Guía de actividades

Sistema de ecuaciones simultáneas

Profesor Fernando Viso

Sistema de ecuaciones lineales simultáneas

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #23.

Tema: Sistemas de ecuaciones lineales. (Varios + Santillana).

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

La solución de un sistema de ecuaciones lineales consiste en encontrar las coordenadas del punto de cruce de las líneas rectas que son la representación gráfica de las ecuaciones dadas.

PREGUNTAS:

1.- Resolver el sistema por el método de sustitución y por el método de reducción:

(a) Por método de sustitución:

$$2x+4y=11$$

$$-5x+3y=5$$

De la primera ecuación: $x=\frac{11-4y}{2}$, sustituyendo ahora este valor en la segunda ecuación;

$$-5\cdot\left(\frac{11-4y}{2}\right)+3y=5\Rightarrow -5\cdot(11-4y)+6y=10\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -55+20y+6y=10\Rightarrow 26y=65\Rightarrow y=\frac{65}{26}=\frac{5}{2}$$

Sustituyendo este valor de $\boldsymbol{y}$ en la primera ecuación:

$$2x+4\cdot\left(\frac{5}{2}\right)=11 \Rightarrow 2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

(b) Por método de reducción:

Multiplicando la primera ecuación por 5 y la segunda ecuación por 2 y sumando los resultados se tiene:

$$5\cdot(2x+4y=11) \Rightarrow 10x+20y=55$$

$$2\cdot(-5x+3y=5) \Rightarrow -10x+6y=10$$

$$\sum = 26y=65 \Rightarrow y=\frac{65}{26}=\frac{5}{2}$$

Sustituyendo este valor de $\boldsymbol{y}$ en la primera ecuación:

$$2x+4\cdot\left(\frac{5}{2}\right)=11 \Rightarrow 2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

$$R\left(\frac{1}{2},\frac{5}{2}\right)$$

2.- Resolver el sistema de ecuaciones simultáneas:

$$3x+2y=1$$

$$5x-3y=8$$

Se utilizará el método de reducción:

Se multiplica la primera ecuación por 3 y la segunda ecuación por 2 y luego se suman los resultados:

$$3\cdot(3x+2y=1)\Rightarrow 9x+6y=3$$
$$2\cdot(5x-3y=8)\Rightarrow 10x-6y=16$$
$$\sum = 19x = 19 \Rightarrow x = 1$$

Sustituyendo el valor de $x=1$ en la primera ecuación:

$$3\cdot(1)+2y=1\Rightarrow 2y=-2\Rightarrow y=-1$$

$$R\Rightarrow(1,-1)$$

3.- Resolver el sistema de ecuaciones simultáneas:

$$2x+3y=6$$
$$4x+6y=7$$

Se utilizará el método de reducción:

Se multiplica la primera ecuación por 2 y la segunda ecuación por (-1) y luego se suman los resultados:

$$(2)\cdot(2x+3y=6)\Rightarrow 4x+6y=12$$
$$(-1)\cdot(4x+6y=7)\Rightarrow -4x-6y=-7$$
$$\sum = 0 = 5$$

El resultado final no tiene sentido e indica que las dos rectas son paralelas y por lo tanto no tienen solución común, o sea no tienen punto de intersección.

4.- Resolver el sistema de ecuaciones simultáneas por sustitución:

$$x+2y=8$$
$$3x+4y=20$$

De la primera ecuación:

$x+2y=8 \Rightarrow x=8-2y$, sustituyendo ahora este valor de $\boldsymbol{x}$ en la segunda ecuación:

$$3x+4y=20 \Rightarrow 3\cdot(8-2y)+4y=20 \Rightarrow 24-6y+4y=20$$
$$\Rightarrow -2y=-4 \Rightarrow y=2$$

Sustituyendo este valor de y =2 en la primera ecuación $(x+2y=8)$:

$$x+2\cdot(2)=8 \Rightarrow x+4=8 \Rightarrow x=4.$$

$$R \Rightarrow (4,2)$$

5.- Resolver el sistema de ecuaciones simultáneas:

$$2x+3y=6$$
$$y=\left(-\frac{2}{3}\right)x+2.$$

Es obvio que se debe intentar primero por el método de sustitución a partir de la primera ecuación:

$$2x+3y=6 \Rightarrow 2x+3\cdot\left(-\frac{2}{3}x+2\right)=6 \Rightarrow 2x-2x+6=6$$

Aparentemente no se ha llegado a ningún lado. Sin embargo, este resultado significa que cualquier resultado encontrado en una de las ecuaciones es válido para la otra y que si trabajamos un poco con la segunda ecuación y simplificamos se encontrará que las dos líneas son la misma, son idénticas, o sea son la misma línea recta $2x+3y=6$. Todos los puntos de la línea son solución.

6.- Resolver el sistema de ecuaciones lineales siguiente:

$$3x+5y=-9$$
$$x-5y=17$$

Utilizar el método de reducción:

Sumando las dos ecuaciones: $4x = 8 \Rightarrow x = 2$, sustituyendo este valor de x = 2 en la segunda ecuación:

$$2 - 5y = 17 \Rightarrow -5y = 15 \Rightarrow y = -3.$$

$$R \Rightarrow (2, -3).$$

7.- Resolver el sistema de ecuaciones lineales:

$$4x + 2y = -1$$
$$5x - 3y = 7$$

Se utilizará el método de reducción:

Se multiplica la primera ecuación por 5 y la segunda ecuación por 4 y entonces se resta el segundo resultado del primer resultado:

$$5 \cdot (4x + 2y = -1) \Rightarrow 20x + 10y = -5$$
$$4 \cdot (5x - 3y = 7) \Rightarrow 20 - 12y = 28$$
$$RESTA \Rightarrow 22y = -33 \Leftrightarrow y = -\frac{33}{22} = -\frac{3}{2}$$

Ahora, se introduce este valor encontrado de $\boldsymbol{y}$ en la primera ecuación original $(4x + 2y = -1)$:

$$4x + 2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -1 \Rightarrow 4x - 3 = -1 \Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$R\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$$

8.- Resolver el sistema de ecuaciones lineales:

$$x + 2y = 8$$
$$x - 2y = 2$$

Se utilizará el método de reducción: Sumando las dos ecuaciones se encuentra:

$2x = 10 \Rightarrow x = 5$. Sustituyendo este valor de x 0 5 en la primera ecuación:
$x + 2y = 8 \Rightarrow 5 + 2y = 8 \Rightarrow 2y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$.

$$R \Rightarrow \left(5, \frac{3}{2}\right)$$

9.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones simultáneas:

$$3x - 2y = 9$$
$$4y - 6x = -18$$

Estados dos ecuaciones son dependientes ya que si multiplicamos la primera ecuación por (-2), obtenemos:

$(-2)\cdot(3x - 2y = 9) \Rightarrow -6x + 4y = -18 \Rightarrow 4y - 6x = -18$, o sea, que el resultado es exactamente igual a la segunda ecuación. Las soluciones son por tanto múltiples, cada punto de la línea recta es una solución.

10.- Resolver el sistema de ecuaciones lineales simultáneas:

$$3x + 5y = 9$$
$$7x - 10y = 8$$

Se utilizará el método de reducción:

Se multiplica la primera ecuación por 2 y el resultado se suma con la segunda ecuación:

$$2\cdot(3x + 5y = 9) \Rightarrow 6x + 10y = 18$$
$$7x - 10y = 8$$
$$\sum = 13x = 26 \Rightarrow x = 2$$

Sustituyendo ahora este valor de x = 2 en la primera ecuación:

$$3x + 5y = 9 \Rightarrow 3\cdot(2) + 5y = 9 \Rightarrow y = \frac{3}{5}$$

$$R \Rightarrow \left(2, \frac{3}{5}\right)$$

11.- Resolver el sistema de ecuaciones lineales siguiente:

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 23 \\ x + y &= 9 \end{aligned}$$

Multiplicando la segunda ecuación por (-3) y el resultado de ese producto se le suma a la primera ecuación:

$$\begin{aligned} &-3x - 3y = -27 \\ &3x + 2y = 23 \\ &\sum = -y = -4 \Rightarrow y = 4. \end{aligned}$$

Introduciendo el valor de $y = 4$ en la primera ecuación:

$$3x + 2 \cdot (4) = 23 \Rightarrow 3x = 23 - 8 = 15 \Rightarrow x = 5.$$

Solución: $(5, 4)$

12.- Resolver el sistema de ecuaciones lineales siguiente:

$$\begin{aligned} 4x + 3y &= 23 \\ 2x - 5y &= 31 \end{aligned}$$

Se multiplica la segunda ecuación por (-2) y se obtiene: $-4x + 10y = -62$. Se suma este resultado a la primera ecuación:

$$\begin{aligned} &4x + 3y = 23 \\ &+(-4x + 10y = -62) \\ &\sum = 13y = -39 \Rightarrow y = -3 \end{aligned}$$

Se introduce este valor $y = -3$ en la primera ecuación:

$$4x + 3 \cdot (-3) = 23 \Rightarrow 4x = 23 + 9 = 32 \Rightarrow x = 8.$$

La solución es: $\left(8,-3\right)$

13.- Encontrar el punto de intersección de las dos líneas rectas siguientes:

$$x+y=3$$
$$3x-2y=14$$

Se multiplica la primera ecuación por $\left(2\right)$ y el resultado se le suma a la segunda ecuación:

$$2x+2y=6$$
$$3x-2y=14$$
$$\sum=5x=20\Rightarrow x=4$$

Se sustituye ahora el valor $x=4$ en la primera ecuación:

$$4+y=3\Rightarrow y=3-4\Rightarrow y=-1$$

La solución es $\left(4,-1\right)$

14.- Encontrar la solución del sistema de ecuaciones lineales siguientes:

$$2x-12y=3$$
$$3x+9y=4$$

Se multiplica la primera ecuación por $\left(3\right)$ y la segunda ecuación por $\left(-2\right)$ y los dos resultados se suman:

$$6x-36y=9$$
$$-6x-18y=-8$$
$$\sum=-54y=1\Rightarrow y=-\frac{1}{54}.$$

Se sustituye ahora el valor $y=-\frac{1}{54}$ en la segunda ecuación $\left(3x+9y=4\right)$:

$$3x+9\cdot\left(-\frac{1}{54}\right)=4\Rightarrow 3x-\frac{1}{6}=4\Rightarrow 18x-1=24\Rightarrow 18x=25\Rightarrow x=\frac{25}{18}$$

La solución es $\left(\frac{25}{18},-\frac{1}{54}\right)$

15.- Obtener la solución del sistema de ecuaciones lineales siguiente:

$$3x+4y=-6$$
$$5x+6y=-8$$

Se multiplica la primera ecuación por (3) y la segunda ecuación por (-2) y se suman los resultados:

$$9x+12y=-18$$
$$-10x-12y=16$$
$$\sum=-x=-2\Rightarrow x=2$$

Luego, se introduce este valor $x=2$ en la primera ecuación $(3x+4y=-6)$:

$$3\cdot(2)+4y=-6\Rightarrow 6+4y=-6\Rightarrow 4y=-12\Rightarrow y=-3$$

La solución es $(2,-3)$

16.- Resolver el sistema de ecuaciones lineales siguiente:

$$2x-y-4z=3$$
$$-x+3y+z=10$$
$$3x+2y-2z=2$$

Para come4nzar, para resolver este sistema de tres ecuaciones con tres variables desconocidas (*incógnitas*), se debe reducir el problema a uno de dos ecuaciones con dos incógnitas:

Entonces, se debe multiplicar la primera ecuación por (-1), obteniendo el siguiente resultado:

$$-2x+y+4z=-3$$

Ahora, sumando este resultado con la segunda $(-x+3y+z=10)$ y tercera ecuación $(3x+2y-2z=2)$, se obtiene:

$$
\begin{aligned}
&-2x+y+4x=-3\\
&-x+3y+z=10\\
&3x+2y-2z=2\\
&\sum = 6y+3z=9
\end{aligned}
$$

Multiplicando la segunda ecuación $(-x+3y+x=10)$ por (3):
$-3x+9y+3z=30$

Sumando este resultado con la tercera ecuación:

$$
\begin{aligned}
&-3x+9y+3z=30\\
&3x+2y-2z=2\\
&\sum = 11y+z=32
\end{aligned}
$$

Multiplicando este resultado por (-3): $-33y-3z=-96$ (octava ecuación)

Sumando la quinta ecuación $(6y+3z=9)$ con la octava ecuación:

$$
\begin{aligned}
&-33y-3z=-96\\
&6y+3z=9\\
&\sum = -27y=-81 \Rightarrow y=3
\end{aligned}
$$

Ahora se introduce $y=3$ en la quinta ecuación $6y+3z=9$:

$$6(3)+3z=9 \Rightarrow 3z=9-18=-9 \Rightarrow z=-3.$$

Introduciendo los valores encontrados de $\boldsymbol{y}$ y $\boldsymbol{z}$ en la primera ecuación:

$$2x-(3)-4\cdot(-3)=3 \Rightarrow 2x-3+12=3 \Rightarrow 2x=-6 \Rightarrow x=-3.$$

17.- Resolver el sistema de ecuaciones lineales siguientes:

$$
\begin{aligned}
&2x-y+4z=1\\
&x-y+z=0\\
&x+y+z=1
\end{aligned}
$$

Se multiplica la primera ecuación por (-1) y al resultado se le suma la segunda ecuación:

$$\begin{aligned}&-2x+y-4z=-1\\&x-y+z=0 \qquad \text{(Quinta ecuación)}\\&\sum=-x-3z=-1\end{aligned}$$

Ahora se suman la segunda y la tercera ecuación:

$$\begin{aligned}&x-y+z=0\\&x+y+z=1 \qquad \text{(sexta ecuación)}\\&\sum=2x+2z=1\end{aligned}$$

Se multiplica ahora la quinta ecuación $(-x-3z=-1)$ por (2) y se le suma la sexta ecuación $(2x+2z=1)$:

$$\begin{aligned}&-2x-6z=-2\\&2x+2z=1\\&\sum=-4z=-1\Rightarrow z=\frac{1}{4}\end{aligned}$$

Se introduce ahora el valor de $z=\frac{1}{4}$ en la quinta ecuación:

$$-x-3\cdot\left(\frac{1}{4}\right)=-1\Rightarrow -x-\frac{3}{4}=-1\Rightarrow -x=-1+\frac{3}{4}=-\frac{1}{4}\Rightarrow x=\frac{1}{4}$$

Finalmente, introduciendo los valores $x=\frac{1}{4};z=\frac{1}{4}$ en la segunda ecuación $x-y+z=0$, tenemos:

$$\frac{1}{4}-y+\frac{1}{4}=0\Rightarrow -y=-\frac{1}{2}\Rightarrow y=\frac{1}{2}$$

18.- Resolver el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned}&2x+3y+4z=-8\\&x+y-2z=-5\\&7x-2y+5z=4\end{aligned}$$

Multiplicando la segunda ecuación por (-2) y sumando el resultado a la primera ecuación:

$$2x+3y-4z=-8$$
$$-2x-2y+4z=10 \qquad \sum = y=2$$

Haciendo la sustitución de $y=2$ en la segunda y en la tercera ecuación, tenemos:

$$x+2-2z=-5 \Rightarrow x-2z=-7$$
$$7x-4+5z=4 \Rightarrow 7x+5z=8$$

Multiplicando la ecuación de arriba por (5) y la de abajo por (2) y sumando los resultados:

$$5x-10z=-35$$
$$14x+10z=16$$
$$\sum = 19x=-19 \Rightarrow x=-1$$

Luego, se sustituyen los valores $x=-1$ en la ecuación colocada más arriba $(x-2z=-7)$, se tiene:

$$-1-2z=-7 \Rightarrow -2z=-6 \Rightarrow z=3$$

19.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$3x+4y-z=-2$$
$$2x-3y+z=4$$
$$x-6y+2z=5$$

Sumando la primera y la segunda ecuación se obtiene una cuarta ecuación sin z:

$$3x+4y-z=-2$$
$$2x-3y+z=4$$
$$\sum = 5x+y=2$$

Similarmente, multiplicando la segunda ecuación por (-2) y sumando el resultado a la tercera ecuación, se encuentra una quinta ecuación sin y ni z:

$$-4x+6y-2z=-8$$
$$x-6y+2z=5$$
$$\sum = -3x=-3 \Rightarrow x=1$$

Sustituyendo ahora el valor $x=1$ en la ecuación $(5x+y=2)$, se obtiene:

$5\cdot(1)++y=2 \Rightarrow y=2-5=-3 \Rightarrow y=-3.$

Sustituyendo ahora los valores $x=1; y=-3$ en la primera ecuación $(3x+4y-z=-2)$, se obtiene:

$3\cdot(1)+4\cdot(-3)-z=-2 \Rightarrow -z=-2+9=-7 \Rightarrow z=-7.$

20.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$
\begin{aligned}
&5x+y-z=9\\
&3x+2y+2z=17\\
&x+2y+3z=20
\end{aligned}
$$

Se empezará por multiplicar por (-1) la segunda ecuación y el resultado se le suma a la primera ecuación, encontrando la cuarta ecuación:

$$
\begin{aligned}
&5x+y-z=9\\
&-3x-y-2z=-17\\
&\sum=2x-3z=-8
\end{aligned}
$$

Se multiplica ahora la segunda ecuación por (2) y se obtiene una quinta ecuación:

$6x+2y+4z=34$

Se resta ahora la tercera de la quinta ecuación para obtener una sexta ecuación sin $\boldsymbol{y}$:

$$
\begin{aligned}
&6x+2y+4z=34\\
&-(x+2y+3z=20)\\
&(-)=5x+z=14 \Rightarrow z=14-5x
\end{aligned}
$$

Sustituyendo el valor $z=14-5x$ en la cuarta ecuación $(2x-3z=-8)$, se obtiene:

$2x-3\cdot(14-5x)=-8 \Rightarrow 2x-42+15x=-8 \Rightarrow 17x=34 \Rightarrow x=2.$

Sustituyendo el valor $x=2$ en la séptima ecuación $(z=14-5x)$, se obtiene:

$z=14-5\cdot(2)=4 \Rightarrow z=4$

Sustituyendo ahora los valores $x = 2; z = 4$ en la primera ecuación $(5x + y - z = 9)$, se obtiene:
$5 \cdot (2) + y - 1 \cdot (4) = 9 \Rightarrow y = 9 - 6 = 3 \Rightarrow y = 3.$

Método analítico de reducción. Santillana, 9no grado, página #158.

1.- Resuelve cada sistema de ecuaciones lineales mediante el método de reducción:

a.-

$$x - y = 5 \rightarrow (I)$$
$$2x + y = 10 \rightarrow (II)$$

Solución:

Sumando ambas ecuaciones: $(I) + (II) = 3x = 15 \Rightarrow x = 5$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación (I)

$$5 - y = 5 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \Re = (5,0)$$

b.-

$$3x - 2y = 10 \rightarrow (I)$$
$$2x + 5y = 5 \rightarrow (II)$$

Solución:

Multiplicar la ecuación (I) por 5 y la ecuación (II) por 2 y sumarlas:

$$15x - 10y = 50 \rightarrow (III)$$
$$4x + 10y = 10 \rightarrow (IV)$$
$$(III) + (IV) = 19x = 60 \Rightarrow x = \frac{60}{19};$$

Sustituyendo el valor encontrado de $\boldsymbol{x}$ en ecuación (I):

$$3x-2y=10 \Rightarrow 3\cdot\left(\frac{60}{19}\right)-2y=10 \Rightarrow \frac{180}{19}-2y=10 \Rightarrow 180-38y=190 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -38y=10 \Rightarrow y=-\frac{10}{38}=-\frac{5}{19} \Rightarrow \Re=\left(\frac{60}{19},-\frac{5}{19}\right)$$

c.-

$$\frac{x}{7}+\frac{y}{5}=12 \rightarrow (I)$$
$$\frac{2x}{5}-\frac{y}{7}=9 \rightarrow (II)$$

Multiplicar la ecuación (I) por 5 y la ecuación (II) por 7 y sumar los resultados:

$$\frac{5x}{7}+y=60 \rightarrow (III)$$
$$\frac{14x}{5}-y=63 \rightarrow (IV)$$
$$(III)+(IV)=\frac{5x}{7}+\frac{14x}{5}=123 \Rightarrow 25x+98x=(35)\cdot(123)=123x=(35)\cdot(123) \Rightarrow$$
$$x=35$$

Sustituyendo el valor encontrado de x en (I):

$$\frac{35}{7}+\frac{y}{5}=12 \Rightarrow 5+\frac{y}{5}=12 \Rightarrow 5+\frac{y}{5}=12 \Rightarrow y=35$$

$$\Re=(35,35)$$

d.-

$$100x+33y=21 \rightarrow (I)$$
$$70x-9y=4 \rightarrow (II)$$

Solución:

Multiplicando la ecuación (I) por 3 y la ecuación (II) por 11 y sumando ambas:

$$300x + 99y = 63$$
$$770x - 99y = 44$$
$$(III) + (IV) = 1070x = 107 \Rightarrow x = \frac{107}{1070} = 0{,}1$$

Sustituyendo este valor encontrado de x en la ecuación (I):

$$100 \cdot (0{,}1) + 33y = 21 \Rightarrow 10 + 33y = 21 \Rightarrow y = \frac{11}{33} = \frac{1}{3} = 0{,}333$$
$$\Re = \left(\frac{1}{10}; \frac{1}{3}\right)$$

e.-

$$\frac{3x + 2y}{5} = 2 \rightarrow (I) \Rightarrow 3x + 2y = 10$$
$$\frac{2x + y}{3} = 2 \rightarrow (II) \Rightarrow 2x + y = 6$$

Multiplicando la ecuación (II) por 2 y restándola de la ecuación (I):

$$3x + 2y = 10 \rightarrow (I)$$
$$4x + 2y = 12 \rightarrow (III)$$
$$(I) - (III) = -x = -2 \Rightarrow x = 2$$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación (III):

$$4 \cdot 2 + 2y = 12 \Rightarrow 2y = 4 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow \Re = (2, 2)$$

f.-

$$4x + 5y = 5 \rightarrow (I)$$
$$10y + 4x = 7 \rightarrow (II)$$

Restando (I) de (II):P

$$(II) - (I) = 5y = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{5}$$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{y}$ en la ecuación (I):

$$4x+5\cdot\frac{2}{5}=5\Rightarrow 4x=3\Rightarrow x=\frac{3}{4}\Rightarrow \Re=\left(\frac{3}{4};\frac{2}{5}\right)$$

g.-

$$x-5y=8\rightarrow(I)$$
$$7x-8y=-25\rightarrow(II)$$

Multiplicando la ecuación (I) por 7 restando el resultado de (II):

$$7x-35y=56\rightarrow(III)$$
$$7x-8y=-25\rightarrow(II)$$
$$(II)-(III)=-8y+35y=-25-56=-81\Rightarrow 27y=-81\Rightarrow y=-3$$

Sustituyendo el valor encontrado de ***y*** en la ecuación (II):

$$7x-8\cdot(-3)=-25\Rightarrow 7x+24=-25\Rightarrow 7x=-49\Rightarrow x=-7\Rightarrow \Re=(-7,-3)$$

h.-

$$11x-13y=-163\rightarrow(I)$$
$$7y-8x=94\rightarrow(II)$$

Multiplicando la ecuación (I) por 8 y la ecuación (II) por 11 y sumando los resltados se tiene:

$$88x-104y=--1304\rightarrow(III)$$
$$77y-88x=1034\rightarrow(IV)$$
$$(III)+(IV)\Rightarrow -27y=-270\Rightarrow y=10$$

Sustituyendo este valor encontrado de y en la ecuación (II):

$$7\cdot(10)-8x=94\Rightarrow -8x=24\Rightarrow x=-3\Rightarrow \Re=(-3;10)$$

2.- La suma de dos números es 200. Dividiendo el primero entre 12 y el segundo entre 10, la suma de estos cocientes es 19. Encontrar los números.

Solución:

$x + y = 200 \to (I)$

$\frac{x}{12} + \frac{y}{10} = 19 \Rightarrow \frac{5x + 6y}{60} = 19 \Rightarrow 5x + 6y = 1140 \to (II)$

Multiplicando la ecuación (I) por 5 y restando el resultado de (II):

$5x + 5y = 1.000 \to (III)$

$(II) - (III) \Longrightarrow y = 140$

Sustituyendo el valor encontrado de y en la ecuación (I):

$x + 140 = 200 \Rightarrow x = 60 \Rightarrow \Re = (60;140)$

Método analítico de sustitución. Santillana, 9no grado, página #159.

1.- Resolver cada sistema de ecuaciones lineales mediante el método de sustitución:

a.-

$x + 3y = 6 \to (I)$

$5x - 2y = 13 \to (II)$

Solución:

De la ecuación (I): $x = 6 - 3y \Rightarrow$

Sustituyendo este valor de $\boldsymbol{x}$ en (II):
$5 \cdot (6 - 3y) - 2y = 13 \Rightarrow 30 - 15y - 2y = 13 \Rightarrow 17 = 17y \Rightarrow y = 1$
Sustituyendo el valor encontrado de $\boldsymbol{y}$ en (I):

$x + 3 \cdot (1) = 6 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \Re = (3;1)$

b.-
$x - 2y = 1 \Rightarrow (I)$

$3x + y = 3 \to (II)$

Solución:

De la ecuación (I): $x = 1 + 2y$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación (II):

$$3\cdot(1+2y)+y=3\Rightarrow 3+6y+y=3\Rightarrow 7y=0\Rightarrow y=0$$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{y}$ en la ecuación (I):

$$x-2\cdot(0)=1\Rightarrow x=1\Rightarrow \Re=(1;0)$$

c.-

$$2x-12y=6\rightarrow(I)$$
$$3x+y=9\rightarrow(II)$$

Solución:

Simplificando (I): $x-6y=3\rightarrow(I)\Rightarrow x=3+6y$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación (II):

$$3\cdot(3+6y)+y=9\Rightarrow 9+18y+y=9\Rightarrow 19y=0\Rightarrow y=0$$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{y}$ en (I):

$$x-6\cdot(0)=3\Rightarrow x=3\Rightarrow \Re=(3;0)$$

d.-

$$2x+y=6\rightarrow(I)$$
$$3x-y=4\Rightarrow(II)$$

Solución:

De la ecuación (I): $y=6-2x$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{y}$ en la ecuación (II):

$$3x-(6-2x)=4\Rightarrow 3x-6+2x=4\Rightarrow 5x=10\Rightarrow x=2$$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación (I):

$2\cdot(2)+y=6\Rightarrow y=6-4=2\Rightarrow \Re=(2;2)$

e.-

$$2x-3y=9\rightarrow(I)$$
$$3x+5y=-15\rightarrow(II)$$

Solución:

De la ecuación (I): $x=\dfrac{9+3y}{2}$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación (II):

$$3\cdot\left(\frac{9+3y}{2}\right)+5y=-15\Rightarrow 27+9y+10y=-30\Rightarrow 19y=-57\Rightarrow y=-3$$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{y}$ en la ecuación (I):

$$2x-3\cdot(-3)=9\Rightarrow 2x+9=9\Rightarrow x=0\Rightarrow \Re=(0;-3)$$

f.-

$$\frac{x-y}{7}=2x-1\rightarrow(I)$$
$$2x-\frac{y-8}{2}=x\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{x-y}{7}=2x-1\Rightarrow x-y=14x-7\Rightarrow 13x+y=7\rightarrow(III)$$
$$2x-\frac{y-8}{2}=x\Rightarrow 4x-y+8=2x\Rightarrow 2x-y=-8\rightarrow(IV)$$

De la ecuación (IV) se tiene: $y=2x+8$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{y}$ en la ecuación (III):

$$13x+(2x+8)=7\Rightarrow 15x=-1\Rightarrow x=-\frac{1}{15}$$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación (III):

$$13\cdot\left(-\frac{1}{15}\right)+y=7\Rightarrow -13+15y=105\Rightarrow 15y=118\Rightarrow y=\frac{118}{15}\Rightarrow \Re=\left(-\frac{1}{15};\frac{118}{15}\right)$$

g.-

$$2x+y=-1\rightarrow(I)$$
$$3x+2y=10\rightarrow(II)$$

Solución:

De la ecuación (I): $y=-(1+2x)$

Introduciendo este valor encontrado de $\boldsymbol{y}$ en la ecuación (II):

$$3x+2\cdot(-1-2x)=10\Rightarrow 3x-2-4x=10\Rightarrow -x-2=10\Rightarrow x=-12$$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación (I):

$$2\cdot(-12)+y=-1\Rightarrow -24+y=-1\Rightarrow y=23\Rightarrow \Re=(-12;23)$$

h.-

$$x-y=13\rightarrow(I)$$
$$3x+2y=-4\rightarrow(II)$$

Solución:

De la ecuación (I): $x=y+13$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación (II):

$$3\cdot(y+13)+2y=-4\Rightarrow 5y+39=-4\Rightarrow 5y=-43\Rightarrow y=-\frac{43}{5}$$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{y}$ en la ecuación (I):

$$x-\left(-\frac{43}{5}\right)=13\Rightarrow 5x+43=65\Rightarrow x=\frac{22}{5}\Rightarrow \Re=\left(\frac{22}{5};-\frac{43}{5}\right)$$

i.-

$$x+4y=16 \to (I)$$
$$x-2y=4 \to (II)$$

Solución:

De la ecuación (II): $x=2y+4$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación (I):

$$(2y+4)+4y=16 \Rightarrow 6y=12 \Rightarrow y=2 \Rightarrow x=2y+4 \Rightarrow x=2\cdot 2+4=8 \Rightarrow \Re=(8;2)$$

j.-

$$2x+4y=8 \to (I)$$
$$2x-2y=3 \to (II)$$

Solución:

De la ecuación (I): $x+2y=4 \Rightarrow x=4-2y$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación (II):

$$2\cdot(4-2y)-2y=3 \Rightarrow 8-4y-2y=3 \Rightarrow 6y=5 \Rightarrow y=\frac{5}{6} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x=4-2y \Rightarrow x=4-2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)=4-\frac{5}{3}=\frac{12-5}{3}=\frac{7}{3} \Rightarrow \Re=\left(\frac{7}{3};\frac{5}{6}\right)$$

k.-

$$x-6y=4 \to (I)$$
$$2x+3y=23 \to (II)$$

Solución:

De la ecuación (I):

$$x=6y+4$$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación (II):

$$2\cdot(6y+4)+3y=23 \Rightarrow 12y+8+3y=23 \Rightarrow 15y=15 \Rightarrow y=1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x=6y+4 \Rightarrow x=6\cdot(1)+4=10 \Rightarrow \Re=(10;1)$$

l.-

$$y-6x=3 \rightarrow (I)$$
$$\frac{5y}{4}-2x=1 \rightarrow (II)$$

Solución:

De la ecuación (I): $y=3+6x$

Sustituyendo este valor encontrado de y en la ecuación (II):

$$5y-8x=4 \Rightarrow 5\cdot(3+6x)-8x=4 \Rightarrow 15+30x-8x=4 \Rightarrow 22x=-11 \Rightarrow x=-\frac{1}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y=3+6x \Rightarrow y=3+6\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=3-3=0 \Rightarrow \Re=\left(-\frac{1}{2};0\right)$$

2.- En una boutique hay 50 carteras distribuidas en dos estantes. Si se pasaran 5 carteras del estante de abajo al de arriba, la cantidad de carteras del estante de arriba sería el cuádruplo de la del estante de abajo. Encontrar el número original de carteras en cada estante:

Solución:

$$x+y=50 \rightarrow (I)$$
$$x+5=4\cdot(y-5) \rightarrow (II) \Rightarrow x=50-y \Rightarrow (50-y)+5=4y-20 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 75=5y \Rightarrow y=15 \Rightarrow x=35$$

Método analítico de igualación, Santillana, 9no grado, página 160.

1. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales según el método de igualación:

a.-

$$3x - y = 1 \rightarrow (I)$$
$$2x + y = 9 \rightarrow (II)$$

Solución:

De (I): $y = 3x - 1 \rightarrow (III)$

$y = 9 - 2x \rightarrow (IV)$

De (II): $(IV) = (III) \Rightarrow 9 - 2x = 3x - 1 \Rightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow y = 9 - 2x \Rightarrow y = 9 - 2\cdot(2) = 5 \Rightarrow \Re = (2;5)$

b.-

$$3x - 2y = 14 \rightarrow (I)$$
$$2x - 3y = 10 \rightarrow (II)$$

Solución:

De (I): $x = \dfrac{14 + 2y}{3}$

De (II): $x = \dfrac{10 + 3y}{2}$

Luego:

$$\frac{14 + 2y}{3} = \frac{10 + 3y}{2} \Rightarrow 2\cdot(14 + 2y) = 3\cdot(10 + 3y) \Rightarrow 28 + 4y = 30 + 9y \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 5y = -2 \Rightarrow y = -\frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{14 + 2y}{3} = \frac{14 + 2\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)}{3} = \frac{70 - 4}{15} = \frac{66}{15} = \frac{22}{5} \Rightarrow \Re = \left(\frac{22}{5}; -\frac{2}{5}\right)$$

c.-

$$\frac{x + 5}{10} = \frac{y - 4}{2} \rightarrow (I)$$
$$x - y = -1 \rightarrow (II)$$

Solución:

De (I): $2\cdot(x + 5) = 10\cdot(y - 4) \Rightarrow 2x + 10 = 10y - 40 \Rightarrow x + 5 = 5y - 20 \Rightarrow x = 5y - 25$

De (II): $x = y - 1$

Luego:

$$5y - 25 = y - 1 \Rightarrow 4y = 24 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow x = y - 1 = 6 - 1 = 5 \Rightarrow \Re = (5;6)$$

d.-

$$2x + y = 8 \rightarrow (I)$$
$$4x - 2y = 10 \rightarrow (II)$$

Solución:

De (I): $y = 8 - 2x$
De (II): $y = 2x - 5$

Luego:

$$8 - 2x = 2x - 5 \Rightarrow 4x = 13 \Rightarrow x = \frac{13}{4} \Rightarrow y = 8 - 2x = 8 - 2 \cdot \left(\frac{13}{4}\right) = 8 - \frac{13}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y = \frac{16 - 13}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \Re = \left(\frac{13}{4}; \frac{3}{2}\right)$$

e.-

$$6y - x = 10 \rightarrow (I)$$
$$x = 3y + 2 \rightarrow (II)$$

Solución:

De (I): $x = 6y - 10$

Luego:

$$6y - 10 = 3y + 2 \Rightarrow 3y = 12 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow x = 6y - 10 = 24 - 10 = 14 \Rightarrow \Re = (14;4)$$

f.-

$\left(\frac{3}{2}\right)x-\left(\frac{1}{3}\right)y=1\to(I)$

$\left(\frac{1}{5}\right)x+2y=8\to(II)$

Solución:

De (I): $\frac{9x-2y}{6}=1\Rightarrow 9x-2y=6\Rightarrow 2y=9x-6\Rightarrow y=\frac{9x-6}{2}$

$$x+10y=40\Rightarrow y=\frac{40-x}{10}\Rightarrow$$

De (II): $\frac{40-x}{10}=\frac{9x-6}{2}\Rightarrow 80-2x=90x-60\Rightarrow 140=92x\Rightarrow x=\frac{140}{92}=\frac{70}{46}=\frac{35}{23}\Rightarrow$

$$\Rightarrow y=\frac{9x-6}{2}=\frac{9\cdot\left(\frac{35}{23}\right)-6}{2}=\frac{315-138}{46}=\frac{177}{46}\Rightarrow\Re=\left(\frac{35}{23};\frac{177}{46}\right)$$

g.-

$8x-3y=18\to(I)$

$8y-3x=7\to(II)$

Solución:

De (I): $x=\frac{18+3y}{8}$

De (II): $x=\frac{8y-7}{3}$

Luego:

$$\frac{18+3y}{8}=\frac{8y-7}{3}\Rightarrow 3\cdot(18)+9y=64y-56\Rightarrow 54+9y=64y-56\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 110=55y\Rightarrow y=2\Rightarrow x=\frac{8y-7}{3}=\frac{16-7}{3}=3\Rightarrow\Re=(3;2)$$

h.-

$9x+8y=5\to(I)$

$12x-y=3\to(II)$

Solución:

De (I): $y=\dfrac{5-9x}{8}$

De (II): $y=12x-3$

Luego:

$$\frac{5-9x}{8}=12x-3\Rightarrow 5-9x=96x-24\Rightarrow 29=105x\Rightarrow x=\frac{29}{105}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow y=12x-3\Rightarrow y=12\cdot\left(\frac{29}{105}\right)-3=\frac{348-315}{105}=\frac{33}{105}=\frac{11}{35}\Rightarrow\Re=\left(\frac{29}{105};\frac{11}{35}\right)$$

i.-

$$\frac{x-3}{3}=\frac{y-7}{7}\rightarrow(I)$$
$$x+y=40\rightarrow(II)$$

Solución:

De (I): $7\cdot(x-3)=3\cdot(y-7)\Rightarrow 7x-21=3y-21\Rightarrow 7x=3y\Rightarrow x=\dfrac{3}{7}y$

De (II): $x=40-y$

Luego:

$$\frac{3}{7}y=40-y\Rightarrow 3y=280-7y\Rightarrow 10y=280\Rightarrow y=28\Rightarrow$$
$$x=\frac{3}{7}y=\frac{3}{7}\cdot 28=12\Rightarrow\Re=(12;28)$$

j.-

$$15x-8y=80\rightarrow(I)$$
$$5x-3y=25\rightarrow(II)$$

Solución:

De (I): $y=\dfrac{15x-80}{8}$

De (II): $y = \dfrac{5x - 25}{3}$

Luego:

$$\frac{15x - 80}{8} = \frac{5x - 25}{3} \Rightarrow 45x - 240 = 40x - 200 \Rightarrow 5x = 40 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y = \frac{5x - 25}{3} = \frac{5 \cdot 8 - 25}{3} = \frac{40 - 25}{3} = 5 \Rightarrow \Re = (8;5)$$

k.-

$$x - 2y + 3 = 0 \to (I)$$
$$7x + 4y - 10 = 0 \to (II)$$

Solución:

De (I): $x = 2y - 3$

De (II): $x = \dfrac{10 - 4y}{7}$

Luego:

$$2y - 3 = \frac{10 - 4y}{7} \Rightarrow 14y - 21 = 10 - 4y \Rightarrow 18y = 31 \Rightarrow y = \frac{31}{18} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x = 2y - 3 = 2 \cdot \left(\frac{31}{18}\right) - 3 = \frac{31 - 27}{9} = \frac{4}{9} \Rightarrow \Re = \left(\frac{4}{9}; \frac{31}{18}\right)$$

l.-

$$\left(\frac{5}{6}\right)x + \left(\frac{1}{3}\right)y = 10 \to (I)$$
$$12x + 7y = -10 \to (II)$$

Solución:

De (I): $5x + 2y = 60 \Rightarrow y = \dfrac{60 - 5x}{2} \to (III)$

De (II): $y = -\left(\dfrac{10 + 12x}{7}\right)$

Luego:

$$\frac{60-5x}{2}=-\frac{10+12x}{7}\Rightarrow 420-35x=-20-24x\Rightarrow 440=11x\Rightarrow x=40\Rightarrow$$
$$y=\frac{60-5x}{2}=\frac{60-200}{2}=-\frac{140}{2}=-70\Rightarrow \Re=(40;-70)$$

2.- Hallar el valor de $\boldsymbol{a}$ para que $(4.000;3.000)$ sea la solución del sistema:

$$y=\left(\frac{3}{4}\right)x\rightarrow(I)$$
$$y=ax+500\rightarrow(II)$$

Solución:

$$y=ax+500\Rightarrow 3.000=a\cdot 4.000+500\Rightarrow a=\frac{2.500}{4.000}=\frac{25}{40}=\frac{5}{8}$$

3.- Plantea y resuelve por el método de igualación el sistema que corresponde a cada problema:

a.- Martín le dijo a Andrea: Pensé en un número de dos cifras. Lo único que te voy adecir es que la suma de sus dígitos es 13 y la cifra que ocupa el lugar de las decenas es 5 unidades menor que la cifra que ocupa el lugar de las unidades. ¿Qué número pensó Martín?

Solución:

Número xy

$$x+y=13\rightarrow(I)$$
$$x=y-5\rightarrow(II)$$

De (I): $x=13-y\Rightarrow y-5=13-y\Rightarrow 2y=18\Rightarrow y=9\Leftrightarrow x=13-y=13-9=4\Rightarrow\Re=49$

b.- En un colegio hay 80 personas entre profesoras y profesores. A una reunión ha asistido el 70% de las profesoras y el 30% de los profesores siendo la asistencia total de 42. ¿Cuántas profesoras tiene el colegio? ¿ Y profesores?

Solución:

$$x=\#\,profesoras;y=\#\,profesores$$
$$x+y=80\rightarrow(I)$$
$$0,7\cdot x+0,3\cdot y=42\rightarrow(II)$$

De (I): $x=80-y\rightarrow(III)$

De (II): $x = \dfrac{42 - 0,3 \cdot y}{0,7}$

Luego:

$$80 - y = \frac{42 - 0,3y}{0,7} \Rightarrow 56 - 0,7y = 42 - 0,3y \Rightarrow 14 = 0,4y \Rightarrow$$

$$y = \frac{14}{0,4} = 35 \Rightarrow x = 80 - 35 = 45$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #24.

Tema: Sistemas de ecuaciones lineales resueltos por método de Cramer.

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

La solución de un sistema de ecuaciones lineales consiste en encontrar las coordenadas del punto de cruce de las líneas rectas que son la representación gráfica de las ecuaciones dadas.

El método de ***Cramer***, utilizando determinantes, hace posible la resolución de sistemas de ecuaciones lineales simultáneas. Se explicará cobn un ejemplo usando coeficentes literales:

Ejemplo: Resolver el sistema de ecuaciones lineales siguientes:

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{c_1 \cdot b_2 - c_2 \cdot b_1}{a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1} =$$

$$y=\frac{D_y}{D}=\frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}=\frac{a_1\cdot c_2-a_2\cdot c_1}{a_1\cdot b_2-a_2\cdot b_1}$$

PREGUNTAS:

1.- Resolver por Cramer, el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$2x+4y=11$$
$$-5x+3y=5$$

Entonces, la solución por determinantes será:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 11 & 4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -5 & 3 \end{vmatrix}}=\frac{11\cdot 3-5\cdot 4}{2\cdot 3-4\cdot(-5)}=\frac{33--20}{6+20}=\frac{13}{26}=\frac{1}{2}$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 2 & 11 \\ -5 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -5 & 3 \end{vmatrix}}=\frac{2\cdot 5-11\cdot(-5)}{26}=\frac{10+55}{26}=\frac{65}{26}=\frac{5}{2}$$

2.- Resolver por Cramer el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$3x-6y-2=0$$
$$4x+7y+3=0$$

Para resolver el sistema, lo reescribimos asÍ:

$$3x-6y=2$$
$$4x+7y=-3$$

Entonces:

$$x = \frac{D_x}{D}; y = \frac{D_y}{D}$$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ 4 & 7 \end{vmatrix} = 3 \cdot 7 - 4 \cdot (-6) = 21 + 24 = 45$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -3 & 7 \end{vmatrix} = 2 \cdot 7 - (-3) \cdot (-6) = 14 - 18 = -4$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-3) - 4 \cdot 2 = -9 - 8 = -17$$

Luego:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{(-4)}{45}$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{(-17)}{45}$$

3.- Resolver por Cramer el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$3x - 5y = 4$$
$$7x + 4y = 25$$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 7 & 4 \end{vmatrix} = 3 \cdot 4 - 7 \cdot (-5) = 12 + 35 = 47$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 4 & -5 \\ 25 & 4 \end{vmatrix}}{47} = \frac{16+125}{47} = \frac{141}{47} = 3$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 25 \end{vmatrix}}{47} = \frac{75-28}{47} = \frac{47}{47} = 1$$

4.- Resolver por Cramer el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$2x + 3y = 4$$
$$3x - 2y = -2$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -13$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -2 \end{vmatrix}}{-13} = \frac{-8+6}{-13} = \frac{-2}{-13} = \frac{2}{13}$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}}{-13} = \frac{-4-12}{-13} = \frac{-16}{-13} = \frac{16}{13}$$

5.- Resolver por Cramer el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$3x + 2y = 12$$
$$4x - 3y = -1$$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = -9 - 8 = -17$$

$$x=\frac{D_x}{D}=\frac{\begin{vmatrix}12 & 2\\ -1 & -3\end{vmatrix}}{-17}=\frac{-36+2}{-17}=\frac{-34}{-17}=2$$

$$y=\frac{D_y}{D}=\frac{\begin{vmatrix}3 & 12\\ 4 & -1\end{vmatrix}}{-17}=\frac{-3-48}{-17}=\frac{-51}{-17}=3$$

6.- Resolver por Cramer el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$2x+3y-6=0$$
$$2y=3x$$

Las ecuaciones se deben reescribir de la siguiente manera:

$$2x+3y=6$$
$$3x-2y=0$$

$$D=\begin{vmatrix}2 & 3\\ 3 & -2\end{vmatrix}=-4-9=-13$$

$$x=\frac{D_x}{D}=\frac{\begin{vmatrix}6 & 3\\ 0 & -2\end{vmatrix}}{-13}=\frac{-12}{-13}=\frac{12}{13}$$

$$y=\frac{D_y}{D}=\frac{\begin{vmatrix}2 & 6\\ 3 & 0\end{vmatrix}}{-13}=\frac{-18}{-13}=\frac{18}{13}$$

7.- Resolver por Cramer el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$3x-4y=-6$$
$$2x+5y=19$$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 15 + 8 = 23$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} -6 & -4 \\ 19 & 5 \end{vmatrix}}{23} = \frac{-30 + 76}{23} = \frac{46}{23} = 2$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -6 \\ 2 & 19 \end{vmatrix}}{23} = \frac{57 + 12}{23} = \frac{69}{23} = 3$$

9.- Resolver por Cramer el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$3x + y - 2z = -3$$
$$2x + 7y + 3z = 9$$
$$4x - 3y - z = 7$$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 7 & 3 \\ 4 & -3 & -1 \end{vmatrix} = \left[-21 + 12 + 12\right] - \left[-56 - 2 - 27\right] = 3 + 85 = 88$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 9 & 7 & 3 \\ 7 & -3 & -1 \end{vmatrix}}{88} = \frac{176}{88} = 2$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 \\ 2 & 9 & 3 \\ 4 & 7 & -1 \end{vmatrix}}{88} = \frac{-88}{88} = -1$$

$$z=\frac{D_z}{D}=\frac{\begin{vmatrix}3 & 1 & -3\\ 2 & 7 & 9\\ 4 & -3 & 7\end{vmatrix}}{88}=\frac{352}{88}=4$$

10.- Resolver por Cramer el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$2x-y-2z=4$$
$$x+3y-z=-1$$
$$x+2y+3z=5$$

$$D=\begin{vmatrix}2 & -1 & -2\\ 1 & 3 & -1\\ 1 & 2 & 3\end{vmatrix}=28$$

$$x=\frac{D_x}{D}=\frac{\begin{vmatrix}4 & -1 & -2\\ -1 & 3 & -1\\ 5 & 2 & 3\end{vmatrix}}{28}=\frac{80}{28}=\frac{20}{7}$$

$$y=\frac{D_y}{D}=\frac{\begin{vmatrix}2 & 4 & -2\\ 1 & -1 & -1\\ 1 & 5 & 3\end{vmatrix}}{28}=\frac{-24}{28}=-\frac{6}{7}$$

$$z = \frac{D_z}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 5 \end{vmatrix}}{28} = \frac{36}{28} = \frac{9}{7}$$

11.- Resolver por Cramer el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$2x - y - z = -3$$
$$x + y + z = 6$$
$$x - 2y + 3z = 6$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 15$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{\begin{vmatrix} -3 & -1 & -1 \\ 6 & 1 & 1 \\ 6 & -2 & 3 \end{vmatrix}}{D} = \frac{15}{15} = 1$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & 6 & 1 \\ 1 & 6 & 3 \end{vmatrix}}{15} = \frac{30}{15} = 2$$

$$z = \frac{D_z}{D} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & 6 \\ 1 & -2 & 6 \end{vmatrix}}{15} = \frac{45}{15} = 3$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #82.

Tema: Sistemas de ecuaciones lineales. (Santillana 9no grado-continuación).

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

La solución de un sistema de ecuaciones lineales consiste en encontrar las coordenadas del punto de cruce de las líneas rectas que son la representación gráfica de las ecuaciones dadas.

PREGUNTAS:

Sistemas de ecuaciones literales, Santillana 9no grado, página 161.-

1.- Resolver cada sistema de ecuaciones lineales literales:

a.-

$$x - a = b \rightarrow (I)$$
$$y + b = a \rightarrow (II)$$

Solución:

$$x = a + b$$
$$y = a - b \Rightarrow \Re = \left[(a+b);(a-b)\right]$$

b.-

$$3x+2y=a+1\rightarrow(I)$$
$$ax-y=a\rightarrow(II)$$

Solución:

Multiplicar la ecuación (II) por 2 y sumarla a (I):

$$2ax-2y=2a\rightarrow(III)\Rightarrow(I)+(III)=(3+2a)x=3a+1\Rightarrow x=\frac{(3a+1)}{(3+2a)}$$

Sustituyendo este valor encontrado de **x** en la ecuación (II):

$$ax-y=a\Rightarrow a\cdot\left(\frac{3a+1}{2a+3}\right)-y=a\Leftrightarrow 3a^2+a-(2a+3)\cdot y=2a^2+3a\Rightarrow$$
$$\Rightarrow a^2-2a=(2a+3)\cdot y\Rightarrow y=\frac{a^2-2a}{2a+3}$$

c.-

$$mx+ny=2\rightarrow(I)$$
$$nx+my=2\Rightarrow(II)$$

Solución:

Se multiplica la ecuación (I) por **n** , la ecuación (II) por **m** y se restan:

$$mnx+n^2y=2n\rightarrow(III)$$
$$mnx+m^2y=2m\rightarrow(IV)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow(III)-(IV)=\left(n^2-m^2\right)\cdot y=2\cdot(n-m)\Rightarrow y=\frac{2\cdot(n-m)}{(n+m)\cdot(n-m)}=\frac{2}{n+m}$$

Sustituyendo este valor encontrado de ***y*** en la ecuación (I):

$$mx+ny=2\Rightarrow mx+n\cdot\left(\frac{2}{m+n}\right)=2\Rightarrow\left(m^2+mn\right)x+2n=2m+2n\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\left(m^2+mn\right)x=2m\Rightarrow x=\frac{2m}{m^2+mn}=\frac{2}{m+n}$$

d.-

$$x + y = a + b \rightarrow (I)$$
$$x - y = a - b \rightarrow (II)$$

$$(I) + (II) = 2x = 2a \Rightarrow x = a$$

Sustituyendo este valor de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación (I):

$$x + y = a + b \Rightarrow a + y = a + b \Rightarrow y = b \Rightarrow \Re = (a;b)$$

e.-

$$ax + by = 3 \rightarrow (I)$$
$$ax - by = 2 \rightarrow (II)$$

Solución:

$$(I) + (II) = 2ax = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2a}$$

Introduciendo este valor de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación (I):

$$ax + by = 3 \Rightarrow a \cdot \left(\frac{5}{2a} \right) + by = 3 \Rightarrow by = 3 - \frac{5}{2} = \frac{6-5}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2b}$$

f.-

$$px + qy = p + 2q \rightarrow (I)$$
$$x - 2y = p \rightarrow (II)$$

Solución:

Multiplicando por p la ecuación (II):

$$px - 2py = p^2 \rightarrow (III)$$
$$(I) - (III) \Rightarrow y \cdot (q + 2p) = p + 2q - p^2 \Rightarrow y = \frac{p + 2q - p^2}{(q + 2p)}$$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{y}$ en la ecuación (II):

$$x-2y=p \Rightarrow x-2\cdot\left(\frac{p+2q-p^2}{q+2p}\right)=p \Rightarrow x=p+\frac{2\cdot\left(p+2q-p^2\right)}{\left(q+2p\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{pq+2p^2+2p+4q-2p^2}{\left(q+2p\right)}=\frac{2p+4q+pq}{\left(q+2p\right)}$$

g.-

$$2x+y=b+2 \rightarrow (I)$$
$$y=bx \Rightarrow (II)$$

Solución:

Sustituyendo el valor de y de la ecuación (II) en la ecuación (I):

$$2x+y=b+2 \Rightarrow 2x+bx=b+2 \Rightarrow (b+2)\cdot x=(b+2) \Rightarrow x=1$$

$$y=bx \Rightarrow y=b\cdot(1) \Rightarrow y=b \Rightarrow \Re=(1;b)$$

h.-

$$ax+y=b \rightarrow (I)$$
$$-3x+by=a \rightarrow (II)$$

Solución:

Multiplicar la ecuación (I) por $\boldsymbol{b}$:

$$abx+by=b^2 \rightarrow (III) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (III)-(II)=(ab+3)x=b^2-a \Rightarrow x=\frac{b^2-a}{ab+3}$$

Sustituyendo el valor encontrado de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación (I):

$$ax+y=b \Rightarrow a\cdot\left(\frac{b^2-a}{ab+3}\right)+y=b \Rightarrow y=b-\frac{ab^2-a^2}{ab+3}=\frac{ab^2+3b-ab^2+a^2}{ab+3}=\frac{a^2+3b}{ab+3}$$

i.-

$$ax+3by=8 \to (I)$$
$$-ax+by=10 \to (II)$$

Solución:

Multiplicar la ecuación (II) por 3:

$$-3ax+3by=30 \Rightarrow (I)-(III)=ax+3ax=8-30=-22 \Rightarrow 4ax=-22 \Rightarrow x=-\frac{11}{2a}$$

Sustituyendo el valor encontrado de x en la ecuación (I):

$$ax+3by=8 \Rightarrow a\cdot\left(-\frac{11}{2a}\right)+3by=8 \Rightarrow -\frac{11}{2}+3by=8 \Rightarrow 3by=8+\frac{11}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 3by=\frac{16+11}{2}=\frac{27}{2} \Rightarrow y=\frac{9}{2b}$$

j.-

$$x-y=1-a \to (I)$$
$$x+y=1+a \to (II)$$

Solución:

$$(I)+(II) \Rightarrow 2x=2 \Rightarrow x=1$$

Sustituyendo el valor encontrado de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación (I):

$$x-y=1-a \Rightarrow (1)-y=1-a \Rightarrow y=a \Rightarrow \Re=(1;a)$$

k.-

$$5x+ay=a+b \to (I)$$
$$x-by=a \to (II)$$

Solución:

Multiplicar la ecuación (II) por 5:

$$5x-5by=5a \to (III)\,(I)-(III)=(a+5b)y=a+b-5a=b-4a \Rightarrow y=\frac{b-4a}{a+5b}$$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{y}$ en la ecuación (II):

$$x - by = a \Rightarrow x - b \cdot \left(\frac{b - 4a}{5b + a} \right) = a \Rightarrow x = a + \frac{b^2 - 4ab}{5b + a} = \frac{a^2 + 5ab + b^2 - 4ab}{5b + a} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x = \frac{a^2 + b^2 + ab}{5b + a}$$

l.-

$$a^2 x - b^2 y = a \rightarrow (I)$$
$$b^2 x + a^2 y = b \rightarrow (II)$$

Solución:

Multiplicar (I) por a^2 y la ecuación (II) por b^2:

$$a^4 x - a^2 b^2 y = a^3 \rightarrow (III)$$
$$b^4 x + a^2 b^2 y = b^3 \rightarrow (IV)$$
$$(III) + (IV) = \left(a^4 + b^4\right) x = a^3 + b^3 \Rightarrow x = \frac{a^3 + b^3}{a^4 + b^4}$$

Sustituyendo este valor encontrado de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación (I):

$$a^2 \cdot \left(\frac{a^3 + b^3}{a^4 + b^4} \right) - b^2 y = a \Rightarrow b^2 y = \frac{a^5 + a^2 b^3}{a^4 + b^4} - a = \frac{a^5 + a^2 b^3 - a^5 - ab^4}{a^4 + b^4} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y = \frac{a^2 b - ab^2}{a^4 + b^4}$$

Resolución de problemas mediante ecuaciones lineales, Santillana, página 163.

1.- En cada caso, escribe el sistema de ecuaciones que refleje el hecho en consideración e identifica si es un sistema de ecuaciones lineales.

a.- La suma del doble de un número con otro número es 26 y la resta de ambos números es 16.

Solución:

$$2x + y = 26 \rightarrow (I)$$
$$x - y = 16 \rightarrow (II)$$
Si

b.- La suma del doble de un número con otro es 26 y la raíz cuadrada del segundo es igual al segundo.

Solución:

$$2x + y = 26 \rightarrow (I)$$
$$\sqrt{y} = y \rightarrow (II)$$
No

c.- La división de dos números es 8 y su resta es 12.¿Cuáles son esos números?

Solución:

$$\frac{x}{y} = 8 \Rightarrow x = 8y \Rightarrow x - 8y = 0 \rightarrow (I)$$
$$x - y = 12 \rightarrow (II)$$
Si

d.- La multiplicación de dos números es 6 y su división es 12. ¿Cuáles son esos números?

Solución:

$$x \cdot y = 6 \rightarrow (I)$$
$$\frac{x}{y} = 12 \rightarrow (II)$$
No

2.- Plantea y resuelve el sistema de ecuaciones lineales correspondiente a cada problema:

a.- Si un número se divide por otro menor el cociente es 2 y el resto es 4, y si 5 veces el menor se divide por el mayor, el cociente es 2 y el resto es 17.

Solución:

$$x > y$$
$$\frac{x}{y} = 2 + \frac{4}{y} \Rightarrow x = 2y + 4 \Rightarrow x - 2y = 4 \rightarrow (I)$$
$$\frac{5y}{x} = 2 + \frac{17}{5x} \Rightarrow 5y = 2x + 17 \Rightarrow 5y - 2x = 17 \rightarrow (II) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x - 2y = 4 \Rightarrow 2x - 4y = 8 \rightarrow (III) \Rightarrow (III) + (II) = y = 25$$

Introduciendo este valor encontrado de ***y*** en la ecuación (I):

$$x = 2y + 4 \Rightarrow x = 2\cdot(25) + 4 = 54$$

b.- Si a cada término de una fracción se le suma 1 se obtiene la fracción $\frac{2}{3}$, y si se le resta 1 se obtiene la fracción $\frac{1}{2}$. ¿Cuál es la fracción original?

Solución:

Fracción original: $\frac{x}{y}$

$$\frac{x+1}{y+1} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x + 3 = 2y + 2 \Rightarrow 3x - 2y = -1 \rightarrow (I)$$
$$\frac{x-1}{y-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x - 2 = y - 1 \Rightarrow 2x - y = 1 \rightarrow (II) \Rightarrow 4x - 2y = 2 \rightarrow (III) \Rightarrow$$
$$(I) - (III) = -x = -3 \Rightarrow x = 3$$

Introduciendo el valor encontrado de x en (I):

$$3x - 2y = -1 \Rightarrow 3\cdot(3) - 2y = -1 \Rightarrow 2y = 10 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{5}$$

c.- La suma de dos números es 118 y su diferencia es 32. ¿Cuáles son esos números?

Solución:

$$x + y = 118 \rightarrow (I); x - y = 32 \rightarrow (II) \Rightarrow$$
$$(I) + (II) = 2x = 150 \Rightarrow x = 75; y = 118 - 75 = 43$$

d.- En una granja hay 100 animales entre gallinas y cochinos. Si el número de patas es 260, ¿cuántas gallinas hay?

Solución:

$$G + C = 100 \rightarrow (I) \Rightarrow 2G + 2C = 200 \rightarrow (III)$$
$$2G + 4C = 260 \rightarrow (II) \Rightarrow (II) - (III) = 2C = 60 \Rightarrow C = 30 \Rightarrow G = 70$$

Cuestionario resumen de sistemas de cuaciones lineales, Santillana 9no grado, páginas 164 y 165.

1.- Identifica si cada sistema de ecuaciones dado es lineal.

a.-

$3x - y = \sqrt{3}$

$2x + 7y = 5$

Solución: SI

b.-

$x - 3y^2 = 0$

$x + y = 2$

Solución: NO

c.-

$2\sqrt{x} - 3 = 0$

$x + 5y = 0$

Solución: NO

d.-

$x + y - 7 = 0$

$5a^2x - 2by = 1$

Solución: SI

e.-

$2x + y = 3$

$3x - 2y = 0$

Solución: SI

f.-

$2x + y = 5$

$3x - y = 0$

Solución: SI

g.-

$$2x + y - 1 = 0$$
$$axy + 5 = 0$$

Solución: NO

h.-

$$5x - 3y = 7$$
$$4x + y^3 = 3$$

Solución: NO

i.-

$$7x - 2y = \sqrt{8}$$
$$\left(\sqrt{2}\right)x - \left(\sqrt{3}\right)y = 4$$

Solución: SI

j.-

$$7ax - 3by = 4$$
$$bx + 3ay = 21$$

Solución: SI

2.- Resuelve cada sistema de ecuaciones lineales mediante diversos métodos:

a.-

$$2x - 4y = 0 \to (I)$$
$$5x + y = 0 \to (II)$$

Solución: Por reducción;

$$5x + y = 0 \Rightarrow 20x + 4y = 0 \to (III) \Rightarrow$$
$$(III) + (I) = 22x = 0 \Rightarrow x = 0; 5 \cdot 0 + y = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \Re = (0;0)$$

b.-

$$5x - 2 = y \to (I)$$
$$y = 2x - 1 \to (II)$$

Solución: Por sustitución.

$$5x-2=y\Rightarrow 5x-2=2x-1\Rightarrow 3x=1\Rightarrow x=\frac{1}{3}\Rightarrow y=2\left(\frac{1}{3}\right)-1=-\frac{1}{3}\Rightarrow \Re=\left(\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$$

c.-

$$x+y=60\rightarrow(I)$$
$$x-y=40\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción:

$$(I)+(II)=2x=100\Rightarrow x=50\rightarrow x+y=60\Rightarrow y=60-50=10\Rightarrow \Re=(50,10)$$

d.-

$$2x-7y=9\rightarrow(I)$$
$$5x+y=4\rightarrow(II)$$

Solución: Por igualación:

$$2x-7y=9\Rightarrow x=\frac{9+7y}{2}$$
$$5x+y=4\Rightarrow x=\frac{4-y}{5}=\frac{9+7y}{2}\Rightarrow 8-2y=45+35y\Rightarrow y=-\frac{37}{37}=-1\Rightarrow$$
$$5x-1=4\Rightarrow 5x=5\Rightarrow x=1\Rightarrow \Re=(1;-1)$$

e.-

$$-13x+15y=30\rightarrow(I)$$
$$7x+2y=4\rightarrow(II)$$

Solución: Por sustitución.

$$7x+2y=4\Rightarrow y=\frac{4-7x}{2}\Rightarrow$$
$$-13x+15y=30\Rightarrow -13x+15\cdot\left(\frac{4-7x}{2}\right)=30\Rightarrow -26x+60-105x=60\Rightarrow -131x=0\Rightarrow x=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow y=\frac{4-7x}{2}=\frac{4-0}{2}=2\Rightarrow \Re=(0;2)$$

f.-

$$9x - 20y = 38 \to (I)$$
$$15x - 3y = 33(II)$$

Solución: Por sustitución.

$$15x - 3y = 33 \Rightarrow 5x - y = 11 \Rightarrow y = 5x - 11 \Rightarrow$$
$$9x - 20y = 38 \Rightarrow 9x - 20 \cdot (5x - 11) = 38 \Rightarrow 9x - 100x + 220 = 38 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -91x = -182 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 5x - 11 \Rightarrow y = 10 - 11 = -1 \Rightarrow \Re = (2;-1)$$

g.-

$$\frac{x}{5} - \frac{y}{3} = 16 \to (I)$$
$$\frac{x}{2} + \frac{y}{5} = 9 \to (II)$$

Solución: Por igualación.

$$\frac{x}{5} - \frac{y}{3} = 16 \Rightarrow 3x - 5y = 240 \to (III) \Rightarrow x = \frac{240 + 5y}{3};$$
$$\frac{x}{2} + \frac{y}{5} = 9 \Rightarrow 5x + 2y = 90 \to (IV) \Rightarrow x = \frac{90 - 2y}{5} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{240 + 5y}{3} = \frac{90 - 2y}{5} \Rightarrow 1200 + 25y = 270 - 6y \Rightarrow 1200 - 270 = -6y - 25y \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -31y = 930 \Rightarrow y = -30 \Rightarrow x = \frac{240 + 5y}{3} = \frac{240 - 150}{3} = \frac{90}{3} = 30 \Rightarrow \Re = (30, -30)$$

h.-

$$-\left(\frac{1}{3}\right)x - \left(\frac{3}{4}\right)y = 4 \to (I)$$
$$-\left(\frac{2}{3}\right)x + \left(\frac{5}{4}\right)y = -3 \to (II)$$

Solución: Por reducción

$$-\left(\frac{1}{3}\right)x-\left(\frac{3}{4}\right)y=4\Rightarrow -4x-9y=48\rightarrow(III)\Rightarrow -8x-18y=96\rightarrow(V)$$

$$-\left(\frac{2}{3}\right)x+\left(\frac{5}{4}\right)y=-3\Rightarrow -8x+15y=-36(IV)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow(V)-(IV)=-18y-15y=96+36\Rightarrow -33y=132\Rightarrow y=-4;$$

$$-4x-9y=48\Rightarrow -4x+9\cdot 4=48\Rightarrow -4x=48-36=12\Rightarrow x=-3\Rightarrow \Re=(-3;-4)$$

i.-

$$\frac{x}{2}+\frac{3y}{4}=3\rightarrow(I)$$

$$-\frac{3x}{4}-\frac{y}{2}=-2\rightarrow(II)$$

Solución:

$$(I)\Rightarrow 2x+3y=12\rightarrow(III)\Rightarrow 6x+9y=36\rightarrow(V)$$

$$(II)\Rightarrow 3x+2y=8\rightarrow(IV)\Rightarrow 6x+4y=16\rightarrow(VI)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow(V)-(VI)=9y-4y=36-16=20\Rightarrow 5y=20\Rightarrow y=4\Rightarrow$$

$$(III)\Rightarrow 2x+3y=12\Rightarrow 2x+3\cdot 4=12\Rightarrow x=0\Rightarrow \Re=(0;4)$$

j.-

$$\frac{4x-2y}{5}=\frac{-18}{5}\rightarrow(I)$$

$$\frac{2x+3y}{7}=\frac{11}{7}\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I)\Rightarrow 4x-2y=-18\Rightarrow 2x-y=-9\rightarrow(III)$$

$$(II)\Rightarrow 2x+3y=11\rightarrow(IV)\Rightarrow(IV)-(III)=3y+y=11+9=20\Rightarrow y=5\Rightarrow$$

$$(III)\Rightarrow 2x-y=-9\Rightarrow 2x-5=-9\Rightarrow 2x=-9+5=-4\Rightarrow x=-2\Rightarrow \Re=(-2;5)$$

3.- Analiza y responde:

a.- ¿Qué relación hay entre los coeficientes de las ecuaciones lineales $Ax+By=C$ y $Dx+Ey=F$, para que el sistema no tenga solución?

Solución:

Para que el sistema no tenga solución, las dos rectas representadas por las ecuaciones dadas, deben ser paralelas, o sea que sus pendientes deben ser iguales, entonces:

$$y = -\frac{A}{B}x + \frac{C}{B} \Rightarrow m_1 = -\frac{A}{B}$$
$$y = -\frac{D}{E}x + \frac{F}{E} \Rightarrow m_2 = -\frac{D}{E}$$

Si las dos rectas son paralelas $m_1 = m_2 \Rightarrow -\frac{A}{B} = -\frac{D}{E} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{D}{E} \Rightarrow \frac{A}{D} = \frac{B}{E}$ y $\frac{A}{D} \neq \frac{C}{F}$.

b.- ¿Qué relación hay entre los coeficientes de las ecuaciones lineales $Ax + By = C$ y $Dx + Ey = F$ para que el sistema sea compatible determinado?

