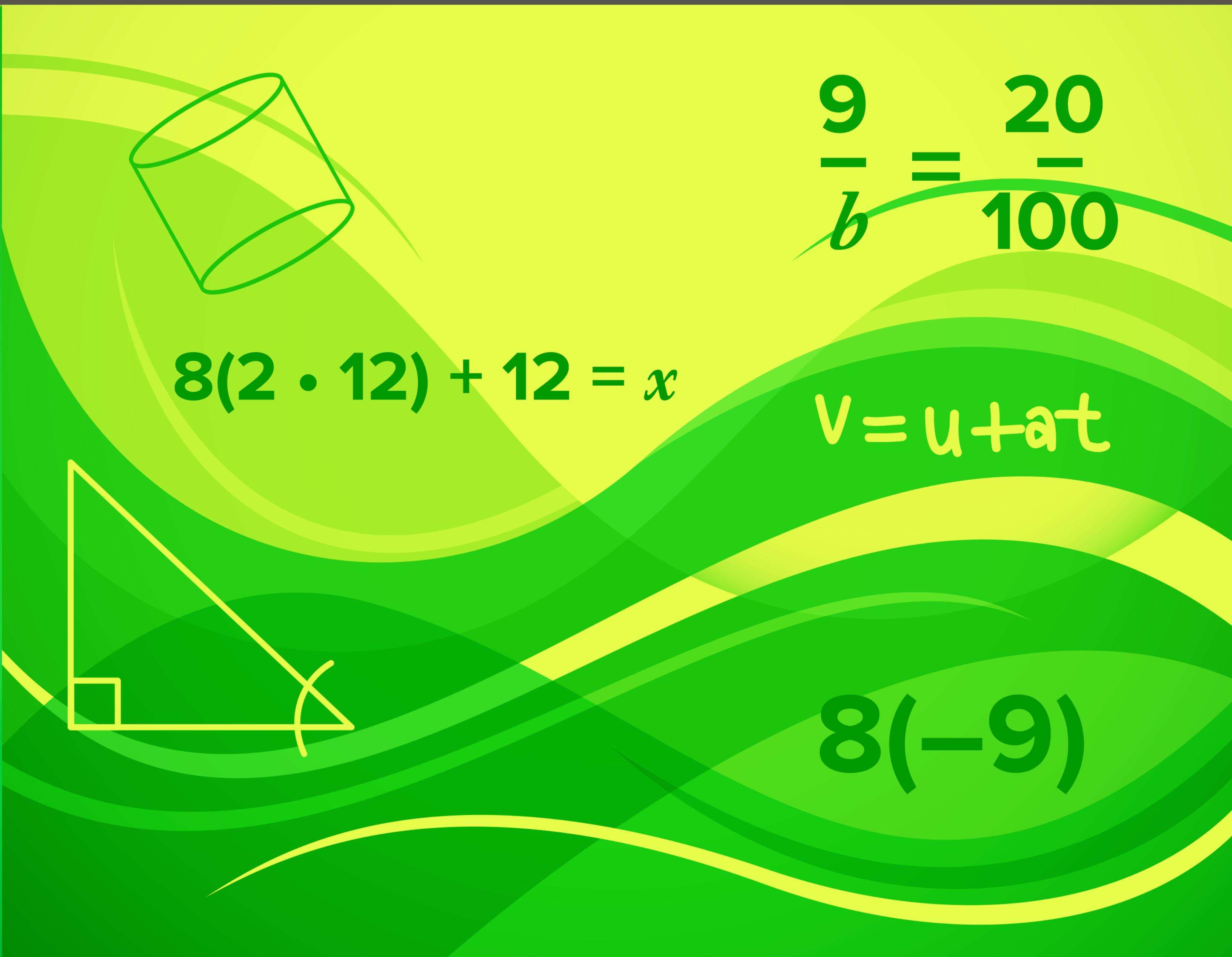
CK-12 Conceptos Escuela de Matemáticas Medio - Grado 8

Concepto Colección



CK-12 Conceptos Escuela de Matemáticas Medio - Grado 8

Jen Kershaw

AUTHOR
Jen Kershaw

To access a customizable version of this book, as well as other interactive content, visit www.ck12.org

CK-12 Foundation is a non-profit organization with a mission to reduce the cost of textbook materials for the K-12 market both in the U.S. and worldwide. Using an open-content, web-based collaborative model termed the **FlexBook®**, CK-12 intends to pioneer the generation and distribution of high-quality educational content that will serve both as core text as well as provide an adaptive environment for learning, powered through the **FlexBook Platform®**.

Printed: November 25, 2014

flexbook
next generation textbooks

Contents

CHAPTER 1 Uso del álgebra

Chapter Outline

Introducción

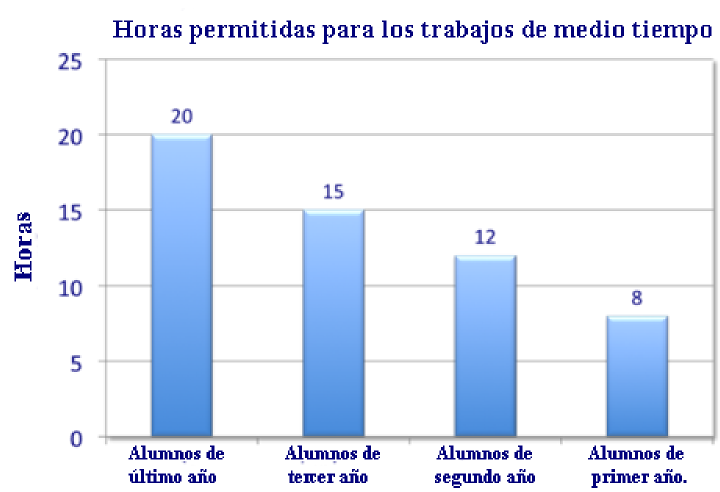
En esta sección, tendrás un anticipo de una variedad de temas de álgebra. Primero aprenderás cómo interpretar datos y representarlos mediante gráficos de barras e histogramas. Luego, aprenderás todo sobre las expresiones algebraicas y cómo las variables pueden ayudarte a representar problemas cotidianos mediante expresiones. También te familiarizarás con el concepto de resolver una ecuación y conocerás la diferencia entre una expresión y una ecuación. Verás algunas fórmulas como ejemplos de ecuaciones que pueden ser usadas para resolver problemas. Por último, aprenderás como elaborar un plan de resolución de problemas.

1.1 Interpretación de gráficos de barras

En esta sección, aprenderás a interpretar y comprender gráficos de barras.

¿Alguna vez has tenido un trabajo de medio tiempo? Algunas veces los estudiantes solo pueden trabajar un cierto número de horas según su edad. ¿Lo sabías?

Mira este gráfico de barras.



¿Sabes cómo interpretar los datos? ¿Qué conclusiones puedes obtener luego de ver los datos? Los gráficos de barras pueden ser muy útiles si sabes utilizarlos; en esta sección aprenderás todo sobre ellos.

Orientación

En el mundo real trabajamos con datos todo el tiempo. ¿Sobre qué hablamos cuando usamos la palabra "datos"? Nos referimos a estadísticas o información que ha sido recopilada a partir de eventos reales.

Los *Datos* son cualquier información recolectada.

Cuando realizamos una encuesta, medimos distancias a lo largo de un periodo de tiempo o registramos cómo las tendencias cambian, la información recopilada se considera como dato. El punto es que los datos son información recopilada y en esta sección aprenderás a organizarlos, analizarlos y trabajar con ellos.

Empecemos con los gráficos de barras. Probablemente ya has trabajado con gráficos de barras desde la escuela primaria, pero ¿recuerdas el propósito de estos gráficos? ¿cómo muestran y registran la información?

Empecemos con la definición de un gráfico de barras.

¿Qué es un gráfico de barras?

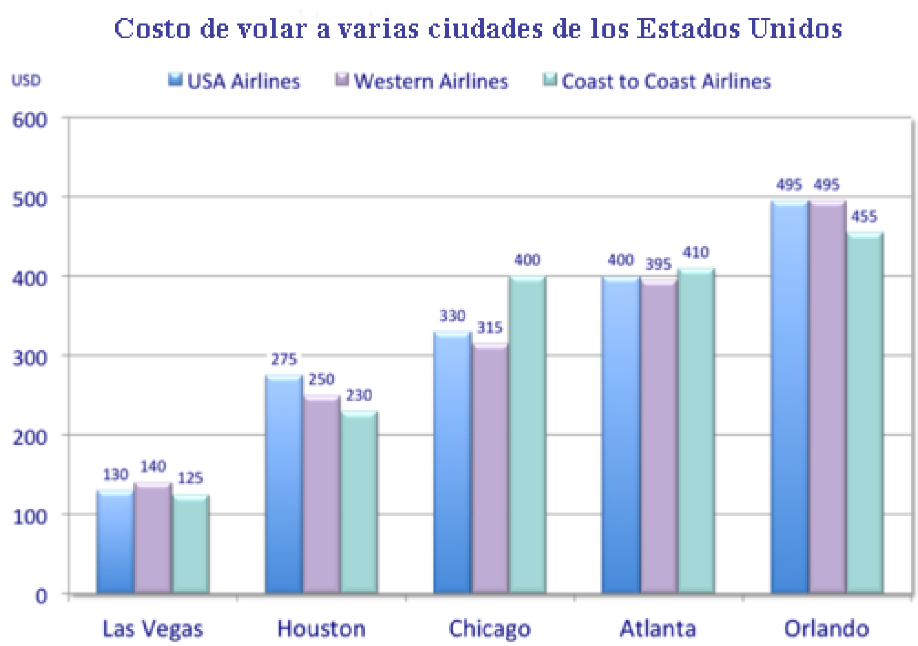
Un *gráfico de barras* es un gráfico que usa columnas para comparar cantidades o sumas.

La palabra clave es comparación. Si puedes pensar en una comparación cuando trabajas con un gráfico de barras, te ayudará a comprender mejor las cosas.

Toma algunos minutos para escribir la definición de un gráfico de barras en tu cuaderno. Asegúrate de subrayar la palabra "comparación" para ayudarte a recordar el propósito de estos gráficos.

Mira este caso sobre el transporte aéreo.

El gráfico a continuación compara los costos de viajar en tres aerolíneas hacia varias ciudades de Estados Unidos desde Oakland, California. Usa la información del gráfico de barras para responder las siguientes preguntas.



Ejemplo A

¿Para qué ciudad las tres aerolíneas tienen viajes a un precio similar?

Solución: Las tres aerolíneas tienen un precio similar para los viajes a Atlanta.

Ejemplo B

¿Qué aerolínea tiene el precio más bajo para viajar a tres de las cinco ciudades?

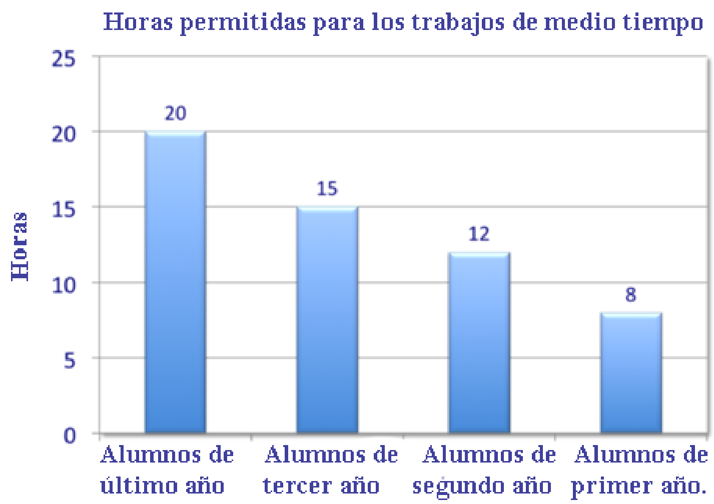
Solución: Coast to Coast Airlines tiene los pasajes más baratos para viajar a Las Vegas, Houston y Orlando.

Ejemplo C

¿Para qué ciudad Western Airlines y Coast to Coast Airlines tienen viajes con una diferencia de precios de cuarenta dólares?

Solución: El precio de un pasaje a Orlando en Western Airlines es cuarenta dólares más caro que un pasaje a la misma ciudad en Coast to Coast Airlines.

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección. Aquí hay un gráfico sobre los trabajos de medio tiempo.



Mira bien este gráfico de barras. Ahora vamos a usar este gráfico para responder las siguientes preguntas.

¿Cuántas horas más a la semana pueden trabajar los alumnos de último año en comparación con los de segundo año?

Los alumnos de último año pueden trabajar veinte horas semanales. Los alumnos de segundo año pueden trabajar doce horas semanales. Por lo tanto, los alumnos de último año pueden trabajar ocho horas semanales más que los alumnos de segundo año.

¿Los alumnos de tercer año pueden trabajar el doble de horas que los alumnos de primer año?

Los alumnos de tercer año pueden trabajar quince horas semanales. Los alumnos de primer año pueden trabajar ocho horas semanales. La cantidad de tiempo que los alumnos de primer año pueden trabajar multiplicado por dos es dieciséis. Por lo tanto, los alumnos de tercer año pueden trabajar casi el doble de lo que pueden trabajar los alumnos de primer año trabajan.

Puedes ver como la representación visual de la información es útil para responder las preguntas sobre los datos.

Vocabulario

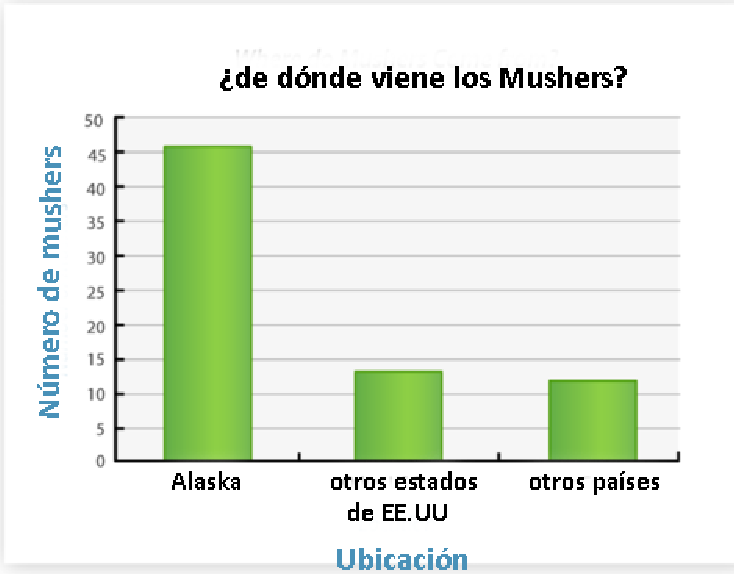
Datos
: Información que ha sido recopilada sobre una ocurrencia o evento.

Gráfico de barras
: Gráfico que usa columnas para comparar cantidades o sumas.

Práctica guiada

Aquí tienes un gráfico para practicar.

Las carreras de Iditarod son carreras de trineos tirados por perros que se realizan cada año en Alaska. Cada año, los organizadores de la carrera realizan una encuesta a los mushers (los participantes de la carrera) para determinar su lugar de residencia. Mira el siguiente gráfico. Muestra los datos recopilados. Luego, úsalo para responder las siguientes preguntas. Debido a que no tienes los datos exactos, aproxima cada valor del gráfico de barras lo mejor que puedas.



¿Cuántos mushers son de Alaska?

En esta carrera, ¿Cuántos vienen de estados o países fuera de Alaska?

¿Cuál es el número total de mushers que participaron en la carrera?

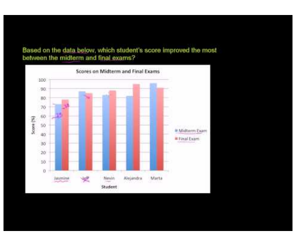
Solución

Cerca de 46 mushers eran de Alaska.

Aproximadamente 27 mushers son de lugares fuera de Alaska. Catorce eran de otros estados de los Estados Unidos y trece de otros países.

En total, había aproximadamente 86 mushers en la carrera.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5290

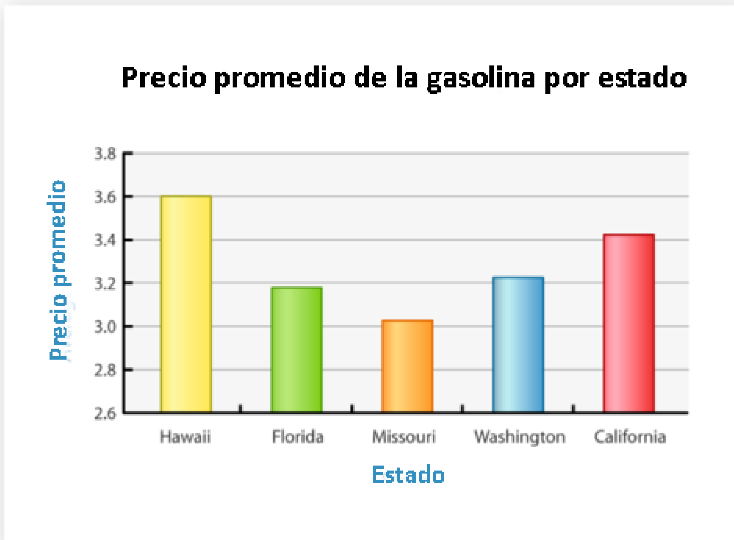
Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Khan Academy Reading Bar Graphs

*Este video solo está disponible en inglés

Práctica

Instrucciones: Mira cada gráfico de barras y úsalo para responder las siguientes preguntas:



1. ¿Cuál es el precio promedio de la gasolina en Hawái?

2. ¿Cuál es el precio promedio de la gasolina en Florida?

3. ¿Qué estado tiene el precio promedio más bajo por galón?

4. ¿Qué estado tiene el precio promedio más alto por galón?

5. Si el costo promedio en Misuri es de $3 por galón, ¿Cuánto te costarían 15 galones en Misuri?

6. ¿Sería más barato comprar diez galones en Hawái?

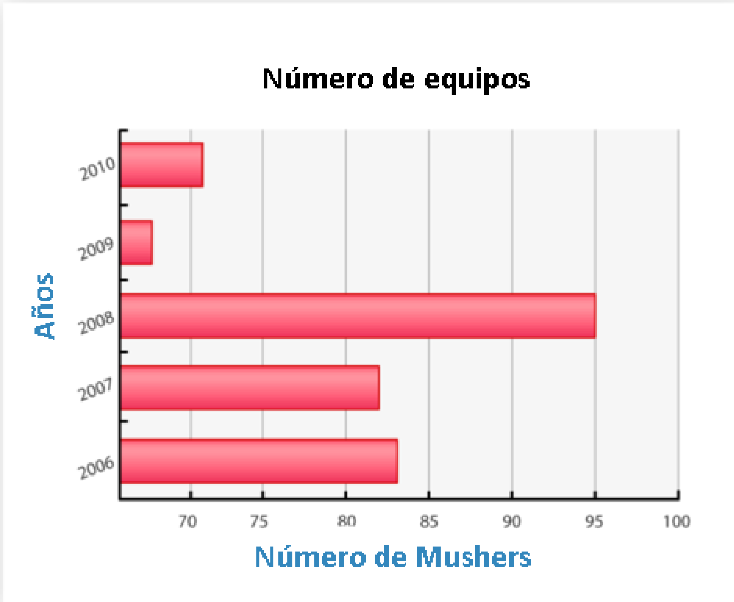
7. Cuánto te costaría comprar los diez galones en Hawái?

8. Si el costo promedio es $3.40 por galón en California, ¿Cuánto sería la diferencia entre diez galones en Hawái y diez galones en California?

9. ¿Cuál es el precio promedio por galón en el estado de Washington?

10. Basándose en el gráfico de barras, ¿Qué estado tiene los precios más baratos por galón, Florida o Washington?

Instrucciones: : Este gráfico muestra cómo el número de equipos que participan en el Iditarod ha cambiado con el paso del tiempo. Usa este gráfico de barras para responder las siguientes preguntas:



11. ¿Cuántos equipos participaron el 2006 aproximadamente?

12. ¿Qué año tuvo la mayor participación?

13. Si el número de equipos en 2008 hubiera sido duplicado en 2010, ¿Cuántos equipos hubieran participado en 2010?

14. Verdadero o falso. Ha habido un incremento mantenido en la participación desde 2007 al 2010.

15. Si la participación en 2011 incrementó en 10 mushers más que el número contado en 2010, ¿Cuántos mushers participarían?

16. Verdadero o falso. Hubo menos mushers en 2006 comparado con el 2007.

17. ¿Qué frase describe mejor la participación en 2009?

A. Fue mejor que en 2007.

B. Había menos de 80 mushers registrados.

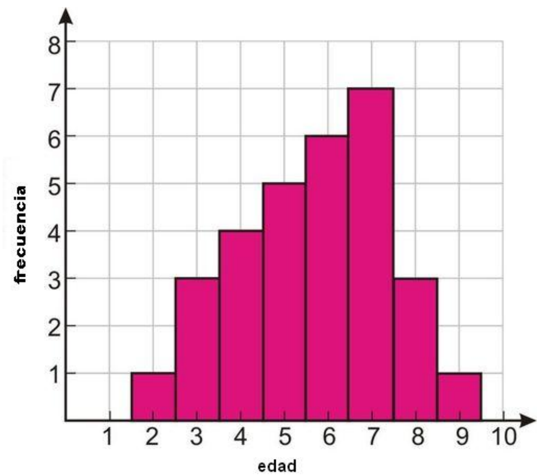
C. Fue el número de mushers más bajo registrado en el gráfico.

D. B y C

1.2 Comprendiendo e interpretando tablas de frecuencia e histogramas

En esta sección, aprenderás a aprender e interpretar tablas de frecuencia e histogramas.

¿Comprendes los histogramas? ¿Sabías que los histogramas pueden ser útiles para explicar datos?



Jessie trabaja en un puesto de helados. Por una hora anota las edades de los niños que van con sus padres a comprar helados. El histograma anterior muestra esta información. Al mirar el histograma, ¿Puedes determinar cuántas personas de cada edad vinieron al puesto de helados?

Presta atención y sabrás cómo responder esta pregunta luego de completar esta sección.

Orientación

Para entender lo que es una tabla de frecuencias, primero analicemos las palabras. La palabra frecuencia se refiere a qué tan seguido ocurre algo. Una tabla es una forma de organizar la información utilizando columnas. Por lo tanto, una ***tabla de frecuencias*** es una manera de resumir datos mostrando el número de veces que ocurre un valor. Para mostrar esto, una tabla de frecuencias organiza la información en una tabla de tres columnas separadas.

¿Cómo creamos una tabla de frecuencias?

Primero necesitas hacer una tabla con tres columnas separadas.

Una columna para los intervalos. El número de intervalos es determinado por la amplitud de los valores de los datos. Los intervalos son de igual amplitud y no se superponen. Si la amplitud del valor de los datos es cercana, entonces los intervalos serán pequeños. Si la amplitud de los valores de los datos es más amplia, entonces los intervalos serán mayores. Es importante que la amplitud de los valores de cada intervalo sea igual y que los valores no se sobrepongan de un intervalo al siguiente.

Otra columna para los resultados. En esta columna es donde poner el resultado del número de veces que ves un valor en cada intervalo. En esta columna también verás marcas o líneas que registran el número de veces que un valor se repite.

En la última columna, suma los resultados para determinar la frecuencia.

Veamos cómo crear una tabla de frecuencias. Crea una tabla de frecuencias que muestre los datos a continuación.

$$43, 42, 45, 42, 39, 38, 50, 52, 36, 49, 38, 50, 40, 37, 35$$

Paso 1: Haz una tabla con tres columnas separadas.

- Intervalos
- Resultados calculados
- Resultados de la frecuencia

Ya que los rangos de los valores no son muy altos, los intervalos se fijarán en grupos de cinco.

Paso 2: Analiza los datos y calcula el número de veces que se repite un valor.

Paso 3: Suma el valor obtenido para registrar la frecuencia.

Intervalos	Resultados	Frecuencia
35 - 39	| | | | | |	6
40 - 44	| | | |	4
45 - 49	| |	2
50 - 54	| | |	3

Toma unos minutos para anotar los pasos para la creación de una tabla de frecuencias.

Pensar sobre la frecuencia en la que ocurre un evento te puede ayudar a entender y predecir ciertas tendencias. Piensa en qué tan útil puede ser la tendencia en las calificaciones si fueras un profesor analizando el progreso de un estudiante.

También podemos crear un histograma para mostrar los datos. Los histogramas y los gráficos de barras a menudo se confunden, pero son diferentes. Veamos en qué se diferencian.

Un *histograma* muestra la frecuencia de los valores en un gráfico. Como en una tabla de frecuencias, los datos se agrupan en intervalos de igual amplitud que no se sobreponen. Al igual que en un gráfico de barras, la altura de cada barra muestra la frecuencia de los valores. Sin embargo, en un histograma, las columnas verticales no tienen espacio entre ellas.

Crea un histograma para mostrar la información de una tabla de frecuencias.

Intervalos	Resultados	Frecuencia
36 - 40	| | | | | | |	7
41 - 45	| | | |	4
46 - 50	| | | |	4

Aquí están los pasos para la creación de un histograma a partir de los datos organizados en una tabla de frecuencias.

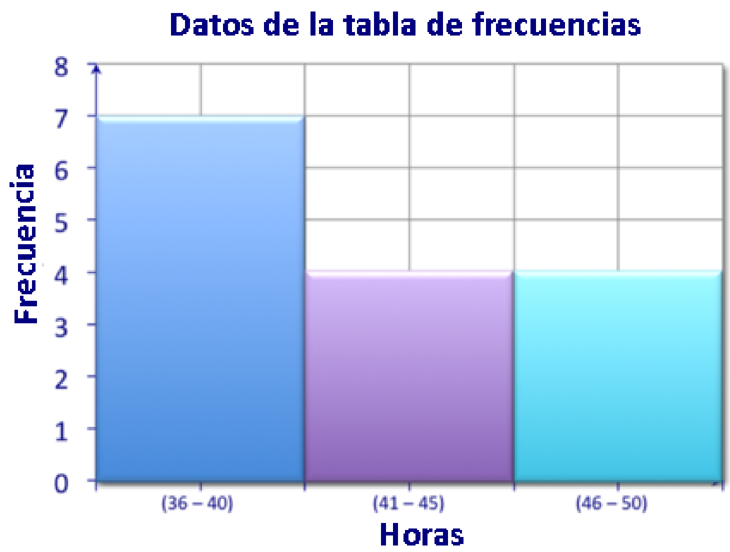
Paso 1: Dibuja el eje horizontal (x) y el eje vertical (y) .

Paso 2: Titula el gráfico como "Datos de la tabla de frecuencias"

Paso 3: Nombra el eje horizontal como "horas". Pon los intervalos a lo largo del eje horizontal.

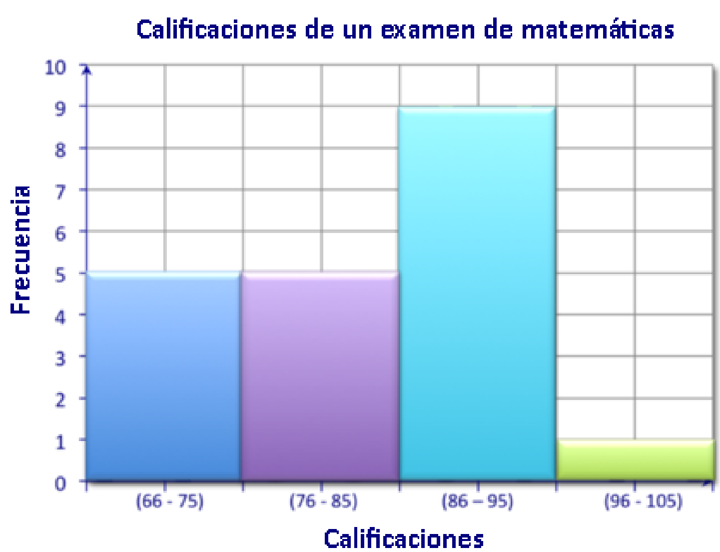
Paso 4: Nombra el eje vertical como "frecuencia". Ya que el rango de las frecuencias no es tan grande, numera el eje de uno en uno.

Paso 5: Para cada intervalo en la parte horizontal, dibuja una columna vertical aproximada al valor de la frecuencia. En un histograma no hay espacio entre las columnas verticales.



Viendo el histograma puedes ver que los valores entre treinta y seis y cuarenta fueron los más frecuentes. Los valores entre cuarenta y uno y cuarenta y cinto y entre cuarenta y seis y cincuenta aparecieron igual número de veces.

Usa este histograma de calificaciones de un examen de matemáticas para responder las siguientes preguntas.



Ejemplo A

¿En qué rango se encuentran la mayoría de las calificaciones?

Solución: Entre el ochenta y seis y el noventa y cinco porciento

Ejemplo B

¿Qué fracción de los estudiantes obtuvieron entre setenta y seis y ochenta y cinco por ciento?

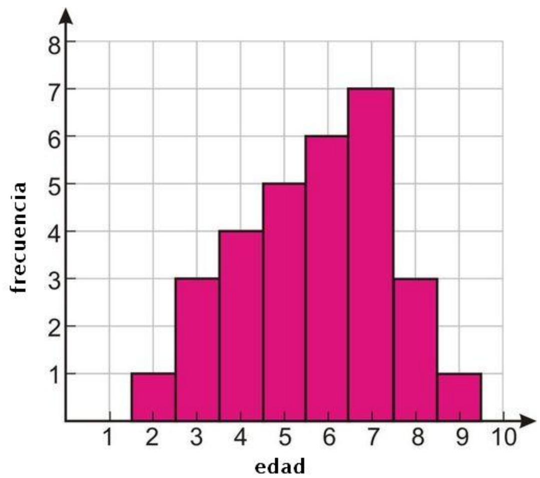
Solución: Un cuarto

Ejemplo C

¿Qué calificaciones fueron minoría?

Solución: Entre noventa y seis, cien y cinco por ciento

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección. Aquí tenemos un histograma.



Usémoslo para responder las siguientes preguntas.

¿Cuál fue el grupo etario más común en el puesto de helados?

Había siete niños de siete años de edad.

¿Cuántos niños de un año fueron?

Ninguno

Ninguno

Tres

¿Cuántos niños de diez años fueron?

Ninguno

Nota que podrías escribir muchas de estas preguntas y respuestas usando este histograma. El histograma es una forma maravillosa de mostrar los datos gráficamente.

Vocabulario

Datos
Información que ha sido recopilada sobre una ocurrencia o evento.

Gráfico de barras
Gráfico que usa columnas para comparar cantidades o sumas.

Tabla de frecuencias
Tabla que resume datos al mostrar el número de veces que ocurre un valor.

Histograma
Representación gráfica que muestra la frecuencia de los valores en un gráfico.

Práctica guiada

Representación gráfica que muestra la frecuencia de los valores en un gráfico.

Los valores a continuación representan las calificaciones de los estudiantes (con un máximo de 100%) para un examen de matemáticas reciente. Organiza los datos en una tabla de frecuencias

$$92, 88, 75, 82, 95, 99, 84, 89, 90, 79, 68, 71, 88, 93, 87, 92, 77, 68, 71, 85$$

Solución

Paso 1: Haz una tabla con tres columnas separadas.

- Intervalos
- Resultados calculados
- Resultados de la frecuencia

Ya que el rango de los datos es grande (treinta y uno), los intervalos deben estar agrupados en grupos de diez.

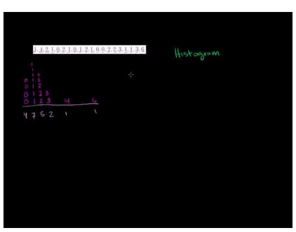
Paso 2: Analizando los datos, calcula el número de veces que se repite un valor.

Paso 3: Suma el valor obtenido para registrar la frecuencia.

Intervalos	Resultados	Frecuencia
66 - 75							5
76 - 85							5
86 - 95											9
96 - 105			1

Nuestro trabajo está listo.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/39

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Khan Academy Histograms

*Este video solo está disponible en inglés

Práctica

Instrucciones: Usa la tabla de frecuencias para responder las siguientes preguntas. Esta tabla de frecuencias muestra las calificaciones de un examen de historia.

TABLE 1.1:

Puntaje (%)	Cálculo	Frecuencia
50-60	||||	4
60-70	~~||||~~ |	6
70-80	~~||||~~ ~~||||~~ |	11
80-90	~~||||~~ |||	8
90-100	||||	4

1. ¿Cuál es el total de estudiantes que realizaron la prueba?

2. ¿Cuántos estudiantes lograron entre el 70% y el 80%?

3. ¿Qué fracción de los estudiantes logró entre el 70% y el 80%?

4. ¿Qué porcentaje de los estudiantes constituirían?

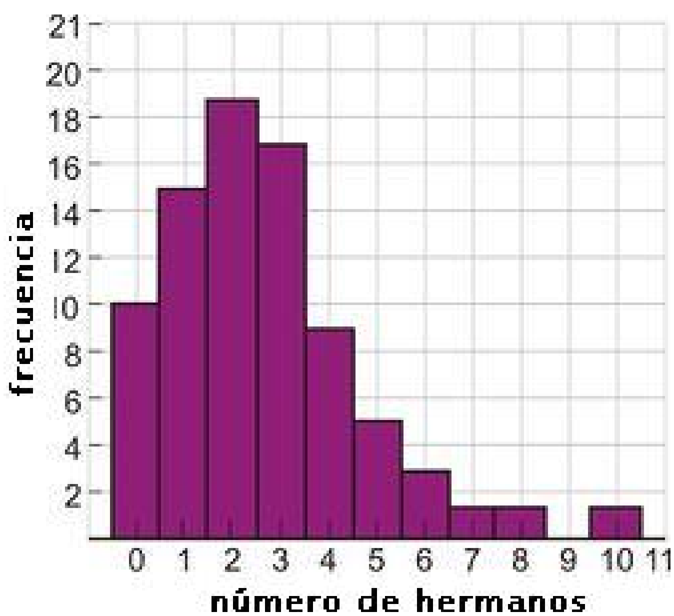
5. ¿Cuántos estudiantes lograron entre el 90% y el 100%?

6. ¿Qué fracción de los estudiantes logró entre el 90% y el 100%?

7. Si los alumnos reprueban bajo el 60%, ¿Cuántos estudiantes reprobaron la prueba?

8. Verdadero o falso. El número de estudiantes que recibieron las calificaciones más altas es igual al número de estudiantes que reprobaron.

Instrucciones: Usa este histograma sobre los hermanos para responder las siguientes preguntas.



9. ¿Cuántas personas encuestadas tienen dos hermanos?

10. ¿Cuántas personas encuestadas tienen tres hermanos?

11. ¿Cuántas personas son hijos únicos?

12. ¿Cuántas personas encuestadas tienen diez hermanos?

13. ¿Cuántas personas combinadas tienen cuatro o cinco hermanos?

14. ¿Cuántas personas tiene solo un hermano?

15. ¿Cuántas personas encuestadas tienen nueve hermanos?

1.3 Representación de datos del mundo real utilizando gráficos de barras, tablas de frecuencias e histogramas

En esta sección, aprenderás a representar datos del mundo real utilizando gráficos de barras, tablas de frecuencias e histogramas.

Los estudiantes de la Smith Middle School volvieron a clases y se encontraron con una gran sorpresa: el taller de carpintería había sido eliminado del currículum.

"¿Cómo es que cancelaron el taller de carpintería?" Preguntó Kyle mirando su horario. "He esperado todo el año para esto".

Antes, solo los estudiantes de séptimo y octavo grado podían participar en el taller de carpintería. Muchos estudiantes pasaron todo el sexto grado esperando participar en el taller.

"Te entiendo, también lo estaba esperando", dijo Sarah.

"Debe haber un error", comentó Tanisha.

Sin embargo, no había error alguno. La administración estaba segura de que no había suficientes estudiantes interesados para continuar con el taller de carpintería.

Este hecho hizo que los estudiantes de séptimo y octavo grado se enfrascaran en una misión. Durante el mismo primer día de escuela, los estudiantes tuvieron su propia reunión en el campo de fútbol. Decidieron reunir información y probarle a la administración que el taller de carpintería era una parte necesaria del currículum.

Durante las siguientes semanas los estudiantes trabajaron arduamente para reunir los datos sobre el taller de carpintería. Aprendieron que en el 2008 había 30 de 100 alumnos de séptimo grado y 40 de 100 alumnos de octavo grado que habían participado en el taller de carpintería. Luego, en 2009, las cifras habían crecido. Había 40 alumnos de séptimo grado y 58 alumnos de octavo grado que habían participado.

"¡Esto es genial!" Dijo Kyle. "¡Ahora podemos probar que queremos el taller de carpintería!".

"Sí, pero creo que deberíamos elaborar una tabla para mostrar nuestros resultados", dijo Tanisha.

Ahora te toca a ti. En esta sección aprenderás a dibujar diferentes tipos de gráficos para mostrar datos. Presta atención porque al final de esta sección tendrás que dibujar un gráfico de barras para mostrar los datos que fueron recopilados.

Orientación

Los datos del mundo real pueden ser representados fácil y certeramente utilizando gráficos de barras, tablas de frecuencias e histogramas. Veamos cómo trabajar con dichas representaciones.

La tabla de datos a continuación representa las edades de veinte presidentes de los Estados Unidos al momento de asumir el poder. Crea un gráfico de barras, una tabla de frecuencias y un histograma para mostrar los datos.

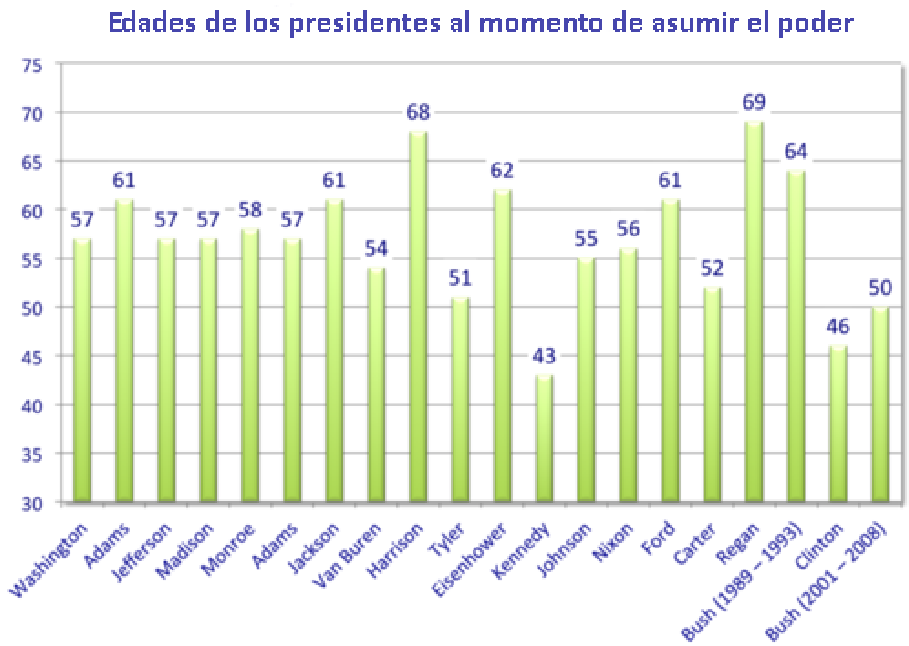
Presidente	Edad
George Washington	57
John Adams	61
Thomas Jefferson	57
James Madison	57
James Monroe	58
John Quincy Adams	57
Andrew Jackson	61
Martin Van Buren	54
William Henry Harrison	68
John Tyler	51
Dwight D. Eisenhower	62
John F. Kennedy	43
Lyndon B. Johnson	55
Richard Nixon	56
Gerald Ford	61
Jimmy Carter	52
Ronald Regan	69
George W. Bush (1989 – 1993)	64
Bill Clinton	46
George W. Bush (2001 – 2008)	50

Para crear un gráfico de barras primero dibuja un eje horizontal (x) y el eje vertical (y) .

Anota en el eje horizontal con el apellido de cada presidente.

Marca en el eje vertical intervalos de dos, empezando con el número cincuenta.

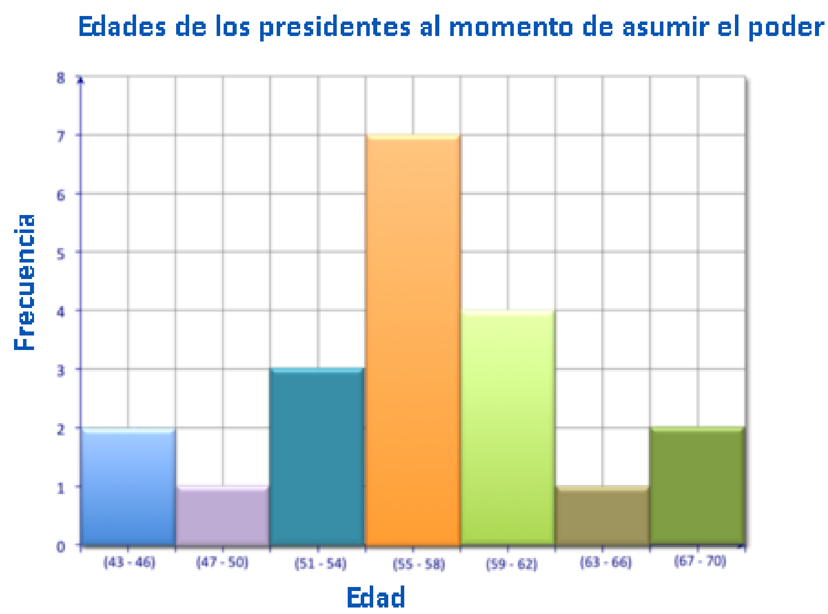
Luego, dibuja una columna vertical hasta la edad de cada presidente.



Ahora crea una tabla de frecuencias dibujando tres columnas. En la primera columna designa intervalos de cuatro. La columna del centro es para calcular los resultados. La columna final muestra la frecuencia total para cada intervalo.

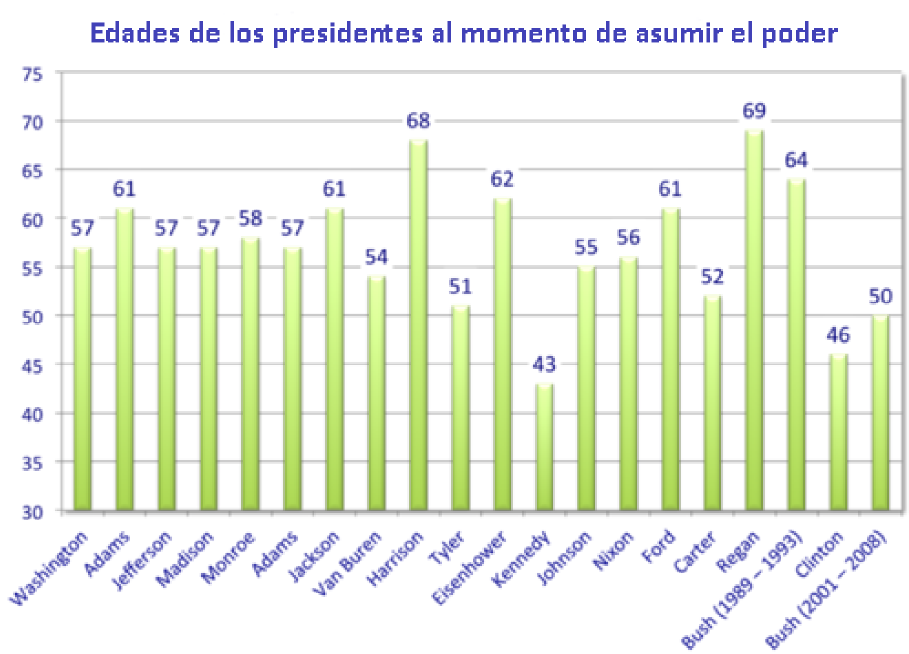
<table>
<tr><th>Edad</th><th>Cuenta</th><th>Frecuencia</th></tr>
<tr><td>43 - 46</td><td>| |</td><td>2</td></tr>
<tr><td>47 – 50</td><td>|</td><td>1</td></tr>
<tr><td>51 - 54</td><td>| | |</td><td>3</td></tr>
<tr><td>55 - 58</td><td>| | | | | | |</td><td>7</td></tr>
<tr><td>59 - 62</td><td>| | | |</td><td>4</td></tr>
<tr><td>63 - 66</td><td>|</td><td>1</td></tr>
<tr><td>67 - 70</td><td>| |</td><td>2</td></tr>
</table>

Por último, crea el histograma. Para crear un histograma primero dibuja un eje horizontal (x) y un eje vertical (y). Anota en el eje horizontal los intervalos de la tabla de frecuencias. Enumera el eje vertical de uno en uno. Dibuja una columna vertical al valor apropiado para cada intervalo del eje horizontal. Recuerda que no hay espacio entre las columnas verticales en un gráfico de barras.



Analizar datos mediante gráficos de barras, histogramas y tablas de frecuencias puede ayudarnos a comprender la información de manera visual. Para las personas que aprenden visualmente, las representaciones gráficas de datos son una excelente manera de aprender.

Usa este gráfico de barras para responder las siguientes preguntas sobre los presidentes:



Ejemplo A

¿Cuántos presidentes tenían sesenta y un años de edad o más cuando asumieron su cargo?

Solución: Siete presidentes

Ejemplo B

¿Cuál es la edad más común a la que un presidente asume su cargo?

Solución: Cincuenta y siete años de edad.

Ejemplo C

¿Cuál es la edad del presidente más joven? ¿Quién era?

Solución: Cuarenta y tres años de edad, Kennedy

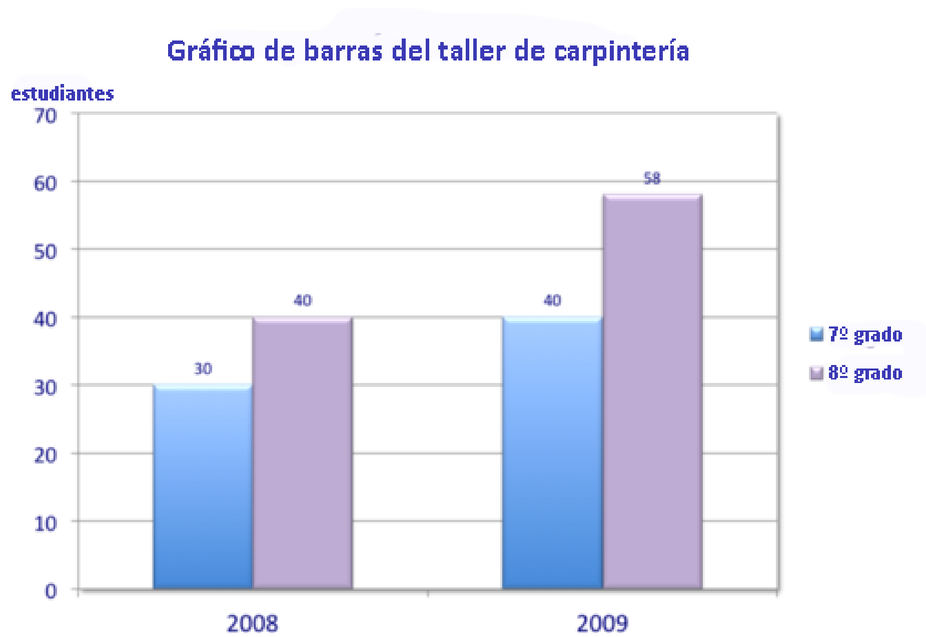
Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección.

Es tiempo de dibujar un gráfico de barras para representar los datos. Recuerda que el gráfico de barras que dibujes debe mostrar los datos del 2008 y el 2009.

Recuerda que para la creación de un gráfico de barras necesitas un eje horizontal y un eje vertical.

Debido a que hay 100 estudiantes tanto en séptimo grado como en octavo grado, podrás adivinar los intervalos para el eje vertical. El eje horizontal debería mostrar el total de alumnos de séptimo y octavo grado en el 2008 y el 2009.

Aquí hay un gráfico de barras para mostrar los datos.



Este gráfico ayudará a los estudiantes a mostrarle a la administración qué tan popular se ha vuelto el taller de carpintería

Vocabulario

Datos
Información que ha sido recopilada sobre una ocurrencia o evento.

Gráfico de barras
Gráfico que usa columnas para comparar cantidades o sumas.

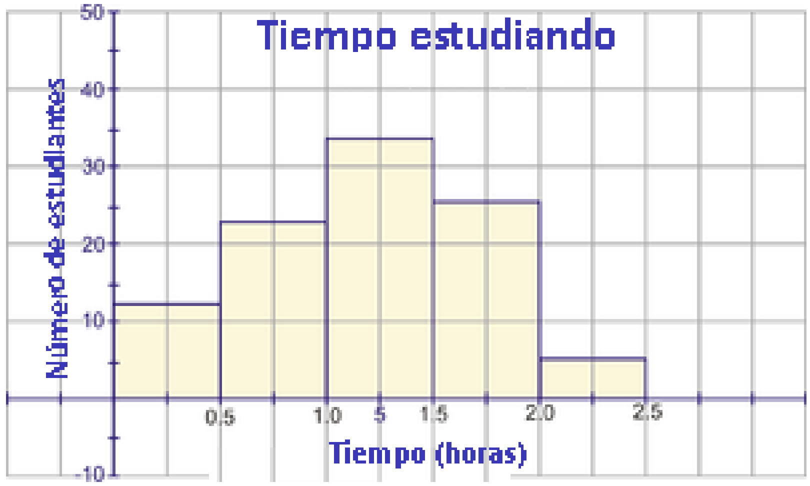
Tabla de frecuencias
Tabla que resume datos al mostrar el número de veces que ocurre un valor. .

Histograma
Representación gráfica que muestra la frecuencia de los valores en un gráfico.

Práctica guiada

Aquí tienes un histograma para practicar.

Usa este histograma y calcula cuántos estudiantes pasan entre 1 hora y 1 hora 1/2 estudiando.

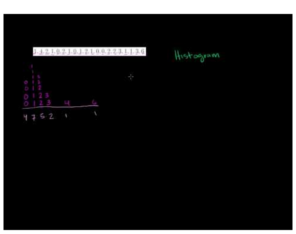


Solución

Si ves el histograma puedes notar que el eje horizontal representa las horas que estudian los estudiantes. El eje vertical representa el número de estudiantes que estudia cada periodo de tiempo.

Basándonos en este histograma, hay 35 estudiantes que pasan entre 1 hora y 1 hora 1/2 estudiando.

Repaso en video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/39

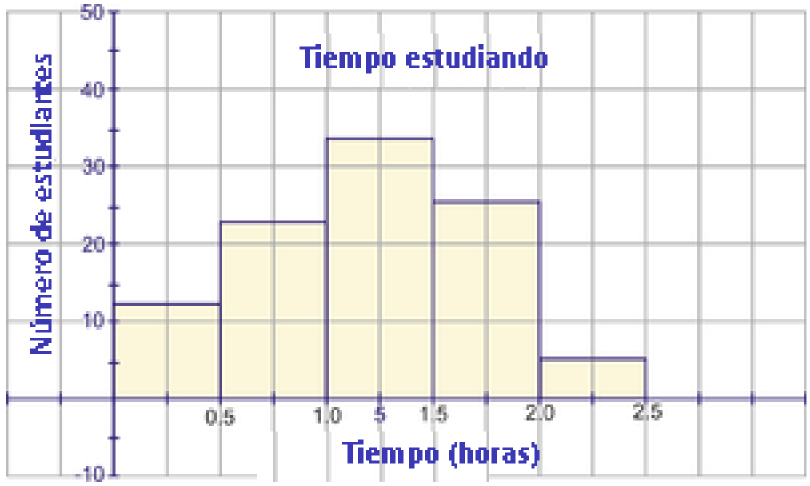
Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Khan Academy Histograms

*Este video solo está disponible en inglés

Práctica

Instrucciones: Usa el histograma de la ***Práctica guiada*** para responder las siguientes preguntas.



1. ¿Cuántos estudiantes pasan menos de 30 minutos estudiando?

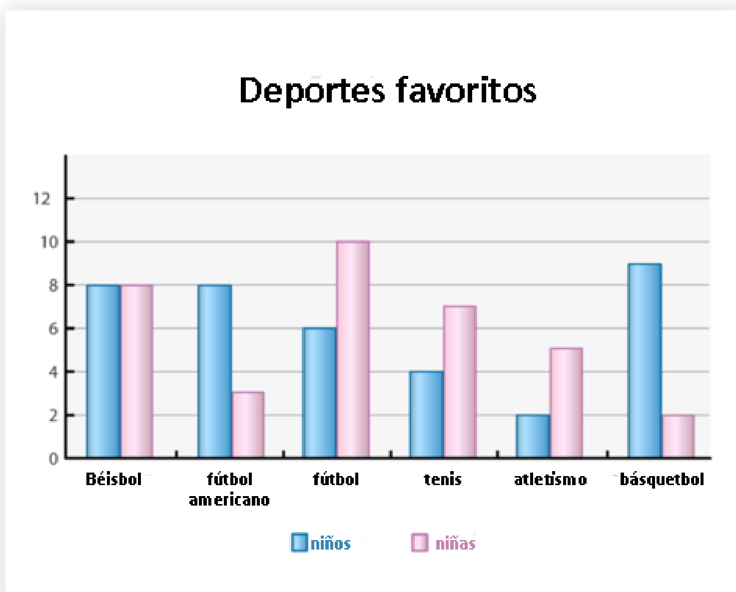
2. ¿Cuántos estudiantes pasan más de 60 minutos estudiando?

3. ¿Cuántos estudiantes pasan más de 90 minutos estudiando?

4. ¿Cuántos estudiantes pasan entre 2 horas y 2 horas 1/2 estudiando?

5. Si este histograma es el resultado de una encuesta, ¿El número de estudiantes encuestados fue mayor a 100?

Instrucciones: Usa este gráfico de barras para responder las siguientes preguntas:



6. Si cada niña solo podía votar una vez, ¿Cuál fue el total de niñas encuestadas?

7. Si cada niño solo podía votar una vez, ¿Cuál fue el total de niños encuestados?

8. ¿Qué fracción de las niñas encuestadas eligió el atletismo como su deporte favorito?

9. ¿Qué fracción de las niñas encuestadas eligió el fútbol como su deporte favorito?

10. ¿Qué fracción de las niñas encuestadas eligió el fútbol y el atletismo como sus deportes favoritos? Puedes aproximar al número entero más cercano.

11. ¿Qué fracción de los niños eligió el fútbol como su deporte favorito?
12. En total, ¿Cuántos niños y niñas fueron encuestados?
13. Verdadero o falso. El básquetbol es el deporte menos popular entre las niñas.
14. Verdadero o falso. También es el deporte menos popular entre los niños.
15. ¿Cuál es el deporte más popular entre las niñas?
16. ¿Cuál es el deporte menos popular entre los niños?

1.4 Cálculo de expresiones y variables numéricas utilizando el orden de las operaciones

En esta sección, aprenderás a calcular expresiones y variables numéricas utilizando el orden de las operaciones

Los estudiantes de Washington Middle School vivieron algunos cambios en su nuevo año escolar. Su antiguo profesor de gimnasia, el sr. Woullard, se había retirado y ahora había un nuevo profesor de gimnasia que saludó al octavo grado en su primer día de clases.

El sr. Osgrove era jóven y estaba lleno de energía, pero también tenía ideas nuevas sobre cómo debería ser una clase de gimnasia.

"Combinaremos los estudiantes de dos periodos", explicó. "Eso nos permitirá crear equipos con muchas más combinaciones de estudiantes".

Jesse miró a su alrededor. Contó el número de niños y niñas de su clase. Había once niños y catorce niñas en la clase. La otra clase tenía trece niños y catorce niñas.

"Podemos agrupar a los niños y formar cuatro equipos. También podemos sumar a las niñas y formar cuatro equipos".

Jesse salió de la clase de gimnasia con la cabeza llena de números. Si tuvieran que combinar a todos los niños de las dos clases y a todas las niñas de las dos clases entonces serían un montón de estudiantes. Jesse comenzó a buscar las diferentes combinaciones para los equipos. Jesse sabía que necesitaba usar el orden de las operaciones.

¿Lo sabías? Presta atención y podrás ayudar a Jesse al final de la sección.

Orientación

En matemáticas a menudo escucharás la palabra " ***calcular*** ." Antes de comenzar, es importante que comprendas lo que significa "calcular". Cuando calculamos una expresión matemática buscamos el valor del número en la expresión. Si la expresión matemática tiene números, entonces buscamos el valor numérico de la expresión. A menudo pensamos que calcular es lo mismo que resolver; en algunos casos puede ser cierto, pero más específicamente el cálculo es encontrar el valor de una expresión.

¿Qué es lo que calculamos?

En matemáticas podemos calcular diferentes tipos de expresiones numéricas. A veces trabajaremos con ecuaciones y otras veces con expresiones.

Esta es una gran pregunta.

Una *ecuación* es una expresión numérica con un signo igual. Por ende, la cantidad de un lado del signo igual es igual a la cantidad al otro lado del signo.

Una *expresión* es un grupo de números, símbolos y variables que representa una cantidad; no hay un signo igual. Calculamos la expresión para saber el valor de la expresión matemática en sí, no estamos tratando de hacer un lado igual que el otro como en una ecuación.

Comencemos enfocándonos en calcular expresiones.

Dos estudiantes de matemáticas de octavo grado calculan la expresión: $2+3\times 4\div 2$. Ambos estudiantes analizan la expresión de manera distinta. La respuesta de Macy es diez. La respuesta de Cole es ocho.

¿Qué pasó aquí? ¿Cómo es que un estudiante llegó a una respuesta y otro estudiante obtuvo una respuesta totalmente diferente? La clave está en el orden en que cada estudiante realizó cada operación.

Es aquí donde entra el orden de las operaciones. El orden de las operaciones es una regla que nos dice cuál operación necesitamos realizar y en qué orden para lograr la respuesta correcta. El orden de las operaciones se aplica cuando tienes dos o más operaciones en una sola expresión.

Aquí está el orden de las operaciones.

Orden de las operaciones

P paréntesis o símbolos de agrupación

E exponentes

MD multiplicación y división, de izquierda a derecha

AS adición y sustracción, de izquierda a derecha

Toma algunos minutos para escribir el orden de las operaciones en tu cuaderno.

Veamos cómo Macy y Cole llegaron a sus respectivas respuestas.

$2+3\times4\div2$

Cole calculó esta expresión usando el orden de las operaciones. Primero multiplicó $3\times4=12$. Luego, dividió por 2, obtuvo 6 y finalmente sumó 2 para obtener 8. Es correcto. Puede parecer extraño trabajar de esta manera, pero recuerda que estás trabajando de acuerdo al orden de las operaciones.

¿Qué hizo Macy? Macy calculó la expresión trabajando de izquierda a derecha. No siguió el orden de las operaciones. En este caso, determinó que el valor de la expresión es 10. Es incorrecto. La próxima vez Macy necesita seguir el orden de las operaciones.

Trabajar de esta forma se denomina cálculo de *expresiones numéricas* . Es una expresión numérica porque está compuesta solo por números y operaciones.

Aquí hay otra.

Calcula $3+9\cdot2\div3+8$

Para empezar, primero necesitamos recordar el orden de las operaciones. Nota que hay un punto entre el nueve y el dos. Esta es otra forma de graficar la multiplicación. A medida que avances a niveles de matemática más complejos, verás que la multiplicación se grafica de otras formas además de usando una x . Volvamos a la evaluación.

Siguiendo el orden de las operaciones, primero debemos multiplicar y luego dividir.

$9\cdot2=18$

$18\div3=6$

Luego realizamos la adición y la sustracción, de izquierda a derecha.

$6+3=9$

$9+8=17$

Esta es nuestra respuesta.

También encontrarás otro tipo de expresión. Estas expresiones pueden tener letras. Estas letras se denominan *variables* y *las variables representan una cantidad desconocida.* Cuando ves una expresión con una variable, la denominamos *expresión con variables.* .

También podemos calcular las expresiones con variables utilizando el orden de las operaciones. La clave con las expresiones con variables es sustituir una variable desconocida por un valor dado de la expresión y luego calcular la expresión.

Mira.

Calcula la expresión $60\div2\cdot2a+16-4$ cuando $a=5$.

Primero, nota que la expresión contiene la letra a Esta es nuestra variable. También puedes ver que tienes un valor dado para a . Nuestro primer paso es sustituir el valor de a en la expresión.

$60 \div 2 \cdot 2(5) + 16 - 4$

Otra buena pregunta - el uso del paréntesis es otra forma de graficar la multiplicación. Ahora tienes tres formas de graficar la multiplicación. Puedes usar un x , un punto o un grupo de paréntesis alrededor de un número. Esto significa que estamos multiplicando 2 por 5.

Ahora podemos usar el orden de las operaciones. En este caso tenemos división, multiplicación y multiplicación justo en el comienzo. Realizamos la multiplicación y división, de izquierda a derecha

¡Otra buena pregunta! En este caso, el grupo de paréntesis no están agrupando dos números y una operación. Cuando hablamos de los paréntesis en el orden de las operaciones, necesitamos tener una operación adentro. El grupo de paréntesis en este problema muestra una multiplicación. No hay una multiplicación dentro del paréntesis.

Volvamos al cálculo de expresiones. Multiplica y divide, de izquierda a derecha.

$$\#38; 60 \div 2 \cdot 2(5) + 16 - 4$$
$$\#38; 60 \div 2 = 30$$
$$\#38; 30 \cdot 2(5) = 300$$

Luego, realizamos la adición y la sustracción, de izquierda a derecha

$$
\begin{aligned}
&\#38; 300+16-4\\
&\#38; 316-4\\
&\#38; 312
\end{aligned}
$$

Nuestra respuesta final es 312.

Ahora veamos los símbolos de agrupación. Los " ***símbolos de agrupación*** " con los que vamos a trabajar son los corchetes [ ] y los paréntesis (). De acuerdo al orden de las operaciones, debemos realizar todas las operaciones dentro de los símbolos de agrupación ANTES de realizar cualquier otra operación de la lista.

Calcula la expresión $7+4(15 \div 5)-6$.

Primero, nota que tenemos un grupo de paréntesis en esta expresión numérica. Recuerda que se denomina expresión numérica porque no tiene ninguna variable.

Primero realizamos cada una de las operaciones dentro del paréntesis.

$15 \div 5=3$

Ahora reescribamos la expresión.

$7+4(3)-6$

Nuestro siguiente paso es continuar con el orden de las operaciones. Tenemos una multiplicación en esta expresión. Multiplicamos.

$7+12-6$

Ahora realizamos la adición y la sustracción, de izquierda a derecha

$19-6=13$

Nuestra respuesta final es 13.

¿Qué hay sobre los corchetes?

Los corchetes pueden ser usados para agrupar más de una operación. Cuando vez un grupo de corchetes recuerda que los corchetes son una forma de agrupar números y operaciones. Los corchetes también tienen un lugar destacado.

Calcula la expresión $6+[5+(4 \cdot 6)]-17$.

Ahora tenemos un grupo de paréntesis dentro de un grupo de corchetes. Para resolver esto, tenemos que realizar la operación dentro del paréntesis dentro de los corchetes primero y luego realizar las demás operaciones dentro de los corchetes.

$$
\begin{aligned}
&\#38; 6+[5+24]-17\\
&\#38; 6+29-17
\end{aligned}
$$

Luego realizamos la adición y la sustracción, de izquierda a derecha

$$
\begin{aligned}
&\#38; 35-17\\
&\#38; 18
\end{aligned}
$$

Nuestra respuesta final es 18.

Ejemplo A

Calcula la expresión $6y+3-(2\cdot 4)$ cuando $y=15$.

Solución: 85

Ejemplo B

$7+[4+(3\cdot 2)]-5$

Solución: 12

Ejemplo C

$9+[6-(2\cdot 3)]+15$

Solución: 24

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección. Primero, veamos la información que tenemos sobre el problema.

La clase uno tiene 11 niños y 14 niñas.

La clase dos tiene 13 niños y 14 niñas.

Se suma la cantidad de niños de las dos clases y la cantidad de niñas de las dos clases.

$11+13$

$14+14$

Podemos usar paréntesis para mostrar que la cantidad de niños se sumará, al igual que la cantidad de niñas. Ambos grupos serán divididos por cuatro.

$(11+13)\div 4$

O $\frac{11+13}{4}$

Esta es una expresión para los niños.

$(14+14)\div 4$

O $\frac{14+14}{4}$

Esta es una expresión para las niñas.

Ahora podemos obtener el número de niños en cada equipo.

Boys $=(11+13)\div 4=24\div 4=6$ **niños en cada equipo**

Girls $=(14+14)\div 4=28\div 4=7$ **niñas en cada equipo**

Nuestro trabajo está listo.

Vocabulario

Calcular
: Encontrar el valor de una expresión numérica o una expresión variable.

Ecuación
: Expresión matemática con un signo igual en donde un lado de la ecuación tiene el mismo valor que el otro lado.

Expresión
Grupo de números, símbolos y variables que representa una cantidad

Expresión numérica
Grupo de números y operaciones.

Expresión con variable
Grupo de números, operaciones y al menos una variable.

Variable
Letra utilizada para representar una cantidad desconocida.

Práctica guiada

Aquí tienes un histograma para practicar.

Calcula la expresión $14 \cdot 2 \div 7 + 3b - 4$ cuando $b = 12$.

Solución

Nuestro primer paso es incluir el valor de b en la expresión.

$14 \cdot 2 \div 7 + 3(12) - 4$

Ahora seguimos el orden de las operaciones realizando la multiplicación y la división, de izquierda a derecha.

$14 \cdot 2 = 28$

$28 \div 7 = 4$

Reescribamos lo que hemos hecho hasta ahora para no confundirnos.

$4 + 3(12) - 4$

¡Oh! Hay más de una multiplicación que resolver.

$3(12) = 36$

Ahora nuestra expresión es:

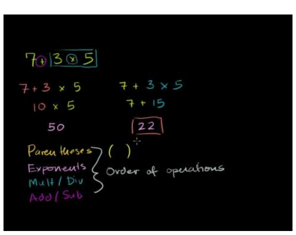
$4 + 36 - 4$

El último paso es realizar la adición y la sustracción, de izquierda a derecha.

$4 + 36 = 40 - 4 = 36$

Nuestra respuesta final es 36.

Repaso en video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5257

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Khan Academy Order of Operations

Este video solo está disponible en inglés

Práctica

Instrucciones: Calcula cada expresión numérica utilizando el orden de las operaciones.

1. $4+5\cdot2-3$
2. $6+6\cdot3\div2-7$
3. $5+5\cdot8\div2+6$
4. $13-3\cdot2+8-2$
5. $17-5\cdot3+8\div2$
6. $9+4\cdot2+7-1$
7. $8+5\cdot6+2\cdot4-3$
8. $19+2\cdot4-3\cdot2+10$
9. $12+4\cdot4\div8-3$
10. $12\cdot2+16\div2-12$

Instrucciones: Calcula cada expresión con variable. Recuerda usar el orden de las operaciones cuando sea necesario.

11. $4y+6-2$, *cuando* $y=6$
12. $9+3x-5+2$, *cuando* $x=8$
13. $6y+2y-5$, *cuando* $y=3$
14. $8+3y-5\cdot2$, *cuando* $y=4$
15. $7x-2\cdot3\div3+12$, *cuando* $x=5$
16. $3+4\cdot3-2y+5$, *cuando* $y=7$
17. $6a+3(2)+5-4$, *cuando* $a=9$
18. $10+3\cdot5+2-9b$, *cuando* $b=2$
19. $14\div2+3a+7a$, *cuando* $a=2$
20. $5+6y-2y+11-4$, *cuando* $y=3$

Instrucciones: Calcula cada expresión utilizando el orden de las operaciones. Recuerda poner atención a los símbolos de agrupación.

21. $3+(4+5)-6(2)$
22. $4+(6\div3)+2(7)-4$
23. $3+2(4+2)-5(2)$
24. $7+(3+2)-5+8(3)$
25. $4(2)+(3+9)-4$

1.5 Relación entre las expresiones variables y el orden de las operaciones con los problemas cotidianos

En esta sección aprenderás a relacionar las expresiones con variables y el orden de las operaciones con los problemas cotidianos.

