



Iguana Juliana
mascota oficial de COCOMA

“Lo que usted ha sido obligado a descubrir por sus propios medios deja un camino en la mente que usted podrá recorrer nuevamente tan pronto surja la necesidad.”

G. C. Lichtenberg

COCOMA

CONCURSO COLOMBIANO DE MATEMÁTICAS

Existe un movimiento mundial cuyo objetivo es mantener despierto el interés por las matemáticas, que está dirigido a todas las edades.

Esto se debe a que muchos países tienen claridad de la importancia de la educación básica en su futuro y por esta razón han venido fortaleciendo dos áreas fundamentales en la formación de sus futuros ciudadanos: la lengua materna y las matemáticas.

En matemáticas, se trata de desarrollar el *Enfoque de Planteamiento y Resolución de Problemas*, considerado el corazón de la enseñanza-aprendizaje de esta área.

En este movimiento existen diferente tipo de pruebas, entre ellas, las Olimpiadas Matemáticas nacionales e internacionales, dirigidas a descubrir y fomentar el talento matemático; también encontramos gran cantidad de pruebas y concursos dirigidos a todos aquellos que disfrutan el trabajo en retos de tipo matemático.

Al participar en este tipo de competiciones matemáticas:

- ponemos a prueba nuestros conocimientos,
- ponemos a prueba nuestras habilidades,
- podemos aprender de los demás al conocer sus estrategias para resolver problemas,
- podemos adquirir nuevos conocimientos,
- mantenemos en forma nuestra capacidad para desarrollar pensamiento matemático.

Son objetivos del Concurso Colombiano de Matemáticas COCOMA:

- Contribuir al desarrollo del *Enfoque de Planteamiento y Resolución de Problemas* en la Escuela Básica Colombiana.
- Motivar a los estudiantes para que participen activamente en esta competencia, con agrado, sin estrés, dándoles la oportunidad, a través de una serie de problemas, de que expresen por escrito las estrategias de solución que aplican a los problemas planteados.
- Promover el desarrollo del pensamiento matemático, destacando ideas originales de los estudiantes al resolver problemas.
- Reconocer los estudiantes con talento matemático y compartir sus aportes al *Enfoque de Planteamiento y Resolución de Problemas*.

Queremos que este concurso sea un juego para la mayoría de los participantes, una oportunidad de poner a prueba su sentido común, su atención, su astucia, su intuición y sus conocimientos para resolver las situaciones propuestas.



NIVELES DEL CONCURSO COLOMBIANO DE MATEMÁTICAS COCOMA

La prueba está distribuida en seis niveles, así:

- Nivel I – Cursos Transición y Primero
- Nivel II – Cursos Segundo y Tercero
- Nivel III – Cursos Cuarto y Quinto
- Nivel IV – Cursos Sexto y Séptimo
- Nivel V – Cursos Octavo y Noveno
- Nivel VI – Cursos Décimo y Once

La prueba de matemáticas para los niveles I y II consta de 10 situaciones distribuidas en un cuadernillo de 8 páginas.

La prueba de matemáticas para los niveles III, IV, V y VI consta de 17 preguntas distribuidas en un cuadernillo de 8 páginas, dividida en tres secciones así:

Sección I: 10 preguntas de selección múltiple sobre conocimientos básicos

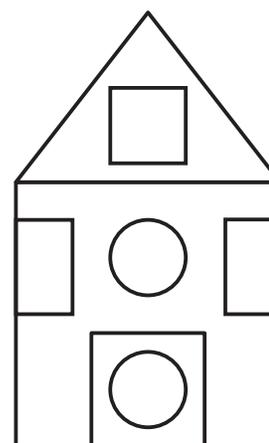
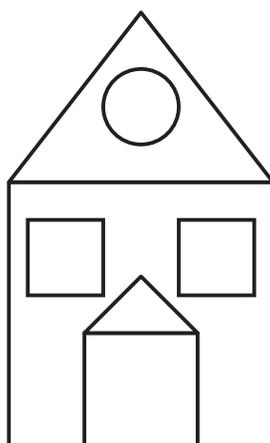
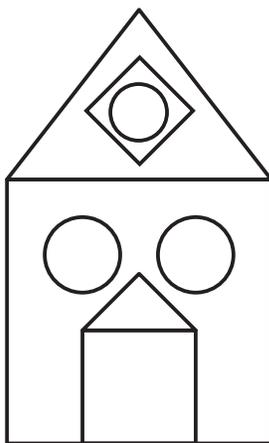
Sección II: 5 preguntas de selección múltiple sobre conocimientos intermedios

Sección III: 3 problemas abiertos para resolver 2 de ellos.

