1-\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{\frac{x}{3}-1}}=$$

Solución:

$$1-\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{\frac{x-3}{3}}}=1-\cfrac{1}{2+\frac{3}{x-3}}=1-\cfrac{1}{\frac{2(x-3)+3}{x-3}}=1-\frac{x-3}{2x-3}=$$

$$=\frac{(2x-3)-x+3}{2x-3}=\frac{x}{2x-3}$$

23.- $$\cfrac{2}{1+\cfrac{2}{1+\frac{2}{x}}}=$$

Solución:

$$\cfrac{2}{1+\cfrac{2}{\frac{x+2}{x}}}=\cfrac{2}{1+\frac{2x}{x+2}}=\cfrac{2}{\frac{x+2+2x}{x+2}}=\frac{2(x+2)}{3x+2}=\frac{2x+4}{3x+2}$$

24.-

$$\cfrac{1}{x-\cfrac{x}{x-\frac{x^2}{x+1}}}=$$

Solución:

$$\cfrac{1}{x-\cfrac{x}{\frac{x(x+1)-x^2}{x+1}}}=\cfrac{1}{x-\frac{x(x+1)}{x^2+x-x^2}}=\frac{1}{x-x-1}=\frac{1}{-1}=-1$$

25.-

$$\cfrac{1}{a+2-\cfrac{a+1}{a-\frac{1}{a}}}=$$

Solución:

$$\frac{1}{a+2-\frac{a+1}{\frac{a^2-1}{a}}}=\frac{1}{a+2-\frac{(a+1)a}{a^2-1}}=\frac{1}{\frac{(a+2)(a^2-1)-a(a+1)}{a^2-1}}=$$

$$=\frac{(a+1)(a-1)}{(a+2)(a+1)(a-1)-a(a+1)}=\frac{a-1}{(a+2)(a-1)-a}=$$

$$=\frac{a-1}{a^2+a-2-a}=\frac{a-1}{a^2-2}$$

26.-

$$\frac{x-1}{x+2-\frac{x^2+2}{x-\frac{x-2}{x+1}}}=$$

Solución:

$$\frac{x-1}{x+2-\frac{x^2+2}{\frac{x(x+1)-x+2}{x+1}}}=\frac{x-1}{x+2-\frac{x^2+2}{\frac{x^2+2}{x+1}}}=\frac{x-1}{x+2-x-1}=x-1$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 54.

Tema: Misceláneas sobre fracciones. (Baldor).

Fecha: ___________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

PREGUNTAS:

Ejercicio 140. Simplificar:

1.- $\frac{12x^2+31x+20}{18x^2+21x-4}=$

Solución:

En primer lugar, se debe hacer la factorización de los dos trinomios:

(a).- $$12x^2+31x+20=\frac{12(12x^2+31x+20)}{12}=\frac{(12x)^2+31(12x)+240}{12}=$$
$$=\frac{(12x+16)(12x+15)}{12}=(3x+4)(4x+5)$$

(b).- $$18x^2+21x-4=\frac{18(18x+21x-4)}{18}=\frac{(18x)^2+21(18x)-72}{18}=$$
$$=\frac{(18x+24)(18x-3)}{18}=(3x+4)(6x-1)$$

Luego, la expresión original se puede escribir como:

$$\frac{(3x+4)(4x+5)}{(3x+4)(6x-1)}=\frac{4x+5}{6x-1}$$

2.- $\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{a^2}+\frac{1}{a^3}\right)\div\left(a+2-\frac{2a+1}{a}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{a^2+2a+1}{a^3}\right)\div\left[\frac{a(a+2)-2a-1}{a}\right]=\frac{(a+1)^2}{a^3}\div\frac{a^2-1}{a}=$$

$$=\frac{(a+1)^2}{a^3}\times\frac{a}{(a+1)(a-1)}=\frac{a+1}{a^2(a-1)}=\frac{a+1}{a^3-a^2}$$

3.- $\frac{x^3+3x^2+9x}{x^5-27x^2}$

Solución:

$$\frac{x(x^2+3x+9)}{x^2(x^3-27)}=\frac{x(x^2+3x+9)}{x^2(x-3)(x^2+3x+9)}=\frac{1}{x(x-3)}=\frac{1}{x^2-3x}$$

4.-

$$\frac{(x+y)^2}{y}-\frac{x(x-y)^2}{xy}=$$

Solución:

$$\frac{x(x+y)^2-x(x-y)^2}{xy}=\frac{x(x^2+2xy+y^2-x^2+2xy-y^2)}{xy}=$$

$$=\frac{x(4xy)}{xy}=4x$$

5.-

$$\frac{a^4-2b^3+a^2b(b-2)}{a^4-a^2b-2b^2}=$$

Solución:

$$\frac{a^2(a^2-2b)+b^2(a^2-2b)}{(a^2-2b)(a^2+b)}=\frac{(a^2-2b)(a^2+b^2)}{(a^2-2b)(a^2+b)}=\frac{a^2+b^2}{a^2+b}$$

6.- Multiplicar:

$$\left[a+\frac{1+5a}{a^2-5}\right]\times\left[a-\frac{a+5}{a+1}\right]=$$

Solución:

$$\left(\frac{a^3-5a+1+5a}{a^2-5}\right)\times\left(\frac{a^2+a-a-5}{a+1}\right)=\left(\frac{a^3+1}{a^2-5a}\right)\times\left(\frac{a^2-5}{a+1}\right)=$$

$$=\frac{a^3+1}{a+1}=\frac{(a+1)(a^2-a+1)}{(a+1)}=a^2-a+1$$

7.- Dividir:

$$\left[x^2+5x-4-\frac{x^3-29}{x-5}\right]\div\left[x+34+\frac{170-x^2}{x-5}\right]=$$

Solución:

Trabajaremos primero con el numerador:

$$\frac{(x^2+5x-4)(x-5)-x^3+29}{x-5}=\frac{x^3+5x^2-4x-5x^2-25x+20-x^3+29}{x-5}=$$

$$=\frac{-29x+49}{x-5}$$

Ahora, trabajaremos con el denominador:

$$\frac{(x+34)(x-5)+170-x^2}{x-5}=\frac{x^2-5x+34x-170+170-x^2}{x-5}=$$

$$=\frac{-29x}{x-5}$$

Dividiendo ahora numerador entre denominador:

$$\frac{\frac{-29x+49}{x-5}}{\frac{29x}{x-5}}=\frac{-29x+49}{29x}=\frac{49-29x}{29x}$$

8.- Descomponer la fracción siguiente en la suma o resta de tres fracciones simples irreducibles:

$$\frac{4x^2-5xy+y^2}{3x}=$$

Solución:

$$\frac{4x^2-5xy+y^2}{3x}=\frac{4x^2}{3x}-\frac{5xy}{3x}+\frac{y^2}{3x}=\frac{4x}{3}-\frac{5y}{3}+\frac{y^2}{3x}$$

9.- Descomponer la fracción siguiente en la suma o resta de tres fracciones simples irreducibles:

$$\frac{m-n-x}{mnx}=$$

Solución:

$$\frac{m-n-x}{mnx}=\frac{m}{mnx}-\frac{n}{mnx}-\frac{x}{mnx}=\frac{1}{nx}-\frac{1}{mx}-\frac{1}{mn}$$

10.- Probar que:

$$\frac{x^3-xy^2}{x-y}=x^2+xy$$

Solución:

$$\frac{x\left(x^2-y^2\right)}{x-y}=\frac{x\left(x+y\right)\left(x-y\right)}{x-y}=x\left(x+y\right)=x^2+xy$$

11.- Probar que:

$$x^2-2x+1-\frac{9x-3x^2}{x-3}=\frac{x^3-1}{x-1}$$

Solución:

Trabajando con el lado derecho de la igualdad:

$$\frac{x^3-1}{x-1}=\frac{\left(x-1\right)\left(x^2+x+1\right)}{\left(x-1\right)}=x^2+x+1$$

Trabajando ahora con el lado izquierdo de la igualdad:

$$x^2-2x+1-\frac{9x-3x^2}{x-3}=x^2-2x+1-\frac{3x\left(3-x\right)}{x-3}=x^2-2x+1+3x=$$
$$=x^2+x+1$$

Entonces los dos lados son iguales a x^2+x+1 y por lo tanto la igualdad se cumple.

12.- Probar que:

$$\frac{a^4-5a^2+4}{a^3+a^2-4a-4}=a-3+\frac{2+4a}{2a+1}$$

Trabajando con el lado derecho de la igualdad:

$$a-3+\frac{2\left(2a+1\right)}{2a+1}=a-3+2=a-1$$

Si la igualdad existe:

$$\frac{a^4-5a^2+4}{a^3+a^2-4a-4}=a-1$$

Entonces se debe cumplir que:

$$a^4-5a^2+4=\left(a^3+a^2-4a-4\right)\left(a-1\right)=a^4+a^3-4a^2-4a-a^3-a^2+4a+4=$$

$$=a^4-5a^2+4$$

Con lo que queda demostrado.