¿Has ido alguna vez a ver una función de ballet? Sara irá a ver el "Cascanueces", pero necesita saber el precio de las entradas. No está segura si tres o cuatro de sus amigos irán con ella a la función. El precio de una entrada es $35 además de la recarga de $2 por la compra.

¿Puedes escribir una expresión con una variable para explicar la situación? ¿Puedes calcular el costo total si tres personas asisten a la función? ¿Puedes calcular el costo total si cuatro personas asisten a la función?

Presta atención y podrás ayudar a Sara al final de la sección.

Orientación

Cuando tenemos una cantidad desconocida en un problema podemos usar una variable para encontrar el valor de nuestro problema. Puedes encontrar muchas situaciones cotidianas en donde las expresiones con variables pueden ser útiles para resolver problemas.

Pensemos en los precios de las entradas.

Hay muchos lugares donde venden entradas. También los precios son distintos para adultos y para niños. El número de entradas puede cambiar o puede ser el mismo. Si sabemos el número de entradas entonces podemos calcular el monto total de ganancia basados en el costo de las entradas para un adulto o un niño.

Analicemos la situación.

Un parque de diversiones cobra ocho dólares por la admisión y un dólar y cincuenta centavos por atracción. Escribe una expresión para encontrar el costo de admisión y cinco boletos de atracciones.

Primero, nota que tenemos una admisión de ocho dólares. Esta es la primera parte de la expresión.

8

Luego, cobran $1,50 por atracción.

$8+1.50x$

Usamos esta variable para el número de atracciones ya que esta es la variable o faceta inconstante. El número de atracciones puede cambiar. En este ejemplo, nos preguntan el precio de visitar 5 atracciones. Este es el valor que podemos sustituir en la expresión para x .

$8+1.50(5)$

Ahora podemos usar el orden de las operaciones para resolver este problema.

$$\#38;8+7.50$$
$$\#38;15.50$$

El costo de admisión más cinco boletos de atracciones es de $15,50.

El uso de expresiones variables puede ayudarte a encontrar cantidades desconocidas. Solo recuerda usar el orden de las operaciones para que tu trabajo sea preciso.

Ejemplo A

Un cono de helado cuesta $3,50 más 0,35 por las virutas. Escribe una expresión que muestre cómo calcular el costo de dos conos de helado con virutas.

Solución: $2(3,50+.35)$

Ejemplo B

¿Cuánto costarían dos conos de helado?

Solución: $\$7.70$

Ejemplo C

¿Cuánto costarían cinco conos de helado con virutas?

Solución: $\$19.25$

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección. Pensemos en lo que sabemos hasta ahora.

Sara sabe el costo de un boleto.

$35.00

Sara sabe el costo de un boleto. x .

$35x$

Pero también hay un cargo de $2.00 Sumémoslo a nuestra expresión.

$35x+2$

Ahora podemos calcular el costo para tres personas al sustituir x por tres.

$35(3)+2=\$107$

También podemos calcular el costo para cuatro personas.

$35(4)+2=\$142$

Nuestro trabajo está listo.

Vocabulario

Calcular
Encontrar el valor de una expresión numérica o una expresión variable.

Ecuación
Expresión matemática con un signo igual en donde un lado de la ecuación tiene el mismo valor que el otro lado.

Expresión
Grupo de números, símbolos y variables que representa una cantidad

Expresión numérica
Grupo de números y operaciones.

Expresión variable
Grupo de números, operaciones y al menos una variable.

Variable
Letra usada para representar una cantidad desconocida.

Símbolos de agrupación
Paréntesis o corchetes que se utilizan para grupar números y operaciones.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

Harriet está haciendo un pastel. Necesita ir a la tienda para comprar algunas almendras y una lata de leche evaporada. Cuando llega a la tienda, toma el tarro de leche evaporada. Cuesta $1,99. Luego va por las almendras. Las almendras cuestan $3,99 por libra.

¿Puedes escribir una expresión con variable para que Harriet pueda calcular el costo total según cuántas libras de almendra compra?

Solución

Para lograrlo, primero descubramos la variable. La variable será el número de libras ya que es un monto inconstante. El precio por libra es de $3,99. Ahora escribamos la primera parte de la expresión con variable.

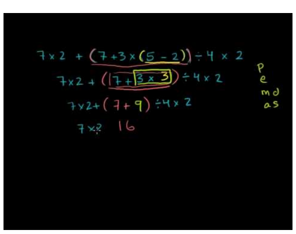
$3.99x$

Harriet no solo comprará almendras, también comprará una lata de leche evaporada. Podemos sumar ese precio a nuestra expresión variable.

$3.99x+1.99$

Esta es nuestra respuesta final.

Repaso en video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58490

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Khan Academy More Complicated Ejemplo with Order of Operations

*Este video solo está disponible en inglés

Práctica

Instrucciones: Escribe una expresión con variable para cada situación descrita a continuación.

1. Una libra de manzanas cuesta $4,50. Kelly no está segura de cuántas libras comprará.

2. Cada anotación en un partido de fútbol americano vale 7 puntos. Escribe una expresión variable donde el número de anotaciones logradas pueda cambiar.

3. Alex compró varias libras de plátanos. Cada montón costó \$0,89. Escribe una expresión variable para describir esta situación.

4. Si un cono de helado cuesta \$3,20 y el rociado de chocolate cuesta \$0,45 adicionales, escribe una expresión variable en donde el número de conos de helado pueda cambiar.

5. La familia Smith tiene seis hijos. Si cada hijo se corta el pelo, escribe una expresión variable que muestre el costo del corte de pelo de forma que el costo total pueda ser calculado.

6. Un pavo cuesta \$6,75 por libra. Escribe una expresión variable en donde el peso del pavo sea el monto inconsistente.

7. El lavado de autos cobra \$15 por auto. Escribe una expresión variable que pueda ser utilizada para calcular el número de autos lavados en una hora.

8. Kelly compró un par de zapatillas a \$35. También compró varios cordones diferentes. Cada par de cordones costó \$3. Escribe una expresión variable que muestre cómo Kelly podría calcular el costo total.

<u>Instrucciones:</u> Ahora revisa cada expresión variable que escribiste para los ejercicios 1 a 8 considerando que el valor dado para la variable de cada expresión es 4. Estas serán tus respuestas para los ejercicios 9 a 16.

1.6 Cálculo de expresiones numéricas y expresiones con variables que contienen potencias

En esta sección, aprenderás a calcular expresiones numéricas y expresiones con variables que contienen potencias.

¿Sabes cómo calcular una expresión numérica cuando tiene potencias? A Casey le está costando hacerlo. Cuando Casey llegó a casa de la escuela, revisó su tarea. Se dio cuenta inmediatamente del problema.

$5^4 + (-2)^4 + 12$

Casey no está seguro de cómo evaluar esta expresión. ¿Sabes cómo hacerlo? Esta sección te mostrará cómo calcular expresiones numéricas que contienen potencias. Al finalizar, serás capaz de ayudar a Casey.

Orientación

¿Sabías que puedes calcular expresiones numéricas y expresiones con variables que contienen potencias? Primero, identifiquemos una expresión numérica y una expresión con variable.

Una *expresión numérica* es un grupo de números y operaciones que representa una cantidad, no hay un signo igual.

Una *expresión con variable* es un grupo de números, operaciones y variables que representan una cantidad, no hay un signo igual.

Podemos combinar el orden de las operaciones, las expresiones numéricas y las expresiones con variables con las potencias.

Hablemos sobre las potencias.

Una *potencia* es un número con un *exponente* y una *base* . Un *exponente* es el número pequeño que muestra la cantidad de veces que la base debe multiplicarse por sí misma. La *base* es un número con el que se trabaja.

Toma un minuto para escribir estas definiciones en tu cuaderno.

Ahora usemos esta información.

$4^2 = 16$

¿Qué pasó aquí?

Podemos descomponer este problema para comprender mejor las potencias y los exponentes. En la potencia 4^2 o cuatro al cuadrado, cuatro es la base y dos el exponente. 4^2 significa cuatro multiplicado dos veces o 4×4 . Por lo tanto, 4^2 es dieciséis.

Volvamos atrás y calculemos una expresión que contenga una potencia. Mira.

Volvamos atrás y calculemos una expresión que contenga una potencia. Mira. 6^3

Primero, tenemos que pensar en lo que significa. Significa que usamos la base, 6, y la multiplicamos por sí misma tres veces.

$$\begin{aligned}
&\#38; 6*6*6\\
&\#38; 36*6\\
&\#38; 216
\end{aligned}$$

La respuesta es 216.

Aquí hay otro ejemplo con un número negativo.

Calcula $(-8)^2$

Para trabajar con este, tenemos que recordad las reglas de los números enteros. Recuerda que cuando multiplicamos un negativo por otro negativo obtenemos un positivo.

$-8 \cdot -8 = 64$

La respuesta es 64.

Esto se denomina cálculo de potencias.

Volvamos al cálculo de potencias dentro de las expresiones.

Simplifica la expresión $6^4 + 2^5 + 12$.

Paso 1: Simplifica 6^4 .

$6^4 = 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1,296$

Paso 2: Simplifica 2^5 .

$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

Paso 3: Suma para resolver.

$1,296 + 32 + 12 = 1,340$

La respuesta es 1,340.

También podemos calcular expresiones con variables incorporando los valores dados en las expresiones.

Calcula la expresión $4a^2$ cuando $a = 3$.

Paso 1: Sustituye la variable " por 3. a ."

$$4(3)^2$$

Paso 2: Simplifica las potencias.

$$\begin{aligned}
&\#38; 4(3)^2\\
&\#38; 4(3 \cdot 3)\\
&\#38; 4(9)
\end{aligned}$$

Paso 3: Multiplica para resolver.

$$\#38;4(9)$$
$$\#38;36$$

La respuesta es 36.

Calcula cada expresión numérica.

Ejemplo A

6^3+5^2+25

Solución: 266

Ejemplo B

$16(12^3)$

Solución: $27,648$

Ejemplo C

$6^2+5^3+15-11$

Solución: 165

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección. Aquí está el problema que confundía a Casey.

$5^4+(-2)^4+12$

Primero, Casey necesita calcular las potencias.

$5^4=(5)(5)(5)(5)=625$

$(-2)^4=(-2)(-2)(-2)(-2)=16$

Ahora podemos incluir estos valores en la expresión.

$625+16+12=653$

Esta es la respuesta al problema de Casey.

Vocabulario

Expresión numérica
Grupo de números y operaciones que representan una cantidad sin un signo igual.

Expresión con variable
Grupo de números y operaciones que representan una cantidad sin un signo igual.

Potencias
Valor de una base y un exponente.

Base
Número sobre el cual trabaja el exponente.

Exponente

Número pequeño que dice cuántas veces hay que multiplicar la base por sí misma.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

Calcula la expresión $5b^4+17$. Considera $b=5$.

Solución

Paso 1: Sustituye “ b por 5. .”

$$5(5)^4+17$$

Paso 2: Simplifica las potencias.

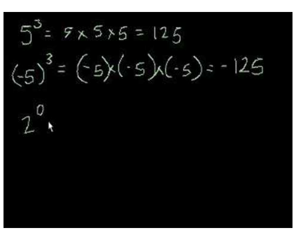
$$\begin{aligned}
&\#38; 5(5\cdot 5\cdot 5\cdot 5)+17\\
&\#38; 5(625)+17
\end{aligned}$$

Paso 3: Multiplica para resolver.

$$\begin{aligned}
&\#38; 5(625)+17\\
&\#38; 3,125+17=3,142
\end{aligned}$$

La respuesta es 3,142.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5255

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Khan Academy Level 1 Exponents

*Este video solo está disponible en inglés

Práctica

Instrucciones: Calcula cada potencia.

1. 3^3

2. 4^2
3. $(-2)^4$
4. $(-8)^2$
5. 5^3
6. 2^6
7. $(-9)^2$
8. $(-2)^6$

Instrucciones: Calcula cada expresión numérica.

9. $6^2 + 22$
10. $(-3)^3 + 18$
11. $2^3 + 16 - 4$
12. $(-5)^2 - 19$
13. $(-7)^2 + 52 - 2$
14. $18 + 9^2 - 3$
15. $22 - 3^3 + 7$

Instrucciones: Calcula cada expresión con variable usando los valores dados.

16. $6a + 4^2 - 2$, cuando $a = 3$
17. $a^3 + 14$, cuando $a = 6$
18. $2a^2 - 16$, cuando $a = 4$
19. $5b^3 + 12$, cuando $b = -2$
20. $2x^2 + 52$, cuando $x = 4$

1.7 Uso del orden de las operaciones para calcular potencias

En esta sección usarás el orden de las operaciones para calcular potencias.

¿Sabes cómo calcular una expresión numérica cuando tiene potencias? Mira este problema.

$(-11)^2 + 7y^2 + 3x - 19$ cuando $x = 2, y = -1$

El propósito de esta sección es el cálculo de problemas como este. Presta atención y podrás ayudar resolver este problema al final de la sección.

Orientación

¿Sabías que puedes usar el orden de las operaciones a las expresiones que tienen potencias en ellas?

Veamos cómo hacerlo.

Para hacerlo, necesitaremos recordar el orden de las operaciones.

Orden de las operaciones

P paréntesis o símbolos de agrupación

E exponentes

MD multiplicación y división, de izquierda a derecha

AS adición y sustracción, de izquierda a derecha

Ahora veamos la E. La E se refiere a los exponentes, las potencias y el cálculo de los exponentes en el orden de las operaciones. Evaluarás las potencias justo después de los símbolos de agrupación.

Esto se parece un poco a resolver un rompecabezas. Aquí hay una expresión que necesita ser calculada.

Calcula la expresión $8h^2 + [51 \div (4 \cdot 4,25)] - 52 \div 5$. Considera $h = 4$.

Parece complicado, pero si te ayuda, tómalo como una serie de pasos. La orden de las operaciones es tu guía. Si sigues el orden de las operaciones los problemas se vuelven mucho más fáciles.

#38;P #38;#38;$Paso$ 1 : Substitute 4 for $''h.''$
#38; #38;#38;$8h^2+[51\div(4\cdot 4,25)]-52\div 5$
#38; #38;#38;$8(4)^2+[51\div(4\cdot 4,25)]-52\div 5$
#38; #38;#38;$Paso$ 2 : Remember PEMDAS. Therefore, perform the operation inside the
#38; #38;#38;grouping symbols first. Recall that order of operations must be followed
#38; #38;#38;inside grouping symbols also. In this case, multiply $4*4,25$ before dividing
#38; #38;#38;by 51.
#38; #38;#38;$8(4)^2+[51\div(4\cdot 4,25)]-52\div 5$
#38; #38;#38;$8(4)^2+[51\div 17]-52\div 5$
#38; #38;#38;$8(4)^2+3-52\div 5$
#38;E #38;#38;$Paso$ 3 : The next step in order of operations is to simplify the numbers with
#38; #38;#38;exponents.
#38; #38;#38;$8(4)^2+3-52\div 5$
#38; #38;#38;$8(4\cdot 4)+3-5\cdot 5\div 5$
#38; #38;#38;$8(16)+3-25\div 5$
#38;M #38;#38;$Paso$ 4 : Multiply
#38; #38;#38;$8(16)+3-25\div 5$
#38; #38;#38;$128+3-25\div 5$
#38;D #38;#38;$Paso$ 5 : Divide
#38; #38;#38;$128+3-25\div 5$
#38; #38;#38;$128+3-5$
#38;A #38;#38;$Paso$ 6 : Add
#38; #38;#38;$128+3-5$
#38; #38;#38;$131-5$
#38;S #38;#38;$Paso$ 6 : Subtract
#38; #38;#38;$131-5=126$

La respuesta es 126.

También podemos calcular expresiones con variables que tienen más de una variable. Nota que se ha dado un valor diferente para x e y . Simplemente sustituye los valores dados en cada expresión y calcula según la cantidad de la expresión.

Calcula la expresión $4x^3-(3y\div 9)+12$. Considera $x=3$ e $y=9$.

$$\#38; 4x^3 - (3y \div 9) + 12 \text{ (Substitute the variables)}$$
$$\#38; 4(3)^3 - [(3 * 9) \div 9] + 12 \text{ (Parentheses)}$$
$$\#38; 4(3)^3 - [27 \div 9] + 12$$
$$\#38; 4(3)^3 - 3 + 12 \text{ (Exponents)}$$
$$\#38; 4(3 * 3 * 3) - 3 + 12$$
$$\#38; 4(27) - 3 + 12 \text{ (Multiply)}$$
$$\#38; 108 - 3 + 12 \text{ (Add and then Subtract from left to right)}$$
$$\#38; 105 + 12$$
$$\#38; 117$$

La respuesta es 117.

Cuando tienes expresiones con variables y expresiones numéricas con potencias, puedes usar el orden de las operaciones para calcular las expresiones. Recuerda no frustrarte con el problema si parece complicado. Usa el orden de las operaciones y serás capaz de calcular la expresión.

Ejemplo A

Calcula la expresión $2^3 + 4y + 12$ cuando $y = 3$.

Solución: 32

Ejemplo B

Calcula la expresión $-5^3 + 7y - 30$ for $y = 9$.

Solución: -92

Ejemplo C

Calcula la expresión $6x + 7y + 3^2$ cuando $x = 4, y = 6$.

Solución: 75

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección. Calcula esta expresión.

$(-11)^2 + 7y^2 + 3x - 19$ for $x = 2, y = -1$

Primero, sustituye x e y con los valores dados.

$(-11)^2 + 7(-1)^2 + 3(2) - 19$ cuando $x = 2, y = -1$

Ahora calcula las potencias. Esta es nuestra respuesta por el momento.

$121 + 7 + 6 - 19$

115

Esta es nuestra respuesta final.

Vocabulario

Expresión numérica
Grupo de números y operaciones que representan una cantidad sin un signo igual.

Expresión variable
Grupo de números, operaciones y variables que representan una cantidad sin un signo igual.

Potencias
Valor de una base y un exponente.

Base
Número sobre el cual trabaja el exponente.

Exponente
Número pequeño que dice cuántas veces hay que multiplicar la base por sí misma.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

Calcula la expresión -12^3+7y^2+12 cuando $y=6$.

Solución

Paso 1: Antes de seguir el orden de las operaciones, sustituye " y ." por 6.

$$-12^3+7(6)^2+12$$

Paso 2: Realiza las operaciones dentro del paréntesis.

$$-12^3+7(36)+12$$

Paso 3: Realiza las operaciones con exponentes.

$$\#38;-12^3+7(36)+12$$
$$\#38;-1,728+7(36)+12$$

Paso 4: Multiplica

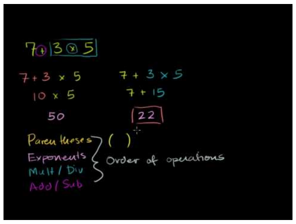
$$\#38;-1,728+7(36)+12$$
$$\#38;-1,728+252+12$$

Paso 5: Suma

$$-1,728+252+12=-1,464$$

La respuesta es -1,464.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5257

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Khan Academy Introduction to the Order of Operations

*Este video solo está disponible en inglés

Práctica

Instrucciones: Calcula cada expresión. Recuerda seguir el orden de las operaciones.

1. $3^2 + [(5 \cdot 2) - 3] - 8 \cdot 2$
2. $5^2 + (3+5) - 6^2 + 2$
3. $6^3 + 5^2 + 25$
4. $16(12^3)$
5. $8^2 - (2(3^3) \div 2) + (16 \cdot 5)$

Instrucciones: Calcula cada expresión sustituyendo con los valores dados en cada expresión. Recuerda seguir el orden de las operaciones.

6. $-2^3 + 7y + 1$ cuando $y = 6$.

7. $-12 + 7x^2 - 8$ cuando $x = 6$.

8. $14 + 7y^2 + 22$ cuando $y = 3$.

9. $18x + 7y + 12$ cuando $x = 3, y = 6$.

10. $-6^3 + 7x^2 - 18$ cuando $x = 5$.

11. $45 + 8y + 3^3$ cuando $y = 5$.

12. $-3^3 + 8x - 2^2$ cuando $x = 7$.

13. $(-12)^2 + 7y - 4^2$ cuando $y = 6$.

14. $-4^3 + 9x + 11$ cuando $x = 4$.

15. $(-7)^2 + 7x^2 + 12^2$ cuando $y = 2$.

16. $-45 + 7^2 - x^3$ cuando $x = 4$.

1.8 Cálculo de expresiones con variables y con valores dados

En esta sección, aprenderás a calcular expresiones con variables y con valores dados.

¿Sabías que puedes calcular una expresión con variable para un valor dado? ¿Alguna vez has ido de compras y has tenido que usar las matemáticas en la tienda? Mira este problema.

Hanson fue de compras y compró castañas de cajú y almendras para su madre. Las castañas costaban $4,99 por libra y las almendras $3,50 por libra. Hanson miró los precios y anotó la siguiente expresión con variable.

$4,99x + 3,50y$

Si Hanson compró cuatro libras de castañas y cuatro de almendras, ¿Puedes calcular cuánto dinero gastó? Usa la información de esta sección para comprender esta expresión con variable.

Orientación

Antes de que aprendas a calcular una expresión con variable con un valor dado, necesitas saber cómo identificar una expresión con variable.

¿Qué es una expresión con variable?

Una *expresión con variable* es un grupo de números, operaciones y variables que representan una cantidad sin usar el signo igual. Una *variable* es una letra usada para representar una cantidad desconocida. Una *constante* es un número sin variable.

Aquí hay una expresión con variable. .

$6a + 7$

En esta expresión con variable. a es la ***variable*** y 7 es la ***constante*** .

Veamos el cálculo de expresiones con variables cuando tenemos un valor dado para la variable.

Calcula la expresión $4g + 1.5$ cuando $g = 8$.

Nota que esta expresión tiene decimales. Si no recuerdas cómo trabajar con operaciones decimales necesitarás repasar antes de trabajar en estos problemas.

Paso 1: Sustituye la variable " g ." por 8.

$4(8)+1.5$

Paso 2: Sigue el orden de la resolución de operaciones: paréntesis, exponentes, multiplicación, división, adición y sustracción.

$$
\begin{aligned}
&\#38; 4(8)+1.5 \text{ (Multiply)}\\
&\#38; 32+1.5 \text{ (Add)}\\
&\#38; 33,5
\end{aligned}
$$

La respuesta es 33,5

Calcula la expresión $5ab+2a-7$, cuando $a=2$ y $b=4$.

Si, las hay. Pero no dejes que esto te desvíe de tu camino. Si simplemente incluyes los valores dados en la expresión y usas el orden de las operaciones obtendrás la respuesta correcta.

Paso 1: Sustituye la variable " a " y 4 por 2 y la variable " b ."

$$
\begin{aligned}
&\#38; 5ab+2a-7\\
&\#38; 5(2)(4)+2(2)-7
\end{aligned}
$$

Paso 2: Sigue el orden de la resolución de operaciones: Paréntesis, exponentes, multiplicación, división, adición y sustracción.

$$
\begin{aligned}
&\#38; 5(2)(4)+2(2)-7 \text{ (Multiply)}\\
&\#38; 10(4)+4-7\\
&\#38; 40+4-7 \text{ (Add)}\\
&\#38; 44-7 \text{ (Subtract)}\\
&\#38; 37
\end{aligned}
$$

La respuesta es 37.

Ejemplo A

Calcula la expresión $5a+2b-17$, cuando $a=3$ y $b=4$

Solución: 6

Ejemplo B

Calcula la expresión $6xy+2x-7$, cuando $x=4$ y $y=5$

Solución: 121

Ejemplo C

Calcula la expresión $9x+18y+5$, cuando $x=-6$ y $y=2$

Solución: -13

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección. Aquí está la expresión con variable que escribió Hanson.

$4,99x+3,50y$

Sabemos que compró 4 libras de castañas y 4 de almendras. Primero, sustituye e por los valores dados. x y y .

$4,99(4)+3,50(4)$

Ahora podemos encontrar el costo total.

$19.96+14.00=\$33.96$

Esta es nuestra respuesta final.

Vocabulario

Expresión con variable
Grupo de números y operaciones que representan una cantidad sin un signo igual.

Variable
Letra usada para representar una cantidad desconocida.

Constante
Número en una expresión que no tiene variable.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

Calcula $4x+3y-18xy$, cuando $x=-3, y=4$

Solución

Primero, sustituye x e y por los valores dados en la expresión.

$4(-3)+3(4)-18(-3)(4)$

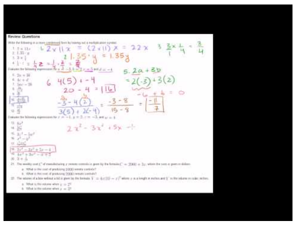
También podemos calcular las expresiones con variables utilizando el orden de las operaciones.

$-12+12--216$

$0+216=216$

Esta es nuestra respuesta final.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/1

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Khan Academy Evaluating Variable Expressions

*Este video solo está disponible en inglés

Práctica

Instrucciones: Calcula cada expresión variable usando los valores dados.

1. $6a+7$ *cuando a es* 8
2. $9x-y$ *cuando x es* 2 *y y es* 4.
3. $5a+b^2$ *cuando a es* 12 *y b es* 4.
4. $\frac{8}{x}+2$ *cuando x es* 4
5. $6x+2.5$ *cuando x es* 2.
6. y^2+4 *cuando y es* 9
7. $7x+2y$ *cuando x es* 3 *y y es* 5
8. $9xy+x^2$ *cuando x es* 4 *y y es* 2
9. $3ab+b^3$ *cuando a* es *9* y *b* es *2*
10. $16xy^2+14$ *cuando x es* 3 *y y es* 4
11. $6xy+4x$ *cuando x es* 2 *y y es* 7
12. $16y+8xy$ *cuando x es* 3 *y y es* 4
13. $3x^2+24y$ *cuando x es* 3 *y y es* 4
14. $-xy+8xy$ *cuando x es* 3 *y y es* 4
15. $22x+4y-3xy$ *cuando x es* 3 *y y es* 4

1.9 Traducción de frases verbales a expresiones con variable

En esta sección, aprenderás a traducir frases verbales a expresiones con variable.

¿Alguna vez has tenido que calcular un problema matemático descrito en palabras? Mira este problema.

Kelly y su hermano vendieron limonada y galletas en la feria de su escuela. Vendieron limonada a dos dólares el vaso y las galletas a un dólar y cincuenta centavos cada una. Cuando terminaron, Kelly se dio cuenta de que había vendido cincuenta vasos de limonada y veinte galletas. Le dijo a su hermano.

"Vendimos veinte veces dos dólares y veinte veces un dólar y cincuenta centavos".

El hermano de Kelly no está seguro de cómo escribir esta expresión. Presta atención y podrás ayudarlo al final de la sección.

Orientación

¿Sabes cómo tomar una frase verbal y escribirla como una expresión con variable?

Para lograr esta tarea necesitarás pensar sobre el significado de las distintas palabras. Una expresión verbal es una expresión matemática expresada en palabras.

Tendrás que trabajar como un detective para encontrar el significado de las distintas palabras. Una vez que sabes lo que significan las palabras podrás escribir distintas expresiones variables.

Comencemos con algunas operaciones matemáticas escritas como palabras.

Adición

Suma

Agregar

Incrementado por

Más

Sustracción

Diferencia

Menos que

Resta

Multiplicación

Producto

Veces

División

Cociente

Reducción

Esta lista no incluye TODAS las formas escritas de las operaciones, pero es un buen comienzo.

Toma unos minutos para escribir estas palabras en tu cuaderno.

Ahora podemos mirar la siguiente tabla. La columna izquierda comienza con una frase verbal y la columna derecha la escribe como expresión variable.

TABLE 1.2:

Frase verbal	**Expresión variable**
Tres menos un número	$3-x$
Un número incrementado por siete	$n+7$
La diferencia entre una cantidad desconocida y veintiséis	$s-26$
Un número reducido en nueve	$w-9$
Diez veces un número más cuatro	$10f+4$

Nota que las palabras como "un número" y "una cantidad desconocida" nos dan a entender que necesitamos usar una variable.

Ejemplo A

Escribe una expresión variable que diga " Seis veces un número más cuatro".

Solución: $6x+4$

Ejemplo B

Escribe una expresión variable que diga "Noventa dividido por un número menos ocho "

Solución: $\frac{90}{b}-8$

Ejemplo C

Escribe una expresión variable que diga "Dos menos un número, multiplicado por treinta y seis"

Solución: $36(n-2)$

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección. Kelly le explicó las ventas a su hermano de esta manera.

"Vendimos veinte veces dos dólares y veinte veces un dólar y cincuenta centavos".

Primero, usa la información de la oración para escribir una expresión.

$50(2.00)+20(1.50)$

Nota que tenemos veinte veces dos dólares más veinte veces un dólar y cincuenta centavos. Esto muestra el número de vaso de limonada y galletas multiplicado por cada precio.

Luego, tenemos que calcular cuánto dinero ganaron.

$130.00

Esta es nuestra respuesta final.

Vocabulario

Expresión con variable
Grupo de números y operaciones que representan una cantidad sin un signo igual.

Variable
Letra usada para representar una cantidad desconocida.

Constante
Número en una expresión que no tiene variable.

Expresión verbal
Uso del lenguaje para escribir una expresión matemática en vez de números, símbolos y variables.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

Escribe una expresión variable que diga "noventa dividido por un número menos ocho"

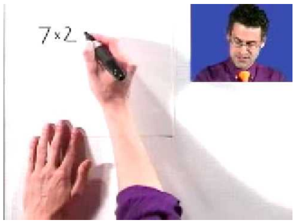
Solución

Podemos hacer esto de muchas maneras distintas. Podemos usar un símbolo, $\div$, para graficar la división o podemos usar la barra de fracción para el mismo efecto.

Debido a que pronto estudiarás álgebra, usemos la barra de fracción.

La respuesta es $\frac{85}{a}-13$ **.**

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58521

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Writing Basic Algebraic Expressions

*Este video solo está disponible en inglés

Práctica

Instrucciones: Escribe una expresión variable para cada expresión verbal.

1. La suma de un número y doce.
2. La diferencia entre un número y ocho.
3. Tres veces un número
4. Un número al cuadrado más cinco
5. Un número dividido por dos más siete
6. Cuatro veces la cantidad de un número más seis
7. Un número multiplicado por dos y dividido por cuatro
8. Un número por seis más el mismo número por dos
9. Un número al cuadrado más siete reducido en cuatro
10. Un número dividido por tres más doce
11. Un número multiplicado por cinco y otro número multiplicado por seis
12. Sixteen less than a number times negative four
13. Un número multiplicado por ocho dividido por dos
14. Un número dividido por seis y otro número multiplicado por menos cinco
15. Un número dividido por cuatro más otro número dividido por dieciséis

1.10 Escribir y calcular expresiones con variable para situaciones específicas

En esta sección, aprenderás a escribir y calcular expresiones con variable para situaciones específicas.

"Aquí tenemos un cambio genial", dijo Cameron, el presidente de octavo grado, al consejo de estudiantes la tarde del miércoles. "Podemos juntar fondos durante el almuerzo vendiendo galletas y no necesitamos permiso alguno".

"De verdad, es un cambio", comentó Marcy.

Los estudiantes de la escuela intermedia siempre habían podido reunir fondos, pero necesitaban de un permiso especial. Esto era especialmente estricto para la comida, sobre todo durante la hora de almuerzo. Esta noticia fue recibida con emoción y mucha charla en la reunión.

"Esperen", gritó Cameron por sobre la multitud. "Discutamos esto". #8221;

El grupo se calló y Cameron comenzó a hablar.

"Necesitamos \$350 para el primer baile de otoño. Tenemos \$50 en nuestra cuenta ahora mismo. Calculo que si vendemos galletas a 25 centavos cada una, entonces podemos reunir cerca de \$30 por semana en los dos almuerzos", propuso Cameron.

"Creo que ganaremos el doble", dijo Tracy con una sonrisa.

"Quizá, pero si logramos ganar los \$30 entonces tendremos el dinero para el baile de otoño en muy poco tiempo. ¡Solo hagan los cálculos!"

¿Hiciste los cálculos? Esta sección trata sobre la escritura de expresiones. ¿Cuánto tiempo tomará esto, según el plan de Cameron? ¿Cuánto tiempo tomará si Tracy está en lo correcto?

Orientación

¿Sabías que puedes escribir una expresión con variable a partir de una expresión verbal y luego calcular esa expresión variable usando un valor dado?

Tendrás que trabajar como un detective para encontrar el significado de las distintas palabras. Una vez que sepas lo que significan las palabras podrás escribir distintas expresiones variables.

Comencemos con algunas operaciones matemáticas escritas como palabras.

<u>**Adición**</u>

Suma

Agregar

Incrementado por

Más

<u>**Sustracción**</u>

Diferencia

Menos que

Resta

<u>**Multiplicación**</u>

Producto

Veces

<u>**División**</u>

Cociente

Reducción

Esta lista no incluye TODAS las formas escritas de las operaciones, pero es un buen comienzo.

Toma unos minutos para escribir estas palabras en tu cuaderno.

Ahora podemos mirar la siguiente tabla, la cual comienza con una frase verbal y la escribe como expresión variable.

TABLE 1.3:

Frase verbal	Expresión variable
Tres menos un número	$3-x$
Un número incrementado por siete	$n+7$
La diferencia entre una cantidad desconocida y veintiséis	$s-26$
Un número reducido en nueve	$w-9$
Diez veces un número más cuatro	$10f+4$

Nota que las palabras como "un número" y "una cantidad desconocida" nos dan a entender que necesitamos usar una variable.

Mira este problema.

Calcula cuatro veces un número menos cinco, cuando el número es cuatro.

Primero necesitamos escribir una expresión. Sabemos que hay dos operaciones en esta expresión. La palabra "veces" nos dice que tenemos una multiplicación y la palabra "menos" nos dice que tenemos una sustracción. También sabemos que el valor de la variable es cuatro.

$$4n-5, \ \textit{cuando n is } 4$$

Luego, podemos sustituir n por el valor dado y calcular la expresión.

$$\begin{aligned}
&\#38; 4(4)-5\\
&\#38; 16-5\\
&\#38; 11
\end{aligned}$$

La respuesta es 11.

También podemos escribir expresiones con variable para situaciones de la vida cotidiana.

Grace está ahorrando dinero para comprar una bicicleta nueva que cuesta ciento setenta y cinco dólares. Grace ya tiene veinticinco dólares y también ahorra veinte dólares cada semana. Escribe y resuelve una expresión con variable para determinar el número de semanas " w " que le tomará a Grace ahorrar el dinero suficiente para su nueva bicicleta.

Primero, suma el monto que Grace ha ahorrado, $25, al monto que planea ahorrar cada semana. Debido a que no se conoce el número de semanas, multiplicamos el monto que planea ahorrar cada semana, $20 por la variable " w **". La "** w **" representa el número de semanas. Iguala la expresión a la meta de Grace: $175.**

$25.00+20.00w = 175.00$

Ahora sabemos que necesita ahorrar un monto de dinero que iguale $175. Debido a que ya tiene 25, podemos restar esa cifra del total que necesita.

$175.00-25.00 = \$150.00$

Tenemos la expresión.

$20.00w = 150.00$

Resuelve " w **" completando la multiplicación inversa. Ya que el número de semanas "** w **" multiplicado por 20 es 150, divide 150 por** $20.00w$ **.**

$$\frac{20.00w}{20.00} = \frac{150.00}{20.00} = 7.5$$

Por lo tanto, a Grace le tomará siete semanas y media ahorrar para su bicicleta.

Calcula cada expresión.

Ejemplo A

$6x+5, \ cuando \ x \ is \ 12$

Solución: 77

Ejemplo B

$-4x-5x, \ cuando \ x \ is \ 3$

Solución:#38;#160; -27

Ejemplo C

$-6y+8y, \ cuando \ y \ is \ 5$

Solución: 10

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección.

Para trabajar en este problema debemos pensar primero sobre la información dada y escribir una expresión. Usamos la información de Cameron para hacerlo.

Hay $50 en la cuenta del consejo de estudiantes.

Cameron piensa que pueden ahorrar $30 cada semana.

El número de semanas que se necesita para ahorrar el dinero se desconoce, esa es nuestra variable, w **.**

Aquí está la expresión.

$50+30w$

Ahora podemos escribir una ecuación usando esta expresión para encontrar el número de semanas para ahorrar $350.

$50+30w=350$

Podemos resolverlo usando un cálculo mental.

$w=10$

Según la propuesta de Cameron, tardarán 10 semanas.

Si Tracy está en lo correcto y los estudiantes pueden ahorrar el doble de dinero, les tomará 5 semanas lograrlo.

Vocabulario

Expresión variable
Grupo de números y operaciones que representan una cantidad sin un signo igual.

Variable
Letra usada para representar una cantidad desconocida.

Constante
Número en una expresión que no tiene variable.

Expresión verbal
Uso del lenguaje para escribir una expresión matemática en vez de números, símbolos y variables.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

Calcula un número al cuadrado más seis cuando el número es ocho.

Solución

Primero, nota que tenemos la palabra "cuadrado" que nos indica que trabajaremos con una potencia. Luego tenemos la palabra "más" por lo que sabemos que la segunda operación es una suma. El valor desconocido es ocho.

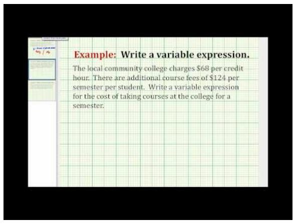
$$x^2+6 \ cuando \ x \ is \ 8$$

Luego sustituimos la variable por 8.

$$\#38; 8^2+6$$
$$\#38; 64+6$$
$$\#38; 70$$

La respuesta es 70.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5292

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Writing Variable Expressions

*Este video solo está disponible en inglés

Práctica

Instrucciones: Calcula cada frase verbal.

1. La suma de un número 12 y doce.
2. La diferencia entre un número 12 y ocho.
3. Tres multiplicado por 12
4. Un número 12 al cuadrado más cinco
5. Un número 12 dividido por dos más siete
6. Cuatro por la cantidad de un número 12 más seis
7. Un número 12 multiplicado por dos dividido por cuatro
8. Un número 12 por seis más el mismo número por dos
9. Un número al cuadrado más siete reducido en cuatro
10. Un número 12 dividido por tres más doce

Instrucciones: Calcula cada expresión si $x = 2, y = -4$

11. $4x+6y-4$
12. $-6y+x-9$
13. $-4xy-6xy$
14. $9xy+8$
15. $-8x-12y+15$

1.11 Resolver y revisar ecuaciones de una variable mediante cálculos mentales y sustitución

En esta sección, aprenderás a resolver y revisar ecuaciones de una variable mediante cálculos mentales y sustitución.

La escuela intermedia Fitzgerald tuvo una recaudación de fondos increíble vendiendo galletas. Dentro del primer mes, los estudiantes vendieron sus productos todos los días. Tuvieron tantos problemas con la cantidad de ventas que tuvieron que contrataron a la clase de quehaceres hogareños para que los ayudaran con el horneo. Debido a esto, parte del dinero fue para los estudiantes que hornearon, pero el resto fue para el consejo de estudiantes.

En la mitad del trimestre, los estudiantes calcularon que luego de pagarle a los estudiantes de la clase de quehaceres ganaban un promedio de $60 por semana. En el mismo periodo ya habían ahorrado $540.

"¿Cuántas semanas nos tomó ganar esa cantidad?" Jesse preguntó un día en la hora de almuerzo.

"No sé, pero estoy segura de que podemos juntar $1000 para el fin del semestre", dijo Tracy sonriendo.

"¿Cómo puedes estar tan segura?"

"Solo haz los cálculos". Primero, podemos escribir la ecuación y resolverla para calcular cuánto nos costaría juntar los $540, luego duplicarlo para el fin del semestre", explicó Tracy.

¿Entiendes cómo Tracy hizo este cálculo? Presta atención y serás capaz de resolver este problema al final de la sección.

Orientación

Una ***ecuación*** incluye grupos de números, símbolos y variables. Sin embargo, las ecuaciones también tienen un signo igual.

El aspecto clave a recordar sobre las ecuaciones es que la cantidad de un lado de signo igual debe ser igual a la cantidad en el otro lado del signo.

Hay diferentes formas de resolver una ecuación.

Cuando resuelves una ecuación, estás tratando de determinar el valor de la variable. Si eliges el valor correcto para la variable, entonces la ecuación será verdadera. Veamos ahora la resolución de ecuaciones sin una variable.

$4+16=20$

Podemos ver la cantidad en el lado izquierdo de la ecuación. Es igual a 20. El lado derecho de la ecuación también es 20. Es una ecuación verdadera.

Una ecuación siempre debe ser verdadera. Podemos decir que esta es una ecuación balanceada.

¿Qué si la ecuación tuviera una variable en vez de uno de los números?

$x+16=20$

Ahora tenemos un rompecabezas que resolver. Podemos comenzar pensando sobre qué número más dieciséis da 20. Sabemos que cuatro más dieciséis es igual a 20. Por lo tanto, el valor de x debe ser cuatro.

Escribimos la respuesta a la ecuación de una forma particular.

La respuesta es $x=4$.

Piensa un poco más sobre cómo resolviste esto. Si lo piensas probablemente restaste 20-16 en tu cabeza. Esto se denomina *operación inversa* . La *operación inversa* es la operación opuesta. Podemos usar las operaciones inversas para resolver ecuaciones.

Aquí hay otra.

$4x=12$

Aquí tenemos un problema de multiplicación. Podemos preguntarnos qué número multiplicado por cuatro es igual a 12. La respuesta es 3.

$$x=3$$

También podríamos usar la operación inversa para resolver esto. Doce dividido por cuatro es tres. Nuestra respuesta es la misma y ambos métodos pueden realizarse con cálculos mentales.

También puedes revisar la respuesta incorporándola en el problema original.

$5x+3=18$

Luego de resolver esta ecuación mediante cálculos mentales, calculamos que el valor de la variable es tres. Podemos corroborar esta respuesta sustituyendo el valor de la variable en la ecuación original. Luego simplificamos. Si la ecuación es verdadera, entonces corroboramos que tenemos una respuesta correcta.

$$5(3)+3\#38;=18$$
$$15+3\#38;=18$$
$$18\#38;=18$$

Es verdadera, por lo que nuestro trabajo es correcto.

También puedes resolver estas ecuaciones con cálculos mentales.

Ejemplo A

$\frac{x}{2}=7$

Solución:

$$x = 14$$

Ejemplo B

$\frac{22}{x} = 11$

Solución: $x = 2$

Ejemplo C

$8x = 64$

Solución:#38;#160; $x = 8$

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección.

Para trabajar en este problema primero debemos escribir una ecuación. Veamos lo que sabemos.

Sabemos que los estudiantes obtuvieron un promedio de $60 semanal.

Sabemos que las ganancias totales fueron $540.

Necesitamos saber cuántas semanas les tomó ganar esa cantidad. Nuestra variable es el número de semanas, w .

Esta es nuestra ecuación.

$$60w = 540$$

Podemos resolverlo usando un cálculo mental.

Le tomó 9 semanas a los estudiantes ganar el dinero.

Vocabulario

Ecuación
: Grupo de números, operaciones y variables en donde la cantidad en un lado del signo igual es la misma que la cantidad al otro lado del signo.

Operación inversa
: Operación opuesta. A menudo, una ecuación puede ser resuelta mediante una operación inversa.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

$5x + 3 = 18$

Solución

Descompongamos esta ecuación leyéndola.

Descompongamos esta ecuación leyéndola.

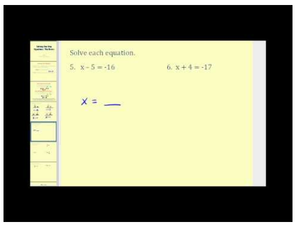
5, 10, 15, 20

15 es correcto, por lo que la variable debe ser igual a tres ya que tres por cinco es quince.

$$x = 3$$

Esta es nuestra respuesta.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/57652

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Solving One-Paso Equations

*Este video solo está disponible en inglés

Práctica

Instrucciones: Resuelve cada ecuación con cálculos mentales. Asegúrate de revisar cada respuesta incorporando tu respuesta en el problema original. Luego simplifica para asegurarte que tu ecuación está balanceada.

1. $x+4=22$
2. $y+8=30$
3. $x-19=40$
4. $12-x=9$
5. $4x=24$
6. $6x=36$
7. $9x=81$
8. $\frac{y}{5}=2$
9. $\frac{a}{8}=5$
10. $\frac{12}{b}=6$
11. $6x+3=27$
12. $8y-2=54$
13. $3b+12=30$
14. $9y-7=65$
15. $12a-5=31$
16. $\frac{x}{2}+4=8$
17. $\frac{x}{4}+3=7$
18. $\frac{10}{x}+9=14$
19. $5a-12=33$
20. $7b-9=33$

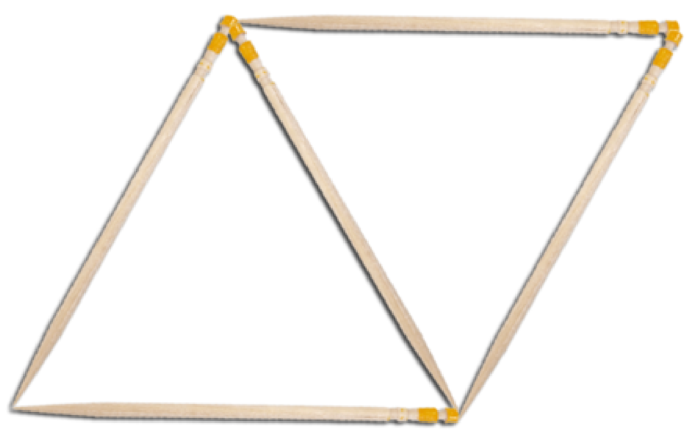
1.12 Resolución de problemas cotidianos mediante escritura y resolución de ecuaciones con variable

En esta sección, aprenderás a resolver problemas cotidianos mediante la escritura y resolución de ecuaciones con variable.

¿Sabías que puedes usar una ecuación para resolver problemas? La creación de un modelo para un problema también puede incluir métodos como el dibujo de un diagrama, imagen o elaborar una tabla o cuadro.

Mira este problema.

Los triángulos a continuación fueron construidos con mondadientes. Determina el número de mondadientes necesarios para construir veinte triángulos.



¿Sabes cómo hacerlo? Presta atención a esta sección. Entonces sabrás cómo resolver este problema.

Orientación

A veces, si piensas en un problema como palabras y partes, te será más fácil escribir una ecuación y resolverla. Escribir un modelo verbal es parecido a elaborar un plan para resolver un problema. Cuando escribes un modelo verbal estás parafraseando la información enunciada en el problema. Luego de escribir el modelo verbal, incluye los valores del problema para escribir la ecuación. Luego, calcula mentalmente o realiza una operación inversa para resolverla.

Analicemos la situación.

Monica compró un par de zapatillas en oferta a $65,99. Las zapatillas estaban a $99. Usa un modelo verbal para escribir y resolver una ecuación para determinar la cantidad de dinero que Monica ahorró al comprar las zapatillas en oferta.

Primero escribe un modelo verbal que represente el problema.

Modelo verbal: $\text{Sale Price} + \text{Amount Saved} = \text{Original Price}$

Considera “ s ” como el monto ahorrado.

Ecuación : $65,99 + s = 99.00$

Solución: Recuerda que para encontrar la solución de " s ," debes realizar una operación inversa. Ya que usamos la adición en la ecuación, usa la sustracción para resolverla.

Restar 65,99 de los 99 es completamente lógico.

$99.00 - 65,99 = \$33.01$

Esta es la respuesta.

Escribe una ecuación para cada caso y resuélvela.

Ejemplo A

Mary tenía $12 y gastó un poco. Le quedan $4,50. ¿Cuánto gastó?

Solución: $12 - x = 4,50, x = 7.50$

Ejemplo B

John gastó el doble de lo que gastó Mary. ¿Cuánto gastó?

Solución: $2(7.50) = \$15.00$

Ejemplo C

Un número y dieciséis es igual a cuarenta y cinco.

Solución: $x + 16 = 45, x = 29$

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección.

Como puedes ver, se necesitan tres mondadientes para hacer un triángulo. Se necesitaron dos más para hacer el segundo triángulo. Por lo tanto, se usaron cinco mondadientes para hacer dos triángulos. Sigue haciendo triángulos a lo largo de la columna. Cada vez que haces un nuevo triángulo, anota el número de mondadientes usados en la gráfica.

TABLE 1.4:

Triángulo #:	**Mondadientes #**
1	3
2	5
3	7
4	9
5	11
6	13
7	15
8	17
9	19
10	21

Al ver la tabla puedes identificar un patrón. Puedes ver que se necesitan dos mondadientes cada vez que se hace un nuevo triángulo. Puedes escribir un modelo verbal para expresar esta cantidad.

Número total de mondadientes necesarios = Dos veces el número de triángulos + un mondadientes

Considera $n =$ como el número de triángulos

Número total de mondadientes necesarios $= 2n+1$

Para determinar el número de mondadientes necesarios para construir veinte triángulos, sustituye la variable por veinte.

$$\begin{aligned}
&\#38;2n+1\\
&\#38;2(20)+1\\
&\#38;40+1\\
&\#38;41
\end{aligned}$$

Se necesitan 41 mondadientes para construir veinte triángulos.

Vocabulario

Ecuación
: Grupo de números, operaciones y variables en donde la cantidad en un lado del signo igual es la misma que la cantidad al otro lado del signo.

Operación inversa
: Operación opuesta. A menudo, una ecuación puede ser resuelta mediante una operación inversa.

Modelo verbal
: Uso de palabras para descifrar la información matemática en un problema. A menudo se puede escribir una ecuación a partir de un modelo verbal.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

El costo de emitir un comercial de treinta segundos por televisión en hora punta es de setecientos cincuenta mil dólares. Usa un modelo verbal para escribir y resolver una ecuación que determine el costo por segundo.

Solución

Modelo verbal: $\frac{\text{Total Cost}}{\text{Number of Seconds}} = \text{Cost per Second}$

Considera " x " como el costo desconocido por segundo.

Ecuación : $\frac{\$750{,}000}{30} = x$

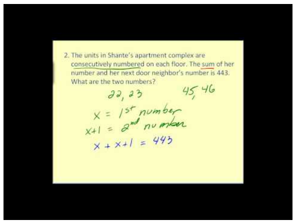
Solución: Para resolverla, divide 750,000 por 30.

$$\begin{aligned}
\frac{750,000}{30}&\#38;= x\\
25,000&\#38;= x
\end{aligned}$$

Recuerda que en este problema hablábamos de dinero. Por lo que nuestra respuesta puede ser escrita como monto.

La respuesta es que un comercial de treinta segundos cuesta \$25.000 por segundo.

Repaso en video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58519

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Problem Solving and Equations

*Este video solo está disponible en inglés

Práctica

Instrucciones : Escribe una ecuación para cada caso y resuélvela. Cada problema tendrá dos respuestas.

1. Un número desconocido más tres es igual a doce.

2. John tiene una pila de pelotas de golf. Perdió nueve en la pista. Si volvió a casa con catorce pelotas de golf, ¿Con cuántas comenzó?

3. Un número más seis da treinta.

4. Jessie le debe dinero a su hermano. Ganó nueve dólares y pago parte de su deuda. Si aún le debe cinco dólares, ¿Cuál era la deuda inicial?

5. Un granjero tiene gallinas. Seis de ellas desaparecieron durante una tormenta de nieve. Si quedan doce gallinas, ¿Cuántas gallinas tenía antes de la tormenta?

6. La gasolina cuesta cuatro dólares por galón. Kerry le puso muchos galones a su auto durante un largo viaje. Si gastó un total de $140 en gasolina, ¿Cuántos galones usó en el viaje?

7. Un número por veintiséis es 162. ¿Cuál es el número?

8. Marsha dividió unas galletas en grupos de 12. Si tenía 6 docenas de galletas cuando terminó, ¿Con cuántas galletas partió?

9. El instructor repartió a los estudiantes en cinco equipos. Había catorce estudiantes en cada equipo. ¿Con cuántos estudiantes partió el instructor?

10. Un número más diecinueve es igual a cuarenta.

1.13 Encontrar el perímetro y el área de cuadrados y rectángulos mediante fórmulas

En esta sección, aprenderás a encontrar el perímetro y el área de cuadrados y rectángulos mediante fórmulas.

Kelly tiene el siguiente problema.

El área de un rectángulo es de 240 pies cuadrados.La longitud de un lado es 15 pies.Escribe y resuelve una ecuación para determinar el ancho de un lado del rectángulo.

¿Sabes cómo hacerlo? Presta atención y aprenderás todo sobre el área y el perímetro.

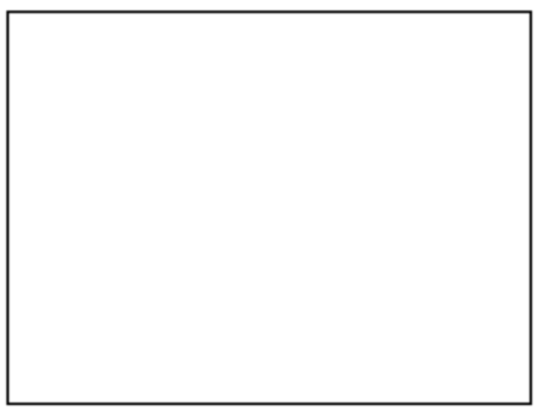
Orientación

Esta sección es sobre fórmulas. Partamos por la definición de fórmula.

Una *fórmula* es un método probado en la resolución de problemas específicos.

A estas alturas, en tu clase de matemáticas ya has usado muchas fórmulas para resolver problemas. Ahora veamos algunas de estas fórmulas conocidas. Partamos por analizar los rectángulos, los cuadrados, el área y el perímetro.

El *perímetro* de una figura es la distancia alrededor de la figura. El perímetro es la suma de todos los lados en un cuadrado o rectángulo. Ya que el rectángulo tiene dos grupos de lados paralelos, la fórmula para determinar el perímetro de un rectángulo es: $2L+2W$. $L =$ longitud y $W =$ ancho.



Podemos encontrar el perímetro de este rectángulo sustituyendo las variables que representan la longitud y el ancho por los valores dados.

$$\begin{aligned} 2(9)+2(12)\#38;&= \text{Perimeter} \\ 18+24\#38;&= \text{Perimeter} \\ 42\ inches\#38;&= \text{Perimeter} \end{aligned}$$

El perímetro de este rectángulo es 42 pulgadas.

El *área* es el total de unidades cuadradas dentro de la figura. El área se encuentra multiplicando Length $\times$ Width . La fórmula para encontrar el área de un rectángulo es $L \times W$.

Podemos usar las dimensiones del rectángulo anterior para encontrar el área de este rectángulo.

$$
\begin{aligned}
12 * 9\#38; &= \text{Area}\\
12 * 9\#38; &= \text{Area}\\
108\ cm^2\#38; &= \text{Area}
\end{aligned}
$$

El área de este rectángulo es $108\ cm^2$ **.**

Nota que la unidad de medida para el área está elevada al cuadrado. Esto se debe a que multiplicamos la unidad de medida por sí misma.

Cm x cm = cm^2

EL ÁREA SIEMPRE SE ESCRIBE EN UNIDADES CUADRADAS

Copia estas dos fórmulas y la nota sobre las unidades cuadradas en tu cuaderno. Usa un dibujo para recordar cada fórmula si es necesario.

También podemos encontrar el perímetro y el área de un cuadrado. Recuerda que un cuadrado tiene cuatro lados iguales, por lo que podemos usar la siguiente fórmula para encontrar el perímetro de un cuadrado, $4s$.

Un rectángulo tiene un largo de 12 pies y un perímetro de 72 pies. Escribe y resuelve una ecuación para determinar el ancho del rectángulo.

Recuerda: la fórmula para determinar el perímetro de un rectángulo es $2(L)+2(W)$ **. Sustituye las variables con la información dada en el problema para determinar la dimensión que falta. Sabemos que el largo de un lado es de 12 pies. Por lo tanto, pon 12 en el largo. También sabemos que el perímetro total es de 72 pies. Por lo tanto, iguala la fórmula a 72 pies. Ahora, usa la operación inversa para encontrar el ancho desconocido.**

$$\begin{aligned}
&\text{Perimeter\#38;} = 2(L)+2(W)\\
&\text{Perimeter\#38;} = 2(12)+2(W) = 72\\
&\text{Perimeter\#38;} = 24+2W = 72
\end{aligned}$$

Luego necesitamos encontrar el valor del ancho. Es lógico usar la operación inversa y restar 24 de 72.

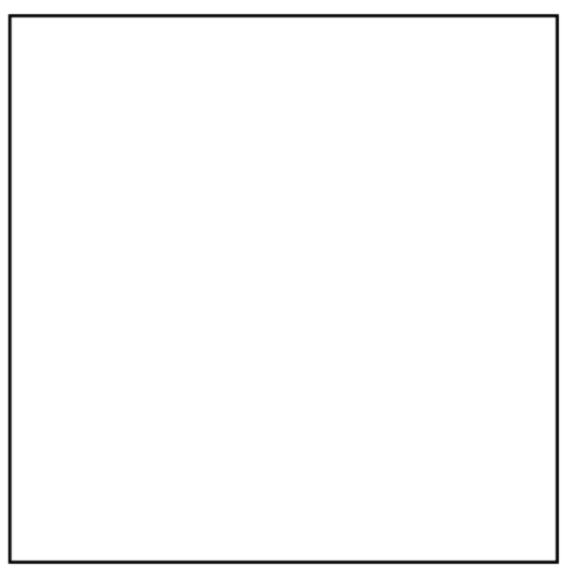
$$2W = 48$$

Veinticuatro multiplicado por dos es cuarenta y ocho. Esta es nuestra respuesta.

El ancho desconocido es 24 pies.

Ejemplo A

Encuentra el perímetro para el siguiente cuadrado si el largo del lado es 4,5 pulgadas.



Solución: #38;#160; El perímetro del cuadrado es 18 pulgadas.

Ejemplo B

¿Puedes encontrar el área del cuadrado en el Ejemplo A?

Solución: #38;#160; : El área del cuadrado es 20.25 in^2 .

Ejemplo C

Un cuadrado tiene un área de 144 metros cuadrados. ¿Cuál es la longitud de los lados?

Solución: 12 **metros**

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección.

Recuerda la fórmula para encontrar el área $L \times W$. Sustituye con la información dada en el problema. Luego, usa el álgebra para encontrar el ancho desconocido.

$$L * W \#38; = Area$$
$$15W \#38; = 240$$

Para hacerlo, dividimos 240 por 15. Este es un ejemplo de operación inversa.

$$W = 16\ feet$$

Podemos corroborar nuestro trabajo sustituyendo el ancho de la ecuación $L \times W = Area$por 16. .

$$15 * 16 \#38; = \text{Area}$$
$$15 * 16 \#38; = 240\ square\ feet$$

El rectángulo es de 15 pies por 16 pies.

Vocabulario

Fórmula
Método probado en la resolución de problemas específicos.

Perimetro
Distancia alrededor de una figura.

Área
Medida del interior de una figura.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

Un cuadrado tiene un perímetro de 196 pulgadas. Determina la longitud de un lado del cuadrado.

Solución

Recuerda que un cuadrado tiene cuatro lados iguales Por lo tanto, $4s = 196$ *inches* . Usa la operación inversa para encontrar " s ."

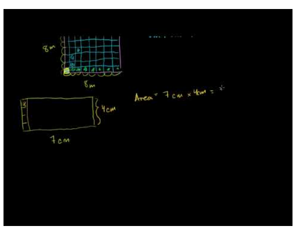
$$\begin{aligned} \frac{4s}{4} \#38; &= 196 \\ s \#38; &= 49 \textit{ inches} \end{aligned}$$

Puedes corroborar tu respuesta sustituyendo la variable $4s$. por 49. 49 es la longitud correcta si tu respuesta es 196 pulgadas.

$$\begin{aligned} 4s \#38; &= 196 \\ 4(49) \#38; &= 196 \\ 196 \#38; &= 196 \end{aligned}$$

La longitud de un lado del cuadrado es de 49 pulgadas.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5308

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Khan Academy Area and Perimeter

Este video solo está disponible en inglés

Práctica

Instrucciones: Encuentra el área y el perímetro de cada cuadrado o rectángulo usando fórmulas y las dimensiones dadas. Cada problema tendrá dos respuestas.

1. Un cuadrado con una longitud lateral de 5 pulgadas.
2. Un rectángulo con una longitud de 5 pulgadas y un ancho de 3 pulgadas.
3. Un rectángulo con una longitud de 8 centímetros y un ancho de 6 centímetros.
4. Un cuadrado con una longitud lateral de 11 pies.
5. Un rectángulo con una longitud de 9 pulgadas y un ancho de 4,5 pulgadas.
6. Un cuadrado con una longitud lateral de 7 pies.
7. Un rectángulo con una longitud de 12 metros y un ancho de 11 metros.
8. Un cuadrado con una longitud lateral de 13 metros.
9. Un rectángulo con una longitud de 15 pies y un ancho de 8 pies.
10. Un cuadrado con una longitud lateral de 12.5 pies.

Instrucciones: Encuentra la longitud lateral que falta dado el área de cada cuadrado.

11. $A = 64\ in^2$
12. $A = 36\ in^2$
13. $A = 81\ m^2$
14. $A = 100\ in^2$
15. $A = 144\ ft^2$
16. $A = 121\ cm^2$
17. $A = 4\ mm^2$

1.14 Uso de fórmulas para encontrar para encontrar distancias, tasas y tiempos

En esta sección, usarás fórmulas para encontrar distancias, tasas y tiempos.

"¿Qué hiciste este verano para divertirte?" Le preguntó Kevin a Laila durante el almuerzo en la primera semana de clases.

"Acampamos en el Parque Nacional Yellowstone, ¡Fue increíble!" , dijo Laila mordiendo su sándwich.

"¿Sí? Eso debe haber tomado mucho tiempo" , comentó Kevin.

"No, volamos a Denver y luego fuimos de Denver a Yellowstone para conocer parte del país"

"¿Qué tan lejos queda Denver de Yellowstone?"

"Cerca de 540 millas. Lo sé porque lo marqué en el mapa. Luego de dejar Denver solo nos tomó nueve horas llegar allí. Hicimos paradas cortas y manejamos sin más para llegar ahí a tiempo" explicó Laila.

Kevin empezó a realizar cálculos mentales. Se preguntó qué tan rápido iba el auto si llegó ahí en nueve horas.

Encontrar la solución a este problema requiere el uso de fórmulas. Las fórmulas a menudo se usan en matemáticas para resolver ciertos tipos de problemas.

Orientación

Sabías que puedes usar fórmulas para calcular distancias, tasas y tiempos?

Puedes calcular ***distancias*** **-por ejemplo, qué tan lejos puedes viajar** en auto, bote, tren o a pie. Puedes calcular ***la tasa*** **de velocidad** a la que viajas según el modo, además de calcular el ***tiempo*** **o qué tanto** te tomará.

Analiza la situación y ve cómo podemos calcular la distancia, la tasa y el tiempo usando una fórmula.

La familia Murphy condujo por tres horas y media desde Manhattan, Nueva York a Providence, Rhode Island a una velocidad de cincuenta y tres millas por hora. Determina la distancia que viajó la familia Murphy.

Primero, necesitamos pensar sobre los resultados que necesitamos. En este problema, necesitamos encontrar la distancia que viajó la familia Murphy. Para hacerlo, hay una fórmula simple que podemos usar. De hecho, podemos usar esta fórmula cuando queramos calcular distancias.

$$Distance = rate * time$$

Ahora podemos tomar la información dada en el problema e incorporar dicha información en la fórmula. Una vez que lo hemos hecho, podemos calcular la distancia.

$$D = 53(3,5)$$

53 representa la tasa o velocidad a la que viaja el auto.

3,5 representa las tres horas y media que la familia viajó.

$$D = 185,5 \ miles$$

La distancia que la familia Murphy viajó fue 185,5 millas.

Es una excelente pregunta. La respuesta es "más o menos". Puedes usar las mismas partes de la fórmula solo si necesitas reescribirla para ayudarte con los cálculos. Hay dos versiones diferentes para la misma fórmula que puedes usar para encontrar la tasa o el tiempo.

Para encontrar la **tasa** , divide ambos lados de la ecuación por el tiempo.

Rate $= \frac{Distance}{Time}$

Para encontrar el **tiempo** , divide ambos lados de la ecuación por la tasa.

Time $= \frac{Distance}{Rate}$

Anota estas tres fórmulas en tu cuaderno.

Ejemplo A

Usa la fórmula de la distancia para encontrar la tasa.

Distance $= 285\ miles$

Time $= 9.5\ hours$

Rate $= x$

Solución: La respuesta es 30 millas por hora.

Ejemplo B

Usa la fórmula de la distancia para encontrar el tiempo.

Distance $= 550\ miles$

Rate $= 55\ mph$

Time $= x$

Solución: La respuesta es 10 horas.

Ejemplo C

Un auto viaja a 45 millas por hora por 6 horas. ¿Cuántas millas viajó?

Solución: $45(6) = 270$ **millas**

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección.

Piensa en el problema. Queremos saber la velocidad a la que viajó el auto.

Para resolver este problema necesitaras usar la fórmula:

$$D = R * T$$

Ahora que has identificado la fórmula correcta, pensemos en la información dada.

Sabes la distancia entre Denver y Yellowstone. Son 540 millas.

Sabes que le tomó a la familia 9 horas llegar allí, haciendo pequeñas paradas.

Buscamos la velocidad a la que viajó el auto.

Incluyamos los valores dados en la fórmula.

$$540 = R(9)$$

Ahora podemos resolver el problema resolviendo la ecuación. Queremos encontrar " R " así que dividimos ambos lados de la ecuación por nueve.

$$\frac{540}{9} \#38; = R$$
$$60\ mph \#38; = R$$

La familia viajó a 60 millas por hora. Podríamos decir que incluso viajaron a una velocidad menor ya que hicieron paradas breves.

Vocabulario

Distancia
: Trayecto que viaja un vehículo o persona en una cierta cantidad de tiempo y a una tasa específica.

Tasa
: Velocidad del viaje.

Tiempo
Cálculo del tiempo del viaje.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

Un tren viajó 255 millas en 300 minutos. Determina la tasa a la que el tren viajó.

Solución

Paso 1: Al usar la fórmula de la distancia es esencial prestar atención a las unidades usadas en el problema. Si la tasa dada por el problema está en millas por hora (mph), entonces el tiempo debe estar expresado en horas. Si el tiempo se da en minutos, divide por sesenta para determinar el número de horas antes de resolver la ecuación. Por lo tanto, antes de resolver el problema anterior, divide 300 minutos por 60.

$300\ minutes \div 60\ minutes = 5\ hours$

Paso 2: Ya que el problema te pide encontrar la tasa, usa la fórmula Rate $= \frac{\text{Distance}}{\text{Time}}$. Incluye la información conocida en el problema.

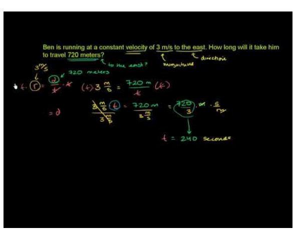
Rate $= \frac{Distance}{Time}$

Paso 3: Resuelve.

$$\text{Rate\#38;} = \frac{255}{5}$$
$$\text{Rate\#38;} = 51\ miles\ per\ hour$$

El tren viajaba a una tasa de 51 millas por hora.

Repaso en video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58520

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Khan Academy Distance,Rate and Time

*Este video solo está disponible en inglés

Práctica

Instrucciones: Encuentra el número de millas viajadas dadas la tasa y el tiempo.