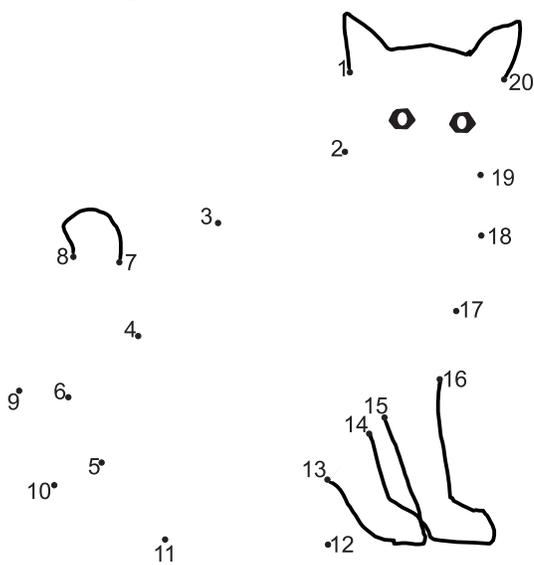
**EJEMPLOS DE PREGUNTAS DEL CONCURSO COLOMBIANO DE MATEMÁTICAS
COCOMA**

**PRIMER NIVEL
GRADOS: Transición y Primero**

1. Colorea de verde la casa que tiene menos triángulos.
Colorea de rojo la casa que tiene más círculos.

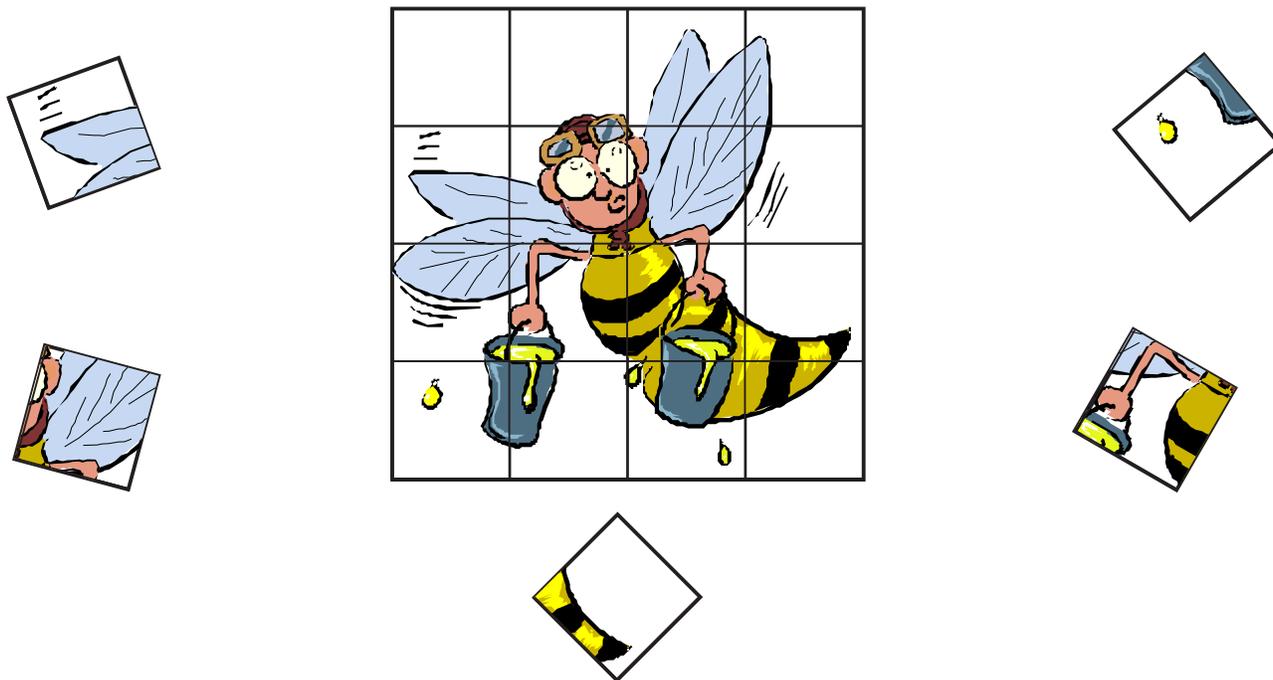


2. Une los puntos y encontrarás un animal. ¡Coloréalo!

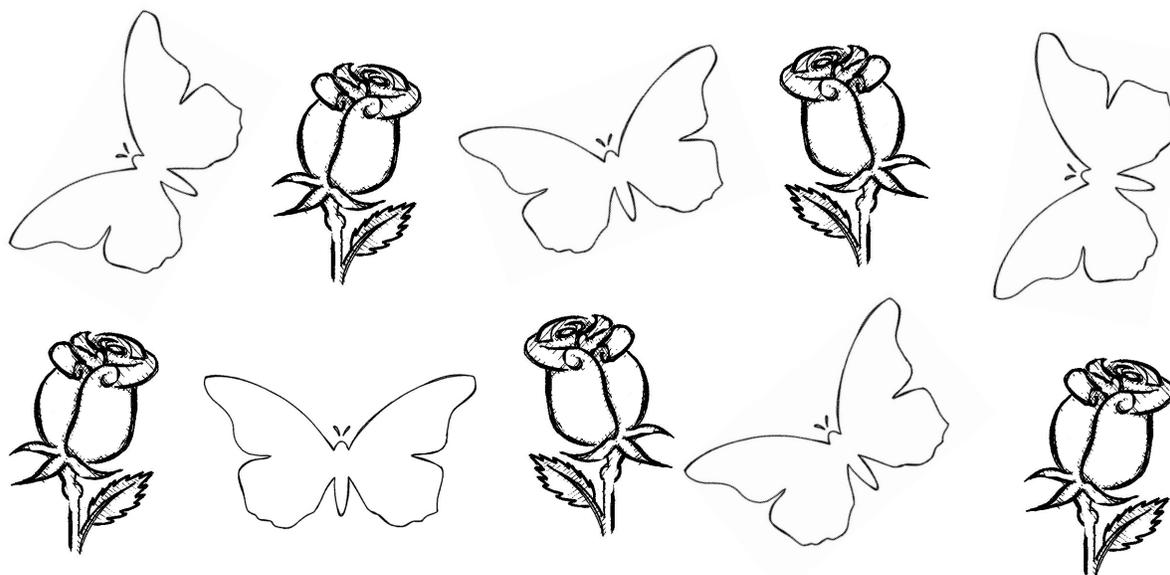


¿Qué animal es?