13.- Simplificar:

$$\frac{1}{a-b}+\frac{1}{a+b}+\frac{2a}{a^2-ab+b^2}=$$

Solución:

$$\frac{1}{a-b}+\frac{1}{a+b}+\frac{2a}{\frac{a^3+b^3}{a+b}}=\frac{1}{a-b}+\frac{1}{a+b}+\frac{2a\left(a+b\right)}{a^3+b^3}=$$

$$=\frac{\left(a+b\right)\left(a^3+b^3\right)+\left(a-b\right)\left(a^3+b^3\right)+2a\left(a+b\right)\left(a-b\right)\left(a+b\right)}{\left(a-b\right)\left(a+b\right)\left(a^3+b^3\right)}=$$

$$=\frac{\left(a+b\right)\left(a^3+b^3\right)+\left(a-b\right)\left(a+b\right)\left(a^2-ab+b^2\right)+2a\left(a+b\right)\left(a^2-b^2\right)}{\left(a-b\right)\left(a+b\right)\left(a^3+b^3\right)}=$$

$$=\frac{\left(a^3+b^3\right)+\left(a-b\right)\left(a^2-ab+b^2\right)+2a\left(a^2-b^2\right)}{\left(a-b\right)\left(a^3+b^3\right)}=$$

$$=\frac{a^3+b^3+a^3-a^2b+ab^2-a^2b+ab^2-b^3+2a^3-2ab^2}{\left(a-b\right)\left(a^3+b^3\right)}=$$

$$=\frac{4a^3-2a^2b}{\left(a-b\right)\left(a^3+b^3\right)}$$

14.- $\left(\frac{a^2}{1-a^2}-\frac{a^4}{1-a^4}\right)\times\left(1-a+\frac{1+a^3}{a^2}\right)=$

Solución:

$$\left[\frac{a^2\left(1+a^2\right)-a^4}{\left(1-a^2\right)\left(1+a^2\right)}\right]\times\left[\frac{a^2\left(1-a\right)+1+a^3}{a^2}\right]=\frac{a^2+a^4-a^4}{\left(1-a^2\right)\left(1+a^2\right)}\times\frac{a^2-a^3+1+a^3}{a^2}=$$

$$=\frac{a^2}{\left(1-a^2\right)\left(1+a^2\right)}\times\frac{a^2+1}{a^2}=\frac{1}{1-a^2}$$

15.-

$$\left(\frac{x^2-9}{x^2-x-12}\div\frac{x-3}{x^2+3x}\right)\times\left(\frac{a^2x^2-16a^2}{2x^2+7x+3}\right)\times\left(\frac{2}{a^2x}+\frac{1}{a^2x^2}\right)=$$

Solución:

En primer lugar se debe buscar la factorización de la expresión siguiente:

$$2x^2+7x+3=\frac{2\left(2x^2+7x+3\right)}{2}=\frac{\left(2x\right)^2+7\left(2x\right)+6}{2}=$$

$$=\frac{\left(2x+1\right)\left(2x+6\right)}{2}=\left(2x+1\right)\left(x+3\right)$$

$$\left[\frac{\left(x+3\right)\left(x-3\right)}{\left(x-4\right)\left(x+3\right)}\times\frac{x\left(x+3\right)}{x-3}\right]\times\frac{a^2\left(x+4\right)\left(x-4\right)}{\left(2x+1\right)\left(x+3\right)}\times\left(\frac{2x+1}{a^2x^2}\right)=$$

$$=\frac{xa^2\left(x+4\right)}{a^2x^2}=\frac{x+4}{x}$$

16.- $\dfrac{3x^3-x^2-12x+4}{6x^4+x^3-25x^2-4x+4}=$

Solución: Aplicando Ruffini para factorizar el numerador:

	3	-1	-12	4
-2		-6	14	-4
	3	-7	2	0
2		6	-2	
	3	-1	0	

$$\left(3x^3-x^2-12x+4\right)=\left(x+2\right)\left(x-2\right)\left(3x-1\right)$$

Aplicando Ruffini al denominador:

	6	1	-25	-4	4
2		12	26	2	-4
	6	13	1	-2	0
-2		-12	-2	2	
	6	1	-1	0	

$$6x^4+x^3-25x^2-4x+4=\left(x-2\right)\left(x+2\right)\left(6x^2+x-1\right)$$

Luego, la fracción original se puede escribir como:

$$\frac{\left(x-2\right)\left(x+2\right)\left(3x-1\right)}{\left(x+2\right)\left(x-2\right)\left(6x^2+x-1\right)}=\frac{\left(3x-1\right)}{\left(3x-1\right)\left(2x+1\right)}=\frac{1}{2x+1}$$

Nota: la división $\left(6x^2+x-1\right)\div\left(3x-1\right)=\left(2x+1\right)$

17.- $\dfrac{16-81x^2}{72x^2-5x-12}=$

Solución:

En primer lugar se factoriza la siguiente expresión:

$$72x^2-5x-12=\frac{72\left(72x^2-5x-12\right)}{12}=\frac{\left(72x\right)^2-5\left(72x\right)-864}{72}=$$

$$=\frac{\left(72x-32\right)\left(72x+27\right)}{72}=\left(9x-4\right)\left(8x+3\right)$$

Luego:

$$\frac{\left(4-9x\right)\left(4+9x\right)}{\left(9x-4\right)\left(8x+3\right)}=-\frac{\left(9x-4\right)\left(4+9x\right)}{\left(9x-4\right)\left(8x+3\right)}=-\frac{9x+4}{8x+3}$$

18.- $\left(\frac{1}{x}-\frac{2}{x+2}+\frac{3}{x+3}\right)\div\left(\frac{x}{x+2}+\frac{x}{x+3}+\frac{6}{x^2+5x+6}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{\left(x+2\right)\left(x+3\right)-2x\left(x+3\right)+3x\left(x+2\right)}{x\left(x+2\right)\left(x+3\right)}\right)\div\frac{x\left(x+3\right)+x\left(x+2\right)+6x}{\left(x+2\right)\left(x+3\right)}=$$

$$\frac{x^2+5x+6-2x^2-6x+3x^2+6x}{x\left(x+2\right)\left(x+3\right)}\div\frac{x^2+3x+x^2+2x+6}{\left(x+2\right)\left(x+3\right)}=$$

$$=\frac{2x^2+5x+6}{x\left(x+2\right)\left(x+3\right)}\div\frac{2x^2+5x+6}{\left(x+2\right)\left(x+3\right)}=\frac{2x^2+5x+6}{x\left(x+2\right)\left(x+3\right)}\times\frac{\left(x+2\right)\left(x+3\right)}{2x^2+5x+6}=\frac{1}{x}$$

19.- $\dfrac{\frac{b}{a}}{1-\frac{b^2}{a^2}}+\dfrac{1+\frac{b}{a-b}}{2-\frac{a-3b}{a-b}}=$

Solución:

$$\frac{\frac{b}{a}}{\frac{a^2-b^2}{a^2}}+\frac{\frac{a-b+b}{a-b}}{\frac{2a-2b-a+3b}{a-b}}=\frac{a^2b}{a\left(a+b\right)\left(a-b\right)}+\frac{a\left(a-b\right)}{\left(a-b\right)\left(a+b\right)}=$$

$$=\frac{ab}{\left(a+b\right)\left(a-b\right)}+\frac{a}{a+b}=\frac{ab+a\left(a-b\right)}{\left(a+b\right)\left(a-b\right)}=\frac{a^2+ab-ab}{a^2-b^2}=\frac{a^2}{a^2-b^2}$$

20.- $\frac{1}{3}\left(\frac{x^2-36}{x}\div\frac{x}{x^2-4}\right)\times\dfrac{1}{x-\frac{36}{x}}\times\dfrac{1}{x-\frac{4}{x}}=$

S0lución:

$$\frac{1}{3}\left[\frac{x^2-36}{x}\times\frac{x^2-4}{x}\right]\times\frac{1}{\frac{x^2-36}{x}}\times\frac{1}{\frac{x^2-4}{x}}=$$

$$=\frac{1}{3}\left[\frac{x^2-36}{x}\times\frac{x^2-4}{x}\times\frac{x}{x^2-36}\times\frac{x}{x^2-4}\right]=\frac{1}{3}$$

21.- $$\frac{\frac{3a}{(a-2b)^2}+\frac{5}{a-5b}+\frac{1}{a-2b}}{\frac{3a^2-14ab+10b^2}{a^2-4ab+4b^2}}=\frac{N}{D}$$

Solución:

$$N=\frac{3a}{(a-2b)^2}+\frac{5}{a-5b}+\frac{1}{a-2b}=\frac{3a(a-5b)+5(a-2b)^2+(a-2b)(a-5b)}{(a-2b)^2(a-5b)}=$$

$$=\frac{3a^2-15ab+5a^2-20ab+20b^2+a^2-7ab+10b^2}{(a-2b)^2(a-5b)}=$$

$$=\frac{9a^2-42ab+30b^2}{(a-2b)^2(a-5b)}=\frac{3\left(3a^2-14ab+10b^2\right)}{(a-2b)^2(a-5b)}$$

$$D=\frac{3a^2-14ab+10b^2}{(a-2b)^2}$$

Luego:

$$\frac{N}{D}=\frac{\frac{3\left(3a^2-14ab+10b^2\right)}{(a-2b)^2(a-5b)}}{\frac{3a^2-14ab*10b^2}{(a-2b)^2}}=\frac{\frac{3}{(a-5b)}}{1}=\frac{3}{a-5b}$$

22.- $$\frac{\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+1}}{\frac{x-1}{x+1}+\frac{x+1}{x-1}}\times\frac{x^2+1}{2a^2-2b}\div\frac{2x}{a^2-b}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{(x+1)^2-(x-1)^2}{x^2-1}}{\dfrac{(x-1)^2+(x+1)^2}{x^2-1}}\times\frac{x^2+1}{2(a^2-b)}\times\frac{a^2-b}{2x}=$$

$$\frac{x^2+2x+1-x^2+2x-1}{x^2-2x+1+x^2+2x+1}\times\frac{x^2+1}{4x}=\frac{4x(x^2+1)}{(2x^2+2)4x}=\frac{4x(x^2+1)}{4x\times 2(x^2+1)}=\frac{1}{2}$$

23.-

$$\frac{1}{3x-9}-\frac{1}{6x+12}-\frac{1}{2(x-3)^2}+\frac{1}{x-6+\dfrac{9}{x}}=$$

Solución:

$$\frac{1}{3(x-3)}-\frac{1}{6(x+2)}-\frac{1}{2(x-3)^2}+\frac{1}{\dfrac{x^2-6x+9}{x}}=\frac{1}{3(x-3)}-\frac{1}{6(x+2)}-\frac{1}{2(x-3)^2}+\frac{x}{(x-3)^2}=$$

$$=\frac{2(x+2)(x-3)-(x-3)^2-3(x+2)+6x(x+2)}{6(x+2)(x-3)^2}=\frac{2(x^2-x-6)-x^2+6x-9-3x-6+6x^2+12x}{6(x+2)(x-3)^2}=$$

$$=\frac{2x^2-2x-12-x^2+6x-9-3x-6+6x^2+12x}{6(x+2)(x-3)^2}=\frac{7x^2+13x-27}{6(x+2)(x-3)^2}$$

24.-

$$\frac{a-b+\dfrac{a^2+b^2}{a+b}}{a+b-\dfrac{a^2-2b^2}{a-b}}\times\frac{b+\dfrac{b^2}{a}}{a-b}\times\frac{1}{1+\dfrac{2a-b}{b}}=$$

Solución:

$$\frac{\dfrac{a^2-b^2+a^2+b^2}{a+b}}{\dfrac{a^2-b^2-a^2+2b^2}{a-b}}\times\frac{ab+b^2}{a(a-b)}\times\frac{1}{\dfrac{b+2a-b}{b}}=$$

$$=\frac{(a-b)(2a^2)}{(a+b)(b^2)}\times\frac{b(a+b)}{a(a-b)}\times\frac{b}{2a}=1$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 71.
Tema: Operaciones con fracciones racionales. (Santillana).
Fecha: ___________
Profesor: Fernando Viso
Nombre del alumno:____
Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

1.- Si las fracciones $\frac{D_1}{d_1}$ y $\frac{D_2}{d_2}$ son equivalentes, se cumple que: $D_1 \times d_2 = D_2 \times d_1$.