1. Cuatro horas a una tasa de 33 millas por hora.
2. Seis horas a una tasa de 55 millas por hora.

3. Ocho horas a una tasa de 65 millas por hora.
4. 12 horas a una tasa de 50 millas por hora.
5. 14 horas a una tasa de 60 millas por hora.
6. 19 horas a una tasa de 50 millas por hora.
7. 11 horas a una tasa de 55 millas por hora.
8. 18 horas a una tasa de 35 millas por hora.
9. 12 horas a una tasa de 70 millas por hora.
10. 10 horas a una tasa de 58 millas por hora.
11. 15 horas a una tasa de 57 millas por hora.
12. 21 horas a una tasa de 66 millas por hora.

Instrucciones: Usa la información dada para encontrar cada tasa o tiempo.

13. Un auto viajó 450 millas a una velocidad de 30 millas por hora. ¿Cuántas horas tardó?
14. Un auto viajó 600 millas en 12 horas. ¿Cuál era la velocidad del auto?
15. Un corredor viajó 6 millas en 30 minutos. ¿Qué tan rápido iba el corredor?
16. Un auto viajó 520 millas a una velocidad de 65 millas por hora. ¿Cuántas horas tardó?

1.15 Comprender el plan de resolución de problemas

En esta sección, aprenderás a entender y usar un plan de resolución de problemas.

Kevin terminó de ver las fotos del viaje de Laila al Parque Nacional Yellowstone. Suspiró profundamente.

“No hice nada interesante este ve,” dijo con otros suspiro.

“Estoy segura de que hiciste cosas geniales. ¿Qué hiciste? Cuéntame,” dijo Laila sonriendo.

“Bueno, lo mejor que hice fue diseñar y construir un jardín de vegetales. En verdad fue genial porque trabajé como consejero menor en el Boys and Girls Club, por lo que tenía un montón de niños de siete años ayudándome", dijo Kevin.

“Eso es genial.”

“Realmente lo fue. Diseñé el jardín para que encajara en el patio de juegos. Teníamos un área de $6' \times 12'$ para trabajar y queríamos plantar brócoli, zanahorias, arvejas, calabacín, zapallos italianos, pimentones, berenjenas y tomates. En verdad requería mucha matemática. Teníamos que calcular el área de la tierra y luego los niños querían que cada vegetal tuviera un lugar igualitario en el jardín", explicó Kevin.

Laila comenzó a pensar en este problema.

Es hora de que hagas lo mismo. Hay varios pasos para este problema y para resolverlo necesitarás elaborar un plan de resolución de problemas. Luego de comprender la información de esta sección, deberías estar listo para resolverlo.

Orientación

Cuando realizamos un plan para resolver un problema, puedes escoger entre muchas estrategias.

Recrearlo

Hacer un modelo

Probar y corroborar

Buscar un patrón

Adivinar y corroborar

Crear una tabla

Trabajar de manera inversa

Escribir una ecuación

Escribir una proporción

Cuando lees un problema es útil subrayar la información importante. La información importante incluye palabras que identifiquen la operación. También puedes identificar las palabras clave como distancia, tiempo, velocidad, área y perímetro. Todas estas partes te ayudan a identificar un problema y qué es lo que el problema está pidiendo.

Veamos esta situación.

Mollie planea juntarse con un grupo de amigos en el cine la noche del sábado a las 6:00 p.m. Mollie está a cargo de llevar algunos amigos al cine. Mollie vive a 15 minutos de la casa de Sara. Toma 10 minutos ir de la casa de Sara a la casa de Madison. Desde la casa de Madison al cine hay otros 20 minutos de viaje. A Mollie le toma una hora vestirse y arreglarse para la noche. ¿A qué hora Mollie debería comenzar a arreglarse para la noche?

Paso 1: **Lee y entiende el problema.**

Pregunta: ¿Qué es lo que me pide el problema ?

El problema quiere que determines la hora a la que Mollie debería comenzar a prepararse para la noche si necesita estar en el cine a las 6:00 p.m. Debes considerar el tiempo de viaje a cada casa de sus amigos y el tiempo que le toma a Mollie vestirse.

Este problema tiene que ver con el tiempo. Necesitamos averiguar el tiempo que le toma a Molly llegar al cine.

Paso 2: **Haz un plan**

Mollie necesita estar en el cine a las 6 :00 p.m. Trabaja de manera inversa para determinar la hora a la que Mollie debería comenzar a prepararse. Si trabajamos de forma inversa podremos ayudarla a determinar el tiempo que le tomará llegar ahí.

Paso 3: **Resuelve el problema**

THorario de la película - Tiempo para vestirse - Tiempo para ir al cine - Tiempo para ir a la casa de Madison - Tiempo para ir a la casa de Sara

6:00 – 1:00 – 0:20 – 0:10 – 0:15

5:00 – 0:20 – 0:10 – 0:15

4:40 – 0:10 – 0:15

4:30 – 0.15

4:15

Con todo lo que tiene que hacer, Mollie debería empezar a arreglarse a las 4 :15 p.m.

Paso 4: **Corrobora los resultados**

Si Mollie comienza a vestirse a las 4:15 pm y le toma 1 hora, estará lista para salir a las 5:15 p.m. Ya que le toma a Mollie 15 minutos llegar a la casa de Sara, llegará a las 5:30 p.m. 10 minutos más tarde, a las 5:40, Mollie llegará a la casa de Madison. Ya que toma 20 minutos llegar al cine, Mollie llegará al cine cerca de las 6:00 p.m.

Mollie necesita comenzar a arreglarse a las 4 :15 p.m.

Usa esta situación para contestar cada pregunta.

Cada día que Jesse cosechó vegetales en el jardín, recolectó 4 libras de vegetales.

Ejemplo A

Si Jesse continúa haciéndolo por 45 días, ¿Cuántas libras de vegetales ha recolectado?

Solución: 180 libras

Ejemplo B

Escribe una ecuación para describir la situación en el Ejemplo A.

Solución: $45x, x =$ **número de días**

Ejemplo C

Si Jesse cosecha vegetales por 90 días, ¿Cuántas libras recolectaría a esta misma tasa?

Solución: 360 libras

Ahora volvamos a la duda del comienzo de esta sección.

Primero, necesitamos encontrar el área del jardín. .

El área se encuentra usando la fórmula $l \times w$ **.**

Sabes que el largo del jardín es de 12 pues y el ancho es de 6 pies. Podemos sustituir dichos valores en la fórmula para encontrar el área del jardín.

$$A\#38; = lw$$
$$A\#38; = 12(6)$$
$$A\#38; = 72\ sq.feet$$

Nota que necesitas tu respuesta en pies cuadrados porque estamos trabajando el área.

Para saber el área asignada para cada vegetal, podemos hacer un cálculo mental. Pensemos en lo que sabemos hasta ahora.

El área del jardín es de 72 pies cuadrados.

Hay 8 vegetales que serán plantados.

$72 \div 8 = 9$

A cada vegetal se le asigna 9 pies cuadrados.

Vocabulario

Perímetro
Distancia alrededor de una figura.

Área
Medida del interior de una figura.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

La bolera cobra $12 por persona para jugar, $10 para la segunda persona, $8 para la tercera persona y así sucesivamente. ¿Cuál es el coste total para que una familia de cinco juegue bolos? ¿Cuánto dinero ahorra la familia si van juntos en vez de ir por separado?

Paso 1: **Lee y entiende el problema.**

Pregunta: ¿Qué es lo que me pide el problema ?

El problema te pide analizar el patrón para determinar el costo que debe pagar una familia de cinco para jugar bolos. Luego de determinar el costo para una familia de cinco, determina la diferencia entre el monto que la familia gasta y el monto que gastaría si fueran los cinco a jugar por separado.

Paso 2: **Haz un plan**

Para observar el patrón de mejor manera, organiza la información en una tabla.

TABLE 1.5:

Miembro de la familia	Costo para jugar
1	$12
2	$10
3	$8

Puedes notar que el costo para jugar disminuye en dos dólares por cada miembro de la familia adicional.

Paso 3: **Resuelve el problema**

Continúa con el patrón para el cuarto y quinto miembro de la familia. Suma el costo para jugar de cada miembro de la familia para determinar el costo total. Puedes ver que el costo total para una familia de cinco es $40.

TABLE 1.6:

Miembro de la familia	Costo para jugar	Coste total
1	$12	$12
2	$10	$22
3	$8	$30
4	$6	$36
5	$4	$40

Para determinar el monto ahorrado si juegan como familia, sustrae el costo total de la familia de cinco del costo total para cinco individuos. El costo de jugar individualmente es $12, por lo que el costo para cinco individuos es $\$60(\$12 \times 5)$. $40 restado de $60 es $20.

$\text{Cost to Play Individually} - \text{Cost to Play as a Family} = \text{Amount Saved}$

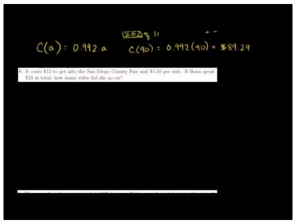
$\$60 - \$40 = \$20$

El costo para que una familia de cinco juegue a los bolos es $40. Una familia de cinco ahorra $20 si juegan juntos en vez de jugar por separado.

Paso 4: **Corrobora los resultados**

Al pensar en el problema verás que la respuesta es lógica debido a la estrategia que escogimos.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/9

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Khan Academy Problem Solving Plan 1

*Este video solo está disponible en inglés

Práctica

Instrucciones: Lee cada problema y luego responde las preguntas.

Al final de la llamada telefónica, Brad tenía $0.82. El costo inicial de la llamada telefónica era $0.75 más $0.12 por minuto. Si Brad habló por 20 minutos, ¿Cuánto dinero tenía antes de llamar a casa?

1. ¿Deberías trabajar de manera inversa o escribir una proporción para solucionar este problema?
2. ¿Por qué no usarías una proporción para este problema?
3. Necesitarás multiplicar una parte de este problema, ¿Qué parte?
4. ¿Qué ecuación podrías escribir para resolver este problema?
5. ¿Cuánto dinero tenía Brad antes de hacer la llamada telefónica?

Supón que tienes $75 en tu cuenta de ahorros. Quieres ahorrar $25 dólares adicionales cada semana. ¿Después de cuántas semanas habrás ahorrado $500?

6. ¿Qué estrategia es más lógica, buscar un patrón o trabajar de forma inversa?
7. ¿Cuál es la cantidad desconocida que estás tratando de encontrar?
8. ¿Qué ecuación podrías escribir para resolver este problema?
9. ¿Cuántas semanas tomará ahorrar $500?

Una tienda de música en línea cobra $1,90 por la descarga de 2 canciones. Determina el costo de descargar 13 canciones.

10. ¿Qué estrategia usarías, buscar un patrón o usar una proporción?
11. ¿Por qué usarías ese método?
12. ¿Cuál es el costo de 13 canciones?
13. ¿Cuál sería el costo por el doble de canciones?
14. Si el costo hubiera sido $2.25 por canción, ¿Cuánto costarían dos canciones?
15. ¿Cuál sería el costo de 4 canciones?
16. Si seis amigos descargan cuatro canciones cada uno, ¿Cuál sería el costo total?

1.16 Resolución de problemas cotidianos utilizando estrategias y un plan

En esta sección, resolverás problemas cotidianos utilizando estrategias y un plan.

¿Alguna vez has viajado en avión? Mira este problema sobre vuelos, tiempo y amigos.

Kevin y Laila conversaron durante el almuerzo. Luego llegó Carmen.

“¿De qué hablan?” Preguntó Carmen.

“Estábamos hablando sobre lo que hicimos en el verano. Yo acampé en Yellowstone y Kevin realizó un proyecto genial construyendo un jardín con un grupo de niños. ¿Y tú? ¿Qué hiciste este verano? Laila le preguntó a Carmen luego de tomar un sorbo de leche.

“Fui a ver a mis abuelos. Lo pasé muy bien, pero casi no llegué al vuelo", dijo Carmen mordiendo una zanahoria.

"¿Qué pasó?" Preguntó Kevin.

"Bueno, todo empezó bien. Tenía un vuelo a las 9 pm. Sabía que tenía que estar en el aeropuerto 2 horas antes del vuelo y que vivíamos a una hora del aeropuerto. Necesitaba una hora y media $1\frac{1}{2}$ para empacar, ducharme y cosas como esas. Todo hubiera ido bien, pero primero planeaba jugar fútbol en el parque. Entre a mi casa a las 4:00 y llegué a penas al aeropuerto", explicó Carmen.

Kevin miró a Laila.

“Debiste tener mucho tiempo,” dijo Kevin.

¿Cómo es que Kevin sabe esto? ¿Puedes seguir la lógica de Kevin? ¿Por qué Kevin dijo esto? Para averiguarlo, necesitarás aplicar tus habilidades de resolución de problemas.

Orientación

Cuando resuelves problemas necesitarás usar estrategias como parte de un plan. Para cada situación tendrás que leer y comprender un problema dado. Tendrás que hacer un plan de resolución y escoger una estrategia apropiada. Hay múltiples maneras de resolver un problema cotidiano. Por lo tanto, necesitarás considerar y comparar diferentes estrategias para cada problema dado.

Primero, lee el problema.

Cuando lees y comprendes un problema, estás trabajando para determinar qué es lo que te pide el problema. Destacar la pregunta en el problema te ayudará. Puede que también quieras subrayar las palabras clave que puedan ayudarte en la planificación y la estrategia.

Un lagarto comió quinientas moscas en cinco noches consecutivas. Cada noche comió veinticinco más que la noche anterior. ¿Cuántas moscas comió el lagarto cada noche ?

Para este problema tienes que determinar el número de moscas que el lagarto comió cada noche. Esto es lo que te dicen:

- Te dicen que el lagarto comió un total de quinientas moscas en el curso de cinco noches.
- También te dicen que el lagarto come veinticinco moscas adicionales cada noche en comparación a la noche anterior.
- Deberías saber que la palabra consecutivo significa una secuencia lógica o sucesión. En este caso, significa una noche tras otra.

Realiza un plan para resolver el problema.

Usa un modelo verbal para escribir y resolver una ecuación para determinar el número desconocido de moscas comidas cada día.

Te dicen que el lagarto comió un total de quinientas moscas en el curso de cinco noches. También te dicen que el lagarto come veinticinco moscas más cada noche en comparación a la noche anterior. Para determinar el número de moscas consumidas cada noche, primero debes determinar el número de moscas que el lagarto comió la primera noche. Luego de determinar el número de moscas consumidas en la primera noche, suma veinticinco más cada día para encontrar el total diario.

Modelo verbal:

Número de moscas comidas en una noche + (número de moscas comidas en una noche + veinticinco) + (número de moscas comidas en una noche + veinticinco + veinticinco) + (número de moscas comidas en una noche + veinticinco + veinticinco + veinticinco) + (número de moscas comidas en una noche + veinticinco + veinticinco + veinticinco+ veinticinco) = número total de moscas comidas en el curso de cinco noches (500)

Considera “ x ” como el número de moscas comidas en una noche.

El próximo paso es resolver el problema.

Ecuación :

$x+(x+25)+(x+25+25)+(x+25+25+25)+(x+25+25+25+25)=500$

Solución :

$$x+(x+25)+(x+25+25)+(x+25+25+25)+(x+25+25+25+25)\#38;=500$$
$$x+(x+25)+(x+50)+(x+75)+(x+100)\#38;=500$$
$$5x+250\#38;=500$$

Luego, resolvemos la ecuación. Sustrae 250 de 500 y divide por 5.

$$x=50$$

TEl lagarto consumió 50 moscas la primera noche. Para determinar el número de moscas que el lagarto comió en la segunda, tercera, cuarta y quinta noche, sustituye “ x ” en la ecuación por 50.

$$x+(x+25)+(x+50)+(x+75)+(x+100)\#38;=500$$
$$50+(50+25)+(50+50)+(50+75)+(50+100)\#38;=500$$
$$50+75+100+125+150\#38;=500$$

Puedes ver que en la primera noche el lagarto comió 50 moscas.

En la segunda noche, el lagarto consumió 75 moscas.

En la tercera noche, el lagarto comió 100 moscas.

En la cuarta noche, el lagarto comió 125 moscas.

En la última noche, el lagarto comió 150 moscas.

Corrobora los resultados

Ahora puedes corroborar tu trabajo sumando el número de moscas consumidas cada noche. La suma debería ser igual a quinientos.

$50+75+100+125+150=500$

Respuesta:

Primera noche: 50

Segunda noche: 75

Tercera noche: 100

Cuarta noche: 125

Quinta noche: 150

Mira este problema y contesta cada pregunta.

El corazón de un niño de diez años late 85 veces por minuto aproximadamente. ¿Cuántas veces late en 24 segundos?

Ejemplo A

¿Qué es lo que me pide el problema?

Solución: Sabiendo que el corazón late 85 veces por minuto, determina el número de veces que el corazón late en 24 segundos.

Ejemplo B

¿Cuál es el plan?

Solución: Ya que te están pidiendo determinar una tasa desconocida, escribe una proporción.

Ejemplo C

¿Puedes escribir una ecuación para resolver este problema?

Solución: Considera " x **" = el número de latidos del corazón en 24 segundos**

$$
\begin{aligned}
&\#38;\ \frac{85\ beats}{60\ seconds} = \frac{x}{24\ seconds}\\
&\#38;\ 85(24) = 60(x)\\
&\#38;\ \frac{2,040}{60} = \frac{60x}{60}\\
&\#38;\ x = 34\ beats
\end{aligned}
$$

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección.

Primero, ¿Por qué Kevin dijo eso?

Kevin calculó que Carmen debió partir al aeropuerto a las 6 pm. Si solo necesitaba una hora y media $1\frac{1}{2}$ para estar lista, entonces tuvo bastante tiempo ya que llegó a casa a las 4 pm, por lo que tuvo 2 horas para prepararse.

Aquí se detalla el tiempo.

Vuelo a las 9 pm - 2 horas del registro = 7 pm

7 pm – 1 hora de viaje = 6 pm

$6 - 1\frac{1}{2}$ horas para prepararse = 4:30 pm

Carmen debió haber dejado su casa a las 4:30 pm para llegar a tiempo a su vuelo.

Vocabulario

Razón
: Comparación entre dos cantidades. Las proporciones se pueden escribir como fracción, con dos puntos o usando "x es a x".

Proporción
: Se forma cuando dos razones son equivalentes. Si comparamos dos razones y son iguales, forman una proporción.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar. Nota que algunos puntos claves están subrayados para ti.

El último vagón de un tren tiene 12 pies de largo . Cada uno de los ocho vagones del tren es el doble de largo que el último vagón . Determina el largo del tren completo.

Solución

Pregunta: ¿Qué es lo que me pide el problema?

Determinar el largo del tren completo. Te dieron algunos datos.

- El último vagón tiene 12 pies de largo.
- Hay ocho vagones adicionales.
- Cada vagón es el doble de largo que el último vagón.

Realiza un plan para resolver el problema.

Puedes dibujar un diagrama y usar un modelo verbal para visualizar la información dada en el problema. Luego, escribe una ecuación para determinar el largo del tren completo.

Modelo verbal:

Ocho vagones el doble del largo del último vagón + el largo del último vagón = longitud del tren completo

Considera " x " como la longitud desconocida del tren.

Ecuación :

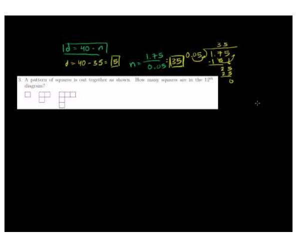
$$8(2\cdot 12)+12=x$$

Solución:

$$\begin{aligned}8(2\cdot 12)+12\#38;&=x\\8(24)+12\#38;&=x\\192+12\#38;&=x\\204\#38;&=x\end{aligned}$$

El tren completo tiene 204 pies de largo.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/10

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Khan Academy Problem Solving Strategies

*Este video solo está disponible en inglés

Práctica

Instrucciones: Lee cada problema y resuélvelo.

Ted tiene una colección de monedas raras. Ya tiene 34 monedas en su colección. La primera semana, Ted compra 1 moneda nueva. Durante la segunda semana Ted compra 4 monedas. Durante la tercera semana Ted suma 9 monedas nuevas a su colección. A este paso, ¿Cuántas semanas le tomará a Ted tener 125 monedas?

1. ¿Qué estrategia debería usar Ted para resolver este problema?
2. ¿Qué podría dibujar Ted para llegar a una solución?
3. ¿Cuánto tardará Ted en tener 125 monedas?

Savannah quiere compra unos pantalones que cuestan $59. Tienen un 25% de descuento.

4. ¿Qué estrategia podría usar Savannah para calcular el precio?
5. ¿Cuál es el total del descuento?
6. ¿Cuál es el precio de venta?

Carlos estaba a cargo de ordenar las galletas para una venta. Las agrupó en paquetes de seis galletas. Cuando terminó, tenía 15 paquetes de galletas. ¿Con cuántas galletas comenzó?

7. ¿Qué estrategia debería usar Ted para resolver este problema?
8. Escribe una ecuación para describir el problema.
9. Resuelve la ecuación.
10. ¿Con cuántas galletas comenzó Carlos?

Verónica hizo brownies. Hizo el doble de las galletas que hizo Carlos. ¿Cuántos brownies hizo?

11. ¿Qué estrategia puedes usar para resolver este problema?
12. Escribe una ecuación para describir el problema.
13. Resuelve la ecuación
14. ¿Cuántos brownies hizo Verónica?

Si Verónica hubiera vendido la mitad de los brownies que hizo, ¿Cuántos habrían sido vendidos? Si cobrara $1,50 por brownie, ¿Cuánto dinero ganaría?

15. ¿Qué estrategia puedes usar para resolver este problema?
16. ¿Cuánto dinero ganaría?

Resumen

Comenzaste pensando sobre los distintos tipos de datos y aprendiste cómo representarlos, ya sea en gráficos de barras o en histogramas. También aprendiste cómo interpretar los datos representados por un gráfico.

Luego, aprendiste sobre las expresiones. Aprendiste a calcular expresiones reemplazando una variable con un número y luego usar el orden de las operaciones para encontrar tu respuesta. También aprendiste a escribir expresiones para representar distintas situaciones.

Más tarde, te centraste en las ecuaciones y aprendiste que la diferencia entre una expresión y una ecuación es el signo igual. Aprendiste a resolver ecuaciones básicas mentalmente al preguntarte qué número tendría que ser la variable para hacer que la ecuación sea verdadera. Aprendiste que puedes escribir ecuaciones para representar situaciones de la vida cotidiana. Las fórmulas son un buen ejemplo de ecuaciones y usaste fórmulas para calcular el perímetro, el área y la distancia/tasa/tiempo.

Finalmente, pensaste sobre la resolución de problemas. En matemáticas, a menudo tendrás problemas que en un comienzo no sabrás como resolver. Es importante tener listas algunas estrategias para la resolución de problemas de modo que no te rindas cuando te veas enfrentado a un problema difícil. La resolución de problemas con un plan también te ayuda a comunicar a otras personas lo que intentas hacer, las estrategias que has probado y las razones de estas estrategias.

CHAPTER 2 Uso de Números Racionales

Chapter Outline

Introducción

En este capítulo, repasarás los números racionales. Empezarás repasando los decimales y como operar con decimales. Luego, repasarás las fracciones y los números mixtos. Después, aprenderás que son los enteros y como utilizar las ecuaciones con enteros para ayudar a resolver problemas de la vida real. Finalmente, aprenderás como representar el mismo número racional en muchas formas diferentes y como comparar y ordenar números racionales escritos en formas diferentes.

2.1 Suma y Resta de Decimales

En esta sección, aprenderás a sumar y restar decimales redondeados o sin redondear.

El consejo estudiantil de la Escuela Secundaria F.W. Harris decidió abrir una tienda de artículos escolares dentro de su establecimiento. Siempre hay necesidad de dinero extra ya sea para bailes escolares, eventos deportivos o facilitar el costo de las salidas a terreno. El consejo estudiantil está compuesto de estudiantes de sexto, séptimo y octavo año y decidieron que ésta es la mejor manera de obtener fondos de forma constante.

"¿Que opina, Sr. Janus?" preguntó Kelly a su profesor guía en la reunión.

"Creo que es una buena idea. Sin embargo, habrá algunos costos iniciales a considerar. ¿Han pensado como van a administrar la tienda?" preguntó el Sr. Janus.

"Si," respondió Tyler. "Cada curso tiene algo de dinero en sus cuentas. Decidimos que usaremos este dinero para ayudar a comprar artículos para la tienda."

"Bien, chicos. Parece que tienen esto bajo control. ¿Qué tal si empiezan calculando la suma de dinero que tienen para que sepan cuanto tienen para trabajar?" sugirió el Sr. Janus.

"De acuerdo, empecemos por ahí. Trevor, ¿cuánto es el presupuesto del sexto año?" preguntó Kelly.

Trevor revisó unas hojas de su cuaderno antes de responder.

"Hay $345,67 en el presupuesto del sexto año."

"Muy bien, escribamos eso. Mallory, ¿qué hay del séptimo año?"

"Hay $504,89 en el séptimo año", respondió Mallory.

"Genial. Además, sé que hay $489,25 en el presupuesto del octavo año", respondió Kelly.

"¿Cuánto tenemos para trabajar?", preguntó Trevor. "Empecemos a estimar."

Aquí es donde entras. Esta Sección se trata de añadir sumas y determinar las diferencias de los decimales. La sugerencia de Trevor es una gran forma de empezar a abordar la suma, con un estimado. Pon atención y aprenderás todo lo que necesitas saber sobre estimar y realizar sumas con decimales. Luego, tendrás la oportunidad de resolver este problema por tu cuenta.

Orientación

Hasta este punto en tu aprendizaje de las matemáticas, tienes algo de experiencia trabajando con decimales. Primero, analicemos como identificar los decimales.

¿Qué es un decimal?

Un *decimal* es un número que usa una coma decimal y cuyo valor muestra decenas, centenas, unidades de mil y otros. La coma decimal divide la porción entera del número, de la porción fraccionaria del número.

35,492

La porción entera del número es 35, o 3 decenas y 5 unidades. La porción fraccionaria es 0,492 o 4 décimas, 9 centésimas y 2 milésimas. A veces, hay decimales que tienen tanto enteros como partes y, otras veces, hay decimales que no tienen enteros, solo las partes.

Echemos un vistazo a la suma y resta de decimales.

Puedes sumar y restar decimales teniendo en cuenta su valor posicional o redondeando los valores antes de realizar la operación.

Primero, echemos un vistazo a la operación en base a su valor posicional.

Suma: $48,08+6,215$

Podemos sumar decimales igual como sumamos números enteros: alineando sus valores posicionales. En los decimales, esto significa alinear las comas decimales. Esto significa que sumamos cada cifra decimal con su cifra decimal respectiva. No sumamos centenas con decenas; solo centenas con centenas. Si lo pensamos de manera lógica, esto tiene mucho sentido. Así se vería un problema cuando se alinean sus cifras decimal.

#38; $48,080$

#38; $\underline{+6.215}$

Ahora suma cada cifra decimal, recordando las "reservas" cuando sea necesario.

$$\begin{array}{r} 48,080 \\ +\quad 6,215 \\ \hline 54,295 \end{array}$$

La suma es 54,295

A continuación, podemos hallar una suma al realizar estimaciones. Recuerda que, cuando *estimas* hallarás una respuesta aproximada, pero no exacta.

Un método para estimar es redondear.

Redondeamos cada valor al número entero más cercano. Para determinar a cual número entero hay que redondear cierto número, hay que echar un vistazo a la porción decimal del número. Si la parte decimal es menor que 5, redondeamos a la cifra menor. Si la parte decimal es 5 o mayor, redondeamos a la cifra mayor.

Echemos un vistazo.

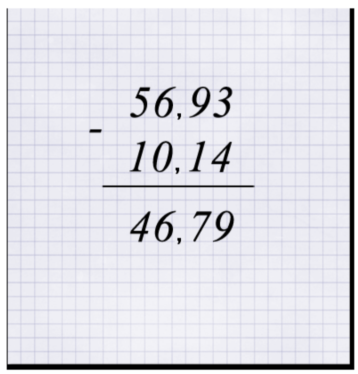
Redondea 4,56 a su entero más cercano.

4,56 se redondea a 5

También podemos restar decimales usando su valor posicional o redondeando.

$56.93 - 10.14$

Primero, alineamos los valores posicionales para poder restar los números entre sí.



La diferencia es 46,79.

También podemos hallar la diferencia al redondear al entero más cercano. Redondeamos cada número a su entero más cercano y, luego, hallamos la diferencia entre las dos cifras.

56,93 se redondea a 57

10,14 se redondea a 10

$57 - 10 = 47$

Nuestra respuesta es 47.

Nótese que, nuevamente, las respuestas son muy cercanas. Esto nos dice que nuestro cálculo es preciso.

Ejemplo A

Redondea 2,3 a su entero más cercano.

Solución: 2

Ejemplo B

Estima al redondear $48,08 + 6,215$.

Solución: $48 + 6$ **es nuestro nuevo problema. Nuestra respuesta es 54.**

Ejemplo C

Resta $49.45 - 6.234$

Solución: 43.216

Ahora volvamos al problema que se encontraba al principio de la Sección.

Lo primero que deben hacer los estudiantes es hallar un estimado.

Para hallar un estimado, redondeamos cada número al número más cercano.

$345,67 se redondea a $346

$504,89 se redondea a $505

$489,25 se redondea a $490

Sumamos $346 + 505 + 390 = \$1341$

Revisa tu estimación. ¿Se acerca a ésta? ¿Por qué? ¿Por qué no?

Ahora podemos hallar la suma completa.

$$\begin{aligned}
\#38; &\quad \$345,67\\
\#38; &\quad \$504,89\\
\#38; &\underline{+\$489,25}\\
\#38; &\ \$1339,81
\end{aligned}$$

Nótese que nuestra estimación es razonable dada la respuesta real. De hecho, nuestra estimación se acerca mucho a la suma final.

Vocabulario

Decimal
Una parte de un entero. Los números a la izquierda de la coma decimal representan cantidades enteras. Los números a la derecha de la coma decimal representan partes.

Estimar
Hallar una respuesta aproximada que sea razonable o tenga sentido en el problema dado.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas por tu cuenta.

Resta los siguientes decimales. Primero, estima la diferencia. Luego, verifica tu estimación restando para hallar una respuesta precisa.

$5,678 - .82$

Solución

Primero, podemos redondear 5,678 a 6.

Luego, podemos redondear 0,86 a 1.

$6 - 1 = 5$

Nuestra diferencia estimada es 5.

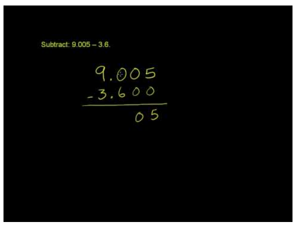
Ahora, procedamos a restarlos directamente.

$5,678 - 0,82 = 4.858$

Esta es la diferencia real. Nuestro estimado es muy cercano a la respuesta exacta.

Repaso en Video

*Solo en inglés



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58515

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Khan Academy Subtracting Decimals

Práctica

Instrucciones: Encuentra la suma o diferencia exacta al sumar o restar los siguientes decimales de acuerdo a su valor posicional.

1. $16,27+3,45 =$ _____
2. $22,34+9,21 =$ _____
3. $34,5+1,234 =$ _____
4. $5,6+8,9 =$ _____
5. $1,02+12,34 =$ _____
6. $67,89+23,45 =$ _____
7. $123,4+7,89 =$ _____
8. $34,05+102,10 =$ _____
9. $34,56-11,23 =$ _____
10. $67,09-2,34 =$ _____
11. $88,9-13,24 =$ _____
12. $234,5-16,7 =$ _____
13. $708,90-45,67 =$ _____
14. $27,56-1,20 =$ _____
15. $327,66-301,20 =$ _____
16. $540,26-18,50 =$ _____

2.2 Estimación Frontal de Sumas y Restas Decimales

En esta sección, aprenderás a estimar las sumar y restas decimales utilizando la estimación frontal.

¿Has intentado alguna vez calcular la cuenta de un restaurante? Analicemos esta situación.

Carmen y su amiga fueron a almorzar. Cuando recibieron la cuenta, vieron escritas las siguientes cifras.

$1.09, 1.09, 6.26, 7.35, 3.50, 4.25$

Carmen quiere sumar esto rápidamente en su cabeza para poder estimar el valor de la cuenta.

¿Sabes cómo ella puede hacer esto? En esta Sección, aprenderás a utilizar la estimación frontal en situaciones similares a esta.

Orientación

¿Sabías que puedes estimar sumas y restas decimales utilizando la estimación frontal? Analicemos la estimación frontal. ¿De qué se trata?

La ***Estimación Frontal*** **es un método particular para redondear números y estimar sumas y restas. Para utilizarla , hay que sumar o restar solamente los números con el valor posicional más alto.**

Analicemos este problema de estimación.

Estimemos la suma utilizando la estimación frontal: $4.8+3.2+7.2$

Primero, sumemos los dígitos en las unidades: $4+3+7=14$. Por ende, 14 es un buen estimado inicial.

Ahora veamos los dígitos de las décimas: $8+2+2=12$. Ya que hay más de 10 décimas, ajusta estimación inicial. Suma una unidad para obtener una estimación más precisa.

$14+1=15$

Un buen estimado de la suma es 15. Esta es nuestra respuesta.

Aquí hay un problema con sustracción. También podemos utilizar la estimación frontal en estos ejercicios.

Estima la diferencia usando la estimación frontal: $9,52-3,39$

Primero, resta los dígitos de las unidades: $9-3=6$. Por ende, 6 es un buen estimado.

Ahora, observa los dígitos de las décimas. Ya que la diferencia de 5 y 3 es 2, no afecta tu primera estimación.

Un buen estimado para la diferencia es 6. Esta es nuestra respuesta.

Usa la estimación frontal para hallar cada suma o resta.

Ejemplo A

$3,4+6,1+4,5$

Solución: $3+6+4=13$

Ejemplo B

$8,2-4,5$

Solución:#38;#160; $8-4=4$

Ejemplo C

$4.53+6.32+7.02+3.45$

Solución:#38;#160; $4+6+7+3=20$

Ahora volvamos al problema presentado al inicio de la Sección.

Esta es una lista de los costos en la cuenta de Carmen.

$1.09, 1.09, 6.26, 7.35, 3.50, 4.25$

Podemos usar la estimación frontal al tomar el primer valor de cada precio. Luego, sumamos.

$1+1+6+7+3+4=22$

El costo estimado del almuerzo es $\$22.00$ **.**

Vocabulario

Decimal
Una parte de un entero. Los números a la izquierda de la coma decimal representan cantidades enteras. Los números a la derecha de la coma decimal representan partes.

Estimar
Hallar una respuesta aproximada que sea razonable o tenga sentido en el problema dado.

Estimación frontal
Método para estimar valores donde solo se incluyen los dígitos con el mayor valor posicional.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas por tu cuenta.

Estima la suma siguiente.

$4,01+6,27+18,12+11,30$

Solución

Para completar este ejercicio usando la estimación frontal, tomaremos el primer valor de cada número.

$4+6+18+11$

Ahora sumamos estos valores.

39

Nuestra estimación es 39 **.**

Repaso en Video

*Solo en inglés

MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65514

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Práctica

Instrucciones: Encuentra cada estimado utilizando la estimación frontal.

1. $45,67+3,04=$ _____
2. $55,10+5,6=$ _____
3. $88,99-2,10=$ _____
4. $80,09-12,78=$ _____
5. $34,75-3,05=$ _____
6. $5,67+3,87=$ _____
7. $235,56-120,45=$ _____
8. $17,8+12,3+5,3=$ _____
9. $33,1+11,4+2,8=$ _____
10. $18,11+25,4+2,1=$ _____
11. $34,1-10,123=$ _____
12. $301,1-10,2345=$ _____
13. $12,234+15,1004=$ _____
14. $2,00987+5,0123+8,118=$ _____
15. $3,0045-1,0008=$ _____

2.3 Multiplicación y División de Decimales con y sin Redondeo

Aquí aprenderás a multiplicar y dividir decimales, tanto redondeados como no redondeados.

Los estudiantes decidieron dividirse las tareas de organización. Cada par debe encargarse de calcular un precio de compra razonable y la cantidad a ese precio para el objeto que ese grupo tiene a cargo. Luego, teniendo en cuenta el presupuesto, los estudiantes presentarán al equipo su objeto, el precio de compra y la cantidad comprada.

Mallory y Trevor trabajan en organizar los lápices.

"Guau! Hay muchos lápices distintos para escoger," dijo Mallory mientras veía un catálogo de lápices.

"Es cierto, pero creo que debemos escoger los lápices del número 2 que tienen el nombre de nuestra escuela. Esos se venderán fácilmente", dijo Trevor apuntando a un lápiz azul y rojo en el catálogo.

"Estoy de acuerdo. Ahora, calculemos el costo. Dice aquí que podemos comprar por \$196,08 una caja con 25 paquetes de lápices; además, cada paquete contiene 144 lápices. Me parece una buena oferta".

"Sí, pero necesitaremos pedir dos cajas para asegurarnos de tener suficientes", Trevor mientras empezaba a multiplicar. "¿Qué tal si calculas el costo por paquetes si nos cuesta \$196,08 pedir 25 paquetes?"

"De acuerdo. Tú has lo otro", dijo Mallory mientras empezaba a resolver su problema de división.

Hay dos partes en este problema. Uno involucra multiplicar decimales (la parte en la que trabaja Trevor) y la otra requiere una división de decimales. Mallory está trabajando en la segunda parte del problema. Para completar estos dos problemas, deberás saber cómo multiplicar y dividir decimales. Aprenderás lo que necesitas saber en esta Sección.

Orientación

En esta sección, aprenderás a multiplicar y dividir decimales. Empecemos con la multiplicación de decimales.

¿Recuerdas como multiplicar números enteros con varios dígitos?

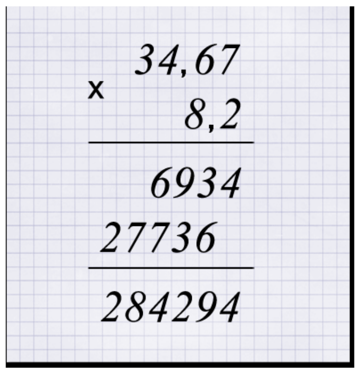
Bueno, vamos a multiplicar decimales de la misma forma. Por ahora, no te preocupes de la coma decimal. Nos encargaremos de eso en el producto.

Multiplica: $34,67 \times 8,2$

Podemos multiplicar decimales del mismo modo que multiplicamos números enteros. Primero, ignora las comas decimales y alinea los números a la derecha.

$$\begin{array}{r} 34.67\#38; \\ \underline{*8,2}\#38; \end{array}$$

Ahora multiplica cada dígito del número de arriba con cada dígito del número de abajo, al igual que con los números enteros.



Ahora coloca la coma decimal en el producto contando la cantidad de decimas que tiene cada uno de los números que multiplicamos. El primer número tiene dos decimales y el segundo número tiene un decimal. Por ende, mueve la coma decimal tres espacios.

El producto es 284,294.

¿Qué hay de la división?

También podemos dividir los decimales. Cuando dividimos decimales, hay que poner atención a la coma decimal.

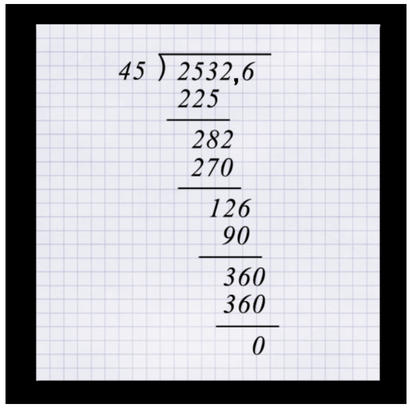
Divide: $253.26 \div 4.5$

Podemos dividir decimales del mismo modo que dividimos números enteros. Primero, movemos la coma decimal de modo que el divisor 4,5 sea un número entero. Luego, mueve la coma decimal en el dividendo 253,36 la misma cantidad de veces y escribe el problema en forma de división larga. Nótese que el primer número es el dividendo. **El**

***dividendo* es el número que se está dividiendo,** por lo que va al interior de nuestra caja de división. El otro número es el divisor. **El *divisor* es el número que realiza la división.**

$45\overline{)2532.6}$

Ahora, ignora la coma decimal y divide del mismo modo que con los números enteros. Luego, coloca la coma decimal en el cociente directamente sobre la coma decimal en el dividendo.



Nótese que hemos añadido un cero al dividendo para que nuestro cociente esté equilibrado.

La respuesta es 56,28.

Probablemente ya has trabajado con la multiplicación y división de decimales en clases anteriores de matemáticas. Sin embargo, esta es una habilidad que siempre vale la pena practicar, ya que trabajarás muchas veces con decimales en la vida real. También podemos estimar productos y cocientes de decimales.

Para estimar productos y cocientes con decimales, primero deberás redondear los números para que facilitar su uso en tus cálculos. Para redondear al número entero más cercano, revisa el digito en las decenas. Si es menos que 5, redondea hacia abajo. Si es mayor o igual a 5, redondea hacia arriba.

Recuerda que un *estimado* es una respuesta no exacta, pero aproximada y razonable.

Estima el producto: 11.256×6.81

Primero, redondeemos el primer número. Ya que hay un 2 en las décimas, 11,256 se redondea hacia abajo, lo que nos da 11.

Luego, redondeamos el segundo número. Ya que hay un 8 en las décimas, 6,81 se redondea hacia arriba, lo que nos da 7.

Ahora multipliquemos los números redondeados.

$11 \times 7 = 77$

Un buen estimado del producto es 77.

Ahora estimemos usando división.

Estima el cociente: $91.93 \div 4.39$

Primero, redondeemos el primer número. Ya que hay un 9 en las décimas, 91,93 se redondea hacia arriba, lo que nos da 92.

Luego, redondeamos el segundo número. Ya que hay un 3 en las décimas, 4,39 se redondea hacia abajo, lo que nos da 4.

Ahora dividamos los números redondeados.

$92 \div 4 = 23$

Un buen estimado del cociente es 23.

Ejemplo A

$16.39 \div 2.2 =$ _____

Solución: 7.45

Ejemplo B

$15.18 \div 2.2 =$ _____

Solución:#38;#160; 6.9

Ejemplo C

$14.50 \times 2.1 =$ _____

Solución: 30.45

Ahora volvamos al problema presentado al inicio de la Sección.

Empecemos con Trevor. Trevor debía encontrar un producto. Para estimar, podría redondear el costo de la caja de lápices. Ahora, él quiere pedir dos cajas, por lo que podría multiplicar esta cantidad redondeada de dólares por 2.

$196,08 se redondea a $200,00

$200 \times 2 = 400$

El estimado es, aproximadamente, $400,00 por dos cajas.

Ahora veamos el producto real.

$$\begin{array}{l} \#38;\$196,08 \\ \#38;\underline{* \quad\ 2} \\ \#38;\$392.16 \end{array}$$

Puedes ver que nuestro estimado era razonable respecto a la respuesta real.

Luego, podemos trabajar con Mallory. Mallory necesitaba calcular el precio por paquete si hay 25 paquetes en una caja por $196,08.

Tiene sentido para ella redondear primero la cantidad de dólares para hallar un estimado.

$196,08 se redondea a $200,00

$200 \div 25 = 8$

Cada caja cuesta aproximadamente $8,00.

Ahora, hallemos el cociente.

$196,08 \div 25 = \$7.84$ *per box*

Puedes ver que nuestro estimado era razonable respecto al cociente.

Vocabulario

Dividendo
Número que se divide en un problema de división. A menudo, es el primer número en un problema escrito horizontalmente.

Divisor
Número que realiza la división en un problema de división.

Estimado
Respuesta aproximada que es razonable y tiene sentido para el problema.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas por tu cuenta.

Avi compró cinco teléfonos nuevos para la oficina de la escuela. Cuestan $61,35 cada uno. Si el precio incluye el IVA (Impuesto al Valor Agregado), estima cuanto gastó Avi. ¿Cual es la cantidad exacta que gastó Avi?

Solución

Redondea cada decimal a un número que sea fácil de multiplicar. Luego, encuentra la suma.

5 no necesita ser redondeado.

61,35 se redondea a 60.

$5 \times 60 = 300$

Avi gastó alrededor de $300. Este es nuestro estimado.

Ahora hallemos la cantidad exacta.

$5 \times 61,35 = \$306,75$

Esta es la cantidad exacta que gastó Avi.

Repaso en Video

*Solo en inglés

MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/57630

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Khan Academy Multiplying Decimals

Práctica

Instrucciones: Estima cada producto usando redondeo.

1. $2.67 \times 3.10 =$ _____
2. $4.15 \times 8,09 =$ _____
3. $6.67 \times 7.10 =$ _____
4. $8,21 \times 9.87 =$ _____
5. $5.86 \times 5.13 =$ _____
6. $5.86 \times 5.13 =$ _____
7. $6.35 \times 12.01 =$ _____
8. $4.13 \times 9.87 =$ _____
9. $8,12 \times 9.15 =$ _____
10. $16.21 \times 9.94 =$ _____

Instrucciones: Estima cada cociente usando redondeo.

11. $21,87 \div 2,1 =$ _____
12. $32,14 \div 8,03 =$ _____
13. $36,07 \div 8,83 =$ _____
14. $16,20 \div 7,92 =$ _____
15. $34,87 \div 5,03 =$ _____
16. $18,08 \div 3,14 =$ _____
17. $21,10 \div 3,17 =$ _____
18. $44,82 \div 8,60 =$ _____
19. $120,02 \div 58,72 =$ _____
20. $139,87 \div 69,81 =$ _____

Instrucciones: Multiplica o divide para hallar cada producto o cociente.

21. $13.64 \div 2.2 =$ _____
22. $21.35 \div 6.1 =$ _____
23. $5.2 \times 6.3 =$ _____
24. $6.7 \times 4.3 =$ _____
25. $.437 \times 2.1 =$ _____

2.4 Estimación de Productos y Cocientes Decimales Usando La Cifra de Mayor Orden

En esta sección, estimarás productos y cocientes decimales utilizando la cifra de mayor orden.

¿Has tenido alguna vez que resolver un problema que involucre dinero? Analicemos esta situación.

La Orquesta Local de la ciudad recibió un total de $1891,50 en donaciones. Esto debe dividirse equitativamente entre los seis distintos departamentos que componen la orquesta. ¿Cuánto recibirá cada departamento?

Usa la información de esta Sección para ayudarte a resolver este problema utilizando decimales y estimación. Usar la cifra de mayor orden te ayudará con esta tarea.

Orientación

Para estimar productos y cocientes con decimales, primeros has de redondear los números para que sea fácil trabajar con ellos. Para redondear al número entero más cercano, revisa el digito en las decenas. Si es menos que 5, redondea hacia abajo. Si es mayor o igual a 5, redondea hacia arriba.

Recuerda que un *estimado* es una respuesta no exacta, pero aproximada y razonable.

Analicemos este ejercicio.

Estima el producto: 11.256×6.81

Primero, redondeamos el primer número. Ya que hay un 2 en las décimas, 11,256 se redondea hacia abajo, lo que nos da 11.

Luego, redondeamos el segundo número. Ya que hay un 8 en las décimas, 6,81 se redondea hacia arriba, lo que nos da 7.

Ahora, multiplicamos los números redondeados.

$11 \times 7 = 77$

Un buen estimado del producto es 77.

Aquí hay otro ejercicio.

Estima el cociente: $91.93 \div 4.39$

Primero, redondeamos el primer número. Ya que hay un 9 en las décimas, 91,93 se redondea hacia arriba, lo que nos da 92.

Luego, redondeamos el segundo número. Ya que hay un 3 en las décimas, 4,39 se redondea hacia abajo, lo que nos da 4.

Ahora, divide los números redondeados.

$92 \div 4 = 23$

Un buen estimado del cociente es 23.

¿Te has dado cuenta de cuales números multiplicamos? Multiplicamos los dígitos enteros o los dígitos que tenían el mayor orden de todo el número decimal. Hicimos lo mismo al dividir.

Sí, así es. Utilizamos los dígitos que poseen el "mayor orden" en el decimal. Con tales dígitos, podemos hallar una estimación razonable.

Estima utilizando la cifra de mayor orden

Ejemplo A

4.237×12.123

Solución:#38;#160; 48

Ejemplo B

$16.123 \div 4.00012$

Solución:#38;#160; 4

Ejemplo C

162.003×2.137

Solución:#38;#160; 324

Ahora volvamos al problema presentado al inicio de la Sección.

Nótese que la palabra clave "cada" nos dice que tendremos que dividir. El dinero se reparte, lo que significa que se divide.

Divide para hallar la cantidad que cada departamento recibirá: $1891,5 \div 6 = 315,25$

Cada departamento recibirá $315,25.

Vocabulario

Dividendo
Número que se divide en un problema de división. A menudo, es el primer número en un problema escrito horizontalmente.

Divisor
Número que realiza la división en un problema de división.

Estimado
Respuesta aproximada que es razonable y tiene sentido para el problema.

Cifra de Mayor Orden
Los primeros dígitos en un decimal; a menudo, es la parte entera del decimal.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas por tu cuenta.

Estima utilizando la cifra de mayor orden.

$120.0045 \div 6.237$

Solución

Primero, seleccionamos sólo las cifras de mayor orden y re-escribimos el problema.

$120 \div 6$

Ahora la operación se ha hecho bastante simple.

$120 \div 6 = 2$

Nuestro estimado es 2 **.**

Repaso en Video

*Solo en inglés

MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65511

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Práctica

Instrucciones : Estima cada producto o cociente utilizando la cifra de mayor orden.

1. $35,0012 \div 5,678$
2. $5,123 \times 11,0023$

3. $12,0034 \div 4,0012$
4. $12,123 \times 3,0045$
5. $48,0012 \div 12,098$
6. $13,012 \times 3,456$
7. $33,234 \div 11,125$
8. $12,098 \times 2,987$
9. $4,769 \times 8,997$
10. $14,98 \div 7,002$
11. $24,56087 \div 8,0012$
12. $45,098 \div 5,0098$
13. $9,0987 \times 9,0001$
14. $34,021 \times 4,012$
15. $21,0098 \times 2,0987$
16. $14,231 \times 3,7601$
17. $144,0056 \div 12,0112$

2.5 Identificar y Aplicar las Propiedades Numéricas en las Operaciones Decimales

En esta sección, identificarás y aplicarás las propiedades de los números en la suma, resta, multiplicación y división de decimales.

¿Sabías que puedes usar las propiedades de la multiplicación y la división para simplificar expresiones numéricas? Analicemos esta situación.

$5(2 \cdot 3) \cdot 9$

¿Sabes cómo simplificar esto? Pon atención a esta Sección y aprenderás todo sobre las propiedades numéricas en operaciones decimales.

Orientación

¿Recuerdas cómo trabajar con propiedades?

Una *propiedad* es una regla que aplica a una proposición matemática.

Lo mejor de una propiedad es que la regla ha sido demostrada tanto que siempre es cierta. Las propiedades nos ayudan a entender ciertas formas de proceder en los cálculos matemáticos.

Estas son dos propiedades de la adición que probablemente ya hayas visto antes.

Propiedad Asociativa de la Suma

El orden en que se agrupan los factores no altera el producto: $4.5+(2.1+9.6)=(4.5+2.1)+9.6$

Propiedad Conmutativa de la Suma

El orden de los factores no altera el producto: $6.3+8,7=8.7+6,3$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones muestra la Propiedad Conmutativa?

a. $x+9,5=9,5x$

b. $x-9,5=9,5-x$

c. $x+9,5=9,5+x$

Consideremos la alternativa a.

Esta ecuación manifiesta que un número sumado con 9,5 es igual a ese número multiplicado por 9,5. Esto no es correcto.

Consideremos la alternativa b.

Esta ecuación manifiesta que la diferencia entre un número y 9,5 es igual a la diferencia entre 9,5 y un número. Esto no es correcto.

Consideremos la alternativa c.

Esta ecuación manifiesta que la suma de un número y 9,5 es igual a la suma de 9,5 y un número. La Propiedad Conmutativa dice que el orden de los factores no altera el producto, por lo que ésta es la ecuación correcta.

También puedes usar propiedades para ayudarte a simplificar expresiones numéricas.

Esa es una buena pregunta y la mejor manera de entenderla es analizando otro ejercicio. Hagamos eso ahora.

Simplifica: $10.5+(3.2+4.5)$

Puedes usar las propiedades de la adición para re-organizar esta expresión y facilitar su simplificación.

Primero, aplica la propiedad conmutativa.

$10.5+(3.2+4.5)=10.5+(4.5+3.2)$

Luego, aplica la propiedad asociativa.

$10.5+(4.5+3.2)=(10.5+4.5)+3.2$

Ahora puedes usar cálculo mental para resolver fácilmente la suma.

$(10.5+4.5)+3.2=15+3.2=18,2$

La respuesta es 18,2

Para trabajar con la multiplicación y división de decimales, usaremos otras propiedades. Estas son las propiedades.

Propiedad Asociativa de la Multiplicación

El orden en que se agrupan los factores no altera el producto: $4.5\times(2.1\times9.6)=(4.5\times2.1)\times9.6$

Propiedad Conmutativa de la Multiplicación

El orden de los factores no altera el producto: $6,3\times8,7=8,7\times6,3$

Propiedad Distributiva

El producto de un número y una suma es igual a la suma de los productos individuales de los sumandos y el número: $3,2(1.5+8,9)=(3,2\cdot1,5)+(3,2\cdot8,9)$

También podemos usar las propiedades para simplificar expresiones variadas.

Simplifica: $2.5(2.1x+4.3y)$

Los sumandos dentro de los paréntesis no pueden combinarse porque se usan dos variables diferentes, por lo que puedes usar la propiedad distributiva para ayudarte a simplificar la expresión.

Aplica la propiedad distributiva: $2.5(2.1x+4.3y)=(2.5\times2.1x)+(2.5\times4.3y)$

Luego, simplifica: $(2.5\times2.1x)+(2.5\times4.3y)=5.25x+10.75y$

Esta es nuestra respuesta.

Simplifica cada ejemplo utilizando las propiedades.

Ejemplo A

$6(3 \times 4) \times 7$

Solución:#38;#160; 504

Ejemplo B

$3.1 + 2.7 + 4.3$

Solución:#38;#160; 10.1

Ejemplo C

$6.2(4x - 3)$

Solución:#38;#160; $24.8x - 18.6$

Ahora volvamos al dilema al principio de la Sección.

$5(2 \cdot 3) \cdot 9$

Primero que nada, nótese que aquí podemos usar el orden de las operaciones. Buscamos el producto de los términos dentro de los paréntesis.

$$\#38; 2 * 3 = 6$$
$$\#38; 5(6) \cdot 9$$
$$\#38; 30 \cdot 9$$

La respuesta es 270.

También podríamos haber solucionado este ejemplo cambiando la agrupación de los términos por medio de la propiedad asociativa. Observa.

$$(5 \cdot 2) \cdot 9 \cdot 3$$

El producto hubiera sido 10×27 , lo cual es simple de multiplicar.

El producto es 270.

Vocabulario

Propiedad Asociativa de la Suma
Regla que establece que la forma en que se agrupen los números no altera la suma final de tales números.

Propiedad Conmutativa de la Suma
Regla que establece que el orden en que sumes los números no altera la suma final de tales números.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas por tu cuenta.

Simplifica utilizando la propiedad distributiva.

$4.5(2x+2)$

Solución

Primero, multiplicamos el término afuera del paréntesis con los dos términos al interior del paréntesis.

$4.5(2x)+4.5(2)$

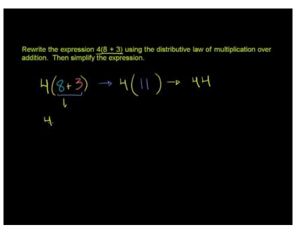
Ahora, multiplicamos.

$9x+9$

Esta es nuestra respuesta.

Repaso en Video

*Solo en inglés



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5328

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Khan Academy The Distributive Property

Práctica

Instrucciones : Usa las propiedades asociativa y conmutativa de la suma para resolver cada problema.

1. $(7,2+9,1)+3,2=$ _____
2. $5,4+2,1+5,4=$ _____
3. $(1,2+6,7)+1,3=$ _____
4. $(4,1+9,2)+9,0=$ _____
5. $(14,11+9,2)+8,0=$ _____

Instrucciones : Usa lo que has aprendido para resolver cada problema.

6. $(7\times 9)+3,2=$ _____
7. $15,4+2.1-5,4=$ _____
8. $(1,2\times 6)+1,3=$ _____
9. $(14,7\div 2)+9,0=$ _____
10. $(11,1+2)+18,0=$ _____

Instrucciones : Usa la propiedad distributiva para simplificar cada expresión.

11. $3.2(2x+4) =$ _____
12. $5.2(3x-2) =$ _____
13. $6.3(4y+4) =$ _____
14. $2.2(9a-1) =$ _____
15. $6.7(8x+9) =$ _____

2.6 Suma y Resta de Fracciones y Números Mixtos

En esta sección, aprenderás a sumar y restar fracciones y números mixtos.

Una tarde, Trevor exclamó “Miren esto”, mientras entraba corriendo a la reunión del Consejo Estudiantil. Él tenía varias cajas en sus brazos.

“¿Que mire qué?” preguntó Kelly.

Trevor se detuvo y colocó todas las cajas encima de la mesa con una sonrisa de oreja a oreja.

“Verán, Grimes, el guardia de la escuela, encontró todas estas cajas de lápices en la bodega. Dijo que podíamos tenerlas gratis. Aquí hay $2\frac{1}{2}$ cajas de lápices y un $\frac{3}{4}$ de otra caja”, dijo Trevor sonriendo.

“¡Buen trabajo! También ordenamos un paquete de lápices y había 25 cajas en el paquete. Ahora tenemos un montón de lápices”, dijo Kelly.

“¿Cuántos lápices tenemos si juntamos todo?” preguntó Mallory.

Es tiempo de aprender la suma de fracciones. Para resolver este problema, has de confiar en tu habilidad para sumar fracciones. En esta Sección, aprenderás como sumar y restar fracciones. Cuando terminemos, volveremos a abordar este problema, así que ¡asegúrate de poner mucha atención!

Orientación

A estas alturas, ya habrás trabajado mucho con fracciones en tus clases de matemáticas. Aun así, las fracciones a menudo representan un desafío para muchos estudiantes. En general, nuestra forma de pensar tiende a guiarse por números enteros y no por fracciones.

Empecemos identificando las fracciones.

Una *fracción* es un número que designa una parte de un entero o una parte de un grupo.

Si a un rectángulo se le sombrea $\frac{1}{3}$ de su superficie, significa que, si el rectángulo se dividiera en tres partes iguales, una de esas partes estaría sombreada. La mayoría de las fracciones representan números menores que 1, lo que significa que el numerador es menor que el denominador.

Para representar un número mayor que 1, usamos una fracción impropia o un número mixto.

Una *fracción impropia* impropia tiene un numerador que es mayor que su denominador, como $\frac{5}{3}$.

Esta fracción también puede escribirse como el número mixto $1\frac{2}{3}$.

Un *número mixto* es un número que tiene tanto enteros como partes, por lo que puedes ver un número entero y una fracción en los números mixtos.

Analicemos la suma y resta de fracciones.

¿Cómo sumamos y restamos fracciones?

Bueno, lo primero es observar el número inferior de las fracciones que estás sumando o restando. **El número inferior o *denominador* nos dice en cuantas partes se divide el entero.** Si el denominador es un tres, entonces sabemos que el entero se divide en tres partes. **El número superior o *numerador* nos dice cuántas partes del entero se consideran.**

Si los denominadores de las fracciones a sumar son las mismas, entonces los enteros se dividen del mismo modo, por lo que simplemente hay que sumar o restar los numeradores.

$\frac{1}{8}+\frac{2}{8}=\frac{3}{8}$

Aquí vemos que ambas fracciones tienen denominador 8, por lo que sólo hay que sumar los numeradores.

Nuestra respuesta es tres octavos.

También podemos restar fracciones.

$\frac{10}{12}-\frac{3}{12}=\frac{7}{12}$

Nuevamente, las fracciones tienen el mismo denominador común. Por tanto, sólo basta restar los numeradores.

Nuestra respuesta es siete doceavos.

¿Qué pasa si los denominadores no son los mismos?

En este caso, debemos hallar un denominador común y reescribir estas fracciones de modo que compartan este denominador común. Podemos pensar en esto como buscar fracciones equivalentes. Observa las siguientes fracciones.

$$\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$$

Las dos fracciones son iguales. Esto significa que ambos representan la misma parte del entero. La fracción un medio simplemente fue reescrita en base a octavos. Es lo mismo que hacemos al hallar denominadores en común. Re-escribimos las fracciones en base al común denominador.

Suma: $\frac{1}{4}+\frac{2}{5}$

Primero, hallamos un común denominador buscando el Mínimo Común Múltiplo de los denominadores, 4 y 5.

Los primeros múltiplos de 4 son 4, 8, 12, 16, 20. Los primeros múltiplos de 5 son 5, 10, 15, 20. Por tanto, el Mínimo Común Múltiplo es 20.

Ahora, busca como reescribir cada fracción para que todas tengan denominador 20.

En la primera fracción, tienes que multiplicar el denominador por 5 para obtener denominador 20. Por tanto, multiplica la primera fracción por el equivalente de 1, $\frac{5}{5}$.

$\frac{1}{4}\times\frac{5}{5}=\frac{5}{20}$

Ahora haz lo mismo para la otra fracción.

Debes multiplicar el denominador por 4 para obtener denominador 20. Por tanto, multiplica la segunda fracción por el equivalente de 1, $\frac{4}{4}$.

$\frac{2}{5} \times \frac{4}{4} = \frac{8}{20}$

Luego, suma las fracciones.

$\frac{5}{20} \times \frac{8}{20} = \frac{13}{20}$

Nuestra respuesta es $\frac{13}{20}$.

También podemos trabajar con números mixtos y fracciones. Hay un paso extra que realizar cuando trabajamos con esta combinación.

Resta: $2\frac{7}{8} - \frac{2}{3}$

Primero, cambia el número mixto a una fracción impropia. Para ello, multiplica el denominador con el número entero y, luego, suma el numerador.

$$8 * 2 + 7\#38; = 16 + 7 = 23$$
$$2\frac{7}{8}\#38; = \frac{23}{8}$$

Luego, encuentra un común denominador.

Los primeros múltiplos de 8 son 8, 16, 24. Ya que 24 también es divisible por 3, éste es nuestro mínimo común denominador.

Reescribe cada fracción para que tengan el común denominador.

$$\frac{23}{8} * \frac{3}{3}\#38; = \frac{69}{24}$$
$$\frac{2}{3} * \frac{8}{8}\#38; = \frac{16}{24}$$

Ahora, encuentra la diferencia.

$\frac{69}{24} - \frac{16}{24} = \frac{53}{24}$

Nótese que la respuesta es una fracción impropia. No podemos dejarla así.

Finalmente, simplifica la diferencia a un número mixto.

$\frac{53}{24} = 2\frac{5}{24}$

Esta es nuestra respuesta.

Toma unos minutos para tomar apuntes sobre la suma y resta de fracciones. Asegúrate de escribir los pasos para reescribir las fracciones en base a sus denominadores en común.

Intenta hacer estos ejercicios. Asegúrate de simplificar tus respuestas.

Ejemplo A

Resta: $\frac{4}{9}-\frac{1}{6}$

Solución:#38;#160; $\frac{5}{18}$

Ejemplo B

Suma: $\frac{10}{12}+\frac{2}{6}$

Solución: $1\frac{1}{6}$

Ejemplo C

Resta: $\frac{4}{8}-\frac{1}{4}$

Solución: $\frac{1}{4}$

Ahora volvamos al problema presentado al inicio de la Sección.

Para resolver este problema, debemos hallar una suma y, por tanto, debemos averiguar cuantas cajas de lápices tiene en total el Consejo Estudiantil.

Primero, hallemos la suma de las cajas extras.

Los estudiantes recibieron $2\frac{1}{2}$ cajas de lápices y $\frac{3}{4}$ de otra caja.

$2\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$

Puedes completar esto con cálculo mental o puedes hacerlo del modo largo.

Para el modo largo, reescribiremos cada fracción. Primero, convertiremos el número mixto a una fracción impropia.

$$\frac{5}{2}+\frac{3}{4}$$

Luego, reescribimos las fracciones en base a cuartos, ya que el cuatro es el mínimo común denominador.

$\frac{10}{4}+\frac{3}{4}=\frac{13}{4}=3\frac{1}{4}$

Ahora podemos calcular la suma de las cajas extra y añadirla al número de cajas de un paquete. Ten cuidado de no sumarlas al número de paquetes, pues el ejercicio trata de cajas.

Hay 25 cajas en 1 paquete.

Los estudiantes tendrán un total de $28\frac{1}{4}$ **cajas de lápices.**

Vocabulario

Fracción
Cifra que representa una parte de un entero.

Fracción Impropia
Fracción cuyo numerador es mayor a su denominador. Esto significa que hay más de un entero representado.

Número Mixto
Cifra compuesta de un número entero y una fracción juntos.

Denominador
Número inferior de una fracción que nos dice en cuantas partes se divide el entero.

Numerador
Número superior de una fracción que nos dice cuántas partes del entero están consideradas.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas por tu cuenta.

$\frac{4}{6}+\frac{5}{8}=$ _____

Solución

Primero, nótese que estas dos fracciones tienen denominadores distintos. El mínimo común denominador de 6 y 8 es 24.

Luego, reescribimos cada fracción en base al denominador 24.

$\frac{16}{24}+\frac{15}{24}$

Ahora, sumamos los numeradores.

$\frac{31}{24}$

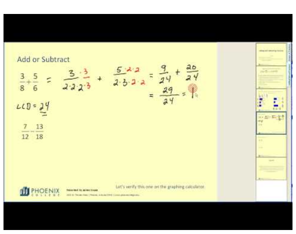
Esta es una fracción impropia, por lo que debemos cambiarla a número mixto.

$\frac{31}{24}=1\frac{7}{24}$

Esta es nuestra respuesta.

Repaso en Video

*Solo en inglés



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/57624

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Adding and Subtracting Fractions

Práctica

Instrucciones: Suma o resta las siguientes fracciones. Asegúrate de simplificar tu respuesta.

1. $\frac{3}{6}+\frac{1}{6}=$ _____
2. $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=$ _____
3. $\frac{6}{10}+\frac{1}{10}=$ _____
4. $\frac{8}{12}+\frac{2}{12}=$ _____
5. $\frac{9}{16}+\frac{1}{16}=$ _____
6. $\frac{10}{20}+\frac{3}{20}=$ _____
7. $\frac{18}{20}-\frac{3}{20}=$ _____
8. $\frac{20}{21}-\frac{13}{21}=$ _____
9. $\frac{16}{18}-\frac{10}{18}=$ _____
10. $\frac{24}{25}-\frac{9}{25}=$ _____
11. $\frac{18}{36}-\frac{2}{36}=$ _____
12. $\frac{28}{30}-\frac{10}{30}=$ _____

Instrucciones: Suma o resta los siguientes números mixtos y fracciones. Asegúrate de simplificar tu respuesta.

13. $2\frac{1}{2}+3=$ _____
14. $6\frac{4}{5}-\frac{1}{5}=$ _____
15. $8\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=$ _____
16. $9\frac{4}{5}-2\frac{1}{5}=$ _____
17. $6\frac{4}{9}-4\frac{1}{9}=$ _____
18. $5\frac{1}{2}+2\frac{1}{4}=$ _____
19. $8\frac{4}{6}+2\frac{2}{6}=$ _____
20. $12\frac{5}{8}-2\frac{1}{8}=$ _____

Instrucciones: Suma o resta las siguientes fracciones con denominadores distintos. Asegúrate de simplificar tu respuesta.

21. $\frac{4}{5}+\frac{1}{2}=$ _____
22. $\frac{6}{8}+\frac{1}{4}=$ _____
23. $\frac{1}{3}+\frac{4}{9}=$ _____
24. $\frac{8}{9}-\frac{2}{3}=$ _____
25. $\frac{10}{12}-\frac{1}{2}=$ _____

2.7 Estimación de Sumas y Restas de Fracciones y Números Mixtos

En esta sección, aprenderás a estimar sumas y diferencias de fracciones y números mixtos.

¿Has intentado estimar alguna vez utilizando fracciones? Observa este problema.