3. Indica con flechas, el lugar en el que deben ir las partes del dibujo que están por fuera del recuadro.



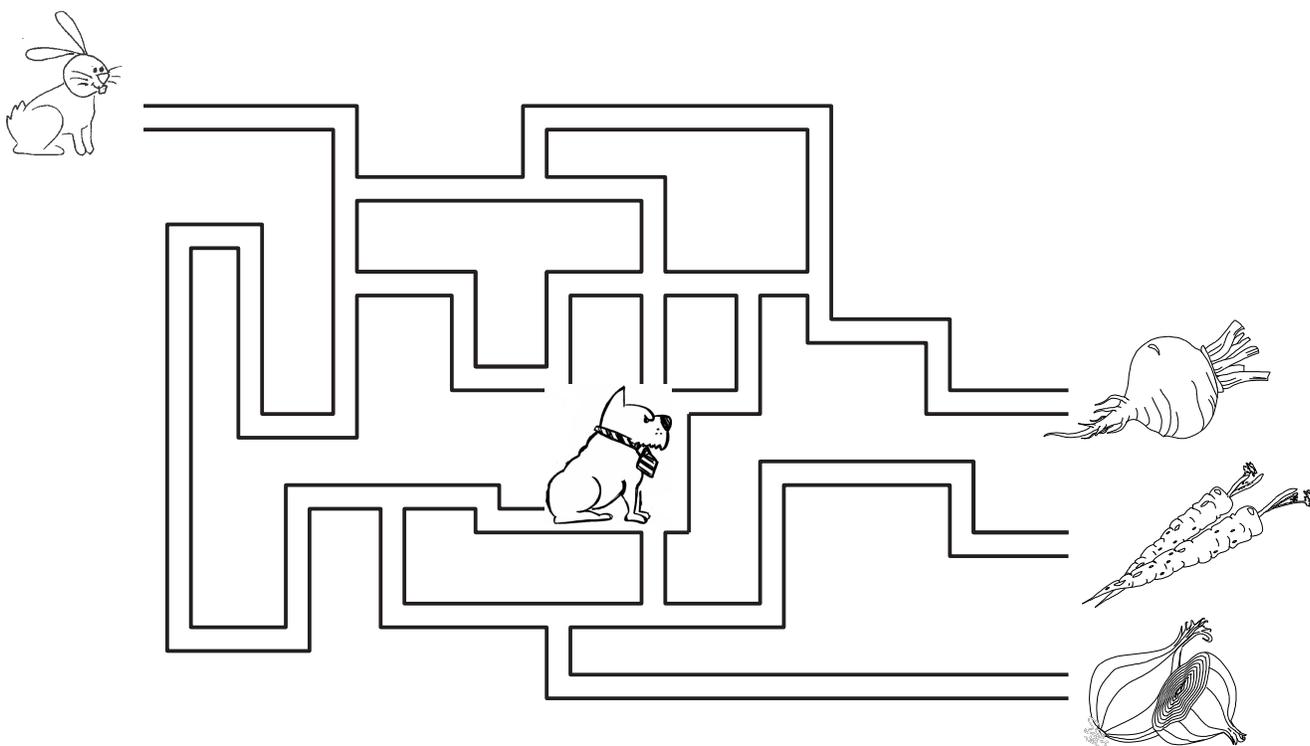
4. Colorea más de dos mariposas. Colorea menos de cuatro rosas.



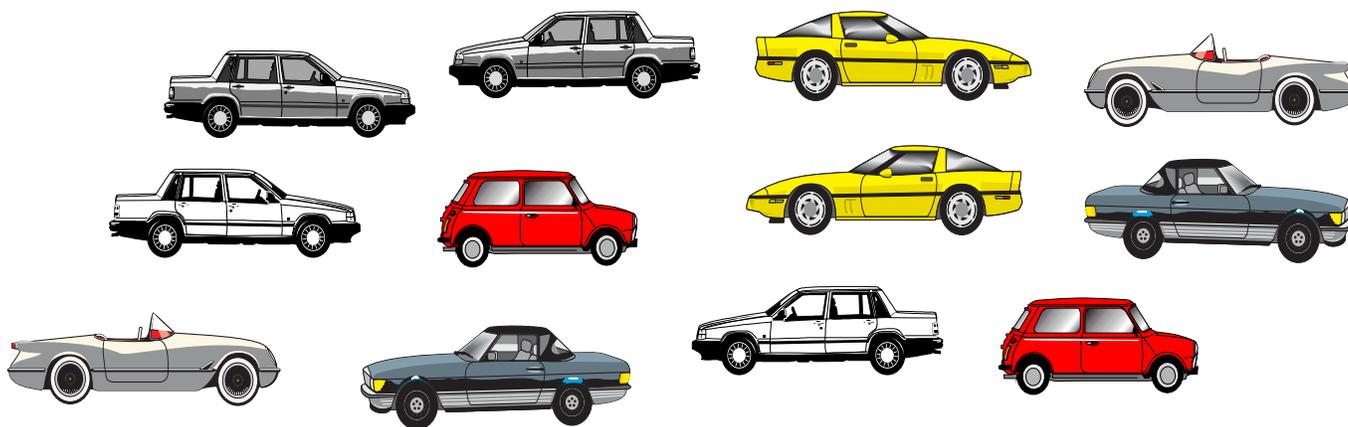
5. ¿Todos tienen pareja? ¡Une con líneas y lo sabrás!