Solución:

Para que el sistema sea compatible determinado debe existir un punto de intersección de las dos líneas rectas representadas por las dos ecuaciones dadas; entonces:

$$\frac{A}{D} \neq \frac{B}{E}$$

c.- ¿Qué relación existe entre los coeficientes de las ecuaciones lineales $Ax + By = C$ y $Dx + Ey = F$ para que el sistema de ecuaciones dado sea compatible indeterminado?.

Solución:

Para que el sistema sea compatible indeterminado las dos rectas deben estar sobrepuestas, coincidentes, entonces:

$$\frac{A}{D} = \frac{B}{E} = \frac{C}{F}$$

4.- Halla la solución de cada sistema de ecuaciones con coeficientes literales:

a.-

$$bx + ay = a + b \rightarrow (I)$$
$$3bx - 2ay = 3a - 2b \rightarrow (II)$$

Solución:

Multiplicar la ecuación (I) por 2:

$$2bx + 2ay = 2a + 2b \rightarrow (III) \Rightarrow$$

$$(III) + (II) = 5bx = 5a \Rightarrow x = \frac{a}{b};$$

$$(I) \Rightarrow bx + ay = a + b \Rightarrow b \cdot \frac{a}{b} + ay = a + b \Rightarrow ay = b \Rightarrow y = \frac{b}{a}$$

b.-

$$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 0 \rightarrow (I)$$
$$bx + ay = 4ab \rightarrow (II)$$

Solución:

$$(I) \Rightarrow bx - ay = 0 \rightarrow (III) \Rightarrow (II) + (III) = 2bx = 4ab \Rightarrow x = 2a \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (II) \Rightarrow bx + ay = 4ab \Rightarrow b \cdot (2a) + ay = 4ab \Rightarrow ay = 2ab \Rightarrow y = 2b$$

c.-

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2 \rightarrow (I)$$
$$bx - ay = 0 \rightarrow (II)$$

Solución:

$$(I) \Rightarrow bx + ay = 2ab \rightarrow (III) \Rightarrow (II) + (III) = 2bx = 2ab \Rightarrow x = a;$$
$$(II) bx - ay = 0 \Rightarrow b \cdot a - ay = 0 \Rightarrow ab = ay \Rightarrow y = b$$

d.-

$$(a + c)x - by = bc \rightarrow (I)$$
$$x + y = a + b \rightarrow (II)$$

Solución:

Multiplicando la ecuación (II) por ***b***:

$$(II)\cdot b = bx + by = ab + b^2\,(III) \Rightarrow$$
$$(I)+(III) = (a+c)x + bx = bc + ab + b^2 \Rightarrow (a+b+c)x = b\cdot(a+c+b) \Rightarrow x = b;$$
$$(II) \Rightarrow x + y = a + b \Rightarrow (b) + y = a + b \Rightarrow y = a$$

5.- Escribe cada sistema en forma lineal y resuélvelo:

a.-

$$\begin{array}{l} \dfrac{x+5y-1}{2x+3} = -2 \rightarrow (I) \\ \dfrac{x-3y+5}{x+y-2} = \dfrac{4}{3} \rightarrow (II) \end{array} \quad (III) \Rightarrow x + y = -1 \Rightarrow x + 2 = -1$$

Solución:

$$(I) \Rightarrow x + 5y - 1 = -4x - 6 \Rightarrow 5x + 5y = -5 \Rightarrow x + y = -1 \rightarrow (III)$$
$$(II) \Rightarrow 3x - 9y + 15 = 4x + 4y - 8 \Rightarrow -x - 13y = -23 \Rightarrow x + 13y = 23 \rightarrow (IV)$$
$$(IV) - (III) = 12y = 24 \Rightarrow y = 2.$$

Luego: $(III) \Rightarrow x + y = -1 \Rightarrow x + 2 = -1 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow \Re = (-3;2)$

b.-

$$\frac{2x+y-5}{5} = 3x - 2y - 1 \rightarrow (I)$$
$$\frac{4x-y+7}{2} = \frac{x+4y+14}{4} \rightarrow (II)$$

Solución:

$$(I) \Rightarrow 2x + y - 5 = 15x - 10y - 5 \Rightarrow -13x + 11y = 0 \rightarrow (III)$$
$$(II) \Rightarrow 16x - 4y + 28 = 2x + 8y + 28 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 14x - 12y = 0 \rightarrow (IV) \Rightarrow (IV) + (III) \Rightarrow x - y = 0 \Rightarrow x = y \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 14x - 12x = 0 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = y = 0 \Rightarrow \Re = (0;0)$$

c.-

$$\frac{3x+5y}{3}+x=1 \rightarrow (I)$$
$$\frac{6x-10y}{4}+y=\frac{1}{5} \rightarrow (II)$$

Solución:

$$(I) \Rightarrow 3x+5y+3x=3 \Rightarrow 6x+5y=3 \rightarrow (III)(\quad)$$
$$(II) \Rightarrow 6x-10y+4y=\frac{4}{5} \Rightarrow 6x-6y=\frac{4}{5} \Rightarrow 30x-30y=4 \Rightarrow 15x-15y=2 \rightarrow (IV);$$
$$(III) \Rightarrow (6x+5y=3)\cdot 3=18x+15y=9 \rightarrow (V) \Rightarrow (V)+(IV)=33x=11 \Rightarrow x=\frac{1}{3};$$
$$(III) \Rightarrow 6x+5y=3 \Rightarrow 6\cdot\left(\frac{1}{3}\right)+5y=3 \Rightarrow 2+5y=3 \Rightarrow y=\frac{1}{5} \Rightarrow \Re=\left(\frac{1}{3};\frac{1}{5}\right)$$

d.-

$$\frac{x+1}{x-1}=\frac{y-3}{y-5} \rightarrow (I)$$
$$\frac{x-2}{x+2}=\frac{y-7}{y+5} \rightarrow (II)$$

Solución:

$$(I) \Rightarrow xy+y-5x-5=xy-3x-y+3 \Rightarrow 2y-2x=8 \Rightarrow y-x=4 \rightarrow (III)$$
$$(II) \Rightarrow xy-2y+5x-10=xy-7x+2y-14 \Rightarrow 12x-4y=-4 \Rightarrow 3x-y=-1 \rightarrow (IV) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (III)+(IV)=2x=3 \Rightarrow x=\frac{3}{2};$$
$$(III) \Rightarrow y-x=4 \Rightarrow y-\frac{3}{2}=4 \Rightarrow 2y-3=8 \Rightarrow y=\frac{11}{2} \Rightarrow \Re=\left(\frac{3}{2};\frac{11}{2}\right)$$

6.- Determina los números ***C*** y ***D*** si las rectas:

$$\begin{aligned} 2x+y=C \rightarrow (I) \\ 3x-5y=D \rightarrow (II) \end{aligned} \quad \text{pasan por el punto} \quad (0;-2)$$

Solución:

$$(I) \Rightarrow 2x+y=C \Rightarrow 2\cdot(0)+(-2)=C \Rightarrow C=-2;$$
$$(II) \Rightarrow 3x-5y=D \Rightarrow 3\cdot(0)-5\cdot(-2)=D \Rightarrow D=10$$

7.- Calcula los números C y D si el siguiente sistema de ecuaciones lineales tiene como solución el par ordenado (8;12).

$$2x - y = C \rightarrow (I)$$
$$5\cdot(x-3)+(y-1) = D \rightarrow (II)$$

Solución:

$$(I) \Rightarrow 2\cdot(8)-12 = C \Rightarrow 16-12 = C = 4;$$
$$(II) \Rightarrow 5\cdot[(8)-3]+(12)-1 = D \Rightarrow 25+11 = D = 36$$

8.- Hallar los números C y D si el siguiente sistema de ecuaciones lineales tiene como solución el par ordenado (b;a).

$$\frac{x}{b}+\frac{y}{a} = C \rightarrow (I)$$
$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b} = D \rightarrow (II)$$

Solución:

$$(I) \Rightarrow \frac{b}{b}+\frac{a}{a} = C = 2$$
$$(II)\frac{b}{a}+\frac{a}{b} = \frac{b^2+a^2}{ab} = D$$

9.- Considera $u = \frac{1}{x}; v = \frac{1}{y}$ en cada sistema no lineal y resuélvelo:

a.-

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y} = 6 \rightarrow (I)$$
$$\frac{1}{x}-\frac{1}{y} = 4 \rightarrow (II)$$

Solución:

$$(1) \Rightarrow u + v = 6 \rightarrow (III)$$
$$(II) \Rightarrow u - v = 4 \rightarrow (IV)$$
$$(III) + (IV) = 2u = 10 \Rightarrow u = 5 \Rightarrow x = \frac{1}{u} = \frac{1}{5}$$
$$(III) \Rightarrow (5) + v = 6 \Rightarrow v = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow \Re = \left(\frac{1}{5};1\right)$$

b.-

$$\frac{5}{x} + \frac{4}{y} = 9 \rightarrow (I)$$
$$\frac{6}{x} - \frac{8}{y} = -2 \rightarrow (II)$$

Solución:

$$(I) \Rightarrow 5u + 4v = 9 \rightarrow (III)$$
$$(II) \Rightarrow 6u - 8v = -2 \Rightarrow 3u - 4v = -1 \rightarrow (IV) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (III) + (IV) = 8u = 8 \Rightarrow u = 1 \Rightarrow x = 1;$$
$$(IV) \Rightarrow 3 \cdot (1) - 4v = -1 \Rightarrow 4 = 4v \Rightarrow v = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow \Re = (1;1)$$

c.-

$$\frac{2}{5x} - \frac{1}{3y} = \frac{-11}{45} \rightarrow (I)$$
$$\frac{1}{10x} - \frac{3}{5y} = \frac{4}{5} \rightarrow (II)$$

Solución:

$$(I) \Rightarrow \frac{2}{5}u - \frac{1}{3}v = -\frac{11}{45} \Rightarrow 18u - 15v = -11 \to (III)$$

$$(II) \Rightarrow u - 6v = 8(IV) \Rightarrow 18u - 108v = 144 \to (V) \Rightarrow$$

$$(III) - (V) = 93v = -155 \Rightarrow v = -\frac{155}{93} \Rightarrow y = -\frac{93}{155};$$

$$(V) 18u - 108v = 144 \Rightarrow 18u - 108 \cdot \left(-\frac{155}{93}\right) = 144 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1.674u + 16.740 = 13.392 \Rightarrow 1674u0 - 3.348 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u = -2 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \Re = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{93}{155}\right)$$

d.-

$$\frac{a}{x} - \frac{b}{y} = 0 \to (I)$$

$$\frac{2}{x} + \frac{2}{y} = \frac{a+b}{ab} \to (II)$$

Solución:

$$(I) \Rightarrow au - bv = 0 \Rightarrow u = \frac{b}{a} \cdot v \to (III)$$

$$(II) \to 2u + 2v = \frac{a+b}{ab} \Rightarrow 2 \cdot \left(\frac{b}{a} \cdot v\right) + 2v = \frac{a+b}{ab} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2v\frac{(a+b)}{a} = \frac{a+b}{ab} \Rightarrow 2v = \frac{1}{b} \Rightarrow v = \frac{1}{2b} \Rightarrow y = 2b;$$

$$(III) \Rightarrow u = \frac{b}{a} \cdot v = \frac{b}{a} \cdot \left(\frac{1}{2b}\right) = \frac{1}{2a} \Rightarrow x = 2a \Rightarrow \Re = (2a; 2b)$$

10.- Si 5 sombreros y 3 corbatas costaron Bs. 11.000,00 y 8 corbatas y 7 sombreros costaron Bs. 23.000,00, ¿cuánto costó cada corbata y cada sombrero?

Solución:

Costo de cada sombrero = $\boldsymbol{x}$
Costo de cada corbata = $\boldsymbol{y}$

$$5x + 3y = 11.000,0 \rightarrow (I)$$
$$7x + 8y = 23.000,0 \rightarrow (II)$$
$$(I) 3y = 11.000 - 5x \Rightarrow y = \frac{11.000 - 5x}{3};$$
$$(II) 8y = 23.000 - 7x \Rightarrow y = \frac{23.000 - 7x}{8} \Rightarrow \frac{11.000 - 5x}{3} = \frac{23.000 - 7x}{8} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 88.000 - 40x = 69.000 - 21x \Rightarrow 19.000 = 19x \Rightarrow x = 1.000,00 \Rightarrow$$
$$(I) 5x + 3y = 11.000,00 \Rightarrow 5 \cdot (1.000,00) + 3y = 11.000,00 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 3y = 6.000,00 \Rightarrow y = 2.000,00$$

11.- Si al numerador de una fracción se le agrega 5 el valor de la fracción es 2; y si al denominador de la misma fracción se le agrega 1; el valor de la fracción es 1. ¿Cuál es la fracción?

Solución:

$$\frac{x+5}{y} = 2 \rightarrow (I) \Rightarrow x + 5 = 2y \Rightarrow y = \frac{x+5}{2}$$
$$\frac{x}{y+1} = 1 \rightarrow (II) \Rightarrow x = y + 1 \Rightarrow y = x - 1$$
$$\frac{x+5}{2} = x - 1 \Rightarrow x + 5 = 2x - 2 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow y = x - 1 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{7}{6}$$

12.- Halla dos números de manera que:

a.- La suma sea 70 y uno de ellos sea la cuarta parte del otro.

Solución:

$$x + y = 70 \rightarrow (I)$$
$$x = \frac{1}{4}y \Rightarrow 4x - y = 0 \rightarrow (II) \Rightarrow (I) + (II) = 5x = 70 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x = 14 \Rightarrow y = 70 - 14 = 56 \Rightarrow x = 14; y = 56$$

b.- La suma sea 39 y uno sea la mitad del otro.

Solución:

$$x+y=39 \rightarrow (I)$$

$$x=\frac{y}{2} \Rightarrow 2x-y=0 \rightarrow (II) \Rightarrow (I)+(II)=3x=39 \Rightarrow x=13 \Rightarrow y=26$$

c.- La suma sea 35 y sean enteros consecutivos.

Solución:

$$x+y=35 \rightarrow (I)$$
$$y=x+1 \rightarrow (II)$$
$$(I) \Rightarrow x+y=35 \Rightarrow x+(x+1)=35 \Rightarrow 2x=34 \Rightarrow x=17; y=18$$

d.- Los dos tercios de la suma sea 36 y la tercera parte de la diferencia sea 10.

Solución:

$$\frac{2}{3}\cdot(x+y)=36 \Rightarrow 2x+2y=108 \Rightarrow x+y=54 \rightarrow (I)$$
$$\frac{1}{3}\cdot(x-y)=10 \Rightarrow x-y=30 \rightarrow (II) \Rightarrow (I)+(II)=2x=84 \Rightarrow x=42 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x-y=30 \Rightarrow y=x-30=42-30=12 \Rightarrow y=12 \Rightarrow x=42; y=12$$

e.- Cinco veces el mayor exceda a un quinto del menor en 222 y cinco veces el menor exceda a un quinto del mayor en 66.

Solución:

$$x>y$$
$$5x-\frac{y}{5}=222 \rightarrow (I) \Rightarrow 25x-y=1.110 \rightarrow (III) \Rightarrow y=25x-1.110$$
$$5y-\frac{x}{5}=66 \rightarrow (II) \Rightarrow 25y-x=330 \rightarrow (IV) \Rightarrow y=\frac{330+x}{25} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 25x-1.110=\frac{330+x}{25} \Rightarrow 625x-27.750=330+x \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 624x=28080 \Rightarrow x=45 \Rightarrow 25x-y=1.110 \Rightarrow y=25x-1.110 \Rightarrow 15 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x=45; y=15$$

13.- Si al numerador de una fracción se le resta 3 y su denominador se les resta 1, la fracción vale 2. Si al numerador se le suma 3 yal denominador se le resta 4, la fracción vale 8. ¿Cuál es la fracción?

Solución:

$$\frac{x}{y} = Frac - original$$

$$\frac{x-3}{y-1} = 2 \Rightarrow x-3 = 2y-2 \Rightarrow x-2y = 1 \rightarrow (I)$$
$$\frac{x+3}{y-4} = 8 \Rightarrow x+3 = 8y-32 \Rightarrow x-8y = -35 \rightarrow (II) \Rightarrow (I)-(II) = 6y = 36 \Rightarrow y = 6;$$
$$(I) \Rightarrow x-2y = 1 \Rightarrow x-2\cdot(6) = 1 \Rightarrow x = 13 \Rightarrow x = 13; y = 6 \Rightarrow \Re = \frac{x}{y} = \frac{13}{6}$$

14.- Si al numerador de una fracción se le añade 3, el valor de la fracción es 5; y si al numerador se le resta 4, el valor de la fracción es $\frac{3}{2}$. Determina la fracción.

Solución:

$$\frac{x}{y} = fracc. - original$$

$$\frac{x+3}{y} = 5 \Rightarrow x+3 = 5y \Rightarrow x-5y = -3 \rightarrow (I) \Rightarrow 2x-10y = -6 \rightarrow (III)$$
$$\frac{x-4}{y} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2x-8 = 3y \Rightarrow 2x-3y = 8 \rightarrow (II) \Rightarrow (II)-(III) = 7y = 14 \Rightarrow y = 2;$$
$$(I) \Rightarrow x-5y = -3 \Rightarrow x-5\cdot(2) = -3 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow \Re = \frac{x}{y} = \frac{7}{2}$$

15.- Dos números están de menor a mayor en la relación de 2 a 3 y su diferencia es 9. Hallar los números.

Solución:

$$x < y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x-2y = 0 \rightarrow (I)$$
$$y-x = 9 \rightarrow (II) \Rightarrow 3y-3x = 27 \rightarrow (III) \Rightarrow (I)+(III) = y = 27;$$
$$(II) = y-x = 9 \Rightarrow (27)-x = 9 \Rightarrow x = 18 \Rightarrow \Re \Rightarrow x = 18; y = 27$$

16.- En un triángulo rectángulo uno de los ángulos agudos es el doble del otro. Calcula la medida de los ángulos:

Solución:

En todo triángulo, la suma de las medidas de sus ángulos internos es igual a 180°.

$$a = 2\beta; \alpha + \beta + \gamma = 180° \Rightarrow \alpha + \beta + 90° = 180° \Rightarrow \alpha + \beta = 90° \Rightarrow$$
$$2\beta + \beta = 90° \Rightarrow 3\beta = 90° \Rightarrow \beta = 30°; \alpha = 60°; \gamma = 90°.$$

17.- Si un número se divide entre otro el cociente es 4 y el resto es 12. Si el menor se divide entre el menor 10 veces el cociente es 2 y el resto es 8. ¿Cuál es el número?.

Solución:

$$x > y \Rightarrow \frac{x}{y} = 4 + \frac{12}{y} \Rightarrow x = 4y + 12 \Rightarrow x - 4y = 12 \rightarrow (I) \Rightarrow 2x - 8y = 24 \rightarrow (III)$$
$$10 \cdot \left(\frac{y}{x}\right) = 2 + \frac{8}{x} \Rightarrow 10y = 2x + 8 \Rightarrow 10y - 2x = 8 \rightarrow (II) \Rightarrow$$
$$(III) + (II) = 2y = 32 \Rightarrow y = 16;$$
$$(I) \Rightarrow x - 4y = 12 \Rightarrow x - 4 \cdot (16) = 12 \Rightarrow x = 12 + 64 = 76 \Rightarrow \Re \Rightarrow x = 76; y = 16$$

18.- La suma de las edades de Julio y Alberto es 22. Si la edad de Julio se divide entre la edad de Alberto el cociente es 3 y el resto es 2. ¿Qué edades tiene Julio y Alberto?

Solución:

Edad de Julio = $\boldsymbol{x}$ años; edad de Alberto = $\boldsymbol{y}$ años.

19.- La suma de dos cifras de un entero es 12. Si a la cifra de las unidades se le agrega 5 y a la cifra de las decenas se le agrega 1, al dividirse resulta 2. ¿Cuál es el número?

Solución:

Número entero= $\boldsymbol{xy}$.

$$x + y = 12 \rightarrow (I)$$
$$\frac{y+5}{x+1} = 2 \Rightarrow y + 5 = 2x + 2 \Rightarrow y - 2x = -3 \Rightarrow (I) - (II) = 3x = 15 \Rightarrow x = 5;$$
$$(I) \Rightarrow x + y = 12 \Rightarrow y = 7 \Rightarrow \Re = xy = 57$$

20.- Repartí Bs. 1.200,00 en 17 billetes de Bs. 50,00 y de Bs. 100,00. ¿Cuántos billetes de cada clase hay?

Solución:

Número de billetes de Bs. 50 = $\boldsymbol{x}$.

Número de billetes de Bs. 100,00 = $\boldsymbol{y}$

$$x + y = 17 \rightarrow (I)$$
$$50x + 100y = 1.200,00 \Rightarrow (II)$$
$$(I) \Rightarrow x = 17 - y \Rightarrow (II) \Rightarrow 50(17 - y) + 100y = 1.200 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 850 - 50y + 100y = 1.200 \Rightarrow 50y = 1.200 - 850 = 350 \Rightarrow y = \frac{350}{50} = 7; x = 10$$
$$\Rightarrow \Re =$$

10 billetes de Bs. 50,0 + 7 billetes de Bs. 100,00.

21.- Hace 10 años la diferencia de las edades de dos personas era de 13 años y hoy la suma delas edades es 111. ¿Cuál es la edad actual de cada uno de ellos?

Solución:

Edad actual de persona A = $\boldsymbol{x}$.
Edad actual de persona B = $\boldsymbol{y}$.

$$x + y = 111 \rightarrow (I)$$
$$(x - 10) - (y - 10) = 13 \Rightarrow x - y = 13 \rightarrow (II) \Rightarrow (I) + (II) = 2x = 124 \Rightarrow x = 62$$
$$\Rightarrow (I) \Rightarrow y = 111 - 62 = 49$$

22.- Hace 20 años la edad de Carmen era el doble que la de Julia; dentro de 30 años será los $\frac{9}{7}$ de la de Julia. Hallar las edades actuales.

Solución:

Edad actual de Carmen = $\boldsymbol{x}$ años.
Edad actual de Julia = $\boldsymbol{y}$ años.

$$\frac{x-20}{y-20}=2 \Rightarrow x-20=2y-40 \Rightarrow x-2y=-20 \rightarrow (I)$$
$$\frac{x+30}{y+30}=\frac{9}{7} \Rightarrow 7x+210=9y+270 \Rightarrow 7x-9y=60 \rightarrow (II)$$
$$(I) \Rightarrow x=2y-20 \Rightarrow (II) \Rightarrow 7\cdot(2y-20)-9y=60 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 14y-9y-140=60 \Rightarrow 5y=200 \Rightarrow y=40 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (I) \Rightarrow x=2y-20=80-20=60 \Rightarrow \Re \Rightarrow x=60; y=40.$$

23.- Con motivo de una fiesta de cumpleaños de un niño hubo una reunión de hombres, mujeres y niños. La familia que ves ha estado en esa fiesta y caen los siguientes comentarios:

--- Todas las personas de la reunión menos 2 eran hombres.

--- Todas las personas eran mujeres menos 2.

--- Solamente dos personas no eran niños.

- ¿Cuántas personas había en la reunión?
- ¿Cuántos hombres había? . ¿Y mujeres? . ¿Y niños?

Solución:

$$h+m+n=P \rightarrow (I)$$
$$h=P-2 \rightarrow (II)$$
$$m=P-2 \rightarrow (III)$$
$$n=P-2 \rightarrow (IV)$$
$$(I) \Rightarrow h+m+n=(P-2)+(P-2)+(P-2)=P \Rightarrow 2P=6 \Rightarrow P=3;$$
$$(II) \Rightarrow h=3-2=1$$
$$(III) \Rightarrow m=3-2=1$$
$$(IV) \Rightarrow n=3-2=1$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #83.

Tema: Sistemas de ecuaciones lineales. (Hoffmann 3r. año).

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

La solución de un sistema de ecuaciones lineales consiste en encontrar las coordenadas del punto de cruce de las líneas rectas que son la representación gráfica de las ecuaciones dadas.

PREGUNTAS:

Ejercicio 56.- Resolver los siguientes sistemas por el método de sustitución:

1.-

$$2x + y = 4 \rightarrow (I)$$
$$7x + 3y = 15 \rightarrow (II)$$

Solución:

$$(I) \Rightarrow y = 4 - 2x$$
$$(II) \Rightarrow 7x + 3\cdot(4 - 2x) = 15 \Rightarrow 7x + 12 - 6x = 15 \Rightarrow x = 3;$$
$$(I) \Rightarrow y = 4 - 2x \Rightarrow 4 - 2\cdot 3 = 4 - 6 = -2 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow \Re = (3;-2)$$

2.-

$5x+2y=34 \to (I)$
$x-4y=9 \to (II)$

Solución:

$$(II)x=9+4y \Rightarrow (I)5x+2y=34 \Rightarrow 5\cdot(9+4y)+2y=34 \Rightarrow 45+22y=34 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 22y=-11 \Rightarrow y=-\frac{1}{2} \Rightarrow x=9+4y \Rightarrow x=9+4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=9-2=7 \Rightarrow \Re=\left(7;-\frac{1}{2}\right)$$

3.-
$5x-6y=-1 \to (I)$
$2x-y=-6 \to (II)$

Solución:

$$(II)2x-y=-6 \Rightarrow y=2x+6 \Rightarrow$$
$$(I)5x-6y=-1 \Rightarrow 5x-6\cdot(2x+6)=-1 \Rightarrow 5x-12x-36=-1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -7x-36=-1 \Rightarrow -7x=35 \Rightarrow x=-\frac{35}{7}=-5 \Rightarrow$$
$$y=2x+6=2\cdot(-5)+6=-4 \Rightarrow \Re=(-5;-4)$$

4.-
$x+2y=7 \to (I)$
$3x-5y=-2 \to (II)$

Solución:
$$(I) \Rightarrow x=7-2y \Rightarrow (II)3x-5y=-2 \Rightarrow 3\cdot(7-2y)-5y=-2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 21-6y-5y=-2 \Rightarrow -11y=-23 \Rightarrow y=\frac{23}{11} \Rightarrow$$
$$x=7-2y=7-2\cdot\frac{23}{11}=\frac{77-46}{11}=\frac{31}{11} \Rightarrow \Re=\left(\frac{31}{11};\frac{23}{11}\right)$$

5.-
$4x+y=3 \to (I)$
$x-5y=-36 \to (II)$

Solución:

$$(II) \Rightarrow x = 5y - 36 \Rightarrow (I) \Rightarrow 4x + y = 3 \Rightarrow 4 \cdot (5y - 36) + y = 3 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 21y - 144 = 3 \Rightarrow 21y = 147 \Rightarrow y = 7 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x = 5y - 36 \Rightarrow x = 5 \cdot (7) - 36 = -1 \Rightarrow \Re = (-1; 7)$$

6.-
$$2x + 6y = 7 \rightarrow (I)$$
$$3x + 9y = 5 \rightarrow (II)$$

Solución:

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}; \frac{2}{3} \neq \frac{7}{5} (Incompatibles, paralelas)$$

No hay solución.

7.-
$$5x + 2y = 4 \rightarrow (I)$$
$$7x + 3y = 5 \rightarrow (II)$$

Solución:

$$(I) \Rightarrow y = \frac{4 - 5x}{2} \Rightarrow (II) 7x + 3y = 5 \Rightarrow 7x + 3 \cdot \left(\frac{4 - 5x}{2} \right) = 5 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 14x + 12 - 15x = 10 \Rightarrow -x = -2 \Rightarrow x = 2;$$
$$\Rightarrow y = \frac{4 - 5 \cdot 2}{2} = -3 \Rightarrow \Re = (2; -3)$$

8.-
$$2x + 11y = -12 \rightarrow (I)$$
$$7x - 9y = 53 \rightarrow (II)$$

Solución:

$$(I) x = \frac{-12 - 11y}{2} \Rightarrow (II) \Rightarrow 7x - 9y = 53 \Rightarrow 7 \cdot \left(\frac{-12 - 11y}{2} \right) - 9y = 53 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -84 - 77y - 18y = 106 \Rightarrow -95y = 190 \Rightarrow y = -2;$$
$$\Rightarrow x = \frac{-12 - (-11) \cdot (-2)}{2} \Rightarrow x = -6 + 11 = 5 \Rightarrow \Re = (5; -2)$$

9.-

$3x + 2y = 9 \rightarrow (I)$
$9x - 4y = 2 \rightarrow (II)$

Solución:

$$(I) \Rightarrow x = \frac{9-2y}{3} \Rightarrow (II) \Rightarrow 9x - 4y = 2 \Rightarrow 9 \cdot \left(\frac{9-2y}{3}\right) - 4y = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 81 - 18y - 12y = 6 \Rightarrow -30y = -75 == \Rightarrow 2y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{9-2y}{3} \Rightarrow x = \frac{9 - 2\cdot\left(\frac{5}{2}\right)}{3} = \frac{9-5}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow \Re = \left(\frac{4}{3}; \frac{5}{2}\right)$$

10.-
$2x - 4y = 6 \rightarrow (I)$
$3x - 6y = 9 \rightarrow (II)$
‘Solución:

$$\frac{2}{3} = \frac{-4}{-6} = \frac{6}{9} \Rightarrow (coincidentes - indeter\min ados)$$

Infinitas soluciones.

11.-

$x - 2y = -10 \rightarrow (I)$
$2x - 3y = 5 \rightarrow (II)$

Solución:

$$(I) \Rightarrow x = 2y - 10 \Rightarrow (II) \Rightarrow 2x - 3y = 5 \Rightarrow 2\cdot(2y-10) - 3y = 5 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y - 20 = 5 \Rightarrow y = 25 \Rightarrow y = 25 \Rightarrow$$
$$(II) \Rightarrow x = 2y - 10 \Rightarrow x = 2\cdot(25) - 10 = 50 - 10 = 40 \Rightarrow \Re = (40; 25)$$

12.-

$x + 4y = 7 \rightarrow (I)$
$2x - y = 5 \rightarrow (II)$

Solución:

$(II) \Rightarrow y = 2x - 5 \Rightarrow (I) \Rightarrow x + 4y = 7 \Rightarrow x + 4 \cdot (2x - 5) = 7 \Rightarrow$

$\Rightarrow 9x - 20 = 7 \Rightarrow 9x = 27 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow y = 2x - 5 = 2 \cdot (3) - 5 = 1 \Rightarrow \Re = (3;1)$

13.-

$9x + 3y = 22 \rightarrow (I)$

$6x + 2y = 13 \rightarrow (II)$

Solución:

$$\frac{9}{6} = \frac{3}{2} \neq \frac{22}{13} (Incompatible - paralelas)$$

No hay solución.

14.-

$4x + 7y = 11 \rightarrow (I)$

$3x + 8y = 5 \rightarrow (II)$

Solución:

$$(II) \Rightarrow x = \frac{5 - 8y}{3} \Rightarrow (II) \Rightarrow 4x + 7y = 11 \Rightarrow 4 \cdot \left(\frac{5 - 8y}{3} \right) + 7y = 11 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20 - 32y + 21y = 33 \Rightarrow -11y = 13 \Rightarrow y = -\frac{13}{11};$$

$$\Rightarrow (II) \Rightarrow x = \frac{5 - 8y}{3} = \frac{5 - 8 \cdot \left(-\frac{13}{11} \right)}{3} = \frac{55 + 104}{33} = \frac{159}{33} = \frac{53}{11} \Rightarrow \Re = \left(\frac{53}{11}; -\frac{13}{11} \right)$$

15.-

$3x + y = 18 \rightarrow (I)$

$x + 3y = -18 \rightarrow (II)$

Solución:

$(I) \Rightarrow y = 18 - 3x \Rightarrow (II) \Rightarrow x + 3y = -18 \Rightarrow x + 3\cdot(18 - 3x) = -18 \Rightarrow$
$\Rightarrow x + 54 - 9x = -18 \Rightarrow -8x = -72 \Rightarrow x = 9;$
$(I) \Rightarrow y = 18 - 3x \Rightarrow y = 18 - 3\cdot(9) = 18 - 27 = -9 \Rightarrow \Re = (9;-9)$

Ejercicio 57. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método de igualación:

1.-
$x - 3y = -2 \to (I)$
$x - y = 1 \to (II)$
Solución:

$(I) \Rightarrow x = 3y - 2; (II) x = 2y + 1 \Rightarrow 3y - 2 = 2y + 1 \Rightarrow y = 3;$
$(I) \Rightarrow x = 3y - 2 \Rightarrow x = 3\cdot(3) - 2 = 7 \Rightarrow \Re = (7;3)$

2.-
$2x + y = 2 \to (I)$
$4x + y = 3 \to (II)$

Solución:

$(I) \Rightarrow y = 2 - 2x; (II) \Rightarrow y = 3 - 4x \Rightarrow 2 - 2x = 3 - 4x \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2};$
$(I) \Rightarrow y = 2 - 2x = 2 - 2\cdot\left(\frac{1}{2}\right) = 2 - 1 = 1 \Rightarrow \Re = \left(\frac{1}{2};1\right)$

3.-
$3x - y = 4 \to (I)$
$x + 2y = 6 \to (II)$

Solución:

$(I) \Rightarrow y = 3x - 4; (II) \Rightarrow y = \frac{6 - x}{2} \Rightarrow 3x - 4 = \frac{6 - x}{2} \Rightarrow$
$\Rightarrow 6x - 8 = 6 - x \Rightarrow 7x = 14 \Rightarrow x = 2;$
$(I) \Rightarrow y = 3x - 4 = 3\cdot(2) - 4 = 6 - 4 = 2 \Rightarrow \Re = (2;2)$

4.-

$$2x + y = 9 \rightarrow (I)$$
$$7x - y = 9 \rightarrow (II)$$

Solución:

$$(I) \Rightarrow y = 9 - 2x; (II) \Rightarrow y = 7x - 9 \Rightarrow 9 - 2x = 7x - 9 \Rightarrow 9x = 18 \Rightarrow x = 2;$$
$$(I) \Rightarrow y = 9 - 2x = 9 - 2 \cdot (2) = 5 \Rightarrow \Re = (2;5)$$

5.-
$$2x - 6y = 14 \rightarrow (I)$$
$$3x - 9y = 21 \rightarrow (II)$$
Solución:

$$\frac{2}{3} = \frac{-6}{-9} = \frac{14}{21} \Rightarrow (indeter\min ado - coincidentes)$$

Infinitas soluciones

6.-
$$7x - 2y = 20 \rightarrow (I)$$
$$11x + 4y = 10 \rightarrow (II)$$

Solución:

$$(I) \Rightarrow y = \frac{7x - 20}{2}; (II) \Rightarrow y = \frac{10 - 11x}{4} \Rightarrow \frac{7x - 20}{2} = \frac{10 - 11x}{4} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 14x - 40 = 10 - 11x \Rightarrow 25x = 50 \Rightarrow x = 2;$$
$$(I) \Rightarrow y = \frac{7x - 20}{2} = \frac{7 \cdot (2) - 20}{2} = \frac{14 - 20}{2} = -3 \Rightarrow \Re = (2;-3)$$

7.-
$$2x + 5y = 11 \rightarrow (I)$$
$$4x + 10y = -3 \rightarrow (II)$$

Solución:

$$\frac{2}{4} = \frac{5}{10} \neq \frac{11}{-3} \Rightarrow (Incompatibles - paralelas)$$

No hay solución.