Harriet y Matt tienen dos frascos idénticos. El frasco de Harriet tiene monedas que llenan $\frac{3}{10}$ de su capacidad. Las monedas del frasco de Matt llenan $\frac{1}{4}$ de su capacidad. Si Matt y Harriet combinaran sus monedas en un solo frasco, ¿qué tan lleno quedaría el frasco?

¿Sabes cómo calcular esto? Podemos ayudarnos con la estimación. Pon atención a esta Sección y podrás determinar qué tan lleno está el frasco.

Orientación

Cuando estimas sumas y restas de fracciones, deberás trabajar con fracciones redondeadas. Puedes trabajar con fracciones redondeadas de muchas formas distintas. Una de ellas es ver la relación entre la fracción y el entero.

Estas son unas preguntas para guiar el proceso:

1. **¿La fracción se acerca a un medio o a un entero?**
2. **Si simplifico las fracciones que sumaré o restaré, ¿tendrán un común denominador?**
3. **¿Es esta fracción tan cercana a un medio que tendría sentido redondearla a un entero?**

Toma unos minutos para escribir estas preguntas de guía en tu cuaderno.

Ahora apliquemos esta información y estimemos la siguiente suma.

$\frac{4}{25}+\frac{11}{20}$

La primera fracción es cercana a $\frac{5}{25}$; en otras palabras, a $\frac{1}{5}$.

La segunda fracción es cercana a $\frac{12}{20}$; en otras palabras, a $\frac{3}{5}$.

Ahora puedes sumar fácilmente las fracciones redondeadas.

$\frac{1}{5}+\frac{3}{5}=\frac{4}{5}$

Un buen estimado de la suma es $\frac{4}{5}$.

En este problema, tenía sentido redondear las fracciones para poder simplificarlas. Las fracciones simplificadas tienen un común denominador, lo que facilita nuestro trabajo.

Vamos con otro ejercicio.

Estima la diferencia: $\frac{24}{49}-\frac{7}{31}$

Esta primera fracción se aproxima a $\frac{1}{2}$.

La segunda fracción se aproxima a $\frac{1}{4}$.

$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{2}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$

Un buen estimado de la diferencia es $\frac{1}{4}$.

Se ve difícil porque no hay un modo definido para estimar sumas y diferencias de fracciones. Deberás usar tu poder de razonamiento y tu habilidad mental para ver la relación entre la fracción y un entero o un medio u otras cifras. A medida que avanzas a niveles más complejos en matemáticas, esto se volverá necesario en muchas de tus tareas. Es una buena habilidad que conviene practicar ahora mismo.

Encuentra un estimado razonable para cada suma o diferencia.

Ejemplo A

$\frac{1}{4}+\frac{6}{7}$

Solución:#38;#160; $1\frac{1}{4}$

Ejemplo B

$\frac{8}{9}-\frac{1}{2}$

Solución:#38;#160; $\frac{1}{2}$

Ejemplo C

$\frac{4}{5}+\frac{9}{10}$

Solución:#38;#160; 2

Ahora volvamos al problema presentado al inicio de la Sección.

Para encontrar qué tan lleno estará el frasco, escribe una ecuación simple que represente el problema. Definamos x como la cantidad que llena el frasco.

$$x\#38;=\frac{3}{10}+\frac{1}{4}$$
$$\#38;=\left(\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{2}\right)+\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{5}\right)$$
$$\#38;=\frac{6}{20}+\frac{5}{20}$$
$$\#38;=\frac{11}{20}$$

El frasco estará a $\frac{11}{20}$ de su capacidad. Ahora pensemos en esto lógicamente. ¿Qué información nos dice esta fracción? Bueno, podemos pensar el resultado en mitades o enteros. Ya que 10 es la mitad de 20, podemos decir que este frasco tiene un poco más de la mitad de su capacidad.

Este es nuestro estimado de la suma del frasco.

Vocabulario

Fracción
Cifra que representa una parte de un entero.

Fracción Impropia
Fracción cuyo numerador es mayor a su denominador. Esto significa que hay más de un entero representado.

Número Mixto
Cifra compuesta de un número entero y una fracción juntos.

Denominador
Número inferior de una fracción que nos dice en cuantas partes se divide el entero.

Numerador
Número superior de una fracción que nos dice cuántas partes del entero están consideradas.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas por tu cuenta.

Estima la siguiente diferencia.

$5\frac{11}{12} - 2$

Solución

Para estimar la diferencia, veamos primero el número mixto.

$5\frac{11}{12}$ puede aproximarse a 6 .

Podemos usar $6-2$.

$6-2=4$

Nuestro aproximado es 4 **.**

Repaso en Video

*Solo en inglés

MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65512

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Práctica

Instrucciones : Estima cada suma o diferencia.

1. $\frac{6}{7}+\frac{1}{22}$
2. $\frac{1}{2}+\frac{9}{10}$
3. $2\frac{6}{7}+4\frac{1}{12}$
4. $\frac{8}{9}+\frac{21}{22}$
5. $\frac{16}{17}-\frac{1}{22}$
6. $\frac{1}{2}+\frac{1}{9}$

7. $\frac{11}{12} - \frac{21}{22}$
8. $7\frac{8}{10} - 3\frac{1}{22}$
9. $\frac{4}{6} + \frac{2}{3}$
10. $11\frac{6}{7} + 14\frac{1}{22}$
11. $9\frac{1}{7} + 14\frac{1}{22}$
12. $\frac{18}{20} - \frac{1}{2}$
13. $\frac{16}{32} - \frac{1}{2}$
14. $5\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$
15. $12\frac{6}{12} + 15\frac{1}{22}$

2.8 Multiplicación y División de Fracciones y Números Mixtos

En esta sección, multiplicarás y dividirás fracciones y números mixtos.

Los estudiantes han realizado la orden de compra de los artículos escolares y el lunes tendrán la gran inauguración de la tienda escolar. Para atraer a los estudiantes, decidieron hornear galletas para celebrar el gran día de inauguración. Cada estudiante ha decidido hornear 5 fuentes de galletas. Hay 24 galletas en cada fuente. Por tanto, cada estudiante traerá 120 galletas el lunes.

En su casa, Trevor se esfuerza en hornear sus galletas. El problema es que descubrió que solo le quedan $6\frac{1}{2}$ tazas de harina. Cada fuente de galletas necesita $1\frac{1}{2}$ tazas. En base a esos números, Trevor deberá calcular cuantas fuentes de galletas podrá hacer.

También deberá calcular cuantas galletas podrá hornear con la cantidad actual de ingredientes.

Trevor empieza sus cálculos dividiendo.

¿Sabes por qué está dividiendo? La división es un método para separar cosas. Trevor necesita separar la harina. Para realizar esta tarea con éxito, deberás entender como dividir y multiplicar fracciones y números mixtos. Pon mucha atención y sabrás como resolver este problema al final de la Sección.

Orientación

Multiplicar y dividir fracciones es mucho más fácil que sumarlas o dividirlas.

Para multiplicar dos fracciones, simplemente multiplica los numeradores para obtener el numerador del producto y multiplica los denominadores para obtener el denominador del producto.

Para dividir dos fracciones, primero debes hallar el recíproco del divisor. Esto significa que debes dar vuelta la segunda fracción. Luego, multiplica los numeradores y multiplica los denominadores.

Escribe estos apuntes en tu cuaderno.

Multiplica: $\frac{2}{7} \times \frac{3}{5}$

Multiplica los numeradores y los denominadores.

$\frac{2}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{7 \times 5} = \frac{6}{35}$

Ahora veamos como dividir fracciones.

Divide: $4\frac{3}{10} \div \frac{1}{2}$

¡Vaya! Este ejercicio tiene un número mixto y una fracción. ¡No dejes que eso de desanime! Tú ya puedes trabajar fácilmente con números mixtos. Solo recuerda convertirlos primero a fracción impropia.

Primero, convierte el número mixto a una fracción impropia.

$4\frac{3}{10} = \frac{4 \times 10 + 3}{10} = \frac{43}{10}$

Luego, invierte la segunda fracción y multiplica.

$\frac{43}{10} \div \frac{1}{2} = \frac{43}{10} \times \frac{2}{1} = \frac{86}{10}$

Finalmente, simplifica la fracción.

$\frac{86}{10} = 8\frac{6}{10} = 8\frac{3}{5}$

Esta es nuestra respuesta.

Ejemplo A

$9\frac{1}{4} \div \frac{1}{3}$

Solución:#38;#160; $27\frac{3}{4}$

Ejemplo B

$\frac{1}{4} \times \frac{5}{6}$

Solución:#38;#160; $\frac{5}{24}$

Ejemplo C

$2\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$

Solución:#38;#160; 7 $\frac{1}{2}$

Ahora volvamos al problema presentado al inicio de la Sección.

Recuerda que hay tres partes en este problema.

Primero, debemos averiguar cuantas fuentes de galletas puede hacer Trevor con cierta cantidad de harina. Empezamos dividiendo.

$6\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2} = \frac{13}{2} \div \frac{3}{2} = \frac{13}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$

Hay 24 galletas en una fuente. Multipliquemos entonces la cantidad de fuentes con la cantidad de galletas por fuente.

$$4\frac{1}{3} * 24 = \frac{13}{3} * \frac{24}{1} = 104 \ cookies$$

A Trevor le faltan $\frac{2}{3}$ de una fuente de galletas. Por eso, tendrá que hornear otra fuente de galletas. De esta forma, el tendrá un total de 129 galletas.

Habrá 9 galletas que Trevor puede comer con su familia.

Vocabulario

Máximo Común Divisor
: Número que divide por igual al numerador y al denominador de una fracción.

Producto
: Resultado de una multiplicación.

Cociente
: Resultado de una división.

Fracción
: Cifra que representa una parte de un entero

Número Mixto
: Cifra compuesta de un número entero y una fracción juntos.

Fracción Impropia
: Fracción cuyo numerador es mayor a su denominador. Esto significa que hay más de un entero representado.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas por tu cuenta.

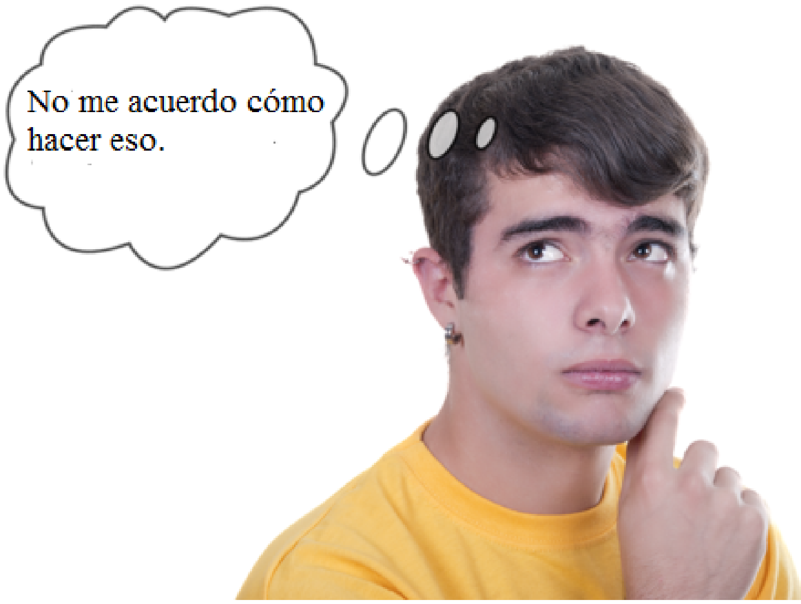
$\frac{2}{3} \times \frac{4}{6}$

Solución

Multiplica los numeradores y denominadores.

$\frac{2}{3} \times \frac{4}{6} = \frac{8}{18}$

Ahora simplificaremos el producto.



No hay problema. Vamos a repasar eso ahora.

Cuando simplificamos una fracción, la reescribimos como una fracción equivalente que es menor que la fracción que obtuvimos como resultado. Buscamos el ***Máximo Común Divisor*** que divida tanto al numerador como al denominador. **El *máximo común divisor* es el número más alto que puede dividir tanto al numerador como al denominador.** De esta forma es como simplificamos la fracción.

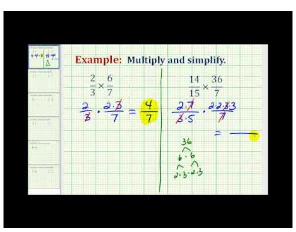
El máximo común divisor de 8 y 18 es 2. Dividimos el numerador y el denominador por 2.

$\frac{8}{18} = \frac{8 \div 2}{18 \div 2} = \frac{4}{9}$

Esta es nuestra respuesta.

Repaso en Video

*Solo en inglés



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5391

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Multiplying Fractions

Práctica

Instrucciones: Multiplica las siguientes fracciones. Asegúrate de simplificar tu respuesta cuando sea posible.

1. $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} =$ _____
2. $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} =$ _____

3. $\frac{1}{6} \times \frac{1}{3} =$ _____
4. $\frac{5}{6} \times \frac{10}{12} =$ _____
5. $\frac{7}{8} \times \frac{1}{3} =$ _____
6. $\frac{8}{9} \times \frac{1}{3} =$ _____
7. $\frac{10}{11} \times \frac{2}{5} =$ _____
8. $\frac{9}{10} \times \frac{4}{6} =$ _____
9. $\frac{4}{7} \times \frac{1}{2} =$ _____

Instrucciones: Divide las siguientes fracciones. Asegúrate de convertir toda fracción impropia en números mixtos.

10. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} =$ _____
11. $\frac{5}{6} \div \frac{1}{3} =$ _____
12. $\frac{8}{9} \div \frac{1}{2} =$ _____
13. $\frac{15}{16} \div \frac{1}{2} =$ _____
14. $\frac{8}{9} \div \frac{1}{3} =$ _____
15. $\frac{5}{10} \div \frac{1}{2} =$ _____
16. $\frac{6}{8} \div \frac{3}{4} =$ _____
17. $\frac{6}{7} \div \frac{1}{2} =$ _____
18. $\frac{10}{12} \div \frac{1}{3} =$ _____

2.9 Estimación de Productos y Cocientes de Fracciones y Números Mixtos

En esta sección, estimarás productos y cocientes de fracciones y números mixtos.

¿Has intentado alguna vez estimar un producto o un cociente? Observa este problema con fracciones y números mixtos.

$4\frac{1}{12} \times 12\frac{3}{2}$

Para resolverlo, debes saber cómo estimar un producto. Sabrás como hacer esto al final de la Sección.

Orientación

La ***Estimación*** es una estrategia útil que puedes usar para verificar si tus cálculos son razonables. También es un método para encontrar un resultado aproximado a una solución.

Para estimar productos y cocientes de números mixtos, redondea las fracciones al número entero más cercano. Si la fracción es menor a $\frac{1}{2}$, redondea hacia abajo. Si la fracción es mayor que $\frac{1}{2}$, redondea hacia arriba.

Estima el producto: $8\frac{4}{11} \times 7\frac{11}{12}$

Redondea el primer número.

Ya que $\frac{4}{11}$ es menor que $\frac{1}{2}, 8\frac{4}{11}$ se redondea abajo; el resultado es 8.

Redondea el segundo número.

Ya que $\frac{11}{12}$ es mayor que $\frac{1}{2}, 7\frac{11}{12}$ se redondea arriba; el resultado es 8.

Ahora multiplica para hallar el producto estimado.

$8 \times 8 = 64$

Un estimado razonable es 64.

Hagamos otro ejercicio.

Estima el cociente: $22\frac{3}{10} \div 6\frac{9}{13}$

Redondea el primer número.

Ya que $\frac{3}{10}$ es menor que $\frac{1}{2}, 22\frac{3}{10}$ se redondea abajo; el resultado es 22.

Redondea el segundo número.

Ya que $\frac{9}{13}$ es mayor que $\frac{1}{2}, 6\frac{9}{13}$ se redondea arriba; el resultado es 7.

Ahora divide para hallar el producto estimado. Ya que 22 no es divisible por 7, redondéalo a 21 para crear números compatibles que sean fáciles de dividir.

$21 \div 7 = 3$

Un buen estimado del cociente es 3.

Nótese que debiste pensar y usar el sentido común para determinar que debías redondear 22 a 21 para hallar un buen estimado.

Estima cada producto o cociente.

Ejemplo A

$6\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{8}$

Solución:#38;#160; $7 \times 4 = 28$

Ejemplo B

$11\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{10}$

Solución:#38;#160; $12 \div 2 = 6$

Ejemplo C

$\frac{3}{4} \times \frac{8}{9}$

Solución:#38;#160; $1 \times 1 = 1$

Ahora volvamos al problema presentado al inicio de la Sección.

$4\frac{1}{12} \times 12\frac{3}{12}$

Primero, redondea cada valor.

$4\frac{1}{12}$ se convierte en 4

$12\frac{3}{12}$ se convierte en 12

Ahora podemos escribir un problema nuevo.

$4 \times 12 = 48$

Nuestro estimado razonable es 48 **.**

Vocabulario

Máximo Común Divisor
Número que divide por igual al numerador y al denominador de una fracción.

Producto
Resultado de una multiplicación.

Cociente
Resultado de una división.

Fracción
Cifra que representa una parte de un entero

Número Mixto
Cifra compuesta de un número entero y una fracción juntos.

Fracción Impropia
Fracción cuyo numerador es mayor a su denominador. Esto significa que hay más de un entero representado.

Estimación
Resultado razonable

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas por tu cuenta.

Estima el siguiente cociente.

$14\frac{11}{12} \div 2\frac{7}{8}$

Solución

Empieza redondeando cada valor. Creamos una nueva ecuación.

$15 \div 3 = x$

Ahora resuelve la x .

$x = 5$

Este es nuestro estimado.

Repaso en Video

*Solo en inglés

MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65515

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Práctica

Instrucciones : Estima cada producto o cociente.

1. $\frac{7}{8} \times \frac{7}{8}$
2. $3\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$
3. $6\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$
4. $8\frac{1}{12} \times 3\frac{1}{8}$
5. $9\frac{4}{5} \times 6\frac{1}{9}$
6. $12\frac{1}{3} \times 4\frac{5}{6}$
7. $6\frac{4}{7} \times 3\frac{3}{8}$
8. $12\frac{1}{8} \div 3\frac{1}{3}$
9. $24\frac{2}{10} \div 3\frac{1}{3}$
10. $28\frac{1}{9} \div 7\frac{1}{10}$
11. $9\frac{2}{3} \div 1\frac{4}{5}$
12. $14\frac{1}{2} \div 3\frac{1}{10}$
13. $9\frac{3}{10} \div 3\frac{1}{9}$

14. $16\frac{4}{15} \div 2\frac{1}{5}$
15. $30\frac{4}{12} \div 3\frac{6}{18}$

2.10 Como Identificar y Aplicar Propiedades Numéricas en Operaciones con Fracciones

En esta sección, aprenderás a identificar y aplicar las propiedades numéricas en operaciones fraccionarias.

¿Sabes cómo simplificar una expresión fraccionaria usando propiedades? Analicemos este problema.

Simplifica: $\frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{7} \times \frac{3}{2}\right)$

Para simplificar esta expresión, debes saber cómo trabajar con propiedades numéricas y fracciones. Esta Sección te mostrará cómo lograrlo sin problemas.

Orientación

Ahora que trabajamos con fracciones, tienes la oportunidad de investigar como las distintas propiedades de la adición y sustracción pueden ayudarnos cuando trabajamos con expresiones fraccionarias.

Estas son algunas propiedades.

Propiedad del Neutro Aditivo

La suma de cualquier número y cero es el mismo número: $\frac{3}{11} + 0 = \frac{3}{11}$

Propiedad del Inverso Aditivo

La suma de cualquier número y su inverso es cero: $\frac{3}{4} + \left(-\frac{3}{4}\right) = 0$

¿Cuál de las siguientes opciones muestra la Propiedad del Inverso Aditivo?

a. $\frac{x}{y} + 0 = 0$

b. $\frac{x}{y} + 0 = \frac{x}{y}$

c. $\frac{x}{y} + \left(-\frac{x}{y}\right) = 0$

Consideremos la opción a.

Esta ecuación establece que la suma de número y cero es igual a cero. Esto no es necesariamente correcto, a menos que $\frac{x}{y}$ sea también igual a cero.

Consideremos la opción b.

Esta ecuación establece que la suma de un número y cero es igual al primero número. Esto es correcto, pero representa la propiedad del neutro aditivo, no la propiedad del inverso aditivo.

Consideremos la opción c.

Esta ecuación establece que la suma de un número y su inverso es igual a cero. Esto demuestra la propiedad del inverso aditivo, por lo que es la ecuación correcta.

También podemos usar estas propiedades para ayudarnos a simplificar una expresión numérica. Recuerda que una expresión numérica es un grupo de números y operaciones. Ya que estamos trabajando con fracciones, las expresiones numéricas de esta sección estarán compuestas de fracciones.

Simplifica: $\frac{1}{8} + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8}\right)$

Puedes usar las propiedades de la suma para re-organizar esta expresión y facilitar su simplificación.

Primero, aplica la propiedad conmutativa: $\frac{1}{8} + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8}\right) = \frac{1}{8} + \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4}\right)$

Luego, aplica la propiedad asociativa: $\frac{1}{8} + \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{8}\right) + \frac{1}{4}$

Ahora puedes simplificar fácilmente para hallar la suma.

$\left(\frac{1}{8}+\frac{3}{8}\right)+\frac{1}{4}=\frac{4}{8}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

La respuesta es $\frac{3}{4}$.

Utilizar las propiedades para reorganizar las fracciones puede ayudarnos a trabajar con ellas. Nótese que agrupamos los comunes denominadores al reorganizar, lo que simplificó nuestro trabajo.

Ahora, veamos como las propiedades de la multiplicación y la división pueden ayudarnos al trabajar con fracciones. Hasta ahora, has aprendido la Propiedad Conmutativa, la Propiedad Asociativa y la Propiedad Distributiva.

Elemento Neutro Multiplicativo

El producto de cualquier número y uno es el primer número: $\frac{3}{11}\times 1=\frac{3}{11}$

Factor Cero

El producto de cero y cualquier número resulta en cero: $\frac{4}{7}\times 0=0$

Inverso Multiplicativo

El producto de cualquier de cualquier número y su reciproco es uno: $\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}=1$

¿Cuál de las siguientes expresiones muestra la Propiedad del Inverso Multiplicado?

a. $\frac{x}{y}\times 0=\frac{x}{y}$

b. $\frac{x}{y}\times\frac{y}{x}=0$

c. $\frac{x}{y}\times\frac{y}{x}=1$

Consideremos la opción a.

Esta ecuación establece que el producto de un número y cero es igual ese número. Esto no es correcto.

Consideremos la opción b.

Esta ecuación establece que el producto de un número y su recíproco es igual a cero. Esto no es correcto.

Consideremos la opción c.

Esta ecuación establece que el producto de un número y su recíproco es igual a uno. Esto representa la propiedad del inverso multiplicativo, por lo que ésta es la ecuación correcta.

Toma unos minutos para escribir estas propiedades en tu cuaderno. Asegúrate de incluir un ejemplo de cada propiedad.

También puedes usar las propiedades para ayudarte a simplificar expresiones numéricas.

Además, podemos usar las propiedades cuando trabajamos con variables. Observa este ejercicio.

$\frac{2}{3}\times\left(a\times\frac{3}{2}\right)$

Primero, podemos aplicar la propiedad conmutativa: $\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}\times a$

Ahora aplicamos la propiedad del inverso multiplicativo: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$

Nuestra expresión simplificada es a .

Si tuviéramos un valor que sustituyera a a , entonces ese valor sería nuestra respuesta.

Ejemplo A

Nombra la propiedad: $\frac{3}{8} \times 0$

Solución: Factor Cero

Ejemplo B

Nombra la propiedad: $\frac{5}{6} \times \frac{6}{5}$

Solución: Inverso Multiplicativo

Ejemplo C

Simplifica: $\frac{3}{4}(b \times \frac{4}{3})$

Solución: a

Ahora volvamos al problema presentado al inicio de la Sección.

Simplifica: $\frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{7} \times \frac{3}{2}\right)$

Puedes usar las propiedades de la multiplicación para reorganizar esta expresión y facilitar su simplificación.

Primero, aplica la propiedad conmutativa: $\frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{7} \times \frac{3}{2}\right) = \frac{2}{3} \times \left(\frac{3}{2} \times \frac{2}{7}\right)$

Luego, aplica la propiedad asociativa: $\frac{2}{3} \times \left(\frac{3}{2} \times \frac{2}{7}\right) = \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}\right) \times \frac{2}{7}$

Después, aplica la propiedad del inverso multiplicativo: $\left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}\right) \times \frac{2}{7} = 1 \times \frac{2}{7}$

Finalmente, aplica la propiedad del elemento neutro multiplicativo: $1 \times \frac{2}{7} = \frac{2}{7}$

Esta es nuestra respuesta.

Vocabulario

Propiedad del Neutro Aditivo
Cualquier número sumado con cero es igual al mismo número.

Propiedad del Inverso Aditivo
Cualquier número sumado con su opuesto o inverso es igual a 0.

Elemento Neutro Multiplicativo
Cualquier número multiplicado por 1 es igual al mismo número.

Factor Cero
Cualquier número multiplicado por 0 es igual a cero.

Inverso Multiplicativo
Cualquier número multiplicado por su reciproco es igual a 1.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas por tu cuenta.

Simplifica: $\frac{4}{5}+\frac{1}{2}+x$

Solución

Primero, hallamos un común denominador para poder sumar las fracciones. El mínimo común denominador de 5 y 2 es 10. Reescribamos ambas fracciones en base diez.

$\frac{8}{10}+\frac{5}{10}+x$

Ahora podemos sumar las fracciones.

$\frac{13}{10}+x$

Cambiemos la fracción impropia a un número mixto.

$1\frac{3}{10}+x$

Esta es nuestra expresión simplificada.

Repaso en Video

*Solo en inglés

MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65516

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Práctica

Instrucciones : Identifica cada propiedad en las expresiones siguientes.

1. $\frac{3}{4}+0=\frac{3}{4}$
2. $\frac{3}{4}+-\frac{3}{4}=0$
3. $\frac{6}{7}\times 0=0$
4. $\frac{5}{8}\times 0=0$
5. $\frac{6}{7}\times\frac{7}{6}=1$
6. $\frac{3}{4}+x=x+\frac{3}{4}$
7. $\frac{1}{4}+y=y+\frac{1}{4}$
8. $\frac{1}{2}\times(x+3)=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}(3)$

Instrucciones : Simplifica cada expresión.

9. $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}+x$
10. $\frac{6}{7}\times\frac{1}{3}\times x$

11. $2 \times \frac{4}{8}x$
12. $3x \times \frac{6}{8}$
13. $\frac{4}{5} + \frac{1}{2} + \frac{6}{10}$
14. $\frac{6}{10} - \frac{1}{3}$
15. $\frac{1}{2} \times 3x$

2.11 Suma y Resta de Números Enteros

En esta sección, aprenderás a sumar y restar números enteros.

La Escuela Intermedia Smith acaba de abrir una tienda escolar. El primer día que abrió, los estudiantes tuvieron muchísimos clientes. Vendían lápices, gomas de borrar y bolígrafos a estudiantes de sexto, séptimo y octavo año. Al finalizar el primer día, Mallory calculó la cantidad total de ventas y descubrió que los estudiantes habían reunido $87,00. Nada mal para el primer día.

En el segundo día, Trevor trabajó en la tienda. Se dio cuenta que la tienda escolar le debía al Sr. Janus $20,00 desde el día anterior, así que descontó esa cantidad de las ventas totales de la tienda. Luego, vendió a los estudiantes $45,00 más en artículos escolares.

Al tercer día, Kelly trabajó en la tienda y hubo tres devoluciones por un total de $3,00. Luego, Kelly vendió $25,00 en artículos escolares.

Cuando los estudiantes se reunieron con el Sr. Janus la tarde del miércoles, anotaron las siguientes cifras en la pizarra.

Lunes +87.00

Martes -20.00

+45.00

Miércoles -3.00

+ 25.00

Los estudiantes empezaron a calcular las ganancias totales de la semana.

Usa esta Sección para aprender a sumar y restar números enteros. Luego, entenderás como calcular las ganancias totales de la tienda escolar.

Orientación

Ya estás familiarizado con los números naturales como 0, 1, 2, 3 y otros. Bueno, en esta lección aprenderás como trabajar con enteros. Primero, veamos la definición del término "número entero".

¿Qué es un número entero?

Lo ***Enteros*** **incluyen el conjunto de los números naturales y sus opuestos: {... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}.** Nótese que, como cuando trabajamos con enteros, trabajamos tanto con números positivos como con números negativos. A veces, la gente se refiere a los enteros solo como números negativos. Lo que en verdad debes recordar es que los enteros incluyen al conjunto de los números naturales, lo que significa que incluyen números positivos y números negativos.

Podemos trabajar con los enteros en la suma, resta, multiplicación y división de estos. En esta lección, aprenderás a sumar y restar enteros. Cuando trabajas con operaciones de enteros, es importante poner atención al signo del número.

Empecemos sumando y restando enteros.

Cuando pensamos en sumar y restar enteros, es útil pensar en dinero, pues te ayudará a pensar en términos de ganancias y pérdidas. Podemos pensar en una ganancia como positiva y en una pérdida como negativa.

Si tienes dos pérdidas, entonces tienes más pérdidas y resulta negativo.

Si tienes dos ganancias, entonces tienes más ganancias y resulta positivo.

Cuando tienes una pérdida y una ganancia, debes observar a cuánto asciende la pérdida y la ganancia para determinar si tu respuesta es positiva o negativa.

Puedes considerar estas expresiones como algunas de las reglas básicas para trabajar con enteros.

Analicemos esta situación.

$-5+-6=-11$

Aquí tenemos una pérdida de cinco y otra pérdida de seis, por lo que terminamos con una pérdida total de 11.

Nuestra respuesta es -11.

Este otro ejercicio es un poco más difícil. Analízalo cuidadosamente.

Suma: $-623+215$

Aquí tenemos una pérdida de 623 y, luego, una ganancia de 215. Si piensas esto con lógica, la pérdida es mayor que la ganancia. Por tanto, la respuesta seguirá siendo negativa. Podemos hallar la diferencia entre estos dos valores para determinar de cuanto es nuestra pérdida aún después de obtener una ganancia de 215.

La respuesta es -408.

¿Qué ocurre al restar enteros?

Cuando restamos enteros, eliminamos una pérdida o una ganancia. Si te mantienes pensando en términos de pérdidas y ganancias, se hará mucho más simple trabajar con enteros negativos.

Resta: $-412-244$

Aquí tenemos una pérdida de 412 y, además, un 244 positivo que debemos eliminar. Si sacamos un 244 positivo de un 412 negativo, entonces tendremos una respuesta negativa.

Puedes considerar este ejercicio como un problema oculto de adición.

$-412+(-244)$

Un número negativo más un número negativo es igual a un número negativo. Por tanto, suma los dos números y escribe un signo negativo.

$-412+(-244)=-656$

La respuesta es -656.

Hagamos otro ejercicio.

$54--789$

Analicemos este problema. Empezamos con una ganancia de 54. Luego, tenemos que sacar una pérdida de 789. Si sacamos la pérdida, nos estamos moviendo a la zona de los positivos. Pensemos este problema como una adición.

$54+789$

Nuestra respuesta es 843.

Ejemplo A

$-89+11$

Solución:#38;#160; -78

Ejemplo B

$45+-19$

Solución:#38;#160; 26

Ejemplo C

$23--12$

Solución:#38;#160; 35

Ahora volvamos al problema presentado al inicio de la Sección. Primero, debemos escribir una ecuación y, luego, hallar una suma.

Para la ecuación, usaremos x como la suma de los ingresos. Esto incluye tanto pérdidas como ganancias.

Ahora escribimos las pérdidas y ganancias. Usamos un signo + para las ganancias y un signo – para las pérdidas.

$$x=87.00+(-20.00)+45.00+(-3.00)+25.00$$

Luego, hallamos el valor de x .

$$x=\$134.00$$

Nada mal para ser los tres primeros días de venta.

Vocabulario

Números Enteros
: Conjunto de números naturales y sus opuestos, lo que incluye tanto los números enteros positivos como los negativos.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas por tu cuenta.

Suma: $-229+563$

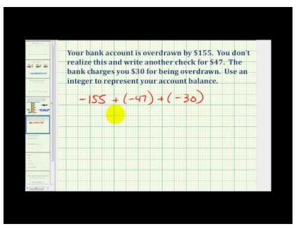
Solución

Aquí tenemos una pérdida de 229 y una ganancia de 563. En este problema, la ganancia es mayor que la pérdida, por lo que sabemos que nuestra respuesta será positiva. Podemos hallar la diferencia entre los dos valores para hallar cuanta ganancia tenemos.

La respuesta es 334.

Repaso en Video

*Solo en inglés



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58517

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Integer Application Video: The Overdrawn Checking Account

Práctica

Instrucciones: Suma los siguientes enteros.

1. $6+7=$ _____
2. $5+-8=$ _____
3. $8+-8=$ _____
4. $6+-10=$ _____
5. $8+-2=$ _____
6. $9+-4=$ _____
7. $-14+-7=$ _____
8. $-12+-14=$ _____
9. $-13+-10=$ _____
10. $-18+-30=$ _____

Instrucciones: Resta los siguientes enteros.

11. $-9-5=$ _____
12. $-8-7=$ _____
13. $-12-8=$ _____
14. $6-9=$ _____
15. $10-15=$ _____
16. $18--5=$ _____

17. $12 - -4 =$ _____
18. $23 - -9 =$ _____
19. $-5 - -2 =$ _____
20. $-8 - -5 =$ _____

2.12 Multiplicación y División de Números Enteros

En esta sección, aprenderás a multiplicar y dividir enteros.

Luego de las primeras semanas de venta, los estudiantes estaban muy felices por el próspero éxito de la tienda escolar. Lamentablemente, los alumnos preguntaban si también vendían calculadoras, artículo que no tenían a la venta.

"Necesitamos comprar pronto algunas calculadoras", dijo Mallory en la junta de la tarde del miércoles. "Los chicos me preguntan todo el tiempo si tengo algunas."

"Muy de acuerdo", dijo Trevor. "Sin embargo, se acerca el gran baile escolar e invertimos todos nuestros fondos en ese evento, así que no tenemos dinero para calculadoras."

"Pero si las vendemos, podemos recuperar el dinero en pocos meses", dijo Kelly.

"Bueno, ¿y si toman un préstamo?" preguntó el Sr. Janus. "Podría prestarles $250,00 y pueden pagármelos después de cuatro meses."

"¿Usted puede hacer eso?" preguntó Kelly.

"Claro que sí. Pueden tomar prestado algo del dinero que tengo en la cuenta del Consejo Estudiantil. ¿Qué les parece?"

"Fantástico. Ahora que tenemos el préstamo de $250,00, tenemos cuatro meses para pagarlo. ¿Cuánto es el monto a pagar por mes?" dijo Trevor mientras anotaba en su cuaderno.

Podemos pensar que un préstamo es un número negativo. Los estudiantes no tenían dinero para las calculadoras, por lo que pidieron prestado el dinero para la compra. Este problema nos pregunta cuanto deberán pagar los estudiantes cada mes para pagar totalmente el préstamo. Para trabajar en este problema, deberás dividir los enteros. Pon mucha atención, pues volveremos a abordar este problema después.

Orientación

Aquí aprenderás a multiplicar y dividir enteros. Ya que estamos trabajando nuevamente con enteros, recuerda la definición de un entero.

Los ***Enteros*** **son los valores en el conjunto de los números naturales y sus opuestos, {... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...}.**

Cuando multiplicas y divides enteros, hay algunas reglas que debes recordar.

Estas son las reglas que debes conservar en tu memoria.

- Cuando multiplicas o divides un entero positivo con otro entero positivo, el producto o cociente es positivo.
- Cuando multiplicas o divides un entero positivo con un entero negativo o un entero negativo con un entero positivo, el producto o cociente es negativo.
- Cuando multiplicas o divides un entero negativo con un entero negativo, el producto o cociente es positivo.

Puedes recordar estas reglas de una forma más rápida: si los signos son iguales, la respuesta es positiva. Si los signos son diferentes, la respuesta es negativa.

Toma unos minutos para anotar estas reglas en tu cuaderno.

Ahora apliquemos estas reglas.

$12(-5)$

Nótese que este es un problema de multiplicación. Usaremos paréntesis con uno de los valores para representar una multiplicación. Ahora podemos multiplicar ambos valores y, luego, añadir el signo correspondiente.

$12 \times 5 = 60$

Un valor negativo multiplicado con un valor positivo resulta en un valor negativo.

Nuestra respuesta es -60.

Hagamos otro ejercicio.

$\frac{-150}{-50}$

Nótese que este es un problema de división. Usaremos la barra de fracción para representar una división. Primero, realizaremos la división en sí.

$150 \div 50 = 3$

Un negativo dividido por otro negativo resulta en un positivo.

La respuesta es 3.

Ejemplo A

$-9(7)$

Solución:#38;#160; -63

Ejemplo B

$-3(-12)$

Solución:#38;#160; 36

Ejemplo C

$-169 \div 13$

Solución:#38;#160; -13

Ahora volvamos al problema presentado al inicio de la Sección.

Primero, escribamos una ecuación y, luego, resolvamos el cociente.

Para escribir una ecuación, podemos usar x para representar la cantidad de dinero que debe pagarse mensualmente por cuatro meses.

Sabemos que la cantidad del préstamo es $250,00. Ese es un número negativo.

-250,00

Podemos dividir esa cantidad en los cuatro meses que tienen los estudiantes para pagar el préstamo.

$x = \frac{-250}{4}$

Luego, completamos la división.

$x = \$62.50$

Si los estudiantes le reembolsan al Sr. Janus $62,50 cada mes por los siguientes cuatro meses, habrán pagado el préstamo en su totalidad.

Vocabulario

Enteros
Conjunto de los números naturales y sus opuestos {... -3, -2, -1, 0, 1, 2 ...}

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas por tu cuenta.

$(8)(-5)(10)$

Solución

Aquí tenemos tres valores. Nótese que el paréntesis alrededor de valores individuales significa que vamos a multiplicar.

Primero, multiplica los valores para hallar el producto y, luego, determina el signo.

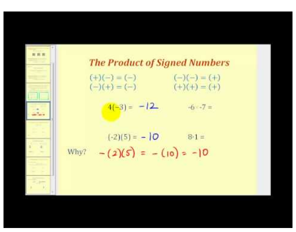
$8 \times 5 \times 10 = 400$

Ahora enfoquémonos en los signos. Un negativo multiplicado por un positivo es negativo y, luego, su resultado multiplicado por otro positivo sigue siendo negativo.

La respuesta es -400 **.**

Repaso en Video

*Solo en inglés



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58514

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Multiplying and Dividing Integers

Práctica

Instrucciones: Multiplica los siguientes enteros.

1. $-6(-8) =$ _____
2. $5(-10) =$ _____
3. $3(-4) =$ _____
4. $-3(4) =$ _____
5. $8(-9) =$ _____
6. $-9(12) =$ _____

7. $8(-11) =$ _____
8. $(-5)(-9) =$ _____
9. $-7(-8) =$ _____
10. $(-12)(12) =$ _____

Instrucciones: Divide los siguientes enteros.

11. $-12 \div 2 =$ _____
12. $-18 \div -6 =$ _____
13. $-24 \div 12 =$ _____
14. $-80 \div -4 =$ _____
15. $-60 \div -30 =$ _____
16. $\frac{28}{4} =$ _____
17. $\frac{-36}{4} =$ _____
18. $\frac{-45}{-9} =$ _____
19. $-75 \div 25 =$ _____
20. $-68 \div -2 =$ _____

2.13 Identificación y Aplicación de las Propiedades Numéricas en Operaciones con Enteros

En esta sección, identificarás y aplicarás las propiedades de los números en operaciones con enteros.

¿Sabías que puedes simplificar una expresión al utilizar una propiedad? Analicemos el siguiente ejercicio.

Travis está haciendo su tarea. Avanzaba muy bien hasta que se topó con este problema. Observa.

$-4(x+7)$

Travis no está seguro de cómo simplificar esta expresión pues el ejercicio no especifica qué valor tiene x . Si Travis aplicara la propiedad distributiva, entonces podría simplificar esta expresión. Echa un vistazo a esta Sección y podrás resolver este problema al final.

Orientación

Hay muchas propiedades, como ***la propiedad asociativa, la propiedad conmutativa, el elemento neutro aditivo*** y ***el inverso aditivo.***

Puedes usar estas propiedades para simplificar las expresiones con enteros.

Simplifica la siguiente expresión. Justifica cada paso al identificar la propiedad utilizada.

$(-28+63)+28$

Primero, pensemos este problema. Tiene ganancias y pérdidas.

Utiliza las propiedades para re-organizar la expresión.

La propiedad conmutativa establece que los números pueden sumarse en cualquier orden sin alterar el resultado. Al trabajar con números negativos, mantén el signo negativo junto al número que corresponde. Añadir paréntesis al número negativo puede ayudarte a organizar mejor la expresión.

Aplica la propiedad conmutativa: $(-28+63)+28 = (63+(-28))+28$

La propiedad asociativa establece que la forma en que se agrupan los números no altera el resultado.

Aplica la propiedad asociativa: $(63+(-28))+28 = 63+(-28+28)$

La propiedad del inverso aditivo establece que cualquier número sumado con su opuesto es igual a cero.

Aplica la propiedad del inverso aditivo: $63+(-28+28) = 63+0$

La propiedad del neutro aditivo establece que la suma de cualquier número y cero es igual al primer número.

Aplica la propiedad del neutro aditivo: $63+0 = 63$

Esta es nuestra respuesta.

Exactamente; lo que descubrirás es que es más fácil realizar operaciones con enteros positivos y negativos cuando están agrupados. Si sumas dos enteros negativos, entonces tendrás una respuesta negativa. Si sumas dos positivos, entonces tendrás una respuesta positiva. Solo recuerda en términos de ganancias y pérdidas para ayudarte a mantener los signos en su lugar.

Ya has aprendido varias propiedades de la multiplicación: ***la propiedad asociativa, la propiedad conmutativa, la propiedad distributiva, el neutro multiplicativo ,*** y ***el factor cero.*** Puedes usar estas propiedades para simplificar expresiones con enteros.

Simplifica la siguiente expresión. Justifica cada paso escribiendo la propiedad usada.

$3+(-5)(-9x+6)$

Ya sé que esto parece confuso, pero empecemos analizando que hay realmente en el problema. Puedes ver que hay un grupo de paréntesis con valores al interior. También hay un pequeño problema de suma de enteros fuera del paréntesis.

Ahora piensa en las propiedades que ya conoces. Si las tienes en tu cuaderno, ábrelo para ver las definiciones de estas propiedades. Ahora, resolvamos el ejercicio.

La propiedad distributiva establece que un número multiplicado por una suma es igual a la suma de los productos del primer número multiplicado por cada uno de los sumandos.

Aplica la propiedad distributiva: $3+(-5)(-9x+6)-3 = 3+(-5)(-9x)+(-5)(6)$

Ahora simplifica la multiplicación: $3+(-5)(-9x)+(-5)(6) = 3+45x+(-30)$

La propiedad conmutativa establece que los números pueden sumarse en cualquier orden.

Aplica la propiedad conmutativa: $3+45x+(-30) = 45x+3+(-30)$

Finalmente, simplifica la suma: $45x+3+(-30) = 45x+(-27) = 45x-27$

Nuestra respuesta es $45x-27$ **.**

Ya que no conocemos el valor de nuestra variable, esto es lo más lejos que podemos llegar al simplificar la expresión. Recuerda que simplificar no significa resolver, solo es reducir la expresión.

Ejemplo A

Simplifica $-4(x+6)$

Solución:#38;#160; $-4x-24$

Ejemplo B

$(-6)(-3)(4)$

Solución:#38;#160; 72

Ejemplo C

$-8x+4x+3y$

Solución:#38;#160; $-4x+3y$

Ahora volvamos al problema presentado al inicio de la Sección.

$-4(x+7)$

Primero, Travis tenía que distribuir el cuatro negativo al multiplicarlo con los dos términos dentro del paréntesis.

$-4(x)+-4(7)$

$-4x+(-28)$

Esta es la respuesta.

Vocabulario

Propiedad Asociativa
La forma en que se agrupen los números puede cambiar sin que afecte la suma o diferencia.

Propiedad Conmutativa
El orden en que se suman los números puede cambiar son que afecte la suma o diferencia.

Propiedad del Neutro Aditivo
La suma de cualquier número y cero es igual el primer número.

Propiedad del Inverso Aditivo
La suma de cualquier número y su opuesto es igual a cero.

Propiedad Asociativa
La forma en que se agrupan los números multiplicados no afecta el valor del producto.

Propiedad Conmutativa
El orden en que se multiplican los números no afecta el valor del producto.

Propiedad Distributiva
Un valor fuera de un grupo de paréntesis puede multiplicarse por los valores al interior del paréntesis para encontrar un producto.

Neutro Multiplicativo
Cualquier valor multiplicado por 1 es igual al mismo valor.

Factor Cero
Cualquier valor multiplicado por cero es igual a cero.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas por tu cuenta.

Nombra la propiedad que se presenta aquí.

$4x + -5x + 8y = -5x + 8y + 4x$

Solución

Nótese que no hay paréntesis aquí. Esta expresión no puede distribuir ninguno de sus términos. Los mismos términos están en ambos lados del signo igual. La única diferencia es el orden de los términos.

La Propiedad Conmutativa es nuestra respuesta.

Repaso en Video

*Solo en inglés

MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65513

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Práctica

Instrucciones: Identifica la propiedad expresada a continuación.

1. $3x+4x+7y=7y+3x+4x$
2. $-5+7+0=-7+5$
3. $(-6+5)+9=-6+(5+9)$
4. $-5+-x+8y=-x+5+8y$
5. $6(x+y)=6x+6y$
6. $-7y(1)=-7y$
7. $x(8+y)=8x+xy$

Instrucciones: Simplifica cada expresión.

8. $4(y-5)+-3y$
9. $-5(x-4)$
10. $-4x+7x+7-3y$
11. $-6(y+4)$
12. $-3(y-2)+2(y+6)$
13. $8(x+4)-3(x+2)$
14. $-9y(3+2)$
15. $\frac{1}{2}(6+4)$

2.14 Uso de Ecuaciones Simples con Enteros para Resolver Problemas de la Vida Real

En esta sección, usarás ecuaciones simples con números enteros para resolver problemas de la vida real.

¿Has pedido alguna vez un préstamo? Analicemos este problema.

El Club de Teatro de la escuela pidió un préstamo de $354 para realizar una obra escolar. El préstamo se dividirá en seis estudiantes. Escribe un entero que representa la cantidad que cada estudiante debe pagar.

Esta Sección te mostrará cómo escribir una ecuación y resolver un problema de la vida real que contenga números enteros.

Orientación

El dinero, como ya hemos dicho, es una aplicación de la vida real de la operatoria con números enteros. De hecho, las pérdidas y ganancias de cualquier tipo tienen sentido al aplicar enteros a las operaciones. Puede ayudarnos a mantener un registro de lo que ha ocurrido realmente. También podremos si es que obtendremos o no una ganancia o una pérdida en nuestra suma o diferencia.

Analicemos un problema de la vida real usando números enteros.

Caitlin pidió prestado $950 para comprar un computador. Hasta ahora, ella ha pagado $175 de la deuda. ¿Cuánto dinero del préstamo sigue debiendo Caitlin?

Pensemos que una deuda es un número negativo. Por ejemplo, si tienes $10, tienes +10. Si das ese dinero, tienes 0. Si luego debes otros $10, tienes -10.

Para hallar la cantidad que Caitlin aún debe pagar, escribe una ecuación simple que representa el problema. Definamos x como la cantidad que Caitlin aún debe pagar.

$$\begin{aligned} x\#38; &= -950+175 \\ \#38; &= 175-950 \\ \#38; &= -775 \end{aligned}$$

Caitlin aún debe $775.

Hagamos otro ejercicio.

En el 2002, la población de cierta ciudad era de 312.980. En el 2006, la población aumentó a 391.740. ¿Cuál era el incremento de población entre el 2002 y el 2006, aproximado a la milésima más cercana?

Este es un problema de estimación. Redondea cada número a la milésima más cercana y, luego, encuentra la diferencia.

Redondea el primer número. Ya que hay un 9 en las centenas, 312.980 se redondea a 313,000.

Redondea el segundo número. Ya que hay un 7 en las centenas, 391.740 se redondea a 392,000.

Ahora, encuentra la diferencia.

$392,000 - 313,000 = 79,000$

La población aumentó en 79.000 personas.

Aquí hay unos ejercicios para que intentes resolver.

Ejemplo A

John obtuvo tres puntos extra en su prueba. Si obtuvo un puntaje inicial de 78, ¿Cuál fue su puntaje final?

Solución:#38;#160; 81

Ejemplo B

Un equipo de futbol americano perdió quince yardas en la línea de las 20 yardas. Ya que este deporte se juega retrocediendo, ¿en qué línea el equipo empezó su jugada?

Solución: La línea de las 35 yardas

Ejemplo C

¿Con qué entero se puede representar una ganancia de 16?

Solución: $+16$

Ahora volvamos al problema presentado al inicio de la Sección.

Escribe el préstamo total como un entero. Ya que es una deuda, puede representarse con un entero negativo: -354.

Ahora divide para hallar la cantidad que cada estudiante debe.

$-354 \div 6 = -59$

Cada estudiante debe $59.

Vocabulario

Números Enteros
Conjunto de los números naturales y sus opuestos, lo que incluye tanto números positivos como negativos.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas por tu cuenta.

Yuri ahorró $215 cada mes durante seis meses. ¿Cuánto ahorró Yuri aproximadamente? ¿Cuál es la cantidad exacta de los ahorros de Yuri?

Solución

Primero, debemos hallar un estimado. Redondea el primer número a un número que sea fácil de multiplicar. Luego, encuentra el producto.

215 se redondea a 200.

$200 \times 6 = 1,200$

Yuri ahorró cerca de $1,200.

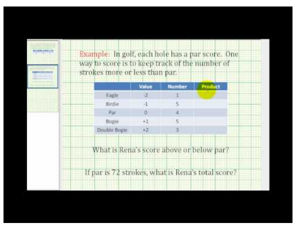
Para hallar la cantidad exacta que Yuri ahorró, escribe una ecuación simple que represente el problema. Define x como la cantidad total que Yuri ahorró.

$$
\begin{aligned}
x\#38; &= 215 * 6 \\
\#38; &= 1,290
\end{aligned}
$$

Yuri ahorró exactamente $1,290.

Repaso en Video

*Solo en inglés



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58516

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Problem Solving Using Integers

Práctica

Instrucciones: Usa ecuaciones simples con enteros para resolver cada problema de la vida real.

1. Karen ahorró quince dólares a la semana durante ocho semanas. ¿Cuánto dinero habrá ahorrado Karen luego de ocho semanas?

2. Jocelyn ha gastado la misma cantidad que Karen ha estado ahorrando. Escribe un entero que muestre la cantidad que ha gastado Jocelyn.

3. Si un auto retrocede quince pies y, luego, avanza cuarenta pies, ¿cuantos pies ha avanzado el auto?

4. Tasha le debe a su hermano cincuenta dólares. Ella ha pagado cinco dólares de la deuda. ¿Cuánto le debe aún a su hermano?

5. La temperatura del lunes empezó en 5 grados, luego subió a 20 grados y, luego, descendió a 7 grados. Muestra el cambio de temperatura en una ecuación.

6. Representa este cambió de temperatura escribiendo un número entero.

7. Joshua gastó quince dólares, luego gastó cinco dólares más y, después, gastó tres dólares con quince centavos. Escribe una ecuación para mostrar sus gastos.

8. ¿Cuánto dinero gastó Joshua en total?

9. Si Joshua ha empezado sus compras con $30,00, ¿le habría sobrado algo de dinero?

10. ¿Cuánto dinero de sobra habría obtenido?

11. Jessica está rebajando su vestido, quitándole tres pulgadas de largo. Escribe un entero que muestre este cambio.

12. Si el largo del vestido es de 40 pulgadas, ¿qué tan largo será el vestido luego del rebaje?

13. Si Jessica tiene cinco pies de alto, ¿a qué altura del suelo quedará el vestido?

14. Carly está buceando en el mar. Ella desciende quince pies de profundidad y, luego, desciende unos 35 pies de profundidad. Muestra este cambio con una ecuación.

15. ¿Cuál es su profundidad final?

2.15 Formas Equivalentes de Números Racionales

En esta sección, encontrarás las formas equivalentes de los números racionales.

Kelly y Mallory están comparando la cantidad de cajas de borradores que cada uno ha vendido. Kelly trabaja en la tienda un día y Mallory trabaja en la tienda al día siguiente. Ellos decidieron escribir un acertijo sobre sus ventas y dárselo a Trevor para que lo deduzca. Luego de que Mallory termina de trabajar, cuando Trevor llega a la tienda al día siguiente, encuentra este acertijo.

Mallory vendió 4 cajas de borradores más que tres cuartos de lo que vendió Kelly. Si Mallory vendió 13 cajas, ¿cuantas cajas vendió Kelly?

Trevor está confundido. Sabe que debe haber una variable porque el número de cajas que vendió Kelly es desconocido. También sabe que debe escribir una ecuación y que esta ecuación tendrá un número racional: tres-cuartos.

Trevor se pone a trabajar.

Usar los números racionales es una habilidad que necesitarás dominar a medida que te acerque a los niveles más avanzados de matemáticas. Para resolver este problema tendrás que entender los números racionales. Al final de esta Sección, podrás ayudar a Trevor con este problema.

Orientación

Ya has aprendido sobre las distintas clases de números. Has aprendido sobre los decimales, las fracciones y los números enteros y naturales- Ahora vamos a investigar los números racionales.

¿Qué es un número racional?

Un *número racional* es un número que puede escribirse en forma fraccionaria.

Buena pregunta: significa que puede escribirse como una fracción, no necesariamente que ya sea una fracción.

Pensemos primero en las fracciones. Una fracción es un número racional porque está escrita en forma fraccionaria. Los números racionales también pueden ser positivos o negativos. Imagina que has perdido

una mitad. Luego, ese número sería negativo.

$$\frac{-1}{2} \text{ } and \text{ } \frac{1}{2}$$

Ambos son números racionales.

¿Qué otros números pueden escribirse en forma fraccionaria y, por lo tanto, son números racionales?

Bueno, pensemos en los enteros. Recuerda que los números enteros es el conjunto de los números naturales y sus opuestos. Podemos escribir cualquier entero como una fracción con denominador 1. Esto hace que todo entero sea racional.

$$-4\#38; = \frac{-4}{1}$$
$$13\#38; = \frac{13}{1}$$

Estos enteros también son números racionales.

¿Qué hay de los decimales?

Un decimal está vinculado a una fracción. La mayoría de los decimales pueden escribirse como fracciones. Cuando entiendas como convertir un decimal a fracción y una fracción a decimal, podrás determinar si el decimal puede o no ser un número racional.

¿Es 0,34 un número racional?

Si vemos este decimal, ¿cuál es su valor? Es de 34 centenas. Podemos escribir este decimal como una fracción con denominador 100.

$.34 = \frac{34}{100}$

Este es un número racional. Los decimales terminales también son números racionales.

Hagamos otro ejercicio.

¿Es 0,3434343434 un número racional?

Este es un ejercicio complejo, ya que tenemos un *decimal repetitivo*. Sin embargo, ya que este decimal tiene un fin, podemos hallar su fracción equivalente. Todos los decimales repetitivos son también números racionales.

¿Cuáles decimales no son números racionales?

Los decimales que no tienen fin no son números racionales. Por tanto, podemos considerarlos como números irracionales. Un ejemplo de un número irracional es Pi. Generalmente decimos que Pi es igual a 3,14; este número de hecho tiene más números que alargan y alargan el número más allá.

Pi o 3,14... . Estos valores no son números racionales.

Ejemplos de números racionales

1. Fracciones – tanto positivas como negativas
2. Decimales – positivos, negativos, terminales o repetitivos
3. Enteros

Toma unos minutos para escribir estos apuntes en tu cuaderno.

También podemos convertir los números racionales en otras formas diferentes.

¿Qué decimal es equivalente a la fracción $\frac{7}{8}$?

Divide para encontrar el decimal equivalente.

$7 \div 8 = 0.875$

El decimal 0,875 es equivalente a $\frac{7}{8}$.

Para convertir de decimal a fracción, coloca los números del decimal en el valor posicional que corresponda. Por ejemplo, para convertir nuevamente 0,875 a una fracción, cuenta los espacios decimales. Hay tres espacios decimales, por lo que habrá tres ceros en el denominador.

$0.875 = \frac{875}{1000}$

Ahora simplifica la fracción a su forma irreductible.

$\frac{875}{1000} = \frac{175}{200} = \frac{35}{40} = \frac{7}{8}$

¿Qué fracción es equivalente al decimal 0,3125?

Coloca los números del decimal en el valor posicional que corresponda. Cuenta los espacios decimales. Hay cuatro espacios decimales, por lo que habrá cuatro ceros en el denominador.

$0,3125 = \frac{3125}{10000}$

Ahora simplifica la fracción a su forma irreductible.

$\frac{3125}{10000} = \frac{125}{400} = \frac{5}{16}$

La fracción $\frac{5}{16}$ es equivalente a 0,3125.

Muy buena pregunta. Ya que un porcentaje también representa una parte de un todo, los porcentajes también pueden ser números racionales. Podemos convertir un porcentaje en un decimal y también en una fracción. Recuerda que un *porcentaje* se calcula en base a 100.

¿Qué cantidad fraccionaria es 30%? ¿Y cuál es su equivalente decimal?

Podemos empezar sabiendo que 30% significa 30 de 100. Ahora podemos escribirla como una fracción y como un decimal.

$30\% = \frac{30}{100} = .30$

Los porcentajes que fueron convertidos en decimales y en fracciones también pueden considerarse números racionales.

Convierte cada cifra en un porcentaje o una fracción.

Ejemplo A

.67

Solución:#38;#160; 67%

Ejemplo B

45%

Solución:#38;#160; $\frac{45}{100} = \frac{9}{20}$

Ejemplo C

$0,185$

Solución:#38;#160; $18,5\%$

Ahora volvamos al problema presentado al inicio de la Sección.

Primero, debes escribir una ecuación. Empecemos desmenuzando cada parte de la ecuación.

$x =$ **Las cajas de Kelly**

$+4 =$ **Las cuatro cajas extra que Mallory vendió**

$\frac{3}{4} =$ **tres cuartos de las cajas de Kelly**

$13 =$ **la cantidad que Mallory vendió**

Esta es la ecuación.

$\frac{3}{4}x + 4 = 13$

Ahora podemos resolverla.

Empecemos restando cuatro a ambos lados. Esto tendrá mucho sentido cuando simplifiquemos.

$\frac{3}{4}x = 9$

Luego, queremos aislar la variable, por lo que podemos multiplicar por el reciproco. Esta es la Propiedad del Inverso Multiplicativo. Todo número que se multiplique por su inverso o reciproco es igual a 1.

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4}x\#38; = 9 \cdot \frac{4}{3}$$
$$x\#38; = \frac{36}{3} = 12$$

Ahora sabemos que Kelly vendió 12 cajas y que Mallory vendió 13 cajas.

Vocabulario

Número Racional
: Número que puede escribirse en forma fraccionaria.

Entero
: Conjunto de los números naturales y sus opuestos.

Porcentaje
: Número que representa una parte de 100.

Decimal Terminal
: Decimal que tiene fin, aun cuando tenga muchos dígitos.

Decimal Repetitivo
: Decimal que tiene fin aunque tenga muchos dígitos repetidos.

Número Irracional
: Decimal que no tiene fin; Pi o 3,14... es un ejemplo.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas por tu cuenta.

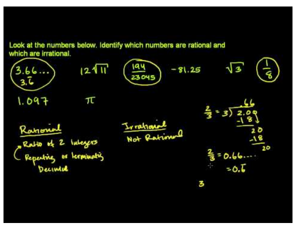
¿Es 0,35678921 un número racional?

Solución

No es un decimal repetitivo, sino que un decimal terminal. Un *decimal terminal* tiene un final. Siempre que tenga final, será un número decimal.

Repaso en Video

*Solo en inglés



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58518

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Khan Academy Identifying Rational Numbers

Práctica

Instrucciones: Identifica si estos números son números racionales o no lo son. Escribe sí o no como respuesta. Luego, identifica la forma del número: entero, decimal, decimal repetitivo, fracción, decimal terminal o número irracional

1. .456
2. $\frac{2}{3}$
3. -45
4. 567
5. $-8,970$
6. .3434343434
7. $.234\ldots$
8. .234567
9. $-.876$
10. $-\frac{2}{7}$

Instrucciones: Escribe cada número racional como decimal y como porcentaje.

- $\frac{4}{5}$
- $\frac{1}{5}$
- $\frac{14}{50}$

- $\frac{12}{100}$
- $\frac{6}{25}$

2.16 Como Comparar y Ordenar Números Racionales

En esta sección, aprenderás a comparar y ordenar números racionales.

¿Alguna vez has intentado comparar números racionales? Analicemos el siguiente problema.

Terry está analizando la bolsa de valores. Ella observa que, cierto día, una de las acciones que ella registraba había perdido valor: se redujo en un $.5\%$. Al día siguiente, volvió a perder valor, reduciéndose esta vez en un $.45$.

¿En qué día tuvo la peor reducción de valor? Comparar los números racionales te ayudará con esta tarea.

Orientación

Para comparar y ordenar los números racionales, primeros debes convertir cada número a la misma forma, de modo que sean más fáciles de comparar. Usualmente es más fácil convertir cada número a un decimal. Luego, puedes usar una recta numérica para ayudarte a ordenar los números.

Observemos esta situación.

Coloca los siguientes números en una recta numérica en sus posiciones aproximadas: $8\%, \frac{1}{8}, 0.8$

Convierte cada número en un decimal.

$$\begin{aligned}8\%\#38; &= 0.08\\ \frac{1}{8}\#38; &= 1 \div 8 = 0.125\\ \#38; & 0.8\end{aligned}$$

Todos los números están entre el 0 y el 1. Puedes usar su valor posicional para encontrar el orden correcto de los números. Ya que 0,08 tiene un 0 en las decenas, 8% es el número más pequeño. Ya que 0,125 tiene un 1 en las decenas, $\frac{1}{8}$ es el número siguiente. Finalmente, ya que 0,8 tiene un 8 en las decenas, este es el número más grande.

Escribimos estos valores en una recta numérica. Esta es una forma de representar los diferentes valores. También podemos usar los símbolos de desigualdad.

Los ***símbolos de desigualdad*** **son cuatro; #38;#60; menor que, #38;#62; mayor que,** $\leq$ **menor o igual que, y** $\geq$ **mayor o igual que.**

Hagamos otro ejercicio.

¿Cuál símbolo de desigualdad compara correctamente 0,29% con 0,029?

Cambia el porcentaje a un decimal. Luego, usa el valor posicional para comparar los números.

Mueve la coma decimal dos espacios a la izquierda.

$0.29\% = 0.0029$

Ahora compara el valor posicional de cada número. Ambos números tienen un 0 en las decenas. 0,029 tiene un 2 en las centenas, mientras que 0,0029 tiene un 0 en las centenas. Por tanto, 0,0029 es menor que 0,029.

$$0{,}29\% < 0{,}029$$

#38;#60; 0.029" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Recuerda, la clave para comparar y ordenar los números racionales es asegurarse que todos están la misma forma. Es ideal que todos estén como fracciones, decimales o porcentajes para que tus comparaciones sean precisas. ¡Tienes que convertir antes de comparar!

Ejemplo A

.56 ____ $\frac{4}{5}$

Solución:#38;#160;

$$<$$

#38;#60; " class="x-ck12-math" /#38;#62;

Ejemplo B

.008 ____ .8%

Solución:#38;#160; $=$

Ejemplo C

$\frac{1}{8}$ ____ $\frac{1}{10}$

Solución: #38;#62;

Ahora volvamos al problema presentado al inicio de la Sección.

Para resolver este problema, debes comparar .5% y .45 .

Primeros, convierte ambos números en porcentajes.

.5% ya es un porcentaje.

.45 se convierte en 45%

Ahora comparemos.

.5% #38;#60; 45%

El segundo día es, definitivamente, el peor día.

Vocabulario

Número Racional
Número que puede escribirse en forma fraccionaria.

Entero
Conjunto de los números naturales y sus opuestos.

Porcentaje
Número que representa una parte de 100.

Decimal Terminal
Decimal que tiene fin, aun cuando tenga muchos dígitos.

Decimal Repetitivo
Decimal que tiene fin aunque tenga muchos dígitos repetidos.

Número Irracional
Decimal que no tiene fin; Pi o 3,14... es un ejemplo.

Símbolos de Desigualdad
Símbolos utilizados para comparar números usando #38;#60; o #38;#62;.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas por tu cuenta.

Ordena los siguientes números racionales de menor a mayor.

$.5\%, .68, \frac{3}{15}$

Solución

Primeros, convirtamos todos los números a la misma forma. Podemos usar fracciones, decimales o porcentajes; en este caso, usaremos porcentajes.

.5% se queda igual.

$.68 = 68\%$

$\frac{3}{15} = \frac{1}{3} = 33.3\%$

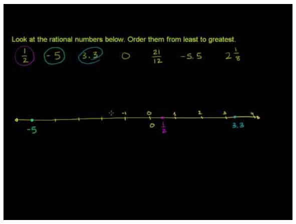
Ahora podemos ordenarlos fácilmente. Asegúrate de escribirlos en su forma original.

$.5\%, \frac{3}{15}, .68$

Esta es nuestra respuesta.

Repaso en Video

Repaso en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5489

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Khan Academy Compare and Order Rational Numbers

Práctica

Instrucciones: Compara cada par de números racionales usando #38;#60; o #38;#62;.

1. .34 _____ .87
2. -8 _____ -11
3. $\frac{1}{6}$ _____ $\frac{7}{8}$
4. .45 _____ 50%
5. 66% _____ $\frac{3}{4}$
6. .78 _____ 77%
7. $\frac{4}{9}$ _____ 25%
8. .989898 _____ .35
9. .67 _____ 32%
10. .123000 _____ .87

Instrucciones: Usa el orden de las operaciones para evaluar las siguientes expresiones.

11. $3x$, *cuando x es* .50
12. $4y$, *cuando y es* $\frac{3}{4}$
13. $5x+1$, *cuando x es* -12
14. $6y-7$, *cuando y es* $\frac{1}{2}$
15. $3x-4x$, *cuando x es* -5
16. $6x+8y$, *cuando x es* 2 *y y es* -4

2.17 Resolución de Problemas del Mundo Real usando Números Racionales y Ecuaciones Simples

En esta sección, resolveremos problemas del mundo real utilizando números racionales y ecuaciones simples.

¿Alguna vez has trabajado con madera? Analicemos este problema.

Jill tenía un trozo de madera de 4 pies de largo. Ella cortó de ese trozo una pieza de $2\frac{5}{8}$ pies de largo. ¿Cuál es el largo del trozo de madera que le queda?

Para resolverlo, deberás usar números racionales y una ecuación. Esta Sección te mostrará cómo aplicar los números racionales y las ecuaciones en la resolución de problemas. Al finalizar esta Sección, sabrás como calcular el largo de la pieza de madera.

Orientación

Puedes usar fracciones, decimales y enteros para resolver problemas del mundo real. También puedes usar los números racionales para escribir y resolver ecuaciones para representar problemas del mundo real. Veamos cómo podemos hacer eso mismo.

Analicemos esta situación.

Candy tiene 5 años más que un tercio de la edad de Liam. Si Candy tiene 16, ¿cuántos años tiene Liam?

Escoge una variable que represente la edad de Liam. Definamos l como la edad de Liam.

Escribe una ecuación utilizando la información del problema.

La frase "5 años mas" se traduce como "+5." La frase "un tercio de la edad de Liam" se traduce como " $\frac{1}{3} \cdot l$." Ya que el problema te dice que Candy tiene 16, define la expresión que muestre que la edad de Candy es igual a 16.