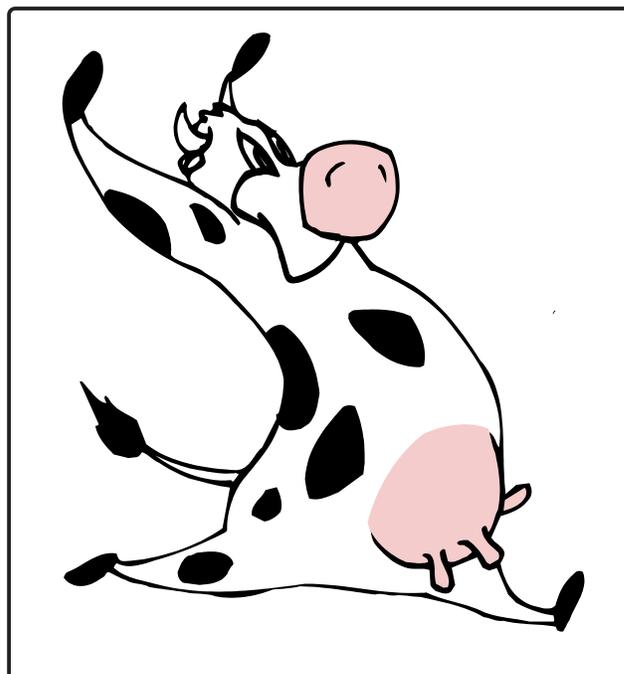
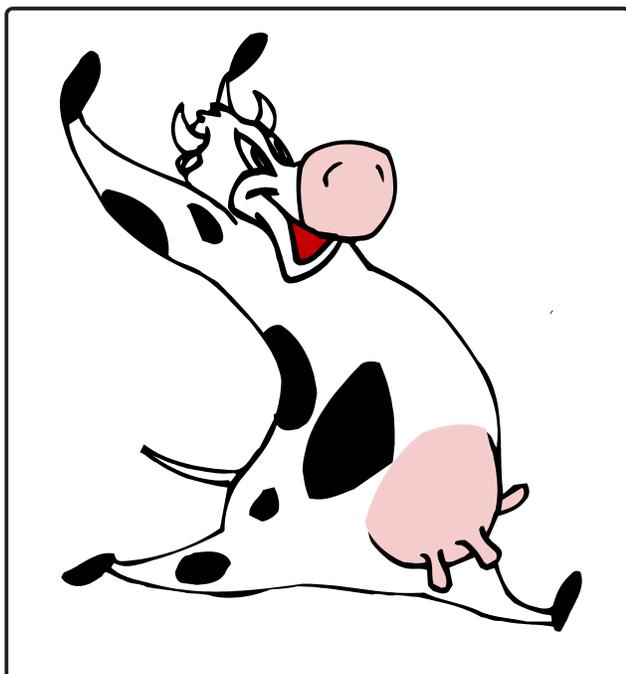
6. Ayúdale al conejo a encontrar el camino a las zanahorias, sin que tenga que pasar por donde está el perro.



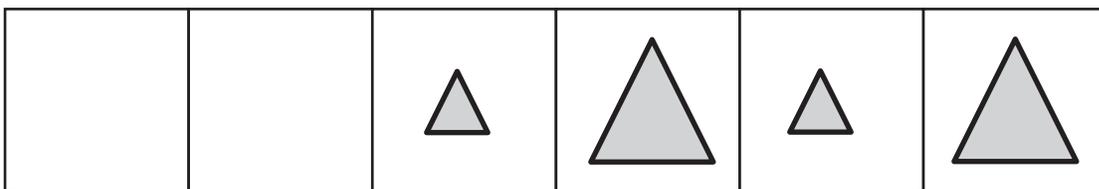
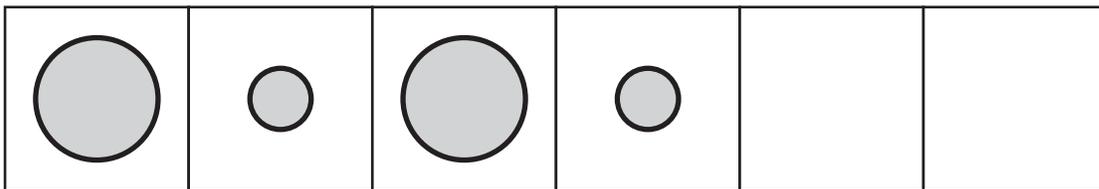
7. Encierra los carros que van hacia la derecha.
 ¿Hay más de seis carros que van hacia la derecha?



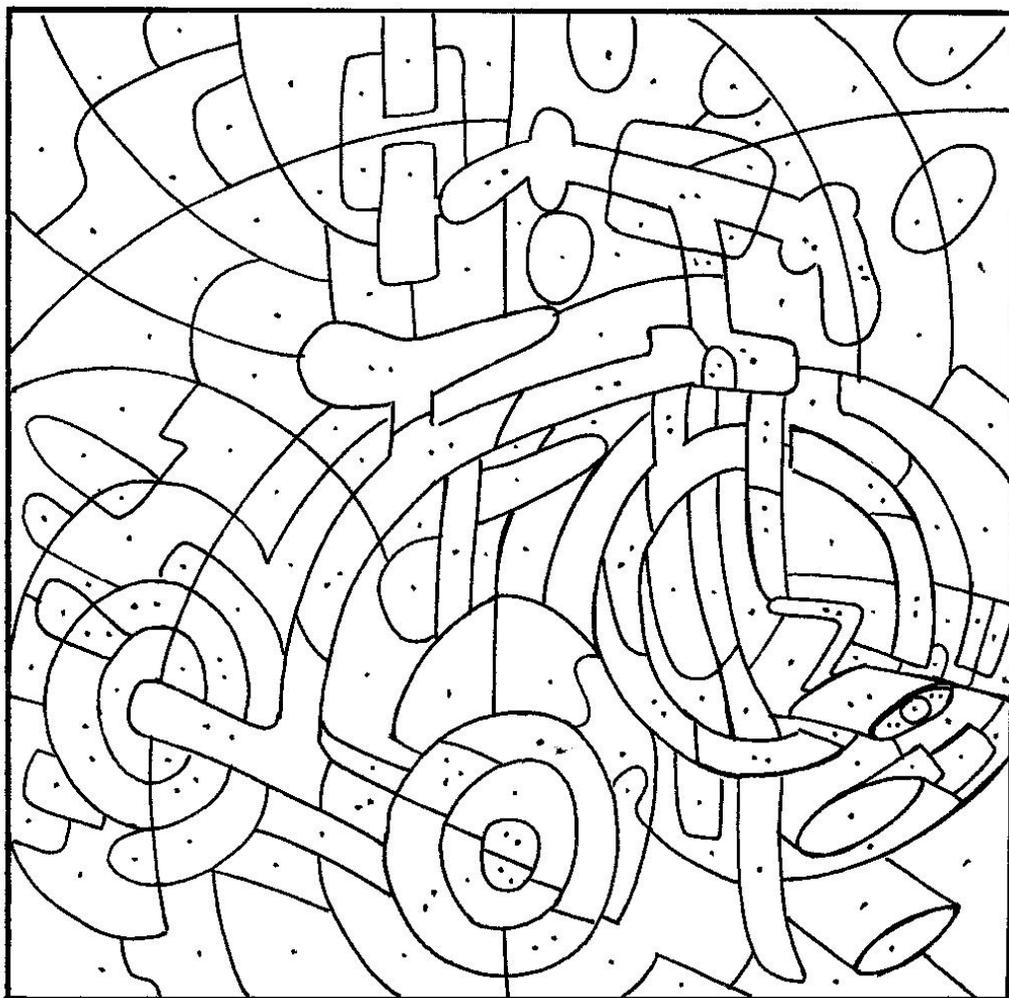
8. Encuentra las diferencias y enciérralas.