8.-

$x+7y=4 \rightarrow (I)$

$3x-13y=6 \rightarrow (II)$

Solución:

$$(I) \Rightarrow x=4-7y; (II) \Rightarrow x=\frac{6+13y}{3} \Rightarrow 4-7y=\frac{6+13y}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12-21y=6+13y \Rightarrow 34y=6 \Rightarrow y=\frac{3}{17};$$

$$(I) \Rightarrow x=4-7y \Rightarrow 4-7\cdot\left(\frac{3}{17}\right)=\frac{68-21}{17}=\frac{47}{17} \Rightarrow \Re=\left(\frac{47}{17};\frac{3}{17}\right)$$

9.-

$3x-5y=-11 \rightarrow (I)$

$7x+2y=29 \rightarrow (II)$

Solución:

$$(I) \Rightarrow x=\frac{5y-11}{3}; (II) \Rightarrow x=\frac{29-2y}{7} \Rightarrow \frac{5y-11}{3}=\frac{29-2y}{7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 35y-77=87-6y \Rightarrow 41y=164 \Rightarrow y=4;$$

$$(I) \Rightarrow x=\frac{5y-11}{3}=\frac{5\cdot(4)-11}{3}=\frac{9}{3}=3 \Rightarrow \Re=(3;4)$$

10.-

$4x+3y=9 \rightarrow (I)$

$5x+7y=21 \rightarrow (II)$

Solución:

$$(I) \Rightarrow x=\frac{9-3y}{4}; (II) \Rightarrow x=\frac{21-7y}{5} \Rightarrow \frac{9-3y}{4}=\frac{21-7y}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 45-15y=84-28y \Rightarrow 13y=39 \Rightarrow y=3;$$

$$(I) \Rightarrow x=\frac{9-3y}{4}=\frac{9-3\cdot(3)}{4}=0 \Rightarrow \Re=(0;3)$$

11.-

$3x-2y=1 \rightarrow (I)$

$4x-7y=-7 \rightarrow (II)$

Solución:

$$(I) \Rightarrow x = \frac{1+2y}{3}; (II) \Rightarrow x = \frac{7y-7}{4} \Rightarrow \frac{1+2y}{3} = \frac{7y-7}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4+8y = 21y-21 \Rightarrow 13y = 25 \Rightarrow y = \frac{25}{13};$$

$$(I) \Rightarrow x = \frac{1+2y}{3} = \frac{1+2\cdot\left(\frac{25}{13}\right)}{3} = \frac{13+50}{39} = \frac{63}{39} = \frac{21}{13} \Rightarrow \Re = \left(\frac{21}{13}; \frac{25}{13}\right)$$

12.-

$2x+3y = 2 \rightarrow (I)$

$8x-9y = 1 \rightarrow (II)$

Solución:

$$(I) \Rightarrow x = \frac{2-3y}{2}; (II) \Rightarrow x = \frac{1+9y}{8} \Rightarrow \frac{2-3y}{2} = \frac{1+9y}{8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8-12y = 1+9y \Rightarrow 7 = 21y \Rightarrow y = \frac{1}{3};$$

$$(I) \Rightarrow x = \frac{2-3y}{2} = \frac{2-3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Re = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$$

Ejercicio 58. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método de reducción:

1.-

$3x+y = 7 \rightarrow (I)$

$2x-y = 3 \rightarrow (II)$

Solución:

$$(I)+(II) \Rightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = 2;$$

$$(I) \Rightarrow 3x+y = 7 \Rightarrow 3\cdot 2+y = 7 \Rightarrow y = 7-6 = 1 \Rightarrow \Re = (2;1)$$

2.-

$x+7y = 18 \rightarrow (I)$

$x-5y = -6 \rightarrow (II)$

Solución:

$$(I)-(II) \Rightarrow 12y = 24 \Rightarrow y = 2;$$

$$(I) x = 18-7y = 18-7\cdot(2) = 4 \Rightarrow \Re = (4;2)$$

3.-

$$5x + y = 3 \rightarrow (I)$$
$$8x - 2y = -6 \rightarrow (II)$$

Solución:

$$\Rightarrow 2 \cdot (I) \Rightarrow 10x + 2y = 6 \rightarrow (III) \Rightarrow (II) + (III) \Rightarrow 18x = 0 \Rightarrow x = 0;$$
$$(I) \Rightarrow 5x + y = 3 \Rightarrow 5 \cdot (0) + y = 3 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow \Re = (0;3)$$

4.-

$$x + 11y = -7 \rightarrow (I)$$
$$3x + 20y = 18 \rightarrow (II)$$

Solución:

$$3 \cdot (I) = 3x + 33y = -21 \rightarrow (III) \Rightarrow (III) - (II) \Rightarrow 13y = -39 \Rightarrow y = -3;$$
$$(I) \Rightarrow x + 11y = -7 \Rightarrow x + 11 \cdot (-3) = -7 \Rightarrow x = -7 + 33 = 26 \Rightarrow \Re = (26, -3)$$

5.-

$$5x + 3y = 17 \rightarrow (I)$$
$$9x - 6y = 4 \rightarrow (II)$$

Solución:

$$\Rightarrow 2 \cdot (I) = 10x + 6y = 34 \rightarrow (III) \Rightarrow (III) + (II) \Rightarrow 19x = 38 \Rightarrow x = 2;$$
$$(I) \Rightarrow 5x + 3y = 17 \Rightarrow 5 \cdot (2) + 3y = 17 \Rightarrow 3y = 7 \Rightarrow y = \frac{7}{3} \Rightarrow \Re = \left(2; \frac{7}{3}\right)$$

6.-

$$6x + 2y = 15 \rightarrow (I)$$
$$9x + 3y = 19 \rightarrow (II)$$

Solución:

$$\frac{6}{9} = \frac{2}{3} \neq \frac{15}{19} \Rightarrow (Incompatible - paralelas)$$

No hay solución.

7.-

$3x+5y=2 \rightarrow (I)$

$2x-7y=53 \rightarrow (II)$

Solución:

$2\cdot(I) \Rightarrow 6x+10y=4 \rightarrow (III)$

$3\cdot(II) \Rightarrow 6x-21y=159 \rightarrow (IV) \Rightarrow (III)-(IV)=31y=-155 \Rightarrow y=-5;$

$(I) \rightarrow 3x+5y=2 \Rightarrow 3x+5\cdot(-5)=2 \Rightarrow 3x-25=2 \Rightarrow 3x=27 \Rightarrow x=9 \Rightarrow \Re=(9;-5)$

8.-

$7x+4y=11 \rightarrow (I)$

$11x-6y=-7 \rightarrow (II)$

Solución:

$3\cdot(I)=21x+12y=33 \rightarrow (III)$

$2\cdot(II)=22x-12y=-14 \rightarrow (IV) \Rightarrow (III)+(IV) \Rightarrow 43x=19 \Rightarrow x=\frac{19}{43};$

$(I) \Rightarrow 7x+4y=11 \Rightarrow 7\cdot\left(\frac{19}{43}\right)+4y=11 \Rightarrow 133+172y=473 \Rightarrow 172y=340 \Rightarrow$

$\Rightarrow y=\frac{340}{172}=\frac{85}{43} \Rightarrow \Re=\left(\frac{19}{43};\frac{85}{43}\right)$

9.-

$6x+13y=28 \rightarrow (I)$

$9x-10y=-17 \rightarrow (I)$

Solución:

$3\cdot(I) \Rightarrow 18x+39y=84 \rightarrow (III)$

$2\cdot(II) \Rightarrow 18x-20y=-34 \rightarrow (IV) \Rightarrow (III)-(IV) \Rightarrow 59y=118 \Rightarrow y=2;$

$(I) \Rightarrow 6x+13y=28 \Rightarrow 6x+13\cdot(2)=28 \Rightarrow x=\frac{2}{6}=\frac{1}{3} \Rightarrow \Re=\left(\frac{1}{3};2\right)$

10.-

$10x+23y=114 \rightarrow (I)$

$15x-19y=-257 \rightarrow (II)$

Solución:

$3\cdot(I)\Rightarrow 30x+69y=342\rightarrow(III)$

$2\cdot(II)\Rightarrow 30x-38y=-514\Rightarrow(III)-(IV)=107y=856\Rightarrow y=8;$

$(I)\Rightarrow 10x+23y=114\Rightarrow 10x+23\cdot(8)=114\Rightarrow$

$\Rightarrow 10x=-70\Rightarrow x=-7\Rightarrow \Re=(-7;8)$

11.-

$31x+22y=60\rightarrow(I)$

$79x+55y=153\rightarrow(II)$

Solución:

$5\cdot(I)\Rightarrow 155x+110y=300\rightarrow(III)$

$2\cdot(II)\Rightarrow 158x+110y=306\rightarrow(IV)\Rightarrow(IV)-(III)\Rightarrow 3x=6\Rightarrow x=2;$

$(I)\Rightarrow 31x+22y=60\Rightarrow 31\cdot(2)+22y=60\Rightarrow 22y=-2\Rightarrow y=-\dfrac{1}{11}\Rightarrow \Re=\left(2;-\dfrac{1}{11}\right)$

12.-

$41x+28y=-263\rightarrow(I)$

$38x-21y==-9\rightarrow(II)$

Solución:

$3\cdot(I)\Rightarrow 123x+84y=-789\rightarrow(III)$

$4\cdot(II)\Rightarrow 152x-84y=-36\Rightarrow 275x=-825\Rightarrow x=-\dfrac{825}{275}=-3;$

$(I)\Rightarrow 41x+28y=-263\Rightarrow 41\cdot(-3)+28y=-263\Rightarrow$

$\Rightarrow 28y=-263+123=-140\Rightarrow y=-\dfrac{140}{28}=-5\Rightarrow \Re=(-3;-5)$

13.-

$0,2x+0,3y=1\rightarrow(I)$

$0,7x+0,3y=2\rightarrow(II)$

Solución:

$\left(II\right)-\left(I\right)=0,5x=1\Rightarrow x=2;$

$\left(I\right)\Rightarrow 0,2x+0,3y=1\Rightarrow 0,2\cdot\left(2\right)+0,3y=1\Rightarrow$

$\Leftrightarrow 0,3y=1-0,4=0,6\Rightarrow y=\dfrac{0,6}{0,3}=2\Rightarrow \Re=\left(2;2\right)$

14.-

$1,5x-1,2y=-3\rightarrow\left(I\right)$

$0,5x+1,4y=8\rightarrow\left(II\right)$

Solución:

$3\cdot\left(II\right)\Rightarrow 1,5x+4,2y=24\rightarrow\left(III\right)\Rightarrow\left(III\right)-\left(I\right)\Rightarrow 5,4y=27\Rightarrow y=5;$

$\left(I\right)\Rightarrow 1,5x-1,2y=-3\Rightarrow 1,5x-1,2\cdot\left(5\right)=-3\Rightarrow 1,5x=3\Rightarrow x=2\Rightarrow \Re=\left(2;5\right)$

15.-

$1,7x+0,1y=2\rightarrow\left(I\right)$

$0,5x-1,5y=-4\rightarrow\left(II\right)$

Solución:

$15\cdot\left(I\right)\Rightarrow 25,5x+1,5y=30\rightarrow\left(III\right)\Rightarrow$

$\Rightarrow\left(II\right)+\left(III\right)\Rightarrow 26x=26\Rightarrow x=1;$

$\left(I\right)\Rightarrow 1,7x+0,1y=2\Rightarrow 1,7\cdot\left(1\right)+0,1y=2\Rightarrow$

$\Rightarrow 0,1y=0,3\Rightarrow y=3\Rightarrow \Re=\left(1;3\right)$

16.-

$\sqrt{3}\cdot x-\sqrt{2}\cdot y=0\rightarrow\left(I\right)$

$\sqrt{2}\cdot x+\sqrt{3}\cdot y=5\rightarrow\left(II\right)$

Solución:

$\sqrt{3}\cdot\left(I\right)\Rightarrow 3x-\sqrt{6}\cdot y=0\rightarrow\left(III\right)$

$\sqrt{2}\cdot\left(II\right)\Rightarrow 2x+\sqrt{6}\cdot y=5\sqrt{2}\rightarrow\left(IV\right)\Rightarrow$

$\Rightarrow\left(IV\right)+\left(III\right)\Rightarrow 5x=5\sqrt{2}\Rightarrow x=\sqrt{2};$

$\left(I\right)\Rightarrow\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{2}\right)-\sqrt{2}\cdot y=0\Rightarrow y=\sqrt{3}\Rightarrow \Re=\left(\sqrt{2};\sqrt{3}\right)$

17.-

$$\sqrt{2}\cdot x+\sqrt{5}\cdot y=0\rightarrow(I)$$
$$5\sqrt{5}\cdot x-2\sqrt{2}\cdot y=29\rightarrow(II)$$

Solución:

$$5\sqrt{5}\cdot(I)\Rightarrow 5\sqrt{10}+25y=0\rightarrow(III)$$
$$\sqrt{2}\cdot(II)\Rightarrow 5\sqrt{10}-4y=29\sqrt{2}\rightarrow(II)\Rightarrow$$
$$(III)-(II)=-29y=29\sqrt{2}\Rightarrow y=-\sqrt{2};$$
$$(I)\Rightarrow\sqrt{2}\cdot x+\sqrt{5}\cdot y=0\Rightarrow\sqrt{2}\cdot x=\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}\Rightarrow x=\sqrt{5}\Rightarrow\Re=\left(\sqrt{5};-\sqrt{2}\right)$$

Ejercicio 59.- Resolver los siguientes sistemas llevando previamente las ecuaciones a la forma típica. Aplicar el método más conveniente en cada caso.

1.-

$$2x+\frac{y}{3}=0\rightarrow(I)$$
$$2\cdot\left(x-\frac{4}{5}\right)=\frac{y}{5}\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I)\Rightarrow 6x+y=0\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow 10x-8=y\Rightarrow 10x-y=8\rightarrow(IV)$$
$$(III)+(IV)\Rightarrow 16x==8\Rightarrow x=\frac{1}{2};$$
$$\Rightarrow(I)\Rightarrow 6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)+y=0\Rightarrow y=-3\Rightarrow\Re=\left(\frac{1}{2};-3\right)$$

2.-

$$3\cdot(x-2)=2\cdot(y-3)\rightarrow(I)$$
$$3\cdot(x+5)=7\cdot\left[2\cdot(y-2)+1\right]\rightarrow(II)$$

Solución: Por sustitución.

$$\left(I\right)\Rightarrow 3x-6=2y-6\Rightarrow 3x-2y=0\to\left(III\right)$$
$$\left(II\right)\Rightarrow 3x+15=14y-28+7\Rightarrow 3x-14y=-36\to\left(IV\right)$$
$$\Rightarrow\left(III\right)\Rightarrow x=\frac{2}{3}y\Rightarrow\left(IV\right)\Rightarrow 3x-14y=-36\Rightarrow 3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)y-14y=-36\Rightarrow$$
$$\Rightarrow -12y=-36\Rightarrow y=-\frac{36}{12}=3;\Leftrightarrow\left(III\right)\Rightarrow 3x-2y=0\Rightarrow 3x-2\cdot\left(3\right)=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow x=2\Rightarrow\Re=\left(2;3\right)$$

3.-
$$\frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{1}{3}=0\to\left(I\right)$$
$$x=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{y}{4}+5\right)\to\left(II\right)$$

Solución: Por sustitución.

$$\left(I\right)\Rightarrow\frac{4x+3y+4}{12}=0\Rightarrow 4x+3y=-4\to\left(III\right)$$
$$\left(II\right)\Rightarrow 2x=\frac{y}{4}+5\Rightarrow 8x-y=20\Rightarrow 24x-3y=60\Rightarrow\left(IV\right)$$
$$\left(IV\right)+\left(III\right)\Rightarrow 28x=56\Leftrightarrow x=\frac{56}{28}=2;\left(III\right)\Rightarrow 4\cdot\left(2\right)+3y=-4\Rightarrow 3y=-12\Rightarrow$$
$$\Rightarrow y=-4\Rightarrow\Re=\left(2;-4\right)$$

4.-
$$5\cdot\left(3x+2\right)+2\cdot\left(y-3\right)=10\cdot\left(x+2\right)\to\left(I\right)$$
$$3\cdot\left(x-4\right)-12y=6\cdot\left(2-3y\right)\to\left(II\right)$$

Solución:

$$\left(I\right)\Rightarrow 15x+10+2y-6=10x+20\Rightarrow 5x+2y=16\Rightarrow\left(III\right)$$
$$\left(II\right)\Rightarrow 3x-12-12y=12-18y\Rightarrow 3x+6y=24\Rightarrow x+2y=8\to\left(IV\right)$$
$$\left(III\right)\Rightarrow 2y=16-5x;\left(IV\right)\Rightarrow 2y=8-x\Rightarrow 8-x=16-5x\Rightarrow 4x=8\Rightarrow x=2;$$
$$\left(III\right)\Rightarrow 5x+2y=16\Rightarrow 5\cdot\left(2\right)+2y=16\Rightarrow 2y=6\Rightarrow y=3;\Re=\left(2;3\right)$$

5.-

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=\frac{4}{3} \rightarrow (I)$$
$$\frac{x}{y}-2=0 \rightarrow (II)$$

Solución: Por sustitución.

$$(I) \Rightarrow \frac{3x+2y}{6}=\frac{8}{6} \Rightarrow 3x+2y=8 \rightarrow (III)$$
$$(II) \Rightarrow x-2y=0 \rightarrow (IV) \Rightarrow x=2y;$$
$$(III) \Rightarrow 3\cdot(2y)+2y=8 \Rightarrow 8y=8 \Rightarrow y=1 \Rightarrow x=2y \Rightarrow x=2 \Rightarrow \Re=(2;1)$$

6.-
$$3\cdot(x-1)+2\cdot(y+1)=5 \rightarrow (I)$$
$$2\cdot(x+1)-3\cdot(y-1)=22 \rightarrow (II)$$

Solución: Por igualación.

$$(I) \rightarrow 3x-3+2y+2=5 \Rightarrow 3x+2y=6 \rightarrow (III)$$
$$(II) \Rightarrow 2x+2-3y+3=22 \Rightarrow 2x-3y=17 \rightarrow (IV)$$
$$(I) \Rightarrow 3x=6-y \Rightarrow x=\frac{6-2y}{3};(IV) \Rightarrow 2x=17+3y \Rightarrow x=\frac{17+3y}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{6-2y}{3}=\frac{17+3y}{2} \Rightarrow 12-4y=51+9y \Rightarrow -13y=39 \Rightarrow y=-3;$$
$$(III) \Rightarrow 3x+2y=6 \Rightarrow 3x+2\cdot(-3)=6 \Rightarrow 3x=12 \Rightarrow x=4 \Rightarrow \Re=(4;-3)$$

7.-
$$\frac{x-1}{3}+\frac{3y+10}{2}=3 \rightarrow (I)$$
$$3x-10=\frac{3y+16}{5} \rightarrow (II)$$
Solución: Por sustitución.

$$(I) \Rightarrow \frac{2x-2+9y+30}{6}=3 \Rightarrow 2x+9y=18-28=-10 \rightarrow (III)$$
$$(II) \Rightarrow 15x-50=3y+16 \Rightarrow 15x-3y=66 \Rightarrow 5x-y=22 \rightarrow (IV) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y=5x-22 \Rightarrow (III) \Rightarrow 2x+9\cdot(5x-22)=-10 \Rightarrow 2x+45x-198=-10 \Rightarrow$$
$$47x=188 \Rightarrow x=4; y=5x-22 \Rightarrow y=5\cdot(4)-22=-2 \Rightarrow \Re=(4;-2)$$

8.-

$$\frac{x+y}{5}=\frac{x-y}{3}\rightarrow(I)$$

$$\frac{x}{2}-3y=-2\rightarrow(II)$$

Solución: Por sustitución.

$$(I)\Rightarrow 3x+3y=5x-5y\Rightarrow 2x-8y=0\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow x-6y=-4\rightarrow(IV)\Rightarrow x=6y-4\Rightarrow$$
$$\Rightarrow(III)\Rightarrow 2\cdot(6y-4)-8y=0\Rightarrow 12y-8y-8=0\Rightarrow 4y=8\Rightarrow y=2;$$
$$\Rightarrow x=6y-4\Rightarrow x=6\cdot(2)-4=8\Rightarrow \Re=(8;2)$$

9.-

$$\frac{x+1}{y}=\frac{1}{4}\rightarrow(I)$$

$$\frac{x}{y+1}=\frac{1}{5}\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I)\Rightarrow 4x+4=y\Rightarrow 4x-y=-4\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow 5x=y+1\Rightarrow 5x-y=1\rightarrow(IV)$$
$$(IV)-(III)\Rightarrow x=5;(IV)\Rightarrow 5x-y=1\Rightarrow 5\cdot(5)-y=1\Rightarrow y=24\Rightarrow \Re=(5;24)$$

10.-

$$\frac{x+y}{2}-\frac{x-y}{2}=-3\rightarrow(I)$$

$$x+2=\frac{x}{2}-y\rightarrow(II)$$

Solución: Por sustitución.

$$(I)\Rightarrow x+y-x+y=-6\Rightarrow 2y=-6\Rightarrow y=-3;$$
$$(II)\Rightarrow 2x+4=x-2y\Rightarrow x+2y=-4\rightarrow(III)\Rightarrow x+2\cdot(-3)=-4\Rightarrow$$
$$\Rightarrow x-6=-4\Rightarrow x=2\Rightarrow \Re=(2;-3)$$

11.-

$$\frac{x}{2}+\frac{7}{4}=6x-3y\rightarrow(I)$$

$$x=\frac{5}{6}-y\rightarrow(II)$$

Solución: Por igualación.

$$(I)6x-\frac{x}{2}-3y=\frac{7}{4}\Rightarrow 24x-2x-12y=7\Rightarrow 22x-12y=7\rightarrow(III)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{7+12y}{22}\Rightarrow\frac{7+12y}{22}=\frac{5}{6}-y=\frac{5-6y}{6}\Rightarrow\frac{7+12y}{11}=\frac{5-6y}{3}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 21+36y=55-66y\Rightarrow 102y=34\Rightarrow y=\frac{1}{3};$$

$$x=\frac{7+12y}{22}=\frac{7+12\cdot\left(\frac{1}{3}\right)}{22}=\frac{11}{22}=\frac{1}{2}\Rightarrow\Re=\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$$

12.-

$$3x-\frac{2y+1}{5}=27\rightarrow(I)$$

$$\frac{x+2}{6}+3y=23\rightarrow(II)$$

Solución: Por igualación.

$$(I)\Rightarrow 15x-2y-1=135\Rightarrow 15x-2y=136\rightarrow(III)\Rightarrow y=\frac{15x-136}{2}$$

$$(II)\Rightarrow x+2+18y=138\Rightarrow x+18y=136(IV)\Rightarrow y=\frac{136-x}{18}\Rightarrow$$

$$\frac{15x-136}{2}=\frac{136-x}{18}\Rightarrow\frac{15x-136}{1}=\frac{136-x}{9}\Rightarrow 135x-1224=136-x\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 136x=1360\Rightarrow x=10\Rightarrow y=\frac{15x-136}{2}=\frac{15\cdot(10)-136}{2}=7\Rightarrow\Re=(10;7)$$

13.-

$$\frac{x+y}{2}+\frac{x+y}{3}-\frac{x+y}{6}=8\rightarrow(I)$$

$$\frac{x-y}{2}+\frac{x-y}{3}-\frac{x-y}{6}=\frac{4}{3}\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I)\Rightarrow 3x+3y+2x+2y-x-y=48\Rightarrow 4x+4y=48\Rightarrow x+y=12(III)$$

$$(II)\Rightarrow 3x-3y+2x-2y-x+y=8\Rightarrow 4x-4y=8\Rightarrow x-y=2\rightarrow(IV)$$

$$(III)+(IV)=2x=14\Rightarrow x=7;(IV)\Rightarrow x-y=2\Rightarrow(7)-y=2\Rightarrow y=5\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\Re=(7;5)$$

14.-

$4\cdot(3x+2)=3\cdot(2y+3)\to(I)$

$3\cdot(x+1)+4\cdot(y+1)=-1\to(II)$

Solución: Por reducción.

$(I)\Rightarrow 12x+8=6y+9\Rightarrow 12x-6y=1\to(III)$

$(II)\Rightarrow 3x+3+4y+4=-1\Rightarrow 3x+4y=-8\to(IV)\Rightarrow 12x+16y=-32\to(V)$

$(III)-(V)=-22y=33\Rightarrow y=-\dfrac{3}{2};(III)\Rightarrow 12x-6y=1\Rightarrow 12x-6\cdot\left(-\dfrac{3}{2}\right)=1\Rightarrow$

$\Rightarrow 12x+9=1\Rightarrow 12x=-8\Rightarrow x=-\dfrac{2}{3}\Rightarrow\Re=\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{3}{2}\right)$

15.-

$x+y=22\to(I)$

$7\cdot(x-y)+3\cdot(x+y)=5y+11\to(II)$

Solución: Por sustitución.

$(II)\to 7x-7y+3x+3y=5y+11\Rightarrow 10x-4y=5y+11\Rightarrow 10x-9y=11\to(III)$

$(I)\Rightarrow x+y=22\Rightarrow x=22-y;(III)\Rightarrow 10\cdot(22-y)-9y=11\Rightarrow$

$\Rightarrow 220-10y-9y=11\Rightarrow 209=19y\Rightarrow\Rightarrow y=11;$

$(I)\Rightarrow x=22-y=22-11=11\Rightarrow\Re=(11;11)$

16.-

$\dfrac{x+y}{2}+\dfrac{x-y}{3}=\dfrac{17}{6}\to(I)$

$\dfrac{x+y}{3}-\dfrac{x-y}{2}=\dfrac{11}{2}\to(II)$

Solución: Por igualación.

$(I)\Rightarrow 3x+3y+2x-2y=17\Rightarrow 5x+y=17\to(III)$

$(II)\Rightarrow 2x+2y-3x+3y=33\Rightarrow -x+5y=33\to(IV)\Rightarrow$

$\Rightarrow x=5y-33;(III)\Rightarrow x=\dfrac{17-y}{5}\Rightarrow 5y-33=\dfrac{17-y}{5}\Rightarrow$

$\Rightarrow 25y-165=17-y\Rightarrow 26y=182\Rightarrow y=7;$

$(IV)\Rightarrow x=5y-33\Rightarrow 5\cdot(7)-33=2\Rightarrow\Re=(2;7)$

17.-

$$\frac{3x-2y+1}{6}-\frac{5x-2y+5}{2}=-1\rightarrow(I)$$
$$(x+1)^2-3y=(x-2)^2\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I)\Rightarrow 3x-2y+1-15x+6y-15=-6\Rightarrow -12x+4y=8\Rightarrow -3x+y=2\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow x^2+2x+1-3y=x^2-4x+4\Rightarrow 6x-3y=3\Rightarrow 2x-y=1\rightarrow(IV)\Rightarrow$$
$$(III)+(IV)\Rightarrow x=-3\Rightarrow(III)\Rightarrow -3\cdot(-3)+y=2\Rightarrow y=-7\Rightarrow\Re=(-3;-7)$$

18.-
$$(x+y)\cdot(x-y)=(x-1)^2-(y+1)^2+10\rightarrow(I)$$
$$\frac{x+y+1}{6}+\frac{x-y+1}{2}+\frac{x-y-1}{4}=2\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I)\Rightarrow x^2-y^2=x^2-2x+1-y^2-2y-1+10\Rightarrow 2x+2y=10\Rightarrow x+y=5\rightarrow(III)$$
$$12\cdot(II)\Rightarrow 2x+2y+2+6x-6y+6+3x-3y-3=24\Rightarrow 11x-7y=19\rightarrow(IV)$$
$$7\cdot(III)=7x+7y=35\rightarrow(V)\Rightarrow(IV)+(V)\Rightarrow 18x=54\Rightarrow x=3;$$
$$(III)\Rightarrow x+y=5\Rightarrow 3+y=5\Rightarrow y=2\Rightarrow\Re=(3;2)$$

19.-

$$\frac{x+2y}{4}+\frac{y-2x}{8}=-\frac{5}{4}\rightarrow(I)$$
$$\frac{x-2y}{7}+\frac{y+2x}{4}=2\rightarrow(II)$$

Solución: Por sustitución.

$$8\cdot(I)\Rightarrow 2x+4y+y-2x=-10\Rightarrow 5y=-10\Rightarrow y=-2;$$
$$28\cdot(II)\Rightarrow 4x-8y+7y+14x=56\Rightarrow 18x-y=56\rightarrow(IV)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 18x+2=56\Rightarrow 18x=54\Rightarrow x=3\Rightarrow\Re=(3;-2)$$

20.-

$$(x+1)\cdot(x+2)+(y-1)\cdot(y-2)=(x-1)^2+(y+1)^2+2\rightarrow(I)$$
$$(x-1)\cdot(x-2)+2y=(x+1)^2-11\rightarrow(II)$$

Solución: Por sustitución.

$$(I)\Rightarrow x^2+3x+2+y^2-3y+2=x^2-2x+1+y^2+2y+1+2\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 5x-5y=0\rightarrow(III)\Rightarrow x=y;$$
$$(III)\Rightarrow x^2-3x+2+2y=x^2+2x+1-11\Rightarrow -5x+2y=-12\rightarrow(IV)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow -5\cdot(y)+2y=-12\Rightarrow -3y=-12\Rightarrow x=y=4\Rightarrow \Re=(4;4)$$

21.-

$$(x+3)\cdot(y-3)+11x=(x-3)\cdot(y+3)+4y\rightarrow(I)$$
$$\frac{x+7}{y-2}=\frac{5}{3}\rightarrow(II)$$

Solución: Por sustitución:

$$(I)\Rightarrow xy-3x+3y-9+11x=xy+3x-3y-9+4y\Rightarrow 5x+2y=0\rightarrow(III)\Rightarrow x=-\frac{2}{5}y$$
$$(II)\Rightarrow 3x+21=5y-10\Rightarrow 3x-5y=-31\rightarrow(IV)\Rightarrow 3\cdot\left(-\frac{2}{5}y\right)-5y=-31\Rightarrow$$
$$\Rightarrow -6y-25y=-155\Rightarrow -31y=-155\Rightarrow y=5; x=-\frac{2}{5}y=-\frac{2}{5}\cdot(5)=-2\Rightarrow$$
$$\Re=(-2;5)$$

22.-

$$\frac{x+7}{y-5}=3\rightarrow(I)$$
$$\frac{3x-4}{y+2}=\frac{5}{3}\rightarrow(II)$$

Solución: Por sustitución.

$$(I)\Rightarrow x+7=3y-15\Rightarrow x-3y=-22\rightarrow(III)\Rightarrow x=3y-22$$
$$(II)\Rightarrow 9x-12=5y+10\Rightarrow 9x-5y=22\rightarrow(IV)\Rightarrow 9\cdot(3y-22)-5y=22\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 27y-198-5y-22\Rightarrow 22y=220\Rightarrow y=10; x=3\cdot(10)-22=8;$$
$$\Re=(8;10.)$$

23.-

$$5\cdot(x-y)+5\cdot(x+y)\cdot(x-y)+5y^2=5x^2-6\rightarrow(I)$$
$$y-x=\frac{1}{5}\rightarrow(II)$$

Solución:

$$(I)\Rightarrow 5x-5y+5x^2-5y^2+5y^2=5x^2-6\Rightarrow 5x-5y=-6\rightarrow(III)$$
$$(II)5y-5x=1\Rightarrow 5x-5y=-1;$$
$$\frac{5}{5}=\frac{-5}{-5}\neq\frac{-6}{-1}\rightarrow(Incompatibles-paralelas)$$

24.-

$$\frac{2x+y+5}{4x-y-1}=\frac{3}{4}\rightarrow(I)$$
$$\frac{y+5}{x+1}=\frac{y+9}{x+4}\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I)\Rightarrow 8x+4y+20=12x-3y-3\Rightarrow -4x+7y=-23\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow xy+4y+5x+20=xy+y+9x+9\Rightarrow -4x+3y=-11\rightarrow(IV)\Rightarrow$$
$$(III)-(IV)=4y=-12\Rightarrow y=-3;-4x+3y=-11\Rightarrow -4x+3\cdot(-3)=-11\Rightarrow$$
$$\Rightarrow -4x=-2\Rightarrow x=\frac{1}{2}\Rightarrow \Re=\left(\frac{1}{2};-3\right)$$

25.-

$$\frac{1}{3x+3y-11}=\frac{8}{3x-5y+4}\rightarrow(I)$$
$$\frac{3}{2y+1}=\frac{5}{3x-4}\rightarrow(II)$$

Solución:

$(I) \Rightarrow 3x-5y+4=24x+24y-88 \Rightarrow -21x-29y=-92 \Rightarrow 21x+29y=92 \rightarrow (III)$

$(II) \Rightarrow 9x-12=10y+5 \Rightarrow 9x-10y=17 \rightarrow (IV) \Rightarrow 9x=17+10y \Rightarrow x=\dfrac{17+10y}{9} \Rightarrow$

$\Rightarrow (III) \Rightarrow 21x+29y=92 \Rightarrow 21\cdot\left(\dfrac{17+10y}{9}\right)+29y=92 \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{7}{3}(17+10y)+29y=92 \Rightarrow 119+70y+87y=276 \Rightarrow 157y=157 \Rightarrow y=1;$

$x=\dfrac{17+10y}{9}=\dfrac{17+10\cdot(1)}{9}=\dfrac{27}{9}=3 \Rightarrow \Re=(3;1)$

26.-

$3x=5y-1 \rightarrow (I)$

$\dfrac{x-3}{8}+1+\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{y}{2} \rightarrow (II)$

Solución: Por igualación.