Reúne las partes para formar una ecuación.

$\frac{1}{3}l + 5 = 16$

Ahora resuelve la l . en la ecuación. Recuerda que cualquier operación que realices de un lado de la ecuación también debes realizarla del otro lado.

Primero, resta 5 en ambos lados para aislar la variable a un lado de la ecuación.

$$\frac{1}{3}l + 5 - 5\#38; = 16 - 5$$
$$\frac{1}{3}l\#38; = 11$$

Ahora debes separar el $\frac{1}{3}$ de la variable. Para poder eliminar un coeficiente fraccionario, multiplica por el reciproco.

$$\frac{3}{1} \cdot \frac{1}{3}l\#38; = 11 \cdot \frac{3}{1}$$
$$l\#38; = 33$$

Liam tiene 33 años.

Resuelve cada problema. Asegúrate de simplificar tu respuesta.

Ejemplo A

$-\frac{11}{12}+\frac{2}{12}$

Solución:#38;#160; $-\frac{3}{4}$

Ejemplo B

$-.89+.987$

Solución:#38;#160; $.097$

Ejemplo C

$-\frac{7}{8}+-\frac{2}{8}$

Solución:#38;#160; $-\frac{9}{8}=-1\frac{1}{8}$

Ahora volvamos al problema presentado al inicio de la Sección.

Jill tenía un trozo de madera de 4 pies de largo. Ella cortó de ese trozo una pieza de $2\frac{5}{8}$ pies de largo. ¿Cuál es el largo del trozo de madera que le queda?

Primero, convierte el número mixto a fracción impropia: $2\frac{5}{8}=\frac{16+5}{8}=\frac{21}{8}$

Luego, convierte el primer número a una fracción con denominador 8: $4=\frac{4}{1}\times\frac{8}{8}=\frac{32}{8}$

Resta para hallar el largo del trozo de madera.

$\frac{32}{8}-\frac{21}{8}=\frac{11}{8}=1\frac{3}{8}$

El trozo de madera tiene $1\frac{3}{8}$ pies de largo.

Vocabulario

Número Racional
: Número que puede escribirse en forma fraccionaria.

Enteros
: Conjunto de los números naturales y sus opuestos.

Porcentaje
: Número que representa una parte de 100.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas por tu cuenta.

Ben compró en la bolsa de valores parte de una acción por $40. Analizó el precio de sus acciones todos los días por una semana. El lunes, sus acciones aumentaron 2,5 puntos. El martes, bajaron 1,75 puntos. El miércoles, cambió su valor p puntos. El jueves y el viernes, las acciones aumentaron su valor 0,75 puntos. Si el precio de las acciones es de $45 al final de la semana, ¿Cuál es el valor de p ?

Solución

Usa la información del problema para escribir una ecuación que represente el precio de las acciones.

Usa el orden de las operaciones para simplificar la ecuación. Primero, multiplica. Luego, suma y resta en orden, de izquierda a derecha.

$40+2.5-1.75+p+2(0.75)=45$

Ahora aplica la propiedad conmutativa para poder combinar los decimales.

$$\begin{aligned} 40+2.5-1.75+p+1.5\#38; &= 45 \\ 42.5-1.75+p+1.5\#38; &= 45 \\ 40.75+p+1.5\#38; &= 45 \end{aligned}$$

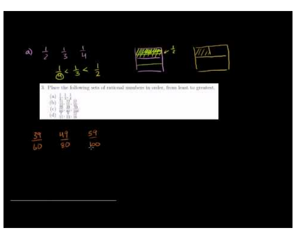
Finalmente, aísla la variable al restar 42,25 en ambos lados. Luego, puedes aplicar las propiedades conmutativa y neutro aditivo en el lado izquierdo de la ecuación para despejar la p .

$$\begin{aligned} 42.25+p-42.25\#38; &= 45-42.25 \\ p+42.25-42.25\#38; &= 45-42.25 \\ p+0\#38; &= 2.75 \\ p\#38; &= 2.75 \end{aligned}$$

Las acciones aumentaron 2,75 puntos el miércoles.

Repaso en Video

*Solo en inglés



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/57

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Khan Academy Integers and Rational Numbers

Práctica

Instrucciones: Usa lo que has aprendido para trabajar con cada problema de números racionales.

1. La expresión $2p^3-4m$ puede usarse para hallar la ganancia de ventas de una compañía, donde p es la cantidad de productos vendidos y m es la cantidad de millas recorridas en el proceso. Si vendieron 5 productos y viajaron 10 millas, ¿cuál fue su ganancia?
2. Si vendieron 6 productos y viajaron 15 millas, ¿cuál fue su ganancia?
3. Si vendieron 10 productos y viajaron 20 millas, ¿cuál fue su ganancia?
4. La expresión $\frac{11s}{2}+7t$ puede usarse para hallar el precio de entrada en grupo de un local, donde s es la cantidad de estudiantes y t es la cantidad de profesores. Si hay 20 estudiantes y 4 profesores, ¿cuál es el precio de admisión grupal?

5. Si hay 25 estudiantes y 4 profesores, ¿cuál es el precio de admisión grupal?
6. Si hay 20 estudiantes y 5 profesores, ¿cuál es el precio de admisión grupal?
7. Brooke necesita ahorrar \$146 para un viaje. Ella tiene \$35 en su cuenta de ahorros. Ella ahorra \$15,75 cada semana. Ella también ha gastado \$15 para comprarle un regalo a una amiga. ¿Cuantas semanas necesitará Brooke para ahorrar lo suficiente para su viaje?
8. Vinnie tiene $\frac{1}{2}$ de la edad de Julie. Julie tiene 24. ¿Cuántos años tiene Vinnie?
9. Manuel tiene \$30. Él gana \$8,00 por hora más un bono adicional de \$12 cada día. El gasta \$8,00 para al almuerzo. Si él tiene \$94 al terminar el día, ¿cuantas horas trabajó?
10. Una fórmula para el perímetro de un rectángulo es $P = 2(l+w)$, donde P es el perímetro, l es el largo, y w es el ancho. Si el perímetro de un rectángulo es de 312 centímetros y el ancho es de 67,3 centímetros, ¿cuál es el largo?
11. Si el largo de un rectángulo es de 32 centímetros y el ancho es de 65.5 centímetros, ¿cuál es el perímetro?
12. Si el largo de un rectángulo es de 64 centímetros y el ancho es de 22 centímetros, ¿cuál es el perímetro?
13. Si el largo de un rectángulo es de 32 centímetros y el ancho es de 65.5 centímetros, ¿cuál es el área?
14. Si el largo de un rectángulo es de 30 centímetros y el ancho es de 16 centímetros, ¿cuál es el área?
15. Si el perímetro de un rectángulo es de 32 centímetros y el ancho es de 8 centímetros, ¿cuál es el largo?

Resumen

Empezamos aprendiendo todo acerca de los decimales. Aprendiste a utilizar el valor posicional para ayudarte a sumar y restar con precisión los números con decimales. Aprendiste que, a veces, es apropiado solo estimar una respuesta y que, con los decimales, puedes usar la estimación frontal. También aprendiste como multiplicar y dividir decimales y como redondear apropiadamente las respuestas.

Luego, aprendiste todo acerca de las fracciones. Viste tanto las fracciones regulares como los números mixtos. Aprendiste que para sumar y restar fracciones necesitas un común denominador y que un problema de división de fracciones puede convertirse en un problema de multiplicación de fracciones. Al igual que con los decimales, a veces es apropiado hacer estimaciones cuando trabajamos con fracciones, por lo que es importante saber en qué parte está una fracción en relación a los números enteros.

Luego, aprendiste acerca de los enteros. Los enteros incluyen tanto los números naturales positivos como sus opuestos negativos, además del número 0. Cuando sumamos y restamos enteros, es útil pensar en pérdidas y ganancias. Cuando multiplicamos y dividimos enteros, aprendiste la siguiente regla "cuando los signos son iguales, la respuesta es la misma; cuando los signos son distintos, la respuesta es negativa".

Finalmente, aprendiste que un número racional es un número que puede escribirse como una razón entre otros dos números (una fracción). Aprendiste a representar los números racionales como fracciones, decimales y porcentajes. Aprendiste cómo comparar los números racionales en sus distintas representaciones, empezando con la conversión de todos los factores a la misma representación.

CHAPTER 3 Ecuaciones de una sola variable e inecuaciones

Chapter Outline

Introducción

Aquí te enfocarás en resolver ecuaciones e inecuaciones. Comenzarás con ecuaciones básicas que se pueden resolver en un paso y luego realizarás ecuaciones más complicadas que requerirán la combinación de términos semejantes y la propiedad distributiva. También aprenderás cómo resolver ecuaciones con variables en ambos lados y ecuaciones de múltiples pasos que pueden tener números racionales en ellas. Finalmente, aprenderás acerca de las inecuaciones y cómo el resolver inecuaciones es similar a resolver ecuaciones. También aprenderás cómo representar gráficamente tu solución a una inecuación.

3.1 Resolución de ecuaciones que presentan propiedades inversas de suma y multiplicación

Aquí resolverás ecuaciones que presentan las propiedades inversas de suma y multiplicación.

La banda de la Escuela Floyd es excelente y es muy respetada en la comunidad. Cada año, la banda crece y los estudiantes que participan hacen un gran compromiso con las prácticas, los juegos de fútbol y los desfiles.

Cuando los estudiantes se reúnen para su primera práctica, la señora Kline, la directora de la banda, reúne a todos para darles unos anuncios.

"Marcharemos in el gran desfile de este año nuevamente", dijo con una sonrisa de oreja a oreja.

"Estoy tan feliz", dijo Keri apoyándose en Anica. "Esperaba que lo hiciéramos".

"También incorporaremos cuatro nuevos estudiantes este año. Empezamos con 140 y sumaremos cuatro. Esto significa que necesitamos rehacer nuestra formación para el gran final. Necesitamos reorganizar la banda en ocho filas iguales. Veamos cómo se verá esto. Por favor, saquen un papel y un lápiz", dijo la señora Kline volviéndose a la pizarra.

"Puedo calcular el número de estudiantes en cada fila con una ecuación", dijo Anica sonriendo.

"Sí y no olviden contar a Jake, como el tambor Mayor al frente", añadió Keri.

¿Sabes cómo debe verse esta ecuación? Conocemos la suma de los estudiantes, un Tambor Mayor y sabemos que necesitamos ocho filas iguales. Como dijo Anica, necesitaremos una ecuación para calcular el número de estudiantes en cada fila. Esta sección te enseñará todo lo que necesitas saber acerca de las ecuaciones, así sabrás como resolver este ejercicio al final.

Orientación

¿Qué sabes de las ecuaciones?

Una ***ecuación*** **es un enunciado con un signo de igualdad donde la cantidad en un lado de la igualdad es la misma que la cantidad en el otro lado de la igualdad.**

Aquí hay una ecuación simple.

$x+11=15$

Aquí tenemos una ecuación con una variable donde x es la cantidad desconocida. Para resolver esto, lo usual es realizar **una *operación inversa* u operación opuesta** . Restamos once de 15 y obtenemos 4. Ese es el valor de la variable.

La mayoría de las veces, ni siquiera piensas en realizar una operación inversa, tu mente de forma automática resuelve el problema de esta forma.

Cuando tienes una ecuación con una variable, se llama *ecuación de un solo paso.* Solo se necesita una operación o una operación inversa para resolverla. Has tenido mucha práctica resolviendo ecuaciones de un solo paso.

Para resolver ecuaciones de dos pasos, necesitaremos usar más de una operación inversa.

Observemos cómo resolver una ecuación de dos pasos.

Cuando realizamos operaciones inversas para encontrar el valor de una variable, trabajamos para obtener la variable sola en un lado de las igualdades. Esto se llama despejar la variable. Es una estrategia para resolver ecuaciones. Puedes despejar la variable si estas resolviendo ecuaciones tanto de un paso como de dos pasos.

Aquí hay una ecuación de dos pasos.

Encuentra el valor de a : $3a+12=45$ *en.*

Podemos denominar cada parte de la ecuación un *término* . Hay un término con una variable y hay un término sin una variable. Observa que hay dos ***términos*** en el lado izquierdo de la ecuación: $3a$ y 12.

El primer paso es usar las operaciones inversas para obtener el término que incluye una variable, $3a$ **, por el mismo en un lado del signo de igualdad (=). Debido a que el tres está conectado a la variable, realizamos la otra operación inversa primero. Trabajamos con el número conectado con la variable después.**

En la ecuación, 12 se *añade* a $3a$ **. . Entonces, podemos usar la inversa de adición (sustracción). Podemos sustraer 12 de ambos lados de la ecuación.**

Veamos qué sucede cuando sustraemos 12 de ambos lados de la ecuación.

$$
\begin{aligned}
3a+12 \#38; &= 45 \\
3a+12-12 \#38; &= 45-12 \\
3a+0 \#38; &= 33 \\
3a \#38; &= 33
\end{aligned}
$$

Ahora, el término que incluye una variable, $3a$ **, está por sí mismo en un lado de la ecuación.**

Ahora podemos usar las operaciones inversas para dejar a **sola. Ya que** $3a$ **equivale a** $3 \times a$ **, podemos usar la inversa de multiplicación (división). Podemos dividir ambos lados de la ecuación por 3. Veamos qué ocurre cuando dividimos ambos lados de la ecuación por 3.**

$$
\begin{aligned}
3a \#38; &= 33 \\
\frac{3a}{3} \#38; &= \frac{33}{3} \\
1a \#38; &= 11 \\
a \#38; &= 11
\end{aligned}
$$

El valor de a **es 11.**

Revisemos nuestros pasos para resolver esta ecuación de dos pasos.

Pasos para resolver ecuaciones de dos pasos

Despeja la variable

1. Utiliza una operación inversa para eliminar los términos que no estén relacionados con la variable. Realiza esto primero.

2. Luego, utiliza una operación inversa para despejar la variable a un lado de la ecuación.

3. Comprueba tu respuesta al introducirla en la ecuación original. Si ambos lados tienen el mismo valor, tu respuesta es correcta.

Tómate unos minutos para escribir estos pasos en tu cuaderno.

Ejemplo A

$4x+5=29$

Solución: $x=6$

Ejemplo B

$3y+7=43$

Solución: $y=12$

Ejemplo C

$6x+8=71$

Solución: $x=9$

Ahora regresemos al problema del inicio de la sección.

Primero, observemos la información dada.

Hay 144 estudiantes en la banda.

También hay un Tambor Mayor.

Necesitamos organizar a los estudiantes en ocho filas iguales.

Aquí está nuestra ecuación.

$8x = 144$

Ahora te estarás preguntando por qué no incluimos al Tambor Mayor. Bueno, como señaló Keri, el Tambor Mayor está al frente. En este caso, no se cuenta a Jake en la ecuación porque no está en las filas.

Aquí, tenemos una ecuación de un solo paso. Ahora, podemos resolver la ecuación.

$x = 18\ students$

Habrá 18 estudiantes en cada fila.

Vocabulario

Ecuación
enunciado matemático con un signo de igualdad donde la cantidad en un lado de la ecuación es igual a la cantidad en el otro lado.

Variable
letra usada para representar una cantidad desconocida.

Ecuación Algebraica
ecuación con al menos una variable en ella.

Ecuación de un solo paso
ecuación algebraica con una operación en ella.

Ecuación de dos pasos
ecuación algebraica con dos operaciones en ella.

Práctica Guiada

Aquí hay una ecuación para que intentes hacerla por ti mismo.

Un jardinero cobra \$20 por cada trabajo más \$15 por cada hora trabajada. Cobró \$80 por un trabajo que hizo ayer.

a. Escribe una ecuación algebraica para representar h , , la cantidad de horas que trabajó el jardinero para cobrar \$80.

b. Encuentra la cantidad de horas que el jardinero trabajó para cobrar \$80.

Solución

Considera el paso a primero.

Usa un número, un signo operatorio, una variable o un signo de igualdad para representar cada parte del problema. El jardinero ganó \$15 por cada hora que trabajó, entonces puedes multiplicar \$15 por h , el número de horas trabajadas, para encontrar cuánto dinero cobró el jardinero por sus horas de trabajo.

$$\begin{array}{lllll}
\#38;\underline{\$20}\ for\ each\ gardening\ job & \underline{plus} & \underline{\$15\ for\ each\ hour}\ worked\ldots & \underline{charged} & \underline{\$80}\ for\ one\ldots job. \\
\#38;\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
\#38;20 & + & 15h & = & 80
\end{array}$$

Entonces, esta ecuación, $20 + 15h = 80$, representa h , el número de horas que trabajó el jardinero para cobrar \$80.

Ahora, considera el paso b .

Resuelve la ecuación para encontrar el número de horas que se demoró el jardinero en realizar ese trabajo.

Ya que 20 se añade al término que incluye una variable, $15h$, podemos usar la inversa de suma (sustracción). Podemos sustraer 20 de ambos lados de la ecuación, como a continuación:

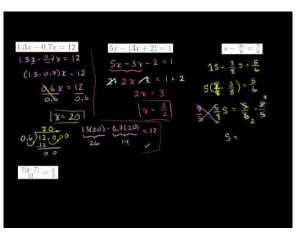
$$\begin{aligned}
20+15h\#38; &= 80 \\
20-20+15h\#38; &= 80-20 \\
0+15h\#38; &= 60 \\
15h\#38; &= 60
\end{aligned}$$

Ya que 15 se multiplica por la variable, h , podemos usar la inversa multiplicación (división). Podemos dividir ambos lados por 15 para calcular h , como acá:

$$\begin{aligned}
15h\#38; &= 60 \\
\frac{15h}{15}\#38; &= \frac{60}{15} \\
1h\#38; &= 4 \\
h\#38; &= 4
\end{aligned}$$

El jardinero trabajó cuatro horas en el trabajo que hizo ayer.

Revisa este video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/66

Haz clic en la imagen anterior para mayor información

Khan Academy Two-Step Equations

Practica

Instrucciones: Resuelve las siguientes ecuaciones de dos pasos que tienen adición y multiplicación en ellas.

1. $3x+4=22$
2. $4y+3=15$
3. $6x+5=35$
4. $7x+2=16$
5. $9y+8=80$
6. $12x+15=51$

7. $14y+2=30$
8. $7y+5=40$
9. $2x+4=48$
10. $6x+3=39$
11. $8x+2=10$
12. $8x+7=95$
13. $9x+9=90$
14. $3x+5=50$
15. $7x+12=61$

3.2 Resolución de ecuaciones que presentan propiedades inversas de adición y división

Aquí, resolverás ecuaciones que presentan las propiedades inversas de la adición y la división.

Jessica y Casey trabajaron en una panadería durante las vacaciones. Un día, a Casey le pidieron que dividiera varias libras de harina. Dividió la cantidad que le dieron en tres. Entonces, añadió cuatro libras más a una de las porciones.

A Jessica le dieron la porción más grande. Si Jessica recibió 8 libras de harina, ¿Con cuántas libras de harina empezó Casey?

¿Sabes cómo resolver este problema? Para resolverlo, necesitarás escribir y resolver una ecuación de dos pasos. Pon atención a esta sección y sabrás cómo resolverlo al final de esta.

Orientación

Aprenderás cómo resolver ecuaciones de dos pasos. Comencemos.

Para resolver una ecuación de dos pasos, necesitaremos usar más de una operación inversa. Ahora, veamos cómo resolver una ecuación de dos pasos. Cuando realizamos operaciones inversas para encontrar el valor de una variable, trabajamos para obtener la variable por sí sola en un lado de la igualdad. Esto se llama despejar la variable. Es una estrategia para resolver ecuaciones. Podemos despejar la variable si vamos a resolver ecuaciones de un paso o de dos.

Encuentra el valor de c en: $5+\frac{c}{4}=15$.

Observa que hay dos términos en lado izquierdo de la ecuación, 5 y $\frac{c}{4}$.

El primer paso es usar las operaciones inversas para obtener el término que incluye una variable, $\frac{c}{4}$, por sí sola en un lado del signo de igualdad (=).

En la ecuación, 5 se *suma* a $\frac{c}{4}$. Entonces, podemos usar la inversa de adición (sustracción). Podemos sustraer 5 de ambos lados de la ecuación.

$$
\begin{aligned}
5+\frac{c}{4}\#38;&=15\\
5-5+\frac{c}{4}\#38;&=15-5\\
0+\frac{c}{4}\#38;&=10\\
\frac{c}{4}\#38;&=10
\end{aligned}
$$

Ahora, el término que incluye una variable, $\frac{c}{4}$, está por sí sola en un lado de la ecuación.

Ahora, podemos usar las operaciones inversas para obtener la c por sí sola. Ya que $\frac{c}{4}$ es lo mismo que $c\div 4$, podemos usar la inversa de división (multiplicación). Podemos multiplicar ambos lados de la ecuación por 4.

$$
\begin{aligned}
\frac{c}{4}\#38;&=10\\
\frac{c}{4}*4\#38;&=10*4\\
\frac{c}{4}*\frac{4}{1}\#38;&=40
\end{aligned}
$$

El número 4, o $\frac{4}{1}$, es el ***inverso multiplicativo*** , o **recíproco** , de $\frac{1}{4}$. Puedes encontrar el inverso multiplicativo de un número dando vuelta su numerador y su denominador. Entonces, el inverso multiplicativo de $\frac{4}{1}$ es $\frac{1}{4}$. Cuando un número se multiplica por su inverso multiplicativo, el producto es 1.

$$\begin{aligned} \frac{c}{4} * \frac{4}{1} \#38; &= 40 \\ c * \left(\frac{1}{4} * \frac{4}{1}\right) \#38; &= 40 \\ c * 1 \#38; &= 40 \\ c \#38; &= 40 \end{aligned}$$

El trabajo anterior muestra cómo el multiplicar cada lado de la ecuación por 4 aísla la variable.

Ya que 4 es el inverso multiplicativo o recíproco de $\frac{1}{4}$, pudimos también haber resuelto este problema eliminando los 4 como se muestra:

$$\begin{aligned} \frac{c}{\cancel{4}} * \frac{\cancel{4}}{1} \#38; &= 40 \\ \frac{c}{1} \#38; &= 40 \\ c \#38; &= 40 \end{aligned}$$

La respuesta es que c es igual a 40.

Revisemos nuestros pasos para resolver esta ecuación de dos pasos.

Pasos para resolver ecuaciones de dos pasos

Despeja la variable

1. Utiliza una operación inversa para eliminar los términos que no estén relacionados con la variable. Realiza esto primero.

2. Luego, utiliza una operación inversa para despejar la variable a un lado de la ecuación.

3. Comprueba tu respuesta al introducirla en la ecuación original. Si ambos lados tienen el mismo valor, tu respuesta es correcta.

Tómate un par de minutos para escribir estos pasos en tu cuaderno.

Ejemplo A

$\frac{x}{5}+6=10$

Solución: $x=20$

Ejemplo B

$\frac{x}{9}+12=28$

Solución:#38;#160; $x=144$

Ejemplo C

$\frac{x}{11}+12=18$

Solución:#38;#160; $x=66$

Ahora, regresemos al problema del inicio de esta sección.

Piensa sobre lo que conocemos. Sabemos que Casey dividió las libras de harina en tres, pero no sabemos con cuántas libras comenzó, entonces esta es nuestra variable.

$\frac{x}{3}$

Luego, sabemos que Casey añadió cuatro libras a una de las porciones.

$\frac{x}{3}+4$

Jessica terminó con 8 libras.

$\frac{x}{3}+4=8$

Ahora podemos resolver la ecuación. Comienza sustrayendo cuatro de ambos lados de la ecuación.

$\frac{x}{3}+4-4=8-4$

$\frac{x}{3}=4$

Luego, usa la inversa de la división, la multiplicación y multiplica tres veces cuatro.

$x=12$

Casey comenzó con doce libras de harina.

Vocabulario

Ecuación
enunciado matemático con un signo de igualdad donde la cantidad de uno de los lados de la ecuación es igual a la cantidad en el otro lado.

Variable
letra usada para representar una cantidad desconocida.

Ecuación Algebraica
ecuación con al menos una variable en ella.

Ecuación de un solo paso
ecuación algebraica con una operación en ella.

Ecuación de dos pasos
ecuación algebraica con dos operaciones en ella.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

$\frac{y}{19}+6=10$

Solución

Primero, tenemos que sustraer 6 de cada lado de la ecuación.

$\frac{y}{19}=10-6$

$\frac{y}{19}=4$

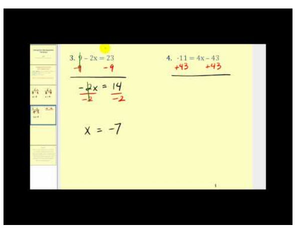
Ahora podemos multiplicar 19 por 4. Esto nos dará el valor de y .

$(19)(4)=76$

$y=76$

Esta es nuestra solución.

Revisa este Video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5532

Haz clic en la imagen anterior para mayor información

Solving Two-Step Equations

Practica

Instrucciones: resuelve las siguientes ecuaciones de dos pasos que tienen adición y división en ellas.

1. $\frac{x}{3}+4=8$
2. $\frac{x}{5}+8=10$
3. $\frac{a}{6}+7=13$
4. $\frac{a}{9}+4=30$
5. $\frac{b}{8}+6=15$
6. $\frac{c}{12}+9=18$
7. $\frac{x}{7}+7=21$
8. $\frac{x}{11}+5=12$
9. $\frac{x}{12}+9=16$
10. $\frac{a}{14}+6=8$
11. $\frac{x}{22}+9=12$
12. $\frac{y}{2}+14=18$

13. $\frac{x}{7}+24=38$
14. $\frac{x}{8}+15=30$
15. $\frac{x}{9}+11=28$

3.3 Resolución de ecuaciones que presentan propiedades inversas de sustracción y multiplicación

Aquí resolverás ecuaciones que presentan propiedades inversas de sustracción y multiplicación.

¿Has visto alguna vez un problema que te dieron de tarea y te has preguntado cómo resolverlo? Pon atención a lo que le sucedió a Henry.

Henry observó el primer problema que estaba en su hoja de tareas.

$14x - 9 = 19$

Aunque Henry puso atención en clases, no tenía idea de cómo resolverlo

¿Sabes tú cómo resolverlo? Es una ecuación de dos pasos que presenta la operaciones de sustracción y de multiplicación. En esta sección aprenderás los pasos para resolver ecuaciones como esta.

Orientación

Aprenderás cómo resolver ecuaciones de dos pasos con sustracciones y multiplicaciones en ellas. Comencemos.

Para resolver una ecuación de dos pasos, necesitaremos usar más de una operación inversa. Ahora, veamos cómo resolver una ecuación de dos pasos. Cuando realizamos operaciones inversas para encontrar el valor de una variable, trabajamos para obtener la variable por sí sola en un lado de las igualdades. Esto se llama despejar la variable. Es una estrategia para resolver ecuaciones. Puedes despejar la variante para resolver ecuaciones de uno o dos pasos.

Encuentra el valor de x en: $2x - 9 = 17$.

Observa que hay dos términos en el lado izquierdo de la ecuación, $2x$ **y 9. El primer paso debe ser usar las operaciones inversas para obtener el término que incluye la variable,** $2x$ **, , por sí solo en un lado del signo de igualdad (=).**

En la ecuación, se *sustrae* 9 a $2x$ **. Entonces, podemos usar la inversa de sustracción (adición). Podemos sustraer 9 de ambos lados de la ecuación.**

$$\begin{aligned} 2x - 9 \#38; &= 17 \\ 2x(-9+9) \#38; &= 17 + 9 \\ 2x \#38; &= 26 \end{aligned}$$

Observa cómo rescribimos el problema anterior. Ya que estamos añadiendo un número positivo, 9, a un número que se está sustrayendo de $2x$ **, podemos representar esto añadiendo 9 a -9, tal como lo hicimos anteriormente: (-9 + 9).**

El número 9 es el *inverso aditivo* , o opuesto de -9.

Ahora podemos usar las operaciones inversas para obtener la x **por sí sola. Ya que** $2x$ **equivale a** $2 \cdot x$ **, podemos usar la inversa de multiplicación—división. Podemos dividir ambos lados de la ecuación por 2.**

$$\begin{aligned} 2x \#38; &= 26 \\ \frac{2x}{2} \#38; &= \frac{26}{2} \\ x \#38; &= 13 \end{aligned}$$

El valor de x es 13.

Revisemos nuestros pasos para resolver esta ecuación de dos pasos.

Pasos para resolver ecuaciones de dos pasos

Despeja la variable

1. Utiliza una operación inversa para eliminar los términos que no estén relacionados con la variable. Realiza esto primero.

2. Luego, utiliza una operación inversa para despejar la variable a un lado de la ecuación.

3. Comprueba tu respuesta al introducirla en la ecuación original. Si ambos lados tienen el mismo valor, tu respuesta es correcta.

Tómate unos minutos para escribir estos pasos en tu cuaderno.

Ejemplo A

$9x-5=40$

Solución:#38;#160; $x=5$

Ejemplo B

$9y-6=66$

Solución:#38;#160; $y=8$

Ejemplo C

$12a-4=44$

Solución:#38;#160; $a=4$

Ahora, volvamos al problema del inicio de esta sección.

Aquí el problema está el problema que Henry vio en su hoja.

$14x-9=19$

Para resolver este problema, primero podemos añadir 9 a ambos lados de la ecuación.

$14x - 9 + 9 = 19 + 9$

$14x = 28$

Ahora, Henry puede resolverla como una ecuación de un paso, dividiendo ambos lados por 14.

$x = 2$

Esta es la respuesta del problema.

Vocabulario

Ecuación
enunciado matemático con un signo de igualdad donde la cantidad de uno de los lados de la ecuación es igual a la cantidad en el otro lado.

Variable
letra usada para representar una cantidad desconocida.

Ecuación Algebraica
ecuación con al menos una variable en ella.

Ecuación de un solo paso
ecuación algebraica con una operación en ella.

Ecuación de dos pasos
ecuación algebraica con dos operaciones en ella.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Un número multiplicado ocho veces menos cuatro es igual a 92.

Escribe una ecuación de dos pasos y calcula la variable que falta.

Solución

Primero, revisa la información para escribir la oración.

$8x - 4 = 92$

Ahora, calcula la variable. Primero, añade cuatro a ambos lados de la ecuación.

$8x - 4 + 4 = 92 + 4$

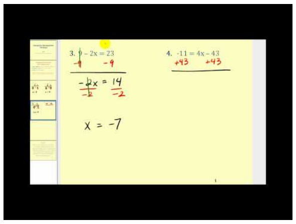
$8x = 96$

Ahora, divide ambos lados por 8.

$x = 12$

Esta es nuestra respuesta.

Revisa este video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5532

Haz clic en la imagen anterior para más información

Solving Two-Step Equations

Practica

Instrucciones: resuelve cada una de las ecuaciones de dos pasos que tienen multiplicaciones y sustracciones en ellas.

1. $4x-3=13$
2. $5y-8=22$
3. $7x-11=31$
4. $8y-15=25$
5. $9x-12=42$
6. $12y-9=99$
7. $2y-3=23$
8. $3x-8=19$
9. $5y-2=28$
10. $7x-11=38$
11. $5y-9=51$
12. $6a-12=30$
13. $9x-14=13$
14. $12x-23=49$
15. $13y-3=23$
16. $18x-12=42$

3.4 Resolución de ecuaciones que presentan propiedades inversas de sustracción y división

Aquí resolverás ecuaciones que presentan propiedades inversas de sustracción y división.

¿Alguna vez resolviste un problema acerca de papel de regalo? Observa este.

Brandon y Felicia vendieron rollos de papel de regalo para una recaudación de fondos de la escuela. Brandon vendió 3 rollos menos que la mitad de rollos que vendió Felicia. Brandon vendió un total de 9 rollos de papel de regalo.

Escribe una ecuación algébrica para representar f , el número de rollos de papel de regalo que vendió Felicia. Luego, encuentra el número de rollos de papel que vendió Felicia.

¿Sabes cómo resolver este problema? Observa que habrá dos partes para tu respuesta. Pon atención a esta sección y sabrás cómo resolver este problema.

Orientación

Vas a aprender cómo resolver ecuaciones de dos pasos con sustracción y división. Comencemos.

Para resolver una ecuación de dos pasos, necesitaremos usar más de una operación inversa. Ahora, veamos cómo resolver una ecuación de dos pasos. Cuando realizamos operaciones inversas para encontrar el valor de una variable, trabajamos para obtener la variable por sí sola en un lado de las igualdades. Esto se llama despejar la variable. Es una estrategia para resolver ecuaciones. Puedes despejar la variante para resolver ecuaciones de uno o dos pasos.

Encuentra el valor de z en: $\frac{z}{6}-7=3$.

Observa que hay dos términos en el lado izquierdo de la ecuación, $\frac{z}{6}$ **y 7. El primer paso debe ser usar las operaciones inversas para dejar el término que incluye una variable,** $\frac{z}{6}$ **, aislado a un lado del signo de igualdad (=).**

En la ecuación, se *sustrae* 7 de $\frac{z}{6}$ **. Entonces, podemos usar la inversa sustracción (adición). Podemos añadir 7 en ambos lados de la ecuación, como se muestra a continuación:**

$$\begin{aligned}
\frac{z}{6}-7\#38;&=3\\
\frac{z}{6}-7+7\#38;&=3+7\\
\frac{z}{6}+(-7+7)\#38;&=10\\
\frac{z}{6}+0\#38;&=10\\
\frac{z}{6}\#38;&=10
\end{aligned}$$

Ahora, el término que incluye una variable, $\frac{z}{6}$, está aislado a un lado de la ecuación.

Ahora podemos usar las operaciones inversas para obtener z por sí sola. Ya que $\frac{z}{6}$ es lo mismo que $z \div 6$, podemos usar la inversa de división (multiplicación). Podemos multiplicar ambos lados de la ecuación por 6, como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}
\frac{z}{6} \#38; &= 10\\
\frac{z}{6} * 6 \#38; &= 10 * 6\\
\frac{z}{\cancel{6}} * \frac{\cancel{6}}{1} \#38; &= 60\\
\frac{z}{1} \#38; &= 60\\
z \#38; &= 60
\end{aligned}$$

El valor de z es 60.

Revisemos nuestros pasos para resolver esta ecuación de dos pasos.

<u>Pasos para resolver ecuaciones de dos pasos</u>

Despeja la variable

1. Utiliza una operación inversa para eliminar los términos que no estén relacionados con la variable. Realiza esto primero.

2. Luego, utiliza una operación inversa para despejar la variable a un lado de la ecuación.

3. Comprueba tu respuesta al introducirla en la ecuación original. Si ambos lados tienen el mismo valor, tu respuesta es correcta.

Tómate unos minutos para escribir estos pasos en tu cuaderno.

Ejemplo A

$\frac{x}{3} - 8 = 9$

Solución:#38;#160; $x = 51$

Ejemplo B

$\frac{y}{7} - 2 = 13$

Solución:#38;#160; $y = 105$

Ejemplo C

$\frac{a}{7} - 2 = 12$

Solución:#38;#160; $a = 98$

Ahora, volvamos al problema del inicio de esta sección.

Primero, considera la parte *a* .

Utiliza un número, un signo de operación, una variable o un signo de igualdad para representar cada parte del problema. Ya que Brandon vendió 9 rollos de papel de regalo, representa el número de rollos que Brandon vendió con un 9. Usa las palabras claves de la guía para transcribir el resto del problema en una oración. Por ejemplo, puedes transcribir “la mitad del número de rollos que vendió Felicia” como $\frac{f}{2}$.

$$\begin{array}{llllll}
\#38; & \underline{Brandon} & \underline{sold} & \underline{3} & \underline{less\ than} & \underline{half\ the\ number \ldots\ Felicia\ sold.} \\
\#38; & \downarrow & \downarrow & \searrow & \downarrow & \swarrow \\
\#38; & \downarrow & \downarrow & \searrow & \downarrow & \swarrow \\
\#38; & \downarrow & \downarrow & \swarrow & \downarrow & \searrow \\
\#38; & 9 & = & \frac{f}{2} & - & 3
\end{array}$$

Entonces, en esta ecuación, $9 = \frac{f}{2} - 3$, representa f , el número de rollos de papel de regalo que Felicia vendió.

Luego, considera la parte *b* .

Calcula la ecuación f para encontrar el número de rollos que Felicia vendió.

El primer paso debe ser usar las operaciones inversas para obtener el término que incluye una variable, $\frac{f}{2}$, por sí sola en un lado del signo de igualdad (=). En la ecuación, 3 se *resta* de $\frac{f}{2}$. Entonces, podemos usar la inversa de la sustracción y añadir 3 a ambos lados de la ecuación, como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}
9\#38; &= \frac{f}{2} - 3 \\
9 + 3\#38; &= \frac{f}{2} - 3 + 3 \\
12\#38; &= \frac{f}{2} + (-3 + 3) \\
12\#38; &= \frac{f}{2} + 0 \\
12\#38; &= \frac{f}{2}
\end{aligned}$$

Ahora, el término que incluye una variable, $\frac{f}{2}$, está por sí solo en un lado de la ecuación.

Ahora podemos usar las operaciones inversas para obtener la f por sí misma. Ya que $\frac{f}{2}$ es lo mismo que $f \div 2$, podemos usar la inversa de la división y multiplicar ambos lados de la ecuación por 2, como se muestra a continuación:

$$
\begin{aligned}
12\#38; &= \frac{f}{2} \\
12*2\#38; &= \frac{f}{2}*2 \\
24\#38; &= \frac{f}{\cancel{2}}*\frac{\cancel{2}}{1} \\
24\#38; &= \frac{f}{1} \\
24\#38; &= f
\end{aligned}
$$

El valor de f es 24, entonces Felicia vendió 24 rollos de papel de regalo para la recaudación de fondos.

Vocabulario

Ecuación
: enunciado matemático con un signo de igualdad donde la cantidad de uno de los lados de la ecuación es igual a la cantidad en el otro lado.

Variable
: letra usada para representar una cantidad desconocida.

Ecuación Algebraica
: ecuación con al menos una variable en ella.

Ecuación de un solo paso
: ecuación algebraica con una operación en ella.

Ecuación de dos pasos
: ecuación algebraica con dos operaciones en ella.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que resuelvas por tu cuenta.

$\frac{x}{6} - 9 = 8$

Solución

Para resolver este problema, primero tenemos que sumar 9 a ambos lados de la ecuación.

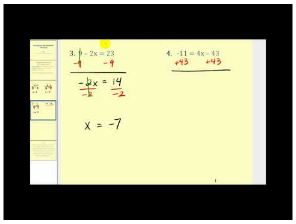
$$
\begin{aligned}
\frac{x}{6} - 9 + 9\#38; &= 8 + 9 \\
\frac{x}{6}\#38; &= 17
\end{aligned}
$$

Luego, multiplicar 6 por 17.

$x = 102$

Esta es la respuesta.

Revisa este video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5532

Haz clic en la imagen anterior para más información

Solving Two-Step Equations

Practica

Instrucciones: resuelve cada una de las ecuaciones de dos pasos que tienen divisiones y sustracciones.

1. $\frac{x}{5}-4=8$
2. $\frac{y}{6}-3=8$
3. $\frac{x}{7}-7=10$
4. $\frac{x}{8}-4=12$
5. $\frac{y}{7}-5=11$
6. $\frac{x}{4}-10=12$
7. $\frac{y}{4}-8=2$
8. $\frac{x}{3}-12=9$
9. $\frac{a}{5}-3=11$
10. $\frac{b}{4}-1=15$
11. $\frac{x}{2}-8=4$
12. $\frac{a}{7}-4=9$
13. $\frac{b}{4}-7=3$
14. $\frac{x}{8}-1=12$
15. $\frac{y}{6}-8=5$
16. $\frac{x}{2}-15=12$

3.5 Resolución de ecuaciones que presentan términos semejantes combinados

Aquí aprenderás a resolver ecuaciones que presentan términos semejantes combinados.

¿Has tenido alguna vez tener que ensayar por largo tiempo algo en específico? Observa lo que pasa en la práctica de la banda.

"Guau, fue un buen día de ensayo", dijo Jake, cuando guardaba sus cosas en el cuarto de la banda.

"Sí, es verdad. Estoy exhausta", dijo Anica.

"Hoy día practicamos más tiempo que ayer", dijo Jake.

"Sí, 45 minutos más. Entonces, ensayamos en total cinco horas, si contamos ayer y hoy", dijo Anica.

"Un momento, no vayas tan rápido. ¿Cuántos minutos ensayamos ayer y cuántos hoy día?", Preguntó Jake mientras se sentaba.

"Esta bien, déjame que te lo explique. Necesitamos hacer una ecuación", respondió Anica, sacando un trozo de papel y un lápiz.

¿Sabes cómo Anica pudo resolver esto? Lo sabrás, una vez que sepas como trabajar con ecuaciones de varios pasos. Pon atención a esta sección y podrás averiguar cuánto duraron los ensayos al final de esta sección.

Orientación

Considera este problema simple.

Supón que compraste 3 duraznos amarillos, 5 duraznos blancos y 2 manzanas rojas en un puesto de venta de frutas.

También podrías decir que compraste 8 duraznos y 2 manzanas porque:

$3\ peaches + 5\ peaches + 2\ apples = 8\ peaches + 2\ apples$.

Sin embargo, no podrías decir que compraste 10 duraznos. Cuando determinas cuántos duraznos compraste, puedes añadir 3 duraznos amarillos a 5 duraznos blancos, pero no puedes añadir las dos manzanas rojas al total. Esto porque las manzanas y los duraznos son *diferentes* tipos de fruta.

Cuando añades o sustraes los términos en una expresión, solo puedes combinar *términos semejantes* .

Considera la siguiente expresión:

$3p+5p+2a$

Esta expresión representa el problema anterior. La variable p representa los duraznos. La variable a representa las manzanas.

Tal como puedes combinar los duraznos amarillos con los blancos porque ambos son duraznos, puedes combinar $3p$ y $5p$ porque son términos semejantes. Cada uno de estos términos incluye la misma variable, p . Sin embargo, no puedes combinar $5p$ con $2a$, porque no son términos semejantes. Cada uno de esos términos posee una variable diferente.

Los ***términos semejantes*** **son términos que contienen la misma variable y se pueden combinar.**

El siguiente enunciado muestra cómo puedes simplificar la expresión anterior combinando términos semejantes:

$3p+5p+2a = 8p+2a$.

Veamos cómo podemos aplicar lo que conocemos sobre combinar términos semejantes para resolver ecuaciones algebraicas.

Calcula r : $5r - r - 9 = 15$.

Primero, combina los términos semejantes: $5r$ **y** r **en el lado izquierdo de la ecuación Puede ser útil recordar que** $r = 1r$ **.**

$$\begin{aligned} 5r - r - 9\#38; &= 15 \\ (5r - 1r) - 9\#38; &= 15 \\ 4r - 9\#38; &= 15 \end{aligned}$$

Observa que 9 no se puede combinar con $4r$ porque *no* son términos semejantes.

Ahora que hemos combinado los términos semejantes, podemos resolver la ecuación tal como lo haríamos con una ecuación de dos pasos.

El siguiente paso es despejar el término con la variable, $4r$, a un lado de la ecuación. Ya que 9 se *sustrae* de $4r$, debemos añadir 9 a ambos lados de la ecuación para despejar ese término.

$$\begin{aligned}
4r-9\#38; &= 15\\
4r-9+9\#38; &= 15+9\\
4r+(-9+9)\#38; &= 24\\
4r+0\#38; &= 24\\
4r\#38; &= 24
\end{aligned}$$

Ya que $4r$ equivale a $4\times r$, debemos dividir cada lado de la ecuación por 4 para obtener r por sí sola en un lado de la ecuación.

$$\begin{aligned}
4r\#38; &= 24\\
\frac{4r}{4}\#38; &= \frac{24}{4}\\
1r\#38; &= 6\\
r\#38; &= 6
\end{aligned}$$

El valor de r es 6.

Encuentra el valor de n en: $6n+3+8n+2=33$.

Primero, combina los términos semejantes en el lado izquierdo de la ecuación. Los términos $6n$ y $8n$ son semejantes ya que cada uno tiene la misma variable, n . Los números 3 y 2 también son semejantes, por lo que también se pueden combinar.

Usa la ***propiedad conmutativa de la adición*** para ayudarte a reordenar los términos que se añaden. Esta propiedad establece que cada término se puede añadir en cualquier orden. Luego, usa la ***propiedad asociativa de la adición*** para agrupar los términos para que los términos semejantes se añadan. La propiedad asociativa de adición estable que agrupar los términos que se añaden no influye en el resultado.

$$\begin{aligned}
6n+3+8n+2\#38; &= 33\\
6n+(3+8n)+2\#38; &= 33\\
6n+(8n+3)+2\#38; &= 33\\
(6n+8n)+(3+2)\#38; &= 33
\end{aligned}$$

Ahora, que los términos semejantes están agrupados juntos en paréntesis, combínalos.

$$\begin{aligned}
(6n+8n)+(3+2)\#38; &= 33\\
14n+5\#38; &= 33
\end{aligned}$$

Ahora, podemos resolverla como resolveríamos una ecuación de dos pasos.

El siguiente paso es despejar el término con la variable, $14n$ **, a un lado de la ecuación. Ya que 5 se *añade* a** $14n$ **, debemos sustraer 5 a ambos lados de la ecuación para hacer esto.**

$$\begin{aligned} 14n+5\#38;&=33\\ 14n+5-5\#38;&=33-5\\ 14n+0\#38;&=28\\ 14n\#38;&=28 \end{aligned}$$

Ya que $14n$ **equivale a** $14\times n$ **, debemos dividir cada lado de la ecuación por 14 para obtener la** n **por sí sola a un lado de la ecuación.**

$$\begin{aligned} 14\#38;&=28\\ \frac{14n}{14}\#38;&=\frac{28}{14}\\ 1n\#38;&=2\\ n\#38;&=2 \end{aligned}$$

El valor de n **es 2.**

Ejemplo A

$3p+5p+2=18$

Solución:#38;#160; $p=2$

Ejemplo B

$13x+6x+14a-9a$

Solución:#38;#160; $19x+5a$

Ejemplo C

$3x+5x+9x-7=44$

Solución:#38;#160; $x=3$

Ahora, regresemos al problema del inicio de la sección.

Primero, necesitamos nombrar la variable. Buscamos averiguar tiempos, entonces podemos usar t **como nuestra variable.**

$t=time$

Luego, podemos escribir una ecuación. Sabemos que hay dos tiempos.

$t+t$

Pero, también sabemos que el ensayo de un día fue 45 minutos más largo.

$t+t+45$

La suma total del tiempo es de 5 horas. Necesitamos asegurarnos de que ambas unidades son las mismas, entonces convertimos 5 horas a minutos y escribimos 300 minutos.

$t+t+45 = 300$

Aquí está nuestra ecuación.

Luego, calculamos los dos tiempos.

$$\begin{aligned}
t+t+45\#38; &= 300\\
2t\#38; &= 300-45\\
2t\#38; &= 255\\
t\#38; &= 127.5\ minutes
\end{aligned}$$

Este es el tiempo que la banda ensayó ayer. Ensayaron 45 minutos más hoy. Añadimos 45 al total del tiempo de ayer.

$127.5+45 = 172.5\ minutes$

Vocabulario

Términos Semejantes
: términos que incluyen una variable común.

Propiedad Conmutativa de Adición
: establece que el orden en que añaden diferentes productos no altera la suma.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Ayer, Tanya recorrió en bicicleta 3 millas más que hoy. Si recorrió un total de 13 millas en ambos días.

a. t representará el número de millas que Tanya recorrió en bicicleta hoy. Escribe una ecuación algebraica para representar el número de millas que Tanya recorrió en ambos días.

b. Encuentra el número de millas que Tanya recorrió en bicicleta hoy.

c. Encuentra el número de millas que Tanya recorrió en bicicleta ayer.

Solución

Considera la parte *a* primero.

Sabes que t representa el número de millas que Tanya recorrió hoy. Usa esa variable para escribir una expresión para el número de millas que Tanya recorrió ayer.

$$\begin{aligned}
&\#38; Yesterday,\ Tanya\ biked\ \underline{3}\ \underline{more \ldots than}\ she\ biked\ \underline{today}.\\
&\#38; \qquad\qquad\qquad\quad \downarrow \quad\ \downarrow \qquad\qquad\quad \downarrow\\
&\#38; \qquad\qquad\qquad\quad 3 \quad\ + \qquad\qquad\quad t
\end{aligned}$$

Entonces, sabes que Tanya recorrió t millas hoy y $3+t$ millas ayer. También sabes que recorrió un *total* de 13 millas en ambos días. Usa esta información para escribir una ecuación de suma para este problema.

$$
\begin{array}{llllll}
\#38; (\text{miles biked today}) + (\text{miles biked yesterday}) = (\text{total miles biked}) \\
\#38; \quad \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
\#38; \quad t & + & 3+t & = & 13
\end{array}
$$

Entonces, este problema se puede representar por la ecuación, $t+3+t=13$.

Luego, considera la parte *b* .

La variable t representa el número de millas que Tanya recorrió hoy. Entonces, calcula la ecuación t .

Primero, usa la propiedad conmutativa de adición para reordenar los términos que se añaden, así es más fácil ver cómo añadir los términos semejantes.

$$
\begin{aligned}
t+(3+t)\#38; &= 13 \\
t+(t+3)\#38; &= 13
\end{aligned}
$$

Ahora, añade los términos semejantes en lado izquierdo de la ecuación.

$$
\begin{aligned}
t+t+3\#38; &= 13 \\
(t+t)+3\#38; &= 13 \\
2t+3\#38; &= 13
\end{aligned}
$$

Calcula la ecuación de t tal como resolverías una ecuación de dos pasos. Sustrae 3 a ambos lados de la ecuación.

$$
\begin{aligned}
2t+3\#38; &= 13 \\
2t+3-3\#38; &= 13-3 \\
2t+0\#38; &= 10 \\
2t\#38; &= 10
\end{aligned}
$$

Luego, divide ambos lados de la ecuación por 2.

$$
\begin{aligned}
2t\#38; &= 10 \\
\frac{2t}{2}\#38; &= \frac{10}{2} \\
1t\#38; &= 5 \\
t\#38; &= 5
\end{aligned}
$$

El valor de t es 5, entonces Tanya recorrió 5 millas hoy.

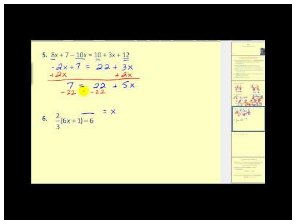
Luego, considera *c* la parte.

En la parte a , determinaste que ayer Tanya recorrió $3+t$ millas. Ya que $t=5$, substituye 5 por t en la expresión para encontrar cuántas millas recorrió ayer.

$3+t=3+5=8$

Tanya recorrió 8 millas ayer.

Revisa este video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58510

Haz clic en la imagen anterior para más información

Solving Multi-Step Equations

Practica

Instrucciones: practica combinando términos semejantes a medida que simplificas cada expresión.

1. $8x+3x+2$
2. $5y-3y+8$
3. $6x+9x+x-4$
4. $9x+4x-8+2x$
5. $2y-10y+16$
6. $3x+4x+5-6+2x$

Instrucciones: combina términos semejantes y resuelve cada ecuación.

7. $8x+3x+2=24$
8. $5y+2y+6=48$
9. $4x-6x+3=13$
10. $7y-10y+6=9$
11. $5x+8x+4=30$
12. $9a+3a-4=44$
13. $7a+4a+6=83$
14. $12x-14x+3=19$
15. $10y-16y+5=35$

3.6 Resolución de ecuaciones con la propiedad distributiva

Aquí aprenderás como resolver ecuaciones con la propiedad distributiva.

¿Has necesitado alguna vez la propiedad distributiva para resolver un problema? Bueno, Trevor tiene un problema. Está teniendo dificultades para resolverlo.

$7(x+2) = 28$

¿Sabes cómo resolver esta ecuación? Para resolverla, tendrás que aplicar la propiedad distributiva. Pon atención a esta sección y sabrás como resolver esta ecuación al final.

Orientación

Ya sabes que algunas propiedades numéricas te pueden ayudar a resolver ecuaciones.

La ***propiedad distributiva*** también te puede ayudar a resolver algunas ecuaciones.

Esta propiedad establece que cuando un factor se multiplica por la suma de dos números, podemos multiplicar cada uno de los dos números por el factor y luego sumarlos.

$7 \times (4+k) = (7 \times 4) + (7 \times k) = 28 + 7k$

$2(a+3) = (2 \times a) + (2 \times 3) = 2a + 6$

La multiplicación también se puede distribuir sobre la sustracción.

Aquí hay dos situaciones que muestran la propiedad distributiva.

$7 \times (4-k) = (7 \times 4) - (7 \times k) = 28 - 7k$

$2(a-3) = (2 \times a) - (2 \times 3) = 2a - 6$

Veamos cómo la propiedad distributiva nos puede ayudar a resolver algunas ecuaciones de varios pasos.

Encuentra el valor de k en: $5(3+k) = 45$

Aplica la propiedad distributiva al lado izquierdo de la ecuación. Multiplica cada uno de los dos números dentro del paréntesis por 5 y luego suma los productos.

$$\begin{aligned} 5(3+k)\#38; &= 45 \\ (5*3)+(5*k)\#38; &= 45 \\ 15+5k\#38; &= 45 \end{aligned}$$

Ahora, resuélvela como lo harías con una ecuación de dos pasos. Para obtener $5k$ por sí sola a un lado de la ecuación, resta 15 a ambos lados.

$$\begin{aligned} 15+5k\#38; &= 45 \\ 15-15+5k\#38; &= 45-15 \\ 0+5k\#38; &= 30 \\ 5k\#38; &= 30 \end{aligned}$$

Para obtener k por sí sola a un lado de la ecuación, divide ambos lados por 5.

$$\begin{aligned} 5k\#38; &= 30 \\ \frac{5k}{5}\#38; &= \frac{30}{5} \\ 1k\#38; &= 6 \\ k\#38; &= 6 \end{aligned}$$

El valor de k es 6.

Observemos otro ejemplo.

$2(y-9)=40$

Ahora, podemos distribuir el dos multiplicándolo por los términos dentro del paréntesis. Observa que el segundo término tiene un signo de sustracción delante. Recuerda incluir ese signo cuando multiplicas.

$2y-18=40$

Luego, calculamos y tal como lo hariamos con una ecuación de dos pasos.

$$\begin{aligned} 2y-18\#38; &= 40 \\ 2y-18+18\#38; &= 40+18 \\ 2y\#38; &= 58 \\ y\#38; &= 29 \end{aligned}$$

El valor de y es 29.

Ejemplo A

$6(x+4)=42$

Solución:#38;#160; $x=3$

Ejemplo B

$4(y-8)=16$

Solución:#38;#160; $y=12$

Ejemplo C

$12(x-2)=48$

Solución:#38;#160; $x=6$

Ahora, regresemos al problema del comienzo de la sección.

$7(x+2)=28$

Esta es la ecuación que necesitamos resolver.

Primero, tenemos que simplificar el lado izquierdo de la ecuación eliminando el paréntesis. Para hacer esto, multiplicamos ambos términos dentro del paréntesis por 7.

$7x+14=28$

Luego, resolvemos esta ecuación de dos pasos. Restamos 14 a ambos lados de la ecuación.

$7x+14-14=28-14$

$7x=14$

Ahora, podemos resolver la ecuación de un solo paso dividiendo ambos lados de la ecuación por 7.

$x=2$

Esta es nuestra respuesta final.

Vocabulario

Propiedad Distributiva
: establece que puedes multiplicar un término afuera de un paréntesis con los términos dentro de este para simplificar el paréntesis.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Encuentra el valor de x en: $3(3-x)=12$

Solución

Aplica la propiedad distributiva al lado izquierdo de la ecuación. Multiplica cada uno de los números dentro del paréntesis por 3 y luego, sustrae los productos. Te puede ayudar recordar que $x=1x$.

$$\begin{aligned}
3(3-x)\#38;&=12\\
3(3-1x)\#38;&=12\\
(3\cdot 3)-(3\cdot 1x)\#38;&=12\\
9-3x\#38;&=12
\end{aligned}$$

Ahora, resuelve como lo harías con una ecuación de dos pasos. Primero, necesitamos despejar el término que incluye la variable, $3x$, a un lado de la ecuación. En la ecuación, $3x$ se sustrae de 9. Sustraer $9-3x$ es lo mismo que añadir $9+(-3x)$. Vuelve a escribir el lado izquierdo de la ecuación para mostrar que 9 se suma a $-3x$, y luego sustrae 9 a ambos lados.

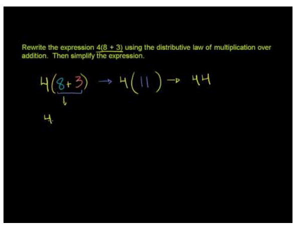
$$\begin{aligned}
9-3x\#38;&=12\\
9+(-3x)\#38;&=12\\
9-9+(-3x)\#38;&=12-9\\
0+(-3x)\#38;&=3\\
-3x\#38;&=3
\end{aligned}$$

Para obtener x por sí sola a un lado de la ecuación, divide ambos lados por -3. Necesitarás usar tus conocimientos de división de números enteros para ayudarte. Por ejemplo, sabes que cuando divides dos números enteros negativos, el cuociente será positivo. Ya que sabes que $-3\div(-3)=1$, también sabes que $-3x\div(-3)=1x$. Para repasar cómo trabajar con números enteros, revisa las Lecciones 2.5 y 2.6.

$$\begin{aligned}-3x\#38;&= 3\\ \frac{-3x}{-3}\#38;&= \frac{3}{-3}\\ 1x\#38;&= -1\\ x\#38;&= -1\end{aligned}$$

El valor de x es -1.

Revisa este video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5328

Haz clic en la imagen anterior para más información

Khan Academy The Distributive Property

Practica

Instrucciones: usa la propiedad distributiva para resolver cada ecuación.

1. $2(x+3) = 10$
2. $5(x+4) = 25$
3. $9(x-3) = 27$
4. $7(x+5) = 70$
5. $5(x-6) = 45$
6. $8(y-4) = 40$
7. $7(x+3) = -7$
8. $8(x-2) = 8$
9. $9(y+1) = 90$
10. $-3(y+4) = 24$
11. $-2(y-4) = 16$
12. $-4(x-1) = 8$
13. $9(y-4) = 36$
14. $7(y-3) = 21$
15. $-9(y-2) = 27$

3.7 Resolución de ecuaciones con la propiedad distributiva y combinar términos semejantes

Aquí, resolverás ecuaciones con la propiedad distributiva y combinando términos semejantes.

¿Te gustan los dulces? Observa este sabroso problema.

A ocho niños les dieron algunos dulces. Luego, a seis niños les dieron la misma cantidad desconocida de dulces. Luego, a dos niños les dieron la misma cantidad desconocida de dulces, además de otros tres dulces. El número total de dulces que se dieron fue de treinta y ocho.

Si este es el caso, ¿cuál es la cantidad desconocida de dulces?

¿Sabes cómo resolver este problema? Escribe una ecuación y luego resuélvela para encontrar la cantidad desconocida de dulces. Pon atención y podrás resolver este problema al final de esta sección.

Orientación

Para resolver algunas ecuaciones de varios pasos, necesitarás usar la propiedad distributiva y combinar términos semejantes. Cuando esto suceda, verás que hay más de un término con la misma variable o que hay más de un número en la ecuación. Siempre querrás combinar todo lo que puedas antes de empezar a resolver la ecuación.

Apliquemos esto a la siguiente situación.

Encuentra el valor de m en: $6(1+2m)-3m=24$

Aplica la propiedad distributiva al lado izquierdo de la ecuación. Multiplica cada uno de los dos números dentro del paréntesis por 6 y luego suma los productos.

$$\begin{aligned} 6(1+2m)-3m\#38;&=24\\ (6*1)+(6*2m)-3m\#38;&=24\\ 6+12m-3m\#38;&=24 \end{aligned}$$

Luego, sustrae los términos semejantes; $12m$ y $3m$ al lado izquierdo de la ecuación.

$$\begin{aligned} 6+12m-3m\#38;&=24\\ 6+(12m-3m)\#38;&=24\\ 6+9m\#38;&=24 \end{aligned}$$

Finalmente, resuelve como resolverías una ecuación de dos pasos. Resta 6 a ambos lados de la ecuación.

$$\begin{aligned} 6+9m\#38;&=24\\ 6-6+9m\#38;&=24-6\\ 0+9m\#38;&=18\\ 9m\#38;&=18 \end{aligned}$$

Ahora, divide ambos lados de la ecuación por 9.

$$
\begin{aligned}
9m\#38; &= 18 \\
\frac{9m}{9}\#38; &= \frac{18}{9} \\
1m\#38; &= 2 \\
m\#38; &= 2
\end{aligned}
$$

El valor de m es 2.

Aquí hay otro ejemplo.

Encuentra el valor de b en: $-4(2+3b)+5b=13$

Aplica la propiedad distributiva al lado izquierdo de la ecuación. Multiplica cada uno de los dos términos dentro del paréntesis por -4 y luego suma los productos.

$$
\begin{aligned}
-4(2+3b)+5b\#38; &= 13 \\
(-4*2)+(-4*3b)+5b\#38; &= 13 \\
-8+(-12b)+5b\#38; &= 13
\end{aligned}
$$

Luego, suma los términos semejantes en lado izquierdo de la ecuación. Para sumar esos términos semejantes, $-12b$ y $5b$, necesitarás usar tus conocimientos sobre sumar números enteros. Para repasar cómo añadir y sustraer números enteros, revisa la Lección 2.5.

$$
\begin{aligned}
-8+(-12b)+5b\#38; &= 13 \\
-8+(-12b+5b)\#38; &= 13 \\
-8+(-7b)\#38; &= 13
\end{aligned}
$$

Finalmente, resuelve como lo harías con una ecuación de dos pasos. Ya que -8 se suma a $(-7b)$, puedes sustraer -8 a ambos lados de la ecuación para resolverla.

$$
\begin{aligned}
-8+(-7b)\#38; &= 13 \\
-8-(-8)+(-7b)\#38; &= 13-(-8) \\
(-8+8)+(-7b)\#38; &= 13+8 \\
0+(-7b)\#38; &= 21 \\
-7b\#38; &= 21
\end{aligned}
$$

Ahora, divide ambos lados de la ecuación por -7.

$$
\begin{aligned}
-7b\#38; &= 21 \\
\frac{-7b}{-7}\#38; &= \frac{21}{-7} \\
1b\#38; &= -3 \\
b\#38; &= -3
\end{aligned}
$$

El valor de b es -3.

Ejemplo A

$6(x+4)+3x-2=54$

Solución:#38;#160; $x=4$

Ejemplo B

$6y+3(y-4)=33$

Solución:#38;#160; $y=5$

Ejemplo C

$5(a+3)+6(a+1)+8a=40$

Solución:#38;#160; $a=1$

Ahora, regresemos al problema del comienzo de la sección.

A ocho niños les dieron algunos dulces. Luego, a otros seis niños diferentes les dieron la misma cantidad desconocida de dulces. Entonces, a dos niños les dieron la misma cantidad desconocida de dulces, además de otros tres dulces. El número total de dulces que se dieron fue de treinta y ocho.

Primero, escribe una ecuación. Descompón en problema pieza por pieza. Usaremos c para la cantidad desconocida de dulces que se dieron.

$8c+6c+2(c+3)=38$

Esta es nuestra ecuación.

Ahora, resuelve la ecuación eliminando los paréntesis en primer lugar.

$8c+6c+2c+6=38$

Luego, combina los términos semejantes.

$16c+6=38$

Ahora, resta 6 a ambos lados de la ecuación.

$16c+6-6=38-6$

$16c=32$

$c=2$

La cantidad desconocida de dulces era dos.

Vocabulario

Términos Semejantes
términos que incluyen una variable común.

Propiedad Conmutativa de Adición
establece que el orden en que se añaden diferentes números no altera la suma.

Propiedad Asociativa de Adición
establece que puedes cambiar los grupos de números que se suman sin cambiar la suma.

Propiedad Distributiva
establece que puedes multiplicar un término fuera del paréntesis con los términos dentro de este para simplificar los paréntesis.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Encuentra el valor de x .

$-5x+3(x+1)-4x=45$

Solución

Primero, distribuye el tres y elimina los paréntesis.

$-5x+3x+3-4x=45$

Ahora, combina los términos semejantes.

$-2x+3-4x=45$

Combina de nuevo, porque hay varios términos para combinar en este problema.

$-6x+3=45$

Luego, sustrae 3 a ambos lados de la ecuación.

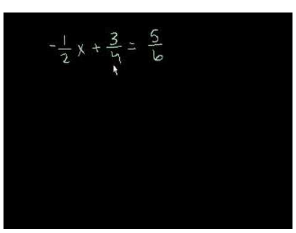
$-6x+3-3=45-3$

$-6x=42$

$x=-7$

Esta es nuestra respuesta.

Revisa este video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58509

Haz clic en la imagen anterior para más información

Khan Academy Solving Linear Equations 2

Practica

Instrucciones: Distribuye y combina términos semejantes y entonces resuelva cada ecuación.

1. $x+8(x+2)=52$
2. $2y+6(y+3)=34$
3. $4y+2(y-2)=8$
4. $9y+3(y-6)=30$

5. $6(x+2)-4x=30$
6. $3(y-1)+2(y+3)=13$
7. $4(a+3)-2(a+6)=20$
8. $6(x+2)-4x+6=36$
9. $-9(x+3)+4x=-2$
10. $-4(y+3)-2y=24$
11. $4(a+2)-9=11$
12. $-8(y+2)-16=16$
13. $5(a+4)-6a+1=12$
14. $x+3x+2x+3(x+1)=30$
15. $2x+4x+6x-2(x+3)=34$

3.8 Resolución de ecuaciones con una variable a ambos lados

Aquí, resolverás ecuaciones con una variable a ambos lados.

La banda está vendiendo palomitas de maíz para recaudar fondos. Durante las últimas semanas, los estudiantes han estado vendiendo con la esperanza de conseguir el dinero suficiente para comprar nuevos uniformes.

"De verdad espero que consigamos lo suficiente para comprar los azules", le dijo Josie a Jake y Karen, en el almuerzo.

"Yo también", dijo Karen.

"Estuve enfermo muchas veces, por lo que no vendí tantas cajas como esperaba", suspiró Jake.

"No importa, Jake. Esas cosas pasan", le dijo Karen sonriendo.

Esa tarde después de la práctica, Karen fue a organizar los pedidos que habían llegado. Empezó a contar todas las ventas que hicieron los estudiantes. Descubrió que ella y Josie habían vendido la misma cantidad de cajas. Josie vendió treinta y seis cajas más que Jake, quien había estado enfermo. Ella vendió el triple de lo que vendió Jake. Karen comenzó a averiguar cuántas cajas vendió Jake.

¿Puedes resolver esto? Necesitarás entender cómo trabajar con variables de una nueva manera para escribir una ecuación y resolverla. Aprenderás cómo hacerlo en la siguiente sección.

Orientación

¿Te acuerdas de cómo resolver una ecuación básica?

Considera el problema, $12+t=30$.

La estrategia para resolver esta ecuación es usar las operaciones inversas para despejar la variable , t , a un lado de la ecuación. Ya que 12 se suma a t , sustraerás 12 a ambos lados de la ecuación para obtener t por sí sola.

$$12+t\#38;=30$$
$$12-12+t\#38;=30-12$$
$$0+t\#38;=18$$
$$t\#38;=18$$

¿Qué pasaría si necesitas resolver una ecuación como esta?

$12+t=30+3t$

¿Cómo resolvemos una ecuación con variables a ambos lados?

Para resolver una ecuación que tiene las mismas variables a ambos lados, usarás la misma estrategia básica que ya conoces. Usarás operaciones inversas para despejar las variables a un lado de la ecuación. Harás esto usando las operaciones inversas para obtener todos los términos que incluyen variables a un lado de la ecuación y usando operaciones inversas para obtener todos los términos numéricos al otro lado. Una vez que hagas esto, serás capaz de calcular la variable.