9. Completa cada fila con los dibujos correspondientes.



10. Colorea de azul las regiones que tienen un sólo punto.



¿Qué descubriste?

TERCER NIVEL
GRADOS: Cuarto y Quinto

Sección I (Cada respuesta correcta otorga 4 puntos.)

1. El perímetro del rectángulo de la figura es 20 cm. El largo de este rectángulo es

- A) 5 B) 6 C) 16 D) 24

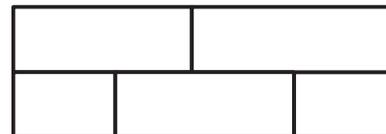


2. La suma de las edades de mi madre y mi padre es 70 años. Hace seis años la suma de las edades de mi madre y mi padre era

- A) 58 B) 64 C) 70 D) 76

3. El número de rectángulos que hay en la figura es

- A) 5 B) 7 C) 8 D) 10



4. El producto de dos números consecutivos es 56. La suma de estos dos números consecutivos es

- A) 7 B) 11 C) 14 D) 15

5. El número por el que hay que multiplicar 30 para obtener 3000 es

- A) 10 B) 300 C) 1000 D) 100

6. En un cuadrado mágico, la suma de los números en cada fila, en cada columna y en cada diagonal es la misma. El número que hace falta en la casilla del centro para que este cuadrado sea mágico es

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18

11	27	13
19		15
21	7	23

7. Un rectángulo posee un lado más que un

- A) pentágono B) círculo C) cuadrado D) triángulo

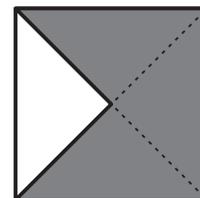
8. $1999 - 999 + 99 - 9$ es igual a
 A) 1900 B) 1090 C) 1000 D) 1990
9. Un cuarto de la mitad del doble de 32 es
 A) 4 B) 8 C) 16 D) 32
10. En una reunión, uno de los participantes se dio cuenta que ninguno de los asistentes nació en el mismo mes que otro. El número máximo de asistentes a esta reunión es:
 A) 11 B) 12 C) 13 D) 24

Sección II (Cada respuesta correcta otorga 8 puntos.)

11. 2000 abejas deben trabajar durante un año para producir siete frascos de miel. El número de años que deben trabajar 5000 abejas para producir setenta frascos de miel es
 A) 2 B) 4 C) 5 D) 7

12. El área de la región sombreada en el cuadrado de la figura es 24 cm^2 . El área de todo el cuadrado es

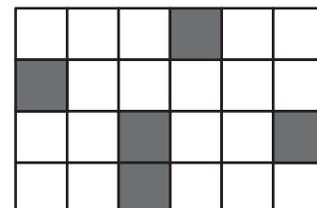
- A) 8 cm^2 B) 32 cm^2 C) 48 cm^2 D) 96 cm^2



13. Son la 1:30 p.m. Después de transcurridos 3600 segundos la hora correcta es
 A) 12:30 p.m. B) 1:00 p.m. C) 2:30 p.m. D) 3:30 p.m.
14. La nariz de Pinocho mide 3 cm. Su longitud se duplica cada vez que Pinocho miente. Si Pinocho dice seis mentiras, su nariz terminará midiendo
 A) 192 cm B) 96 cm C) 48 cm D) 18 cm

15. En el rectángulo se han sombreado algunas casillas. El número de casillas no sombreadas que debo sombreadar para que el número de casillas sombreadas en el rectángulo sea la mitad del número de casillas no sombreadas es

- A) 11 B) 7 C) 3 D) 4



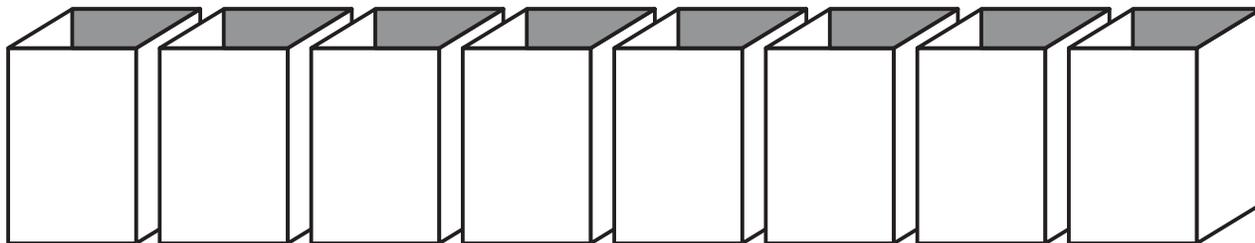
Sección III (Cada respuesta correcta otorga 10 puntos.)
Responde solamente dos problemas.

16. CANICAS

Cada una de 8 cajas contiene un número diferente de canicas, excepto dos que tienen igual número de canicas.

¿Cuál es el menor número total de canicas que puede haber en las ocho cajas juntas?

¡Explica detalladamente la solución!



17. Observa el patrón geométrico.



Figura 1

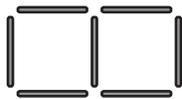


Figura 2

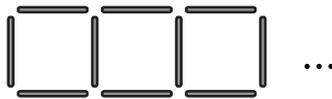


Figura 3

...

