

EXPLORACIONES

*No dejaremos de explorar
Y el final de la exploración será
Llegar al punto de partida
Y conocer el sitio por primera vez.*

T. S. Eliot

Exploración s. f. **1** Viaje o recorrido que se hace por un lugar para conocerlo o descubrir lo que hay en él: *un aparato de exploración espacial.* **2** Examen de una situación o circunstancia, generalmente para actuar en consecuencia: *el científico hace una exploración sistemática de las variables que intervienen en los fenómenos.* **3** Examen o reconocimiento que realiza el médico al paciente: *los médicos no encontraron nada anormal en la primera exploración.*

Explorador, -ra s. m. y f. Persona que se dedica a explorar lugares desconocidos o poco conocidos: *el explorador italiano Marco Polo.*

Explorar v. tr. **1** Recorrer un lugar para conocerlo o descubrir lo que hay en él: *explorar el fondo del mar; explorar una isla.* **2** Examinar detenidamente una cosa o una situación o circunstancia, generalmente para obrar en consecuencia: *explorar un mercado.* **3** Examinar detenidamente el médico a una persona o sus órganos para formar un diagnóstico.

Entre todas las aventuras humanas, la aventura de las matemáticas ha sido una de las más significativas. Ha habido grandes exploradores matemáticos en todas las épocas cuyas contribuciones han sido importantísimas en el desarrollo de la ciencia en la llamada civilización occidental.

A partir del Segundo Nivel de Calendario, por el reverso de la hoja, aparece una actividad llamada “EXPLORACIÓN”. Con las exploraciones pretendemos contribuir a ampliar la visión que la Comunidad Educativa tiene de las matemáticas.



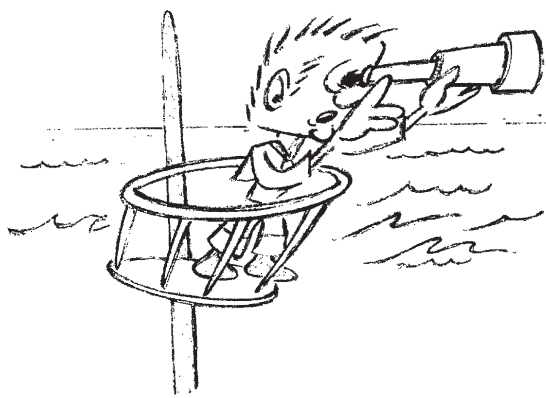
Las matemáticas son una ciencia viva, dinámica, en constante desarrollo, cuyo avance depende de la solución de problemas que se han planteado los matemáticos a lo largo de la historia.

Hemos aprovechado las exploraciones para dar cuenta de algunos de estos problemas: Elementos de Teoría de Grafos basados en los aportes de Euler, Problemas Históricos como la famosa Conjetura de Euler, Aspectos relacionados con el Teorema de Pitágoras, Historia del número Pi y otros temas.

También hemos presentado un buen número de exploraciones utilizando diferentes estrategias para motivar el interés por el estudio de las matemáticas: Cuadrados Mágicos, Crucigramas, Crucinúmeros, Laberintos, El Dominó, Criptoaritmética, Tangramas, Patrones, Disecciones, Sudokus y otros temas.

En general, aparecen en las exploraciones temas que no son comunes en un currículo de matemáticas pero que atraen la atención y despiertan la curiosidad de los interesados. Es también un propósito de cada exploración el que los estudiantes comuniquen sus razonamientos, a veces oralmente, a veces en forma escrita.

Todas nuestras exploraciones están encabezadas por la reflexión de Eduardo Galeano: “*Somos lo que hacemos para cambiar lo que somos.*” Verdad universal que ya había sido expresada por Buda: “*Sois lo que habéis hecho y seréis lo que estáis haciendo.*”



“Dentro de veinte años estarás más decepcionado por las cosas que realizaste que por las que no realizaste. Así pues, deshazte de las cadenas. Navega lejos del puerto seguro. Haz que los vientos hinchen tus velas. Explora. Sueña. Descubre.”

Mark Twain

PLEGARIA DEL ESTUDIANTE (apartes)

“Un día de 1972, uno de mis estudiantes me relató un suceso del colegio en el que muchos alumnos fueron negados por sus profesores. Así, simplemente así: no fueron escuchados. Yo escribí este poema y lo coloqué después en un fichero del Departamento de Biología de la Facultad de Ciencias. Muchos estudiantes lo copiaron, y por ello es que puedo mostrarlo ahora, pues el original se perdió para siempre.”