PREGUNTAS:

1.- Determinar cuáles de las siguientes fracciones son equivalentes (Santillana – pág. #187).

a.- $\frac{x+5}{x-5};\frac{x^2-25}{x^2-6x+5}$.

Solución:

$$\frac{x^2-25}{x^2-6x+5}=\frac{(x+5)\times(x-5)}{(x-5)\times(x-1)}=\frac{x+5}{x-1}\Rightarrow$$
$$(x+5)\times(x-1)\neq(x-5)\times(x+5).$$

No son equivalentes.

b.- $\frac{2x+1}{x+1};\frac{2x^2+x}{x^2+x}$

Solución:

$\frac{2x^2+x}{x^2+x}=\frac{x(2x+1)}{x(x+1)}=\frac{2x+1}{x+1}$ Es exactamente igual la primera fracción, por tanto son equivalentes.

c.- $\frac{y+1}{y+5};\frac{y-1}{y+5}$

Solución:

$(y+1)\neq(y-1)$, por lo tanto, no son equivalentes.

d.- $\frac{x^2+1}{x+1};\frac{x^2-1}{x-1}$

$\frac{x^2-1}{x-1}=\frac{(x+1)\cdot(x-1)}{(x-1)}=\frac{x+1}{1}\Rightarrow(x^2+1)\cdot\neq(x+1)^2$. No son equivalentes.

e.- $\frac{(x^2-5x+6)}{x-1};\frac{(x+2)\cdot(x-3)}{x-1}$

Solución:

$x^2-5x+6\neq(x+2)\cdot(x-3)$. No son equivalentes.

f.- $\frac{x-3}{x-1};\frac{x^2-3x}{x^2-x}$

Solución:

$\frac{x^2-3x}{x^2-x}=\frac{x\cdot(x-3)}{x\cdot(x-1)}=\frac{x-3}{x-1}$. O sea, que la segunda fracción es exactamente igual a la primera, por lo tanto, si son equivalentes.

g.- $\frac{2\cdot(x-1)\cdot(x-2)}{(x-3)};\frac{2\cdot(x^2-3x+2)}{(x-2)}$

Solución:

$2\cdot(x^2-3x+2)=2\cdot(x-1)\cdot(x-2)\Rightarrow$

$\Rightarrow 2(x-1)\cdot(x-2)\cdot(x-2)\neq 2\cdot(x-1)\cdot(x-2)\cdot(x-3)$. No son equivalentes.

h.- $\frac{\left(x^2-1\right)}{x};\frac{\left(x-1\right)\times\left(x+1\right)}{x}$

Solución:

Como $\left(x^2-1\right)=\left(x-1\right)\times\left(x+1\right)$ Las dos fracciones son e3xactamente iguales , por lo tanto si son equivalentes.

2.- Simplifica las siguientes fracciones (Santillana – pág. #188):

a.- $\frac{3x+9}{6x-12}=$

Solución:

$$\frac{3\times\left(x+3\right)}{6\times\left(x-2\right)}=\frac{1}{2}\times\frac{\left(x+3\right)}{\left(x-2\right)}$$

b.- $\frac{4x^2-1}{2x+1}=$

Solución:

$$\frac{\left(2x+1\right)\times\left(2x-1\right)}{\left(2x-1\right)}=2x+1.$$

c.- $\frac{x^8-1}{x^2+1}=$

Solución:

$$\frac{\left(x^4+1\right)\times\left(x^4-1\right)}{x^2+1}=\frac{\left(x^4+1\right)\times\left(x^2-1\right)\times\left(x^2+1\right)}{\left(x^2+1\right)}=\left(x^4+1\right)\times\left(x^2-1\right)=\left(x^4+1\right)\times\left(x+1\right)\times\left(x-1\right).$$

d.- $\frac{4x^2-8x+4}{x^2-1}=$

Solución:

$$\frac{4\times\left(x^2-2x+1\right)}{\left(x+1\right)\times\left(x-1\right)}=\frac{4\times\left(x-1\right)^2}{\left(x+1\right)\times\left(x-1\right)}=\frac{4\times\left(x-1\right)}{\left(x+1\right)}$$

e.- $\dfrac{x^9-9}{x-3}=$

Solución:

$$\frac{(x+3)\times(x-3)}{x-3}=(x+3)$$

f.- $\dfrac{x^2-7x+10}{x^2-9x+20}=$

Solución:

$$\frac{(x-2)\times(x-5)}{(x-4)\times(x-5)}=\frac{(x-2)}{(x-4)}$$

g.- $\dfrac{x^2-5x+6}{(x-3)}=$

Solución:

$$\frac{(x-2)\times(x-3)}{(x-3)}=(x-2)$$

h.- $\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-1}=$

Solución:

$$\frac{(x-1)\times(x-3)}{(x-1)\times(x+1)}=\frac{x-3}{x+1}$$

i.- $\dfrac{2x^3-2x}{x^2-1}=$

Solución:

$$\frac{2x\times(x^2-1)}{(x^2-1)}=2x$$

j.- $\dfrac{x^3-25x}{x^2-25}=$

Solución:

$$\frac{x\times\left(x^2-25\right)}{\left(x^2-25\right)}=x$$

k.- $\dfrac{x^2-16}{x-4}=$

Solución:

$$\frac{\left(x-4\right)\times\left(x+4\right)}{\left(x-4\right)}=x+4$$

l.- $\dfrac{x^2-9x+20}{x^2-4x}=$

Solucin:

$$\frac{\left(x-4\right)\times\left(x-5\right)}{x\times\left(x-4\right)}=\frac{x-5}{x}$$

3.- Efectúa las siguientes sumas de fracciones racionales (Santillana – pág. #189).

a.- $\dfrac{3}{x+11}+\dfrac{8}{x+11}=$

Solución:

$$\frac{3+8}{x+11}=\frac{11}{x+11}$$

b.- $\dfrac{3}{2x+5}+\dfrac{2}{2x-5}=$

Solución:

$$\frac{3\times\left(2x-5\right)+2\times\left(2x+5\right)}{\left(2x+5\right)\times\left(2x-5\right)}=\frac{6x-15+4x+10}{\left(4x^2-25\right)}=\frac{10x-5}{4x^2-25}$$

c.- $\dfrac{3}{x+1}+\dfrac{3}{x-1}=$

Solución:

$$\frac{3\times(x-1)+3\times(x+1)}{(x+1)\times(x-1)}=\frac{6x}{x^2-1}$$

d.- $\dfrac{6x}{2x-6}+\dfrac{9x}{(x^2-6x+9)}=$

Solución:

$$\frac{2\times 3x}{2\times(x-3)}+\frac{9x}{(x-3)^2}\Rightarrow\frac{3x}{(x-3)}+\frac{9x}{(x-3)^2}=\frac{3x\times(x-3)+9x}{(x-3)^2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{3x^2-9x+9x}{(x-3)^2}=\frac{3x^2}{(x-3)^2}$$

e.- $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}=$

Solución:

$$\frac{x+1}{x^2}$$

f.- $\dfrac{2x}{x^2-9}+\dfrac{2}{x-3}=$

Solución:

$$\frac{2x}{(x+3)\times(x-3)}+\frac{2}{x-3}=\frac{2x+2\times(x+3)}{(x+3)\times(x-3)}=\frac{4x+6}{(x+3)\times(x-3)}=\frac{2\times(2x+3)}{(x+3)\times(x-3)}$$

g.- $\dfrac{2x}{x-6}+\dfrac{3x}{x^2-5x-6}=$

Solución:

$$\frac{2x}{x-6}+\frac{3x}{x^2-5x-6}=$$

Solución:

$$\frac{2x}{(x-6)}+\frac{3x}{(x-6)\times(x+1)}=\frac{2x\times(x+1)+3x}{(x-6)\times(x+1)}=\frac{2x^2+5x}{(x-6)\times x+1}$$

h.- $\dfrac{3-x}{x+3}+\dfrac{x-3}{x+3}=$

Solución:

$$\frac{(3-3)+(x-x)}{x+3}=\frac{0}{x+3}=0.$$

i.- $\dfrac{5}{2x+5}+\dfrac{5}{2x-5}-\dfrac{3}{4x^2-25}=$

Solución:

$$\frac{5\times(2x-5)+5\times(2x+5)-3}{4x^2-25}=\frac{10x-25+10x+25-3}{4x^2-25}=\frac{20x-3}{4x^2-25}=\frac{20x-3}{(2x+5)\times(2x-5)}$$