$(I) \Rightarrow x=\dfrac{5y-1}{3}$

$8\cdot(II) \Rightarrow x-3+8+2y-4=4y \Rightarrow x=2y-1;$

$\dfrac{5y-1}{3}=2y-1 \Rightarrow 5y-1=6y-3 \Rightarrow y=2;$

$x=2y-1 \Rightarrow x=2\cdot(2)-1=3 \Rightarrow \Re=(3;2)$

27.-

$\dfrac{2x+3}{x-3}-\dfrac{y+1}{y-2}=1 \rightarrow (I)$

$\dfrac{3x+2}{x-2}-\dfrac{2y+6}{y}=1 \rightarrow (II)$

Solución: Por igualación.

$$(I) \Rightarrow (2x+3)\cdot(y-2)-(x-3)\cdot(y+1)=(x-3)\cdot(y-2) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2xy-4x+3y-6-xy-x+3y+3=xy-2x-3y+6 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -3x+9y=9 \Rightarrow -x+3y=3 \rightarrow (III) \Rightarrow x=3y-3$$
$$(II) \Rightarrow 3xy+2y-2xy-6x+4y+12=xy-2y \Rightarrow -6x+8y=-12 \Rightarrow$$
$$(II) \Rightarrow -3x+4y=-6 \Rightarrow x=\frac{6+4y}{3}=3y-3 \Rightarrow 6+4y=9y-9 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 5y=15 \Rightarrow y=3 \Rightarrow x=3y-3=3\cdot(3)-3=6 \Rightarrow \Re=(6;3)$$

28.-

$$\frac{1}{x+y+3}=\frac{3}{2x-y-7} \rightarrow (I)$$
$$\frac{7}{3x-y-10}+\frac{6}{4x+5y+3}=0 \rightarrow (II)$$

Solución: Por igualación.

$$(I) \Rightarrow 2x-y-7=3x+3y+9 \Rightarrow x+4y=-16 \rightarrow (III) \Rightarrow x=-16-4y$$
$$(II) \Rightarrow \frac{7}{3x-y-10}=-\frac{6}{4x+5y+3} \Rightarrow 28x+35y+21=-18x+6y+60 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 46x+29y=39 \Rightarrow (IV) \Rightarrow x=\frac{39-29y}{46}=-16-4y \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 39-29y=-736-184y \Rightarrow 184y-29y=-736-39=-775 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 155y=-775 \Rightarrow y=-5; x=-16-4y=-16-4(-5)=4 \Rightarrow \Re=(4;-5)$$

29.-
$$\frac{3x}{3y-5}-\frac{2x+1}{2y-3}=\frac{7}{(2y-3)\cdot(5-3y)} \rightarrow (I)$$
$$1+(x-2)\cdot(y-4)=(4-x)\cdot(7-y) \rightarrow (II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I) \Rightarrow 6xy-9x-6xy+10x-3y+5=-7 \Rightarrow x-3y=-12 \rightarrow (III)$$
$$(II) \Rightarrow 1+xy-4x-2y+8=28-7x-4y+xy \Rightarrow 3x+2y=19 \rightarrow (IV)$$
$$3\cdot(III) \Rightarrow 3x-9y=-36 \rightarrow (V) \Rightarrow (IV)-(V) \Rightarrow 11y=55 \Rightarrow y=5;$$
$$(III) \Rightarrow x-3y=-12 \Rightarrow x-3\cdot(5)=-12 \Rightarrow x-15=-12 \Rightarrow x=3; \Re=(3;5)$$

30.-

$$\frac{6x+1}{2y-3}-\frac{3x-2}{y+5}=\frac{2}{(y+5)\cdot(3-2y)}\to(I)$$
$$x+\frac{6y}{13}=\frac{y+2}{3}\to(II)$$

Solución:

$$(I)\Rightarrow(6x+1)\cdot(y+5)-(2y-3)\cdot(3x-2)=-2\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 6xy+30x+y+5-6xy+9x+4y-6=-2\Rightarrow 39x+5y=-1\to(III)$$
$$(II)\Rightarrow\frac{13x+6y}{13}=\frac{y+2}{3}\Rightarrow 39x+18y=13y+26\Rightarrow 39x+5y=26(IV)$$
$$\frac{39}{39}=\frac{5}{5}\neq\frac{-1}{26}\Rightarrow(incompatible-paralelas)$$

31.-
$$\frac{x+1}{y+1}-\frac{x+2}{y+2}=\frac{1}{6\cdot\left(y^2+3y+2\right)}\to(I)$$
$$4x+3y=3\to(II)$$

Solución: Por reducción.

$$(y+2)\cdot(y+1)=y^2+3y+2$$
$$(x+1)\cdot(y+2)-(y+1)\cdot(x+2)=\frac{1}{6}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow xy+2x+y+2-xy-x-2y-2=\frac{1}{6}\Rightarrow x-y=\frac{1}{6}\to(III)\Rightarrow$$
$$3\cdot(III)=3x-3y=\frac{1}{2}\to(IV)\Rightarrow(IV)+(III)\Rightarrow 7x=\frac{1}{2}+3\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 14x=1+6=7\Rightarrow x=\frac{1}{2};(III)\Rightarrow x-y=\frac{1}{6}\Rightarrow 6x-6y=1\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)-1=6y\Rightarrow y=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\Rightarrow\Re=\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$$

32.-
$$x+y=16\to(I)$$
$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=2\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{x}\right)\to(II)$$

Solución: Por reducción.

$$(II) \Rightarrow \frac{y+x}{xy} = 2 \cdot \frac{x-y}{xy} \Rightarrow x+y = 2x-2y \Rightarrow -x+3y = 0 \rightarrow (III)$$
$$(I) \Rightarrow x+y = 16 \Rightarrow (I)+(III) \Rightarrow 4y = 16 \Rightarrow y = 4;$$
$$-x+3y = 0 \Rightarrow x = 3y \Rightarrow x = 12 \Rightarrow \Re = (12;4)$$

33.-

$$\frac{x+y-1}{x+y+1} = \frac{1}{2} \rightarrow (I)$$
$$\frac{x-y+1}{x-y-1} = \frac{4}{3} \rightarrow (II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I) \Rightarrow 2x+2y-2 = x+y+1 \Rightarrow x+y = 3 \rightarrow (III)$$
$$(II) \Rightarrow 3x-3y+3 = 4x-4y-4 \Rightarrow x-y = 7 \rightarrow (IV);$$
$$(IV)+(III) \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5; (III) \Rightarrow x+y = 3 \Rightarrow 5+y = 3 \Rightarrow y = -2;$$
$$\Re = (5;-2)$$

34.-

$$\frac{x+2}{x+3} + \frac{y+3}{y+2} = 2 \rightarrow (I)$$
$$x+y = \frac{6}{5} \rightarrow (II)$$
Solución: Por reducción.

$$(I) \Rightarrow (x+2)\cdot(y+2)+(x+3)\cdot(y+3) = 2\cdot(x+3)\cdot(y+2) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow xy+2x+2y+4+xy+3x+3y+9 = 2\cdot(xy+2x+3y+6) = 2xy+4x+6y+12 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 5x+5y+13 = 4x+6y+12 \Rightarrow x-y = -1 \rightarrow (III)$$
$$(I) \Rightarrow 5x+5y = 6 \rightarrow (IV)$$
$$5\cdot(III) \Rightarrow 5x-5y = -5 \rightarrow (V) \Rightarrow (IV)+(V) \Rightarrow 10x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{10};$$
$$(III) \Rightarrow x-y = -1 \Rightarrow \frac{1}{10} - y = -1 \Rightarrow 1-10y = -10 \Rightarrow y = \frac{11}{10} \Rightarrow \Re = \left(\frac{1}{10};\frac{11}{10}\right)$$

35.-

$$(x-1)\cdot(y+1)=xy+4 \to (I)$$
$$(x-1)^2-(y+1)^2=(x+y)\cdot(x-y)-14 \to (II)$$

Solución:

$$(I) \Rightarrow xy+x-y-1=xy+4 \Rightarrow x-y=5 \to (III)$$
$$(II) \Rightarrow x^2-2x+1-\left(y^2+2y+1\right)=x^2-y^2-14 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^2-2x+1-y^2-2y-1=x^2-y^2-14 \Rightarrow -2x-2y=-14 \Rightarrow x+y=7 \to (IV)$$
$$\Rightarrow (IV)+(III) \Rightarrow 2x=12 \Rightarrow x=6; (III) \Rightarrow x-y=5 \Rightarrow y=x-5=6-5=1 \Rightarrow$$
$$\Re=(6;1)$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #84.

Tema: Sistemas de ecuaciones lineales literales (Hoffmann 3r. año).

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

La solución de un sistema de ecuaciones lineales consiste en encontrar las coordenadas del punto de cruce de las líneas rectas que son la representación gráfica de las ecuaciones dadas.

PREGUNTAS:

Ejercicio 60. Resolver los siguientes sistemas con coeficientes literales. Utilizar los métodos conocidos según convenga.

1.-

$$ax + by = 2ab \to (I)$$

$$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = 0 \to (II)$$

Solución: Por reducción.

$$(II) \Rightarrow ax - by = 0 \to (III)$$

$$(I) + (III) \Rightarrow 2ax = 2ab \Rightarrow x = b \Rightarrow (III) \Rightarrow a \cdot (b) - by = 0 \Rightarrow y = a \Rightarrow \Re = (b; a)$$

2.-

$x + y = a + b \to (I)$

$bx + ay = 2ab \to (II)$

Solución: Por sustitución.

$$(II) \to x = \frac{2ab - ay}{b} \Rightarrow (I)\frac{2ab - ay}{b} + y = a + b \Rightarrow 2ab - ay + by = ab + b^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y \cdot (b - a) = b \cdot (b - a) \Rightarrow y = b; (I) \Rightarrow x + b = a + b \Rightarrow x = a \Rightarrow \Re = (a; b)$$

3.-

$x + y = 2a \to (I)$

$2x + ay = 2a^2 \to (II)$

Solución: Por igualación.

$$(I) \Rightarrow x = 2a - y$$
$$(II) \Rightarrow x = \frac{(2a^2 - ay)}{2} \Rightarrow 2a - y = \frac{(2a^2 - ay)}{2} \Rightarrow 4a - 2y = (2a^2 - ay) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (a - 2) \cdot y = 2a \cdot (a - 2) \Rightarrow y = 2a; (I) \Rightarrow x = 2a - 2a = 0; \Re = (0; 2a)$$

4.-

$2x + y = a \to (I)$

$5x + 3y = -a \to (II)$

Solución: Por reducción.

$$3 \cdot (I) \Rightarrow 6x + 3y = 3a \to (III) \Rightarrow (III) - (II) \Rightarrow x = 4a;$$
$$(I) \Rightarrow 8a + y = a \Rightarrow y = -7a \Rightarrow \Re = (4a; -7a)$$

5.-

$x - y = m \to (I)$

$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 0 \to (II)$

Solución: Por sustitución.

$$(II) \Rightarrow bx - ay = 0 \rightarrow (III) \Rightarrow x = \frac{ay}{b} \Rightarrow$$

$$(I) \Rightarrow x - y = m \Rightarrow \frac{ay}{b} - y = m \Rightarrow ay - by = bm \Rightarrow y = \frac{bm}{(a-b)};$$

$$(I) \Rightarrow x - \frac{bm}{a-b} = m \Rightarrow x = m + \frac{bm}{a-b} = \frac{m \cdot (a-b) + bm}{a-b} = \frac{am}{a-b} \Rightarrow \Re = \left(\frac{am}{a-b}; \frac{bm}{a-b} \right)$$

6.-

$$ax + y = a^2 \rightarrow (I)$$

$$bx + y = b^2 \rightarrow (II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I) - (II) \Rightarrow ax - bx = a^2 - b^2 \Rightarrow x \cdot (a-b) = (a+b) \cdot (a-b) \Rightarrow x = a + b;$$

$$(I) \Rightarrow a \cdot (a+b) + y = a^2 \Rightarrow y = a^2 - a^2 - ab \Rightarrow y = -ab \Rightarrow \Re = \left[(a+b); -ab \right]$$

7.-

$$ax - 3y = a \rightarrow (I)$$

$$x + ay = 1 \rightarrow (II)$$

Solución: Por igualación.

$$(I) \Rightarrow 3y = ax - a \Leftrightarrow y = \frac{a \cdot (x-1)}{3}$$

$$(II) \Rightarrow y = \frac{1-x}{a} \Rightarrow \frac{a \cdot (x-1)}{3} = \frac{1-x}{a} \Rightarrow a^2 x - a^2 = 3 - 3x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \cdot (a^2 + 3) = 3 + a^2 \Rightarrow x = \frac{a^2 + 3}{a^2 + 3} = 1; y = \frac{1-x}{a} = 0 \Rightarrow \Re = (1; 0)$$

8.-

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} \rightarrow (I)$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{a^2 + b^2}{ab} \rightarrow (II)$$

Solución: Por sustitución.

$$(I) \Rightarrow bx - ay = 0 \rightarrow (I) \Rightarrow x = \frac{a}{b} \cdot y$$

$$(II) \Rightarrow ax + by = ab \cdot \left(\frac{a^2 + b^2}{ab}\right) = a^2 + b^2 \rightarrow (III)$$

$$(III) \Rightarrow a \cdot \left(\frac{ay}{b}\right) + b = a^2 + b^2 \Rightarrow a^2 y + b^2 y = b \cdot \left(a^2 + b^2\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y \cdot \left(a^2 + b^2\right) = b \cdot \left(a^2 + b^2\right) \Rightarrow y = b; x = \frac{a}{b} \cdot b = a \Rightarrow \Re = (a;b)$$

9.-

$$x + y = m \rightarrow (I)$$
$$ax - by = m \cdot (a - b) \rightarrow (II)$$

Solución: Por reducción.

$$b \cdot (I) \Rightarrow bx + by = bm \rightarrow (III) \Rightarrow (II) + (III) \Rightarrow x \cdot (a + b) = mb + m \cdot (a - b) \Rightarrow$$

$$x = \frac{ma}{a + b} \Rightarrow (I) \Rightarrow x + y = m \Rightarrow \frac{ma}{a + b} + y = m \Rightarrow ma + y \cdot (a + b) = m \cdot (a + b) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y \cdot (a + b) = m(a + b) - ma \Rightarrow y = \frac{mb}{a + b} \Rightarrow \Re = \left[\left(\frac{ma}{a + b}\right); \left(\frac{mb}{a + b}\right)\right]$$

10.-

$$mx - ny = am + bn \rightarrow (I)$$
$$ax + my = a^2 - bm \rightarrow (II)$$

Solución: Por reducción.

$$m \cdot (I) = m^2 x - mny = am^2 + bmn \rightarrow (III)$$
$$n \cdot (II) = anx + mny = a^2 n - bnm \rightarrow (IV) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (IV) + (III) \Rightarrow x \cdot \left(m^2 + an\right) = a \cdot \left(m^2 + an\right) \Rightarrow x = a;$$
$$(I) \Rightarrow mx - ny = am + bn \Rightarrow m \cdot (a) - ny = am + bn \Rightarrow ma - ma - bn = ny \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y = -b \Rightarrow \Re = (a; -b)$$

11.-

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \rightarrow (I)$$
$$\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1 \rightarrow (II)$$

Solución: Por igualación.

$$\left(I\right)\Rightarrow bx+ay=ab\rightarrow\left(III\right)\Rightarrow x=\frac{ab-ay}{b}$$

$$\left(II\right)\Rightarrow ax+by=ab\rightarrow\left(IV\right)\Rightarrow x=\frac{ab-by}{a}$$

$$\frac{ab-ay}{b}=\frac{ab-by}{a}\Rightarrow a^2b-a^2y=ab^2-b^2y\Rightarrow y\cdot\left(b^2-a^2\right)=ab\left(b-a\right)\Rightarrow$$

$$y\cdot\left(b+a\right)\cdot\left(b-a\right)=ab\cdot\left(b-a\right)\Rightarrow y=\frac{ab}{a+b};$$

$$\left(III\right)\Rightarrow bx+ay=ab\Rightarrow bx+a\cdot\left(\frac{ab}{a+b}\right)\Rightarrow bx=ab-\frac{a^2b}{a+b}=\frac{a^2b+ab^2-a^2b}{a+b}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow bx=\frac{ab^2}{a+b}\Rightarrow x=\frac{ab}{a+b}\Rightarrow\Re=\left[\left(\frac{ab}{a+b}\right);\left(\frac{ab}{a+b}\right)\right]$$

12.-

$$\frac{x+y}{a}+\frac{x-y}{b}=4\rightarrow\left(I\right)$$

$$\left(a-b\right)\cdot x+\left(a+b\right)\cdot y=2\left(a+b\right)\cdot\left(a-b\right)\rightarrow\left(II\right)$$

Solución: Por reducción.;

$$\left(I\right)\Rightarrow b\cdot\left(x+y\right)+a\cdot\left(x-y\right)=4ab\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(a+b\right)\cdot x+\left(b-a\right)\cdot y=4ab\rightarrow\left(III\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(a-b\right)\cdot\left(III\right)\Rightarrow\left(a^2-b^2\right)\cdot x-\left(a-b\right)^2\cdot y=4ab\cdot\left(a-b\right)\rightarrow\left(IV\right)$$

$$\left(a+b\right)\cdot\left(II\right)\Rightarrow\left(a^2-b^2\right)\cdot x+\left(a+b\right)^2\cdot y=2\left(a+b\right)^2\cdot\left(a-b\right)\rightarrow\left(V\right)\Rightarrow$$

$$\left(V\right)-\left(IV\right)\Rightarrow y\cdot\left[\left(a+b\right)^2+\left(a-b\right)^2\right]=2\left(a+b\right)^2\cdot\left(a-b\right)-4ab\cdot\left(a-b\right)\Rightarrow$$

$$y\cdot 2\cdot\left(a^2+b^2\right)=2\cdot\left(a-b\right)\cdot\left[\left(a+b\right)^2-2ab\right]=2\cdot\left(a-b\right)\cdot\left(a^2+b^2\right)\Rightarrow y=a-b;$$

$$\left(III\right)\Rightarrow\left(a+b\right)\cdot x-\left(a-b\right)\cdot y=4ab\Rightarrow\left(a+b\right)\cdot x-\left(a-b\right)^2=4ab\Rightarrow$$

$$\left(a+b\right)\cdot x-a^2+2ab-b^2=4ab\Rightarrow\left(a+b\right)\cdot x=\left(a+b\right)^2\Rightarrow x=a+b\Rightarrow$$

$$\Re=\left[\left(a+b\right);\left(a-b\right)\right]$$

13.-

$$(a+m)\cdot x+(a-m)\cdot y=2am\rightarrow(I)$$
$$(a+n)\cdot x+(a-n)\cdot y=2an\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$(a+n)\cdot(I)\Rightarrow(a+m)\cdot(a+n)\cdot x+(a-m)\cdot(a+n)\cdot y=2am\cdot(a+n)\rightarrow(III)$$
$$(a+m)\cdot(II)\Rightarrow(a+m)\cdot(a+n)\cdot x+(a-n)\cdot(a+m)\cdot y=2an(a+m)\rightarrow(IV)$$
$$(IV)-(III)=y\cdot\left[(a-n)\cdot(a+m)-(a-m)\cdot(a+n)\right]=2a\cdot\left[n\cdot(a+m)-m\cdot(a+n)\right]\Rightarrow$$
$$\Rightarrow y\cdot[(a^2-an+am-mn)-(a^2-am+an-mn)]=2a\cdot(an+mn-am-mn)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow y\cdot(2am-2an)=2a^2\cdot(n-m)\Rightarrow y\cdot 2a(m-n)=2a^2\cdot(n-m)\Rightarrow y=-a$$
$$(I)\Rightarrow(a+m)\cdot x+(a-m)\cdot(-a)=2am\Rightarrow$$
$$\Rightarrow(a+m)\cdot x=2am+a^2-am=am+a^2=a\cdot(a+m)\Rightarrow x=a\Rightarrow\Re=\left[(a);(-a)\right]$$

14.-
$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2\rightarrow(I)$$
$$bx=ay\rightarrow(II)$$

Solución: por sustitución.

$$(I)\Rightarrow bx+ay=2ab\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow x=\left(\frac{a}{b}\right)\cdot y\rightarrow(IV)$$
$$(III)\Rightarrow b\cdot\left(\frac{a}{b}\right)\cdot y+ay=2ab\Rightarrow 2ay=2ab\Rightarrow y=b;$$
$$(IV)\Rightarrow x=\left(\frac{a}{b}\right)\cdot b=a\Rightarrow\Re=(a;b)$$

15.-
$$x+y=2a\rightarrow(I)$$
$$bx+ay=a^2+b^2\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$a\cdot(I)\Rightarrow ax+ay=2a^2\rightarrow(III)\Rightarrow(III)-(II)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow(a-b)\cdot x=2a^2-a^2-b^2=a^2-b^2\Rightarrow(a+b)\cdot(a-b)\Rightarrow x=a+b;$$
$$(I)\Rightarrow x+y=2a\Rightarrow(a+b)+y=2a\Rightarrow y=a-b\Rightarrow\Re=\left[(a+b);(a-b)\right]$$

16.-

$$m\cdot(x+y)+n\cdot(x-y)=1\rightarrow(I)$$
$$m(x-y)+n\cdot(x+y)=1\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I)\Rightarrow(m+n)\cdot x+(m-n)\cdot y=1\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow(m+n)\cdot x-(m-n)\cdot y=1\rightarrow(IV)$$
$$(III)+(IV)\Rightarrow 2\cdot(m+n)\cdot x=2\Rightarrow x=\frac{1}{m+n};$$
$$(I)\Rightarrow(m+n)\cdot\frac{1}{(m+n)}+(m-n)\cdot y=1\Rightarrow 1+(m-n)\cdot y=1\Rightarrow$$
$$\Rightarrow(m-n)\cdot y=0\Rightarrow y=0;\Rightarrow\Re=\left(\frac{1}{m+n};0\right)$$

17.-

$$m\cdot(x+y)+n\cdot(x-y)=2a^2+2b^2\rightarrow(I)$$
$$m\cdot(x-y)+n\cdot(x+y)=4ab\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I)\Rightarrow(m+n)\cdot x+(m-n)\cdot y=2m^2+2n^2\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow(m+n)\cdot x-(m-n)\cdot y=4mn\rightarrow(IV)$$
$$(III)+(IV)\Rightarrow 2\cdot(m+n)\cdot x=2\cdot\left(m^2+n^2+2mn\right)=2\cdot(m+n)^2\Rightarrow$$
$$\Rightarrow x=\frac{(m+n)^2}{m+n}\Rightarrow x=m+n;$$
$$(I)\Rightarrow(m+n)\cdot(m+n)+(m-n)\cdot y=2m^2+2n^2\Rightarrow$$
$$\Rightarrow m^2+n^2+2mn+(m-n)\cdot y=2m^2+2n^2\Rightarrow$$
$$\Rightarrow(m-n)\cdot y=m^2+n^2-2mn=(m-n)^2\Rightarrow y=m-n\Rightarrow\Re=\left[(m+n);(m-n)\right]$$

18.-

$$\frac{x-a}{b}+\frac{y-b}{a}=0\rightarrow(I)$$
$$\frac{x+y-b}{a}+\frac{x-y-a}{b}=0\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$\left(I\right)\Rightarrow ax-a^2+by-b^2=0\Rightarrow ax+by=a^2+b^2\rightarrow\left(III\right)$

$\left(II\right)\Rightarrow bx+by-b^2+ax-ay-a^2=0\Rightarrow\left(a+b\right)\cdot x-\left(a-b\right)\cdot y=a^2+b^2\rightarrow\left(IV\right)$

$\left(a+b\right)\cdot\left(III\right)\Rightarrow a\cdot\left(a+b\right)\cdot x+b\left(a+b\right)\cdot y=\left(a+b\right)\cdot\left(a^2+b^2\right)\rightarrow\left(V\right)$

$a\cdot\left(IV\right)\Rightarrow a\cdot\left(a+b\right)\cdot x-a\cdot\left(a-b\right)\cdot y=a\cdot\left(a^2+b^2\right)\rightarrow\left(VI\right)$

$\left(V\right)-\left(VI\right)\Rightarrow\left[b\cdot\left(a+b\right)+a\left(a-b\right)\right]\cdot y=\left(a^2+b^2\right)\cdot b$

$\Rightarrow\left(b^2+a^2\right)\cdot y=\left(a^2+b^2\right)\cdot b\Rightarrow y=b;$

$\left(III\right)\Rightarrow ax+by=a^2+b^2\Rightarrow ax+b^2=a^2+b^2\Rightarrow ax=a^2\Rightarrow x=a\Rightarrow\Re=\left(a;b\right)$

19.-

$$\frac{x-2}{a^2+2a+1}+\frac{y+2}{a^2-2a+1}=\frac{2a}{a^2-1}\rightarrow\left(I\right)$$

$$x+y=2a\rightarrow\left(II\right)$$

Solución: Por sustitución.

$\left(II\right)\Rightarrow x=2a-y\rightarrow\left(III\right);\left(I\right)\Rightarrow\dfrac{x-2}{\left(a+1\right)^2}+\dfrac{y+2}{\left(a-1\right)^2}=\dfrac{2a}{\left(a+1\right)\cdot\left(a-1\right)}\Rightarrow$

$\Rightarrow\left(x-2\right)\cdot\left(a-1\right)^2+\left(y+2\right)\cdot\left(a+1\right)^2=2a\cdot\left(a^2-1\right)\Rightarrow$

$\Rightarrow\left(a-1\right)^2\cdot x+\left(a+1\right)^2\cdot y=2a^3-2a+2\cdot\left(a-1\right)^2-2\cdot\left(a+1\right)^2\Rightarrow$

$\Rightarrow\left(a-1\right)^2\cdot x+\left(a+1\right)^2\cdot y=2a^3-2a+2a^2-4a+2-2a^2-4a-2=2a^3--10a\rightarrow\left(IV\right)\Rightarrow$

$\Rightarrow\left(III\right)\Leftrightarrow\left(IV\right)\Rightarrow\left(a-1\right)^2\cdot\left(2a-y\right)+\left(a+1\right)^2\cdot y=2a^3-10a\Rightarrow$

$\Rightarrow\left(a^2-2a+1\right)\cdot 2a+\left[\left(a+1\right)^2-\left(a-1\right)^2\right]\cdot y=2a^3-10a\Rightarrow$

$\Rightarrow\left(2a^3-4a^2+2a\right)+\left(a^2+2a+1-a^2+2a-1\right)\cdot y=2a^3-2a\Rightarrow$

$\Rightarrow 4ay=4a^2-12a\Rightarrow y=\dfrac{4a^2-12a}{4a}=a-3;$

$\Rightarrow\left(III\right)\Rightarrow x=2a-y=2a-\left(a-3\right)=a+3\Rightarrow\Re=\left[\left(a+3\right);\left(a-3\right)\right]$

20.-

$$\frac{x}{m+n}+\frac{y}{m-n}=2m\rightarrow\left(I\right)$$

$$\frac{x-y}{2mn}=\frac{x+y}{m^2+n^2}\rightarrow\left(II\right)$$

Solución: Por reducción.

$$(I)\Rightarrow(m-n)\cdot x+(m+n)y=2m\cdot\left(m^2-n^2\right)\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow(x-y)\cdot\left(m^2+n^2\right)=2mn\cdot(x+y)\Rightarrow\left(m^2+n^2-2mn\right)\cdot x-\left(m^2+n^2+2mn\right)\cdot y=0$$
$$\Rightarrow(m-n)^2\cdot x-(m+n)^2\cdot y=0\rightarrow(IV)$$
$$(m+n)\cdot(III)\Rightarrow\left(m^2-n^2\right)\cdot x+(m+n)^2\cdot y=2m\cdot\left(m^2-n^2\right)\cdot(m+n)\rightarrow(V)\Rightarrow$$
$$(IV)+(V)\Rightarrow\left[(m-n)^2+\left(m^2-n^2\right)\right]\cdot x=2m\cdot\left(m^2-n^2\right)\cdot(m+n)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\left[m^2+n^2-2mn+m^2-n^2\right]\cdot x=2m\cdot(m+n)^2\cdot(m-n)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\left(2m^2-2mn\right)\cdot x=2m\cdot(m-n)\cdot x=2m\cdot(m+n)^2\cdot(m-n)\Rightarrow x=(m+n)^2;$$
$$(III)\Rightarrow(m-n)\cdot x+(m+n)\cdot y=2m\cdot\left(m^2-n^2\right)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow(m-n)\cdot(m+n)^2+(m+n)\cdot y=2m\cdot\left(m^2-n^2\right)\Rightarrow\left(m^2-n^2\right)+y=2m^2-2mn\Rightarrow$$
$$\Rightarrow y=2m^2-2mn-m^2+n^2=m^2+n^2-2mn=(m-n)^2\Rightarrow\Re=\left[(m+n)^2;(m-n)^2\right]$$

21.-

$$ax+by=a^3\rightarrow(I)$$
$$bx+ay=b^3\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$b\cdot(I)\Rightarrow abx+b^2y=a^3b\rightarrow(III)$$
$$a\cdot(II)\Rightarrow abx+a^2y=ab^3\rightarrow(IV)$$
$$(IV)-(III)\Rightarrow\left(a^2-b^2\right)\cdot y=ab\left(b^2-a^2\right)\Rightarrow y=-ab$$
$$(I)\Rightarrow ax+by=a^3\Rightarrow ax+b\cdot(-ab)=a^3\Rightarrow ax-ab^2=a^3\Rightarrow$$
$$\Rightarrow ax=a^3+ab^2=a\cdot\left(a^2+b^2\right)\Rightarrow x=a^2+b^2\Rightarrow\Re=\left[\left(a^2+b^2\right);-ab\right]$$

22.-

$$ax+by=a^5\rightarrow(I)$$
$$bx+ay=b^5\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$b\cdot(I)\Rightarrow abx+b^2y=ba^5\rightarrow(III)$$
$$a\cdot(II)\Rightarrow abx+a^2y=ab^5\rightarrow(IV)$$
$$(IV)-(III)\Rightarrow\left(a^2-b^2\right)\cdot y=(ab)\cdot\left(b^4-a^4\right)=ab\cdot\left(b^2-a^2\right)\cdot\left(a^2+b^2\right)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow y=-ab\left(a^2+b^2\right);(I)\Rightarrow ax+by=a^5\Rightarrow ax+b\cdot\left[-ab\cdot\left(a^2+b^2\right)\right]=a^5\Rightarrow$$
$$\Rightarrow ax=a^5+a^3b^2+ab^4\Rightarrow x=a^4+a^2b^2+b^4\Rightarrow\Re=\left[\left(a^4+a^2b^2+b^4\right);-ab\cdot\left(a^2+b^2\right)\right]$$

23.;-

$$\frac{x-y}{a-b}-\frac{x}{a}=b\rightarrow(I)$$
$$\frac{x-y}{a+b}+\frac{y}{b}=a\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I)\Rightarrow a\cdot(x-y)-(a-b)\cdot x=ab\cdot(a-b)\Rightarrow bx-ay=ab\cdot(a-b)\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow b\cdot(x-y)+(a+b)\cdot y=ab\cdot(a+b)\Rightarrow bx+ay=ab\cdot(a+b)\rightarrow(IV)$$
$$(III)+(IV)\Rightarrow 2bx=ab\cdot\left[(a+b)+(a-b)\right]=2a^2b\Rightarrow x=\frac{2a^2b}{2b}=a^2;$$
$$(III)\Rightarrow bx-ay=ab\cdot(a-b)\Rightarrow b\cdot a^2-ay=ab\cdot(a-b)=a^2b-ab^2\Rightarrow$$
$$\Rightarrow -ay=-ab^2\Rightarrow y=b^2\Rightarrow\Re=\left(a^2;b^2\right)$$

24.-

$$\frac{x-1}{y}=\frac{a+b}{a+b}\rightarrow(I)$$
$$\frac{1-y}{x}=\frac{a-b}{a+b}\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I)\Rightarrow(x-1)\cdot(a-b)=(a+b)\cdot y\Rightarrow(a-b)\cdot x-(a+b)\cdot y=(a-b)\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow(a+b)\cdot(1-y)=(a-b)\cdot x\Rightarrow-(a-b)\cdot x-(a+b)\cdot y=-(a+b)\rightarrow(IV)$$
$$(III)+(IV)\Rightarrow-2\cdot(a+b)\cdot y=-2b\Rightarrow y=\frac{b}{a+b};$$
$$(III)\Rightarrow(a-b)\cdot x-(a+b)\cdot\frac{b}{(a+b)}=(a-b)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow(a-b)\cdot x-b=(a-b)\Rightarrow x=\frac{a}{a-b}\Rightarrow\Re=\left[\left(\frac{a}{a-b}\right);\left(\frac{b}{a+b}\right)\right]$$

25.-

$$\frac{x}{a}-\frac{y}{a+b}=\frac{a}{a+b}\rightarrow(I)$$

$$\frac{x}{a-b}-\frac{y}{b}=\frac{b}{a-b}\rightarrow(II)$$

Solución: por reducción.

$$(I)\Rightarrow(a+b)\cdot x-ay=a^2\rightarrow(III)$$

$$(II)\Rightarrow bx-(a-b)\cdot y=b^2\rightarrow(IV)$$

$$(a-b)\cdot(I)\Rightarrow\left(a^2-b^2\right)\cdot x-a\cdot(a-b)\cdot y=a^2\cdot(a-b)\rightarrow(V)$$

$$a\cdot(IV)\Rightarrow ab\cdot x-a\cdot(a-b)\cdot y=ab^2\rightarrow(VI)$$

$$(V)-(VI)\Rightarrow\left(a^2-b^2-ab\right)\cdot x=a^2\cdot(a-b)-ab^2=a\cdot\left(a^2-b^2-ab\right)\Rightarrow x=a;$$

$$(III)\Rightarrow(a+b)\cdot x-ay=a^2\Rightarrow(a+b)\cdot a-ay=a^2\Rightarrow ab=ay\Rightarrow y=b;$$

$$\Re=(a;b)$$

26.-

$$x+y=a\rightarrow(I)$$

$$\frac{x}{ab+b^2}+\frac{x+y}{a^2-ab}=\frac{a}{ab-b^2}\rightarrow(II)$$

Solución: Por sustitución.

$$(I)\Rightarrow x=a-y\rightarrow(III)$$

$$(II)\Rightarrow\frac{x}{b\cdot(a+b)}+\frac{x+y}{a\cdot(a-b)}=\frac{a}{b\cdot(a-b)}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow ab\cdot\left(a^2-b^2\right)\cdot(II)\Rightarrow a\cdot(a-b)\cdot x+b\cdot(a+b)\cdot(x+y)=a^2\cdot(a+b)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(a^2-ab\right)\cdot x+\left(ab+b^2\right)\cdot x+\left(ab+b^2\right)\cdot y=a^2\cdot(a+b)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(a^2+b^2\right)\cdot x+\left(ab+b^2\right)\cdot y=a^2\cdot(a+b)\rightarrow(IV)$$

$$(III)\Leftrightarrow(IV)\Rightarrow\left(a^2+b^2\right)\cdot(a-y)+\left(ab+b^2\right)\cdot y=a^2\cdot(a+b)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow a\cdot\left(a^2+b^2\right)+\left[\left(ab+b^2\right)-\left(a^2+b^2\right)\right]\cdot y=a^2\cdot(a+b)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(ab-a^2\right)\cdot y=a^2\cdot(a+b)-a\cdot\left(a^2+b^2\right)=a^3+a^2b-a^3-ab^2=ab\cdot(a-b)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -a\cdot(a-b)\cdot y=ab\cdot(a-b)\Rightarrow y=-b;(III)\Rightarrow x=a-y=a-(-b)=a+b\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\Re=\left[(a+b);(-b)\right]$$

27.-

$$\frac{x}{a^2+b^2}+\frac{y}{a^2-b^2}=2\rightarrow(I)$$

$$\frac{x+y}{x-y}=\frac{a^2}{b^2}\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I)\Rightarrow\left(a^2-b^2\right)\cdot x+\left(a^2+b^2\right)\cdot y=2\left(a^4-b^4\right)\rightarrow(III)$$

$$(II)\Rightarrow b^2\cdot(x+y)=a^2\cdot(x-y)\Rightarrow-\left(a^2-b^2\right)\cdot x+\left(a^2+b^2\right)\cdot y=0(IV)$$

$$(III)+(IV)\Rightarrow 2\cdot\left(a^2+b^2\right)\cdot y=2\cdot\left(a^2+b^2\right)\cdot\left(a^2-b^2\right)\Rightarrow y=a^2-b^2;$$

$$(III)\Rightarrow\left(a^2-b^2\right)\cdot x+\left(a^2+b^2\right)\cdot\left(a^2-b^2\right)=2\left(a^4-b^4\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(a^2-b^2\right)\cdot x=2\cdot\left(a^4-b^4\right)-\left(a^4-b^4\right)=a^4-b^4=\left(a^2+b^2\right)\cdot\left(a^2-b^2\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=a^2+b^2\Rightarrow\Re=\left[\left(a^2+b^2\right);\left(a^2-b^2\right)\right]$$

28.-

$$\frac{x}{a-b}-\frac{y}{a+b}=2ab\rightarrow(I)$$

$$\frac{x+y}{a^3}+\frac{x-y}{b^3}=0\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

Recordar que: $a^3+b^3=(a+b)\cdot(a^2-ab+b^2)$

Luego:

$$(I)\Rightarrow(a+b)\cdot x-(a-b)\cdot y=2ab\cdot(a^2-b^2)\rightarrow(III)$$

$$(II)\Rightarrow b^3\cdot(x+y)+a^3\cdot(x-y)=(a^3+b^3)\cdot x-(a^3-b^3)\cdot y=0\rightarrow(IV)$$

$$(a^2-ab+b^2)\cdot(I)\Rightarrow(a+b)\cdot(a^2-ab+b^2)\cdot x+(b-a)\cdot(a^2-ab+b^2)\cdot y=$$

$$=2ab\cdot(a+b)\cdot(a-b)\cdot(a^2-ab+b^2)\rightarrow(V)$$

$$(V)-(IV)\Rightarrow\left[(b-a)\cdot(a^2-ab+b^2)+(a^3-b^3)\right]\cdot y=2ab\cdot(a-b)\cdot(a^3+b^3)$$

$$\Rightarrow(a^2b-ab^2+b^3-a^3+a^2b-ab^2+a^3-b^3)\cdot y=2ab\cdot(a-b)\cdot(a^3+b^3)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow(2a^2b-2ab^2)\cdot y=2ab\cdot(a-b)\cdot y=2ab\cdot(a-b)\cdot(a^3+b^3)\Rightarrow y=a^3+b^3;$$

$$(IV)\Rightarrow(a^3+b^3)\cdot x-(a^3-b^3)\cdot y=0\Rightarrow x=\frac{(a^3-b^3)\cdot(a^3+b^3)}{(a^3+b^3)}=a^3-b^3\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\Re=\left[(a^3-b^3);(a^3+b^3)\right]$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #84.