*¿Por qué me impones
lo que sabes
si quiero yo aprender
lo desconocido
y ser fuente
en mi propio descubrimiento?
El mundo de tu verdad
es mi tragedia;
tu sabiduría
mi negación;
tu conquista,
mi ausencia;
tu hacer
mi destrucción.
...*

*...
¿No te das cuenta
de que has querido combatir
la ignorancia
con la instrucción
y que la instrucción
es la afirmación
de la ignorancia
porque destruye
la creatividad?
...*

*....
El error será
nuevamente posible
en el despertar
de la creatividad,
y el otro tendrá presencia.
Tú, yo y él tendremos
que hacer el mundo.
La verdad perderá
su imperio
para que el ser humano
tenga el suyo.
No me instruyas,
vive junto a mí;
tu fracaso es
que yo sea
idéntico a ti.*

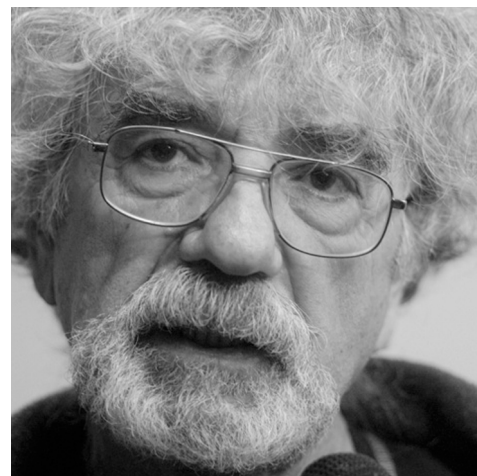
*HUMBERTO MATURANA
El Sentido de lo Humano*

“Los valores deben ser vividos en todo instante en el proceso educativo, y no ser enseñados como nociones abstractas o acciones independientes. Los valores tienen que ver con el dominio de las emociones, no de la razón, y en particular con el dominio del amor, que es la emoción que hace posible la convivencia social.”

Humberto Maturana

Nació en Santiago de Chile el 14 de septiembre de 1928. Estudió medicina en la Universidad de Chile, anatomía y neurofisiología en el University College of London y se doctoró en biología en la Universidad de Harvard. En 1994 recibió el *Premio Nacional de Ciencias* en Chile, gracias a sus investigaciones en el campo de la percepción visual de los vertebrados y a sus planteamientos acerca de la teoría del conocimiento.

El 5 de agosto de 2006 se quemó totalmente su laboratorio en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Chile. Aunque quedó muy afectado por este desastre, expresó: *“Lo principal está en el corazón y la mente. Eso no se quemó.”*



*“Somos lo que hacemos
para cambiar lo que somos.”*

Eduardo Galeano

EXPLORACIÓN

Segundo Nivel

LOS NÚMEROS TAXI

Para muchos matemáticos, la sola mención del número 1729 les trae a la memoria la siguiente situación en la que se vieron involucrados dos grandes matemáticos, G.H. Hardy y Srinivasa Ramanujan:

«Una vez que se hubo subido al taxi para viajar desde Londres hasta Putney, Hardy observó su número, 1729. Debió haber pensado en él un poco porque al ingresar al cuarto en el que Ramanujan yacía enfermo en cama, con un saludo escaso, expresó la decepción que le producía este número. Se trataba, declaró de “un número muy tonto” y añadió que esperaba no se tratase de una mala señal.

“No, Hardy,” replicó Ramanujan. “Es un número muy interesante. Es el menor número que se puede expresar como la suma de dos cubos positivos de dos maneras diferentes.”»

Como recuerdo de este incidente, el menor número que es la suma de dos cubos positivos de n formas diferentes se llama el Número Taxi de orden n y se denota por $\text{Taxi}(n)$.

G. H. Hardy y E. M. Wright demostraron un teorema que garantiza la existencia de Números Taxi para cualquier orden n mayor o igual que 1. Quedaba así demostrado que existían, pero la búsqueda es excesivamente difícil.

$$\text{Taxi}(1) = 2$$

$$\text{Taxi}(2) = 1729$$

La primera referencia publicada de esta propiedad del número entero 1729 se encontró en escritos del siglo XVII cuyo autor era el matemático francés Bernard Frénicle de Bessy (1604-1670).

$$\text{Taxi}(3) = 87539319$$

Descubierto en 1957 por John Leech (1926-1992) como fruto de una intensa búsqueda con ayuda de computador.