Piensa en forma lógica y esto adquiere sentido. Obtienes las variables juntas a un lado de la ecuación y luego, obtienes los números juntos al otro lado de la ecuación. Una vez que hayas hecho esto, puedes combinar los términos semejantes y calcular el valor de la variable.

Encuentra el valor de t en: $12+t=30+3t$.

La variable, t , está a ambos lados de la ecuación. Podemos trabajar con los términos con variables de la misma forma que trabajamos con los números. Esto es, podemos usar las operaciones inversas para obtener todos los términos con la variable, t , a un lado de la ecuación. Entonces, tal como podemos sustraer 12 a ambos lados de la ecuación para obtener todos los términos números al lado derecho de la ecuación, podemos sustraer t a ambos lados de la ecuación para obtener todos los términos con variables al lado *derecho* de la ecuación.

Alternativamente, podemos sustraer $3t$ a ambos lados de la ecuación para obtener todos los términos con variables al lado *izquierdo* de la ecuación. No importa qué paso tomemos. Cualquiera nos dará la respuesta correcta. Sin embargo, ya que es más facil restar $3t-t$ que restar $t-3t$, sustraemos t a ambos lados de la ecuación. Recuerda, $t=1t$.

$$12+t\#38;=30+3t$$
$$12+t-t\#38;=30+3t-t$$
$$12+0\#38;=30+2t$$
$$12\#38;=30+2t$$

Ahora, la única variable está al lado derecho de la ecuación. Entonces, obtengamos todos los términos numéricos al lado izquierdo de la ecuación. Ya que 30 se añade a $2t$, podemos obtener $2t$ por sí sola al lado derecho de la ecuación sustrayendo 30 a ambos lados. Recuerda que sustraer 30 a 12 es lo mismo que añadir -30 a 12.

$$12\#38;=30+2t$$
$$12-30\#38;=30-30+2t$$
$$12+(-30)\#38;=0+2t$$
$$-18\#38;=2t$$

Ahora, podemos usar las operaciones inversas para obtener la t por sí sola a una lado de la ecuación. Para hacer esto, dividamos ambos lados por 2. Hacer esto, involucra dividir un número entero negativo, -18, por un número entero positivo, 2.

$$\begin{aligned}
-18\#38; &= 2t \\
\frac{-18}{2}\#38; &= \frac{2t}{2} \\
-9\#38; &= 1t \\
-9\#38; &= t
\end{aligned}$$

El valor de t es -9.

Algunas veces, una ecuación tendrá paréntesis y variables a ambos lados de la ecuación. La ***propiedad distributiva*** ayuda bastante a resolver estas ecuaciones.

Encuentra el valor de a en: $4a+16 = 13a-(2a+3a)$

El primer paso debe ser simplificar la expresión al lado derecho de la ecuación. De acuerdo al orden de las operaciones, primero debemos combinar los términos semejantes dentro de los paréntesis. Luego, podemos simplificar el resto de la expresión, como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}
4a+16\#38; &= 13a-(2a+3a) \\
4a+16\#38; &= 13a-5a \\
4a+16\#38; &= 8a
\end{aligned}$$

Ahora, observa que la variable, a , está a ambos lados de la ecuación. Podemos usar las operaciones inversas para obtener todos los términos con la variable, a , a un lado de la ecuación. Ya que hay un número al lado izquierdo de la ecuación y no hay números al lado derecho, es más fácil tratar de obtener todos los términos con variable al lado derecho de la ecuación. Podemos obtener todos los términos con variable al lado derecho de la ecuación sustrayendo $4a$ a ambos lados.

$$\begin{aligned}
4a+16\#38; &= 8a \\
4a-4a+16\#38; &= 8a-4a \\
0+16\#38; &= 4a \\
16\#38; &= 4a
\end{aligned}$$

Ahora, el único término con una variable, $4a$, está al lado derecho de la ecuación. El único término numérico, 16, está en el lado izquierdo. Para calcular a , podemos dividir ambos lados de la ecuación por 4.

$$\begin{aligned}
16\#38; &= 4a \\
\frac{16}{4}\#38; &= \frac{4a}{4} \\
4\#38; &= 1a \\
4\#38; &= a
\end{aligned}$$

El valor de a es 4.

Ejemplo A

$6x+3 = 9x+6$

Solución:#38;#160; $x = -1$

Ejemplo B

$4x+x+2=10x-13$

Solución:#38;#160; $x=3$

Ejemplo C

$8y+2y=20y+10$

Solución:#38;#160; $y=-1$

Ahora, regresemos al problema del comienzo de la sección.

Primero, escribimos una ecuación.

$x=$ **el número de cajas que vendió Jake. Esta es nuestra cantidad desconocida.**

$x+36=$ **el número de cajas que vendió Josie.**

$3x=$ **el número de cajas que vendió Karen.**

$x+36=3x$

Ahora calcula x .

$$x-x+36\#38;=3x-x$$
$$36\#38;=2x$$
$$18\#38;=x$$

Jake vendió 18 cajas de palomitas de maíz.

Karen y Josie vendieron la misma cantidad. Podemos usar la información que nos dio Karen que dice que ella vendió el triple de cajas que vendió Jake.

$$\#38;3x$$
$$\#38;3(18)=54$$

Josie y Karen vendieron 54 cajas de palomitas de maíz cada una.

Vocabulario

Propiedad Distributiva
: establece que podemos simplificar una expresión con paréntesis multiplicando un término fuera de estos con cada uno de los términos dentro de los paréntesis.

Operación Inversa
: la operación opuesta

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

$6x+1=8x+3$

Para trabajar descompongamos este problema. Primero, necesitamos mover los términos con variables al mismo lado de la ecuación. Movamos la $6x$. Podemos hacer esto, usando una operación inversa. Sustraemos $6x$ a ambos lados de la ecuación.

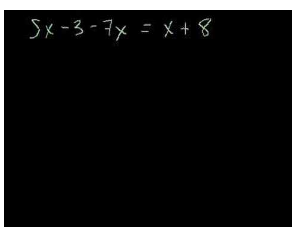
$$
\begin{aligned}
6x+6x+1\#38; &= 8x-6x+3\\
1\#38; &= 2x+3
\end{aligned}
$$

Aquí realizamos la operación inversa y entonces simplificamos la ecuación. Ahora, podemos resolverla tal como lo haríamos con una ecuación de dos pasos. Observa y vigila si terminas trabajando con números negativos. ¡No mezcles los signos!

$$
\begin{aligned}
1\#38; &= 2x+3\\
1-3\#38; &= 2x+3-3\\
-2\#38; &= 2x\\
-1\#38; &= x
\end{aligned}
$$

El valor de x es -1.

Revisa este video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/128

Haz clic en la imagen anterior para más información

Khan Academy Solving Linear Equations 3

Practica

Instrucciones: Resuelve cada ecuación con variables a ambos lados.

1. $6x=2x+16$
2. $5y=3y+12$
3. $4y=y-18$
4. $8x=10x+20$
5. $7x=4x+24$
6. $9y=2y-21$
7. $-6x+22=5x$
8. $15y=9y+36$
9. $14x=10x-40$

10. $19y = 4y - 30$
11. $18x = 2x - 32$
12. $4x + 1 = 2x + 5$
13. $6x + 4 = 4x + 10$
14. $8x + 3 = 5x + 9$
15. $10y - 4 = 6y - 12$
16. $8x - 5 = 10x - 13$
17. $12y - 8 = 14y + 14$
18. $18x - 5 = 20x + 19$
19. $-20y + 8 = -8y - 4$

Instrucciones: Resuelve cada ecuación con variables a ambos lados, simplificando cada ecuación usando, en primer lugar, la propiedad distributiva.

20. $2(x + 3) = 8x$
21. $3(x + 5) = -2x$
22. $9y = 4(y - 5)$

3.9 Resolución de ecuaciones de varios pasos que presentan decimales

Aquí, resolverás ecuaciones de múltiples pasos que presentan decimales.

¿Has contado alguna vez monedas? Observa esta situación que involucra muchas monedas diferentes.

Sam encontró una gran cantidad monedas bajo su cama. Tiene una pila de monedas de 25 centavos, otra de 10 centavos y otra de 5 centavos. Tiene el mismo número de monedas de cada tipo. Cuando las suma todas, tiene ocho dólares y ocho centavos.

¿Cuántas monedas de cada tipo tiene Sam?

Para averiguar esto, necesitaremos escribir una ecuación y resolverla. Esta sección te mostrará cómo trabajar con ecuaciones que tienen decimales.

Orientación

¿Sabías que puedes resolver ecuaciones que tienen números racionales? ¿Sabes lo que es un número racional? ¿Qué tiene que ver esto con los números enteros? ¿Sabías que están conectados?

Primero, piensa sobre los números enteros.

Los ***números enteros*** **incluyen números positivos totales (1, 2, 3, 4, 5, . . .), sus opuestos (-1, -2, -3, -4, -5, . . .), y el cero.**

Los enteros son ***números racionales*** .

Un número racional es cualquier número que se puede escribir como la razón de dos números enteros o en forma de fracción. Entonces, un número entero como -3, el cual se puede escribir como la proporción $\frac{-3}{1}$, es un número racional.

¿Cuáles son algunos otros números racionales?

Una ***fracción,*** como $\frac{1}{4}$, obviamente puede escribirse como la proporción de dos números enteros. Entonces, las fracciones son números racionales.

Un ***decimal exacto,*** como 0,1, es también un número racional porque se puede escribir como la proporción $\frac{1}{10}$. Un ***decimal periódico,*** como $0.\overline{3}$, es irracional porque aún cuando el dígito 3 se repite una y otra vez en la forma decimal, se puede expresar como la proporción de dos números enteros: $\frac{1}{3}$.

Todos los números enteros, fracciones, decimales exactos y decimales periódicos son números racionales.

Puedes resolver ecuaciones que tienen otros números racionales.

Comencemos por ver cómo resolver ecuaciones que tienen decimales.

Usarás la misma estrategia para resolver ecuaciones de múltiples pasos que incluyen decimales que usarías para resolver cualquier otra ecuación de varios pasos. Primero, combinarás los términos semejantes o usarás la propiedad distributiva para simplificar la ecuación. Luego, usarás las operaciones inversas para despejar la variable a un lado de la ecuación.

Recuerda, necesitarás acordarte de cómo realizar operaciones que presentan decimales para poder resolver eficazmente ecuaciones con decimales.

Encuentra el valor de x en: $3x - 2.5x + 0.5 = 4.5$

Primero, sustrae los términos semejantes: $3x$ **y** $2.5x$ **, a un lado de la ecuación. Puede ser útil recordar que** $3x = 3.0x$ **.**

$$\begin{aligned} 3x - 2.5x + 0.5\#38; &= 4.5 \\ (3.0x - 2.5x) + 0.5\#38; &= 4.5 \\ 0.5x + 0.5\#38; &= 4.5 \end{aligned}$$

Observa que 0,5 no se puede combinar con $0.5x$ ***porque no son términos semejantes.***

Ahora, podemos resolver como lo haríamos con una ecuación de dos pasos.

El siguiente paso es despejar el término con la variable, $0.5x$, un lado de la ecuación. Ya que 0,5 se *suma* a $0.5x$, debemos sustraer 0,5 a ambos lados de la ecuación.

$$\begin{aligned} 0.5x + 0.5\#38; &= 4.5 \\ 0.5x + 0.5 - 0.5\#38; &= 4.5 - 0.5 \\ 0.5x + 0\#38; &= 4.0 \\ 0.5x\#38; &= 4 \end{aligned}$$

Ya que $0.5x$ equivale a $0.5 \cdot x$, el siguiente paso es dividir cado lado de la ecuación por 0,5 para obtener x por sí sola a un lado de la ecuación.

$$\begin{aligned} 0.5x\#38; &= 4 \\ \frac{0.5x}{0.5}\#38; &= \frac{4}{0.5} \\ 1x\#38; &= 8 \\ x\#38; &= 8 \end{aligned}$$

El valor de x es 8.

Exactamente, la parte más complicada es recordar las reglas de la adición, la sustracción, la multiplicación y la división de decimales. Una vez que recuerdes estas reglas, puedes aplicarlas para trabajar con las ecuaciones.

Ejemplo A

$.7x = 4.90$

Solución:#38;#160; $x = 7$

Ejemplo B

$.3x + 10 = 31$

Solución:#38;#160; $x = 70$

Ejemplo C

$.18x + .2x + 4 = 4.76$

Solución:#38;#160; $x = 2$

Ahora, volvamos al problema al comienzo de la sección.

Sam encontró una gran cantidad de monedas bajo su cama. Tiene una pila de monedas de 25 centavos, otra de 10 centavos y otra de 5 centavos. Tiene el mismo número de monedas de cada tipo. Cuando las suma todas, tiene ocho dólares y ocho centavos.

Podemos averiguar cuántas monedas de cada tipo ha coleccionado Sam. Usemos la variable c como la cantidad desconocida de monedas.

Aquí está nuestra ecuación.

$.25c + .05c + .10c = 8.80$

Nuestra operación es adición porque Sam averiguó la cantidad total de dinero.

Ahora que tenemos una ecuación, el siguiente paso es combinar los términos semejantes.

$.4c = 8.80$

Luego, dividimos ambos lados por, 4.

$c = 22$

Sam tiene 22 monedas de cada tipo.

Vocabulario

Números Enteros
el conjunto de números totales y sus opuestos.

Números Racionales
un conjunto de números que incluye los números enteros, los decimales, las fracciones y los decimales exactos y periódicos. Estos números se puede escribir como fracción.

Fracción
una parte de un total escrita usando un numerador y un denominador.

Decimal
una parte de un total escrita usando valor posicional y una coma decimal.

Decimal Periódico
un decimal en el que los dígitos repiten un patrón y eventualmente terminan.

Decimal Exacto
un decimal en el que los dígitos eventualmente terminan, pero los números no repiten un patrón.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Encuentra el valor de x en: $0,1(z-4.2) = 0.48$

Solución

Primero, puedes ver que tenemos paréntesis en esta ecuación. Aplica la propiedad distributiva al lado izquierdo de la ecuación. Multiplica cada uno de los dos números dentro del paréntesis por 0,1 y luego sustrae los productos.

$$\begin{aligned} 0,1(z-4.2)\#38; &= 0.48 \\ (0,1*z)-(0.1*4.2)\#38; &= 0.48 \\ 0.1z-0.42\#38; &= 0.48 \end{aligned}$$

Ahora, resuelve tal como lo harías con una ecuación de dos pasos. Para obtener $0.1z$ por sí sola a un lado de la ecuación, añade 0,42 a ambos lados.

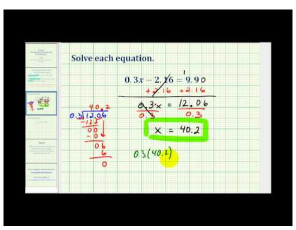
$$
\begin{aligned}
0.1z - 0.42\#38; &= 0.48\\
0.1z - 0.42 + 0.42\#38; &= 0.48 + 0.42\\
0.1z + (-0.42 + 0.42)\#38; &= 0.9\\
0.1z + 0\#38; &= 0.9\\
0.1z\#38; &= 0.9
\end{aligned}
$$

Para obtener z por sí sola a un lado de la ecuación, divide ambos lados por 0,1.

$$
\begin{aligned}
0.1z\#38; &= 0.9\\
\frac{0.1z}{0.1}\#38; &= \frac{0.9}{0.1}\\
1z\#38; &= 9\\
z\#38; &= 9
\end{aligned}
$$

El valor de z es 9.

Revisa este video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58511

Haz clic en la imagen anterior para más información

Solving Two-Step Equations with Decimals

Practica

Instrucciones: resuelve cada ecuación para encontrar el valor de la variable.

1. $3.2n + 6.5n = 38.8$
2. $0.2(3 + p) = 4.6$
3. $0.09y - 0.08y = 1.2$
4. $.06x + .05x = .99$
5. $.9x = 81$
6. $.6x + 1 = 19$
7. $9.05x = 27.15$
8. $.16x + 3 = 3.48$
9. $2.3a + 4 = 15.5$
10. $2(a + 4) + .5a = 23$
11. $.54y + .16y + .22y = 3.68$

12. $\frac{x}{.6} = .8$
13. $\frac{y}{.25} = 9$
14. $.6x - .5x + 11 = 12.1$
15. $.26x + .18x = -3.08$

3.10 Resolución de ecuaciones de múltiples pasos que tienen fracciones

Aquí resolverás ecuaciones de múltiples pasos que tienen fracciones.

¿Alguna vez has intentado resolver problemas que tienen millas? Estudia esta situación.

El domingo, Leah caminó 4 millas. El lunes, Leah caminó un tercio de las millas que caminó el martes. Leah caminó 12 millas durante esos 3 días.

La t representará el número de millas que Leah caminó el martes. Escribe una ecuación algebraica que represente el número total de millas que ella caminó durante los 3 días. Encuentra el número de millas que Leah caminó el martes. Encuentra el número de millas que Leah caminó el lunes.

Presta atención a esta sección, ya que te ayudará a calcular fracciones. Entonces, podrás resolver tus problemas de forma exitosa.

Orientación

¿Sabes cómo resolver esta ecuación que tiene fracciones?

Encuentra el valor de n en: $n - \frac{n}{2} - \frac{1}{12} = \frac{5}{6}$

Veamos cómo podemos hacer esto.

Primero, resta los términos semejantes n y $\frac{n}{2}$ que están al lado izquierdo de la ecuación. Recuerda que $\frac{n}{2} = \frac{1}{2}n$ y que $n = 1n = \frac{2}{2}n$.

$$\begin{aligned} n - \frac{n}{2} - \frac{1}{12}\#38; &= \frac{5}{6} \\ \left(\frac{2}{2}n - \frac{1}{2}n\right) - \frac{1}{12}\#38; &= \frac{5}{6} \\ \frac{n}{2} - \frac{1}{12}\#38; &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

El siguiente paso es despejar el término con la variable, $\frac{n}{2}$, a una lado de la ecuación. Ya que $\frac{1}{12}$ se resta de $\frac{n}{2}$, deberías sumar $\frac{1}{12}$ a ambos lados de la ecuación.

Al realizar este paso, deberás sumar $\frac{1}{12}$ y $\frac{5}{6}$, dos fracciones con distinto denominador. Antes de sumar estas fracciones, necesitarás darles un denominador común. Esto significa que necesitas encontrar un múltiple común para los dos denominadores y reescribir las ecuaciones para que sean una fracción equivalente con ese denominador. Ya que mínimo común múltiple de 12 y 6 es 12, necesitarás reescribir $\frac{5}{6}$ como una fracción equivalente con denominador 12. No necesitas reescribir $\frac{1}{12}$ ya que esta ya tiene denominador 12.

$$\begin{aligned}
\frac{n}{2}-\frac{1}{12}\#38;&=\frac{5}{6}\\
\frac{n}{2}-\frac{1}{12}+\frac{1}{12}\#38;&=\frac{5}{6}+\frac{1}{12}\\
\frac{n}{2}+\left(-\frac{1}{12}+\frac{1}{12}\right)\#38;&=\frac{5}{6}+\frac{1}{12} && \#38;\#38;\frac{5}{6}=\frac{5*2}{6*2}=\frac{10}{12}\\
\frac{n}{2}+0\#38;&=\frac{10}{12}+\frac{1}{12}\\
\frac{n}{2}\#38;&=\frac{11}{12}
\end{aligned}$$

Ya que $\frac{n}{2}$ es lo mismo que $n \div 2$, debemos multiplicar cada lado de la ecuación por 2 o $\frac{2}{1}$ para, así, tener n por sí misma en un lado de la ecuación.

$$\begin{aligned}
\frac{n}{2}\#38;&=\frac{11}{12}\\
\frac{n}{\cancel{2}}*\frac{\cancel{2}}{1}\#38;&=\frac{11}{12}*\frac{2}{1}\\
\frac{n}{1}\#38;&=\frac{22}{12}\\
n\#38;&=\frac{11}{6}=1\frac{5}{6}
\end{aligned}$$

El valor de n es $1\frac{5}{6}$.

Algunas ecuaciones con fracciones también tendrán un conjunto de paréntesis en ellas. Para calcular estos problemas, necesitarás utilizar la propiedad distributiva para simplificar la ecuación.

Encuentra el valor de r : $\frac{2}{3}(r+\frac{3}{5})=2$

Utiliza la propiedad distributiva al lado izquierdo de la ecuación. Multiplica cada los dos números que están en el paréntesis por $\frac{2}{3}$ y luego suma sus productos.

$$\begin{aligned}
\frac{2}{3}\left(r+\frac{3}{5}\right)\#38;&=2\\
\left(\frac{2}{3}*r\right)+\left(\frac{2}{\cancel{3}}*\frac{\cancel{3}}{5}\right)\#38;&=2\\
\frac{2}{3}r+\frac{2}{5}\#38;&=2
\end{aligned}$$

Ahora, calcula como lo harías en cualquier ecuación de dos pasos. Para despejar el término de la variable, $\frac{2}{3}r$, en un lado de la ecuación, resta $\frac{2}{5}$ de ambos lados. Para realizar esto, necesitarás reescribir el 2 como $\frac{10}{5}$.

$$\begin{aligned}
\frac{2}{3}r+\frac{2}{5}\#38;&=2\\
\frac{2}{3}r+\left(\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\right)\#38;&=2-\frac{2}{5}\\
\frac{2}{3}r+0\#38;&=\frac{10}{5}-\frac{2}{5}\\
\frac{2}{3}r\#38;&=\frac{8}{5}
\end{aligned}$$

Ya que $\frac{2}{3}r$ es lo mismo que $\frac{2}{3} \times r$, usa la operación inversa a la multiplicación (división) y divide ambos lados de la ecuación por $\frac{2}{3}$. Para esto, deberás dividir $\frac{2}{3}r \div \frac{2}{3}$ al lado izquierdo de la ecuación. Recuerda que, para dividir dos fracciones, toma el reciproco del divisor (la segunda fracción) y multiplica ese reciproco por el dividendo (la primera fracción). Por lo que, $\frac{2}{3}r \div \frac{2}{3}r \times \frac{3}{2}$. Ya que multiplicarás el lado izquierdo de la ecuación por el reciproco de $\frac{2}{3}$, el cual es $\frac{3}{2}$, también deberás multiplicar el lado derecho de la ecuación por $\frac{3}{2}$.

$$\begin{aligned}
\frac{2}{3}r\#38; &= \frac{8}{5}\\
\frac{2}{3}r \div \frac{2}{3}\#38; &= \frac{8}{5} \div \frac{2}{3}\\
\frac{2}{3}r * \frac{3}{2}\#38; &= \frac{8}{5} * \frac{3}{2}\\
\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}r * \frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}\#38; &= \frac{24}{10}\\
1r\#38; &= \frac{12}{5}\\
r\#38; &= 2\frac{2}{5}
\end{aligned}$$

El valor de r es $2\frac{2}{5}$.

Calcula cada una de las variables desconocidas. Recuerda escribir tu respuesta en la forma más simplificada.

Ejemplo A

$\frac{1}{3} + \frac{4}{5} - n = \frac{2}{15}$

Solución:#38;#160; 1

Ejemplo B

$\frac{3}{6} - \frac{1}{3} + x = 1\frac{1}{2}$

Solución: $1\frac{1}{3}$

Ejemplo C

$\frac{1}{2} + \frac{7}{8} + x = 2$

Solución:#38;#160; $\frac{5}{8}$

Ahora regresemos al problema que está al principio de la sección.

Sabes que t representa el número de milla que Leah caminó en martes. Utiliza esa variable para escribir una expresión para el número de millas que Leah caminó el lunes.

$$\begin{aligned}
&\#38; On\ Monday,\ Leah\ walked\ \underline{one-third\ as\ many\ miles\ as \ldots on\ Tuesday}.\\
&\#38; \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \downarrow\\
&\#38; \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \frac{t}{3}\ or\ \frac{1}{3}t
\end{aligned}$$

Así que, sabes que Leah caminó 4 millas el domingo, $\frac{1}{3}t$ millas el lunes y t millas el martes. También sabes que durante esos tres días Leah caminó un *total* de 12 millas. Utiliza esta información para escribir una ecuación para este problema.

$$\begin{array}{llllllll}
\#38; & (\text{miles walked Sun.}) & + & (\text{miles walked Mon.}) & + & (\text{miles walked Tues.}) & = & (\text{total miles walked}) \\
\#38; & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
\#38; & 4 & + & \frac{1}{3}t & + & t & = & 12
\end{array}$$

Por lo que, este problema puede representarse por la ecuación, $4+\frac{1}{3}t+t=12$.

Ahora, busquemos el valor de t . Comienza sumando los términos semejantes que están al lado izquierdo de la ecuación.

$$\begin{aligned}
4+\frac{1}{3}t+t\#38;&=12\\
4+\frac{1}{3}t+\frac{3}{3}t\#38;&=12\\
4+\frac{4}{3}t\#38;&=12
\end{aligned}$$

Resuelve la ecuación para encontrar el valor de t tal como resolverías cualquier ecuación de dos pasos. Resta 4 de cada lado de la ecuación.

$$\begin{aligned}
4+\frac{4}{3}t\#38;&=12\\
4-4+\frac{4}{3}t\#38;&=12-4\\
0+\frac{4}{3}t\#38;&=8\\
\frac{4}{3}t\#38;&=8
\end{aligned}$$

Finalmente, debes dividir ambos lados de la ecuación por $\frac{4}{3}$. Recuerda que es lo mismo que multiplicar ambos lados de la ecuación por $\frac{3}{4}$.

$$\begin{aligned}
\frac{4}{3}t\#38;&=8\\
\frac{4}{3}t*\frac{3}{4}\#38;&=8*\frac{3}{4}\\
\frac{\cancel{4}}{\cancel{3}}t*\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\#38;&=\frac{8}{1}*\frac{3}{4}\\
1t\#38;&=\frac{24}{4}\\
t\#38;&=6
\end{aligned}$$

El valor de t **es 6, por lo que Leah caminó 6 millas el martes.**

¿Cuántas millas caminó Leah el lunes?

Recuerda que Leah caminó $\frac{1}{3}t$ millas el lunes. Ya que $t = 6$, sustituye 6 por t en la expresión para saber cuánta millas caminó Leah el lunes.

$$\frac{1}{3}t = \frac{1}{3} * 6 = \frac{1}{3} * \frac{6}{1} = \frac{6}{3} = 2$$

Leah caminó 2 millas el lunes.

Vocabulario

Números Enteros
el conjunto de números totales y sus opuestos.

Números Racionales
un conjunto de números que incluye los números enteros, los decimales, las fracciones y los decimales exactos y periódicos. Estos números se puede escribir como fracción.

Fracción
una parte de un total escrita usando un numerador y un denominador.

Decimal
una parte de un total escrita usando valor posicional y una coma decimal.

Decimal Periódico
un decimal en el que los dígitos repiten un patrón y eventualmente terminan.

Decimal Exacto
un decimal en el que los dígitos eventualmente terminan, pero los números no repiten un patrón.

Práctica Guiada

A continuación, un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Encuentra el valor de x. Asegúrate que tu respuesta esté en la forma más simplificada.

$\frac{12}{13} + \frac{11}{13} - x = \frac{6}{13}$

Solución

Primero, suma los numeradores de las dos fracciones que tienen el mismo denominador.

$\frac{23}{13} - x = \frac{6}{13}$

Ahora, debemos encontrar la cantidad que se le resta a $\frac{23}{13}$ para obtener $\frac{6}{13}$.

Podemos convertir $\frac{23}{13}$ en un número mixto.

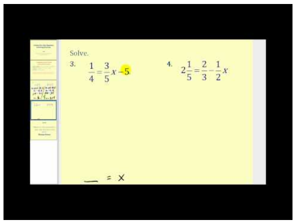
$1\frac{10}{13}$

Ahora nuestro trabajo es más simple.

$10 - 4 = 6$

La respuesta es $x = 1\frac{4}{13}$ **.**

Revisa este video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58513

Haz clic en la imagen anterior para más información

Solving Two-Step Linear Equations with Fractions

Practica

Instrucciones : Resuelve cada una de estas ecuaciones.

1. $\frac{1}{3}x=9$
2. $\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}x=10$
3. $\frac{3}{5}y+1=7$
4. $\frac{3}{4}x=6$
5. $\frac{1}{3}+\frac{4}{6}-x=\frac{1}{2}$
6. $\frac{4}{7}+\frac{2}{7}-x=\frac{2}{7}$
7. $\frac{5}{8}x=10$
8. $\frac{1}{4}y+7=31$
9. $\frac{1}{3}a-4=12$
10. $\frac{6}{7}-27+x=1\frac{1}{7}$
11. $\frac{4}{5}y-\frac{3}{5}y=10$
12. $\frac{2}{3}x=8$
13. $\frac{5}{6}-x=-\frac{1}{6}$
14. $\frac{3}{4}y=\frac{3}{4}$
15. $\frac{6}{8}-\frac{2}{3}+x=\frac{1}{3}$

3.11 Resolución de ecuaciones de múltiples pasos que tienen números racionales

Aquí aprenderás a resolver ecuaciones de múltiples pasos que tienen números racionales.

José ha tocado la trompa por muchos años y, hasta ahora, siempre ha tocado con facilidad. Ahora, la señora Kline, directora de la banda, le ha asignado una nueva pieza musical para tocar y es muy difícil. José ha estado practicando la nueva pieza.

Su mejor práctica fue el sábado, cuando practicó por 90 minutos. El domingo, debía ir a una fiesta de cumpleaños, por lo que practicó por tanto tiempo. El lunes, tenía que estudiar para un examen de matemáticas, por lo que practicó la mitad del tiempo que practicó el lunes.

Cuando José asistió a la práctica de la banda el martes, tuvo dificultades con la pieza musical.

"¿Cuánto tiempo practicaste?" le preguntó la señora Kline.

"En realidad, entre el sábado y el martes practiqué un total de 3 horas", Dijo José.

Si esto es cierto, ¿cuánto tiempo practicó José el lunes y el martes? Deberás escribir una ecuación y resolverla para encontrar la respuesta a este problema. José necesita practicar con la trompeta un poco más y tú necesitarás la información que se enseña en esta sección para ayudarte a solucionar cada problema.

Orientación

Los números racionales incluyen a los enteros, las fracciones y los decimales exactos. En algunos casos, para resolver una ecuación deberás trabajar con una combinación de todas estas clases de números. Si sabes cómo resolver una ecuación, podrás utilizar las mismas reglas para trabajar con números racionales.

Estudia este problema.

Encuentra el valor de b en: $-6\left(1-\frac{b}{12}\right)=\frac{2}{3}$

Este problema tiene dos tipos distintos de números racionales: los enteros (-6 y 1) y las fracciones $\left(\frac{b}{12} \text{ y } \frac{2}{3}\right)$ **. Deberás saber cómo calcular con fracciones al igual que calcular con enteros para, así, resolver la ecuación.**

Utiliza la propiedad distributiva en el lado izquierdo de la ecuación. Multiplica los dos números que están dentro del paréntesis por -6 y, luego, resta los productos resultantes.

$$
\begin{aligned}
-6\left(1-\frac{b}{12}\right) \#38;= \frac{2}{3} \\
(-6*1)-\left(-6*\frac{b}{12}\right) \#38;= \frac{2}{3} \\
-6-\left(\frac{-6}{1}*\frac{1}{12}b\right) \#38;= \frac{2}{3} \\
-6-\left(\frac{-6}{12}b\right) \#38;= \frac{2}{3} \\
-6-\left(-\frac{6}{12}b\right) \#38;= \frac{2}{3} \\
-6+\left(\frac{6}{12}b\right) \#38;= \frac{2}{3}
\end{aligned}
$$

Puede que reconozcas inmediatamente que el término con la variable, $\frac{6}{12}b$, puede simplificarse a $\frac{1}{2}b$ o $\frac{b}{2}$. Puedes esperar a terminar el problema para simplificarlo, pero si quieres (y es lo que recomendamos) puedes simplificarlo antes de comenzar a calcular la ecuación. Esto solo hará el problema más fácil de calcular, por lo que simplifica el término con la variable a $\frac{1}{2}b$.

$$
\begin{aligned}
-6+\frac{6}{12}b \#38;= \frac{2}{3} \\
-6+\frac{1}{2}b \#38;= \frac{2}{3}
\end{aligned}
$$

Ahora, podemos calcular tal como lo haríamos en cualquier ecuación de dos pasos. Para despejar $\frac{1}{2}b$ a un lado de la ecuación podemos restar -6 de ambos lados de la ecuación.

$$
\begin{aligned}
-6+\frac{1}{2}b \#38;= \frac{2}{3} \\
-6-(-6)+\frac{1}{2}b \#38;= \frac{2}{3}-(-6) \\
-6+6+\frac{1}{2}b \#38;= \frac{2}{3}+6 \\
0+\frac{1}{2}b \#38;= 6\frac{2}{3} \\
\frac{1}{2}b \#38;= 6\frac{2}{3}
\end{aligned}
$$

Para dejar a b solo en un lado de la ecuación, deberás dividir cada lado de la ecuación por $\frac{1}{2}$. Recuerda, esto es lo mismo que multiplicar cada lado por $\frac{2}{1}$. Además, recuera que debes reescribir el número mixto $6\frac{2}{3}$ como una fracción impropia $\left(\frac{20}{3}\right)$ antes de multiplicarlo por $\frac{2}{1}$.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}b\#38; &= 6\frac{2}{3}\\ \frac{1}{2}b*\frac{2}{1}\#38; &= 6\frac{2}{3}*\frac{2}{1}\\ \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}b*\frac{\cancel{2}}{\cancel{1}}\#38; &= \frac{20}{3}*\frac{2}{1}\\ 1b\#38; &= \frac{40}{3}\\ b\#38; &= 13\frac{1}{3}\end{aligned}$$

El valor de b es $13\frac{1}{3}$.

Ahora, resolvamos una expresión algebraica que tiene tanto decimales como fracciones.

Encuentra el valor de k en: $0.4k+0.2k+\frac{3}{10}=\frac{9}{10}$.

Primero, suma los términos semejantes $0.4k$ y $0.2k$ al lado izquierdo de la ecuación.

$$\begin{aligned}0.4k+0.2k+\frac{3}{10}\#38; &= \frac{9}{10}\\ 0.6k+\frac{3}{10}\#38; &= \frac{9}{10}\end{aligned}$$

El siguiente paso es despejar el término con la variable, $0.6k$, a un lado de la ecuación. Podemos realizar esto al restar $\frac{3}{10}$ de ambos lados de la ecuación.

$$\begin{aligned}0.6k+\frac{3}{10}\#38; &= \frac{9}{10}\\ 0.6k+\frac{3}{10}-\frac{3}{10}\#38; &= \frac{9}{10}-\frac{3}{10}\\ 0.6k+0\#38; &= \frac{6}{10}\\ 0.6k\#38; &= \frac{6}{10}\end{aligned}$$

Ya que $0.6k$ es lo mismo que $0.6\times k$, debemos dividir cada lado de la ecuación por 0,6 para dejar k sola, a un lado de la ecuación. Para esto, debemos dividir una fracción, $\frac{6}{10}$, por un decimal, 0,6. Para esto, deberás convertir amos números para te tengan la misma forma. Una manera de hacer esto es convertir la fracción $\frac{6}{10}$ a un decimal. Podemos leer, $\frac{6}{10}$ como "seis décimos", por lo que la forma decimal de $\frac{6}{10}$ es 0,6.

$$\begin{aligned}0.6k\#38; &= \frac{6}{10}\\ 0.6k\#38; &= 0.6\\ \frac{0.6k}{0.6}\#38; &= \frac{0.6}{0.6}\\ 1k\#38; &= 1\\ k\#38; &= 1\end{aligned}$$

El valor de k es 1.

Ejemplo A

$8.7n - 3.2n + 4.5 = 37.5$

Solución:#38;#160; $n = 6$

Ejemplo B

$\frac{x}{.9} = -72$

Solución:#38;#160; $x = -64.8$

Ejemplo C

$17x - 22.3x + 4 = -33.1$

Solución:#38;#160; $x = 7$

Ahora regresemos al problema que está al principio de la sección.

Primero, escribe una ecuación para ver lo que sabes y lo que no sabes.

Sábado = 90 minutos

Monday $= t -$ **missing time**

Tuesday $= \frac{1}{2}t -$ **half the time of Monday**

Tiempo total = 3 horas

$90 + t + \frac{1}{2}t = 3 \ hours$

Primero, convierte las horas en minutes.

$90 + t + \frac{1}{2}t = 180 \ minutes$

Ahora podemos resolver la ecuación.

Práctica del lunes = 60 minutos

Práctica del martes = 30 minutos

Vocabulario

Números Enteros
: el conjunto de números totales y sus opuestos.

Números Racionales
: un conjunto de números que incluye los números enteros, los decimales, las fracciones y los decimales exactos y periódicos. Estos números se puede escribir como fracción.

Fracción
: una parte de un total escrita usando un numerador y un denominador.

Decimal
: una parte de un total escrita usando valor posicional y una coma decimal.

Decimal Periódico
: un decimal en el que los dígitos repiten un patrón y eventualmente terminan.

Decimal Exacto
un decimal en el que los dígitos eventualmente terminan, pero los números no repiten un patrón.

Práctica Guiada

A continuación, un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Para realizar una llamada a larga distancia, la compañía de teléfonos de Guillermo cobra $0,10 por el primer minuto y $0,05 por cada minuto extra. A Guillermo le cobraron $1,00 por una llamada a larga distancia que realizó el viernes.

a. Escribe una expresión algebraica que pueda utilizarse para representar a m , la cantidad de minutos de la llamada a larga distancia por la cual le cobraron $1,00 a Guillermo.

b. Determina cuántos minutes duró la llamada por la cual le cobraron $1,00.

Solución

Primero, considera la parte a .

Sabes que la compañía de teléfonos cobra $0,10 por el primer minuto y $0,05 por cada minuto extra. ¿Cómo puedes representar esa información? Si la compañía cobrara $0,05 por cada minute que dure la llamada, podrás representar la información como $0.05 \times m$. Sin embargo, la compañía cobra $0,10 por el primer minuto y $0,05 por cada minuto extra *después* .

Por lo que, una llamada de un minuto cuesta: $\$0.10 + (\$0.05 \times 0) = \$0.10 + \$0.00 = \$0.10$.

Una llamada de 2 minutos cuesta: $\$0.10 + (\$0.05 \times 1) = \$0.10 + \$0.05 = \$0.15$.

Una llamada de un minutos cuesta: $\$0.10 + (\$0.05 \times 2) = \$0.10 + \$0.10 = \$0.20$.

Nota que el número que multiplicas por $0,05 siempre es 1 menos que el tiempo que duro la llamada, en minutos. Si m representa el tiempo de una llamada en minutos, entonces esto puede representarse como: $\$0.10 + \$0.05 \times (m-1)$.

Escribe una ecuación que pueda utilizarse para representar el dinero que gastó Guillermo en la llamada que costó $1.00.

$$\begin{aligned}
&\#38; (\text{cost of first minute}) + (\text{cost of each minute after first minute}) = (\text{total cost}) \\
&\#38; \qquad \downarrow \qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad\qquad \downarrow \quad \downarrow \\
&\#38; \qquad 0.10 \qquad\quad + \qquad\qquad 0.05(m-1) \qquad\qquad = \quad 1.00
\end{aligned}$$

Por lo que, la ecuación $0.10 + 0.05(m-1) = 1.00$ representa el número de minutes que duró la llamada de $1,00 de Guillermo.

Luego, considera la parte b .

Para saber la cantidad de minutes que duró la llamada de $1,00, resuelve la ecuación para encontrar el valor de m . Primero, utiliza la propiedad distributiva en el lado derecho de la ecuación.

$$\begin{aligned}
0.10 + 0.05(m-1) \#38; &= 1.00 \\
0.10 + (0.05 * m) - (0.05 * 1) \#38; &= 1.00 \\
0.10 + 0.05m - 0.05 \#38; &= 1.00
\end{aligned}$$

Utiliza la propiedad conmutativa para reorganizar los términos que se suman, para que así sea más fácil ver cómo combinar los términos semejantes.

$$
\begin{aligned}
(0.10+0.05m)-0.05\#38; &= 1.00\\
(0.05m+0.10)-0.05\#38; &= 1.00\\
0.05m+(0.10-0.05)\#38; &= 1.00\\
0.05m+0.05\#38; &= 1.00
\end{aligned}
$$

Ahora, calcula como lo harías con una ecuación de dos pasos. Primero, resta 0,05 de ambos lados de la ecuación.

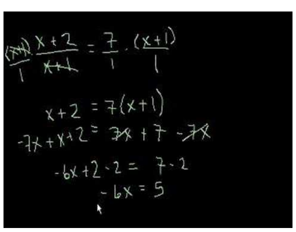
$$
\begin{aligned}
0.05m+0.05\#38; &= 1.00\\
0.05m+0.05-0.05\#38; &= 1.00-0.05\\
0.05m+0\#38; &= 0.95\\
0.05m\#38; &= 0.95
\end{aligned}
$$

Luego, divide ambos lados de la ecuación por 0,05.

$$
\begin{aligned}
0.05m\#38; &= 0.95\\
\frac{0.05m}{0.05}\#38; &= \frac{0.95}{0.05}\\
1m\#38; &= 19\\
m\#38; &= 19
\end{aligned}
$$

El valor de m es 19, por lo que la llamada que costó \$1,00 duró 19 minutos.

Revisa este video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58512

Haz clic en la imagen anterior para más información

Khan Academy Solving Linear Equations 4

Practica

Instrucciones: resuelve cada ecuación para encontrar el valor de la variable.

1. $7n-3.2n+6.5=17.9$
2. $0.2(3+p)=-5.6$
3. $s+\frac{3}{5}+\frac{1}{5}=1\frac{2}{5}$
4. $j+\frac{5}{7}-\frac{1}{7}=9\frac{4}{7}$

5. $\frac{3}{4}\left(g-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}$
6. $-2\left(1-\frac{a}{4}\right)=\frac{1}{8}$
7. $0.09y-0.08y=.005$
8. $.36x+2.55x=-8.55$
9. $\frac{1}{3}y+\frac{1}{3}y=8$
10. $\frac{1}{4}x+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$
11. $\frac{1}{2}x=18$
12. $.9x=56$
13. $.6x+1=19$
14. $\frac{1}{4}x+2=19$
15. $9.05x=27.15$

3.12 Escribe y grafica inecuaciones

Aquí, escribirás y graficarás inecuaciones.

¿Alguna vez has tenido que trabajar con un presupuesto? En muchas ocasiones, los eventos escolares tienen presupuestos. Observa el siguiente problema.

Ajay debe comprar decoraciones para el baile escolar. Gastará \$10 en globos y \$ x serpentina. Como máximo, él gastará \$18 en las decoraciones.

Escribe una inecuación que represente x , la cantidad de dinero que Ajay puede gastar en serpentina. En esta sección, aprenderás a realizar este tipo de ejercicio.

Orientación

Comenzaremos a trabajar con **cantidades que pueden ser o no iguales.**

Estas se denominan inecuaciones.

Tal como una ecuación se expresa utilizando un signo de igualdad, una inecuación también tiene un signo para ser expresada.

$$>$$

" class="x-ck12-math" /#38;#62; significa "es mayor que"

$$<$$

#38;#60; " class="x-ck12-math" /#38;#62; significa "es menor que"

$\geq$ significa "es mayor o igual a"

$\leq$ significa "es menor o igual a"

Tómate unos minutos para escribir la definición de una inecuación en tu cuaderno.

Comencemos observando algunas inecuaciones.

$$2 > x$$

x" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Aquí tenemos una inecuación, la cual expresa que dos es mayor que x . . Este problema tiene muchas soluciones. La variable puede sustituirse por cualquier número que haga cierta esta información. Sabemos que la variable puede ser un número negativo. Podemos escribir nuestra respuesta como un conjunto de números que comienza en 1 y los números siguientes bajan de valor.

La respuesta es {1, 0 , -1...}

Aquí hay otro ejemplo.

$5 \leq y$

Aquí tenemos una inecuación que expresa un valor menor o igual a 5. La variable puede sustituirse por cualquier número que haga cierta esta información. Esto significa que podemos comenzar en el 5 y los números siguientes deben aumentan de valor.

La respuesta es {5, 6, 7...}

También, podemos graficar inecuaciones en una recta numérica. Graficamos inecuaciones en una recta numérica para visualizar el conjunto de valores que harían a esta expresión ser verdadera. Ya que tenemos: menor que, mayor que, menor o igual a y mayor o igual a; podemos tener cuatro tipos de gráficos diferentes. Aquí hay algunas notas para ayudarte a graficar inecuaciones.

- Utiliza un círculo abierto para mostrar que un valor *no* es la solución de una inecuación. Utilizarás los círculos abiertos para graficar inecuaciones que tengan los signos

  $>$

  " class="x-ck12-math" /#38;#62; o

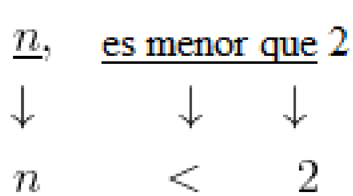
  $<$

  #38;#60; " class="x-ck12-math" /#38;#62; .
- Utiliza un círculo cerrado para mostrar que un valor *es* la solución de una inecuación. Utilizarás los círculos cerrados para graficar inecuaciones que tengan los signos $\geq$ o $\leq$.

Escribe estas notas en tu cuaderno. Asegúrate de escribirlas bajo el título "graficar inecuaciones".

Escribe una inecuación que represente todos los valores posibles de n si n s menor que 2. Luego, grafica esas soluciones en una recta numérica.

Primero, transcribe la descripción de arriba a una inecuación. Puedes hacer esto de la misma manera en que escribes ecuaciones. Solo presta atención a las palabras que usas.



#38;#60; 2" class="x-ck12-block-math" /#38;#62;

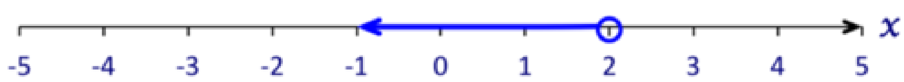
Ahora, grafica la inecuación.

Dibuja una recta numérica que vaya desde el -5 al 5.

Sabes que n representa todos los números menores que 2 y puede representarse como

$$n < 2$$

#38;#60;2" class="x-ck12-math" /#38;#62; . Por lo que, las soluciones de esta inecuación incluyen todos los números menores a 2. El número dos *no* es una solución de esta inecuación, así que dibuja un círculo abierto en el 2. Luego, traza una flecha que muestre todos los números menor que 2. La flecha debe apuntar a la izquierda, ya que los números de menor valor están en la izquierda de la recta numérica.



Escribe una inecuación para cada Ejemplo.

Ejemplo A

Las cantidades menores o iguales a 4.

Solución:#38;#160; $x \leq 4$

Ejemplo B

Un número mayor o igual a -12.

Solución:#38;#160; $a \geq -12$

Ejemplo C

El doble de un número es menor que 7.

Solución:#38;#160;

$$2x < 7$$

#38;#60;7" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Ahora, regresemos al problema del comienzo de la sección.

Primero, considera la parte *a* .

Utiliza un número, un signo de operación, una variable o un signo de desigualdad para representar cada parte del problema. Las palabras claves "como máximo" indica que debes utilizar el $\leq$.

#38; $\underline{\$10 \ on \ balloons} \ \underline{and} \ \underline{x \ dollars \ on \ streamers} \ \ldots \ \underline{At \ most}, \ he \ can \ spend \ \underline{\$18} \ldots$
#38; $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
#38; $10 \quad + \quad x \quad \leq \quad 18$

Por lo que, la inecuación $10+x \leq 18$ representa a x , la cantidad de dinero que gastará Ajay en los globos.

Vocabulario

Ecuación
enunciado matemático con un signo de igualdad donde la cantidad en un lado de la ecuación es igual a la cantidad en el otro lado.

Inecuación
Enunciado matemático en donde el valor a un lado del signo de desigualdad puede ser menor que, mayor que, y algunas veces igual al valor del otro lado del signo. La clave es que las cantidades no necesariamente son iguales.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Escribe una inecuación que represente todos los valores posibles de n si n s menor que -4. Luego, grafica esas soluciones en una recta numérica.

Solución

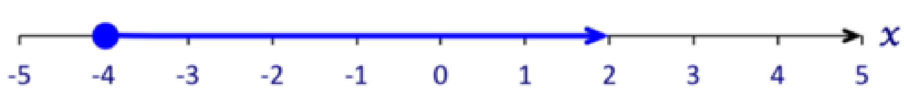
Primero, transcribe la descripción de arriba en una inecuación.

#38; $\underline{n} \ \underline{is \ greater \ than \ or \ equal \ to} \ \underline{-4}.$
#38;$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
#38; $n \quad \geq \quad -4$

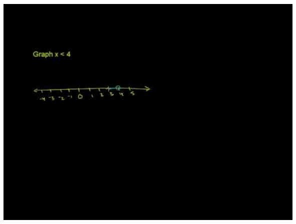
Ahora, grafica la inecuación.

Dibuja una recta numérica que vaya desde el -5 al 5.

Sabes que n representa todos los números mayores o iguales a -4 y puede representarse como $n \geq -4$. Por lo que, las soluciones de esta inecuación incluyen todos los números mayores o iguales a -4. El número -4 es una solución de esta inecuación, así que dibuja un círculo cerrado en el -4. Luego, traza una flecha que muestre todos los números mayores a -4. La flecha debe apuntar a la derecha, ya que los números de mayor valor están en la derecha de la recta numérica.



Revisa este video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5533

Haz clic en la imagen anterior para más información

Khan Academy Graph Inequalities on a Number line

Practica

Instrucciones: escribe un conjunto de soluciones para cada inecuación. En cada conjunto de soluciones debe haber al menos tres respuestas.

1. $x < 13$

   #38;#60;13" class="x-ck12-math" /#38;#62;

2. $y > 5$

   5" class="x-ck12-math" /#38;#62;

3. $x < 2$

   #38;#60;2" class="x-ck12-math" /#38;#62;

4. $y > -3$

   -3" class="x-ck12-math" /#38;#62;

5. $a > 12$

   12" class="x-ck12-math" /#38;#62;

6. $x \leq 4$
7. $y \geq 3$
8. $b \geq -3$
9. $a \leq -5$
10. $b \geq 11$

Instrucciones: escribe una inecuación para describir cada situación.

11. Un número es menor o igual a -8.
12. Un número es mayor que 50.
13. Un número es menor que -4.
14. Un número es mayor que -12.
15. Un número es mayor o igual a 11.

3.13 Resolución de inecuaciones utilizando la suma y la resta

Aquí resolverás inecuaciones utilizando la suma y la resta.

Los estudiantes de la Escuela Floyd están recolectando fondos. Vendieron palomitas, tuvieron una venta de pasteles o un puesto de lavado de autos. Finalmente, cuando quedaba poco tiempo para comprar los uniformes, la señora Kline reunió a la banda una tarde para hablar sobre las ganancias obtenidas.

"Vendimos mucho", comenzó diciendo. "recolectamos un total de \$12.000 y tenemos \$1.000 en nuestra cuenta bancaria, por lo que tenemos \$13.000 para gastar en nuestros uniformes. Sé que pareciera que tuviésemos mucho dinero, pero los uniformes son caros. Solo seremos capaces de comprar una chaqueta para cada uno. Si queda dinero después de eso, compraremos guantes sin dedos, ya que algunos están muy gastados".

"Señora. Kline, ¿ya escogió el diseño de la chaqueta?", preguntó, desde la segunda fila, Kayla.

"Sí. Es uno de los que escogimos el año pasado", dijo, sosteniendo una fotografía de una nueva y brillante chaqueta azul marino. "Ahora, necesito que alguno de ustedes saque las cuentas y descubra el valor de las chaquetas y si podremos comprar los guantes".

Kayla y Juan se ofrecieron para calcular los costos. A continuación, la información que les dio la señora Kline.

Cada chaqueta cuesta \$99.95.

El presupuesto es de \$13,000.

Hay 144 estudiantes en la banda.

"Gastaremos \$11.512,80 en las chaquetas", dijo Kayla a Juan.

"Guau, eso es mucho dinero. ¿Cuánto podremos gastar en los guantes?"

Esa es una muy buena pregunta. Podemos conocer la respuesta escribiendo una inecuación. Los estudiantes solo pueden gastar \$13.000 o menos. En esta sección, aprenderás a trabajar con inecuaciones que tienen suma o resta o las dos. Luego, utilizarás lo aprendido para ayudar a Kayla y Juan con el problema de los uniformes.

Orientación

Algunas veces, tendrás una inecuación que no es tan sencilla como

$$x > 4$$

4" class="x-ck12-math" /#38;#62; . Con este ejemplo, sabemos que la variable será igual a cualquier número mayor que cuatro. Ese ejemplo es muy fácil y podemos escribir un conjunto de números para que la inecuación sea cierta.

¿Qué pasaría si no fuera tan simple?

Algunas veces, tendrán inecuaciones como esta.

$$x + 3 > 7$$

7" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Aquí, debemos descubrir el conjunto de números que hará la inecuación verdadera. Estamos buscando un número que cuando se le suma tres es mayor que siete.

Para averiguar esto, necesitaremos resolver la inecuación.

Resolver una inecuación es similar a resolver una ecuación. A continuación, unas propiedades de los números que te ayudarán a resolver inecuaciones.

La *propiedad de la adición de la inecuación* señala que si el mismo número se suma a cada lado de la inecuación, el estado de la inecuación no cambia. En otras palabras, el signo de desigualdad no cambia.

Si

$$a > b$$

b" class="x-ck12-math" /#38;#62; , entonces

$$a + c > b + c$$

b+c" class="x-ck12-math" /#38;#62; . Si $a \geq b$, entonces $a + c \geq b + c$.

Si

$$a$$

¿Y, en el caso de la sustracción? Recuerda, restar un número, c , es lo mismo que sumar su opuesto, $-c$. Por lo que, la propiedad de la adición de la inecuación se aplica del mismo modo a la sustracción. Podemos señalar esto como una propiedad.

La *propiedad de la sustracción de la inecuación* señala que si el mismo número se resta a cada lado de la inecuación, el estado de la inecuación no cambia. En otras palabras, el signo de desigualdad no cambia.

Si

$$a > b$$

b" class="x-ck12-math" /#38;#62; , entonces

$$a - c > b - c$$

b-c" class="x-ck12-math" /#38;#62; . Si $a \geq b$, entonces $a-c \geq b-c$.

Si

$$a$$

Utilizar estas propiedades hace que nuestro trabajo sea más sencillo. Puedes pensar en la resolución de inecuaciones del mismo modo que la resolución de ecuaciones. La gran diferencia es que en vez de tener solo un número como respuesta, obtendrás un conjunto de ellos. Tal como con las ecuaciones, debes asegurarte que tu respuesta satisfaga a la inecuación. Si este no es el caso, necesitarás otra respuesta.

Ahora, observemos cómo resolver inecuaciones.

Resuelve esta inecuación y grafica su solución:

$$n-3<5$$

#38;#60;5" class="x-ck12-math" /#38;#62; .

Resuelve esta inecuación del mismo modo en que resolverías una ecuación: utilizando operaciones inversas. Ya que el 3 se resta de n , suma 3 a ambos lados de la inecuación para resolverla. Ya que estás sumando la misma cantidad a ambos lados de la ecuación, se pone en práctica la propiedad de la adición de la inecuación. De acuerdo con esta propiedad, sabemos que el signo de desigualdad no cambia una vez que sumas el mismo número (3) a ambos lados de la inecuación.

¡Recuerda! Para resolver inecuaciones debes recordar cómo sumar y restra números enteros. Presta atención al sigo cuando trabajes con estos valores.

$$\begin{aligned} n-3 &< 5 \\ n-3+3 &< 5+3 \\ n+(-3+3) &< 8 \\ n+0 &< 8 \\ n &< 8 \end{aligned}$$

#38;#60; 5
-3+3 #38;#38;#38;#60; 5+3
+(-3+3) #38;#38;#38;#60; 8
+0 #38;#38;#38;#60; 8
#38;#38;#38;#60; 8" class="x-ck12-block-math" /#38;#62;

Ahora, grafica la solución. La inecuación

$$n < 8$$

#38;#60;8" class="x-ck12-math" /#38;#62; se lee " *n* es menor que 8." Por eso, el conjunto de soluciones de esta inecuación incluye a todos los números menor que 8, pero no incluye al 8.

Dibuja una línea numérica que vaya del 0 al 10. Añade in círculo abierto en el 8 para señalar que el 7 *no* es una solución a este problema. Luego, traza una fleche que muestre todos los números menor que 8.

Resuelve esta inecuación y grafica su solución: $-2 \leq x+4$

Utiliza las operaciones inversas para despejar la variable. Ya que a x , se le suma 4, resta 4 de ambos lados de la inecuación para resolverla. Ya que estas restando el mismo número a ambos lados de la inecuación, la propiedad de la sustracción se pone en práctica. De acuerdo con esta propiedad, el signo de desigualdad no debe cambiar cuando restamos el mismo número (4) de ambos lados de la inecuación.

$$\begin{aligned}-2\#38;&\leq x+4\\ -2-4\#38;&\leq x+4-4\\ -2+(-4)\#38;&\leq x+0\\ -6\#38;&\leq x\end{aligned}$$

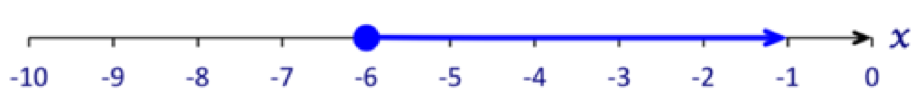
Ahora, debemos graficar la solución. Sin embargo, antes de eso, debemos reescribir la inecuación para que así la variable esté primero. La inecuación $-6 \leq x$ se lee "-6 es menor o igual que x ." Si ponemos primero la x debemos dar vuelta el signo de desigualdad. Esto significa cambiar el signo "menos o igual que" $(\leq)$ a un signo "menos o igual que" $(\geq)$.

Entonces, $-6 \leq x$ equivale a $x \geq -6$.

Esto tiene sentido. Si -6 es menor o igual que x , entonces x debe ser mayor o igual que -6.

La inecuación $x \geq -6$ se lee " x es mayor o igual que -6." Por lo cual, la solución de este problema incluye al -6 y a todos los números mayores que este -6.

Dibuja una línea numérica que vaya del 0 al 10. Añade in círculo cerrado en el -6 para señalar que el -6 *es* una solución a este problema. Luego, traza una fleche que muestre todos los números mayores que -6.



Ejemplo A

$$x + 5 < -12$$

#38;#60;-12" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Solución:#38;#160;

$$x < -17$$

#38;#60;-17" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Ejemplo B

$y-8 \leq 5$

Solución:#38;#160; $y \leq 13$

Ejemplo C

$a-5 \geq 22$

Solución:#38;#160; $a \geq 27$

Ahora, regresemos al problema del comienzo de la sección.

Primero, escribe una inecuación que represente el costo del uniforme, el desconocido precio de los guantes y el total del presupuesto. La cantidad de dinero que se gaste en los uniformes y los guantes tiene que ser menor o igual al total del presupuesto.

$\$11,512 =$ cost of uniforms

$x =$ budget for gloves

$\leq$

$13,000

Aquí está la inecuación

$11,512 + x \leq 13,000$

Resuelve la inecuación utilizando las operaciones inversas.

$$x\#38; \leq 13,000 - 11,512$$
$$x\#38; \leq \$1487.20$$

Los estudiantes podrán gastar $1487,20 en guantes.

Vocabulario

Ecuación
: enunciado matemático con un signo de igualdad donde la cantidad en un lado de la ecuación es igual a la cantidad en el otro lado.

Inecuación
: enunciado matemático en donde el valor a un lado del signo de desigualdad puede ser menor que, mayor que, y algunas veces igual al valor del otro lado del signo. La clave es que las cantidades no necesariamente son iguales.

Propiedad de adición de la inecuación
: puedes sumar una cantidad a ambos lado de la inecuación y esto no cambia el sentido de la inecuación.

Propiedad de sustracción de la inecuación
: puedes restar una cantidad a ambos lado de la inecuación y esto no cambia el sentido de la inecuación.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

En la tienda, Talia compró un artículo—una botella de champú por la que pagó \$4.99. La d representará la cantidad de dinero en dólares que le entregó al vendedor. Ella recibió un cambio de \$5.

a. Escribe una inecuación que represente a d , la cantidad de dólares que Talia le dio al vendedor al pagar el champú.

b. Escribe tres posibles valores de d .

Solución

Primero, considera la parte *a* .

Utiliza un número, un signo de operación, una variable o un signo de desigualdad para representar cada parte del problema. El hecho que este problema tenga “cambio” puede ayudarte a ver que necesitas escribir una expresión con una sustracción para representar la primera parte del problema. Para representar la cantidad de cambio que Talia recibe, deberás restar la cantidad de dinero que costó el champú de la cantidad de dinero que ella le dio al vendedor. Las palabras claves “mayor que”, en este caso, indican que debes usar el signo

$$>$$

" class="x-ck12-math" /#38;#62; Utiliza esta información para escribir una inecuación para este problema.

$$\begin{array}{ccccccc}
\text{(Dinero entregado al vendedor)} & - & \text{(\$4,99 por una botella de champú)} & & > & \text{(\$5 de vuelto)} \\
\downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
d & - & & 4.99 & > & 5
\end{array}$$

({\$5 in change})
& ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
& d − 4.99 #38;#62; 5”$class = ”x-ck12-block-math”$/#38;#62;

Así que, este problema puede representarse por la inecuación

$$d - 4.99 > 5$$

5" class="x-ck12-math" /#38;#62; .

Luego, considera la parte *b* .

Resuelve la inecuación para encontrar tres posibles valores para d . Para resolver esta inecuación, suma 4,99 a ambos lados la inecuación. No cambies el signo de la desigualdad.

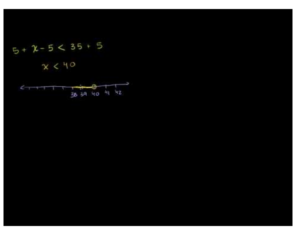
$$d - 4.99 > 5$$
$$d - 4.99 + 4.99 > 5 + 4.99$$
$$d + (-4.99 + 4.99) > 5.00 + 4.99$$
$$d + 0 > 9.99$$
$$d > 9.99$$

5
- 4.99+4.99 #38;#38;#38;#62; 5+4.99
+(-4.99+4.99) #38;#38;#38;#62; 5.00+4.99
+0 #38;#38;#38;#62; 9.99
#38;#38;#38;#62; 9.99" class="x-ck12-block-math" /#38;#62;

De acuerdo a la inecuación, la cantidad de dinero que le entregó Talia al vendedor es más de $9.99.

Por lo que, tres posibles valores de d son $10,00; $10,99 y $20,00. Estos son solo tres valores posibles. Tú puedes escoger cualquier valor mayor que $9.99.

Revisa este video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/90

Haz clic en la imagen anterior para más información

Khan Academy Inequalities Using Addition and Subtraction

Practica

Instrucciones: resuelve las siguientes inecuaciones.

1. $x + 4 > 10$

10" class="x-ck12-math" /#38;#62;

2. $y - 11 < 20$

#38;#60;20" class="x-ck12-math" /#38;#62;

3. $a + 2 < 1$

#38;#60;1" class="x-ck12-math" /#38;#62;

4. $b + 3 \geq 5$
5. $y - 2 \leq -4$
6. $x + 1 \geq -5$
7. $x - 3 < 11$

#38;#60;11" class="x-ck12-math" /#38;#62;

8. $x - 4 > -3$

-3" class="x-ck12-math" /#38;#62;

9. $y + 7 > 22$

22" class="x-ck12-math" /#38;#62;

10. $a - 6 \geq -1$

11. $b + 14 > 20$

20" class="x-ck12-math" /#38;#62;

12. $x - 24 > -11$

-11" class="x-ck12-math" /#38;#62;

13. $a + 3 \leq -9$

14. $x - 12 > 1$

1" class="x-ck12-math" /#38;#62;

15. $y + 13 > -33$

-33" class="x-ck12-math" /#38;#62;

3.14 Resolución de inecuaciones utilizando la multiplicación

Aquí resolverás inecuaciones utilizando la multiplicación.

¿Alguna vez has tenido que utilizar la multiplicación para resolver una inecuación? Estudia el siguiente problema.

Emma Frances tomó una pila de galleta y las dividió en 11 porciones. Cuando terminó, tenía 22 pilas de galletas. Ella sabe que la cantidad de galleta que tiene es mayor o igual que 242.

¿Puedes utilizar una inecuación para probar que Emma está en lo cierto?

$$\frac{x}{11} > 22$$

22" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Presta atención. En esta sección, aprenderás a realizar esta clase de operaciones de manera exitosa.

Orientación

Una ***inecuación*** **es un enunciado matemático en donde una cantidad puede ser menor, mayor o igual a otra cantidad.** Puedes identificarlas y resolverlas utilizando sus cuatro propiedades. Ahora, resolveremos inecuaciones que tienen multiplicación.

Observemos esto más cercanamente.

Tal como, a veces, necesitas multiplicar o dividir ambos lados de una ecuación por el mismo número para resolverla, puedes necesitar multiplicar o dividir ambos lados de una inecuación por el mismo número para resolverla. Sin embargo, hacer esto puede ser un poco más complicado.

Primero, estúdiennos una propiedad que nos puede servir para resolver una inecuación que tiene multiplicación.

La *propiedad de la multiplicación de la inecuación* señala que si se multiplica cada lado de la inecuación por el mismo número positivo, el estado de la inecuación no cambia. En otras palabras, el signo de desigualdad no cambia.

Si

$$a > b$$

b" class="x-ck12-math" /#38;#62; y

$$c > 0$$

0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , entonces

$$a \times c > b \times c$$

b $\times c$”$class = $”$x - ck12 - math$”/#38;#62;.$Si$ a $\geq b$ y

$$c > 0$$

0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , entonces $a \times c \geq b \times c$.

Si

$$a < b$$

#38;#60; b" class="x-ck12-math" /#38;#62; y

$$c > 0$$

0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , entonces

$$a \times c < b \times c$$

#38;#60; b $\times c$”$class =$ ”$x - ck12 - math$”/#38;#62;.Si a $\leq b$ y

$$c > 0$$

0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , entonces $a \times c \leq b \times c$.

Sin embargo, si se multiplica cada lado de la inecuación por el mismo número *negativo* el estado de la inecuación cambia y el signo de desigualdad debe invertirse.

Si

$$a > b$$

b" class="x-ck12-math" /#38;#62; y

$$d < 0$$

#38;#60; 0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , entonces

$$a \times d < b \times d$$

#38;#60; b $\times d$”$class =$ ”$x - ck12 - math$”/#38;#62;.Si a $\geq b$ y

$$d < 0$$

#38;#60;0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , entonces $a \times d \leq b \times d$

Si

$$a < b$$

#38;#60; b" class="x-ck12-math" /#38;#62; y

$$d < 0$$

#38;#60; 0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , entonces

$$a \times d > b \times d$$

b $\times d$”$class =$ ”$x - ck12 - math$”/#38;#62; .*Si* a $\leq b$ y

$$d < 0$$

#38;#60; 0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , entonces $a \times d \geq b \times d$

Cuando resuelves una inecuación utilizando la multiplicación, verás la división en el problema original.

Sí. Cuando resuelves una inecuación utilizando la multiplicación, verás la división en el problema original. Piensa de esta manera, utilizas la operación inversa para resolver una inecuación. Para resolver la inecuación, debemos ver la división primero.

Resuelve esta inecuación:

$$1 < \frac{x}{2}$$

#38;#60; { x}{2}”class=”x−ck12−math”/#38;#62;.