Si continuamos este patrón, ¿cuántos palillos se necesitan para construir la Figura 20?

¡Explica detalladamente la solución!

18. NÚMERO

Encuentra un número entero tal que sea:

- menor que 100;
- múltiplo de 3;
- múltiplo de 5;
- impar, y
- que la suma de sus dígitos sea impar.

¡Explica detalladamente la solución!

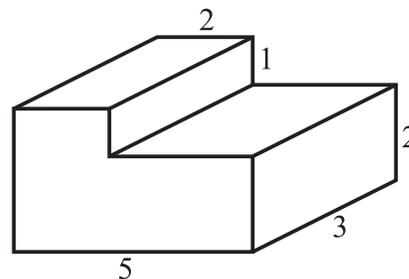
QUINTO NIVEL
GRADOS: Octavo y Noveno**Sección I** (Cada respuesta correcta otorga 4 puntos.)

1. La suma de cinco números enteros consecutivos es 35. El número de números primos entre estos números es

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

2. El volumen del sólido es

- A) 12 B) 30 C) 35 D) 36



3. Martha tiene cuatro veces la edad de Sonia. Martha tiene 27 años más que Sonia. La edad de Martha es

- A) 36 B) 45 C) 48 D) 54

4. La expresión $\frac{4^3 - 2^3}{2^{-2}}$ es igual a

- A) 32 B) 56 C) 144 D) 224

5. La suma de los cuadrados de dos números enteros positivos es igual a 34 y la diferencia de los cuadrados de estos enteros es igual a 16. El cubo del más pequeño de estos enteros es

- A) 1 B) 8 C) 27 D) 64

6. La expresión $\sqrt{0.0064}$ es igual a

- A) 0.08 B) 0.032 C) 0.008 D) 0.0032

7. El dígito de las unidades en el resultado de la expresión $1 + 9^{99}$ es

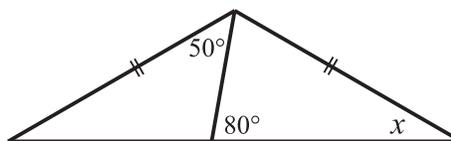
- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6

8. En un concurso de matemáticas, María resuelve cada pregunta de tres puntos en dos minutos, cada pregunta de cuatro puntos en tres minutos y cada pregunta de cinco puntos en cinco minutos. El máximo puntaje que puede obtener en 15 minutos es

- A) 15 B) 20 C) 21 D) 22

9. En la figura, x es igual a

- A) 30° B) 45° C) 50° D) 60°



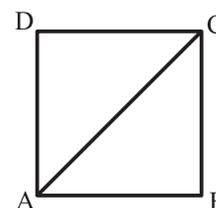
10. Entre los enteros 2 y 21, ambos incluidos, el porcentaje de los múltiplos de 4 es

- A) 20% B) 21% C) 24% D) 25%

Sección II (Cada respuesta correcta otorga 8 puntos.)

11. ABCD es un cuadrado con $AC = 6\sqrt{2}$. El área del cuadrado es igual a

- A) 6 B) 18 C) 36 D) 64



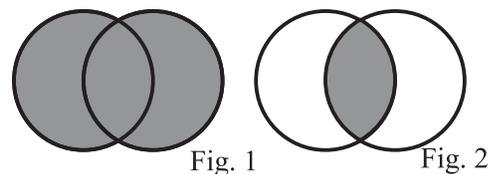
12. Los números 72, 8, 24, 10, 5, 45, 36 y 15 se agrupan en parejas con el mismo producto. La pareja de 24 es

- A) 8 B) 10 C) 15 D) 36

13. Si $a = 105$ y $a^3 = 21 \times 25 \times 45 \times b$, entonces b es igual a

- A) 35 B) 42 C) 45 D) 49

14. Las figuras 1 y 2 están formadas por círculos iguales de radio 4 cm. Si el área de la figura 1 es igual a $28\pi \text{ cm}^2$, el área sombreada de la figura 2 es igual a



- A) $2\pi \text{ cm}^2$ B) $4\pi \text{ cm}^2$ C) $2\pi^2 \text{ cm}^2$ D) $16\pi \text{ cm}^2$

15. Un cuadrado de 10 cm de lado se corta en cuadrados de 25 cm^2 de área. Luego se corta cada uno de estos cuadrados en dos triángulos. El número de triángulos que se obtiene es

- A) 5 B) 8 C) 9 D) 16

Sección III (Cada respuesta correcta otorga 10 puntos.)
Responda solamente dos problemas.

16. **CUBO**

Un cubo de madera de 9 cm de arista está pintado de verde. Luego se divide este cubo en 27 cubos pequeños de 3 cm de arista.

¿Cuál es el área total de las caras no pintadas de todos los cubos pequeños?

¡Explique detalladamente la solución!

17. **FRACCIONES**

La suma de las cuatro fracciones de la izquierda es 9. Para formar las cuatro fracciones de la izquierda se utilizan los dígitos de 1 a 8, cada uno exactamente una vez.

$$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = 9$$

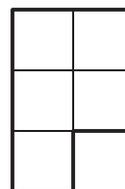
Los productos del dígito del numerador por el dígito del denominador para las cuatro fracciones son 6, 7, 30 y 32.

Determine las cuatro fracciones.

¡Explique detalladamente la solución!

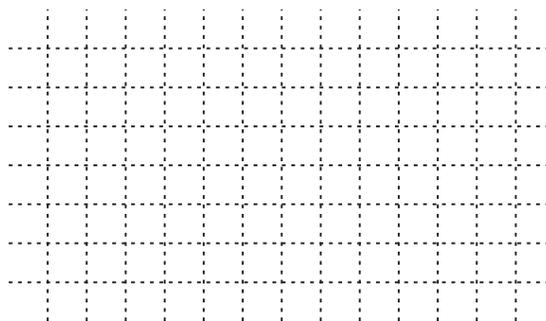
18. **PENTOMINÓ P**

La figura de la derecha, formada por cinco cuadrados unitarios, se llama PENTOMINÓ P, pues se asemeja a la letra P.