4.- Resolver las siguientes sustracciones de fracciones racionales (Santillana – pág. #190):

a.- $\dfrac{6}{x+5}-\dfrac{6}{x-4}=$

Solución:

$$\frac{6\times(x-4)-8\times(x+5)}{(x+5)\times(x-4)}=\frac{6x-24-8x-40}{(x+5)\times(x-4)}=\frac{-2x-64}{(x+5)\times(x-4)}.$$

b.- $\dfrac{(x+2)}{(x-2)}-\dfrac{(x-2)}{(x+2)}=$

Solución:

$$\frac{(x+2)^2-(x-2)^2}{(x-2)\times(x+2)}=\frac{x^2+4x+4-x^2+4x-4}{(x-2)\times(x+2)}=\frac{8x}{(x-2)\times(x+2)}$$

c.- $\dfrac{5}{(p+3)}-\dfrac{8}{(p^2-9)}=$

Solución:

$$\frac{5\times(p-3)-8}{(p+3)\times(p-3)}=\frac{5p-23}{(p+3)\times(p-3)}$$

d.- $\dfrac{6}{(x+5)}-\dfrac{1}{x^2+7x+10}=$

Solución:

$$\frac{6}{(x+5)}-\frac{1}{(x+2)\times(x+5)}=\frac{6\times(x+2)-1}{(x+2)\times(x+5)}=\frac{6x+12-1}{(x+2)\times(x+5)}=\frac{6x+11}{(x+2)\times(x+5)}$$

e.- $\frac{2}{x^2}-\frac{(x+1)}{x^3}=$

Solución:

$$\frac{2x-(x+1)}{x^3}=\frac{x-1}{x^3}$$

f.- $\frac{2}{(x^2-x-2)}-\frac{3}{x\times(x-2)}=$

Solución:

$$\frac{2}{(x-2)\times(x+1)}-\frac{3}{x\times(x-2)}=\frac{2x-3\times(x+1)}{x\times(x+1)\times(x-2)}=\frac{-x-3}{x\times(x+1)\times(x-2)}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow-\frac{(x+3)}{x\times(x+1)(x-2)}$$

g.- $\frac{7x}{(x-5)}-\frac{8}{(x+4)}=$

Solución:

$$\frac{7x\times(x+4)-8\times(x-5)}{(x-5)\times(x+4)}=\frac{7x^2+28x-8x+40}{(x-5)\times(x+4)}=\frac{7x^2+20x+40}{(x-5)\times(x+4)}$$

h.- $\frac{3p}{(p+4)}-\frac{8p}{(p^2-16)}=$

Solución:

$$\frac{3p\times(p-4)-8p}{(p+4)\times(p-4)}=\frac{3p^2-20p}{(p+4)\times(p-4)}=\frac{p\times(3p-20)}{(p+4)\times(p-4)}$$

i.- $\frac{(x+1)}{(x-3)}-\frac{(x-1)}{(x+3)}=$

Solución:

$$\frac{(x+1)\times(x+3)-(x-3)\times(x-1)}{(x-3)\times(x+3)}=\frac{\left(x^2+4x+3\right)-\left(x^2-4x+3\right)}{(x-3)\times(x+3)}=$$

$$=\frac{8x}{(x-3)\times(x+3)}$$

j.- $\frac{5}{x}-\frac{(x-1)}{x^3}=$

Solución:

$$\frac{5x^2-(x-1)}{x^3}=\frac{5x^2-x+1}{x^3}$$

k.- $\frac{6p^2}{p+5}-\frac{7p}{p^2-25}=$

Solución:

$$\frac{6p^2\times(p-5)-7p\times}{(p+5)\times(p-5)}=\frac{6p^3-30p^2-7p}{(p+5)\times(p-5)}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{p\times\left(6p^2-30p-7\right)}{(p+5)\times(p-5)}$$

5.- Calcular los siguientes productos de fracciones racionales. (Santillana – pág. # 191).

a.- $\frac{x}{y}\times\frac{3x^2y^3}{(x-1)}=$

Solución:

$$\frac{3x^3y^3}{y\times x-1}=\frac{3x^3y^2}{(x-1)}$$

b.- $\frac{(2x+2)}{\left(4x^2+2x\right)}\times\frac{x}{(x+3)}=$

Solución:

$$\frac{2\times(x+1)}{2x(2x+1)}\times\frac{x}{(x+3)}=\frac{(x+1)}{(2x+1)\times(x+3)}$$

c.- $\frac{(4-x)}{(x+1)} \times \frac{(x^2-5x-6)}{(16-x^2)} =$

Solución:

$$\frac{(4-x)}{(x+1)} \times \frac{(x+1)\times(x-6)}{(4-x)\times(4+x)} = \frac{x-6}{4+x}$$

d.- $\frac{(x^2+2x-80)}{(x^2-100)} \times \frac{(x^2-9x-10)}{(x^2-4x-32)} =$

Solución:

$$\frac{(x+10)\times(x-8)}{(x+10)\times(x-10)} \times \frac{(x-10)\times(x+1)}{(x-8)\times(x+4)} = \frac{x+1}{x+4}$$

e.- $\frac{(a^2+ab)}{(ab-b^2)} \times \frac{b^2}{(a^3-b^3)} \times \frac{(a^2-2ab+b^2)}{b} =$

Solución:

$$\frac{a\times(a+b)}{b\times(a-b)} \times \frac{b^2}{(a-b)\times(a^2+ab+b^2)} \times \frac{(a-b)^2}{b} = \frac{a\times(a+b)}{a^2+ab+b^2}$$

f.- $\frac{(3x+9)}{(5x^2+5x)} \times \frac{x^2}{(x+3)} =$

Solución:

$$\frac{3\times(x+3)}{5x(x+1)} \times \frac{x^2}{(x+3)} = \frac{3x}{5\times(x+1)}$$

g.- $\frac{(x^2-1)}{(x^2-9)} \times \frac{(3x-9)}{(3x+3)} =$

Solución:

$$\frac{(x+1)\times(x-1)}{(x+3)\times(x-3)} \times \frac{3\times(x-3)}{3\times(x+1)} = \frac{(x-1)}{(x+3)}$$

h.- $\frac{\left(x^2-5x+6\right)}{\left(3x-15\right)}\times\frac{6x}{\left(x^2-x-30\right)}\times\frac{\left(x^2-25\right)}{\left(2x-4\right)}=$

Solución:

$$\frac{\left(x-2\right)\times\left(x-3\right)}{3\times\left(x-5\right)}\times\frac{6x}{\left(x-6\right)\times\left(x+5\right)}\times\frac{\left(x+5\right)\times\left(x-5\right)}{2\times\left(x-2\right)}=\frac{x\times\left(x-3\right)}{\left(x-6\right)}$$

6.- Efectuar las siguientes divisiones entre fracciones racionales. (Santillana – pág. # 192).

a.- $\frac{\left(3x+3\right)}{\left(2x+1\right)}\div\frac{\left(x+1\right)}{\left(4x+2\right)}=$

Solución:

$$\frac{\frac{3\times\left(x+1\right)}{\left(2x+1\right)}}{\frac{\left(x+1\right)}{2\times\left(2x+1\right)}}=3\times2=6$$

b.- $\frac{\left(a^2-1\right)}{\left(2a\right)}\div\frac{\left(a+1\right)}{\left(a\right)}=$

Solución:

$$\frac{\frac{\left(a+1\right)\times\left(a-1\right)}{2a}}{\frac{\left(a+1\right)}{a}}=\frac{\left(a-1\right)}{2}$$

c.- $\frac{\left(x^2-2x+1\right)}{\left(x+1\right)}\div\frac{\left(x-1\right)}{\left(x^2-1\right)}=$

Solución:

$$\frac{\frac{\left(x-1\right)^2}{\left(x+1\right)}}{\frac{\left(x-1\right)}{\left(x+1\right)\times\left(x-1\right)}}=\left(x-1\right)^2$$

d.- $\dfrac{\left(m^2+2m-15\right)}{(m)} \div (m-3) =$

Solución:

$$\frac{\dfrac{(m+5)\times(m-3)}{m}}{\dfrac{(m-3)}{1}} = \frac{(m+5)}{m}$$

e.- $\left(y^2-1\right) \div \dfrac{1}{\left(y^2+1\right)} =$

Solución:

$$\frac{\dfrac{\left(y^2-1\right)}{1}}{\dfrac{1}{\left(y^2+1\right)}} = \left(y^2-1\right)\times\left(y^2+1\right) = y^4-1 = (y+1)\times(y-1)\times\left(y^2+1\right)$$

f.- $\dfrac{(x-y)}{2} \div \dfrac{\left(x^3-y^3\right)}{2x} =$

Solución:

$$\frac{\dfrac{(x-y)}{2}}{\dfrac{(x-y)\times\left(x^2+xy+y^2\right)}{2x}} = \frac{x}{\left(x^2+xy+y^2\right)}$$

g.- $\dfrac{\left(x^3-121x\right)}{\left(16x^2-9\right)} \div \dfrac{\left(x^2-11x\right)}{(4x+3)} =$

Solución:

$$\frac{\dfrac{x\times(x+11)\times(x-11)}{(4x+3)\times(4x-3)}}{\dfrac{x\times(x-11)}{(4x+3)}} = \frac{(x+11)}{(4x-3)}$$

h.- $\dfrac{\left(x^2+x-2\right)}{\left(x^3-x\right)} \div \dfrac{\left(x^2+4x+4\right)}{\left(x^2+x\right)} =$

Solución:

$$\frac{\frac{(x+2)\times(x-1)}{x\times(x+1)\times(x-1)}}{\frac{(x+2)^2}{x\times(x+1)}}=\frac{1}{x+2}$$

i.- $$\frac{3a^2}{\left(a^2+6ab+9b^2\right)}\div\frac{5a^3}{\left(a^2b+3ab^2\right)}=$$

Solución:

$$\frac{\frac{3a^2}{(a+3b)^2}}{\frac{5a^3}{ab\times(a+3b)}}=\frac{3}{5}\times\frac{b}{(a+3b)}$$