G. H. Hardy
1877-1947



Srinivasa Ramanujan
1887-1920

$$\text{Taxi}(4) = 6963472309248$$

Descubierto en 1991 por un aficionado a la Teoría de Números E. Rosenstiel con ayuda de expertos en computación.

$$\text{Taxi}(5) = 48988659276962496$$

David W. Wilson encontró el quinto Número Taxi en 1997.

Y la búsqueda continua, convertida en una competencia sana en la que participan expertos y aficionados, mostrando entre otros aspectos, una manera de poner a prueba la capacidad de las nuevas tecnologías computacionales.

1. Expresa el número 4104 como la suma de dos números cúbicos de dos maneras diferentes.

2. Ramanujan encontró la siguiente expresión:

$$(3x^2 + 5xy - 5y^2)^3 + (4x^2 - 4xy + 6y^2)^3 + (5x^2 - 5xy - 3y^2)^3 = (6x^2 - 4xy + 4y^2)^3$$

Comprueba que esta expresión se cumple para $x = 2, y = 1$.

3. Expresa cada uno de los siguientes números como la suma de números cúbicos pero con el menor número posible de sumandos:

189

127

100

150

121

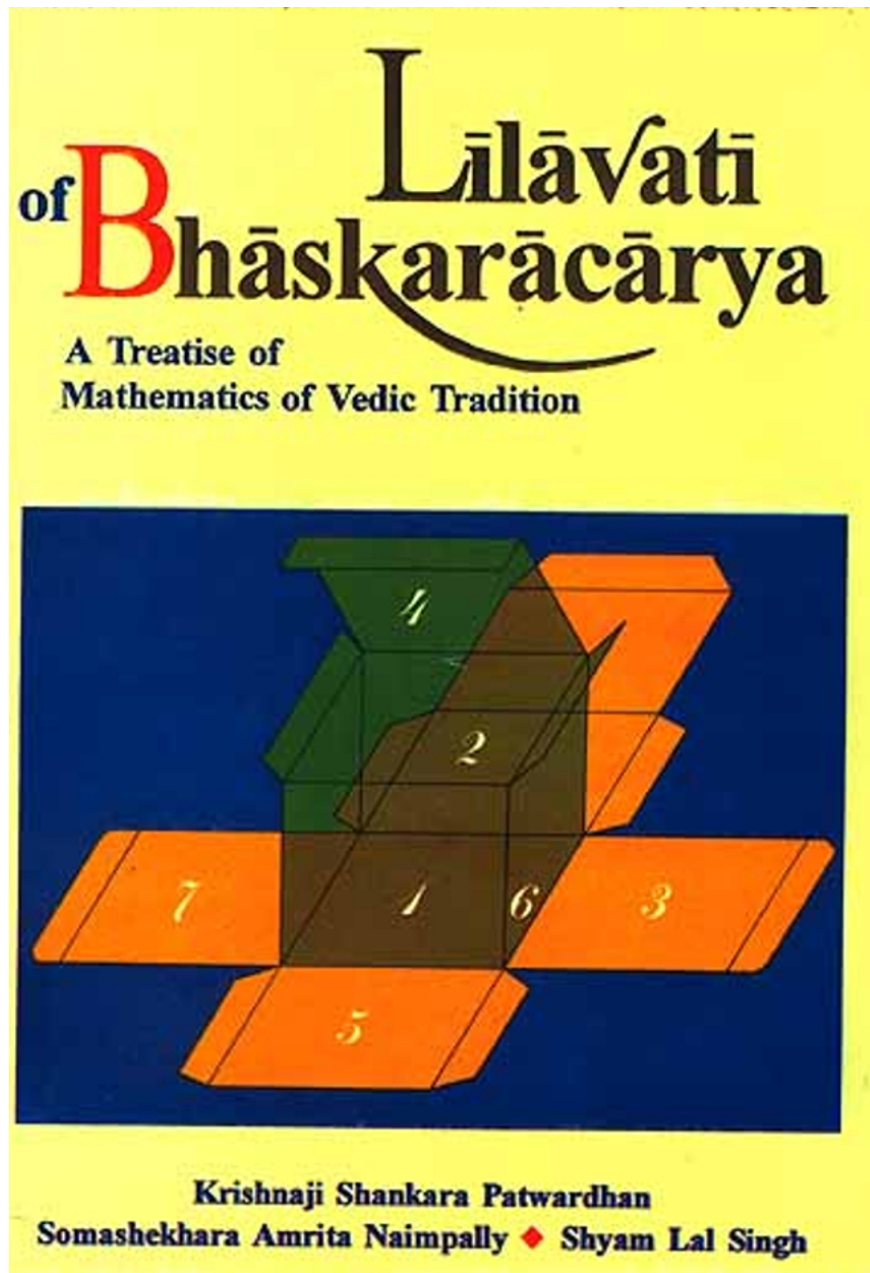
“Somos lo que hacemos
para cambiar lo que somos.”