Resuelve esta inecuación del mismo modo en que resolverías una ecuación: utilizando operaciones inversas. *Nota que la línea fraccionaria se utilizada en este caso para mostrar una división. Ya que x es dividido por 2, multiplica ambos lado de la inecuación por 2 para resolver el problema. Ya que es necesario multiplicar cada lado de la inecuación por el mismo número positivo, el estado de la inecuación no cambia y no necesitaremos voltear el signo de desigualdad.*

$$\begin{aligned} 1 &< \frac{x}{2} \\ 1 \times 2 &< \frac{x}{2} \times 2 \\ 2 &< \frac{x}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{1} \\ 2 &< x \end{aligned}$$

#38;#60; { $\overline{x\}\{2\}\times 2\#38;\#38;\#38;\#60;\frac{\{}{x}\}\{2\}\times 2\#38;\#38;\#38;\#60;\frac{\{}{x}\}\{\{2\}\}\times \{}$

{2}}{1}
#38;#38;#38;#60; x" class="x-ck12-block-math" /#38;#62;

La respuesta es x es mayor que 2 o, puedes decir que 2 es menor que x .

Identifica el signo de desigualdad que debe ir en cada espacio en blanco.

Ejemplo A

$$
\begin{aligned}
k &\ > m \\
k \times 3 &\ \underline{\quad\quad} \ m \times 3
\end{aligned}
$$

m
$\times 3$ *#38;#38;* { } $m \times 3$"class = "x − ck12 − block − math"/#38;#62;

Solución:#38;#160;

$$>$$

" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Ejemplo B

Solución: =

Ejemplo C

$$-1 \quad < 2$$
$$(-1) \times (-3) \ \_\_\_ \ 2 \times (-3)$$

#38;#60; 2
$-1) \times (-3)$#38;#38; $\underline{\{}$ } $2 \times (-3)$"*class* = "*x* − *ck*12 − *block* − *math*"/#38;#62;

Solución:

$$<$$

#38;#60; " class="x-ck12-math" /#38;#62;

Ahora, regresemos al problema del comienzo de la sección.

$$\frac{x}{11} > 22$$

22" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Nota que esta inecuación tiene una división, por lo que podemos utilizar la multiplicación para resolverla. Multiplicamos ambos lados de la inecuación por 11. El número en el lado izquierdo se elimina y nuestra respuesta está en el lado derecho.

$$x > 11(22)$$

11(22)" class="x-ck12-math" /#38;#62;

$$x > 242$$

242" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Al utilizar la multiplicación, comprobamos que lo que dijo Emma es cierto.

Vocabulario

Inecuación
: *enunciado matemático en donde dos cantidades pueden o no ser iguales. Hay muchas posibles respuestas para una inecuación.*

Propiedad de multiplicación de la inecuación
: *multiplicación de un número positive = inecuación es lo mismo. En la multiplicación de un números negativo el sentido de la inecuación cambia y se debe dar vuelta el signo.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Busca el valor de la variable.

$\frac{x}{4} \leq -9$

Solución

Este problema inecuación tiene una división, por lo que podemos utilizar el inverso para resolverla.

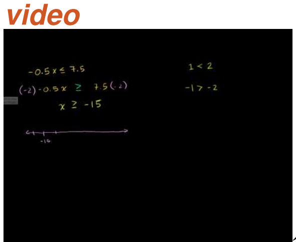
El inverso de la división es la multiplicación. Multiplicamos ambos lados de la inecuación por 4. Luego, podemos simplificar y multiplicar para encontrar la solución.

$x \leq -9(4)$

$x \leq -36$

Esta es nuestra respuesta.

Revisa este video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/91

Haz clic en la imagen anterior para más información

Khan Academy Inequalities Using Multiplication and Division

Practica

Instrucciones: resuelve cada inecuación utilizando la multiplicación.

1. $\frac{a}{3} < 10$

   #38;#60; 10" class="x-ck12-math" /#38;#62;
2. $\frac{x}{2} > 20$

   20" class="x-ck12-math" /#38;#62;
3. $\frac{b}{4} < 25$

   #38;#60; 25" class="x-ck12-math" /#38;#62;
4. $\frac{x}{5} > 100$

   100" class="x-ck12-math" /#38;#62;
5. $\frac{c}{2} \leq 20$
6. $\frac{x}{7} > 6$

   6" class="x-ck12-math" /#38;#62;
7. $\frac{y}{9} \leq 2$
8. $\frac{y}{11} \geq 5$
9. $\frac{x}{2} < 3$

   #38;#60; 3" class="x-ck12-math" /#38;#62;
10. $\frac{y}{8} \geq -7$
11. $\frac{x}{3} < -2$

    #38;#60; -2" class="x-ck12-math" /#38;#62;
12. $\frac{y}{4} \leq -3$
13. $\frac{x}{2} \geq -11$
14. $\frac{a}{13} \geq -3$
15. $\frac{x}{22} \geq -5$

3.15 R… …tilizando la C…

Aquí resolverás inecuac…

“Creo que necesito otros zapatos para la banda”, dijo Kayla a su madre en el desayuno una mañana.

“Por qué? ¿Te han crecido los pies?” le respondió su madre, tomando un poco de café.

“No estoy segura, pero tengo una ampolla en los dedos”.

“De acuerdo, debemos comprarte nuevos zapatos. No tienes práctica de la banda hoy, así que vayamos después de la escuela a comprarlos. Te dará tiempo para adaptarte a ellos hasta el juego del viernes.”

Luego de la escuela, la madre de Kayla la llevó a una tienda de zapatos. Primero, Kayla eligió un par bastante caro, pero no están en oferta. Su madre escogió un bonito par que costaba más barato.

“Estos están a mitad de precio. Comprémoslos”, dijo la madre de Kayla.

Kayla le llevó la razón y compraron los zapatos. Su madre le entrego al vendedor más de $40,00 y recibió algo de cambio.

Los zapatos estaban a mitad de precio. Gastaron menos de $40,00 en ellos. ¿Puedes averiguar el posible precio original de los zapatos de Kayla?

Para calcular este problema, tendremos que utilizar inecuaciones con multiplicaciones y divisiones. No te apures al trabajar. Al final de esta sección, verás nuevamente este problema.

Orientación

Una ***inecuación*** **es un enunciado matemático en donde una cantidad puede ser menor, mayor o igual a otra cantidad.** *Puedes identificarlas y resolverlas utilizando sus cuatro propiedades. Ahora, resolveremos inecuaciones que tienen multiplicación.*

Observemos esto más cercanamente.

Tal como, a veces, necesitas multiplicar o dividir ambos lados de una ecuación por el mismo número para resolverla, puedes necesitar multiplicar o dividir ambos lados de una inecuación por el mismo número para resolverla. Sin embargo, hacer esto puede ser un poco más complicado.

¿Sabemos cómo dividir y resolver inecuaciones?

Una de las primeras cosas que debes estar preguntando es qué pasa cuando divides ambos lados de la inecuación por un mismo número.

Recuerda, dividir por un número, c , es lo mismo que multiplicar por su recíproco, $\frac{1}{c}$. Por lo que, las propiedades de la multiplicación de la inecuación también se aplican a la división. Podemos señalar esto como una propiedad.

La ***propiedad de la división de la inecuación*** **señala que si se divide cada lado de la inecuación por el mismo número** ***positivo*** **el estado de la inecuación no cambia.** *En otras palabras, el signo de desigualdad no cambia.*

Si

$$a > b$$

b" class="x-ck12-math" /#38;#62; y

$$c > 0$$

0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , entonces

$$\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

{ $\underline{\hphantom{x}}_{b\}\{c\}\text{"}class=\text{"}x-ck12-math\text{"}/\#38;\#62;.Si}$ $a \geq b$ *y*

$$c > 0$$

0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , entonces $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$.

Si

$$a < b$$

#38;#60; b" class="x-ck12-math" /#38;#62; y

$$c > 0$$

0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , entonces

$$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

#38;#60; { $\underline{\hphantom{x}}_{b\}\{c\}\text{"}class=\text{"}x-ck12-math\text{"}/\#38;\#62;.Si}$ $a \leq b$ *y*

$$c > 0$$

0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , entonces $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$.

Sin embargo, si se divide cada lado de la inecuación por el mismo número *negativo* el estado de la inecuación cambia y el signo de desigualdad debe invertirse.

Si

$$a > b$$

b" class="x-ck12-math" /#38;#62; y

$$d < 0$$

#38;#60; 0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , entonces

$$\frac{a}{d} < \frac{b}{d}$$

#38;#60; { $\underline{\hphantom{x}}_{b\}\{d\}\text{"}class=\text{"}x-ck12-math\text{"}/\#38;\#62;.Si}$ $a \geq b$ *y*

$$d < 0$$

#38;#60; 0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , entonces $\frac{a}{d} \leq \frac{b}{d}$.

Si

$$a < b$$

#38;#60; b" class="x-ck12-math" /#38;#62; y

$$d < 0$$

#38;#60; 0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , entonces

$$\frac{a}{d} > \frac{b}{d}$$

$\{_{\overline{b\}\{d\}\text{"}class=\text{"}x-ck12-math\text{"}/\#38;\#62;.Si}}$ $a \leq b$ *y*

$$d < 0$$

#38;#60; 0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , entonces $\frac{a}{d} \geq \frac{b}{d}$.

Recuerda que para resolver una inecuación utilizando la división, deberás ver multiplicación en el problema. Esto es porque la operación inversa de la división es la multiplicación y debemos utilizar las operaciones inversas para resolver el problema.

Encuentra el valor de la variable: $-3n \geq 12$.

Despeja la variable utilizando operaciones inversas. *Ya que -3 se multiplica por n , divide ambos lados de la inecuación por -3 para resolver este problema. Ya que deberás dividir cada lado de la inecuación por el mismo número negativo, el estado de la inecuación cambia y el signo de desigualdad debe invertirse. Esto significa cambiar el signo de desigualdad* $(\geq)$ *"mayor o igual que"* $(\leq)$.

La respuesta es *n* es menor o igual que cuatro negativo.

Identifica el signo de desigualdad que debe ir en cada espacio en blanco.

Ejemplo A

$$s > t$$
$$s \div (-5) \ \_\_\_ \ t \div (-5)$$

t
$\div(-5)$#38;#38; $\underline{\{}$ } $t \div (-5)$"*class* = "*x* − *ck*12 − *block* − *math*"/#38;#62;

Solución:

$$>$$

" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Ejemplo B

Solución: $\geq$

$$-2 < 2$$

Ejemplo C

$$\frac{-2}{-1} \quad \underline{\qquad} \quad \frac{2}{-1}$$

#38;#60; 2

frac{-2}{-1} #38;#38; { } { $\overline{2\}\{-1\}\text{"}class=\text{"}x-ck12-block-math\text{"}/\#38;\#62;}$

Solución:#38;#160;

$$>$$

" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Ahora, regresemos al problema del comienzo de la sección.

Primero, escribe una inecuación que describa los valores del problema.

x es el desconocido precio original de los zapatos. Esta es la incógnita que buscamos resolver.

$\div 2$ *es el precio de los zapatos que estaban a mitad de precio.*

$$<$$

#38;#60; " class="x-ck12-math" /#38;#62; **menor que $40.00**

Ya que la madre de Kayla de dio al vendedor $40,00, sabemos que los zapatos costaron menos de esa cantidad.

Aquí está nuestra inecuación.

$$\frac{x}{2} < \$40.00$$

#38;#60; $ 40.00" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Ahora podemos buscar los posibles precios.

$$2 \cdot \frac{x}{2} < \$40.00 \cdot 2$$

$$x < \$80.00$$

#38;#60; $ 40.00 ·2
#38;#38;#38;#60;$80.00"*class* = "*x* − *ck*12 − *block* − *math*"/#38;#62;

Tres posibles precios originales pueden ser $75,00; $60,00 o $55,00. Sin embargo, hay muchas otras posibilidades.

Vocabulario

Inecuación
: *enunciado matemático en donde dos cantidades pueden o no ser iguales. Hay muchas posibles respuestas para una inecuación.*

Propiedad de multiplicación de la inecuación
: *multiplicación de un número positiva = inecuación es lo mismo. En la multiplicación de un número negativo el sentido de la inecuación cambia y se debe dar vuelta el signo.*

Propiedad de división de la inecuación

división de un número positiva = inecuación es lo mismo. En la división de un número negativo el sentido de la inecuación cambia y se debe dar vuelta el signo.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Maddie debe comprar botellas de agua para un evento escolar. La tienda solo vende botellas de agua en paquetes de seis. Maddie quiere asegurase de comparar por lo menos 72 botellas de agua para el evento.

a. Escribe una inecuación que represente a, p , el número de pautes de seis botella que ella puede comprar.

b. Si Maddie compra 12 paquetes de botellas de agua, ¿será suficiente? Explica.

Solución

Primero, considera parte la a .

Utiliza un número, un signo de operación, una variable o un signo de desigualdad para representar cada parte del problema. Ya que las botellas de agua se vende en paquetes de seis, puedes saber la cantidad de botellas compradas al multiplicar 6 por el número de paquetes comprados. Las palabras claves "al menos" indican que debes utilizar el signo $\geq$.

La ecuación $6 \times p \geq 72$ *o* $6p \geq 72$ *representa este problema.*

También debes tener en cuenta que el valor de p debe ser un entero mayor o igual a 0. Piensa en esto por un momento.

La razón por el cual el valor de p debe ser mayor que cero es porque Maddie no puede comprar una cantidad negativa de paquetes con botellas de agua. El valor de p debe ser un entero, porque en el enunciado dice que la tienda solo vende botellas de agua en paquetes de seis. Cuando utilizamos las inecuaciones para representar situaciones de la vida cotidiana, debes pensar en los valores razonables que lleguen a satisfacer la inecuación. Algunos valores negativos y fraccionarios la satisfacen, en algunas ocasiones; en otras, ese no es el caso.

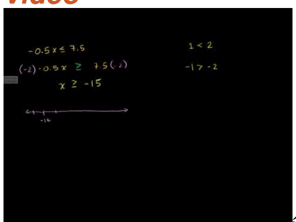
Luego, considera la parte *b* .

Resuelve la inecuación para conocer el valor de la incógnita.

Ahora, consideremos si Maddie puede comprar 11 paquetes para tener suficientes para el evento. De acuerdo a la inecuación anterior, el número de paquetes, p , que debe comprar es mayor o igual a 12. Ya que 11 es menor que 12, ese valor no es una solución de esta inecuación.

Esto significa que Maddie solo compra 11 paquetes de botellas de agua, no tundra suficientes botellas para el evento.

Revisa este video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/91

Haz clic en la imagen anterior para más información

Khan Academy Inequalities Using Multiplication and Division

Practica

Instrucciones: resuelve cada inecuación utilizando la división.

1. $3x < 12$
   #38;#60;12" class="x-ck12-math" /#38;#62;
2. $5x > 60$
   60" class="x-ck12-math" /#38;#62;
3. $6x < 72$
   #38;#60;72" class="x-ck12-math" /#38;#62;
4. $9x > 81$
   81" class="x-ck12-math" /#38;#62;
5. $11x > 121$
   121" class="x-ck12-math" /#38;#62;
6. $12x \leq 48$
7. $13x \geq 39$
8. $15x \leq 60$
9. $22x > 66$
   66" class="x-ck12-math" /#38;#62;
10. $48x \leq 192$

Instrucciones: resuelve cada inecuación.

11. $4x > -36$
    -36" class="x-ck12-math" /#38;#62;
12. $-9n \geq 63$
13. $7n \geq 63$
14. $-19x \leq 38$
15. $-9y < 18$
    #38;#60; 18" class="x-ck12-math" /#38;#62;

3.16 Re que tienen téri nados

Aquí aprenderás a resolver ii

“Tenemos mucho que hacer para alistarnos para el gran desfile”, dijo la señora Kline el lunes.

La señora Kline estaba en lo correcto. Los estudiantes que formaban parte de la banda aprendieron tres nuevas rutinas de marchas que todavía no dominaban bien. Les tomaría más práctica para hacerlo. Para hacer esto, la señora Kline hizo marchar a los alumnos por más tiempo.

El martes, marchó por treinta minutes menos que el jueves. De igual manera, todos estaban cansados.

“Marchamos más de tres horas entre el martes y hoy”, dijo Juan cuando volvía a su casa el jueves. Sus pies eran testigos de todo lo que habían marchado, sin embrago, el trabajado había dado frutos, ya que la banda sonaba y marchaba mejor.

Dada esta información, busca tres posibles cantidades de tiempos que indiquen cuánto marchó la banda el jueves

Necesitarás saber sobre inecuaciones para resolver este problema. Para resolver este problema, tendrás que escribir y calcular una inecuación que tendrá más de un paso. En esta sección, aprenderás toda la información que necesitas conocer para resolver este problema.

Orientación

Podemos calcular inecuaciones de distintas formas. Algunas inecuaciones pueden resolverse en solo un paso. Podemos resolver

$$b + 4 < 10$$

#38;#60;10" class="x-ck12-math" /#38;#62; en solo un paso—al restar 4 de cada lado de la inecuación.

Sin embrago, algunas inecuaciones necesitan dos o más pasos para ser resueltas. Las inecuaciones que necesitan de más de una operación inversa se denominan inecuaciones de múltiples pasos.

Comencemos observando los términos semejantes combinados cuando resolvemos una inecuación.

$$4x + 3x < 21$$

#38;#60;21" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Primero, puedes ver que **tenemos dos términos que tienen la misma variable .** *Estos son* ***términos semejantes*** *. Para calcular una inecuación con términos semejantes, deberemos combinar esos términos para luego utilizar los métodos ya aprendidos, para resolver la inecuación.*

$$7x < 21$$

#38;#60;21" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Aquí dividimos ambos lados de la inecuación por 7. La multiplicación es la operación inversa de la división.

$$x < 3$$

#38;#60;3" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Esta es nuestra respuesta.

Calcula el valor de *b* en:

$$3b + 4 < 10$$

#38;#60;10" class="x-ck12-math" /#38;#62; .

Nota que hay dos términos al lado izquierdo de la inecuación, $3b$. Lo que primero debemos hacer es utilizar las operaciones inversas para aislar el término con la variable, $3b$, a un lado de la inecuación.

$$3b + 4 < 10$$

En la inecuación, a 3*b se le* suma *4. Por lo que, podemos utilizar la operación inversa a la suma (resta).* **Podemos restar 4 de cada lado de la inecuación.** *No necesitamos cambiar el signo de desigualdad durante esta etapa, ya que solo estamos restando un número no multiplicando o dividiendo por un número negativo.*

$$3b + 4 - 4 < 10 - 4$$

$$3b + 0 < 6$$

$$3b < 6$$

#38;#60; 10
b+4-4 #38;#38;#38;#60; 10-4
b+0 #38;#38;#38;#60; 6
b #38;#38;#38;#60; 6" class="x-ck12-block-math" /#38;#62;

Ahora, el término que incluye la variable, 3*b* , *está a un lado de la inecuación por sí solo.*

Ahora podemos utilizar las operaciones inversas para despejar b . Ya que $3b$ es lo mismo que $3 \times b$, podemos dividir ambos lados por 3 para despejar la variable. *Ya que estamos dividiendo por un número positive, y no uno negativo, el signo de desigualdad no cambia.*

$$3b < 6$$

$$\frac{3b}{3} < \frac{6}{3}$$

$$1b < 2$$

$$b < 2$$

#38;#60; 6

frac{3b}{3} #38;#38;#38;#60; { 6}{3}b#38;#38;#38;#60;2#38;#38;#38;#60;2”class=”x−ck12−block−math”/#38;#62;

La solución es

$$b < 2$$

#38;#60;2" class="x-ck12-math" /#38;#62; .

Ejemplo A

$$4x + 5 < 21$$

#38;#60;21" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Solución:#38;#160;

$$x < 4$$

#38;#60;4" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Ejemplo B

$$3x - 6 > 30$$

30" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Solución:#38;#160;

$$x > 12$$

12" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Ejemplo C

$$-3a + 2 < 14$$

#38;#60; 14" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Solución:

$$a > -4$$

-4" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Ahora, regresemos al problema del comienzo de la sección.

Primero, escribe una inecuación utilizando la información.

$m - 30$ *es el tiempo que los estudiantes practicaron el martes.*

m es el tiempo que practicaron el jueves

$$> 3$$

3 " class="x-ck12-math" /#38;#62; horas son el tiempo total que practicaron.

Aquí está la inecuación.

$$m + m - 30 > 3$$

3" class="x-ck12-math" /#38;#62; horas o 180 minutos

Tienen sentido trabajar conminutos,

Ahora podemos resolver la inecua

$$2m - 30 > 180$$
$$2m > 210$$
$$m > 105 \text{ minutos}$$

180
m #38;#38;#38;#62; 210
#38;#38;#38;#62; 105 minutes" class="x-ck12-block-math" /#38;#62;

La banda marchó por más de 105 minutos el jueves. Puedes asumir que marcharon por 110, 115 o 120 minutos. Todas esas respuestas son correctas.

Vocabulario

Inecuación
enunciado matemático en donde una cantidad puede ser menor, mayor o igual a otra cantidad.

Operación inversa
a operación opuesta. Estas se utilizan para resolver problemas.

Términos semejantes
términos que en una ecuación o una inecuación que tienen la misma variable común o no tienen variable.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Encuentra el valor de n en:

$$7n - 8n - 3 > 23$$

$$7n - 8n - 3 > 23$$

23" class="x-ck12-math" /#38;#62; .

Solución

Primero, resta $7n - 8n$ *ya que* $7n$ *y* $8n$ *son términos semejantes. Recuerda, deberás recordar calcular enteros negativos y positivos para resolver estas inecuaciones.*

$$\begin{aligned}7n + (-8n) - 3 &> 23\\ [7n + (-8n)] - 3 &> 23\\ -1n - 3 &> 23\\ -n - 3 &> 23.\end{aligned}$$

23
n+(-8n)-3 #38;#38;#38;#62; 23

$7n+(-8n)]-3\#38;\#38;\#38;\#62;231n-3\#38;\#38;\#38;\#62;23n-3\#38;\#38;\#38;\#62;23.\text{"}class = \text{"}x-ck12-block-math\text{"}/\#$

La expresión a la izquierda del signo de desigualdad, $-n - 3$ *, ahora está en su forma más simplificada. No podemos restar 3 de* $-n$ *ya que* no *son término semejantes.*

El siguiente paso es dejar la variable sola, $-n$ **, a un lado de la inecuación. Ya que el 3 se *resta* de** $-n$ **, podemos sumar 3 a cada lado de la inecuación para despejar la variable.**

$$\begin{aligned}-n - 3 &> 23\\ -n - 3 + 3 &> 23 + 3\\ -n + (-3 + 3) &> 26\\ -n + 0 &> 26\\ -n &> 26\end{aligned}$$

23
n-3+3 #38;#38;#38;#62; 23+3
n+(-3+3) #38;#38;#38;#62; 26
n+0 #38;#38;#38;#62; 26
n #38;#38;#38;#62; 26" class="x-ck12-block-math" /#38;#62;

$$\begin{aligned}-n &> 26\\ -1n &> 26\\ \frac{-1n}{-1} &< \frac{26}{-1}\\ 1n &< -26\\ n &< -26\end{aligned}$$

Ya que $-n$ **es lo mismo que** $-1n$ **o** $-1 \times n$ **, podemos dividir ambos lados de la inecuación por -1 para obtener un** n **positivo a un lado del signo. Ya que al hacer esto, dividimos ambos lados por un número negativo, debemos voltear el signo de desigualdad.**

26
1n #38;#38;#38;#62; 26

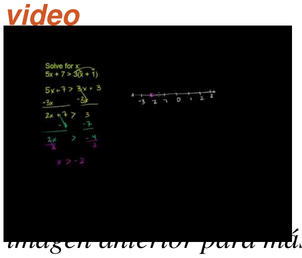
frac{-1n}{-1} #38;#38;#38;#60; { 26}{−1}n#38;#38;#38;#60;−26#38;#38;#38;#60;−26”class=”x−ck12−block−math”/#38;#62;

La solución de esta inecuación es

$$n < -26$$

#38;#60; -26" class="x-ck12-math" /#38;#62; .

Revisa este video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58508

Haz clic en la imagen anterior para más información

Khan Academy Solving Multi-step Inequalities

Practica

Instrucciones: resuelve cada inecuación.

1. $2x + 5 > 13$

   13" class="x-ck12-math" /#38;#62;
2. $4x - 2 < 10$

   #38;#60;10" class="x-ck12-math" /#38;#62;
3. $6y + 9 > 69$

   69" class="x-ck12-math" /#38;#62;
4. $2x - 3 \leq -4$
5. $5x + 2 \geq -8$
6. $2x - 9 \leq -5$
7. $\frac{x}{3} + 1 > 5$

   5" class="x-ck12-math" /#38;#62;
8. $\frac{x}{2} - 1 < -3$

   #38;#60;-3" class="x-ck12-math" /#38;#62;
9. $\frac{x}{5} + 3 > -9$

   -9" class="x-ck12-math" /#38;#62;
10. $\frac{x}{2} - 5 > -10$

    -10" class="x-ck12-math" /#38;#62;
11. $6k - 3 > 15$

    15" class="x-ck12-math" /#38;#62;
12. $11 + \frac{x}{4} \leq 12$
13. $12 + 9j + j < 72$

    #38;#60;72" class="x-ck12-math" /#38;#62;
14. $12b - 3b + 5 \geq -31$
15. $18 + 7n + 3 + 6n \leq 86$
16. $3z - 15z - 30 > 54$

    54" class="x-ck12-math" /#38;#62;

3.17 Resolución de inecuaciones utilizando la propiedad distributiva

Aquí resolverás inecuaciones utilizando la propiedad distributiva.

¿Alguna vez has tratado de construir una plataforma? Estudia esta situación.

La señora Layne quiere construir una plataforma rectangular en su patio trasero. Quiere que esta mida exactamente 9 pies de largo. Quiere que el perímetro de este sea, como máximo, 28 pies. El perímetro de un triángulo se encuentra en la siguiente expresión $P = 2(l+w)$ *, donde representa el largo lw el ancho.*

Escribe una inecuación represente el valor w , los posibles anchos, en pies (unidad de medición), para que ella pueda construir la plataforma. Para obtener la plataforma que quiere, ¿podría el ancho ser de 6 pies?

En esta sección, aprenderás a utilizar la propiedad distributiva apara resolver inecuaciones. Y esto es exactamente lo que necesitas aprender para solucionar el problema anterior.

Orientación

Las inecuaciones que verás en esta sección tienen paréntesis. Podemos simplificar una ecuación con paréntesis al utilizar la propiedad distributiva. Podemos hacer esto con las inecuaciones, también. Utilizar esta propiedad te ayudará a simplificar una inecuación para que te resulte más fácil resolverla.

Calcula el valor de q en:

$$-9(q+3) < 45$$

#38;#60;45" class="x-ck12-math" /#38;#62;

$$-9(q+3) < 45$$

Pone en práctica la propiedad distributiva al lado izquierdo de la inecuación. Multiplica los números dentro del paréntesis por -9 y luego suma sus productos.

$$(-9 \times q) + (-9 \times 3) < 45$$

$$-9q + (-27) < 45$$

$$-9q + (-27) < 45$$

#38;#60; 45
$-9 \times q) + (-9 \times 3)$#38;#38;#38;#60;45
$9q + (-27)$#38;#38;#38;#60;45"*class = "x − ck12 − block − math"* /#38;#62;

$$-9q + (-27) - (-27) < 45 - (-27)$$

Ahora, calcula tal como lo harías con una inecuación de dos pasos. *Ya que -27 se suma a* $-9q$ *, podemos aislar* $-9q$ *a un lado del signo al restar -27 de ambos lados de la inecuación. Recuerda, restar -27 a un número es lo mismo que sumar su opuesto, 27, a ese número.*

$$-9q + (-27+27) < 45 + 27$$

$$-9q + 0 < 72$$

$$-9q < 72$$

#38;#60; 45
9q+(-27)-(-27) #38;#38;#38;#60; 45-(-27)
9q+(-27+27) #38;#38;#38;#60; 45+27
9q+0 #38;#38;#38;#60; 72
9q #38;#38;#38;#60; 72" class="x-ck12-block-math" /#38;#62;

Para despejar q a un lado de la inecuación, debemos dividir ambos lados por -9. Ya que estamos dividiendo ambos lados por un número negativo, debemos invertir el signo de desigualdad.

$$\begin{aligned} -9q &< 72 \\ \frac{-9q}{-9} &> \frac{72}{-9} \\ 1q &> -8 \\ q &> -8 \end{aligned}$$

#38;#60; 72

frac{-9q}{-9} #38;#38;#38;#62; { $\overline{72\}\{-9\}q\#38;\#38;\#38;\#62;-8\#38;\#38;\#38;\#62;-8\text{''}class=\text{''}x-ck12-block-math\text{''}/\#38;\#62;}$

La solución es

$$q > -8$$

-8" class="x-ck12-math" /#38;#62; .

$\frac{1}{2}(x+4) \leq 10$

Primero, utilizamos la propiedad distributiva para multiplicar uno y medio con los dos términos dentro del paréntesis.

$\frac{1}{2}x+2 \leq 10$

Luego, restamos dos de cada lado de la inecuación.

$\frac{1}{2}x \leq 8$

Ahora, podemos multiplicar ambos lados por el recíproco de uno y medio, el cual eliminará a uno y medio y despejará la variable. Este es un ejemplo de la propiedad inversa multiplicativa.

$\frac{2}{1}\left(\frac{1}{2}\right)x \leq 8\left(\frac{2}{1}\right)$

La respuesta es $x \leq 16$ **.**

Ejemplo A

$$-5(x+2) > 15$$

15" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Solución:#38;#160;

$$x < -5$$

#38;#60; -5" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Ejemplo B

$6(x-4) \geq 24$

Solución:#38;#160; $x \geq 8$

Ejemplo C

$-2(y+3) \leq 12$

Solución:#38;#160; $y \geq -9$

Ahora, regresemos al problema del comienzo de la sección.

Primero, considera la parte *a* .

Sabes que el largo es 9 pies, por lo que sustituimos la l por el 9 en la expresión $2(l+w)$ *. Esta expresión representa el perímetro actual de la plataforma.*

$_{\text{actual perimeter}} = 2(l+w) = 2(9+w)$

Ya que ella quiere que el perímetro se "como máximo" de 28 pies, debes utilizar el signo "menor o igual que" $(\leq)$ *Transcribe este problema en una inecuación.*

Por lo que, este problema puede representarse por la inecuación $2(9+w) \leq 28$.

Luego, considera la parte *b* .

Para encontrar todos los valores posibles de w , resuelve la inecuación. Primero, pone en práctica la propiedad distributiva al lado derecho del signo de desigualdad.

Ahora, calcula tal como lo harías con una inecuación de dos pasos. Primero resta 18 de cada lado de la inecuación.

Luego, divide ambos lado de la inecuación por 2. Ya que estás dividiendo por un número positive, no cambies el signo de desigualdad.

El valor de w debe ser menor o igual a 5.

Ya que 6 es mayor que 5, no es posible que este sea un valor de w . Por lo que, si ella construye una plataforma de 6 pies de ancho, esta tendría un perímetro más grande del deseado.

Vocabulario

Inecuación
: *enunciado matemático en donde una cantidad puede ser menor, mayor o igual a otra cantidad.*

Operación inversa
: *a operación opuesta. Estas se utilizan para resolver problemas.*

Términos semejantes
: *términos que en una ecuación o una inecuación que tienen la misma variable común o no tienen variable.*

Propiedad Distributiva
: *un término afuera de un conjunto de paréntesis puede multiplicarse por los términos dentro de este para simplificar el paréntesis.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Encuentra el valor de w en:

$$-2(8+w)+18<28$$

#38;#60;28" class="x-ck12-math" /#38;#62; .

Solución

$$-2(8+w)+18<28$$

Primero, debemos utilizar la propiedad distributiva al lado izquierdo de la inecuación. *Podemos multiplicar cada número dentro del paréntesis por -2 y luego sumar sus productos.*

$$(-2\times 8)+(-2\times w)+18<28$$

$$-16+(-2w)+18<28$$

$$-16+(-2w)+18<28$$

#38;#60; 28
$-2\times 8)+(-2\times w)+18\#38;\#38;\#38;\#60;28$
$16+(-2w)+18\#38;\#38;\#38;\#60;28\text{”}class=\text{”}x-ck12-block-math\text{”}/\#38;\#62;$

$$-16+[(-2w)+18]<28$$

$$-16+[18+(-2w)]<28$$

Luego, podemos sumar los términos semejantes (-16 y 18) que están al lado izquierdo de la inecuación. *Utilizar las propiedades conmutativas y asociativas para reordenar los términos del lado izquierdo del problema, puede esclarecer cómo puedes hacer esto.*

$$(-16+18)+(-2w)<28$$

$$2+(-2w)<28$$

#38;#60; 28
16+[(-2w)+18] #38;#38;#38;#60; 28
16+[18+(-2w)] #38;#38;#38;#60; 28
$-16+18)+(-2w)\#38;\#38;\#38;\#60;28$
$+(-2w)\#38;\#38;\#38;\#60;28\text{”}class=\text{”}x-ck12-block-math\text{”}/\#38;\#62;$

Finalmente, resolvemos tal como lo harías con una inecuación de dos pasos. Ya que se suma 2a $-2w$, nuestro primer paso sería restar 2 de ambos lados de la inecuación.

$$\begin{aligned}2+(-2w)&<28\\2-2+(-2w)&<28-2\\0+(-2w)&<26\\-2w&<26\end{aligned}$$

#38;#60; 28
-2+(-2w) #38;#38;#38;#60; 28-2
+(-2w) #38;#38;#38;#60; 26
2w #38;#38;#38;#60; 26" class="x-ck12-block-math" /#38;#62;

$$\begin{aligned}-2w&<26\\\frac{-2w}{-2}&\ \ \frac{26}{-2}\\1w&>-13\end{aligned}$$

Ahora, debemos despejar la variable, *w* , al dividir ambos lados de la inecuación por -2. Ya que estamos dividiendo ambos lados por un número negativo, debemos invertir el signo de desigualdad.

$$w>-13$$

#38;#60; 26

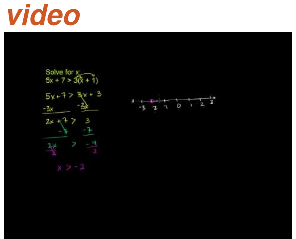
frac{-2w}{-2} #38;#38;#38;#62; { 26}{−2}w#38;#38;#38;#62;−13#38;#38;#38;#62;−13”class=”x−ck12−block−math”/#38;#62;

La solución es

$$w>-13$$

-13" class="x-ck12-math" /#38;#62; .

Revisa este video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58508

Haz clic en la imagen anterior para más información

Khan Academy Solving Multi-step Inequalities

Practica

Instrucciones: resuelve cada inecuación.

1.

$$3(x+4)>21$$

21" class="x-ck12-math" /#38;#62;

2.

$$4(x-1)<8$$

#38;#60;8" class="x-ck12-math" /#38;#62;

3.

$$5(y+7) < 70$$

#38;#60;70" class="x-ck12-math" /#38;#62;

4.

$$-4(x+2) > 8$$

8" class="x-ck12-math" /#38;#62;

5. $3(x-9) \geq 30$

6. $-2(y+4) \geq 16$

7. $5(x+2) \leq 100$

8.

$$-2(y-3)+12y > 16$$

16" class="x-ck12-math" /#38;#62;

9.

$$4(x+2)-10x > 38$$

38" class="x-ck12-math" /#38;#62;

10. $3(x-2)+5x \leq 42$

11.

$$-2(y+4)-2y > 8$$

8" class="x-ck12-math" /#38;#62;

12. $-5(x+2)+6(x-2) \geq 10$

13.

$$3(x+4)-2(x+1) > 5$$

5" class="x-ck12-math" /#38;#62;

14.

$$-2(y-4)+8y+2 < 16$$

#38;#60;16" class="x-ck12-math" /#38;#62;

15. $-8(x+2)-9x+2x \geq 14$

3.18 Escribe y resuelve inecuaciones de múltiples pasos en diferentes problemas

Aquí aprenderás a escribir y resolver inecuaciones de múltiples pasos en diferentes problemas.

La banda de la Escuela Floyd siempre actúa durante el medio tiempo de los partidos de fútbol americano. Usualmente, la banda realiza actos que duran un promedio de 6 minutos cada uno. A la señora Kline le gusta que los estudiantes tengan diferentes actos para presentar.

Durante los juegos, siempre actúan por lo menos por 42 minutos, pero no más de 60 minutos. Si el tiempo promedio de duración de un acto es 8 minutos, ¿cuántos actos, como mínimo, puede presentar la banda? ¿Cuántos actos, como máximo, puede presentar la banda?

Este problema tiene un problema una inecuación compuesta. Notarás que se mencionan dos inecuaciones diferentes. En esta sección, aprenderás a transcribir el lenguaje verbal a una inecuación compuesta, para que puedas resolver el problema. Presta atención, porque verás este problema nuevamente al final de esta sección.

Orientación

Algunas veces, para verdaderamente entender los valores representados por una variable debemos considerar la opción de dos inecuaciones juntas .

Considerar dos inecuaciones juntas forma una *inecuación compuesta.*

Piénsalo de esta forma, imagina que

$$n > 0$$

0" class="x-ck12-math" /#38;#62; y que

$$n < 5$$

#38;#60;5" class="x-ck12-math" /#38;#62; . En este caso, debemos considerar estas dos inecuaciones juntas. Esto significa, considerar una inecuación compuesta.

Hay dos tipos de inecuaciones compuestas.

- **Una *conjunción* es una inecuación compuesta que tiene la palabra *y*.** *Una conjunción es verdadera solo y ambas inecuaciones son ciertas.*

$$n > 0$$

0" class="x-ck12-math" /#38;#62; y

$$n < 5$$

#38;#60; 5" class="x-ck12-math" /#38;#62;

- **Una *disyunción* es una inecuación compuesta que tiene la palabra *or*.** *Una disyunción es verdadera si cualquiera de las inecuaciones es cierta.*

Podemos escribir una inecuación compuesta cuando tenemos palabras que describen más de una inecuación. Estudiemos una.

La suma de un número, n **, y 4 es mínimo 12 y máximo 20.**

a. Traduce esta oración a una inecuación compuesta.

b. Resuelve la inecuación compuesta.

Primero, considera la parte *a* .

Descompone la oración en partes y traduce cada una de ellas a una inecuación.

Mira la oración original.

La suma de un número, n **, y 4 es mínimo 12 <u>y</u> máximo 20.**

La palabra y *la cual está subrayada muestra que esta oración representa una conjunción.*

Así que, la inecuación compuesta puede escribirse como: $n+4 \geq 12$ y $n+4 \leq 20$.

O, podemos reescribir $n+4 \geq 12$ *como* $12 \leq n+4$ *y poner las dos inecuaciones juntas:* $12 \leq n+4 \leq 20$.

Luego, considera la parte b **.**

Para resolver la inecuación compuesta, calcula cada inecuación como una sola.

Resta 4 a cada lado de la inecuación.

Por lo que, la solución puede escribirse como: $n \geq 8$ **y** $n \leq 16$ **.**

Otra opción es: $8 \leq n \leq 16$ **.**

Aquí hay otro problema planteado.

Brandon gana \$7 por hora en su trabajo. La cantidad de horas que trabaja cambia de semana a semana. Sin embargo, cada semana recibe no menos de \$70 y no más de \$140. La h representará la cantidad de horas que él trabaja cada semana.

a. Escribe una inecuación compuesta que represente a este problema.

b. Resuelve la inecuación para determinar la cantidad de horas que trabaja Brandon cada semana.

c. De acuerdo con la información del problema, ¿ha trabajado Brandon alguna vez 25 horas a la semana? Explica.

Primero, considera la parte $\boldsymbol{a}$ **.**

Ya que Brandon gana \$7 por hora, puedes representar la cantidad de dinero que gana a la semana al multiplicar 7 por el número de horas trabajadas. En otras palabras, puedes representar la cantidad de dinero que gana con $7 \times h$ *o* $7h$ *.*

Ahora, descompone el problema en partes y traduce cada parte en una inecuación.

Mira la oración original.

...cada semana recibe no menos de $70 y no más de $140.

Debido a la palabra y *, esta inecuación compuesta es una conjunción.*

Podemos representar esta inecuación como: $7h \geq 70$ y $7h \leq 140$. *Otra opción es:* $70 \leq 7h \leq 140$.

Luego, considera la parte *b* .

Para resolver la inecuación compuesta, calcula cada inecuación como una sola.

Divide cada lado por 7.

Por lo que, la solución puede escribirse como: $h \geq 10$ **y** $h \leq 20$ **. Otra opción es:** $10 \leq h \leq 20$ **.**

Esta solución muestra que la cantidad de hora que Brandon trabaja cada semana es mayor o igual a 10 y *menor o igual a 20. En otras palabras, Brandon trabaja entre 10 a 20 horas a la semana.*

Por último, considera la parte *c* .

En la parte b *, determinaste que el número de horas que trabaja Brandon a la semana es siempre menor o igual a 20. Esto significa que él nunca trabaja más de 20 horas a la semana. Por esto, el no puede trabajar 25 a la semana como dice la parte .*

Ejemplo A

La suma de un número y 3 es al menos 10, pero no más de 25.

Solución: $10 \leq x+3 \leq 25$

Ejemplo B

La suma de un número y seis es mayor que cuatro y menor que doce.

Solución:#38;#160;

$$4 < x >< 12 < /x >$$

#38;#60;12" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Ejemplo C

El producto de un número y dos es mayor que quince y menor que veinte.

Solución:

$$15 < 2x < 20$$

#38;#60;2x#38;#60;20" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Ahora, regresemos al problema del comienzo de la sección.

Primero, anotemos la información que tenemos.

El promedio de duración de cada acto es 6 minutos.

La banda actúa por no menos de 42 minutos.

La banda actúa por no más de 60 minutos.

Necesitamos descubrir la cantidad de actos que realizaron. Esta es nuestra variable p **.**

Aquí está la inecuación.

$42 \leq 6p \geq 60$

Ahora podemos resolver cada inecuación para saber la cantidad de piezas que presentaron. Tendremos una cantidad menor y una mayor.

La banda presentará entre 7 a 10 actos dado el tiempo de duración que les permitan tocar.

Vocabulario

Inecuación compuesta
una inecuación que combina dos inecuaciones cuando esta en algún problema planteado.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Seis menos que la mitad d un número, x , es menor que-1 o mayor que 10.

a. Traduce esta

Seis menos que la mitad de un número, x, es ... menos que -1 ...

b. Resuelve la in

Solución

Primero, conside

Seis menos que la mitad de un número, x, es ... mayor que 10.

Ahora, descomp

#38;#60; -1"

$$\frac{x}{2} \quad - \quad 6 \quad > \quad 10$$

10" class="x-ck12-block-math" /#38;#62;

Mira la oración original.

Seis menos que la mitad de un número, *x* , es mayor que 10 o menor que -1.

La palabra *o* la cual está subrayada muestra que esta oración representa una disyunción.

Así que, la inecuación compuesta puede escribirse como:

$$\frac{x}{2}-6<-1$$

#38;#60;-1" class="x-ck12-math" /#38;#62; o

$$\frac{x}{2}-6<-1 \qquad \frac{x}{2}-6>10$$

$$\frac{x}{2}-6>10$$

$$\frac{x}{2}-6+6<-1+6 \qquad \frac{x}{2}-6+6>10+6$$

10" class="x-ck12-math" /#38;#62;

$$\frac{x}{2}+(-6+6)<5 \qquad \frac{x}{2}+(-6+6)>16$$

Luego, considera la parte *b* .

Para resolver la inecuación compuesta, calcula cada inecuación como una sola.

$$\frac{x}{2}+0<5 \qquad \frac{x}{2}+0>16$$

Primero, suma 6 a cada lado.

$$\frac{x}{2}<5 \qquad \frac{x}{2}>16$$

#38;#60; -1 #38;#38;#38;#38; { x}{2}−6#38;#62;10frac{x}{2}−6+6#38;#38;#38;#60;−1+6#38;#38;#38;#38;{x}{2}−6+6#38;#62;10+6frac{x}{2}+(−6+6)

Luego, multiplica cada lado por 2.

$$\begin{aligned}\frac{x}{2} &< 5\\ \frac{x}{2}\times 2 &< 5\times 2\\ \frac{x}{\cancel{2}}\times\frac{\cancel{2}}{1} &< 10\\ \frac{x}{1} &< 10\\ x &< 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{x}{2} &> 16\\ \frac{x}{2}\times 2 &> 16\times 2\\ \frac{x}{\cancel{2}}\times\frac{\cancel{2}}{1} &> 32\\ \frac{x}{1} &> 32\\ x &> 32\end{aligned}$$

#38;#60; 5 #38;#38;#38;#38; { x}{2}#38;#62;16frac{x}{2}×2#38;#38;#38;#60;5×2#38;#38;#38;#38;{x}{2}×2#38;#62;16×2frac{x}{\2}}×{

{2}}{1} #38;#38;#38;#60; 10 #38;#38;#38;#38; { x}{\2}}×{

{2}}{1} #38;#62; 32

frac{x}{1} #38;#38;#38;#60; 10 #38;#38;#38;#38; { x}{1}#38;#62;32#38;#38;#38;#60;10#38;#38;#38;#38; x#38;#62;32"class="x−ck12−bloc

Por lo que, la solución puede escribiste como:

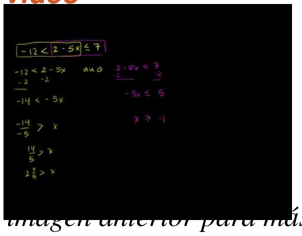
$$x < 10$$

#38;#60;10" class="x-ck12-math" /#38;#62; o

$$x > 32$$

32" class="x-ck12-math" /#38;#62; .

Revisa este video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/93

Haz clic en la imagen anterior para más información

Khan Academy Compound Inequalities

Practica

Instrucciones: utiliza cada ejemplo para trabajar con inecuaciones compuestas.

Dos menos que un número, x , es al menos 16 y a lo más 25

1. *Traduce esta oración a una inecuación compuesta.*
2. *Resuelve la inecuación compuesta.*
3. *Escribe un enunciado matemático que represente las posibilidades de respuesta.*

Un tercio de un número, n , es la menor que -5 o mayor que 3.

4. *Traduce esta oración a una inecuación compuesta.*
5. *Resuelve la inecuación compuesta.*
6. *Escribe un enunciado matemático que represente las posibilidades de respuesta.*

Siete más que el doble de un número, n , es menor que -5 o al menos 9.

7. *Traduce esta oración a una inecuación compuesta.*
8. *Resuelve la inecuación compuesta.*
9. *Escribe un enunciado matemático que represente las posibilidades de respuesta.*

Instrucciones: resuelve cada problema.

Cuando Harriet va a la cafetería para almorzar, compra dos cosas: tortilla y una malteada de $3. El costo total de su almuerzo siempre es más que $8 y menos que $12. La w representará el costo, en dólares, de cualquiera de las tortillas que compra.

10. *Escribe una oración a una inecuación compuesta para representar el problema.*
11. *Resuelve la inecuación en la parte a.*
12. *De acuerdo al problema, ¿es posible que Harriet compre tortillas que cuesten $10?*
13. *¿Por qué? Explica.*

El señor Jameson paga $3 por un galón de gasolina. Cada semana, la cantidad que gasta en gasolina para su auto es entre $30 y $105. La g representará el número de galones de gasolina en una semana dada.

14. *Escribe una oración a una inecuación compuesta para representar el problema.*
15. *Resuelve la inecuación en la parte a.*

Resumen

Comenzaste aprendiendo cómo resolver ecuaciones básicas que, para calcularlas, requerían de la suma o la resta y, luego, de la multiplicación y la división. Estos eran ejemplos de ecuaciones de dos pasos básicas. Luego, aprendiste a resolver ecuaciones más complejas al simplificar, tanto como podías, cada lado de la ecuación. Para simplificar, utilizaste la propiedad distributiva y los términos semejantes combinados. Aprendiste que, si había decimales o fracciones en la misma ecuación, aún podías resolverla de igual forma que si estos números racionales fuesen números enteros. Finalmente, aprendiste a resolver ecuaciones con variables a ambos lados de la ecuación al dejar todas las variables a un lado del problema. La gran idea a recordar cuando calcules ecuaciones es: **si realizas una operación a un lado de la ecuación, debes realizar la misma operación en el lado contrario de la ecuación.**

Luego de trabajar con ecuaciones, trabajaste con inecuaciones. Las inecuaciones son como las ecuaciones, con la excepción de que en vez de tener un sigo igual tienen un signo de desigualdad. Si bien la solución de una ecuación es un valor, la de una inecuación es un conjunto de ellos. Las soluciones de una inecuación se pueden representar gráficamente en una recta numérica. Aprendiste que el proceso para resolver inecuaciones es similar al de las ecuaciones. Puedes realizar los mismos pasos, pero siempre recuerda **Si multiplicas o divides ambos lados de una inecuación por un número negativo, debes dar vuelta tu signo de desigualdad para asegurarte que la inecuación siga siendo correcta.**

CHAPTER 4 Utilización de proporciones

Chapter Outline

Introducción

En este capítulo, aprenderás todo sobre razones y proporciones. Comenzarás aprendiendo qué es una razón y las diferentes maneras en que puedes escribirlas. Luego, aprenderás sobre proporciones y cómo resolver ecuaciones proporcionales. También aprenderás cómo resolver problemas de la vida cotidiana al escribir y resolver ecuaciones proporcionales. Finalmente, aprenderás cómo convertir unidades de medida utilizando las proporciones.

4.1 Escr zones

En esta sección, aprenderás

¿Sabes algo sobre el monte E

Josh se sentó en la mesa muy concentrado leyendo un libro. Su madre sirvió cereal en un tazón y se lo dio. Karen, la hermana de Josh, entró en la cocina y se sentó al lado de este.

"¿Qué lees?" Karen preguntó.

"Estoy leyendo sobre el monte Everest", respondió Josh, sin levantar su mirada.

"De acuerdo, Josh, deja el libro y come", le dijo su madre.

"Es asombroso. ¿Sabías que en el mejor año del Everest, y el mejor significa el año en que menos personas murieron, de las 129 perdonas que lo escalaron solo 8 murieron". Dijo Josh, sonriendo.

"No creo que eso sea algo para sonreír", dijo su madre, bebiendo café.

"Sí, es morboso", apuntó Karen.

"Sí, puede que sea morboso, pero es un hecho. Durante el peor año, solo 98 personas lo escalaron y 15 murieron. Esas son muchas personas. Podemos comparar el número de personas que escalaron y el número de personas que murieron", dijo Josh.

"Bueno, esto prueba que el monte Everest es un lugar peligroso y escalarlo no es un juego de niños", dijo su madre.

"Sí, ¡pero imagina lo maravilloso que se sentiría estar en la cima del mundo!", dijo Josh.

"¿Cómo saben cuál es el mejor año y el peor año, basándose en esos números?", preguntó Karen.

"Comparan las razones", explicó Josh. "Déjame explicarte."

¿Sabes cómo lo hacen? Dada esta información, Josh le explicará a Karen cómo simplificar y comparar razones. En esta sección, aprenderás todo sobre las razones.

Orientación

Una *razón* es una comparac

La cosa que deben notar sc uchas maneras diferentes de comparar cosas en las maten

Imagina que hay 25 estudiani ue la razón entre los hombres y las mujeres es 12 a 13. Tar razón entre los hombres y el total de los estudiantes es 12 de los estudiantes es 13 a 25, 13 : 25 o $\frac{13}{25}$. También verá comparas los hombres con la cantidad total de estudiantes, izas la forma fraccionaria, es el numerador.

Esa es una muy buena pregunta. Existen ... es escribir una razón. Puedes escribirla con dos puntos entre los números; utiliz ... la forma fraccionaria. Puedes escoger cómo escribir una razón y estas maneras

Tómate unos minutos para escribir la definición de razón y las tres maneras en que puedes escribir una en tu cuaderno.

Acabamos de ver las tres maneras en que puedes escribir una razón cuando estás haciendo una comparación simple. Recuerda leer la información atentamente para que así entiendas bien lo que se estás comparando.

Ahora, estudiemos una situación en la podrías necesitar aprender algo para poder escribir la razón.

Hay 32 caramelos rojos y amarillos en la bolsa. Hay 10 caramelos amarillos. ¿Cuál es la razón entre los caramelos rojos y el total de caramelos en la bolsa?

Necesitamos saber la razón entre los caramelos rojos y la cantidad total de caramelos. Sabemos que hay un total de 32 caramelos. Antes de escribir la razón, debemos saber la cantidad de caramelos rojos que hay en la bolsa.

$32-10=22$

Ahora, escribe la razón entre los caramelos rojos y la cantidad total de caramelos. **Ya que la razón es una comparación, podemos simplificarla. Asegúrate de escribir la razón en su forma más simplificada. Esto hace que sea más fácil entender las cantidades que están siendo comparadas.**

$\frac{\text{red candies}}{\text{total candies}}=\frac{22}{32}=\frac{11}{16}$

También pudimos haber escrito esta razón de otras dos formas.

22 de 32 y luego simplificarla a 11 de 16

O

22 : 32, luego simplificarla a 11 : 16

Todas están respuestas son correctas. Recuerda que puedes intercambiar la forma en que escoges escribir la razón.

También podemos comparar razones. Esto se hace cuando tenemos más de una razón y queremos saber cuál es la de mayor valor y la de menor valor. Estudiemos este caso.

La clase del señor Collison tiene 30 estudiantes. De esos, 12 son hombres. La clase de la señora Peterson tiene 25 estudiantes. De esos, 11 son hombres. ¿Qué clase tiene la mayor razón de alumnos hombres?

Primero, encuentra la razón de ambas clases entre los estudiantes hombres y el total de estudiantes. Necesitas hacer esto primero, porque son cantidades que debes comparar.

La clase del señor Collison: $\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$

La clase de la señora Peterson: $\frac{11}{25}$

Ahora compara las razones de la misma forma en que comparas fracciones. Encuentra un denominador común y compara los numeradores.

El mínimo común denominador es 25.

$\frac{2}{5}\left(\frac{5}{5}\right)=\frac{10}{25}$

$$\frac{10}{25}<\frac{11}{25}$$

#38;#60; { $\overline{11\}\{25\}\text{"class="x-ck12-math"/\#38;\#62;,yaque10esmenorque11.}}$

La clase de la señora Peterson tiene la mayor razón entre estudiantes hombres y el total de estudiantes.

Ahora podemos ordenar las razones. Cuando tienes más de dos razones, puedes ordenarlas de menor a mayor o de mayor a menor.

Ordenas las siguientes razones de menor a mayor: 10 de 15, $\frac{16}{36}$ *, 12 : 48*

La primera cosa de debes notar es que estas razones están escritas de forma diferente una de otra. Escribámoslas todas de una misma forma. Escribámoslas como fracciones para que así podamos utilizar lo que sabemos sobre comparar y ordenar fracciones.

$10 \text{ \textit{to} } 15 = \frac{10}{15}$

$12 : 48 = \frac{12}{48}$

Nota que ninguna de estas fracciones está escrita en su forma más simplificada. Podemos simplificarlas, lo que hará mucho más fácil ordenarlas.

Si sabes algo de fracciones, podemos ordenarlas ahora mismo. Sabemos que un cuarto es la menor. Sabemos que cuarto es casi la mitad de nueve, por lo que es la siguiente cantidad de mayor valor; y que dos tercio es el mayor.

La respuesta es $\frac{1}{4}, \frac{4}{9}, \frac{2}{3}$ **.**

En ese caso, puedes reescribir todas las fracciones con un denominador común. Así podrás ordenar los numeradores. Veamos cómo hacer esto.

Puedes ver que nuestro trabajo original es correcto.

Ahora, simplifiquemos cada razón.

Ejemplo A

$\frac{7}{21}$

Solución: $\frac{1}{3}$

Ejemplo B

5 : 30

Solución:#38;#160; 1 : 6

Ejemplo C

24 *a* 36

Solución: 2 **de** 3

Ahora, regresemos al problema del inicio de la sección.

Escribiremos dos razones para compararlas. Una razón representará el mejor año del Everest y la otra el peor.

Primero, observemos las cantidades del mejor año del Everest.

129 personas lo escalaron

8 personas murieron

La razón es 129 : 8.

Sin embargo, debemos simplificar esta razón para tener una mejor idea sobre el tamaño de la razón. Reescribámosla en su forma fraccionaria y, luego, simplifiquémosla.

$\frac{129}{8} = \frac{16}{1}$

Esto significa que por cada 16 persona que escalaron el monte, una no sobrevivió.

Ahora, observemos las cantidades del peor año del Everest.

98 personas lo escalaron

16 personas murieron

Esto significa que por cada $6\frac{1}{2}$ personas que escalaron, una no sobrevivió.

Por la información que obtenemos de estas razones, puedes ver la comparación entre el mejor y el peor año del Everest.

Vocabulario

Razón
: *Una manera de comparar dos números o cantidades. Las razones se pueden escribir de tres formas diferentes: utilizando forma fraccionaria, utilizando los dos puntos o utilizando la palabra "a".*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que intentes hacerlo por ti mismo.

Escribe una razón en la forma más simplificada para describir el próximo problema.

Marcy ama las galletas. Ella come 14 galletas en 28 minutos. Escribe una razón para comparar las galletas y los minutos.

Solución

Primero, escribiremos una razón para comparar las galletas y los minutos, por lo que escribiremos la cantidad de galletas primero.

14

Luego, escribiremos la cantidad de minutos.

14 : 28

También podemos escribir esta razón en su forma fraccionaria.

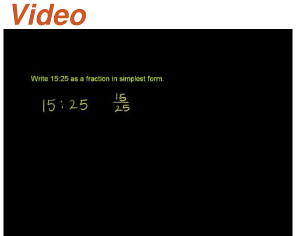
$\frac{14}{28}$

Ahora, simplifiquémosla.

$\frac{14}{28} = \frac{1}{2}$

Esta es nuestra respuesta.

Revisión en Video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5498

Haz clic en la imagen anterior para mayor información.

[*Khan Academy Ratios in Simplest Form*]

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: *Estudia cada razón. Luego, escríbela en las otras dos formas en que puede ser escrita.*

1. *16 a 3*

2. *4 a 5*
3. *1 : 4*
4. $\frac{12}{1}$
5. *6 : 11*
6. *33 a 100*
7. $\frac{4}{9}$
8. *3 a 4*
9. *45 a 12*
10. *12 : 12*

Instrucciones: Simplifica cada razón y escribe tu respuesta en forma fraccionaria.

11. *4 a 12*
12. *5 : 20*
13. *36 a 6*
14. *18 : 36*
15. *20 a 100*

4.2 Utilización de tasas unitarias y tasas equivalentes

En esta sección, aprenderás a utilizar tasas unitarias y a encontrar tasas equivalentes.

¿Alguna vez has tenido que encontrar una tasa equivalente? Estudia el siguiente problema.

El equipo de Myra anotó 10 goles en los últimos 3 juegos. A esta velocidad, ¿cuántos goles anotará el equipo de Myra en 6 juegos?

En esta sección, aprenderás a calcular una tasa equivalente que te ayudará a resolver el problema anterior.

Orientación

Una *tasa unitaria* es una cla **enominador es igual a uno.**

Con una tasa unitaria, comp *nes son las millas por galón, precio por libra y tarifa por h*

Para encontrar una tasa u **omo denominador. Puedes simplemente dividir el prim** **rdenar bien las unidades.**

Escribe la información que ***o, continúa con el siguiente problema.***

Kayla compró 5,5 libras de manzanas. Pagó un total de $7,15. ¿Cuás es la tasa unitaria de las manzanas por libra?

Una palabra clave en esta situación es "por libra". Cuando utilizamos la palabra "por" debemos saber que estamos trabajando con tasas unitarias.

Debes encontrar el precio por libra. Podemos escribir la razón entre el precio y la libra utilizando la información entregada en el problema. Eso es lo que estamos comparando, por lo que así escribimos la razón. Luego, podemos aumentar la información entregada.

$\frac{price}{libras} = \frac{\$7.15}{5.5\ libras}$

Ahora, utiliza la división para encontrar el precio por libra. Dividimos el precio por el número de libras que compró Kayla.

$5.5\overline{)7.15}$

$\frac{\$7.15}{5.5\ libras} = \frac{\$1.30}{1\ pound}$

La tasa unitaria es $1,30 por libra.

Aquí, otro problema.

Brian trabajó 8 horas ayer y ganó un total de $86. ¿Cuánto es lo que gana por hora?

Escribe una razón que comparare la cantidad de dinero que gana y las horas que trabaja. La tasa que estamos buscando es lo que Brian gana "por" hora.

$\frac{\textit{pay rate}}{\textit{hours worked}} = \frac{\$86}{8\ hours}$

Ahora, dividamos para encontrar la tasa unitaria.

$\frac{\$86}{8\ hours} = \frac{\$10.75}{1\ hour}$

Brian gana $10,75 por hora.

Puede que también veas tasas que son equivalentes. Estudiemos las tasas equivalentes.

Encuentra una tasa equivalente para esta comparación.

Nota que aquí tendremos una tasa unitaria. Sabemos que la tasa unitaria es de dos dólares por cada cosa individual. Queremos 8 de estas. Al pensar de forma matemática, podemos calcular y encontrar la solución.

$1 \times 8 = 8$

Tal como trabajamos con las fracciones, toda operación que realicemos con el denominador, debemos realizarla con el numerador. Multiplicamos por 8, por lo que también debemos multiplicar el numerador.

Estas dos tasas son equivalentes.

¡Siempre que multipliques el numerador y el denominador por el mismo número, crearas tasas equivalentes!

Escribe y encuentra la tasa unitaria de cada razón.

Ejemplo A

$\frac{14}{7}$

Solución:#38;#160; $\frac{2}{1}$

Ejemplo B

$\frac{36}{12}$

Solución:#38;#160; $\frac{3}{1}$

Ejemplo C

$\frac{48}{8}$

Solución:#38;#160; $\frac{6}{1}$

Ahora, regresemos al problema del inicio de esta sección.

Primero, escribe la razón que muestre la tasa de goles del equipo.

$\frac{goals}{games} = \frac{10\ goals}{3\ games}$

Necesitamos saber la tasa equivalente para 6 juegos. Nota que la segunda razón tienen los juegos en la misma posición del denominador. Asegúrate de escribir bien las razones para que así compares las mismas cantidades. Si las confundes, obtendrás un resultado diferente.

$\frac{10\ goals}{3\ games} = \frac{?\ goals}{6\ games}$

Estudia las dos fracciones. El denominador es el doble en la segunda fracción. Así que, multiplica la primera fracción por un equivalente de 1 para obtener la segunda fracción.

$\frac{10\ goals}{3\ games}\left(\frac{2}{2}\right) = \frac{20\ goals}{6\ games}$

Una tasa equivalente es 20 goles en 6 partidos. Por lo que, a esta velocidad, el equipo de Myra anotará 20 goles.

Vocabulario

Razón
: *Una manera de comparar dos números o cantidades. Las razones se pueden escribir de tres formas diferentes: utilizando forma fraccionaria, utilizando los dos puntos o utilizando la palabra "a".*

Tasa unitaria
: *Una razón que compara una cantidad con 1. Una palabra clave utilizada en la tasa unitaria es "por".*

Tasa equivalente
: *Dos razones que son iguales, aunque son representadas por distintos valores.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Una tienda vende el salmón a $6,99 por libra. ¿Cuál es la tasa para 6 libras de salmón?

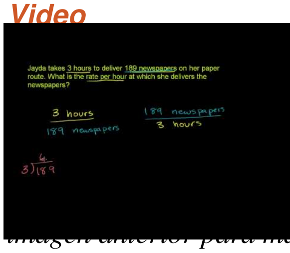
Solución

Primero, reflexiona en lo que sabes. Sabes el precio por libra. Necesitas encontrar el precio por 6 libras. Por lo que puedes multiplicar la tasa unitaria por 6 para, así, encontrar la tasa equivalente.

$\frac{\$6.99}{1\ pound}\left(\frac{6}{6}\right) = \frac{\$41.94}{6\ libras}$

El precio de 6 libras de salmón es $41,94.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/59822

Haz clic en la imagen anterior para mayor información.

Khan Academy Finding Unit Rates

video disponible solo en inglés

Práctica

Instrucciones: Utiliza lo que has aprendido sobre razones para resolver los siguientes problemas.

En la gaveta de Kyle, hay 14 pares de calcetines blancos y 8 pares de calcetines negros

1. *Escribe la razón entre los calcetines negros y los blancos.*
2. *Escribe la razón entre los calcetines negros y el número total de calcetines.*
3. *Escribe la razón entre los calcetines blancos y el número total de calcetines.*
4. *Simplifica tu respuesta número 1.*
5. *Simplifica tu respuesta número 2.*
6. *Simplifica tu respuesta número 3.*

Existen 150 apartamentos en el edificio Gray. De estos, 60 son arrendados y el resto tiene dueño propio. Hay 65 apartamentos en el edificio Black. De esos, 45 son arrendados y el resto es propio. Simplifica cada respuesta.

7. *¿Cuál es la razón entre los apartamentos arrendados y los propios en el edificio Gray?*
8. *¿Cuál es la razón entre los apartamentos arrendados y los propios en el edificio Black?*
9. *Escribe la razón entre los apartamentos arrendados y el total de los apartamentos en el edificio Gray.*
10. *Escribe la razón entre los apartamentos arrendados y el total de los apartamentos en el edificio Black.*
11. *Escribe la razón entre los apartamentos propios y el total de los apartamentos en el edificio Gray.*
12. *Escribe la razón entre los apartamentos propios y el total de los apartamentos en el edificio Black.*
13. *Holly trabaja en la biblioteca reacomodando libros. Ella reacomoda 960 libros en cuatro horas. ¿Cuál es la tasa por hora en que reacomoda los libros?*
14. *Sam compró 9,5 libras de duraznos para preparar un pastel. La compara costó $15,39. ¿Cuál es la tasa unitaria de los duraznos?*
15. *Don puede envolver 8 regalos en una hora. ¿Cuál es la tasa de Don en 12 regalos?*

4.3 Escribe y resuelve problemas con proporciones utilizando las tasas equivalentes

En esta sección, aprenderás y resolverás problemas con proporciones utilizando las tasas equivalentes.

¿Alguna vez has tenido un reto de lectura? Estudia el siguiente problema.

Jamie miró el reloj. Aún tenía 20 minutos para terminar el reto de lectura.

Jamie miró el reloj cuando la campana sonó. Había leído 15 páginas en 20 minutos. Si lee 15 páginas en 20 minutos, ¿cuántas páginas puede leer en 40 minutos?

¿Sabes cómo resolver este problema? Para resolverlo, puedes utilizar las tasas equivalentes. Presta atención en esta sección y, al final, entenderás cómo calcular la solución.

Orientación

Una *razón* es una comparación dos números o cantidades. Las razones se pueden escribir de tres formas diferentes: utilizando forma fraccionaria, utilizando los dos puntos o utilizando la palabra "a".

Algunas veces, compararás razones. Algunas veces, una razón será mayor que otra y, en otras ocasiones, serán **iguales o *equivalentes*** *. Cuando tienes dos razones iguales, tienes una proporción.*

Una *proporción* se crea cuando dos razones son iguales o podemos decir que dos razones iguales forman una proporción.

Podemos escribir una proporción cuando sabemos que dos razones son equivalentes.

$1:2=2:4$

Estas razones son equivalentes. Podemos decir que dos razones forman una proporción.

¿Forman estas dos razones una proporción?

$\frac{3}{4}$ *y 4 : 24*

Para saberlo, debemos saber si estas razones son equivalentes. Si lo son, entonces son una proporción. Si no lo son, no pueden ser una proporción. Para saberlo, podemos simplificar las razones.

Estas razones no forman una proporción.

Las proporciones anteriores te fueron entregadas, pero tú también puedes escribir tus propias proporciones.

Para escribir una proporción, escribe dos fracciones equivalentes una junto a la otra, utilizando la información entregada en el problema.

Si sabes que la razón entre mujeres y hombres en una clase es 2 : 3 y sabes que hay 24 hombres en la clase, puedes escribir una proporción para encontrar la cantidad de mujeres en la clase.

Lo más importante que debes recordar cuando escribes una proporción es dejar las unidades en el mismo orden en ambas razones.