7.- Efectuar las siguientes operaciones combinadas y simplificar. (Santillana – pág. # 193).

a.- $$\left(x+y+\frac{y^2}{x-y}\right)\div\frac{x^2}{x-y}=$$

Solución:

$$\left[\frac{(x+y)\times(x-y)+y^2}{x-y}\right]\div\frac{x^2}{x-y}\Rightarrow\left(\frac{x^2-y^2+y^2}{x-y}\right)\div\frac{x^2}{x-y}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(\frac{x^2}{x-y}\right)\div\left(\frac{x^2}{x-y}\right)=1$$

b.- $$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\times(x+y)-\frac{x^2+y^2}{xy}=$$

Solución:

$$\left(\frac{y+x}{xy}\right)\times(x+y)-\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{x^2+2xy+y^2-x^2-y^2}{xy}=2$$

c.- $$\frac{\frac{a-b}{a+b}-\frac{a+b}{a-b}}{\frac{ab}{a-b}}=$$

Solución:

$$\frac{\frac{(a-b)^2-(a+b)^2}{(a+b)\times(a-b)}}{\frac{ab}{(a-b)}}=\frac{\frac{-4ab}{a+b}}{ab}=-\frac{4}{a+b}$$

d.- $\dfrac{n-\frac{n^2}{n-m}}{1+\frac{m^2}{n^2-m^2}}=$

Solución:

$$\frac{\frac{n^2-nm-n^2}{n-m}}{\frac{n^2-m^2+m^2}{n^2-m^2}}=\frac{\frac{-nm}{(n-m)}}{\frac{n^2}{(n+m)\times(n-m)}}=-\frac{m}{n}\times(n+m)$$

e.- $\left(\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{3}{x^2-4}\right)\div\dfrac{3}{x-2}=$

Solución:

$$\left(\frac{x-2-3}{(x+2)\times(x-2)}\right)\div\frac{3}{x-2}=\frac{x-5}{3\times(x+2)}$$

f.- $\dfrac{1-x-\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}=$

Solución:

$$\frac{\frac{x-x^2-1}{x}}{\frac{x-1}{x}}=\frac{\frac{-\left(x^2-x+1\right)}{x}}{\frac{x-1}{x}}=-\frac{x^2-x+1}{x-1}$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía # 72.

Tema: Cuestionario resumen de operaciones con fracciones racionales. (Santillana).

Fecha: ___________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

- Para dividir un monomio ax^m entre bx^n se dividen primero los coeficientes entre si y luego las potencias. Si $m \geq n$, entonces $ax^m \div bx^n = \left(\frac{a}{b}\right) \times x^{m-n}$.
- Al dividir los polinomios $P_{(x)}$ entre $Q_{(x)}$ tales que el grado de $P_{(x)}$ sea mayor o igual que el grado de $Q_{(x)}$, existen dos polinomios $C_{(x)}$ y $R_{(x)}$ tales que:

$P_{(x)} = C_{(x)} \times Q_{(x)} + R_{(x)}$; donde el grado de $R_{(x)}$ es menor que el grado de $Q_{(x)}$.

$P_{(x)}$ es el polinomio dividendo, $Q_{(x)}$ es el polinomio divisor, $C_{(x)}$ es el polinomio cociente y $R_{(x)}$ es el residuo. Si $R_{(x)} = 0$ se dice que la división es exacta, de lo contrario, la división es inexacta.

- Para dividir dos polinomios entre si se deberá tomar en cuenta los siguientes pasos:

(a) Se ordenan en orden decreciente tanto el polinomio dividendo como el divisor.

(b) Se divide el primer término del polinomio dividendo entre el primer término del polinomio divisor. El resultado es el primer término del cociente, el cual se multiplica por el divisor y se resta del polinomio dividendo.

(c) Este proceso se continúa hasta que el grado del polinomio obtenido sea menor que el grado del polinomio divisor.

- Hay dos maneras de obtener una fracción equivalente a otra:

(a) **Por amplificación**: multiplicando tanto el numerador como el denominador de la fracción por un mismo polinomio.
(b) **Por simplificación**: dividiendo tanto el numerador como el denominador de la fracción por un mismo polinomio.

PREGUNTAS:

1.- Efectuar las siguientes divisiones:

a.- $54x^3 \div 9x^2 =$

Solución:

$$\frac{54x^3}{9x^2} = \left(\frac{54}{9}\right) \times x^{3-2} = 6x$$

b.- $\left(-30y^{10}\right) \div \left(-10y^5\right) =$

Solución:

$$\frac{\left(-30y^{10}\right)}{\left(-10y^5\right)} = \left(\frac{-30}{-10}\right) \times y^{10-5} = 3y^5$$

c.- $\left(45z^{100}\right) \div \left(-5z^{50}\right) =$

Solución:

$$\frac{\left(45z^{100}\right)}{\left(-5z^{50}\right)} = \left(\frac{45}{-5}\right) \times z^{100-50} = -9z^{50}$$

d.- $\left(14m^2a\right) \div \left(7ma\right) =$

Solución:

$$\frac{\left(14m^2a\right)}{\left(7ma\right)} = \left(\frac{14}{7}\right) \times \left(\frac{m^2a}{ma}\right) = 2m$$

e.- $\dfrac{\left(3x^2y^6\right)}{\left(-3xy^5\right)} = \left(\dfrac{3}{-3}\right) \times \left(\dfrac{x^2y^6}{xy^5}\right) = \left(-1\right) \times x^{2-1} \times y^{6-5} = -xy.$

f.- $\left(2x^{13}y^{10}z\right) \div \left(4x^{10}y^{10}\right) =$

Solución:

$$\frac{\left(2x^{13}y^{10}z\right)}{\left(4x^{10}y^{10}\right)}=\left(\frac{2}{4}\right)\cdot x^{13-10}\cdot y^{10-10}\cdot z=\frac{1}{2}\cdot x^{3}z.$$

2.- Resolver las siguientes divisiones:

(a).- $\left(4x^{3}+2x^{2}-4x\right)\div\left(-2x\right)=$

Solución:

$$\frac{4x^{3}+2x^{2}-4x}{\left(-2x\right)}=-2x^{2}-x+2$$

(b).- $\left(4x^{4}-3x^{3}+4x^{2}\right)\div\left(x^{2}\right)=$

Solución:

$$\frac{4x^{4}-3x^{3}+4x^{2}}{x^{2}}=4x^{2}-3x+4$$

©.- $\left(13x+26\right)\div\left(-13\right)=$

Solución:

$$13\cdot\left(x+2\right)\cdot\left(-13\right)=\left(\frac{13}{-13}\right)\cdot\left(x+2\right)=-\left(x+2\right)$$

d.- $\left(3m^{6}-m^{4}+3m^{3}\right)\div\left(-3m^{3}\right)=$

Solución:

$$\frac{\left(3m^{6}-m^{4}+3m^{3}\right)}{\left(-3m^{3}\right)}=\left(\frac{3}{-3}\right)\cdot m^{6-3}+\left(\frac{-1}{-3}\right)\cdot m^{4-3}+\left(\frac{3}{-3}\right)\cdot m^{3-3}=-m^{3}+\frac{1}{3}\cdot m-1$$

e.- $\left(-10y^{10}+100y^{8}-y^{4}\right)\div\left(10y^{4}\right)=$

Solución:

$$\frac{\left(-10y^{10}+100y^{8}-y^{4}\right)}{\left(10y^{4}\right)}=\left(\frac{-10}{10}\right)y^{10-4}+\left(\frac{100}{10}\right)y^{8-4}+\left(\frac{-1}{10}\right)y^{4-4}=$$

$$=-y^{6}+10y^{4}-\frac{1}{10}$$

f.- $\left(\frac{1}{2}x^{16}+\frac{1}{4}x^{12}-2x^{20}+4x^{10}\right)\div\left(-\frac{1}{2}x^{8}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{-2}{-\frac{1}{2}}\right)x^{20-8}+\left(\frac{\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}}\right)x^{16-8}+\left(\frac{\frac{1}{4}}{-\frac{1}{2}}\right)x^{12-8}+\left(\frac{4}{-\frac{1}{2}}\right)x^{10-8}=$$

$$=4x^{12}-x^{8}-\frac{1}{2}x^{4}-8x^{2}$$

g.- $\left(z^{3}n+z^{2}n-zn\right)\div\left(-zn\right)=$

Solución:

$$\frac{n\cdot\left(z^{3}+z^{2}-z\right)}{n\cdot\left(-z\right)}=\frac{z^{3}+z^{2}-z}{-z}=-z^{2}-z+1$$

h.- $\left(8p^{21}-24p^{18}-16p^{14}+12p^{10}\right)\div\left(-4p^{8}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{8}{-4}\right)p^{21-8}+\left(\frac{-24}{-4}\right)p^{18-8}+\left(\frac{-16}{-4}\right)p^{14-8}+\left(\frac{12}{-4}\right)p^{10-8}=$$

$$=-2p^{13}+6p^{10}+4p^{6}-3p^{2}$$

3.- Realiza las siguientes divisiones de polinomios, indica el resto en cada caso:

(a).- $\left(a^{5}-3a+1\right)\div\left(a-1\right)=$

Solución:

$$\begin{array}{rrrrrr|l}
a^{5} & +0a^{4} & +0a^{3} & +0a^{2} & -3a & +1 & a-1 \\
\cline{7-7}
-a^{5} & +a^{4} & & & & & a^{4}+a^{3}+a^{2}+a-2 \\
\cline{1-2}
 & a^{4} & +0a^{3} & & & & \\
 & -a^{4} & +a^{3} & & & & \\
\cline{2-3}
 & & a^{3} & +0a^{2} & & & \\
 & & -a^{3} & +a^{2} & & & \\
\cline{3-4}
 & & & a^{2} & -3a & & \\
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
\hline
-a^2 & +a & \\
\hline
 & -2a & +1 \\
 & +2a & -2 \\
 & & -1
\end{array}$$