Tema: Sistemas de ecuaciones lineales literales (Hoffmann 3r. año).

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

La solución de un sistema de ecuaciones lineales consiste en encontrar las coordenadas del punto de cruce de las líneas rectas que son la representación gráfica de las ecuaciones dadas.

PREGUNTAS:

Ejercicio 60. Resolver los siguientes sistemas con coeficientes literales. Utilizar los métodos conocidos según convenga.

1.-

$$ax + by = 2ab \rightarrow (I)$$

$$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = 0 \rightarrow (II)$$

Solución: Por reducción.

$$(II) \Rightarrow ax - by = 0 \rightarrow (III)$$

$$(I) + (III) \Rightarrow 2ax = 2ab \Rightarrow x = b \Rightarrow (III) \Rightarrow a \cdot (b) - by = 0 \Rightarrow y = a \Rightarrow \Re = (b; a)$$

2.-

$x+y=a+b \to (I)$

$bx+ay=2ab \to (II)$

Solución: Por sustitución.

$$(II) \to x=\frac{2ab-ay}{b} \Rightarrow (I)\frac{2ab-ay}{b}+y=a+b \Rightarrow 2ab-ay+by=ab+b^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y\cdot(b-a)=b\cdot(b-a) \Rightarrow y=b;(I) \Rightarrow x+b=a+b \Rightarrow x=a \Rightarrow \Re=(a;b)$$

3.-

$x+y=2a \to (I)$

$2x+ay=2a^2 \to (II)$

Solución: Por igualación.

$$(I) \Rightarrow x=2a-y$$
$$(II) \Rightarrow x=\frac{(2a^2-ay)}{2} \Rightarrow 2a-y=\frac{(2a^2-ay)}{2} \Rightarrow 4a-2y=(2a^2-ay) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (a-2)\cdot y=2a\cdot(a-2) \Rightarrow y=2a;(I) \Rightarrow x=2a-2a=0;\Re=(0;2a)$$

4.-

$2x+y=a \to (I)$

$5x+3y=-a \to (II)$

Solución: Por reducción.

$$3\cdot(I) \Rightarrow 6x+3y=3a \to (III) \Rightarrow (III)-(II) \Rightarrow x=4a;$$
$$(I) \Rightarrow 8a+y=a \Rightarrow y=-7a \Rightarrow \Re=(4a;-7a)$$

5.-

$x-y=m \to (I)$

$\frac{x}{a}-\frac{y}{b}=0 \to (II)$

Solución: Por sustitución.

$$(II) \Rightarrow bx - ay = 0 \rightarrow (III) \Rightarrow x = \frac{ay}{b} \Rightarrow$$

$$(I) \Rightarrow x - y = m \Rightarrow \frac{ay}{b} - y = m \Rightarrow ay - by = bm \Rightarrow y = \frac{bm}{(a-b)};$$

$$(I) \Rightarrow x - \frac{bm}{a-b} = m \Rightarrow x = m + \frac{bm}{a-b} = \frac{m \cdot (a-b) + bm}{a-b} = \frac{am}{a-b} \Rightarrow \Re = \left(\frac{am}{a-b}; \frac{bm}{a-b} \right)$$

6.-

$$ax + y = a^2 \rightarrow (I)$$

$$bx + y = b^2 \rightarrow (II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I) - (II) \Rightarrow ax - bx = a^2 - b^2 \Rightarrow x \cdot (a-b) = (a+b) \cdot (a-b) \Rightarrow x = a + b;$$

$$(I) \Rightarrow a \cdot (a+b) + y = a^2 \Rightarrow y = a^2 - a^2 - ab \Rightarrow y = -ab \Rightarrow \Re = \left[(a+b); -ab \right]$$

7.-

$$ax - 3y = a \rightarrow (I)$$

$$x + ay = 1 \rightarrow (II)$$

Solución: Por igualación.

$$(I) \Rightarrow 3y = ax - a \Leftrightarrow y = \frac{a \cdot (x-1)}{3}$$

$$(II) \Rightarrow y = \frac{1-x}{a} \Rightarrow \frac{a \cdot (x-1)}{3} = \frac{1-x}{a} \Rightarrow a^2 x - a^2 = 3 - 3x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \cdot (a^2 + 3) = 3 + a^2 \Rightarrow x = \frac{a^2 + 3}{a^2 + 3} = 1; y = \frac{1-x}{a} = 0 \Rightarrow \Re = (1;0)$$

8.-

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} \rightarrow (I)$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{a^2 + b^2}{ab} \rightarrow (II)$$

Solución: Por sustitución.

$$\left(I\right)\Rightarrow bx-ay=0\rightarrow\left(I\right)\Rightarrow x=\frac{a}{b}\cdot y$$

$$\left(II\right)\Rightarrow ax+by=ab\cdot\left(\frac{a^2+b^2}{ab}\right)=a^2+b^2\rightarrow\left(III\right)$$

$$\left(III\right)\Rightarrow a\cdot\left(\frac{ay}{b}\right)+b=a^2+b^2\Rightarrow a^2y+b^2y=b\cdot\left(a^2+b^2\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow y\cdot\left(a^2+b^2\right)=b\cdot\left(a^2+b^2\right)\Rightarrow y=b;x=\frac{a}{b}\cdot b=a\Rightarrow\Re=\left(a;b\right)$$

9.-

$$x+y=m\rightarrow\left(I\right)$$
$$ax-by=m\cdot\left(a-b\right)\rightarrow\left(II\right)$$

Solución: Por reducción.

$$b\cdot\left(I\right)\Rightarrow bx+by=bm\rightarrow\left(III\right)\Rightarrow\left(II\right)+\left(III\right)\Rightarrow x\cdot\left(a+b\right)=mb+m\cdot\left(a-b\right)\Rightarrow$$

$$x=\frac{ma}{a+b}\Rightarrow\left(I\right)\Rightarrow x+y=m\Rightarrow\frac{ma}{a+b}+y=m\Rightarrow ma+y\cdot\left(a+b\right)=m\cdot\left(a+b\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow y\cdot\left(a+b\right)=m\left(a+b\right)-ma\Rightarrow y=\frac{mb}{a+b}\Rightarrow\Re=\left[\left(\frac{ma}{a+b}\right);\left(\frac{mb}{a+b}\right)\right]$$

10.-

$$mx-ny=am+bn\rightarrow\left(I\right)$$
$$ax+my=a^2-bm\rightarrow\left(II\right)$$

Solución: Por reducción.

$$m\cdot\left(I\right)=m^2x-mny=am^2+bmn\rightarrow\left(III\right)$$
$$n\cdot\left(II\right)=anx+mny=a^2n-bnm\rightarrow\left(IV\right)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\left(IV\right)+\left(III\right)\Rightarrow x\cdot\left(m^2+an\right)=a\cdot\left(m^2+an\right)\Rightarrow x=a;$$
$$\left(I\right)\Rightarrow mx-ny=am+bn\Rightarrow m\cdot\left(a\right)-ny=am+bn\Rightarrow ma-ma-bn=ny\Rightarrow$$
$$\Rightarrow y=-b\Rightarrow\Re=\left(a;-b\right)$$

11.-

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1\rightarrow\left(I\right)$$
$$\frac{x}{b}+\frac{y}{a}=1\rightarrow\left(II\right)$$

Solución: Por igualación.

$$(I) \Rightarrow bx + ay = ab \rightarrow (III) \Rightarrow x = \frac{ab - ay}{b}$$

$$(II) \Rightarrow ax + by = ab \rightarrow (IV) \Rightarrow x = \frac{ab - by}{a}$$

$$\frac{ab - ay}{b} = \frac{ab - by}{a} \Rightarrow a^2b - a^2y = ab^2 - b^2y \Rightarrow y \cdot \left(b^2 - a^2\right) = ab(b - a) \Rightarrow$$

$$y \cdot (b + a) \cdot (b - a) = ab \cdot (b - a) \Rightarrow y = \frac{ab}{a + b};$$

$$(III) \Rightarrow bx + ay = ab \Rightarrow bx + a \cdot \left(\frac{ab}{a + b}\right) \Rightarrow bx = ab - \frac{a^2b}{a + b} = \frac{a^2b + ab^2 - a^2b}{a + b} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow bx = \frac{ab^2}{a + b} \Rightarrow x = \frac{ab}{a + b} \Rightarrow \Re = \left[\left(\frac{ab}{a + b}\right); \left(\frac{ab}{a + b}\right)\right]$$

12.-

$$\frac{x + y}{a} + \frac{x - y}{b} = 4 \rightarrow (I)$$

$$(a - b) \cdot x + (a + b) \cdot y = 2(a + b) \cdot (a - b) \rightarrow (II)$$

Solución: Por reducción.;

$$(I) \Rightarrow b \cdot (x + y) + a \cdot (x - y) = 4ab \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a + b) \cdot x + (b - a) \cdot y = 4ab \rightarrow (III) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a - b) \cdot (III) \Rightarrow \left(a^2 - b^2\right) \cdot x - (a - b)^2 \cdot y = 4ab \cdot (a - b) \rightarrow (IV)$$

$$(a + b) \cdot (II) \Rightarrow \left(a^2 - b^2\right) \cdot x + (a + b)^2 \cdot y = 2(a + b)^2 \cdot (a - b) \rightarrow (V) \Rightarrow$$

$$(V) - (IV) \Rightarrow y \cdot \left[(a + b)^2 + (a - b)^2\right] = 2(a + b)^2 \cdot (a - b) - 4ab \cdot (a - b) \Rightarrow$$

$$y \cdot 2 \cdot \left(a^2 + b^2\right) = 2 \cdot (a - b) \cdot \left[(a + b)^2 - 2ab\right] = 2 \cdot (a - b) \cdot \left(a^2 + b^2\right) \Rightarrow y = a - b;$$

$$(III) \Rightarrow (a + b) \cdot x - (a - b) \cdot y = 4ab \Rightarrow (a + b) \cdot x - (a - b)^2 = 4ab \Rightarrow$$

$$(a + b) \cdot x - a^2 + 2ab - b^2 = 4ab \Rightarrow (a + b) \cdot x = (a + b)^2 \Rightarrow x = a + b \Rightarrow$$

$$\Re = \left[(a + b); (a - b)\right]$$

13.-

$$(a+m)\cdot x+(a-m)\cdot y=2am\rightarrow(I)$$
$$(a+n)\cdot x+(a-n)\cdot y=2an\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$(a+n)\cdot(I)\Rightarrow(a+m)\cdot(a+n)\cdot x+(a-m)\cdot(a+n)\cdot y=2am\cdot(a+n)\rightarrow(III)$$
$$(a+m)\cdot(II)\Rightarrow(a+m)\cdot(a+n)\cdot x+(a-n)\cdot(a+m)\cdot y=2an(a+m)\rightarrow(IV)$$
$$(IV)-(III)=y\cdot\left[(a-n)\cdot(a+m)-(a-m)\cdot(a+n)\right]=2a\cdot\left[n\cdot(a+m)-m\cdot(a+n)\right]\Rightarrow$$
$$\Rightarrow y\cdot[(a^2-an+am-mn)-(a^2-am+an-mn)]=2a\cdot(an+mn-am-mn)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow y\cdot(2am-2an)=2a^2\cdot(n-m)\Rightarrow y\cdot 2a(m-n)=2a^2\cdot(n-m)\Rightarrow y=-a$$
$$(I)\Rightarrow(a+m)\cdot x+(a-m)\cdot(-a)=2am\Rightarrow$$
$$\Rightarrow(a+m)\cdot x=2am+a^2-am=am+a^2=a\cdot(a+m)\Rightarrow x=a\Rightarrow\Re=\left[(a);(-a)\right]$$

14.-
$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2\rightarrow(I)$$
$$bx=ay\rightarrow(II)$$

Solución: por sustitución.

$$(I)\Rightarrow bx+ay=2ab\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow x=\left(\frac{a}{b}\right)\cdot y\rightarrow(IV)$$
$$(III)\Rightarrow b\cdot\left(\frac{a}{b}\right)\cdot y+ay=2ab\Rightarrow 2ay=2ab\Rightarrow y=b;$$
$$(IV)\Rightarrow x=\left(\frac{a}{b}\right)\cdot b=a\Rightarrow\Re=(a;b)$$

15.-
$$x+y=2a\rightarrow(I)$$
$$bx+ay=a^2+b^2\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$a\cdot(I)\Rightarrow ax+ay=2a^2\rightarrow(III)\Rightarrow(III)-(II)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow(a-b)\cdot x=2a^2-a^2-b^2=a^2-b^2\Rightarrow(a+b)\cdot(a-b)\Rightarrow x=a+b;$$
$$(I)\Rightarrow x+y=2a\Rightarrow(a+b)+y=2a\Rightarrow y=a-b\Rightarrow\Re=\left[(a+b);(a-b)\right]$$

16.-

$$m \cdot (x+y) + n \cdot (x-y) = 1 \rightarrow (I)$$
$$m(x-y) + n \cdot (x+y) = 1 \rightarrow (II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I) \Rightarrow (m+n) \cdot x + (m-n) \cdot y = 1 \rightarrow (III)$$
$$(II) \Rightarrow (m+n) \cdot x - (m-n) \cdot y = 1 \rightarrow (IV)$$
$$(III) + (IV) \Rightarrow 2 \cdot (m+n) \cdot x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{m+n};$$
$$(I) \Rightarrow (m+n) \cdot \frac{1}{(m+n)} + (m-n) \cdot y = 1 \Rightarrow 1 + (m-n) \cdot y = 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (m-n) \cdot y = 0 \Rightarrow y = 0; \Rightarrow \Re = \left(\frac{1}{m+n}; 0 \right)$$

17.-

$$m \cdot (x+y) + n \cdot (x-y) = 2a^2 + 2b^2 \rightarrow (I)$$
$$m \cdot (x-y) + n \cdot (x+y) = 4ab \rightarrow (II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I) \Rightarrow (m+n) \cdot x + (m-n) \cdot y = 2m^2 + 2n^2 \rightarrow (III)$$
$$(II) \Rightarrow (m+n) \cdot x - (m-n) \cdot y = 4mn \rightarrow (IV)$$
$$(III) + (IV) \Rightarrow 2 \cdot (m+n) \cdot x = 2 \cdot (m^2 + n^2 + 2mn) = 2 \cdot (m+n)^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x = \frac{(m+n)^2}{m+n} \Rightarrow x = m+n;$$
$$(I) \Rightarrow (m+n) \cdot (m+n) + (m-n) \cdot y = 2m^2 + 2n^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow m^2 + n^2 + 2mn + (m-n) \cdot y = 2m^2 + 2n^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (m-n) \cdot y = m^2 + n^2 - 2mn = (m-n)^2 \Rightarrow y = m-n \Rightarrow \Re = [(m+n); (m-n)]$$

18.-

$$\frac{x-a}{b} + \frac{y-b}{a} = 0 \rightarrow (I)$$
$$\frac{x+y-b}{a} + \frac{x-y-a}{b} = 0 \rightarrow (II)$$

Solución: Por reducción.

$(I) \Rightarrow ax - a^2 + by - b^2 = 0 \Rightarrow ax + by = a^2 + b^2 \rightarrow (III)$

$(II) \Rightarrow bx + by - b^2 + ax - ay - a^2 = 0 \Rightarrow (a+b)\cdot x - (a-b)\cdot y = a^2 + b^2 \rightarrow (IV)$

$(a+b)\cdot(III) \Rightarrow a\cdot(a+b)\cdot x + b(a+b)\cdot y = (a+b)\cdot(a^2+b^2) \rightarrow (V)$

$a\cdot(IV) \Rightarrow a\cdot(a+b)\cdot x - a\cdot(a-b)\cdot y = a\cdot(a^2+b^2) \rightarrow (VI)$

$(V)-(VI) \Rightarrow [b\cdot(a+b)+a(a-b)]\cdot y = (a^2+b^2)\cdot b$

$\Rightarrow (b^2+a^2)\cdot y = (a^2+b^2)\cdot b \Rightarrow y = b;$

$(III) \Rightarrow ax + by = a^2 + b^2 \Rightarrow ax + b^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow ax = a^2 \Rightarrow x = a \Rightarrow \Re = (a;b)$

19.-

$$\frac{x-2}{a^2+2a+1} + \frac{y+2}{a^2-2a+1} = \frac{2a}{a^2-1} \rightarrow (I)$$
$$x + y = 2a \rightarrow (II)$$

Solución: Por sustitución.

$(II) \Rightarrow x = 2a - y \rightarrow (III); (I) \Rightarrow \dfrac{x-2}{(a+1)^2} + \dfrac{y+2}{(a-1)^2} = \dfrac{2a}{(a+1)\cdot(a-1)} \Rightarrow$

$\Rightarrow (x-2)\cdot(a-1)^2 + (y+2)\cdot(a+1)^2 = 2a\cdot(a^2-1) \Rightarrow$

$\Rightarrow (a-1)^2\cdot x + (a+1)^2\cdot y = 2a^3 - 2a + 2\cdot(a-1)^2 - 2\cdot(a+1)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow (a-1)^2\cdot x + (a+1)^2\cdot y = 2a^3 - 2a + 2a^2 - 4a + 2 - 2a^2 - 4a - 2 = 2a^3 - -10a \rightarrow (IV) \Rightarrow$

$\Rightarrow (III) \Leftrightarrow (IV) \Rightarrow (a-1)^2\cdot(2a-y) + (a+1)^2\cdot y = 2a^3 - 10a \Rightarrow$

$\Rightarrow (a^2-2a+1)\cdot 2a + \left[(a+1)^2 - (a-1)^2\right]\cdot y = 2a^3 - 10a \Rightarrow$

$\Rightarrow (2a^3 - 4a^2 + 2a) + (a^2 + 2a + 1 - a^2 + 2a - 1)\cdot y = 2a^3 - 2a \Rightarrow$

$\Rightarrow 4ay = 4a^2 - 12a \Rightarrow y = \dfrac{4a^2-12a}{4a} = a - 3;$

$\Rightarrow (III) \Rightarrow x = 2a - y = 2a - (a-3) = a + 3 \Rightarrow \Re = [(a+3);(a-3)]$

20.-

$$\frac{x}{m+n} + \frac{y}{m-n} = 2m \rightarrow (I)$$
$$\frac{x-y}{2mn} = \frac{x+y}{m^2+n^2} \rightarrow (II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I) \Rightarrow (m-n)\cdot x + (m+n)y = 2m\cdot(m^2-n^2) \to (III)$$
$$(II) \Rightarrow (x-y)\cdot(m^2+n^2) = 2mn\cdot(x+y) \Rightarrow (m^2+n^2-2mn)\cdot x - (m^2+n^2+2mn)\cdot y = 0$$
$$\Rightarrow (m-n)^2\cdot x - (m+n)^2\cdot y = 0 \to (IV)$$
$$(m+n)\cdot(III) \Rightarrow (m^2-n^2)\cdot x + (m+n)^2\cdot y = 2m\cdot(m^2-n^2)\cdot(m+n) \to (V) \Rightarrow$$
$$(IV)+(V) \Rightarrow \left[(m-n)^2 + (m^2-n^2)\right]\cdot x = 2m\cdot(m^2-n^2)\cdot(m+n) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left[m^2+n^2-2mn+m^2-n^2\right]\cdot x = 2m\cdot(m+n)^2\cdot(m-n) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (2m^2-2mn)\cdot x = 2m\cdot(m-n)\cdot x = 2m\cdot(m+n)^2\cdot(m-n) \Rightarrow x = (m+n)^2;$$
$$(III) \Rightarrow (m-n)\cdot x + (m+n)\cdot y = 2m\cdot(m^2-n^2) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (m-n)\cdot(m+n)^2 + (m+n)\cdot y = 2m\cdot(m^2-n^2) \Rightarrow (m^2-n^2) + y = 2m^2-2mn \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y = 2m^2-2mn-m^2+n^2 = m^2+n^2-2mn = (m-n)^2 \Rightarrow \Re = \left[(m+n)^2;(m-n)^2\right]$$

21.-

$$ax+by=a^3 \to (I)$$
$$bx+ay=b^3 \to (II)$$

Solución: Por reducción.

$$b\cdot(I) \Rightarrow abx+b^2y = a^3b \to (III)$$
$$a\cdot(II) \Rightarrow abx+a^2y = ab^3 \to (IV)$$
$$(IV)-(III) \Rightarrow (a^2-b^2)\cdot y = ab(b^2-a^2) \Rightarrow y = -ab$$
$$(I) \Rightarrow ax+by=a^3 \Rightarrow ax+b\cdot(-ab)=a^3 \Rightarrow ax-ab^2=a^3 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow ax = a^3+ab^2 = a\cdot(a^2+b^2) \Rightarrow x = a^2+b^2 \Rightarrow \Re = \left[(a^2+b^2);-ab\right]$$

22.-

$$ax+by=a^5 \to (I)$$
$$bx+ay=b^5 \to (II)$$

Solución: Por reducción.

$$b\cdot(I)\Rightarrow abx+b^2y=ba^5\rightarrow(III)$$
$$a\cdot(II)\Rightarrow abx+a^2y=ab^5\rightarrow(IV)$$
$$(IV)-(III)\Rightarrow\left(a^2-b^2\right)\cdot y=(ab)\cdot\left(b^4-a^4\right)=ab\cdot\left(b^2-a^2\right)\cdot\left(a^2+b^2\right)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow y=-ab\left(a^2+b^2\right);(I)\Rightarrow ax+by=a^5\Rightarrow ax+b\cdot\left[-ab\cdot\left(a^2+b^2\right)\right]=a^5\Rightarrow$$
$$\Rightarrow ax=a^5+a^3b^2+ab^4\Rightarrow x=a^4+a^2b^2+b^4\Rightarrow\Re=\left[\left(a^4+a^2b^2+b^4\right);-ab\cdot\left(a^2+b^2\right)\right]$$

23.;-

$$\frac{x-y}{a-b}-\frac{x}{a}=b\rightarrow(I)$$
$$\frac{x-y}{a+b}+\frac{y}{b}=a\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I)\Rightarrow a\cdot(x-y)-(a-b)\cdot x=ab\cdot(a-b)\Rightarrow bx-ay=ab\cdot(a-b)\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow b\cdot(x-y)+(a+b)\cdot y=ab\cdot(a+b)\Rightarrow bx+ay=ab\cdot(a+b)\rightarrow(IV)$$
$$(III)+(IV)\Rightarrow 2bx=ab\cdot\left[(a+b)+(a-b)\right]=2a^2b\Rightarrow x=\frac{2a^2b}{2b}=a^2;$$
$$(III)\Rightarrow bx-ay=ab\cdot(a-b)\Rightarrow b\cdot a^2-ay=ab\cdot(a-b)=a^2b-ab^2\Rightarrow$$
$$\Rightarrow -ay=-ab^2\Rightarrow y=b^2\Rightarrow\Re=\left(a^2;b^2\right)$$

24.-

$$\frac{x-1}{y}=\frac{a+b}{a+b}\rightarrow(I)$$
$$\frac{1-y}{x}=\frac{a-b}{a+b}\rightarrow(II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I)\Rightarrow(x-1)\cdot(a-b)=(a+b)\cdot y\Rightarrow(a-b)\cdot x-(a+b)\cdot y=(a-b)\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow(a+b)\cdot(1-y)=(a-b)\cdot x\Rightarrow-(a-b)\cdot x-(a+b)\cdot y=-(a+b)\rightarrow(IV)$$
$$(III)+(IV)\Rightarrow-2\cdot(a+b)\cdot y=-2b\Rightarrow y=\frac{b}{a+b};$$
$$(III)\Rightarrow(a-b)\cdot x-(a+b)\cdot\frac{b}{(a+b)}=(a-b)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow(a-b)\cdot x-b=(a-b)\Rightarrow x=\frac{a}{a-b}\Rightarrow\Re=\left[\left(\frac{a}{a-b}\right);\left(\frac{b}{a+b}\right)\right]$$

25.-

$$\frac{x}{a}-\frac{y}{a+b}=\frac{a}{a+b}\rightarrow(I)$$
$$\frac{x}{a-b}-\frac{y}{b}=\frac{b}{a-b}\rightarrow(II)$$

Solución: por reducción.

$$(I)\Rightarrow(a+b)\cdot x-ay=a^2\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow bx-(a-b)\cdot y=b^2\rightarrow(IV)$$

$$(a-b)\cdot(I)\Rightarrow(a^2-b^2)\cdot x-a\cdot(a-b)\cdot y=a^2\cdot(a-b)\rightarrow(V)$$
$$a\cdot(IV)\Rightarrow ab\cdot x-a\cdot(a-b)\cdot y=ab^2\rightarrow(VI)$$
$$(V)-(VI)\Rightarrow(a^2-b^2-ab)\cdot x=a^2\cdot(a-b)-ab^2=a\cdot(a^2-b^2-ab)\Rightarrow x=a;$$
$$(III)\Rightarrow(a+b)\cdot x-ay=a^2\Rightarrow(a+b)\cdot a-ay=a^2\Rightarrow ab=ay\Rightarrow y=b;$$
$$\Re=(a;b)$$

26.-

$$x+y=a\rightarrow(I)$$
$$\frac{x}{ab+b^2}+\frac{x+y}{a^2-ab}=\frac{a}{ab-b^2}\rightarrow(II)$$

Solución: Por sustitución.

$$(I) \Rightarrow x = a - y \to (III)$$

$$(II) \Rightarrow \frac{x}{b\cdot(a+b)} + \frac{x+y}{a\cdot(a-b)} = \frac{a}{b\cdot(a-b)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ab\cdot(a^2-b^2)\cdot(II) \Rightarrow a\cdot(a-b)\cdot x + b\cdot(a+b)\cdot(x+y) = a^2\cdot(a+b) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a^2-ab)\cdot x + (ab+b^2)\cdot x + (ab+b^2)\cdot y = a^2\cdot(a+b) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a^2+b^2)\cdot x + (ab+b^2)\cdot y = a^2\cdot(a+b) \to (IV)$$

$$(III) \Leftrightarrow (IV) \Rightarrow (a^2+b^2)\cdot(a-y) + (ab+b^2)\cdot y = a^2\cdot(a+b) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a\cdot(a^2+b^2) + \left[(ab+b^2) - (a^2+b^2)\right]\cdot y = a^2\cdot(a+b) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (ab-a^2)\cdot y = a^2\cdot(a+b) - a\cdot(a^2+b^2) = a^3 + a^2b - a^3 - ab^2 = ab\cdot(a-b) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -a\cdot(a-b)\cdot y = ab\cdot(a-b) \Rightarrow y = -b; (III) \Rightarrow x = a - y = a - (-b) = a + b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Re = \left[(a+b);(-b)\right]$$

27.-

$$\frac{x}{a^2+b^2} + \frac{y}{a^2-b^2} = 2 \to (I)$$

$$\frac{x+y}{x-y} = \frac{a^2}{b^2} \to (II)$$

Solución: Por reducción.

$$(I) \Rightarrow (a^2-b^2)\cdot x + (a^2+b^2)\cdot y = 2(a^4-b^4) \to (III)$$

$$(II) \Rightarrow b^2\cdot(x+y) = a^2\cdot(x-y) \Rightarrow -(a^2-b^2)\cdot x + (a^2+b^2)\cdot y = 0 (IV)$$

$$(III) + (IV) \Rightarrow 2\cdot(a^2+b^2)\cdot y = 2\cdot(a^2+b^2)\cdot(a^2-b^2) \Rightarrow y = a^2 - b^2;$$

$$(III) \Rightarrow (a^2-b^2)\cdot x + (a^2+b^2)\cdot(a^2-b^2) = 2(a^4-b^4) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a^2-b^2)\cdot x = 2\cdot(a^4-b^4) - (a^4-b^4) = a^4 - b^4 = (a^2+b^2)\cdot(a^2-b^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = a^2 + b^2 \Rightarrow \Re = \left[(a^2+b^2);(a^2-b^2)\right]$$

28.-

$$\frac{x}{a-b} - \frac{y}{a+b} = 2ab \to (I)$$

$$\frac{x+y}{a^3} + \frac{x-y}{b^3} = 0 \to (II)$$

Solución: Por reducción.

Recordar que: $a^3+b^3=(a+b)\cdot(a^2-ab+b^2)$

Luego:

$$(I)\Rightarrow(a+b)\cdot x-(a-b)\cdot y=2ab\cdot(a^2-b^2)\rightarrow(III)$$

$$(II)\Rightarrow b^3\cdot(x+y)+a^3\cdot(x-y)=(a^3+b^3)\cdot x-(a^3-b^3)\cdot y=0\rightarrow(IV)$$

$$(a^2-ab+b^2)\cdot(I)\Rightarrow(a+b)\cdot(a^2-ab+b^2)\cdot x+(b-a)\cdot(a^2-ab+b^2)\cdot y=$$

$$=2ab\cdot(a+b)\cdot(a-b)\cdot(a^2-ab+b^2)\rightarrow(V)$$

$$(V)-(IV)\Rightarrow\left[(b-a)\cdot(a^2-ab+b^2)+(a^3-b^3)\right]\cdot y=2ab\cdot(a-b)\cdot(a^3+b^3)$$

$$\Rightarrow(a^2b-ab^2+b^3-a^3+a^2b-ab^2+a^3-b^3)\cdot y=2ab\cdot(a-b)\cdot(a^3+b^3)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow(2a^2b-2ab^2)\cdot y=2ab\cdot(a-b)\cdot y=2ab\cdot(a-b)\cdot(a^3+b^3)\Rightarrow y=a^3+b^3;$$

$$(IV)\Rightarrow(a^3+b^3)\cdot x-(a^3-b^3)\cdot y=0\Rightarrow x=\frac{(a^3-b^3)\cdot(a^3+b^3)}{(a^3+b^3)}=a^3-b^3\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\Re=\left[(a^3-b^3);(a^3+b^3)\right]$$

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #85.