Eduardo Galeano

EXPLORACIÓN

Tercer Nivel

EL LILAVATI DE BASKARACHARYA



El Lilavati es una colección de problemas de álgebra y geometría completamente desarrollados. Su nivel de matemáticas corresponde al de álgebra, geometría y pre-cálculo del bachillerato actual. Pero en su época, el siglo XII, representaba los logros máximos de las matemáticas en la India.

ESTROFA CXXXV

Un donante entregó 3 D (Drammas) para caridad a un Brahmán el primer día. Luego continuó incrementando su donación cada día en 2 D. Si la cantidad total entregada por él es igual a 360 D, ¿durante cuántos días él realizó su donación?

Respuesta: 18

ESTROFA LXIV

¡Oh matemática!

Dime dos números cuya diferencia es 8 y la diferencia de sus cuadrados es 400.

Respuesta: 29 y 21

ESTROFA LX

De un ramo de flores de loto, $\frac{1}{3}$ fueron ofrecidas al Dios Siva, $\frac{1}{5}$ al Dios Visnu, $\frac{1}{6}$ al Sol y $\frac{1}{4}$ a la Diosa.

Las 6 restantes fueron ofrecidas al guru. Encuentra rápidamente el número de flores en el ramo.

Respuesta: 120

ESTROFA LXXVIII

A cierto número (x^2), se le suma 18 veces su raíz cuadrada ($18x$). A esta suma se le suma un tercio del número ($\frac{1}{3}x^2$) y el resultado es 1200. Si conoces bien la aritmética dime, ¿cuál es el número?

Respuesta: 576

ESTROFA CCLXXII

Encuentra rápidamente el número de números diferentes de cinco dígitos que pueden ser formados utilizando los dígitos 4, 8, 5, 5, 5. También encuentra su suma.

Respuesta: 20,1199988

“Somos lo que hacemos para cambiar lo que somos.”

Eduardo Galeano

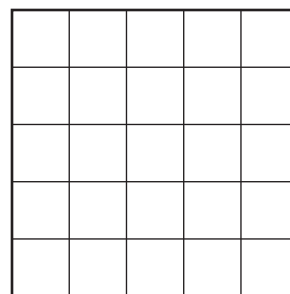
EXPLORACIÓN

Cuarto Nivel

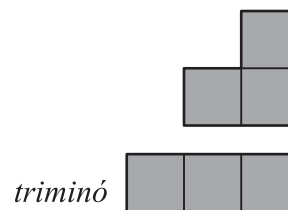
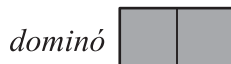
CAMINOS

En un arreglo 5×5 se somborean tres casillas.
Las posibilidades de sombrear las tres casillas corresponden a:

- tres monominós
- un dominó y un monominó
- un triminó

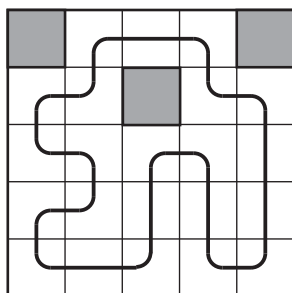


arreglo 5×5

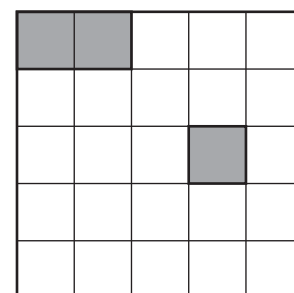


Luego de sombrear las tres casillas en el arreglo la pregunta es si existe un camino simple (sin cruces), continuo y cerrado que pase exactamente una vez por cada casilla no sombreada y tal que dicho camino solamente pueda formarse con recorridos horizontales y verticales.