$Q_{(x)} = a^4 + a^3 + a^2 + a - 2; R_{(x)} = -1.$

(b).- $\left(6x^2 + 3x + x^7 + 5\right) \div \left(x + 6\right) =$

Solución:

$\left(x^7 + 6x^2 + 3x + 5\right) \div \left(x + 6\right) =$

$$\begin{array}{lllllllll}
x^7 & +0x^6 & +0x^5 & 0x^4 & +0x^3 & +6x^2 & +3x & +5 & x+6 \\
-x^7 & -6x^6 & & & & & & & x^6 - 6x^5 + 36x^4 - 216x^3 + 1296x^2 \Rightarrow \\
\hline
 & -6x^6 & +0x^5 & & & & & & \Rightarrow -7770x + 46623 \\
 & +6x^6 & +36x^5 & & & & & & \\
\hline
 & & 36x^5 & +0x^4 & & & & & \\
 & & -36x^5 & -216x^4 & & & & & \\
\hline
 & & & -216x^4 & +0x^3 & & & & \\
 & & & +216x^4 & +1296x^3 & & & & \\
\hline
 & & & & 1296x^3 & +6x^2 & & & \\
 & & & & -1296x^3 & -7776x^2 & & & \\
\hline
 & & & & & -7770x^2 & +3x & & \\
 & & & & & +7770x^2 & +46620x & & \\
\hline
 & & & & & & +46623x & +5 & \\
 & & & & & & -46623x & -279738 & \\
 & & & & & & & -279733 &
\end{array}$$

$Q_{(x)} = x^6 - 6x^5 + 36x^4 - 216x^3 + 1296x^2 - 7770x + 46623.$

$R_{(x)} = -279733.$

©.- $\left(2x^3 + 1 + 4x^5\right) \div \left(x - 1\right) =$

Solución: $\left(4x^5 + 2x^3 + 1\right) \div \left(x - 1\right) =$

$$\begin{array}{lllllll}
4x^5 & +0x^4 & +2x^3 & +0x^2 & +0x & +1 & x-1 \\
-4x^5 & +4x^4 & & & & & 4x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 6x + 6 \\
\hline
 & 4x^4 & +2x^3 & & & & \\
 & -4x^4 & +4x^3 & & & & \\
\hline
 & & 6x^3 & +0x^2 & & & \\
 & & -6x^3 & +6x^2 & & & \\
\hline
 & & & 6x^2 & +0x & & \\
 & & & -6x^2 & +6x & & \\
\hline
 & & & & 6x & +1 & \\
 & & & & -6x & +6 &
\end{array}$$

$Q_{(x)} = 4x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 6x + 6; R_{(x)} = 7$

(d).- $\left(4x^6 - 3x^2 + 4x + 1\right) \div \left(2x^2 + x\right) =$

Solución:

$$\begin{array}{rrrrrrr|l}
4x^6 & +0x^5 & +0x^4 & +0x^3 & -3x^2 & +4x & +1 & 2x^2 + x \\ \cline{8-8}
 & & & & & & & 2x^4 - x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{11}{8} \\
-4x^6 & -2x^5 & & & & & & \\ \cline{1-2}
 & -2x^5 & +0x^4 & & & & & \\
 & +2x^5 & +x^4 & & & & & \\ \cline{2-3}
 & & +x^4 & +0x^3 & & & & \\
 & & -x^4 & -\frac{1}{2}x^3 & & & & \\ \cline{3-4}
 & & & -\frac{1}{2}x^3 & -3x^2 & & & \\
 & & & \frac{1}{2}x^3 & +\frac{1}{4}x^2 & & & \\ \cline{4-5}
 & & & & -\frac{11}{4}x^2 & +4x & & \\
 & & & & +\frac{11}{4}x^2 & +\frac{11}{8}x & & \\ \cline{5-6}
 & & & & & +\frac{43}{8}x & +1 &
\end{array}$$

$Q_{(x)} = 2x^4 - x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{11}{8}$

$R_{(x)} = \frac{43}{8}x + 1$

(e).- $\left(4x^2 + 2x + 4\right) \div \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}\right) =$

Solución:

$$\begin{array}{rrr|l}
 & & & \frac{1}{3}x + \frac{1}{2} \\
4x^2 & +2x & +4 & \\ \cline{4-4}
-4x^2 & -6x & & 12x - 12 \\ \cline{1-2}
 & -4x & +4 & \\
 & +4x & +6 & \\ \cline{2-3}
 & & +10 &
\end{array}$$

$Q_{(x)} = 12x - 12$

$R_{(x)} = 10$

(f).- $\left(x^5+1\right)\div\left(x+1\right)=$

Solución:

$$
\begin{array}{llllll|l}
x^5 & +0x^4 & +0x^3 & +0x^2 & +0x & +1 & x+1 \\ \cline{7-7}
-x^5 & -x^4 & & & & & x^4-x^3+x^2-x+1 \\
 & -x^4 & +0x^3 & & & & \\
 & +x^4 & +x^3 & & & & \\ \cline{2-3}
 & & x^3 & +0x^2 & & & \\
 & & -x^3 & -x^2 & & & \\ \cline{3-4}
 & & & -x^2 & +0x & & \\
 & & & +x^2 & +x & & \\ \cline{4-5}
 & & & & x & +1 & \\
 & & & & -x & -1 & \\ \cline{5-6}
 & & & & & 0 &
\end{array}
$$

$Q_{(x)}=x^4-x^3+x^2-x+1$

$R_{(x)}=0$

(g).- $\left(a^4+7a+1\right)\div\left(a+1\right)=$

Solución:

$$
\begin{array}{lllll|l}
a^4 & +0a^3 & +0a^2 & +7a & +1 & a+1 \\ \cline{6-6}
-a^4 & -a^3 & & & & a^3-a^2+a+6 \\ \cline{1-2}
 & -a^3 & +0a^2 & & & \\
 & +a^3 & +a^2 & & & \\ \cline{2-3}
 & & +a^2 & +7a & & \\
 & & -a^2 & -a & & \\ \cline{3-4}
 & & & 6a & +1 & \\
 & & & -6a & -6 & \\ \cline{4-5}
 & & & & -5 &
\end{array}
$$

$Q_{(x)}=a^3-a^2+a+6$

$R_{(x)}=-5$

(h).- $\left(\frac{3}{8}x^3-\frac{1}{2}x^2+4x+\frac{5}{3}\right)\div\left(x-\frac{1}{2}\right)=$

Solución:

$$
\begin{array}{llll|l}
\frac{3}{8}x^3 & -\frac{1}{2}x^2 & +4x & +\frac{5}{3} & x-\frac{1}{2} \\ \cline{5-5}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llll}
\hline
-\frac{3}{8}x^3 & +\frac{3}{16}x^2 & & \\
\hline
 & -\frac{5}{16}x^2 & +4x & \\
 & +\frac{5}{16}x^2 & -\frac{5}{32}x & \\
 & & +\frac{123}{32}x & +\frac{5}{3} \\
 & & -\frac{123}{32}x & +\frac{123}{64} \\
 & & & +\frac{689}{192}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
\hline
\frac{3}{8}x^2-\frac{5}{16}x+\frac{123}{32}
\end{array}
$$

$$Q_{(x)} = \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x + \frac{123}{32}$$

$$R_{(x)} = \frac{689}{192}$$

(i).- $\left(x^{10} - x^5 + 1\right) \div \left(x+1\right) =$

Solución:

$$
\begin{array}{lllllllllll}
x^{10} & 0x^9 & 0x^8 & 0x^7 & 0x^6 & -x^5 & 0x^4 & 0x^3 & 0x^2 & 0x & +1 \\
-x^{10} & -x^9 & & & & & & & & & \\
\hline
 & -x^9 & 0x^8 & & & & & & & & \\
 & x^9 & +x^8 & & & & & & & & \\
\hline
 & & x^8 & 0x^7 & & & & & & & \\
 & & -x^8 & -x^7 & & & & & & & \\
\hline
 & & & -x^7 & 0x^6 & & & & & & \\
 & & & +x^7 & +x^6 & & & & & & \\
\hline
 & & & & +x^6 & -x^5 & & & & & \\
 & & & & -x^6 & -x^5 & & & & & \\
\hline
 & & & & & -2x^5 & 0x^4 & & & & \\
 & & & & & +2x^5 & +2x^4 & & & & \\
\hline
 & & & & & & 2x^4 & 0x^3 & & & \\
 & & & & & & -2x^4 & -2x^3 & & & \\
\hline
 & & & & & & & -2x^3 & 0x^2 & & \\
 & & & & & & & +2x^3 & +2x^2 & & \\
 & & & & & & & & +2x^2 & 0x & \\
 & & & & & & & & -2x^2 & -2x & \\
\hline
 & & & & & & & & & -2x & +1 \\
 & & & & & & & & & +2x & +2 \\
\hline
 & & & & & & & & & & +3
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
x+1 \\
x^9 - x^8 + x^7 - x^6 + x^5 \Rightarrow \\
\Rightarrow -2x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2
\end{array}
$$

$Q_{(x)} = x^9 - x^8 + x^7 - x^6 + x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 2$
$R_{(x)} = 3.$

j.- $\left(p^6 - 1\right) \div \left(p + 1\right) =$

Solución:

$$
\begin{array}{ccccccc|l}
p^6 & 0p^5 & 0p^4 & 0p^3 & 0p^2 & 0p & -1 & p+1 \\
\cline{8-8}
-p^6 & -p^5 & & & & & & p^5 - p^4 + p^3 - p^2 + p - 1 \\
\cline{1-2}
 & -p^5 & 0p^4 & & & & & \\
 & +p^5 & +p^4 & & & & & \\
\cline{2-3}
 & & p^4 & 0p^3 & & & & \\
 & & -p^4 & -p^3 & & & & \\
\cline{3-4}
 & & & -p^3 & 0p^2 & & & \\
 & & & +p^3 & +p^2 & & & \\
\cline{4-5}
 & & & & p^2 & 0p & & \\
 & & & & -p^2 & -p & & \\
\cline{5-6}
 & & & & & -p & -1 & \\
 & & & & & +p & +1 & \\
\cline{6-7}
 & & & & & & 0 &
\end{array}
$$