Tema: Sistemas de ecuaciones con las incógnitas en el denominador (Hoffmann 3r. año).

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

La solución de un sistema de ecuaciones lineales consiste en encontrar las coordenadas del punto de cruce de las líneas rectas que son la representación gráfica de las ecuaciones dadas.

Mediante un simple cambio de variables podemos ahorrar la tarea de eliminar denominadores:

Ejemplo #1:

$$\frac{1}{y}=\frac{3}{x}+2\rightarrow(I)$$

$$\frac{2}{x}+3=\frac{1}{y}\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{x}=a;\frac{1}{y}=b$$

$(I) \Rightarrow b = 3a + 2 \rightarrow (III)$

$(II) \Rightarrow 2a + 3 = b \rightarrow (IV) \Rightarrow 3a + 2 = 2a + 3 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow (I) b = 3 \cdot (1) + 2 = 5 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{x} = a \Rightarrow x = 1; \frac{1}{y} = b \Rightarrow y = \frac{1}{5} \Rightarrow \Re = \left(1; \frac{1}{5}\right).$

Ejemplo #2:

$$\frac{6}{x+2y-2} + \frac{10}{2x+3y+2} = 5 \rightarrow (I)$$

$$\frac{4}{x+2y-2} - \frac{15}{2x+3y+2} = 1 \rightarrow (II)$$

Solución:

El cambio de variables es:

$$\frac{1}{x+2y-2} = a; \frac{1}{2x+3y+2} = b.$$

Con los cambios mencionados las ecuaciones originales se transforman en:

$$(I) \Rightarrow 6a + 10b = 5 \rightarrow (III)$$

$$(II) \Rightarrow 4a - 15b = -1 \rightarrow (IV)$$

Luego:

$$3 \cdot (III) \Rightarrow 18a + 30b = 15 \rightarrow (V)$$

$$2 \cdot (IV) \Rightarrow 8a - 30b = -2 \rightarrow (VI)$$

$$(V) + (VI) \Rightarrow 26a = 13 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Leftrightarrow (III) \Rightarrow 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 10b = 5 \Rightarrow b = \frac{1}{5}$$

Entonces:

$$\frac{1}{x+2y-2} = \frac{1}{2} \Rightarrow x + 2y - 2 = 2 \Rightarrow x + 2y = 4 \rightarrow (VII)$$

$$\frac{1}{2x+3y+2} = \frac{1}{5} \Rightarrow 2x + 3y + 2 = 5 \Rightarrow 2x + 3y = 3 \rightarrow (VIII)$$

Ahora se resolverá el sistema de ecuaciones conformado por las ecuaciones lineales (VII) y (VIII):

$$(-2)\cdot(VII)\Rightarrow -2x-4y=-8\rightarrow(IX)\Rightarrow$$
$$(IX)+(VIII)\Rightarrow -y=-5\Rightarrow y=5\Rightarrow(VII)\Rightarrow x+2y=4\Rightarrow$$
$$\Rightarrow x+2\cdot(5)=4\Rightarrow x=-6\Rightarrow \Re=(-6;5)$$

PREGUNTAS:

Ejercicio 61. Resolver los siguientes sistemas con las incógnitas en el denominador.

1.-

$$\frac{1}{x}+\frac{6}{y}=16\rightarrow(I)$$
$$\frac{2}{x}-\frac{5}{y}=\frac{13}{2}\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{x}=a;\frac{1}{y}=b\Rightarrow$$
$$\Rightarrow(I)\Rightarrow a+6b=16\rightarrow(III)$$
$$\Rightarrow(II)\Rightarrow 2a-5b=\frac{13}{2}\Rightarrow 4a-10b=13\rightarrow(IV);$$
$$(-4)\cdot(I)\Rightarrow -4a-24b=-64\rightarrow(V)$$
$$(IV)+(V)\Rightarrow -34b=-51\Rightarrow b=\frac{3}{2}\Rightarrow y=\frac{2}{3};$$
$$(III)\Rightarrow a+6b=16\Rightarrow a+6\cdot\left(\frac{3}{2}\right)=16\Rightarrow a+9=16\Rightarrow a=7\Rightarrow x=\frac{1}{7};$$
$$\Re=\left(\frac{1}{7};\frac{2}{3}\right)$$

2.-
$$\frac{2}{x}+\frac{3}{y}=3\rightarrow(I)$$
$$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=-\frac{1}{6}\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{x}=a;\frac{1}{y}=b\Rightarrow$$

$$(I)\Rightarrow 2a+3b=3\rightarrow(III)$$

$$(II)\Rightarrow a-b=-\frac{1}{6}\Rightarrow 6a-6b=-1\rightarrow(IV)$$

$$2\cdot(III)\Rightarrow 4a+6b=6\rightarrow(V)$$

$$(IV)+(V)\Rightarrow 10a=5\Rightarrow a=\frac{1}{2}\Rightarrow(III)\Rightarrow 2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)+3b=3\Rightarrow 3b=2\Rightarrow b=\frac{2}{3};$$

$$x=1\div\frac{1}{2}=2;y=1\div\frac{2}{3}=\frac{3}{2}\Rightarrow\Re=\left(2;\frac{3}{2}\right)$$

3.-

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{7}{3}\rightarrow(I)$$

$$\frac{6}{x}+\frac{1}{x}=0\rightarrow(II)$$

Solución: Por sustitución.

$$\frac{1}{x}=a;\frac{1}{y}=b\Rightarrow$$

$$(I)\Rightarrow a-b=\frac{7}{3}\Rightarrow 3a-3b=7\rightarrow(III)$$

$$(II)\Rightarrow 6a+b=0\rightarrow(IV)\Rightarrow b=-6a\Rightarrow(III)\Rightarrow 3a-3\cdot(-6a)=7\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3a+18a=7\Rightarrow a=\frac{7}{21}=\frac{1}{3}\Rightarrow(IV)\Rightarrow 6a+b=0\Rightarrow 6\cdot\left(\frac{1}{3}\right)+b=0\Rightarrow b=-2;$$

$$\Rightarrow x=\frac{1}{a}=3;y=-\frac{1}{2}\Rightarrow\Re=\left(3;-\frac{1}{2}\right)$$

4.-

$$\frac{5}{x}+\frac{2}{y}=\frac{7}{2}\rightarrow(I)$$

$$\frac{1}{x}+\frac{4}{y}=\frac{17}{5}\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{x}=a;\frac{1}{y}=b\Rightarrow$$

$$(I)\Rightarrow 5a+2y=\frac{7}{2}\Rightarrow 10a+4y=7\rightarrow(III)$$

$$(II)\Rightarrow a+4b=\frac{17}{5}\Rightarrow 5a+20b=17\rightarrow(IV)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot(IV)\Rightarrow 10a+40b=34\rightarrow(V)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow(V)-(IV)\Rightarrow 36b=27\Rightarrow b=\frac{3}{4}\Rightarrow(III)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10a+4\cdot\frac{3}{4}=7\Rightarrow 10a=4\Rightarrow a=\frac{2}{5};x=\frac{5}{2};y=\frac{4}{3}\Rightarrow\Re=\left(\frac{5}{2};\frac{4}{3}\right)$$

5.-

$$\frac{5}{3x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{3}\rightarrow(I)$$

$$\frac{1}{x}+\frac{3}{2y}=-\frac{2}{5}\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{x}=a;\frac{1}{y}=b\Rightarrow$$

$$(I)\Rightarrow\frac{5}{3}a+b=\frac{1}{3}\Rightarrow 5a+3b=1\rightarrow(III)$$

$$(II)\Rightarrow a+\frac{3}{2}b=-\frac{2}{5}\Rightarrow 10a+15b=-4\rightarrow(IV);$$

$$2\cdot(III)\Rightarrow 10a+6b=2\rightarrow(V)\Rightarrow(V)-(IV)\Rightarrow -9b=6\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3b=2\Rightarrow b=-\frac{2}{3}\Rightarrow y=-\frac{3}{2};$$

$$\Rightarrow(III)\Rightarrow 5a+3\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)=1\Rightarrow 5a=3\Rightarrow a=\frac{3}{5}\Rightarrow x=\frac{5}{3}\Rightarrow\Re=\left(\frac{5}{3};-\frac{3}{2}\right)$$

6.-

$$\frac{2}{x}+\frac{7}{y}==-2,4\rightarrow(I)$$

$$\frac{3}{x}+\frac{5}{y}=2,5\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{x}=a;\frac{1}{y}=b\Rightarrow$$

$$\left(I\right)\Rightarrow 2a+7b=-2,4\rightarrow\left(III\right)\Rightarrow a=\frac{-2,4-7b}{2}$$

$$\left(II\right)\Rightarrow 3a+5b=2,5\rightarrow\left(IV\right)\Rightarrow a=\frac{2,5-5b}{3}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{-2,4-7b}{2}=\frac{2,5-5b}{3}\Rightarrow -7,2-21b=5-10b\Rightarrow 11b=-12,2\Rightarrow b=-\frac{12,2}{11}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow y=-\frac{11}{12,2}\Rightarrow\left(IV\right)\Rightarrow 3a+5b=2,5\Rightarrow 3a+5\cdot\left(-\frac{11}{12,2}\right)=2,5\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 36,6a-55=30,5\Rightarrow 36,6a=85,5\Rightarrow a=\frac{85,5}{36,6}=2,333\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=0,428;y=-0,901\Rightarrow\Re=\left(0,428;-0,901\right)$$

7.-

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1,7\rightarrow\left(I\right)$$

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=0,3\rightarrow\left(II\right)$$

Solución:

$$\frac{1}{x}=a;\frac{1}{y}=b\Rightarrow$$

$$a+b=1,7\rightarrow\left(III\right)$$

$$a-b=0,3\rightarrow\left(IV\right)$$

$$\left(III\right)+\left(IV\right)=2a=2\Rightarrow a=1\Rightarrow x=1;$$

$$\left(III\right)\Rightarrow 1+b=1,7\Rightarrow b=0,7\Rightarrow y=\frac{1}{0,7}=1,42857\Rightarrow\Re=\left(1;1,42857\right)=\left(1;\frac{10}{7}\right)$$

8.-

$$8x-\frac{3}{y}=1\rightarrow\left(I\right)$$

$$\frac{x}{2}+\frac{2}{y}=11\rightarrow\left(II\right)$$

Solución:

$(I) \Rightarrow 8xy - 3 = y \Rightarrow xy = \dfrac{y+3}{8}$

$(II) \Rightarrow xy + 4 = 22y \Rightarrow xy = 22y - 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow 22y - 4 = \dfrac{y+3}{8} \Rightarrow 176y - 32 = y + 3 \Rightarrow 175y = 35 \Rightarrow y = \dfrac{1}{5};$

$(I) \Rightarrow 8x - \dfrac{3}{y} = 1 \Rightarrow 8x - 15 = 1 \Rightarrow 8x = 16 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \Re = \left(2; \dfrac{1}{5}\right)$

9.-

$\dfrac{8}{x} + 2y = -1 \rightarrow (I)$

$\dfrac{5}{x} + \dfrac{y}{2} = -1 \rightarrow (II)$

Solución:

$(I) \Rightarrow 8 + 2xy = -x \Rightarrow 2xy = -x - 8 \Rightarrow xy = \dfrac{-x-8}{2}$

$(II) \Rightarrow 10 + xy = -2x \Rightarrow xy = -2x - 10 \Rightarrow$

$-2x - 10 = \dfrac{-x-8}{2} \Rightarrow 4x + 20 = x + 8 \Rightarrow 3x = -12 \Rightarrow x = -4;$

$(I) \Rightarrow 8 + 2xy = -x \Rightarrow 8 - 8y = 4 \Rightarrow -8y = -4 \Rightarrow y = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \Re = \left(-4; \dfrac{1}{2}\right)$

10.-

$5x + \dfrac{2}{y} = 1 \rightarrow (I)$

$2x - \dfrac{4}{5y} = 2 \rightarrow (II)$

Solución:

$(I) \Rightarrow 5xy + 2 = y \Rightarrow 5xy = y - 2 \Rightarrow xy = \dfrac{y-2}{5}$

$(II) \Rightarrow 10xy - 4 = 10y \Rightarrow xy = \dfrac{10y+4}{10} \Leftrightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{10y+4}{10} = \dfrac{y-2}{5} \Rightarrow 10y + 4 = 2y - 4 \Rightarrow 8y = -8 \Rightarrow y = -1;$

$(I) \Rightarrow 5xy + 2 = y \Rightarrow -5x + 2 = -1 \Rightarrow -5x = -3 \Rightarrow x = \dfrac{3}{5} \Rightarrow \Re = \left(\dfrac{3}{5}; -1\right)$

11.-

$$\frac{7}{x} + y = -0,1 \rightarrow (I)$$

$$\frac{11}{3x} + 2y = 2,9 \rightarrow (II)$$

Solución:

$$(I) \Rightarrow 7 + xy = -0,1x \Rightarrow xy = -0,1x - 7$$

$$(II) \Rightarrow 11 + 6xy = 8,7x \Rightarrow xy = \frac{8,7x - 11}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{8,7x - 11}{6} = -0,1x - 7 \Rightarrow 8,7x - 11 = -0,6x - 42 \Rightarrow 9,3x = -31 \Rightarrow x = -\frac{31}{9,3} = -3,333;$$

$$(I) \Rightarrow 7 + xy = -0,1x \Rightarrow 7 - 3,333y = -0,333 \Rightarrow 3,333y = 7,333 \Rightarrow y = 2,2 \Rightarrow$$

$$\Re = (-3,333; 2,2)$$

12.-

$$\frac{3}{7x} - \frac{7}{5y} = -\frac{5}{2} \rightarrow (I)$$

$$\frac{2}{x} - \frac{2}{3y} = 3 \rightarrow (II)$$

Solución:

$$\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b \Rightarrow$$

$$(I) \Rightarrow \frac{3}{7}a - \frac{7}{5}b = -\frac{5}{2} \Rightarrow 15a - 49b = -\frac{175}{2} \Rightarrow 30a - 98b = -175 \rightarrow (III)$$

$$(II) \Rightarrow 2a - \frac{2}{3}b = 3 \Rightarrow 6a - 2b = 9 \rightarrow (IV) \Rightarrow$$

$$5 \cdot (IV) = 30a - 10b = 45 \rightarrow (V) \Rightarrow (V) - (III) \Rightarrow 88b = 220 \Rightarrow b = \frac{55}{22} = \frac{5}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (IV) \Rightarrow 6a - 2b = 9 \Rightarrow 6a - 2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right) = 9 \Rightarrow 6a = 14 \Rightarrow a = \frac{7}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{7}; y = \frac{2}{5} \Rightarrow \Re = \left(\frac{3}{7}; \frac{2}{5}\right)$$

13.-

$$\frac{2}{3x}-\frac{3}{7y}==-0,3\rightarrow(I)$$
$$\frac{3}{2x}-\frac{3}{5y}=-1,1\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{x}=a;\frac{1}{y}=b\Rightarrow$$
$$(I)\Rightarrow\frac{2}{3}a-\frac{3}{7}y=-0,3\Rightarrow 14a-9y=-6,3\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow\frac{3}{2}a-\frac{3}{5}b=-1,1\Rightarrow 15a-6b=-11\rightarrow(IV)\Rightarrow$$
$$2\cdot(III)\Rightarrow 28a-18b=-12,6\rightarrow(V)$$
$$3\cdot(IV)\Rightarrow 45a-18a=-33\rightarrow(VI)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow(VI)-(V)\Rightarrow 17a=-20,4\Rightarrow a=-\frac{20,4}{17}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow(IV)\Rightarrow 15\cdot\left(-\frac{20,4}{17}\right)-6b=-11\Rightarrow -306-102b=-187\Rightarrow$$
$$\Rightarrow -102b=119\Rightarrow b=-\frac{119}{102}\Rightarrow x=-\frac{102}{119};y=-\frac{17}{20,4}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\Re=\left(-\frac{102}{119};-\frac{17}{20,4}\right)\approx\Re=\left(-\frac{5}{6};-\frac{6}{7}\right)$$

14.-

$$\frac{1}{x+y}+\frac{1}{x-y}=\frac{10}{21}\rightarrow(I)$$
$$\frac{7}{x+y}-\frac{9}{x-y}=-2\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{x+y}=a;\frac{1}{x-y}=b\Rightarrow$$

$$(I)\Rightarrow a+b=\frac{10}{21}\Rightarrow 21a+21b=10\rightarrow(III)$$

$$(II)\Rightarrow 7a-9b=-2\rightarrow(IV)\Rightarrow$$

$$3\cdot(IV)\Rightarrow 21a-27b=-6\rightarrow(V)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow(III)-(V)\Rightarrow 48b=16\Rightarrow b=\frac{1}{3};$$

$$(II)\Rightarrow 7a-9b=-2\Rightarrow 7a-9\cdot\left(\frac{1}{3}\right)=-2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7a-3=-2\Rightarrow 7a=1\Rightarrow a=\frac{1}{7}.$$

$$x+y=7\rightarrow(VI);x-y=3\rightarrow(VII)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow(VI)+(VII)\Rightarrow 2x=10\Rightarrow x=5\Rightarrow y=2\Rightarrow\Re=(5;2)$$

15.-

$$\frac{10}{3x+2y}+\frac{3}{2x+3y-1}=-1\rightarrow(I)$$

$$\frac{7}{3x+2y}+\frac{2}{2x+3y-1}=-\frac{3}{5}\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{3x+2y}=a;\frac{1}{2x+3y-1}=b\Rightarrow$$

$$(I)\Rightarrow 10a+3b=-1(III)$$

$$(II)\Rightarrow 7a+2b=-\frac{3}{5}\Rightarrow 35a+10b=-3\rightarrow(IV)$$

$$10\cdot(III)\Rightarrow 100a+30b=-10\rightarrow(V)$$

$$3\cdot(IV)\Rightarrow 105a+30b0-9\rightarrow(VI)$$

$$(VI)-(V)\Rightarrow 5a=1\Rightarrow a=\frac{1}{5};(IV)\Rightarrow$$

$$35\cdot\left(\frac{1}{5}\right)+10b=-3\Rightarrow 7+10b0-3\Rightarrow b=-1$$

$$3x+2y=5\Rightarrow 6x+4y=10\rightarrow(VI)$$

$$2x+3y-1=-1\Rightarrow 6x+9y=0\rightarrow(VII)$$

$(VII)-(VI) \Rightarrow -5y = 10 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow$

$3x + 2y = 5 \Rightarrow 3x - 4 = 5 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3;$

$\Re = (3;-2)$

16.-

$$\frac{3}{4x+3y+2} + \frac{4}{x+y} = 3 \rightarrow (I)$$

$$\frac{5}{4x+3y+2} - \frac{1}{x+y} = \frac{7}{6} \rightarrow (II)$$

Solución:

$$\frac{1}{4x+3y+2} = a; \frac{1}{x+y} = b \Rightarrow$$

$(I) \Rightarrow 3a + 4b = 3 \rightarrow (III)$

$(II) \Rightarrow 5a - b = \frac{7}{6} \Rightarrow 30a - 6b = 7 \rightarrow (IV)$

$10 \cdot (III) \Rightarrow 30a + 40b = 30 \rightarrow (V) \Rightarrow$

$(V)-(IV) \Rightarrow 46b = 23 \Rightarrow b = \frac{23}{46} = \frac{1}{2};$

$(III) \Rightarrow 3a + 4b = 3 \Rightarrow 3a + 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 3 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \Rightarrow$

$4x + 3y + 2 = 3 \Rightarrow 4x + 3y = 1 \rightarrow (VI)$

$x + y = 2 \Rightarrow 4x + 4y = 8 \rightarrow (VII) \Rightarrow$

$(VII)-(VI) \Rightarrow y = 7; x + y = 2 \Rightarrow x + 7 = 2 \Rightarrow x = -5 \Rightarrow$

$\Re = (-5;7)$

17.-

$$\frac{1}{x+y+1} + \frac{1}{x-y-1} = -\frac{8}{15} \rightarrow (I)$$

$$\frac{3}{x+y+1} + \frac{5}{x-y-1} = -4 \rightarrow (II)$$

Solución:

$$\frac{1}{x+y+1}=a;\frac{1}{x-y-1}=b\Rightarrow$$

$$(I)\Rightarrow a+b=-\frac{8}{15}\Rightarrow 15a+15b=-8\rightarrow(III)$$

$$(II)\Rightarrow 3a+5b=-4\rightarrow(IV)\Rightarrow 5\cdot(IV)\Rightarrow 15a+25b=-20\rightarrow(V)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow(V)-(IV)\Rightarrow 10b=-12\Rightarrow b=-\frac{6}{5}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow(II)\Rightarrow 3a+5b=-4\Rightarrow 3a+5\cdot\left(-\frac{6}{5}\right)=-4\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3a-6=-4\Rightarrow a=\frac{2}{3}\Rightarrow$$

$$x+y+1=-\frac{5}{6}\Rightarrow 6x+6y+6=-5\Rightarrow 6x+6y=-11\rightarrow(VI)$$

$$x-y-1=\frac{3}{2}\Rightarrow 2x-2y-2=3\Rightarrow 2x-2y=5\rightarrow(VII)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\cdot(VII)\Rightarrow 6x-6y=15\rightarrow(VIII)\Rightarrow$$

$$(VIII)+(VII)\Rightarrow 12x=4\Rightarrow x=\frac{1}{3}\Rightarrow 2x-2y=5\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)-2y=5\Rightarrow 2-6y=15\Rightarrow y=-\frac{13}{6}\Rightarrow\Re=\left(\frac{1}{3};-\frac{13}{6}\right)$$

18.-

$$\frac{5}{2x+y+1}=\frac{7}{6}+\frac{7}{2y-x}\rightarrow(I)$$

$$\frac{4}{2x+y+1}=\frac{6}{x-2y}+\frac{37}{21}\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{2x+y+1}=a;\frac{1}{2y-x}=b\Rightarrow$$

$$(I)\Rightarrow 5a=\frac{7}{6}+7b\Rightarrow 30a-42b=7\rightarrow(III)$$

$$(II)\Rightarrow 4a=-6b+\frac{37}{21}\Rightarrow 84a+126b=37\rightarrow(IV)$$

$$3\cdot(III)\Rightarrow 90a-126b=21\rightarrow(V)$$

$$(V)+(IV)\Rightarrow 174a=58\Rightarrow a=\frac{1}{3}\Rightarrow(III)\Rightarrow 30\cdot\left(\frac{1}{3}\right)-42b=7\Rightarrow -42b=-3\Rightarrow b=\frac{1}{14};$$

$$2x+y+1=3 \Rightarrow 2x+y=2 \Rightarrow 4x+2y=4 \to (VI)$$
$$2y-x=14 \to (VII) \Rightarrow (VII)-(VI) \Rightarrow -5x=10 \Rightarrow x=-2;$$
$$2x+y=2 \Rightarrow 2\cdot(-2)+y=2 \Rightarrow y=6 \Rightarrow \Re=(-2;6)$$

19.-

$$x+2y+\frac{5}{2x+3y}=-7 \to (I)$$
$$2\cdot(x+2y)=\frac{7}{2x+3y}+3 \to (II)$$

Solución:

$$x+2y=a;\frac{1}{2x+3y}=b \Rightarrow$$
$$(I) \Rightarrow a+5b=-7 \to (III)$$
$$(II) \Rightarrow 2a-7b=3 \to (IV)$$
$$2\cdot(III) \Rightarrow 2a+10b=-14(V)$$
$$(V)-(IV) \Rightarrow 17b=-17 \Rightarrow b=-1 \Rightarrow a+5\cdot(-1)=-7 \Rightarrow a=-2;$$
$$x+2y=-2 \to (VI) \to 2\cdot(VI) \Rightarrow 2x+4y=-4 \to (VII)$$
$$2x+3y=-1 \to (VIII) \Rightarrow (VII)-(VIII) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y=-3; 2x+3\cdot(-3)=-1 \Rightarrow x=4 \Rightarrow \Re=(4;-3)$$

20.-

$$\frac{5}{x-y}=\frac{3}{y-3x}-2 \to (I)$$
$$\frac{2}{y-x}=9-\frac{7}{3x-y} \to (II)$$

Solución:

$$\frac{1}{x-y}=a;\frac{1}{3x-y}=b\Rightarrow$$
$$(I)\Rightarrow 5a=-3b-2\Rightarrow 5a+3b=-2\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow -2a=9+7b\Rightarrow -2a+7b=9\rightarrow(IV)$$
$$2\cdot(III)\Rightarrow 10a+6b=-4\rightarrow(V)$$
$$5\cdot(IV)\Rightarrow -10a+35b=45\Rightarrow(VI);$$
$$(VI)+(V)\Rightarrow 41b=41\Rightarrow b=1\Rightarrow(III)\Rightarrow 5a+3\cdot(1)=-2\Rightarrow 5a=-5\Rightarrow a=-1;$$
$$x-y=-1\rightarrow(VII)$$
$$3x-y=1\rightarrow(VIII)\Rightarrow(VIII)-(VII)\Rightarrow 2x=2\Rightarrow x=1;$$
$$3\cdot(1)-y=1\Rightarrow y=2\Rightarrow\Re=(1;2)$$

21.-
$$\frac{5m}{x}-\frac{2n}{y}=7\rightarrow(I)$$
$$\frac{3m}{x}+\frac{n}{y}=2\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{x}=a;\frac{1}{y}=b\Rightarrow$$
$$(I)\Rightarrow 5ma-2nb=7\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow 3ma+nb=2\rightarrow(IV)\Rightarrow 2\cdot(IV)\Rightarrow 6ma+2nb=4\rightarrow(V);$$
$$(III)+(V)\Rightarrow 11ma=11\Rightarrow a=\frac{1}{m}\Rightarrow x=m;$$
$$(I)\Rightarrow 5m\cdot\left(\frac{1}{m}\right)-2nb=7\Rightarrow b=-\frac{1}{n}\Rightarrow y=-n\Rightarrow\Re=(m;-n)$$

22.-
$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=a\rightarrow(I)$$
$$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=b\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{x}=c;\frac{1}{y}=d\Rightarrow$$

$$(I)\Rightarrow c+d=a\rightarrow(III)$$

$$(II)\Rightarrow c-d=b\rightarrow(IV)\Rightarrow(III)+(IV)\Rightarrow 2c=a+b\Rightarrow c=\frac{a+b}{2};$$

$$(III)\Rightarrow\frac{a+b}{2}+d=b\Rightarrow d=b-\frac{(a+b)}{2}=\frac{2a-a-b}{2}=\frac{a-b}{2}\Rightarrow$$

$$x=\frac{2}{a+b};y=\frac{2}{a-b}\Rightarrow\Re=\left[\left(\frac{2}{a+b}\right);\left(\frac{2}{a-b}\right)\right]$$

23.-

$$\frac{2a}{bx}-\frac{3b}{ay}=\frac{a-b}{ab}\rightarrow(I)$$

$$\frac{a}{3bx}-\frac{b}{ay}=\frac{a-2b}{6ab}\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{x}=c;\frac{1}{y}=d\Rightarrow$$

$$(I)\Rightarrow\frac{2a}{b}\cdot c-\frac{3b}{a}\cdot d=\frac{a-b}{ab}\Rightarrow 2a^2\cdot c-3b^2\cdot d=(a-b)\rightarrow(III)$$

$$(II)\Rightarrow\frac{a}{3b}\cdot c-\frac{b}{a}\cdot d=\frac{a-2b}{6ab}\Rightarrow a^2\cdot c-3b^2\cdot d=\frac{a-2b}{2}\rightarrow(IV)$$

$$(III)-(IV)\Rightarrow a^2\cdot c=(a-b)-\frac{(a-2b)}{2}=\frac{2a-2b-a+2b}{2}=\frac{a}{2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow c=\frac{1}{2a}\Rightarrow x=2a\Rightarrow(III)\Rightarrow 2a^2\cdot\left(\frac{1}{2a}\right)-3b^2\cdot d=(a-b)\Rightarrow a-3b^2\cdot d=a-b\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3b^2\cdot d=-b\Rightarrow d=\frac{1}{3b}\Rightarrow y=3b\Rightarrow\Re=(2a;3b)$$

24.-

$$\frac{1}{x}+a=\frac{1}{y}+1\rightarrow(I)$$

$$\frac{1}{x}-a=1-\frac{1}{y}\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{x}=c;\frac{1}{y}=d\Rightarrow$$
$$(I)\Rightarrow c+a=d+1\Rightarrow c-d=1-a\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow c-a=1-d\Rightarrow c+d=1+a\rightarrow(IV)$$
$$(III)+(IV)\Rightarrow 2c=2\Rightarrow c=1\Rightarrow x=1;\Rightarrow$$
$$\Rightarrow(III)\Rightarrow c-d=1-a\Rightarrow 1-d=1-a\Rightarrow d=a\Rightarrow y=\frac{1}{a}\Rightarrow\Re=\left(1;\frac{1}{a}\right)$$

25.-
$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{a+b}{ab}\rightarrow(I)$$
$$\frac{a}{x}=\frac{b}{y}\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{x}=c;\frac{1}{y}=d\Rightarrow$$
$$(I)\Rightarrow c+d=\frac{a+b}{ab}\rightarrow(III)$$
$$(II)\Rightarrow ac=bd\Rightarrow ac-bd=0\rightarrow(IV);$$
$$a\cdot(III)\Rightarrow ac+ad=\frac{a+b}{b}\rightarrow(V)\Rightarrow(V)-(IV)\Rightarrow ad+bd=\frac{a+b}{b}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow(a+b)\cdot d=\frac{a+b}{b}\Rightarrow d=\frac{1}{b}\Rightarrow y=b;$$
$$(III)\Rightarrow c+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{b}\Rightarrow c=\frac{a+b}{ab}-\frac{1}{b}\Rightarrow\frac{a+b-a}{ab}=\frac{1}{a}\Rightarrow x=a\Rightarrow\Re=(a;b)$$

26.-
$$\frac{a+b}{x}+\frac{a-b}{y}=2\rightarrow(I)$$
$$\frac{2a-b}{x}-\frac{2a+b}{y}=\frac{6ab}{b^2-a^2}\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{x}=v;\frac{1}{y}=w\Rightarrow(I)\Rightarrow(a+b)\cdot v+(a-b)\cdot w=2\rightarrow(III)$$

$$(II)\Rightarrow(2a-b)\cdot v-(2a+b)\cdot w=\frac{-6ab}{a^2-b^2}\rightarrow(IV)$$

$$(2a+b)\cdot(III)\Rightarrow(a+b)\cdot(2a+b)\cdot v+(a-b)\cdot(2a+b)\cdot w=2\cdot(2a+b)\rightarrow(V)$$

$$(a-b)\cdot(IV)\Rightarrow(a-b)\cdot(2a-b)\cdot v-(a-b)\cdot(2a+b)\cdot w=$$

$$=\frac{-6ab}{(a+b)\cdot(a-b)}\cdot(a-b)=-\frac{6ab}{a+b}\rightarrow(VI)$$

$$(V)+(VI)=\left[\left(2a^2+2ab+ab+b^2\right)+\left(2a^2-2ab-ab+b^2\right)\right]\cdot v=(4a+2b)-\frac{6ab}{(a+b)}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(4a^2+2b^2\right)\cdot v=\frac{(4a+2b)\cdot(a+b)-6ab}{a+b}=\frac{4a^2+4ab+2ab+2b^2-6ab}{a+b}=\frac{4a^2+2b^2}{a+b}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow v=\frac{1}{a+b}\Rightarrow x=a+b;$$

$$(III)\Rightarrow(a+b)\cdot v+(a-b)\cdot w=2\Rightarrow(a+b)\cdot\frac{1}{(a+b)}+(a-b)\cdot w=2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1+(a-b)\cdot w=2\Rightarrow w=\frac{1}{a-b}\Rightarrow y=a-b\Rightarrow\Re=\left[(a+b);(a-b)\right]$$