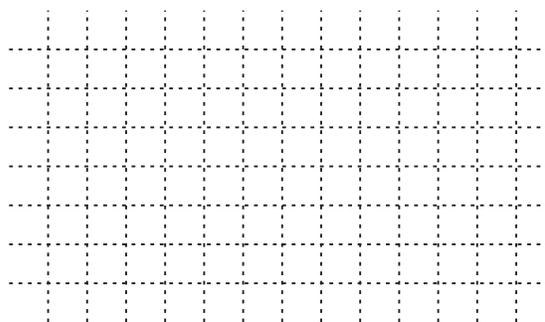


Utilizando solamente cuatro pentominós P, forme:

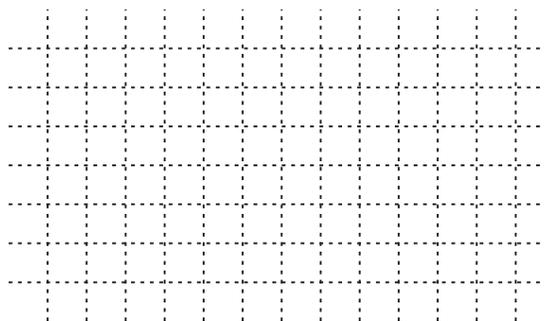
- A) Un rectángulo de dimensiones 2×10 .



- B) Un rectángulo de dimensiones 4×5 .



- C) Un rectángulo de dimensiones 4×6 .



**EJEMPLOS DE
“PENSAMIENTO MATEMÁTICO”
TOMADOS DEL
CONCURSO COLOMBIANO DE MATEMÁTICAS *COCOMA***

“Yo creo que los problemas son el corazón de las matemáticas, y espero que como maestros, en el aula de clase, en seminarios, y en los libros y artículos que escribamos, hagamos énfasis en ellos más y más, y que entrenemos a nuestros estudiantes para que lleguen a ser mejores planteadores y resolvedores de problemas que nosotros.”

Paul Richard Halmos

En toda prueba de matemáticas en la que está presente el *Enfoque de Planteamiento y Resolución de Problemas*, siempre encontraremos estudiantes de todas las edades que nos sorprenden con sus razonamientos.

A continuación, presentamos una muestra de este hecho basados en uno de los problemas del Concurso Colombiano de Matemáticas COCOMA.

Observa el patrón geométrico.

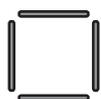


Figura 1



Figura 2



Figura 3 ...

Si continuamos este patrón, ¿cuántos palillos se necesitan para construir la Figura 20?

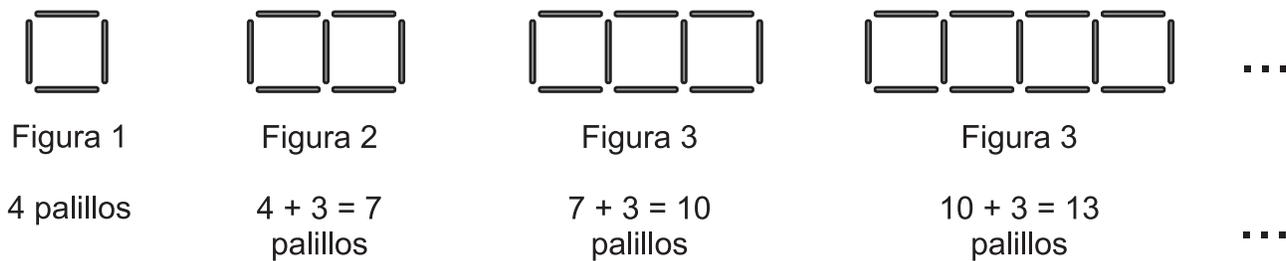
¡Explica detalladamente la solución!

Este problema les fue planteado a niñas y niños de los grados cuarto y quinto de primaria de varios colegios. Un buen número de los estudiantes decidieron dibujar la Figura 20 y contar luego, uno por uno, los palillos que se necesitan para formar esta figura. Algunos de ellos se equivocaron en este conteo.

Unos pocos descubrieron algo que los llevó a proponer un camino diferente para llegar a la solución del problema. Presentamos a continuación sus historias.

El estudiante de quinto grado **Luis Daniel Moreno** (10 años) del Colegio Bolívar de Bogotá (2005) descubrió el siguiente patrón.

“Figura 1 4 palillos,
 Figura 2 7 palillos,
 Figura 3 10 palillos,
 Figura 4 13 palillos,
 Figura 5 16 palillos,
 Figura 6 19 palillos,
 ...
 ...
 Figura 20 61 palillos.”



A cada nueva nueva le agregan tres palillos más.
 Así la figura 20 tendrá 61 palillos.

La estudiante de quinto grado **María Carolina Orjuela Castillo** (9 años) del colegio Gabriela Mistral de Zipaquirá (2005) descubrió el siguiente patrón.

“Observé que en la
Figura 1 hay 4 palillos,
en la Figura 2 hay $4 \times 2 - 1$ palillos,
en la Figura 3 hay $4 \times 3 - 2$ palillos.
...
...
Entonces,
en la Figura 20 hay $4 \times 20 - 19$ palillos,
es decir, 61 palillos.”

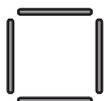


Figura 1

$$4 \times 1 = 4$$

palillos



Figura 2
Uno *dos* cuadrados
pero se repite *un*
palillo.

$$4 \times 2 - 1 = 7$$

palillos



Figura 3
Uno *tres* cuadrados
pero se repiten *dos*
palillos.

$$4 \times 3 - 2 = 10$$

palillos



Figura 4
Uno *cuatro* cuadrados
pero se repiten *tres*
palillos.

$$4 \times 4 - 3 = 13$$

palillos

Entonces en la Figura 20 hay $4 \times 20 - 19 = 61$ palillos.