$Q_{(x)} = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$
$R_{(x)} = 0$

k.- $\left(2x^3 + x^2 + x^6 - 3x^4 + x - 2\right) \div \left(x^2 + x - 2\right) =$

Solución:

$$\left(x^6 + 0x^5 - 3x^4 + 2x^3 + x^2 + x - 2\right) \div \left(x^2 + x - 2\right) =$$

$$
\begin{array}{ccccccc|l}
x^6 & +0x^5 & -3x^4 & +2x^3 & +x^2 & +x & -2 & x^2 + x - 2 \\
-x^6 & -x^5 & +2x^4 & & & & & x^4 - x^3 + 1 \\
\cline{1-3}
 & -x^5 & -x^4 & +2x^3 & & & & \\
 & +x^5 & +x^4 & -2x^3 & & & & \\
\cline{2-4}
 & 0 & 0 & 0 & +x^2 & +x & -2 & \\
 & & & & -x^2 & -x & +2 & \\
 & & & & 0 & 0 & 0 &
\end{array}
$$

$Q_{(x)} = x^4 - x^3 + 1$

$R_{(x)} = 0$

1.- $\left(x^{12} + 2x^7 - \frac{1}{2}x^8 - x^3 + \frac{3}{2}x^5 + 3\right) \div \left(\frac{1}{2}x^5 + 1\right) =$

Solución:

$\left(x^{12} - \frac{1}{2}x^8 + 2x^7 + \frac{3}{2}x^5 - x^3 + 3\right) \div \left(\frac{1}{2}x^5 + 1\right) =$

$$
\begin{array}{ccccccccccccc|l}
x^{12} & +0x^{11} & x^{10} & +0x^9 & -\frac{1}{2}x^8 & +2x^7 & +0x^6 & +\frac{3}{2}x^5 & +0x^4 & -x^3 & +0x^2 & +0x & +3 & \frac{1}{2}x^5 + \\
-x^{12} & & & & & -2x^7 & & & & & & & & \hline 2x^7 - \\
\hline
 & & & & -\frac{1}{2}x^8 & 0 & 0x^6 & +\frac{3}{2}x^5 & 0x^4 & -x^3 & & & & \Rightarrow +3 \\
 & & & & +\frac{1}{2}x^8 & & & & & +x^3 & & & & \\
\hline
 & & & & 0 & 0 & 0 & +\frac{3}{2}x^5 & 0 & 0 & 0 & 0 & +3 & \\
 & & & & & & & -\frac{3}{2}x^5 & & & & & -3 & \\
\hline
 & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 &
\end{array}
$$

$Q_{(x)} = 2x^7 - x^3 + 3$
$R_{(x)} = 0$

4.- Indicar cuál de los siguientes pares de fracciones son equivalentes:

a.- $\frac{x+1}{x+2}; \frac{3x^2+3x}{3x^2+6x}$

Solución:

Tomando la segunda fracción: $\frac{3x^2+3x}{3x^2+6x} = \frac{3x \times (x+1)}{3x \times (x+2)} = \frac{x+1}{x+2}$, la cual es exactamente igual a la primera fracción, por lo que si son equivalentes.

b.- $\frac{x}{2x+1}, \frac{x^2-x}{2x^2+x}$:

Solución:

Tomando la segunda fracción: $\frac{x^2-x}{2x^2+x}=\frac{x(x-1)}{x(2x+1)}=\frac{x-1}{2x+1}\neq\frac{x}{2x+1}$. No son equivalentes.

c.- $\frac{x+3}{3};\frac{x^2+x}{3x}$:

Solución:

Tomando la segunda fracción: $\frac{x^2+x}{3x}=\frac{x(x+1)}{x\times 3}=\frac{x+1}{3}\neq\frac{x+3}{3}$. No son equivalentes.

d.- $\frac{x+3}{3};\frac{x^2-9}{3x-9}=$

Solución:

Tomando la segunda fracción: $\frac{x^2-9}{3x-9}=\frac{(x+3)\times(x-3)}{3\times(x-3)}=\frac{x+3}{3}$, la cual es exactamente igual a la primera fracción y por tanto sus productos cruzados son iguales y como consecuencia de ello son equivalentes.

e.- $\frac{x-10}{x+10};\frac{x^2-100}{x^2+100}$:

Solución:

$A=(x-10)\times(x^2+100)=x^3+100x-10x^2-1000.$

$B=(x+10)\times(x^2-100)=x^3-100x+10x^2-1000$ No son equivalentes.

$A\neq B.$

f.- $\frac{x^2+5x-6}{x^2+4x-12};\frac{x-1}{x-2}$:

Solución:

Tomando la primera fracción: $\frac{x^2+5x-6}{x^2+4x-12}=\frac{(x+6)\times(x-1)}{(x+6)\times(x-2)}=\frac{x-1}{x-2}$, donde este resultado es exactamente igual a la primera fracción y por tanto ambas fracciones son equivalentes.

5.- Efectuar las operaciones indicadas en cada caso:

a.- $\frac{x^2-6x+9}{x+3}+\frac{6x}{x+3}=$

Solución:

$$\frac{\left(x^2-6x+9\right)+6x}{x+3}=\frac{x^2+9}{x+3}$$

b.- $\dfrac{p+1}{p-1}+\dfrac{p}{p-1}=$

Solución:

$$\frac{\left(p+1\right)+p}{p-1}=\frac{2p+1}{p-1}$$

c.- $\dfrac{x-1}{x+1}-\dfrac{x+1}{x-1}=$

Solución:

$$\frac{\left(x-1\right)^2-\left(x+1\right)^2}{\left(x+1\right)\times\left(x-1\right)}=\frac{x^2-2x+1-x^2-2x-1}{x^2-1}=\frac{-4x}{x^2-1}$$

d.- $\dfrac{5}{\left(x+5\right)^2}+\dfrac{5}{\left(x+5\right)}=$

Solución:

$$\frac{5+5\times\left(x+5\right)}{\left(x+5\right)^2}=\frac{5+5x+25}{\left(x+5\right)^2}=\frac{5x+30}{\left(x+5\right)^2}=\frac{5\times\left(x+6\right)}{\left(x+5\right)^2}$$

e.- $\dfrac{5}{a+2}+\dfrac{3}{a+2}=$

Solución:

$$\frac{5+3}{a+2}=\frac{8}{a+2}$$

f.- $\dfrac{3}{3a+7}+\dfrac{8}{a+7}=$

Solución:

$$\frac{3\times\left(a+7\right)+8\times\left(3a+7\right)}{\left(3a+7\right)\times\left(a+7\right)}=\frac{3a+21+24a+56}{\left(3a+7\right)\times\left(a+7\right)}=\frac{27a+77}{\left(3a+7\right)\times\left(a+7\right)}$$

g.- $\dfrac{x}{x^2-4}+\dfrac{1}{x-2}=$

Solución:

$$\frac{x}{(x+2)\times(x-2)}+\frac{1}{x-2}=\frac{x+(x+2)}{(x+2)\times(x-2)}=\frac{2x+2}{(x+2)\times(x-2)}=\frac{2\times(x+1)}{(x+2)\times(x-2)}$$

h.- $\dfrac{2x}{x^2-9}+\dfrac{2}{x-3}+\dfrac{1}{x+3}=$

Solución:

$$\frac{2x}{(x-3)\times(x+3)}+\frac{2}{(x-3)}+\frac{1}{(x+3)}=\frac{2x+2\times(x+3)+(x-3)}{(x-3)\times(x+3)}=$$
$$=\frac{2x+2x+6+x-3}{(x-3)\times(x+3)}=\frac{5x+3}{(x-3)\times(x+3)}$$

i.- $\dfrac{x}{x^2-2x+1}+\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{3}{x-1}=$

Solución:

$$\frac{x}{(x-1)^2}+\frac{1}{x-1}+\frac{3}{x-1}=\frac{x+(x-1)+3\times(x-1)}{(x-1)^2}=\frac{5x-4}{(x-1)^2}$$

j.- $\dfrac{3x}{x^2-2x-3}+\dfrac{2}{x-3}+\dfrac{1}{x+1}=$

Solución:

$$\frac{3x}{(x-3)\times(x+1)}+\frac{2}{x-3}+\frac{1}{x+1}=\frac{3x+2\times(x+1)+(x-3)}{(x-3)\times(x+1)}=$$
$$=\frac{3x+2x+2+x-3}{(x-3)\times(x+1)}=\frac{6x-1}{(x-3)\times(x+1)}$$

k.- $\dfrac{x+1}{x^2-4x+4}+\dfrac{4}{x^2+3x-10}=$

Solución:

$$\frac{x+1}{(x-2)^2}+\frac{4}{(x+5)\times(x-2)}=\frac{(x+1)\times(x+5)+4\times(x-2)}{(x-2)^2\times(x+5)}=$$
$$=\frac{x^2+6x+5+4x-8}{(x-2)^2\times(x+5)}=\frac{x^2+10x-3}{(x-2)^2\times(x+5)}$$

l.- $\frac{x^2}{x^2-x}-\frac{x+1}{x}=$

Solución:

$$\frac{x^2}{x\times(x-1)}-\frac{x+1}{x}=\frac{x}{x-1}-\frac{x+1}{x}=\frac{x^2-(x+1)\times(x-1)}{x\times(x-1)}=$$
$$=\frac{x^2-(x^2-1)}{x\times(x-1)}=\frac{1}{x\times(x-1)}$$

m.- $\frac{m^2}{m^2-2m+1}-\frac{1}{3-3m}=$

Solución:

$$\frac{m^2}{(m-1)^2}-\frac{1}{3\times(1-m)}=\frac{m^2}{(m-1)^2}+\frac{1}{3(m-1)}=\frac{3m^2+(m-1)}{3\times(m-1)^2}=$$
$$=\frac{3m^2+m-1}{3\times(m-1)^2}$$

n.- $\frac{2x}{x^2-y^2}+\frac{1}{x+y}+\frac{1}{y-x}=$

Solución:

$$\frac{2x}{(x+y)\times(x-y)}+\frac{1}{x+y}-\frac{1}{x-y}=\frac{2x+(x-y)-(x+y)}{(x+y)\times(x-y)}=$$
$$=\frac{2x+x-y-x-y}{(x+y)\times(x-y)}=\frac{2x-2y}{(x+y)\times(x-y)}=\frac{2\times(x-y)}{(x+y)\times(x-y)}=\frac{2}{x+y}$$