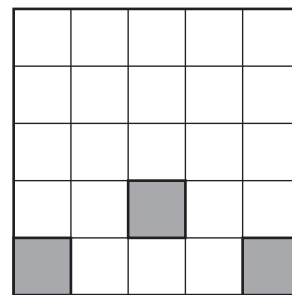
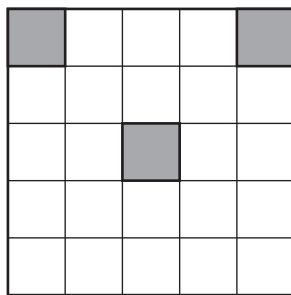
En este arreglo se emplearon tres monominós para sombrear tres casillas. Existen varios caminos con las condiciones dadas.



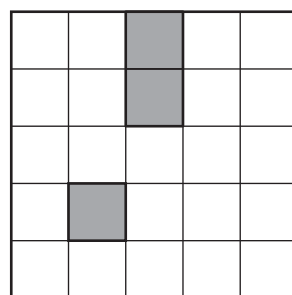
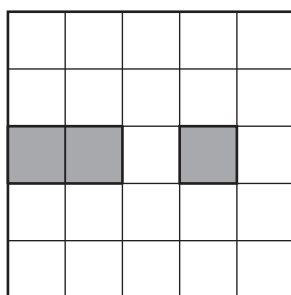
En este arreglo se emplearon un dominó y un monominó para sombrear tres casillas. No es posible encontrar algún camino con las condiciones dadas.



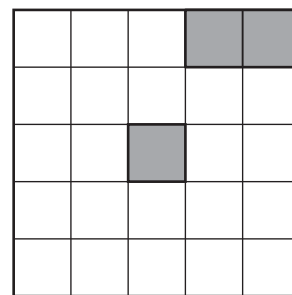
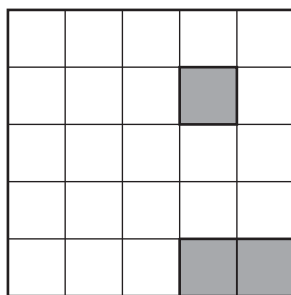
1. Determine en cuál de los dos siguientes arreglos existe algún camino que cumpla con las condiciones dadas.



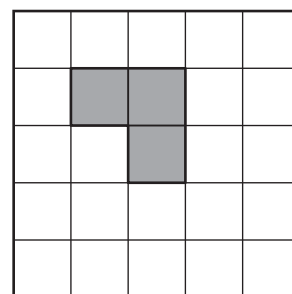
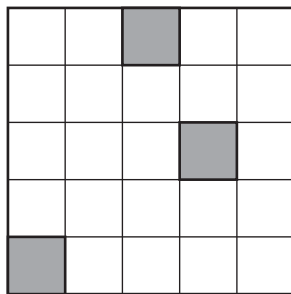
2. Determine en cuál de los dos siguientes arreglos existe algún camino que cumpla con las condiciones dadas.



3. En cada uno de los siguientes arreglos determine por lo menos dos caminos que cumplan con las condiciones dadas.



4. En cada uno de los siguientes arreglos existe exactamente un camino que cumple con las condiciones dadas. ¡Determínelo!