27.-

$$\frac{4a}{2x+y+b}=5\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{2b}{x-y-a}\right)\rightarrow(I)$$

$$\frac{2b}{2x+y+b}+\frac{5a}{x-y-a}=\frac{b^2-4a^2}{4ab}\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{2x+y+b}=v;\frac{1}{x-y-a}=w\Rightarrow$$

$$(I)\Rightarrow 4a\cdot v=\frac{5}{2}+10b\cdot w\Rightarrow 4a\cdot v-10b\cdot w=\frac{5}{2}\Rightarrow 8a\cdot v-20b\cdot w=5\rightarrow(III)$$

$$(II)\Rightarrow 2b\cdot v+5a\cdot w=\frac{b^2-4a^2}{4ab}\rightarrow(IV)$$

$$b.(III) \Rightarrow 8ab \cdot v - 20b^2 \cdot w = 5b \to (V)$$

$$4a \cdot (IV) \Rightarrow 8ab \cdot v + 20a^2 \cdot w = \frac{b^2 - 4a^2}{b} \to (VI)$$

$$(VI) - (V) \Rightarrow 20 \cdot (a^2 + b^2) \cdot w = \frac{b^2 - 4a^2}{b} - 5b \Rightarrow \frac{b^2 - 4a^2 - 5b^2}{b} = -\frac{4}{b} \cdot (a^2 + b^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w = -\frac{1}{5b} \Rightarrow (III) \Rightarrow (8a) \cdot v - (20b) \cdot w = 5 \Rightarrow (8a) \cdot v - (20b) \cdot \left(-\frac{1}{5b}\right) = 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (8a) \cdot v = 5 - 4 = 1 \Rightarrow v = \frac{1}{8a} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2x + y + b} = v \Rightarrow 2x + y + b = 8a \to (VII)$$

$$\frac{1}{x - y - a} = w \Rightarrow x - y - a = -5b \to (VIII)$$

$$(VII) + (VIII) \Rightarrow 3x = b - a = 8a - 5b \Rightarrow 3x = 9a - 6b \Rightarrow x = 3a - 2b;$$

$$(VII) \Rightarrow 2 \cdot (3a - 2b) + y + b = 8a \Rightarrow 6a - 4b + y + b = 8a \Rightarrow y = 2a + 3b.$$

$$\Re = \left[(3a - 2b); (2a + 3b)\right]$$

28.-

$$\frac{a \cdot (a + b)}{ax - by + a} + \frac{(a + b)^2}{x + y} = a + ab + b \to (I)$$

$$\frac{ab(a + b)}{ax - by + a} - \frac{(a + b)^2}{x + y} = b^2 \to (II)$$

Solución:

$$\frac{1}{ax - by + a} = v; \frac{1}{x + y} = w \Rightarrow$$

$$(I) \Rightarrow a \cdot (a + b) \cdot v + (a + b)^2 \cdot w = a + ab + b \to (III)$$

$$(II) \Rightarrow ab \cdot (a + b) \cdot v - (a + b)^2 \cdot w = b^2 \to (IV)$$

$$(III) + (IV) \Rightarrow \left[a \cdot (a + b) + ab \cdot (a + b)\right] \cdot v = a + ab + b + b^2 = (a + b) \cdot (1 + b) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[a \cdot (a + b) \cdot (1 + b)\right] \cdot v = (a + b) \cdot (1 + b) \Rightarrow v = \frac{1}{a};$$

$$(III) \Rightarrow a \cdot (a + b) \cdot \left(\frac{1}{a}\right) + (a + b)^2 \cdot w = a + ab + b \Rightarrow (a + b)^2 \cdot w = ab \Rightarrow w = \frac{ab}{(a + b)^2};$$

$$\frac{1}{ax-by+a}=v=\frac{1}{a}\Rightarrow ax-by+a=a\Rightarrow ax-by=0\rightarrow(VII)$$

$$\frac{1}{x+y}=w=\frac{ab}{(a+b)^2}\Rightarrow x+y=\frac{(a+b)^2}{ab}\rightarrow(VIII)\Rightarrow b\cdot(VIII)\Rightarrow bx+by=\frac{(a+b)^2}{a}\rightarrow(IX)$$

$$(IX)+(VII)\Rightarrow(a+b)\cdot x=\frac{(a+b)^2}{a}\Rightarrow x=\frac{(a+b)}{a};$$

$$(VII)\Rightarrow ax-by=0\Rightarrow a\cdot\left(\frac{a+b}{a}\right)=by\Rightarrow y=\frac{a+b}{b}\Rightarrow\Re=\left[\left(\frac{a+b}{a}\right);\left(\frac{a+b}{b}\right)\right]$$

29.-

$$\frac{3}{3x-2y-2}+(4x-3y-1)=-\frac{7}{2}\rightarrow(I)$$

$$3\cdot(3y-4x+1)=\frac{5}{2y-3x+2}-\frac{7}{2}\rightarrow(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{3x-2y-2}=v\Rightarrow\frac{1}{2y-3x+2}=-v;4x-3y-1=w\Rightarrow 3y-4x+1=-w\Rightarrow$$

$$(I)\Rightarrow 3v+w=-\frac{7}{2}\rightarrow(III)$$

$$(II)\Rightarrow -3w=-5v-\frac{7}{2}\Rightarrow 5v-3w=-\frac{7}{2}\rightarrow(IV)$$

$$3\cdot(I)\Rightarrow 9v+3w=-\frac{21}{2}\rightarrow(V)$$

$$(IV)+(V)\Rightarrow 14v=-\frac{28}{2}=-14\Rightarrow v=-1\Rightarrow(I)3\cdot(-1)+w=-\frac{7}{2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow w=-\frac{7}{2}+3=-\frac{1}{2};$$

$$3x-2y-2=-1\Rightarrow 3x-2y=1\Rightarrow 9x-6y=3\rightarrow(VI)$$

$$4x-3y-1=-\frac{1}{2}\Rightarrow 8x-6y-2=-1\Rightarrow 8x-6y=1\rightarrow(VII)$$

$$(VI)-(VII)\Rightarrow x=2\Rightarrow 3\cdot(2)-2y=1\Rightarrow y=\frac{5}{2}\Rightarrow\Re=\left(2;\frac{5}{2}\right)$$

30.-

$$\frac{5}{2x+6y}+\frac{2}{y-2x}=\frac{13}{12}\to(I)$$
$$\frac{7}{x+3y}+\frac{4}{6x-3y}=\frac{13}{6}\to(II)$$

Solución:

$$\frac{1}{x+3y}=v;\frac{1}{y-2x}=w\Rightarrow$$
$$(I)\Rightarrow\frac{5}{2\cdot(x+3y)}+\frac{2}{y-2x}=\frac{13}{12}\Rightarrow\frac{5}{2}\cdot v+2w=\frac{13}{12}\Rightarrow 30v+24w=13\to(III)$$
$$(II)\Rightarrow 7v-\frac{4}{3}\cdot w=\frac{13}{6}\Rightarrow 42v-8w=13\Rightarrow 126v-24w=39\to(IV)$$
$$(IV)+(III)\Rightarrow 156v=52\Rightarrow v=\frac{1}{3};$$
$$42v-8w=13\Rightarrow 42\cdot\left(\frac{1}{3}\right)-8w=13\Rightarrow 14-8w=13\Rightarrow w=\frac{1}{8}\Rightarrow$$
$$x+3y=\frac{1}{v}=3\Rightarrow 2x+6y=6\to(V);y-2x=\frac{1}{w}=8(VI)$$
$$(V)+(VI)\Rightarrow 7y=14\Rightarrow y=2;\Rightarrow x+3y=3\Rightarrow x+6=3\Rightarrow x=-3;$$
$$\Re=(-3;2)$$

Sistema de ecuaciones cuadráticas simultáneas

GUIA DE TRABAJO

Materia: Matemáticas Guía #25.

Tema: Sistemas de ecuaciones cuadráticas.

Fecha: ____________

Profesor: Fernando Viso

Nombre del alumno:____

Sección del alumno:____

CONDICIONES:

- **Trabajo individual.**
- **Sin libros, ni cuadernos, ni notas.**
- **Sin celulares.**
- **Es obligatorio mostrar explícitamente, el procedimiento empleado para resolver cada problema.**
- **No se contestarán preguntas ni consultas de ningún tipo.**
- **No pueden moverse de su asiento. ni pedir borras, ni lápices, ni calculadoras prestadas.**

Marco Teórico:

PREGUNTAS:

1.- Resolver el sistema siguiente:

$$xy = 24$$
$$y - 2x + 2 = 0$$

Este sistema se resuelve fácilmente por sustitución:

De la segunda ecuación, se tiene:

$$y - 2x + 2 = 0 \Rightarrow y = 2x - 2$$

Sustituyendo ahora este valor encontrado de y en la primera ecuación:

$$xy = 24 \Rightarrow x \cdot (2x - 2) = 24 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 24 = 0$$
$$\Rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow (x + 3) \cdot (x - 4).$$

Solución de la ecuación cuadrática: $\begin{aligned} x_1 &= -3 \\ x_2 &= 4 \end{aligned}$

Ahora se debe encontrar el valor de y para cada caso:

Para x= -3: $xy = 24 \Rightarrow (-3)\cdot y = 24 \Rightarrow y_1 = -8$

Para x = 4 $xy = 24 \Rightarrow (4)\cdot y = 24 \Rightarrow y_2 = 6$

2.- Resolver el sistema de ecuaciones :

$$2x^2 - 3xy - 4y^2 + x + y - 1 = 0$$
$$2x - y = 3$$

Este sistema de ecuaciones consiste de una ecuación lineal y otra ecuación cuadrática.

Entonces, se despejará una de las incógnitas de la ecuación lineal y se introducirá en la ecuación cuadrática, a saber:

$2x - y = 3 \Rightarrow y = 2x - 3.$

Luego:

$$2x^2 - 3x\cdot(2x-3) - 4\cdot(2x-3)^2 + x + (2x-3) - 1 = 0$$
$$= 2x^2 - 3x\cdot(2x-3) - 4\cdot(4x^2 - 12x + 9) + x + 2x - 3 - 1 = 0$$
$$= 2x^2 - 6x^2 + 9x - 16x^2 + 48x - 36 + x + 2x - 3 - 1 = 0$$
$$= -20x^2 + 60x - 40 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-2)\cdot(x-1) = 0$$

Raíces de la ecuación cuadrática:

$$x_1 = 2$$
$$x_2 = 1$$

Para encontrar los valores de $\boldsymbol{y}$ correspondiente a cada uno de las raíces de la ecuación cuadrática, se sustituyen los valores de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación lineal:

Para $x_1 = 2 \Rightarrow y_1 = 2\cdot(2) - 3 = 4 - 3 = 1$

Para $x_2 = 1 \Rightarrow y_2 = 2\cdot(1) - 3 = -1$

3.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$x^2 + y^2 = 25$$
$$2x + y = 10$$

$2x + y = 10 \Rightarrow 10 - 2x$

Luego: $x^2 + (10 - 2x)^2 = 25 \Rightarrow x^2 + 100 - 40x + 4x^2 = 25$

$$\Rightarrow 5x^2 - 40x + 100 = 25 \Rightarrow 5x^2 - 40x + 75 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow (x-5)\cdot(x-3) = 0$$
$$x_1 = 5$$
$$x_2 = 3$$

Sustituyendo los valores encontrados de $\boldsymbol{x}$ en la ecuación lineal, se tiene:

Para $x_1 = 5 \Rightarrow y_1 = 10 - 2\cdot(5) = 0$

Para $x_2 = 3 \Rightarrow y_2 = 10 - 2\cdot(3) = 4$

4.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$x^2 + 2y^2 = 54$$
$$2x - y = -9$$

$$2x - y = -9 \Rightarrow y = 2x + 9$$

$$x^2+2\cdot(2x+9)^2=54$$
$$x^2+2\cdot(4x^2+36x+81)=54\Rightarrow x^2+8x^2+72x+162=54\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 9x^2+72x+162=54\Rightarrow 9x^2+72x+108=0$$
$$\Rightarrow x^2+8x+12=0\Rightarrow (x+6)\cdot(x+2)=0$$

Raíces de la ecuación cuadrática:

$$x_1=-6$$
$$x_2=-2$$

Luego:

Para $x_1=-6\Rightarrow y_1=2\cdot(-6)+9=-12+9=-3$

Para $x_2=-2\Rightarrow y_2=2\cdot(-2)+9=5$

5.- Resolver el sistema de ecuaciones siguientes:

$$2x+y=1$$
$$3x^2-xy-y^2=-2$$

:

Se empieza con la ecuación lineal:

$$2x+y=1\Rightarrow y=1-2x$$

$$3x^2-x\cdot(1-2x)-(1-2x)^2=-2\Rightarrow 3x^2-x+2x^2-(1-4x+4x^2)=-2$$

Luego: $\Rightarrow 3x^2-x+2x^2-1+4x-4x^2=-2\Rightarrow x^2+3x-1=-2\Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2+3x+1=0$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4(1)(1)}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}=-\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$$

Ahora, conocidos los valores de $\boldsymbol{x}$ se utiliza la ecuación lineal para calcular los correspondientes valores de $\boldsymbol{y}$:

Para $x_1 = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow y = 1 - 2 \cdot \left(-\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right) \Rightarrow y_1 = 1 + 3 - \sqrt{5} = 4 - \sqrt{5}$

Para $x_2 = -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow y_2 = 1 - 2\left(-\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right) = 1 + 3 + \sqrt{5} = 4 + \sqrt{5}$

6.- Resolver el sistema de ecuaciones siguiente:

$$xy = 2$$
$$15x^2 + 4y^2 = 64$$

Empezar por la primera ecuación:

$$xy = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{x}$$

Ahora, se reemplaza $y = \frac{2}{x}$ en la segunda ecuación:

$$15x^2 + 4\left(\frac{2}{x}\right)^2 = 64 \Rightarrow 15x^4 + 16 = 64x^2 \Rightarrow 15x^4 - 64x^2 + 16 = 0$$
$$\Rightarrow \left(x^2 - 4\right) \cdot \left(15x^2 - 4\right) = 0$$

Luego, se analiza la situación cuando $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2.$

$$15x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{4}{15}} = \pm\frac{2}{\sqrt{15}} = \pm\frac{2\sqrt{15}}{15}$$

Para obtener el valor de y se reemplaza x por los 4 valores encontrados:

Entonces, se toma la ecuación $y = \frac{2}{x} \Rightarrow \frac{2}{\pm 2} = \pm 1$

Luego, $y = \frac{2}{x} \Rightarrow y = \frac{2}{\pm\frac{2\sqrt{15}}{15}} = \frac{2\cdot(15)}{2\sqrt{15}} = \pm\sqrt{15}$

Entonces, el conjunto de soluciones simultáneas es el siguiente:

$$\left\{(2,1),(-2,-1),\left(2\frac{\sqrt{15}}{15},\sqrt{15}\right),\left(-2\frac{\sqrt{15}}{15},-\sqrt{15}\right)\right\}$$

7.- Encontrar el conjunto de soluciones simultáneas de las siguientes ecuaciones:

$$4x^2 - 2xy - y^2 = -5$$
$$y + 1 = -x^2 - x$$

Trabajando con la segunda ecuación:

$$y + 1 = -x^2 - x \Rightarrow y = -x^2 - x - 1$$

Introduciendo este valor encontrado de ***y*** en la primera ecuación:

$$4x^2 - 2x\cdot\left(-x^2 - x - 1\right) - \left(-x^2 - x - 1\right)^2 = -5$$
$$4x^2 + 2x^3 + 2x^2 + 2x - \left(-x^2 - x - 1\right)\cdot\left(-x^2 - x - 1\right) = -5$$
$$4x^2 + 2x^3 + 2x^2 + 2x - \left(x^4 + x^3 + x^2 + x^3 + x^2 + x + x^2 + x + 1\right) = -5$$
$$-x^4 + 3x^2 - 1 = -5$$
$$-x^4 + 3x^2 + 4 = 0$$

Factorizando la ecuación a la cuarta potencia: $\left(x^2 - 4\right)\cdot\left(x^2 + 1\right) = 0$

Entonces, las raíces serán:

$$x_1 = 2; x_2 = -2; x_3 = i; x_4 = -i$$

Introduciendo estos valores de cada una de estas raíces en la segunda ecuación se encuentran los correspondientes valores de ***y:***

Para $x_1 = 2$

$$y_1 = -(2)^2 - (2) - 1 = -4 - 2 - 1 = -7$$

Para $x_2 = -2$

$$y_2 = -(-2)^2 - (-2) - 1 = -4 + 2 - 1 = -3$$

Para $x_3 = i$

$$y_3 = -(i)^2 - (i) - 1 = -(-1) - i - 1 = -i$$

Para $x_4 = -i$

$$y_4 = -(-i)^2 - (-i) - 1 = 1 + i - 1 = i$$

El conjunto de soluciones será:

$$\{(2,-7),(-2,-3),(i,-i),(-i,i)\}$$

8.- Resolver el sistema siguiente:

$$x^2 + y^2 = 1$$
$$x^2 - 1 = y$$

Trabajando con la segunda ecuación:

$$x^2 - 1 = y \Rightarrow x^2 = y + 1$$

Se introduce ahora el valor encontrado de x^2 en la primera ecuación:

$$(y+1) + y^2 = 1 \Rightarrow y^2 + y = 0 \Rightarrow y \cdot (y+1) = 0$$

Luego, $y_1 = 0; y_2 = -1.$

Conocidas las $\boldsymbol{y}$, ahora se encuentran los correspondientes valores de $\boldsymbol{x}$:

Para $y_1 = 0$

$$x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow x^2 + (0)^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow x_1 = 1; x_2 = -1.$$

Para $y_2 = -1$

$$x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow x^2 + (-1)^2 = 1 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x_3 = x_4 = 0.$$

La solución del sistema es el conjunto de valores:

$$\{(1,0),(-1,0),(0,-1)\}$$

9.- Encontrar la solución del sistema de ecuaciones siguiente:

$$x^2 + 4xy - 7x = 12$$
$$3x^2 - 4xy + 4x = 15$$

Sumando las dos ecuaciones anteriores:

$$\sum = 4x^2 - 3x = 27 \Rightarrow 4x^2 - 3x - 27 = 0$$

Se aplica ahora la resolverte para una ecuación de segundo grado, a saber:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot (4) \cdot (-27)}}{2 \cdot (4)} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 432}}{8} = \frac{3 \pm \sqrt{441}}{8} =$$
$$x = \frac{3 \pm 21}{8} \Rightarrow x_1 = \frac{3 + 21}{8} = 3; x_2 = \frac{3 - 21}{8} = -\frac{9}{4}$$

Conocidos estos valores de $\boldsymbol{x}$, se utilizará la primera ecuación para encontrar los correspondientes valores de $\boldsymbol{y}$:

Para $x_1 = 3$

$$x^2 + 4xy - 7x = 12 \Rightarrow (3)^2 + 4\cdot(3)\cdot y - 7\cdot(3) = 12 \Rightarrow 12y = 24 \Rightarrow y_1 = 2$$

Para $x_2 = -\frac{9}{4}$

$$x^2 + 4xy - 7x = 12 \Rightarrow \left(-\frac{9}{4}\right)^2 + 4\cdot\left(-\frac{9}{4}\right)y - 7\cdot\left(-\frac{9}{4}\right) = 12$$

$$\Rightarrow \frac{81}{16} - 9y + \frac{63}{4} = 12 \Rightarrow 81 - 144y + 252 = 192 \Rightarrow -144y = -141$$

$$\Rightarrow y_2 = \frac{-141}{-144} = \frac{47}{48}$$

Entonces, la solución del sistema es el conjunto siguiente:

$$\left\{(3,2), \left(-\frac{9}{4}, \frac{47}{48}\right)\right\}$$

10.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$3x^2 - 2y^2 - 6x = -23$$
$$x^2 + y^2 - 4x = 13$$

Se ve que se puede eliminar y^2 multiplicando la segunda ecuación por (2) y sumando el resultado a la primera ecuación:

$$3x^2 - 2y^2 - 6x = -23$$
$$2x^2 + 2y^2 - 8x = 26$$
$$\sum = 5x^2 - 14x = 3 \Rightarrow 5x^2 - 14x - 3 = 0$$

Ahora, se aplica la resolverte de la ecuación de segundo grado:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-(-14)\pm\sqrt{(-14)^2-4\cdot(5)\cdot(-3)}}{2\cdot(5)}=\frac{14\pm\sqrt{196+60}}{10}\Rightarrow x=\frac{14\pm\sqrt{256}}{10}$$

$$x_1=\frac{14+16}{10}=3; x_2=\frac{14-16}{10}=-\frac{1}{5}$$

Conocidos estos valores de $\boldsymbol{x}$, se utilizará la segunda ecuación para encontrar los correspondientes valores de $\boldsymbol{y}$:

Para $x_1=3$

$$x^2+y^2-4x=13\Rightarrow(3)^2+y^2-4\cdot(3)=13\Rightarrow y^2=16\Rightarrow y=\pm4$$

$$y_1=4; y_2=-4$$

Para $x_2=-\frac{1}{5}$

$$x^2+y^2-4x=13\Rightarrow\left(-\frac{1}{5}\right)^2+y^2-4\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)=13\Rightarrow\frac{1}{25}+y^2+\frac{4}{5}=13$$

$$\Rightarrow1+25y^2+20=325\Rightarrow25y^2=304\Rightarrow y^2=\frac{304}{25}\Rightarrow y=\pm\sqrt{\frac{304}{25}}$$

$$y=\pm\frac{4\sqrt{19}}{5}\Rightarrow y_3=\frac{4\sqrt{19}}{5}; y_4=-\frac{4\sqrt{19}}{5}$$

La solución del sistema es el conjunto de valores:

$$\left\{(3,4),(3,-4),\left(-\frac{1}{5},\frac{4\sqrt{19}}{5}\right),\left(-\frac{1}{5},-\frac{4\sqrt{19}}{5}\right)\right\}$$

11.- Resolver las ecuaciones simultáneas siguientes:

$$2x^2+2y^2=21$$
$$3x^2-4y^2=23$$

Se multiplicará la primera ecuación por (4) y la segunda ecuación por (3) y luego se suman los dos resultados:

$$8x^2+12y^2=84$$
$$9x^2-12y^2=69$$
$$\sum=17x^2=153\Rightarrow x^2=\frac{153}{17}=9\Rightarrow x=\pm3\Rightarrow x_1=3;x_2=-3$$

Conocidos estos valores de $\boldsymbol{x}$ se utilizará la primera ecuación para encontrar los correspondientes valores de $\boldsymbol{y}$:

Para $x_1=3$

$$2x^2+3y^2=21\Rightarrow 2\cdot(3)^2+3y^2=21\Rightarrow 18+3y^2=21\Rightarrow 3y^2=3$$
$$\Rightarrow y^2=1\Rightarrow y=\pm1\Rightarrow y_1=1;y_2=-1$$

Para $x_2=-3$

$$2x^2+3y^2=21\Rightarrow 2\cdot(-3)^2+3y^2=21\Rightarrow y=\pm1$$
$$y_3=1;y_4=-1$$

La solución del sistema es entonces el conjunto de valores:

$$\{(3,1),(3,-1),(-3,1),(-3,-1)\}$$

12.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones simultáneas:

$$3x^2+3y^2+x-2y=20$$
$$2x^2+2y^2+5x+3y=9$$

Se multiplicará la primera ecuación por (2) y la segunda ecuación por (3) y restando los resultados, se tiene:

$$6x^2+6y^2+2x-4y=40$$
$$6x^2+6y^2+15x+9y=27$$
$$(-)=-13x-13y=13\Rightarrow y=-x-1$$

Conocido este valor de $\boldsymbol{y}$ en función de $\boldsymbol{x}$ se pasa a introducir este valor en la segunda ecuación:

$$2x^2+2y^2+5x+3y=9\Rightarrow 2x^2+2\cdot(-x-1)^2+5x+3\cdot(-x-1)=9\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2x^2+2\cdot(x^2+2x+1)+5x-3x-3=9\Rightarrow 4x^2+6x-10=0$$
$$\Rightarrow 2x^2+3x-5=0\Rightarrow(x-1)(2x+5)=0$$

$$x_1=1;x_2=-\frac{5}{2}$$

Conocidos los valores de x se utilizará la ecuación lineal encontrada para calcular los correspondientes valores de y:

Para $x=1$

$$y=-x-1\Rightarrow y_1=-(1)-1=-2$$

Para $x=-\frac{5}{2}$

$$y = -x - 1 \Rightarrow y_2 = -\left(-\frac{5}{2}\right) - 1 = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2}$$

La solución del sistema de ecuaciones será entonces:

$$\left\{(1,-2),\left(-\frac{5}{2},\frac{3}{2}\right)\right\}$$

13.- Resolver el sistema de ecuaciones siguiente:

$$x^2 + y^2 = 5$$

$$x^2 - xy + y^2 = 7$$

Restando la segunda ecuación de la primera ecuación, se tiene:

$$x^2 + y^2 = 5$$

$$x^2 - xy + y^2 = 7$$

$$(-) = xy = -2 \Rightarrow y = -\frac{2}{x}$$

Introduciendo ahora este valor de ***y*** en la primera ecuación:

$$x^2 + y^2 = 5 \Rightarrow x^2 + \left(\frac{-2}{x}\right)^2 = 5 \Rightarrow x^2 + \frac{4}{x^2} = 5 \Rightarrow x^4 + 4 = 5x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Rightarrow \left(x^2 - 1\right)\cdot\left(x^2 - 4\right) = 0$$

Las raíces son:

$$x_1 = 1; x_2 = -1; x_3 = 2; x_4 = -2$$

Se introducen estos valores conocidos de x en la ecuación $y = -\frac{2}{x}$ para encontrar los correspondientes valores de y:

$$y_1 = -2; y_2 = 2; y_3 = -1; y_4 = 1$$

La solución del sistema será entonces el conjunto de valores:

$$\{(1,-2),(-1,2),(2,-1),(-2,1)\}$$

14.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones simultáneas:

$$x^2 - 5xy + 6y^2 = 0$$
$$xy - y^2 = 2$$

Para resolver este problema se comienza por factorizar la primera ecuación:

$$x^2 - 5xy + 6y^2 = 0 \Rightarrow (x - 3y)\cdot(x - 2y) = 0$$

Entonces, resolveremos dos nuevos sistemas de ecauciones, el primero de los cuales será:

$$xy - y^2 = 2$$
$$x - 3y = 0$$

Se multiplica la segunda ecuación por ***y*** y el resultado se le resta a la primera ecuación:

$$xy - y^2 = 2$$
$$xy - 3y^2 = 0$$
$$(-) = 2y^2 = 2 \Rightarrow y = \pm 1 \Rightarrow y_1 = 1; y_2 = -1$$

Conocidos estos valores de ***y*** se utiliza la primera ecuación para encontrar los correspondientes valores de ***x***:

Para $y_1 = 1$

$$xy - y^2 = 2 \Rightarrow x\cdot(1) - (1)^2 = 2 \Rightarrow x_1 = 3$$

Para $y_2 = -1$

$$xy - y^2 = 2 \Rightarrow x \cdot (-1) - (-1)^2 = 2 \Rightarrow x_2 = -3$$

Se toma ahora el segundo sistema de ecuaciones:

$$xy - y^2 = 2$$
$$x - 2y = 0$$

Se multiplica ahora la segunda ecuación de este nuevo sistema por $\boldsymbol{y}$ y el resultado se resta de la primera ecuación:

$$xy - y^2 = 2$$
$$xy - 2y^2 = 0$$
$$(-) = y^2 = 2 \Rightarrow y = \pm\sqrt{2} \Rightarrow y_3 = \sqrt{2}; y_4 = -\sqrt{2}$$

Conocidos estos valores de $\boldsymbol{y}$ para este nuevo caso, se utiliza la primera ecuación para conocer los correspondientes valores de $\boldsymbol{x}$:

Para $y_3 = \sqrt{2}$

$$xy - y^2 = 2 \Rightarrow x \cdot \left(\sqrt{2}\right) - \left(\sqrt{2}\right)^2 = 2 \Rightarrow x \cdot \left(\sqrt{2}\right) = 4 \Rightarrow x_3 = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

Para $y_4 = -\sqrt{2}$

$$xy - y^2 = 2 \Rightarrow x \cdot \left(-\sqrt{2}\right) - \left(-\sqrt{2}\right)^2 = 2 \Rightarrow -x \cdot \sqrt{2} = 4 \Rightarrow x_4 = -2\sqrt{2}$$

Entonces, la solución del sistema de ecuaciones es el conjunto de valores:

$$\left\{(3,1), (-3,-1), \left(2\sqrt{2}, \sqrt{2}\right), \left(-2\sqrt{2}, -\sqrt{2}\right)\right\}$$

15.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones simultáneas:

$$x^2 + y^2 = 25$$
$$xy = 12$$

Multiplicando la segunda ecuación por (2) y restando el resultado obtenido de la primera ecuación, se tiene:

$$x^2 + y^2 = 25$$
$$2xy = 24$$
$$(-) = x^2 - 2xy + y^2 = 1 \Rightarrow (x - y)^2 = 1 \Rightarrow (x - y) = \pm\sqrt{1} = \pm 1$$

Luego, se pueden escribir dos ecuaciones lineales como sigue:

$$x - y = 1$$
$$x - y = -1$$

Esto obliga a resolver dos sistemas de ecuaciones, siendo el primero:

$$xy = 12$$
$$x - y = 1$$

De la segunda ecuación, se tiene:

$$x - y = 1 \Rightarrow x = 1 + y$$

Introduciendo este valor de $\boldsymbol{x}$ en la primera ecuación:

$$xy = 12 \Rightarrow (1 + y) \cdot y = 12 \Rightarrow y + y^2 = 12 \Rightarrow y^2 + y - 12 = 0$$
$$\Rightarrow (y + 4) \cdot (y - 3) = 0 \Rightarrow y_1 = -4; y_2 = 3$$

Conocidos estos valores de $\boldsymbol{y}$, se utilizará la expresión $x = 1 + y$ para poder calcular los correspondientes valores de $\boldsymbol{x}$:

Para $y_1 = -4$

$$x = 1 + y \Rightarrow x = 1 + (-4) = -3 \Rightarrow x_1 = -3$$

Para $y_2 = 3$

$$x = 1 + y \Rightarrow x = 1 + 3 = 4 \Rightarrow x_2 = 4$$

Luego, se considera el segundo sistema de ecuaciones, como sigue:

$$xy = 12$$
$$x - y = -1$$

De la segunda ecuación:

$$x - y = -1 \Rightarrow x = y - 1$$

Introduciendo este valor encontrado de ***x*** en la primera ecuación:

$$xy = 12 \Rightarrow (y-1)\cdot y = 12 \Rightarrow y^2 - y - 12 = 0 \Rightarrow (y-4)\cdot(y+3) = 0$$
$$\Rightarrow y_3 = 4; y_4 = -3$$

Conocidos estos nuevos valores de ***y***, se utiliza la expresión $x = y - 1$ para calcular los correspondientes valores de ***x***:

Para $y_3 = 4$

$$x = y - 1 \Rightarrow x_3 = (4) - 1 = 3 \Rightarrow x_3 = 3$$

Para $y_4 = -3$

$$x = y - 1 \Rightarrow x_4 = (-3) - 1 = -4 \Rightarrow x_4 = -4$$

Entonces, la solución del problema será el conjunto de valores:

$$\{(4,3),(-3,-4),(-4,-3),(3,4)\}$$

16.- Resolver el sistema de ecuaciones simultáneas siguiente:

$$3x^2 + 4y^2 = 8$$
$$x^2 - y^2 = 5$$

En este caso probaremos un nuevo método; para lo cual se harán los siguientes cambios de variables:

$$x^2 = u; y^2 = v$$

Entonces las ecuaciones dadas se convierten en:

$$3u + 4v = 8$$
$$u - v = 5$$

Multiplicando la segunda ecuación por (3) y resultado de la primera ecuación:

$$3u + 4v = 8$$
$$3u - 3v = 15$$
$$(-) = 7v = -7 \Rightarrow v = -1 = y^2 \Rightarrow y = \pm\sqrt{-1} = \pm i$$
$$\Rightarrow y_1 = i; y_2 = -i$$

Conocidos estos valores de ***y***, se utilizará la segunda ecuación original para calcular los correspondientes valores de ***x***:

Para $y_1 = i$

$$x^2 - y^2 = 5 \Rightarrow x^2 - (i)^2 = 5 \Rightarrow x^2 + 1 = 5 \Rightarrow x^2 = 4$$
$$\Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = -2$$

Para $y = -i$

$$x^2 - y^2 = 5 \Rightarrow x^2 - (-i)^2 = 5 \Rightarrow x^2 + 1 = 5 \Rightarrow x^2 = 4$$
$$\Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow x_3 = 2; x_4 = -2$$

Luego, la solución del problema estará dada por el conjunto de valores:

$$\{(2,i),(-2,i),(2,-i),(-2,-i)\}$$

17.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones simultáneas:

$$x^2+3xy=28$$
$$x^2+y^2=20$$

Hagamos $y=mx$ y sustituyamos este valor en ambas ecuaciones:

$$x^2+3mx^2=28 \Rightarrow (1+3m)\cdot x^2=28 \Rightarrow x^2=\frac{28}{(1+3m)}$$

También:

$$x^2+(mx)^2=20 \Rightarrow (1+m^2)\cdot x^2=20 \Rightarrow x^2=\frac{20}{(1+m^2)}$$

Por lo tanto:

$$\frac{28}{1+3m}=\frac{20}{1+m^2} \Rightarrow 28\cdot(1+m^2)=20\cdot(1+3m) \Rightarrow 28m^2-60m+8=0$$
$$\Rightarrow 7m^2-15m+2=0 \Rightarrow (7m-1)\cdot(m-2)=0$$
$$\Rightarrow m_1=\frac{1}{7};m_2=2$$

Para $m_1=\frac{1}{7}$

$$x^2=\frac{28}{1+3m} \Rightarrow x^2=\frac{28}{1+3\cdot\left(\frac{1}{7}\right)}=\frac{28}{\frac{7+3}{7}}=\frac{28\cdot 7}{10}=\frac{196}{10}=\frac{98}{5}$$

$$x=\pm\frac{7\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\pm\frac{7\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}=\pm\frac{7\sqrt{10}}{5} \Rightarrow x_1=\frac{7\sqrt{10}}{5};x_2=-\frac{7\sqrt{10}}{5}$$

Conocidos estos valores de $\boldsymbol{x}$, se utilizará la ecuación $y = mx$ (con $m = \frac{1}{7}$), para calcular los correspondientes valores de $\boldsymbol{y}$:

Para $x_1 = \frac{7}{5}\sqrt{10}$

$$y = mx = \frac{1}{7}x \Rightarrow y_1 = \frac{1}{7}\cdot\left(\frac{7}{5}\sqrt{10}\right) = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

Para $x_2 = -\frac{7}{5}\sqrt{10}$

$$y = mx \Rightarrow y_2 = \left(\frac{1}{7}\right)\cdot x = \left(\frac{1}{7}\right)\cdot\left(-\frac{7}{5}\sqrt{10}\right) = -\frac{\sqrt{10}}{5}$$

Ahora, para el otro valor de m, o sea $m = 2$

$$x^2 = \frac{28}{1+3m} \Rightarrow x^2 = \frac{28}{1+3\cdot(2)} = \frac{28}{7} = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow x_3 = 2; x_4 = -2$$

Conocidos estos valores de $\boldsymbol{x}$, se utilizará la ecuación $y = mx$ (con $m = 2$) para calcular los correspondientes valores de $\boldsymbol{y}$:

Para $x_3 = 2$

$$y = mx \Rightarrow y = 2x \Rightarrow y_3 = 2\cdot(2) = 4$$

Para $x_4 = -2$

$$y = mx \Rightarrow y = 2x \Rightarrow y_4 = 2\cdot(-2) = -4$$

Entonces la solución del problema es el conjunto de valores siguientes:

$$\left\{\left(\frac{7}{5}\sqrt{10},\frac{1}{5}\sqrt{10}\right),\left(-\frac{7}{5}\sqrt{10},-\frac{1}{5}\sqrt{10}\right),(2,4),(-2,-4)\right\}$$