6.- En los siguientes ejercicios multiplica las fracciones y expresa el resultado en la forma más simple:

a.- $\frac{4}{(2x+1)}\times\frac{x}{(1-2x)}=$

Solución:

$$\frac{4}{(1+2x)}\times\frac{x}{(1-2x)}=\frac{4x}{1-4x^2}$$

b.- $\dfrac{2x}{(x^2-1)}\times\dfrac{(x+1)}{4x^2}=$

Solución:

$$\frac{2x}{(x+1)\times(x-1)}\times\frac{(x+1)}{4x^2}=\frac{1}{2x\times(x-1)}$$

c.- $\dfrac{3}{(x^2-2x)}\times\dfrac{(x-2)}{x}=$

Solución:

$$\frac{3}{x\times(x-2)}\times\frac{(x-2)}{x}=\frac{3}{x^2}$$

d.- $\dfrac{(x+2)}{(x^2-9)}\times\dfrac{(x+3)}{(x^2-4)}=$

Solución:

$$\frac{(x+2)}{(x+3)\times(x-3)}\times\frac{(x+3)}{(x+2)\times(x-2)}=\frac{1}{(x-3)\times(x-2)}$$

e.- $\dfrac{(x^2-3x+2)}{(x^2-4x+3)}\times\dfrac{(x^2-7x+12)}{(x^2-11x+18)}=$

Solución:

$$\frac{(x-2)\times(x-1)}{(x-3)\times(x-1)}\times\frac{(x-4)\times(x-3)}{(x-9)\times(x-2)}=\frac{(x-4)}{(x-9)}$$

f.- $\dfrac{(9-m^2)}{(m^2+5m+6)}\times\dfrac{(m+2)}{(m-3)}=$

Solución:

$$\frac{(-1)(m^2-9)}{(m^2+5m+6)}\times\frac{(m+2)}{(m-3)}=\frac{(-1)\times(m+3)\times(m-3)\times(m+2)}{(m+3)\times(m+2)\times(m-3)}=-1$$

g.- $\frac{(2-x)}{(2x+x^2)}\times\frac{(x^2+4x+4)}{(x^2-4)}=$

Solución:

$$\frac{(-1)\times(x-2)\times(x+2)^2}{x\times(x+2)\times(x+2)\times(x-2)}=-\frac{1}{x}$$

7.- En los siguientes ejercicios halla los cocientes y simplifica:

a.- $\frac{2}{2x+1}\div\frac{x}{4x^2-1}=$

Solución:

$$\frac{\frac{2}{2x+1}}{\frac{x}{(2x+1)\times(2x-1)}}=\frac{2(2x-1)}{x}=\frac{4x-2}{x}$$

b.- $\frac{5}{x-3}\div\frac{2}{3-x}=$

Solución:

$$\frac{\frac{5}{(x-3)}}{\frac{2}{(-1)(x-3)}}=\frac{(-1)\times(5)\times(x-3)}{2\times(x-3)}=-\frac{5}{2}$$

c.- $\frac{x^2-9}{x^2-3x}\div(x^2-x-12)=$

Solución:

$$\frac{\frac{(x+3)\times(x-3)}{x\times(x-3)}}{(x-4)\times(x+3)}=\frac{(x+3)(x-3)}{x\times(x-3)(x-4)\times(x+3)}=\frac{1}{x\times(x-4)}$$

d.- $\frac{m+n}{m^2-n^2} \div \frac{m^2-mn}{m^2-2mn+n^2} =$

Solución:

$$\frac{\frac{(m+n)}{(m+n)\times(m-n)}}{\frac{m\times(m-n)}{(m-n)^2}} = \frac{\frac{1}{(m-n)}}{\frac{m}{(m-n)}} = \frac{1}{m}$$

e.- $(x+2) \div \frac{(x^2-4)}{x} =$

Solución:

$$\frac{\frac{(x+2)}{1}}{\frac{(x+2)\times x-2}{x}} = \frac{x}{x-2}$$

f.- $\frac{y^2+y-2}{y^2+4y} \div \frac{2y^2-8}{y^2+2y-8} =$

Solución:

$$\frac{\frac{(y+2)\times(y-1)}{y\times(y+4)}}{\frac{2\times(y^2-4)}{(y+4)\times(y-2)}} = \frac{\frac{(y+2)\times(y-1)}{y\times(y+4)}}{\frac{2\times(y+2)\times(y-2)}{(y+4)(y-2)}} = \frac{(y-2)\times(y+4)\times(y+2)\times(y-1)}{2y\times(y+4)\times(y+2)\times(y-2)} =$$

$$= \frac{(y-1)}{2y}$$

8.- En los siguientes ejercicios realiza las operaciones indicadas y expresa el resultado en la forma más sencilla:

a.- $\left(1+\frac{1}{x+2}\right)\times\left(\frac{4}{3x+9}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{x+2+1}{x+2}\right)\times\frac{4}{3\times(x+3)} = \frac{(x+3)}{(x+2)}\times\frac{4}{3\times(x+3)} = \frac{4}{3\times(x+2)}$$

b.- $x^2y^4\times\left(\frac{x}{y^2}-\frac{y}{x^2}\right)=$

Solución:

$$x^2y^4\times\left(\frac{x^3-y^3}{x^2y^2}\right)=y^2\times\left(x^3-y^3\right).$$

c.- $\left(1+\frac{2}{z}\right)\div\left(1-\frac{4}{z^2}\right)=$

Solución:

$$\frac{\frac{z+2}{z}}{\frac{z^2-4}{z^2}}=\frac{z^2\times(z+2)}{z\times(z+2)\times(z-2)}=\frac{z}{z-2}$$

d.- $\left(\frac{1}{x+2}-\frac{3}{x^2-4}\right)\div\left(\frac{3}{x+2}\right)=$

Solución:

$$\left[\frac{(x-2)-3}{(x+2)\times(x-2)}\right]\div\left(\frac{3}{x-2}\right)=\frac{\frac{x-5}{(x+2)\times(x-2)}}{\frac{3}{(x-2)}}=\frac{x-5}{3\times(x+2)}$$

e.- $\left(\frac{a^2}{b^2}-\frac{b^2}{a^2}\right)\div\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)=$

Solución:

$$\left(\frac{a^4-b^4}{a^2b^2}\right)\div\left(\frac{a^2-b^2}{ab}\right)=\frac{\left(a^2-b^2\right)\times\left(a^2+b^2\right)}{a^2b^2}\div\frac{\left(a^2-b^2\right)}{ab}=\frac{a^2+b^2}{ab}$$

f.- $\left[\frac{x^2+1}{x^2-1}\times\left(\frac{1}{x^2+1}-\frac{1}{x^2-1}\right)\right]\div\left(\frac{1}{x^2}+1\right)=$

Solución:

$$\left[\frac{x^2+1}{x^2-1}\times\left(\frac{x^2-1-x^2-1}{\left(x^2+1\right)\times\left(x^2-1\right)}\right)\right]\div\frac{\left(x^2+1\right)}{x^2}=$$

$$\frac{\dfrac{\left(x^2+1\right)\times(-2)}{\left(x^2-1\right)^2\left(x^2+1\right)}}{\dfrac{\left(x^2+1\right)}{x^2}}=\frac{-2x^2}{\left(x^2-1\right)^2\times\left(x^2+1\right)}$$

g.- $\dfrac{1-\dfrac{1}{a+1}}{a-\dfrac{1}{a+1}}=$

Solución:

$$\frac{\dfrac{a+1-1}{a+1}}{\dfrac{a^2+a-1}{(a+1)}}=\frac{a}{a^2+a-1}$$

h.- $\dfrac{\dfrac{x-1}{x+1}-\dfrac{x+1}{x-1}}{\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{x+1}{x-1}}=$

Solución:

$$\frac{\dfrac{(x-1)^2-(x+1)^2}{x^2-1}}{\dfrac{(x-1)^2+(x-1)^2}{x^2-1}}=\frac{x^2-2x+1-x^2-2x-1}{x^2-2x+1+x^2+2x+1}=\frac{-4x}{2\times\left(x^2+1\right)}=\frac{-2x}{x^2+1}$$

i.- $1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}}=$

Solución:

$$1-\frac{1}{1-\dfrac{1}{\dfrac{x-1}{x}}}=1-\frac{1}{1-\dfrac{x}{x-1}}=1-\frac{1}{\dfrac{x-1-x}{x-1}}=1-\frac{x-1}{-1}=1+x-1=x$$

j.- $\dfrac{x^{-1}+y^{-1}}{x+y}=$

Solución:

$$\frac{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}{x+y}=\frac{\frac{(y+x)}{xy}}{(x+y)}=\frac{\frac{x+y}{xy}}{x+y}=\frac{1}{xy}$$

9.- Dados los polinomios:

$P_{(x)}=x+1; Q_{(x)}=x^2-9; R_{(x)}=x^2-1; T_{(x)}=x-3.$

Calcular: $\left[P_{(x)}\div Q_{(x)}\right]\div\left[R_{(x)}\div T_{(x)}\right]=$

Solución:

$$\frac{\frac{P_{(x)}}{Q_{(x)}}}{\frac{R_{(x)}}{T_{(x)}}}=\frac{P_{(x)}\times T_{(x)}}{Q_{(x)}\times R_{(x)}}=\frac{(x+1)\times(x-3)}{(x+3)\times(x-3)\times(x+1)\times(x-1)}=\frac{1}{(x+3)\times(x-1)}$$