*“Somos lo que hacemos
para cambiar lo que somos.”*

Eduardo Galeano

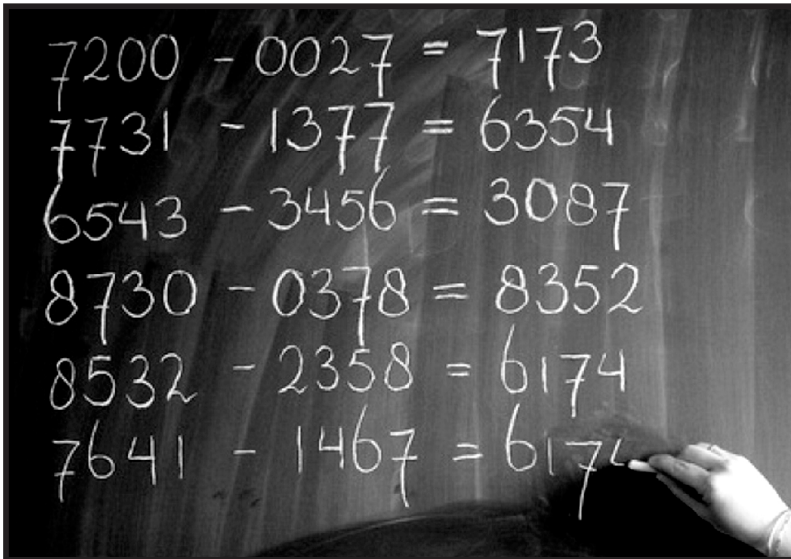
EXPLORACIÓN

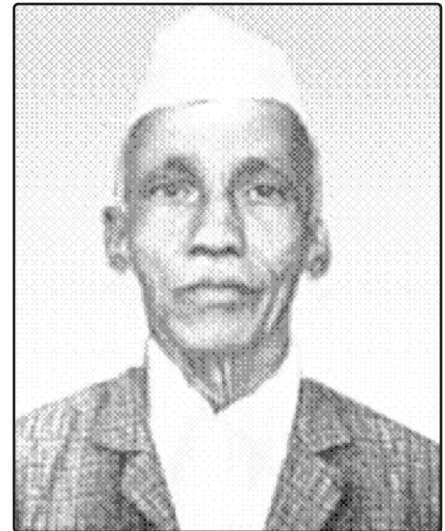
Quinto Nivel

CONSTANTE DE KAPREKAR

Dattatreya Ramachandra Kaprekar (1905-1986) fue un maestro de matemáticas indio que siempre estuvo dedicado a la enseñanza en la escuela secundaria.

Kaprekar descubrió en 1949 el algoritmo que se ilustra a continuación, que aplicado a un número de cuatro dígitos, en el que no todos los dígitos son iguales, siempre conduce al mismo número.


$$\begin{array}{r} 7200 - 0027 = 7173 \\ 7731 - 1377 = 6354 \\ 6543 - 3456 = 3087 \\ 8730 - 0378 = 8352 \\ 8532 - 2358 = 6174 \\ 7641 - 1467 = 6174 \end{array}$$



6174 se conoce como la constante de Kaprekar.

Explique en qué consiste el Algoritmo de Kaprekar

1. Aplique el algoritmo de Kaprekar a cada uno de los siguientes números y determine cuántos pasos se necesitan para llegar a 6174 en cada uno de ellos:

7061, 5814, 8961

2. Al aplicar el algoritmo de Kaprekar a los números:

3398, 3399, 3400, 3401, 3402

¿cuál es el que menos pasos necesita para llegar a 6174?

¿cuál es el que más pasos necesita?

3. Compruebe que al aplicar el algoritmo de Kaprekar a los siguientes números consecutivos, todos necesitan la misma cantidad de pasos para llegar a 6174.

3437, 3438, 3439, 3440

4. ¿Existe una constante de Kaprekar para números de seis dígitos? ¡Explique!

JORGE LUIS BORGES

Nace el 24 de agosto de 1899 en Buenos Aires. Estudia el bachillerato en Ginebra, Suiza, a donde su familia se había trasladado. Desde muy joven comienza a escribir poesía. Poco a poco se va transformando en uno de los más brillantes y más polémicos escritores de nuestra América. Recibe muchos homenajes y premios internacionales, pero nunca es galardonado con el Premio Nobel aunque, según criterio de muchos especialistas, se lo merecía. Muere en Ginebra el 14 de junio de 1986.



“Descubrir lo desconocido no es una especialidad de Simbad, de Eric el Rojo o de Copérnico. No hay un solo hombre que no sea un descubridor. Empieza descubriendo lo amargo, lo salado, lo cóncavo, lo liso, lo áspero, los siete colores del arcoiris y las veintitantas letras del alfabeto; pasa por los rostros, los mapas, los animales y los astros; concluye por la duda o por la fe, y por la certidumbre casi total de su propia ignorancia.”

“El deber de todas las cosas es ser una felicidad, aquello que no es así, es inútil y perjudicial.

A esta altura de mi vida siento la conversación como una felicidad. Las polémicas son inútiles, estar de antemano de un lado o del otro es un error; asistir a un diálogo como quien asiste a un juego en el cual se gana o se pierde es asistir a una polémica inútil. El diálogo tiene que ser una investigación, y poco importa que la verdad salga de la boca de uno o de otro.

Pienso que es indiferente que yo tenga razón o que tenga razón usted, lo importante es llegar a una conclusión y de qué lado de la mesa llega eso, o de qué boca, o de qué rostro, o de qué nombre, es lo de menos.”