La estudiante **Jessica Marcela León Carreño** (9 años) del Colegio Americano de Bogotá (2005) descubrió el siguiente patrón.

“Multipliqué 20 por 3 y al resultado le puse el número más adelante.”



Figura 1

Un grupo de tres palillos y uno más.

$$3 \times 1 + 1 = 4 \text{ palillos}$$



Figura 2

Dos grupos de tres palillos y uno más.

$$3 \times 2 + 1 = 7 \text{ palillos}$$



Figura 3

Tres grupos de tres palillos y uno más.

$$3 \times 3 + 1 = 10 \text{ palillos}$$



Figura 4

Cuatro grupos de tres palillos y uno más.

$$3 \times 4 + 1 = 13 \text{ palillos}$$

Entonces en la Figura 20 hay $20 \times 3 + 1 = 61$ palillos.



La estudiante de quinto grado **Angie Carolina Rodríguez E.** (10 años) del colegio San Juan Bautista de la Salle (2005) descubrió el siguiente patrón.

“Llegué al resultado imaginando la Figura 20 con 20 palillos arriba, 20 palillos abajo y 21 palillos al través.”

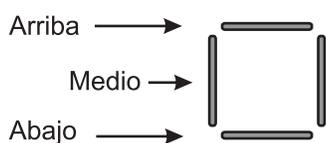


Figura 1

1 palillo arriba
1 palillo abajo
2 palillos en medio

$$1 + 1 + 2 = 4 \text{ palillos}$$



Figura 2

2 palillos arriba
2 palillos abajo
3 palillos en medio

$$2 + 2 + 3 = 7 \text{ palillos}$$



Figura 3

3 palillos arriba
3 palillos abajo
4 palillos en medio

$$3 + 3 + 4 = 10 \text{ palillos}$$

Entonces en la Figura 20 hay:

20 palillos arriba
20 palillos abajo
21 palillos en medio

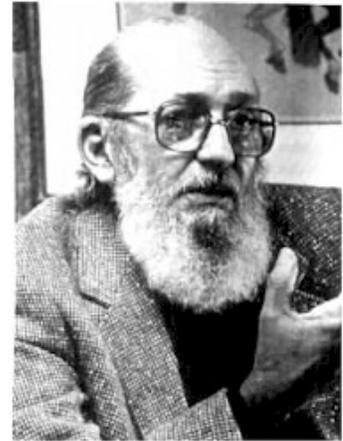
$$20 + 20 + 21 = 61 \text{ palillos.}$$

NOTA: La solución de Angie Carolina fue una sorpresa para nosotros por su sencillez y elegancia. Los que planteamos el problema no la habíamos visto. Quedamos asombrados y reconocimos que habíamos aprendido algo nuevo de esta estudiante. Creemos que este es un hermoso ejemplo de lo que se llama “pensamiento matemático”.

ÚLTIMA ENTREVISTA

Paulo Freire, con lucidez y al mismo tiempo con mucha ternura respondió: *“Yo sueño con un país y con una América Latina donde se organicen muchas marchas: las de los sin tierra, y también la de los que no pueden ir a la escuela y la marcha de los que fueron a la escuela y fueron reprobados. La marcha de los discriminados, la de los que intentaron amar y no pudieron. La marcha de los que intentaron ser y no lo consiguieron.”*

De la última entrevista de Paulo Freire a la TV Comunitaria de la Universidad Católica de San Pablo



PAULO FREIRE (1921-1997)

Nació en Recife, Brasil, en 1921. Estudió letras y se doctoró en 1959 en Filosofía e Historia de la Educación con la tesis “Educación y actualidad brasileña”, en la que se sientan las bases de su método, según el cual todo proceso educativo debe partir de la realidad que rodea a cada individuo.

El pensamiento de Freire, definido en torno a una visión humanista cristiana que, en América Latina, se manifestó a través de la denominada “teología de la liberación”, se centra en el ámbito de la pedagogía. La pedagogía aparece como base necesaria y desencadenante de la concienciación que conduce al desarrollo, al progreso humano, a la liberación del individuo de las ataduras que le mantienen alejado de su real dimensión social.

En 1986, recibió el premio internacional “Paz y Educación” de la UNESCO. Durante su vida fue investido doctor “*Honoris Causa*” por una veintena de universidades de todo el mundo.

REFLEXIÓN

“A su vez, el profesor o la profesora sólo enseñan en términos verdaderos en la medida en que conocen el contenido de lo que enseñan, es decir, en la medida en que se lo apropian, en que lo aprehenden. En este caso, al enseñar re-conocen el objeto ya conocido. En otras palabras, rehacen su cognoscibilidad en la cognoscibilidad de los educandos. Enseñar es así la forma que adopta el acto de conocimiento que el profesor o la profesora necesariamente realizan a fin de saber lo que enseñan para provocar también en los alumnos su acto de conocimiento. Por eso enseñar es un acto creador, un acto crítico y no mecánico. La curiosidad de profesores y alumnos, en acción, se encuentra en la base del enseñar-aprender.

...

El acto de estudiar, de aprender, de conocer es difícil, sobre todo exigente, pero placentero. Es preciso que los educandos descubran y sientan la alegría que hay en él, que forma parte de él y que está siempre dispuesta a invadir a cuantos se entreguen a él.

...

Leer como estudio, es un proceso difícil, incluso penoso a veces, pero siempre placentero también. Implica que el lector o la lectora se adentren en la intimidad del texto para aprehender su más profunda significación. Cuanto más hacemos este ejercicio en forma disciplinada, tanto más nos preparamos para que las futuras lecturas sean menos difíciles.

...

Una de las cualidades o virtudes que debemos incorporar en este proceso es la curiosidad. Yo me pregunto cómo es posible llegar a saber algo, sin curiosidad.. Y es viviendo la curiosidad con los alumnos que yo abogo por la curiosidad y no hablando de la curiosidad, sin ser curioso.”

Paulo Freire