$\frac{girls}{boys} : \frac{2}{3} = \frac{x}{24}$

Sabes que las fracciones son equivalentes, porque cada una muestra la razón entre mujeres y hombres en la clase. La primera fracción muestra la fracción la razón conocida entre hombres y mujeres. La segunda razón muestra la cantidad de hombres en la clase, 24, y utiliza una variable para mostrar el número de mujeres.

Ahora, utilicemos tasas equivalentes para resolver una proporción.

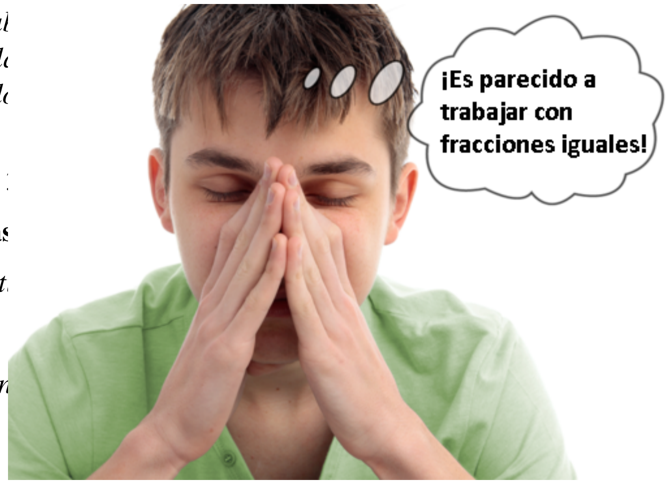
La razón entre profesores y estudiantes en una cierta escuela es de 2:25. Si hay 400 estudiantes en la clase del octavo grado, ¿cuántos profesores hay?

Primero, escribe una proporción. El problema entrega una razón entre profesores y estudiantes, así que escribe dos razones equivalentes para comparar la cantidad de profesores y estudiantes.

Ahora puedes ver que comparamos los profesores y los estudiantes en ambas razones. La primera muestra la razón en toda la escuela y la segunda, en la clase del octavo grado. Luego, añadimos la información entregada.

$\frac{2}{25} = \frac{x}{400}$

Ahora, utiliza lo que sabes sobre razones equivalentes para resolver el problema.



Mira los denominadores. Sa … *erador y el denominador por algún número, será igual a l* … *400? Ya que* $25 \times 16 = 400$ *, se multiplicó el denomina* … *rador por el mismo número y encontrar el valor de* x *.*

$2 \times 16 = 32$ *, por lo que* $x =$ …

Hay 32 profesores en la clas …

Nota: Puedes comprobar si t … *s son equivalentes.*

$\frac{32}{400} = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$

Ya que al simplificar la segun … *nte.*

Sí, lo es. Solo recuerda que debes realizar las mismas operaciones tanto con el numerador como con el denominador.

Resuelve las proporciones utilizando razones iguales.

Ejemplo A

$\frac{3}{4} = \frac{6}{x}$

Solución:#38;#160; $x = 8$

Ejemplo B

$\frac{9}{50} = \frac{x}{100}$

Solución:#38;#160; $x = 18$

Ejemplo C

$\frac{3.5}{7} = \frac{x}{35}$

Solución:#38;#160; $x = 17.5$

Ahora, regresemos al problema del inicio de esta sección.

Jamie lee 15 páginas en 20 minutos. Ella quiere saber cuántas páginas puede leer en 40 minutos.

Podemos escribir una proporción y buscar una tasa equivalente.

$\frac{pages}{minutes} = \frac{15}{20} = \frac{x}{40}$

Aquí está nuestra proporción.

Luego, podemos ver la relación entre los denominadores.

$20 \times 2 = 40$

Lo que le hacemos al denominador, podemos hacérselo al numerador. Esto nos dará la tasa equivalente.

$15 \times 2 = 30$

Con esta tasa, Jamie leerá 30 páginas en 40 minutos.

Vocabulario

Ratio
Una comparación dos cantidades. Las razones se pueden escribir de tres formas diferentes: utilizando forma fraccionaria, utilizando los dos puntos o utilizando la palabra "a".

Equivalente
Significa igual.

Proporción
Formados cuando dos razones son equivalentes. Cuando compares dos razones, si estas son igual entonces forman una proporción.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Escribe una proporción que describa esta situación.

La proporción entre papel rojo y papel blanco en un pila es de 2 a 7. Si hay 32 papeles rojos, ¿qué proporción se puede utilizar para encontrar la cantidad de papeles blancos?

Solución

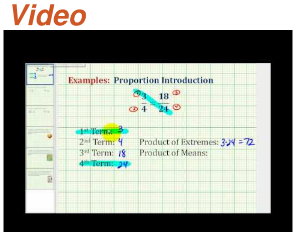
En la primera fracción, escribe la razón entregada entre el papel rojo y el papel blanco: $\frac{2}{7}$.

Ahora escribe la segunda razón utilizando x para que represente la cantidad desconocida. Asegúrate de dejar las unidades en el mismo orden que la primera fracción. En este caso, el valor desconocido es la cantidad de papeles blancos, el cual será el denominador de la fracción.

$\frac{\text{red paper}}{\text{white paper}} : \frac{2}{7} = \frac{32}{x}$

La proporción $\frac{2}{7} = \frac{32}{x}$ **puede utilizarse para encontrar la cantidad de papeles blancos que hay.**

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5416

Haz clic en la imagen anterior para mayor información.

Introduction to Proportions

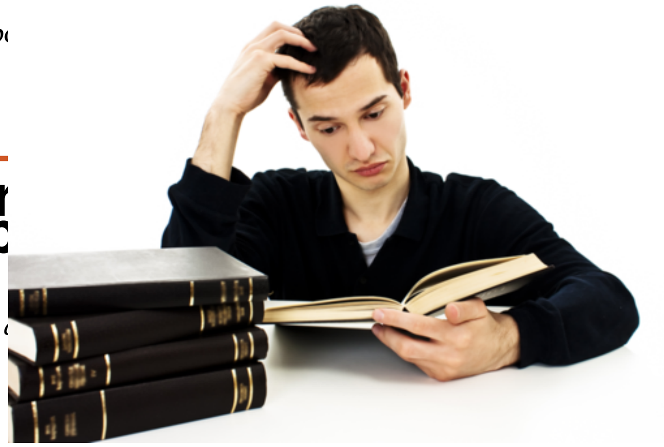
**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Resuelve cada proporción utilizando razones iguales.

1. $\frac{3}{4} = \frac{x}{12}$
2. $\frac{5}{6} = \frac{x}{12}$
3. $\frac{4}{7} = \frac{8}{y}$
4. $\frac{2}{3} = \frac{12}{y}$
5. $\frac{4}{5} = \frac{44}{y}$
6. $\frac{12}{13} = \frac{x}{26}$
7. $\frac{9}{10} = \frac{81}{y}$
8. $\frac{6}{7} = \frac{18}{y}$
9. $\frac{7}{8} = \frac{x}{56}$
10. $\frac{12}{14} = \frac{36}{x}$
11. $\frac{6}{4} = \frac{x}{12}$
12. $\frac{12}{14} = \frac{24}{x}$
13. $\frac{13}{14} = \frac{x}{42}$
14. $\frac{1.5}{4} = \frac{x}{8}$
15. $\frac{3.5}{4.5} = \frac{x}{9}$
16. $\frac{9}{14} = \frac{108}{x}$

4.4 Escr nes utilizando los p



En esta sección, aprenderás s cruzados y el álgebra.

Josh está muy emocionado con su libro sobre el monte Everest. Llevó su libro a la escuela y lo lee en cada oportunidad que tiene. De hecho, terminó su tarea de matemáticas tan rápido que la Señora Henje lo hizo revisarla para asegurarse que estaba correcta. Josh estaba feliz. Por la tarea estaba correcta.

Josh mira el reloj. Le quedan 18 minutos para leer. Josh abrió su libro y leyó sobre Sir Edmund Hillary y Tenzing Norgay y la primera vez que subieron la montaña el día 29 de mayo de 1953. Estaba tan absorbido en su lectura que no se dio cuenta cuando sonó la campana.

"Ya es hora de irse," dijo su amigo Evan, moviendo su libro cuando pasó por su lado.

Josh miró el reloj y luego a su libro. Había leído 10 páginas en 18 minutos. Josh estaba emocionado. Tomó su libro y pensó en el tiempo que pasó leyendo. Había leído 10 páginas en 18 minutos, por lo que estaba seguro que leería más páginas durante la hora de lectura, ya que esta duraba 30 minutos. Josh comenzó a pensar en la cantidad de páginas que leería durante la hora de lectura.

¿Es cierto? Si Josh lee durante la hora de lectura a la misma velocidad que leyó durante la clase de matemáticas, ¿cuántas páginas leerá? Para averiguar esto, deberás saber cómo escribir una proporción y cómo resolverla. En esta sección, aprenderás todo lo que necesitas saber para resolver este problema.

Orientación

Una proporción se crea cuando dos razones son iguales. Algunas veces, conocerás tres partes de una proporción y deberás descubrir la otra. Cuando esto ocurra, necesitarás resolver la proporción. Veamos cómo resolver proporciones.

Una manera de resolver una proporción se denomina multiplicación cruzada, para la cual debes utilizar el álgebra. Aquí está la regla:

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ **, entonces** $ad = cb$ **.**

Esto también se llama "el producto de los medios es igual al producto de los extremos". Los valores en b y c se llaman medios *, y los valores en a y d extremos.*

Sin embargo, simplemente puedes multiplicar los valores en forma diagonal, haciendo una X . Luego de la multiplicación cruzada, puedes utilizar el álgebra para resolver la variable.

Pongamos en práctica la información.

$\frac{x}{5} = \frac{9}{10}$

Con este problema, nos han dado una proporción que debemos resolver. Para hacerlo, debemos multiplicar de manera cruzada.

$10(x) = 10x$

$9(5) = 45$

Luego, podemos resolver el problema utilizando el álgebra. Dividimos 45 por 10 para encontrara el valor de la variable.

Esta es nuestra respuesta.

A continuación, otro problema.

$\frac{4}{5} = \frac{16}{x}$

Esta proporción se escribe de manera diferente, ya que la variable esta en un lugar diferente. Sin embrago, aún podemos resolverla utilizando los productos cruzados

Esta es la respuesta.

Resuelve cada proporción utilizando los productos cruzados.

Ejemplo A

$\frac{x}{9} = \frac{18}{27}$

Solución:#38;#160; $x = 6$

Ejemplo B

$\frac{3}{7} = \frac{33}{y}$

Solución:#38;#160; $y = 77$

Ejemplo C

$\frac{x}{2} = \frac{49.5}{99}$

Solución:#38;#160; $x = 1$

Ahora, regresemos al problema del inicio de esta sección.

Primero, necesitamos escribir una proporción que describa la relación entre el tiempo y las páginas leídas.

Comencemos con la clase de matemática.

Josh lee 10 páginas en 18 minutos. Escribamos la primera razón.

Luego, Josh leerá durante 30 minutos en la hora de lectura. Debemos averiguar el número de páginas, por lo que esa es nuestra variable.

Aquí está la proporción.

Podemos multiplicar de forma cruzada y luego resolver el problema.

Josh leerá cerca de $16\frac{1}{2}$ páginas durante la hora de lectura.

Vocabulario

Razón
Una comparación dos cantidades. Las razones se pueden escribir de tres formas diferentes: utilizando forma fraccionaria, utilizando los dos puntos o utilizando la palabra "a".

Equivalente
Significa igual.

Proporción
Formados cuando dos razones son equivalentes. Cuando compares dos razones, si estas son igual entonces forman una proporción.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

La razón entre las manzanas y las bananas en una tienda es de 3 a 8. Si hay 90 manzanas, ¿cuántas bananas hay?

Solución

Escribe una proporción. Asegúrate de ubicar las unidades en la posición correcta para que coincidan: las manzanas en el numerador y las bananas en el denominador. Asegúrate de seguir esta regla mientras resolvemos el ejercicio.

$\frac{apples}{bananas} : \frac{3}{8} = \frac{90}{x}$

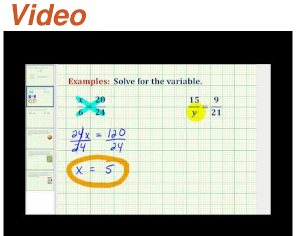
Ahora, multiplica de forma cruzada y divide.

$3x = 720$

$x = 240$

Hay 240 bananas en la tienda.

Revisión en Video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5417

Haz clic en la imagen anterior para mayor información.

[Solving Basic Proportions](http://www.ck12.org)

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Resuelve cada proporción utilizando la multiplicación cruzada. Debes redondear el resultado a la décima más cercana.

1. $\frac{3}{5} = \frac{y}{2.5}$

2. $\frac{6}{7} = \frac{2.5}{y}$
3. $\frac{4}{5} = \frac{2}{x}$
4. $\frac{9}{11} = \frac{14}{x}$
5. $\frac{2}{3} = \frac{5}{y}$
6. $\frac{12}{3} = \frac{4}{y}$
7. $\frac{22}{40} = \frac{11}{x}$
8. $\frac{60}{x} = \frac{5}{10}$
9. $\frac{12}{50} = \frac{3}{y}$
10. $\frac{42}{36} = \frac{7}{y}$
11. $\frac{56}{63} = \frac{x}{9}$
12. $\frac{120}{130} = \frac{1.2}{y}$

Instrucciones: Resuelve cada problema.

13. *La razón entre los libros de ficción y los de no ficción en una biblioteca es de 5 a 3. Si hay 480 libros de no ficción, escribe una proporción para describir el valor de f ,(la cantidad de libros de ficción).*
14. *La razón entre los árboles de cerezas y los árboles de manzanas en una plantación es de 4 a 9. Si hay 184 cerezos, escribe una proporción para encontrar el valor de a , (la cantidad de manzanos).*
15. *La razón entre los automóviles y los todoterreno en un estacionamiento es de 10 a 7. Si hay 84 todoterreno, escribe una proporción para encontrar el valor de c ,(la cantidad de autos).*

4.5 Conecta las proporciones con situaciones de la vida cotidiana

En esta sección, conectarás las proporciones con situaciones de la vida cotidiana y utilizarás las proporciones para solucionar estos problemas.

¿Alguna vez has intentado resolver un problema mientras estás una tienda de comestibles? Estudia esta situación.

Jeffrey fue a la tienda a comprar pollo para la cena. Se asombró con los precios y tuvo que sacar algunas cuentas mientras compraba. En la tienda, las 3 libras de pollo costaban $13,50. Si Jeffrey tiene $30 ¿cuántas libras puede comprar?

La mejor manera de resolver este problema es utilizar una proporción. Pon atención a esta sección y verá cómo conectas las proporciones con los problemas como el anterior.

Orientación

Una proporción se crea cuando dos razones son iguales. Algunas veces, verás situaciones de la vida cotidiana que describen proporciones. Cuando esto ocurra, podrás resolverlas utilizando razones iguales o productos cruzados.

Observemos una situación en donde una proporción puede utilizarse para resolver problemas de planteo.

Amanda lee 18 páginas en 23 minutos. A esta velocidad, ¿cuántas páginas leerá en 45 minutos?

Primero, escribamos una proporción.

$\frac{18}{23} = \frac{x}{45}$

No puedes simplemente utilizar fracciones equivalentes para resolver la proporción. Utiliza la multiplicación cruzada para resolverla.

$23x = 18(45)$

Ahora, simplifica la ecuación y busca el valor de x **.**

Amanda leerá cerca de 35,2 páginas en 45 minutos.

¿Y si resolvemos un problema utilizando una razón equivalente?

John se comió tres perros calientes en seis minutos. A esta velocidad, ¿cuántos se comerá en doce minutos?

Primero, escribe una proporción.

$\frac{3}{6} = \frac{x}{12}$

Ahora, mira la relación entre los denominadores.

$6 \times 2 = 12$

Podemos utilizar razones iguales y también multiplicar el numerador por dos.

$3 \times 2 = 6$

A esta velocidad, John se comerá 6 perros calientes en 12 minutos.

Ejemplo A

Carmen corre una milla en 7 minutos. A esta velocidad, ¿cuánto de demorará en correr 5 millas?

Solución: 35 minutos

Ejemplo B

Jack compró 5 naranjas por $3,99. ¿Cuánto costó cada naranja?

Solución: $.80$

Ejemplo C

Jessie leyó tres libros en una semana. A esta velocidad, ¿cuántos libros leerá en tres semanas?

Solución: 9 libros

Ahora, regresemos al problema del inicio de esta sección.

Escribe una proporción.

$\frac{3}{13.50} = \frac{x}{30}$

Multiplica de forma cruzada y utiliza el álgebra para buscar el valor de x **.**

Puedes comprar cerca de 6,67 libras de pollo con $30.

Vocabulario

Razón
: *Una comparación dos cantidades. Las razones se pueden escribir de tres formas diferentes: utilizando forma fraccionaria, utilizando los dos puntos o utilizando la palabra "a".*

Equivalente
: *Significa igual.*

Proporción
: *Formados cuando dos razones son equivalentes. Cuando compares dos razones, si estas son igual entonces forman una proporción.*

Práctica Guiada

Kelvin midió la distancia entre su puerta y el parque. Es 1,5 millas. La distancia entre la casa de Kelvin y la biblioteca es el doble de la de su puerta y el parque. ¿A qué distancia está la casa de Kelvin de la biblioteca?

Solución

Sabemos que la distancia entre la distancia entre su puerta y el parque es de 1,5 millas.

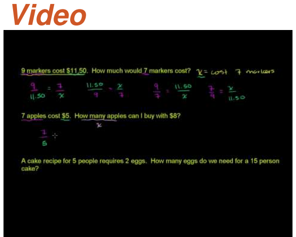
La distancia entre la casa de Kelvin y la biblioteca es el doble de la anterior.

$\frac{1}{1.5} = \frac{2}{x}$

Ahora, multiplica de forma cruzada y resuelve el problema.

La casa de Kelvin está a 3 millas de la biblioteca.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5419

Haz clic en la imagen anterior para mayor información.

Khan Academy Ratios and Proportions

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Escribe una proporción y utiliza razones equivalentes para resolver los siguientes problemas.

1. *Marco gana $25 por cada 2 horas de trabajo. Si trabaja por 12 horas, ¿cuánto ganará?*
2. *Si Marco trabaja por 6 horas, ¿cuánto ganará?*
3. *Si Marco trabaja por 4 horas, ¿cuánto ganará?*
4. *Si Marco gana $50 por cada dos horas trabajadas, ¿cuánto ganará en 10 horas?*
5. *Corinne corre 2,8 millas en 30 minutos. Si corre 150 minutos, ¿cuántas millas correrá?*

6. *Si corre 300 minutos, ¿cuántas millas correrá?*
7. *Adam conduce a 45 millas por hora. Si conduce por 3,5 horas, ¿cuántas millas habrá recorrido?*
8. *Si conduce por 7 horas, ¿cuántas millas habrá recorrido?*

Instrucciones: Escribe una proporción y utiliza la multiplicación cruzada para resolver los siguientes problemas. Puedes redondear el resultado de ser necesario.

9. *Marni compra 2,5 libras de pomelo por $4,48. Si lo aproximas, ¿cuánto costarían 6 libras de pomelo?*
10. *Sarah compra 3 libras de bananas por $2,50. ¿Cuánto cuesta una libra de bananas?*
11. *Glenn elabora 8 volantes en 35 minutos. ¿Cuánto le toma elaborar 50 volantes?*
12. *A esa velocidad, ¿cuántos volantes puede hacer Glenn en 70 minutos?*
13. *¿Cuántos podrá hacer en dos horas?*
14. *Una tienda vende 21 piezas de vestir cada 45 minutos. ¿En cuánto tiempo venderá 100 piezas?*
15. *El equipo de basquetbol anotó 85 puntos en los últimos 2 juegos. ¿Cuántos puntos se espera que anoten después de 5 juegos?*

4.6 Utili es al resolver prob

En esta sección, utilizarás es

Josh esta tan emocionado con lo que ha aprendido sobre el monte Everest que ha decidido crear un modelo de la montaña para su clase de geografía. El señor Watkins aprobó su proyecto, por lo que Josh decidió buscar información sobre la montaña. Durante el almuerzo, en lugar de hablar con sus amigos, sacó su cuaderno y comenzó a buscar maneras para medir la montaña. Su amiga Sasha lo vio y se sentó a su lado.

"Hola, Josh. ¿Qué haces?", preguntó.

"Bueno, voy a hace un modelo del monte Everest como mi proyecto de geografía. Estoy leyendo un muy buen libro al respecto. Estoy tratando de averiguar que escala utilizar para el modelo" explicó, sonriendo de oreja a oreja.

"¿A qué te refieres con 'escala'?"

"Si vas a construir una modelos, debes utilizar una escala. Debes disminuir las verdaderas dimensiones para construir un modelo que todos puedas ver; piénsalo, el Everest mide 29,035 pies de alto, por lo que no puedes construirlo utilizando las medidas verdaderas", dijo Josh.

"Oh, ahora comprendo. Por lo que utilizarás $1''$ *por 1 pie".*

"Esa es la idea, pero $1''$ *es definitivamente muy grande. Si utilizó* $1''$ *por 1 pie para la escala, tendría un modelo de 29,035 pies de alto. Necesito una escala de medición más pequeña", dijo Josh.*

"¿Qué te parece $\frac{1}{4}$ *?" sugirió Sasha.*

"Eso es posible, pero probablemente sea muy grande", paro de hablar para escribir algunos números en su cuaderno. "Creo que $\frac{1}{8}'' = 2000$ *pies será perfecto".*

Sasha lo miro confundida.

¿Sabes lo que intentaba hacer Josh? ¿Cómo llegó a la resolución de utilizar esa escala? ¿Por qué piensas que Sasha está confundida? ¿Cuáles serán las dimensiones del modelo? Para responder esas preguntas, necesitarás saber sobre escalas, escala de unidades y razones. Pone atención a la información entregada en esta sección y, al finalizarlo, serás capaz de responder estas preguntas.

Orientación

Una *razón* es una compara de tres formas diferentes: utilizando forma fracciona a".

Algunas veces, tenemos un na más pequeña. Piensa en los edificios. No podemos co ma más pequeña, por lo que construimos modelos. Cuand s dimensiones para construir el modelo. Cuando hacemos **ando creamos una *escala de unidad* , nosotros tenemos q era.**

Esa es una buena pregunta. Primero, observemos una escala de unidad.

1 pulgada = 3 pies

Esta es una escala de unidad. Tenemos una unidad representada por una pulgada. Recuerda que cuando hablamos de unidad, hablamos de una relación a una. Tenemos una pulgada que representa tres pies.

La pulgada es la dimensión de la escala y los tres pies son las verdaderas medidas.

Ahora, no todos los modelos que fabriques medirán exactamente lo que la escala de unidad, por lo que deberán crear una escala de unidad para mostrar la relación entre *dimensiones a escala* y *dimensiones reales* . *Las dimensiones a escala* son las dimensiones del modelo y las *dimensiones reales,* las dimensiones del objeto real.

Al utilizar la escala de unidad anterior, ¿cuál sería la relación entre las dimensiones a escalas y las dimensiones reales de un objeto de 24 pies de longitud?

Primero, pensemos en nues

1 pulgada = 3 pies

Si tenemos un edificio de 2 … representar las dimensiones utilizando nuestra escala de

Podemos decir que 8 pulgad

Si sabemos las dimensiones … mensiones reales.

IEs parecido a resolver un rompecabezas. Necesitamos las piezas del rompecabezas para armarlo. ¿Cuáles son las piezas que necesitamos?

<u>**Información necesaria**</u>

1. **Para encontrar las dimensiones … unidad y las dimensiones reales.**
2. **Para encontrar las dimensiones … unidad y las dimensiones a escala.**

Escribe esta información en tu cuaderno.

¿Cuál es la longitud de la escala del objeto si la escala de unidad es 2 pulgadas: 4 pies y las dimensiones reales del objeto son 20 pies?

Primero, asegúrate de que tenemos toda la información necesaria. Primero, nos dan dado la escala de unidad.

2 pulgadas : 4 pies

Por lo que por cada cuatro pies de un edificio, vamos a tener 2 pulgadas en nuestro modelo.

También sabemos la longitud real del edificio: 20 pies. Podemos resolver el problema utilizando una proporción.

Nota que utilizamos una forma diferente de la razón para resolver la proporción. Ahora, podemos resolver el problema. Cuatro veces cinco es veinte, así que podemos multiplicar por cinco el numerador. Dos veces cinco es 10.

La dimensión escala de la longitud es 10 pulgadas.

Encuentra la dimensión a escala en cada situación si la escala es 1" = 5 pies.

Ejemplo A

25 pies

Solución: 5 pulgadas

Ejemplo B

3 pulgadas

Solución: 15 pies

Ejemplo C

75 pies

Solución:#38;#160; 15 pulgadas o 1 pie, 3 pulgadas

Ahora, regresemos al problema del inicio de esta sección.

Primero, escribamos una razón que represente la escala que seleccionó Josh.

$\frac{1}{8}'' = 2000\ pies$

Luego, escribimos una razón para mostrar cuantos pies hay en $1''$ **. Para completar esto, podemos utilizar una proporción.**

Si multiplicamos de manera cruzada y dividimos, podemos ver que $1'' = 16,000$ *pies* **.**

Ahora, podemos utilizar esta información para descubrir las dimensiones del modelo. Una vez más, utiliza una proporción.

Podemos multiplicar de forma cruzada y dividir.

El modelo de Josh será de 1,8 pies de alto, un tamaño manejable para un modelo.

Vocabulario

Razón
: *Una comparación dos cantidades. Las razones se pueden escribir de tres formas diferentes: utilizando forma fraccionaria, utilizando los dos puntos o utilizando la palabra "a".*

Escala de unidad
: *La escala de medición utilizada para representar dimensiones reales en un modelo o dibujo. La escala incluye unidades de medida como pulgadas, pies y metros.*

Dimensión escala
: *La medición utilizada para representar las dimensiones reales en un dibujo o en un mapa.*

Dimensión real
: *Las dimensiones reales de un objeto o edificio.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Utiliza una escala de unidad de 1 pulgada : 8 pies, ¿cuál es la dimensión real de un objeto con una dimensión a escala de 5 pulgadas?

Solución

Primero, escribamos la escala de unidad.

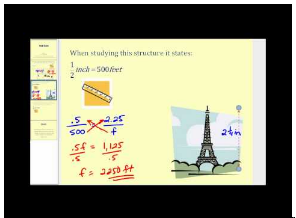
1 pulgada = 8 pies

Nos han entregado la dimensión a escala y no la escala real. Debemos encontrar la dimensión real. Para esto, escribamos una proporción.

Podemos ver que una vez cinco es cinco; así que podemos multiplicar por cinco el numerador. Ocho veces cinco es cuarenta.

La longitud real del edificio es 40 pies.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5508

Haz clic en la imagen anterior para mayor información.

Unit Scale

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: encuentra la dimensión a escala con la escala entregada. Escribe una proporción y una respuesta para cada problema. Hay dos respuestas para cada problema.

1. *La escala es* $1'' = 2\ ft$ *, la dimensión real es 18 pies*
2. *La escala es* $1'' = 5$ *pies , la dimensión real es 20 pies*
3. *La escala es* $\frac{1}{2}'' = 2$ *pies , la dimensión real es 10 pies*
4. *La escala es* $1'' = 12$ *pies , la dimensión real es 72 pies*
5. *La escala es* $3'' = 4$ *pies , la dimensión real es 16 pies*

Instrucciones: Utiliza una escala de 1 a 2, descubre las dimensiones reales dependiendo de la escala entregada.

6. *4 a _____*
7. *6 a _____*
8. *9 a _____*
9. *12 a _____*
10. *14 a _____*

Instrucciones: Utiliza una escala de 3 a 4, descubre las dimensiones reales dependiendo de la escala entregada.

11. *6 a _____*
12. *9 a _____*
13. *12 a _____*
14. *18 a _____*
15. *36 a _____*

4.7 Utilización de factores de escala para resolver problemas

En esta sección, utilizarás factores de escala para resolver problemas.

¿Alguna vez has utilizado un factor de escala para un problema de la vida cotidiana? Estudia este problema.

Una entrada para vehículo tiene una longitud de 24 pies. Si la escala es de 2 pulgadas : 4 pies, ¿cuál es el factor de escala? En un diagrama, ¿cuántas pulgadas se deben dibujar para representar la entrada?

Pone atención y serás capaz de realizar el ejercicio al finalizar esta sección.

Orientación

Una *razón* es una comparación dos cantidades. Las razones se pueden escribir de tres formas diferentes: utilizando forma fraccionaria, utilizando los dos puntos o utilizando la palabra "a".

Algunas veces, tenemos un objeto de la vida real que queremos representar en una forma más pequeña. Piensa en los edificios. No podemos construir un edificio para mostrar sus dimensiones en forma más pequeña, por lo que construimos modelos. Cuando hacemos eso, lo que de verdad hacemos es disminuir las dimensiones para construir el modelo.

La escala que utilizamos puede ayudarnos con las dimensiones escala dimensiones reales. Esta escala es clave en la resolución de problemas.

Digamos que la escala es de 1 : 2.

Podemos utilizar esta información para determinar el *factor de escala* . El *factor de escala es* la relación entre la dimensión a escala y la comparación de las mediciones entre la escala de medición del modelo y la longitud real.

En este caso, es $\frac{1}{2}$.

Estudia esta situación, en donde puedes utiliza el factor escala.

¿Cuál es el factor escala si 3 pulgadas es igual a 12 pies?

Podemos escribir una razón para mostrar el factor de escala.

El factor escala es 1 : 4. Está expresado en la forma más simple.

Ahora, pongamos en práctica la información.

Si la escala de dimensión es 4, podemos calcular la dimensión real. A continuación, una proporción para mostrar estas dos razones.

$1:2=4:x$

Utilicemos la forma fraccionaria de estas razones para hacerlo más claro.

Las unidades no necesariamente para descubrir las piezas faltantes de la proporción. Simplemente, podemos sutilizar lo que sabemos para encontrar la dimensión real.

1 vez 4 = 4

2 vez 4 = 8

Esta es la respuesta.

Ahora, podemos poner en práctica el factor de escala para calcular cuando sabemos las unidades. Para utilizar el factor de escala para encontrar dimensiones reales o dimensiones a escala, debemos saber algunas cosas.

Información necesaria:

1. **Factor de escala**
2. **Se debe tener una dimensión, ya sea la dimensión real o la dimensión a escala**

Así que, si tenemos tre **ue falta.**

Estudiemos este probl

Las plantas de un jardín de flores muestran que ha aumentado 6 pulgadas en las pantas. Si la escala para el jardín de flores es de 1 : 12, ¿cuál es el ancho real del jardín?

Para resolver este problema, primero debemos escribir dos razones que formen una proporción. Tenemos el factor de escala y la medición de escala. Nos faltan las dimensiones reales. Calculemos las dimensiones reales del jardín.

Ahora, tenemos dos razones que forman una proporción. Escribámoslas en su forma fraccionaria para resolver de forma más fácil el problema.

Ahora podemos multiplicar de forma cruzada o resolverla utilizando razones iguales.

$1 \times 12 = 12$

$3 \times 12 = 36$

Las dimensión del jardín es de 36 pulgadas, que es lo mismo que los tres pies.

Utiliza el factor de escala $\frac{1}{4}$ *": 4 ' para encontrar las dimensione reales en cada ejemplo.*

Ejemplo A

8 ″

Solución:#38;#160; $\frac{1}{2}$ **pulgada**

Ejemplo B

12 ″

Solución:#38;#160; $\frac{3}{4}$ **pulgada**

Ejemplo C

16 ″

Solución:#38;#160; 1 **pulgada**

Ahora, regresemos al problema del inicio de esta sección.

Nota que este problema tiene dos partes. Primero, debemos calcular el factor de escala.

El factor de escala es 1 : 2.

Luego, debemos calcular cuántas pulgadas se deberán dibujar para representar la entrada del vehículo. Para esto, escribe una proporción.

Podemos multiplicar de forma cruzada y dividir o utilizar razones iguales para resolver el problema. Trabajemos con los denominadores.

$4 \times 6 = 24$

$2 \times 6 = 12$

La entrada de vehículos será representada por 12 pulgadas o 1 pie.

Vocabulario

Dimensión escala
: *La medición utilizada para representar las dimensiones reales en un dibujo o en un mapa.*

Dimensión real
: *Las dimensiones reales de un objeto o edificio.*

Factor de escala
: *La razón entre la escala y la dimensión real escrita en la forma más simple.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Encuentra la dimensión real que falta si el factor escala es de 2" : 3' y la medición a escala es 6".

Solución

Primero, podemos escribir una proporción.

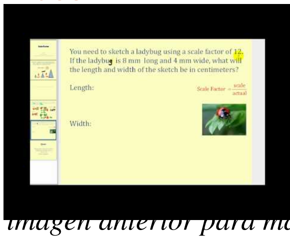
Ahora podemos utilizar la forma fraccionaria para resolver de forma más fácil la proporción.

$2 \times 3 = 6$

$3 \times 3 = 9$

La dimensión real es 9 pies.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/1347

Haz clic en la imagen anterior para mayor información.

Scale Factor

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Descubre cada factor de escala.

1. $\frac{2 \text{ inches}}{8 \text{ pies}}$
2. $\frac{3 \text{ inches}}{12 \text{ pies}}$
3. $\frac{6 \text{ inches}}{24 \text{ pies}}$
4. $\frac{11 \text{ inches}}{33 \text{ pies}}$
5. $\frac{16 \text{ inches}}{32 \text{ pies}}$
6. $\frac{18 \text{ inches}}{36 \text{ pies}}$
7. $\frac{6 \text{ inches}}{48 \text{ pies}}$
8. $\frac{6 \text{ inches}}{12 \text{ pies}}$

Instrucciones: Resuelve cada problema.

9. *Un rectángulo tiene un ancho de 2 pulgadas. Un rectángulo similar tiene un ancho de 9 pulgadas. ¿Qué factor de escala se puede utilizar para convertir el rectángulo más grande en el más pequeño?*
10. *Un dibujo de un hombre es de 4 pulgadas de alto. El hombre en realidad mide 64 pulgadas. ¿Cuál es el factor de escala del dibujo?*
11. *Un mapa tiene una escala de 1 pulgada = 4 pies. ¿Cuál es el factor de escala del mapa?*
12. *Un dibujo de una caja tiene las siguientes dimensiones: 2 pulgadas, 3 pulgadas y 5 pulgadas. Las dimensiones de la caja real son $3\frac{1}{4}$ veces las del dibujo. ¿Cuáles son las dimensiones de la caja real?*
13. *Una sala tiene una longitud de 10 pies. Hadley realiza un dibujo a escala de esta utilizando un factor de escala de $\frac{1}{50}$. ¿Cuál será la longitud de la sala en el dibujo de Hadley?*
14. *La distancia entre el cuarto de Anna y la cocina es de 15 metros. Anna realiza un diagrama de la casa y utiliza un factor de escala de $\frac{1}{150}$. ¿Cuál será la distancia, en el diagrama, entre el cuatro de Anna y la cocina?*
15. *En un mapa de la ciudad de Cameron, su casa está a 9 pulgadas de la escuela. Si la escala del mapa es de $\frac{1}{400}$, ¿Cuál es la distancia real* **en pies** *desde la casa de Cameron y la escuela?*

4.8 Leer cala y plantas

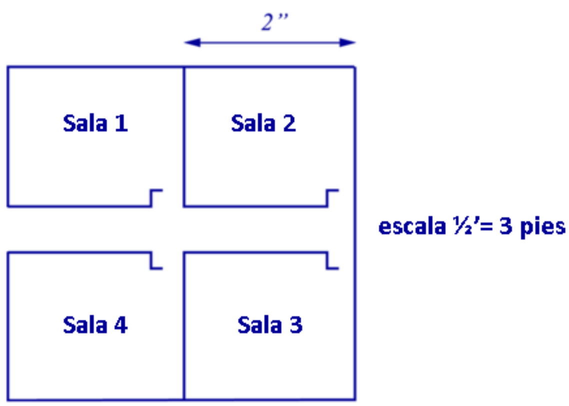
En esta sección, aprenderás

¿Alguna vez has construido ema.

La comunidad local quiere colocar un patio de juegos en un terreno. La imagen de arriba es el dibujo que han creado. Puedes ver que el ancho es de 7 pulgadas. Si este es el caso, ¿Cuál es el ancho real del patio de juegos?

Usa lo que aprenderás en esta sección para resolver este problema.

Orientación



Un *dibujo a escala* o planta jado en segunda dimensión. *Para una planta, puedes imag abajo. Las líneas representan las paredes del edificio y el e*

Para encontrar las dimensi una proporción. La escala entregada en el dibujo es la escala es la segunda razón.

Esta planta muestra diferentes salas de la escuela de Craig. La longitud de la sala 2 en la planta es de 2 pulgadas. ¿Cuál es la longitud real, en pies, de la sala 2?

Escribe una proporción. *La escala en el dibujo dice* $\frac{1}{2}$ *inch* $=3$ *pies . Escribe una razón utilizando estos valores:* $\frac{0.5 \textit{ inch}}{3 \textit{ pies}}$.

Ahora escribe la segunda razón. *Sabes que la longitud a escala es de 2 pulgadas. La longitud desconocida es* x *. Asegúrate que la segunda razón siga la forma de la primera: pulgadas sobre pies.*

$$\frac{0.5 \textit{ inch}}{3 \textit{ pies}} = \frac{2 \textit{ inches}}{x \textit{ pies}}$$

Ahora, multiplica en forma cruzada y encuentra el valor de x *.*

La longitud real de la sala es 12 pies.

Si la escala digiera 1/2" = 4 pies, ¿cuáles serían las pulgadas dibujadas en cada sala?

Ejemplo A

8 ' *x* 12 '

Solución:#38;#160; 1 **" x** 1.5 **"**

Ejemplo B

20 ' *x* 28 '

Solución:#38;#160; 2.5 **" x** 3.5 **"**

Ejemplo C

16 ' *x* 24 '

Solución:#38;#160; 2 **" x** 3 **"**

Ahora, regresemos al problema del inicio de esta sección.

Para resolver este problema, escribamos una razón para mostrar la escala.

Luego, podemos escribir una proporción que muestre la escala, en pulgadas, del dibujo.

El ancho del patio de juegos es 140 pies.

Nota que si bien trabajas con pantas, dibujos o mapas a escala, estás trabajando para crear una proporción y encontrar las mediciones que faltan.

Vocabulario

Razón
: *Una comparación dos cantidades que se pueden escribir de tres formas diferentes: utilizando forma fraccionaria, utilizando los dos puntos o utilizando la palabra "a".*

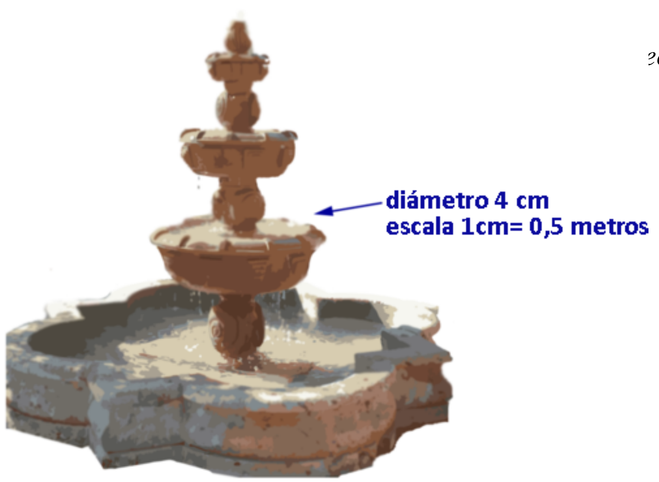
Proporción
: *Muestra dos razones iguales. Dos razones entonces forman una proporción.*

Figuras similares
: *Figuras que tienen la misma forma, pero distinto tamaño.*

Dibujo a escala
: *Un dibujo que se realiz ecíficas pequeñas representen a unidades de medida*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para qu



Este dibujo a escala muestra la fuente en frente de un hotel. El diámetro de la fuente en el dibujo es de 4 centímetros. ¿Cuál es el diámetro real de la fuente?

Solución

Escribe una proporción. Escribe la escala como una razón.

$\frac{1\ cm}{0.5\ m}$

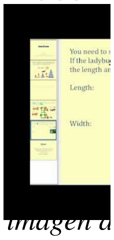
Ahora, escribe la segunda razón, asegúrate de seguir la forma de la primera razón.

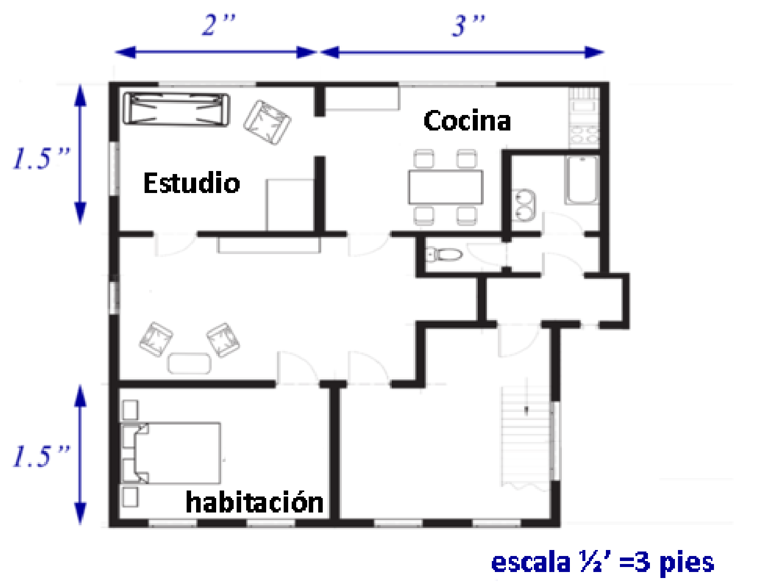
$\frac{1\ cm}{0.5\ m} = \frac{4\ cm}{x\ m}$

Ahora multiplica de forma cruzada y encuentra el valor de x .

La dimensión real de la fuente es 2 metros.

Revisión en Video





ct/1347

Haz clic en la imagen d

Scale Factor

**video disponible solo*

Práctica

Instrucciones: *Esta pla ... es preguntas.*

1. *El ancho del baño en el dibujo es de 1,5 pulgadas. ¿Cuál es el ancho real?*
2. *La longitud de la cocina en el dibujo es de 3 pulgadas. ¿Cuál es la longitud real?*
3. *El estudio mide 2 pulgadas por 1,5 pulgadas en el dibujo. ¿Cuál es el área real del estudio?*
4. *El estudio mide 2 pulgadas por 1,5 pulgadas en el dibujo. ¿Cuál es el perímetro real del estudio?*
5. *El estudio mide 2 pulgadas por 1,5 pulgadas en el dibujo. ¿Cuál son las dimensiones reales del estudio?*
6. *Si la longitud de la habitación es la misma que la del estudio, ¿cuál son las dimensiones reales del estudio?*
7. *¿Cuál es el área de la habitación?*
8. *¿Cuál es la longitud real de las afuera de la casa?*

Instrucciones: *Responde cada pregunta.*

9. *Un cuadrado mide 10 pulgadas de cada lado. ¿Cuál es su área?*
10. *Si la escala es 1" = 50 pies, ¿cuál es la longitud real de lado del mismo cuadrado?*
11. *¿Cuál es su área?*
12. *Una sala mide 21 pies por 15 pies. Una segunda sala tiene un tamaño similar pero las dimensiones son* $\frac{1}{3}$ *de las medidas de la primera. ¿Cómo se compara el área de la segunda sala con el de la primera?*
13. *¿Cuáles son las dimensiones de la segunda sala?*
14. *El patio trasero de Yuri tiene un área de 1.000 pies cuadrados. Las dimensiones del patio trasero de Kyle son de* $\frac{1}{5}$ *del tamaño del de Yuri. ¿Cuál es el área del patio de Kyle?*
15. *El patio de Mary tiene del doble del área del de Kyle. ¿Cuál es el área del patio de Mary?*

4.9 Le entan dis- ta

En esta sección, aprena zando las mediciones a escala.

"¡Mira esto!", exclamó Josh a su amigo Carlo, mientras estaban en la sala de computación. Carlos se movió para estar cerca de Josh y ver lo que este miraba.

"¿Qué?"

"Esta es una fotografía tomada desde el espacio del Everest. El transbordador espacial Endeavor la tomó el 10 de octubre de 1994. El cielo estaba despejado ese día, por lo que la foto es muy correcta. Querían medir el área de la montaña", dijo Josh sonriendo.

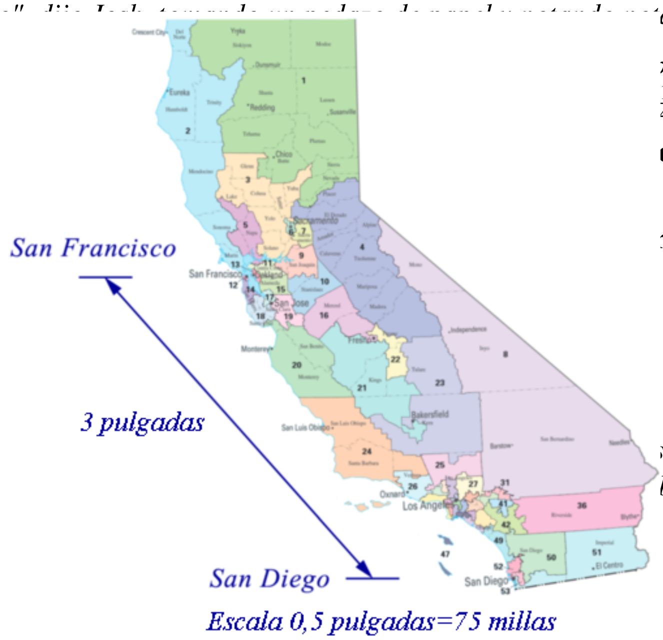
"Tú y el monte Everest, pero esto es muy bueno", Carlo dijo mirando la fotografía.

"Voy a hacer un dibujo de est as.

Al mirar la página web, Josh rió que la longitud del monte Everest del espacio es 43 mil $\frac{1}{4}'' = 1$ *mile .*

Si Josh utiliza estas medida dibujo en una hoja de papel de $11'' \times 14''$ **? ¿De acuerdo**

Esta sección cubre los dibuj roblema.



Orientación

Un mapa es otro tipo de dibu detalles o ser muy simples y solo mostrar puntos de inter bujo a escala, utilizando una escala.

En el mapa anterior, la línea recta que muestra la distancia entre San Francisco y San Diego es de 3 pulgadas. ¿Cuál es la medida real de la línea recta de la distancia entre San Francisco y San Diego?

Escribe una proporción. Escribe la escala como una razón.

$\frac{0.5 \ inch}{75 \ miles}$

Ahora escribe la segunda razón, asegúrate de seguir la forma de la primera razón, pulgadas sobre millas.

$\frac{0.5 \ inch}{75 \ miles} = \frac{3 \ inches}{x \ miles}$

Ahora, multiplicamos de forma cruzada y buscamos el valor de x *.*

La línea recta de la distancia entre San Francisco y San Diego es de 450 millas.

Nota: La línea recta también se denomina "vuelo de pájaros". Si realmente viajas de San Francisco a San Diego, viajarás más de 450 millas, ya que conducirás por autopistas que no son rectas.

También podemos utilizar una escala para encontrar el área de un espacio o región. Primero, debemos averiguar la longitud y el ancho, así podemos completar cualquier operación necesaria.

Algunas veces, tendernos dos distancias o áreas diferentes para comparar. Cuando esto pase, podemos utilizar proporciones para comparar las diferencias y similitudes. Veamos.

Marta tiene un cuadrado de una longitud de 4 pulgadas por lado. Tiene otro similar con dimensiones dobles a las del primero. ¿Cómo se compara el área del cuadrado más grande con la del más pequeño?

Primero, encuentra las dimensiones del cuadrado más grande. El enunciado dice que sus dimensiones son el doble de las del primero. Podemos utilizar esta información para descubrir el factor de escala y esto significa que aumentan por un factor de 2. La longitud del lado del cuadrado más grande es $4 \ inches \times 2 = 8 \ inches$ **.**

Luego encuentra el área de ambos cuadrados y compáralas.

Área del cuadrado más pequeño:

Área del cuadrado más grande:

Ahora compara ambas áreas. Para compararlas, escribe una razón.

$\frac{64\ inches^2}{16\ inches^2} = 4$

El área del cuadrado más grande es 4 veces mayor a la del más pequeño.

Esto es una regla cuando se comparan á

Escribe esta regla en tu cuaderno.

Si 1" = 2000 millas, encuentra cada distancia real.

Ejemplo A

3 ″

Solución:#38;#160; 6000 **millas**

Ejemplo B

$\frac{1}{2}$ ″

Solución:#38;#160; 1000 **millas**

Ejemplo C

$\frac{1}{4}$ ″

Solución:#38;#160; 500 **millas**

Ahora, regresemos al problema del inicio de esta sección.

Primero, descubramos las dimensiones a escala del dibujo. Necesitaremos utilizar la escala para calcular la longitud y el ancho.

La escala es $\frac{1}{4}'' = 1\ mile$ **.**

Luego, escribamos una proporción para la longitud. Sabemos que la longitud real es de 43 millas.

Ahora, podemos utilizar una proporción para el ancho. El ancho real es de 24 millas.

Las dimensiones del dibujo de Josh serán de $10.75'' \times 6''$

El dibujo caerá en una hoja de papel de $11 \times 14''$ **.**

Finalmente, podemos calcular el área del Everest de acuerdo a la fotografía.

Vocabulario

Razón
Una comparación dos cantidades que se pueden escribir de tres formas diferentes: utilizando forma fraccionaria, utilizando los dos puntos o utilizando la palabra "a".

Proporción
Muestra dos razones iguales. Dos razones entonces forman una proporción.

Figuras similares
Figuras que tienen la misma forma, pero distinto tamaño.

Dibujo a escala
Un dibujo que se realiza con una escala, para que así las unidades de medida especificas pequeñas representen a unidades de medida más grandes.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Si la escala es $\frac{1}{2}$ pulgadas = 100 millas, ¿cuántas pulgadas son 500 millas?

Solución

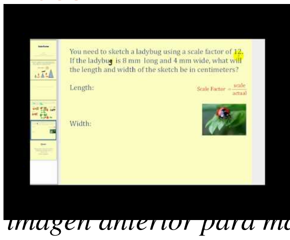
Escribe una proporción and resuélvela.

$\frac{.5}{100} = \frac{x}{500}$

Multiplica de forma cruzada y resuelve

Esta es nuestra respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: *http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/1347*

Haz clic en la imagen anterior para mayor información.

Scale Factor

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Utiliza la escala $1'' = 5.5$ miles , y descubre la cantidad de pulgadas que se necesitan para dibujar cada milla. Utiliza las proporciones para calcular tu respuesta.

1. 16.5 millas
2. 11 millas
3. 27.5 millas
4. 8.25 millas
5. 33 millas
6. 60.5 millas
7. 13.75 millas

Instrucciones: Utiliza la escala $\frac{1}{2}'' = 100$ miles , y descubre la cantidad de millas reales que representan cada medición a escala.

8. $1''$
9. $2''$
10. $3''$
11. $\frac{1}{4}''$
12. $\frac{3}{4}''$
13. $1\frac{1}{2}''$
14. $2\frac{1}{2}''$
15. $5\frac{1}{2}''$
16. $7''$

4.10 ... escala

En esta sección, aprend...

¿Alguna vez has pensa...

Josh pasó la mayor parte del domingo en la biblioteca buscando libros sobre el monte Everest. Después de completar el dibujo para su modelo, Josh quiso ver mapas de la montaña que otras personas habían elaborado.

Comenzó a buscar en libros, pero la mayoría de los mapas no tenían muchos detalles. Finalmente, después de buscar por mucho tiempo, comenzó a utilizar su computadora.

De inmediato, Josh descubrió este mapa:

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/66/MountEverestRelief.png

"¿Qué encontraste?", preguntó su hermana Karen, quien también estaba en la biblioteca escribiendo un reporte de un libro.

"Encontré este mapa. Se llama mapa físico", Josh dijo.

"¡Parece que te llevó mucho trabajo "físico" encontrarlo!", bromeó Karen.

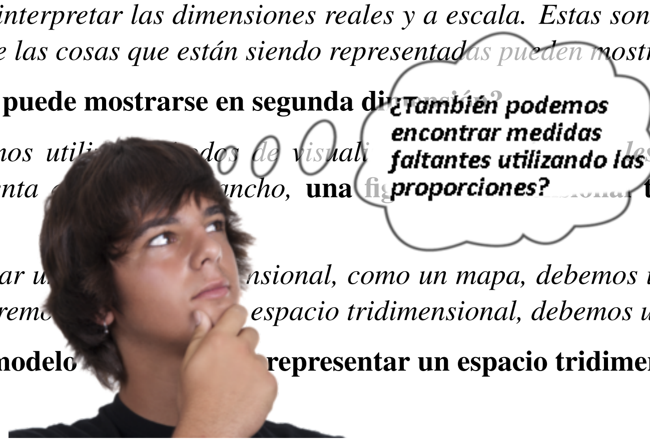
"La verdad, no. Además, se llama mapa físico por cómo luce. Mira", Josh comenzó a explicar todo sobre el mapa.

¿Alguna vez has visto un mapa físico? Antes de que Josh siga con su explicación, utiliza esta sección para aprender sobre ellos. Cuando termines podrás saber la diferencia entre un mapa físico y uno bidimensionales.

Orientación

Existen diferentes tipos de mapas y modelos. En otras palabras, las distancias u objetos de la vida real pueden ser representados de diferentes maneras. Si interpretamos mapas bidimensionales, dibujos a escala y plantas, usaríamos una escala para interpretar las dimensiones reales y a escala. Estas son dos representaciones bidimensionales, lo que significa que las cosas que están siendo representadas pueden mostrase en una superficie plana.

¿Qué pasa cuando algo no puede mostrarse en segunda di...



Cuando esto ocurre, debemos utili... dos de visual... les . Mientras que una imagen ***bidimensional*** *toma en cuenta ... ancho,* **una fi... tiene largo, ancho y altura o profundidad.**

Cuando queremos representar u... nsional, como un mapa, debemos utilizar un dibujo a escala o un mapa a escala. Cuando querem... espacio tridimensional, debemos utilizar un ***modelo a escala.***

Un modelo a escala es un modelo ... representar un espacio tridimensional.

Sí. Puedes encontrar las dimensiones reales del espacio de la misma manera que en dibujos a escala.

Primero, pensemos en como ponemos encontrar las dimensiones reales.

Para poder encontrar las dimensiones reales a partir de un modelo escala, puedes escribir y resolver una proporción. La escala entregada en el modelo es la primera razón. La longitud desconocida y la longitud a escala es la segunda. Comparamos la escala en la primera razón y comparamos con las longitudes de la segunda razón.

Brianna está construyendo un modelo a escala de la Casa Blanca y utiliza una escala de 1 cm = 0,5 m. si la altura del modelo de Brianna es de 42 cms, ¿cuál es la altura real de la Casa Blanca?

Escribe una proporción. Escribe la escala como una razón.

$\frac{1\ cm}{0.5\ m}$

Ahora escribe la segunda razón, asegúrate de seguir la forma de la primera razón.

$\frac{1\ cm}{0.5\ m} = \frac{42\ cm}{x\ m}$

Luego multiplica de forma cruzada y encuentra el valor de x .

La altura real de la Casa Blanca es de 21 metros.

¿Y los mapas?

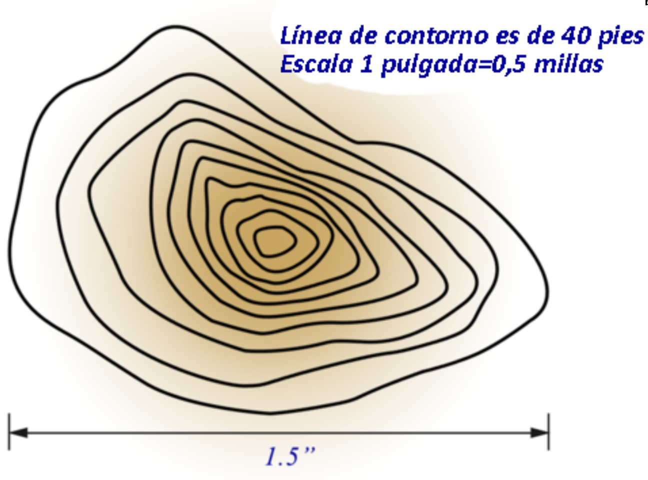
Notarás que si ves un mapa bidimensional, que si bien es excelente para medir distancias, no es de mucha ayuda para medir montañas u otras cosas.

Cuando queremos mostrar un mapa en tercera dimensión, debemos utilizar un ***mapa topográfico.***

Un ***mapa topográfico*** **es un tipo de mapa que no solo muestra las distancias de la superficie, sino que también las características físicas del área, como las montañas.** *El mapa usa* ***líneas de contorno*** **para mostrar la elevación del área** . *Cada línea de contorno es una línea de igual* ***elevación*** *o altura. Muestran la forma general del* ***terreno*** *o suelo. Cuando las líneas de contorno estás más alejadas, la elevación no es tan inclinada. Cuando están más juntas la elevación es más inclinada.*

Los mapas topográficos pueden utilizar colores para representar diferentes características. *El azul representa al agua, el verde la vegetación y el marrón, contornos topográficos.*

Puedes interpretar estos mapas utilizando la escala. Habrá una escala para mostrar lo que cada distancia en el mapa representa, tan como … *ıta cada línea de contorno.*



Este mapa muestra una montaña de un parque nacional en California. ¿Cuál es la altura de la montaña?

Primero, observa la escala del mapa. Dice que el intervalo del contorno es de 40 pies. Esto significa que cada línea de contorno representa 40 pies de elevación.

Cuenta la cantidad de líneas que construyen la montaña. Hay 10.

Escribe una proporción para encontrar la altura de la montaña.

$\frac{1\ line}{40\ pies} = \frac{10\ lines}{x\ pies}$

Ahora multiplica de forma cruzada y encuentra el valor de x **.**

La montaña tiene 400 pies de alto.

Utiliza las líneas de contorno para responde a cada pregunta.

Ejemplo A

¿Qué altura representan 5 líneas de contorno?

Solución: 200 pies

Ejemplo B

What height would be represented by 8 contour lines?

Solución:#38;#160; 320 pies

Ejemplo C

¿Qué altura representan 3 líneas de contorno?

Solución: 120 pies

Ahora, regresemos al problema del inicio de esta sección.

En una superficie plana, se crea un mapa bidimensional y solo muestra las dimensiones de la altura y del ancho. El mapa no incluye otras características tridimensionales. Cuando Josh dibujó el área del Everest en la sección anterior, la dibujó en segunda dimensión. En el dibujo a escala, solo mostró la longitud, el ancho y el área de la montaña.

Un mapa físico utiliza una escala tal como lo hacen los otros mapas, pero se incluyen otras características. Un mapa físico utiliza distintos colores y texturas para mostrar el contorno del terreno. También incluye masas de ayuda y puntos de referencia. Además, muestra líneas de contorno que miden la elevación de una masa de tierra natural.

Vocabulario

Segunda dimensión
: *Una figura dibujada en segunda dimensión solo se dibuja utilizando la longitud y el ancho.*

Tercera dimensión
: *Una figura dibujada utilizando longitud, ancho y altura o profundidad.*

Modelo a escala
: *Un modelo que representa un espacio tridimensional.*

Mapa topográfico
: *Un mapa que muestra distancias en la superficie, pero también características físicas del mapa, como montañas.*

Líneas de contorno
: *Líneas en un mapa que muestran la elevación. Cada una de ellas representa la misma distancia de elevación.*

Elevación

La distancia de la altura

Terreno

El suelo

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio p

Mike construye un modelo a escala de un avión utilizando una escala de $\frac{1}{4}$ $inch = 1$ $foot$. Si la altura real es de 150 pies, ¿cuál será la altura en el modelo escala?

Solución

Primero, escribe una proporción.

La escala del modelo es $\frac{1}{4}$ $inch = 1$ $foot$. Escribe una razón utilizando estos valores: $\frac{0.25\ inch}{1\ foot}$.

Ahora, escribe la segunda razón.

Sabes que la altura real es de 150 pies. La altura desconocida es x . Asegúrate de seguir la regla de la primera razón: pulgadas sobre pies.

$\frac{0.25\ inch}{1\ foot} = \frac{x\ inches}{150\ pies}$

Luego, multiplica de forma cruzada y encuentra el valor de x .

La altura del modelo a escala es de 37,5 pulgadas.

Revisión en Video

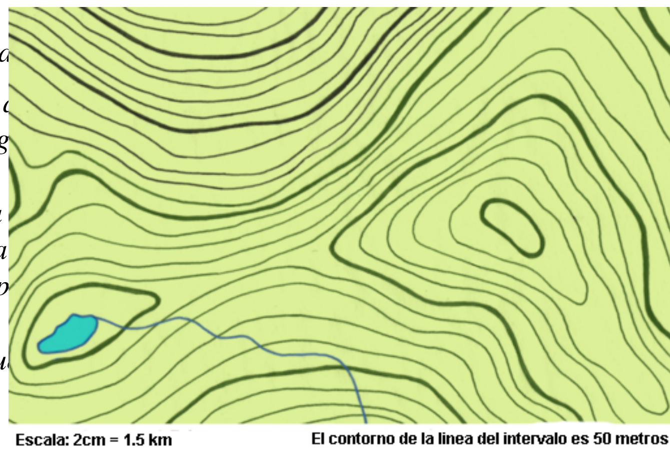
MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65528

Haz clic en la imagen anterior para mayor información.

Práctica



Instrucciones: Resuelve cada

Kevin construye un modelo c ... Usa esta información para responder las siguientes preg

1. *El ancho de la piscina ... cho real de la piscina?*
2. *La altura de la piscina ... ura real de la piscina?*
3. *La profundidad de la p ... el volumen de la piscina?*

Este es un mapa de un parqu ... iguientes preguntas.

4. *La distancia en el mapa de la altura de la distancia que cruza el río es de 1,5 cms. ¿Cuál es la distancia real que cruza el río?*
5. *Explica por qué las líneas de contorno en el mapa están tan juntas en algunos puntos y tan alejadas en otros.*

Instrucciones: Responde verdadero o falso a las siguientes preguntas.

6. *Un mapa topográfico incluye lagos y ríos.*
7. *Un mapa bidimensional también puede ser un mapa topográfico.*
8. *Un mapa tridimensional incluye longitud, ancho y altura.*
9. *Dependiendo de lo que mides, la altura puede reemplazar a la profundidad.*
10. *Existe una relación proporcional entre la longitud y el área de una figura.*
11. *Un mapa bidimensional también incluye líneas de contorno.*
12. *Las líneas de contorno pueden tener tamaños diferentes, si hay una elevación diferente.*
13. *La elevación también significa altura.*
14. *Un mapa topográfico se pude construir en tercera dimensión.*
15. *Un mapa bidimensional y uno tridimensional tienen la misma información.*

4.11 Entender las relaciones de escala

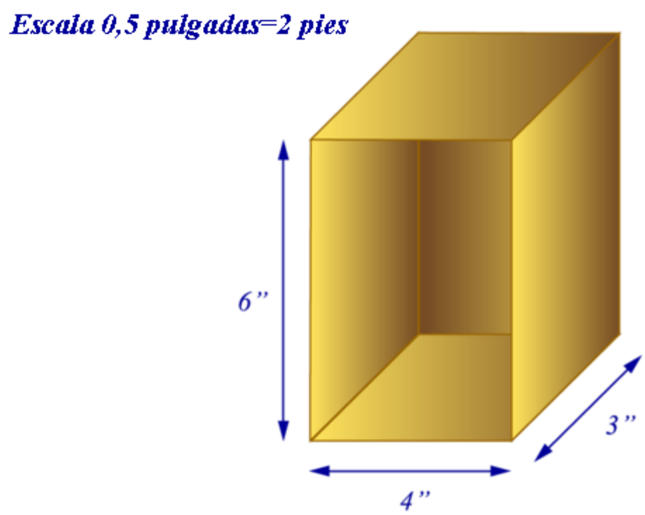
En esta sección, entenderás sobre las relaciones de escala de área y volumen.

¿Alguna vez has pensado en las relaciones de escala? Estudia el siguiente problema.

Tim tiene un cubo de lado 4 pulgadas. Tiene un cubo similar con dimensiones que son el doble del primero. ¿Cómo se compara el volumen del cubo más grande con el del más pequeño?

Esta sección te enseñará a resolver problemas como este.

Orientación



Podemos comparar la relac… os figuras tridimensionales. Si piensas en otras clases … ámides. Cuando comparas diferentes medidas, verás l…

Veamos una situación que …

Brooke tiene un modelo escala de una bodega. Una unidad de almacenaje tiene la forma de un prisma rectangular y tiene las siguientes dimensiones: 4 pulgadas por 3 pulgadas por 6 pulgadas. Si la escala del modelo es de 0,5 pulgadas= 2 pies, ¿cuáles son las dimensiones reales de la bodega? ¿Cuál es su volumen?

Primero, nota que este problema tiene dos partes. Primero, debes descubrir las dimensiones reales con la información del modelo de Brooke. Segundo, debes descubrir el volumen.

Primero utiliza una proporción para encontrar las dimensiones reales de la bodega.

Escribe la escala como la primera razón y la escala y las dimensiones reales desconocidas de la bodega como la segunda.

Las dimensiones reales de de la unidad de almacenaje son 16 pies por 12 pies por 24 pies. Estos son la longitud, el ancho y la altura de la bodega.

Ahora que descubrimos las dimensione reales, podemos calcular el volumen.

El volumen de la unidad de almacenaje es de 4.608 pies cúbicos.

Existe una relación entre el área de la base del prisma y el volumen del mismo. Veamos cómo estos se relacionan.

Si escribimos el volumen como una razón en el área de la basa, encontraremos algo muy interesante.

Ahora, dividamos el numer

La respuesta es 24 pies. Est

Esto significa que existe una relación entre el área de la figura tridimensional, su altura y su volumen. Las medidas se relacionan en proporción una con la otra.

Utiliza lo que has aprendido para responder cada una de las siguientes preguntas.

Ejemplo A

Encuentra el volumen de un prisma de 16 pies de longitud, 12 pies de ancho y 18 pies de altura.

Solución: 3456 pies cúbicos

Ejemplo B

Ahora, encuentra el área de la base del prisma.

Solución: 192 pies

Ejemplo C

Luego, escribe una razón para comparar el volumen con el área del prisma y simplifica la respuesta.

Solución: $\frac{3456}{192}$ **=** 18 **pies**

Ahora, regresemos al problema del inicio de esta sección.

Primero, encuentra las dimensiones del cubo más grande.

El problema dice que las dimensiones son el doble de las del primer cubo. Eso significa que debemos multiplicarlas por un factor de 2. El lado del cubo más grande mide: $4 \ inches \times 2 = 8 \ inches$.

Ahora, encuentra el volumen de ambos cubos y compáralos.

Volumen del cubo más pequeño:

Volumen del cubo más grande:

Luego compara los dos volúmenes.

Si quieres saber cómo se comparan estos volúmenes:

Escribe una razón que compare ambos volúmenes.

$\frac{512 \ inches^3}{64 \ inches^3} = 8$

El volumen del cubo más grande es 8 veces el del más pequeño.

Vocabulario

Bidimensional
Una figura dibujada en segunda dimensión solo se dibuja utilizando la longitud y el ancho.

Tridimensional
Una figura dibujada utilizando longitud, ancho y altura o profundidad.

Modelo a escala
Un modelo que representa un espacio tridimensional.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Comprueba que la altura del siguiente prisma puede encontrarse utilizando una razón entre el volumen y el área.

Un prisma con una longitud de 6 pulgadas, un ancho de 5 pulgadas y una altura de 9 pulgadas.

Solución

Primero, encontremos el volumen del prisma.

$V = lwh$

$V = (6)(5)(9)$

$V = 270 \ pulgadas \ cúbicas$

Ahora, encontremos el área de la base.

$A = lw$

$A = (5)(6)$

$A = 30 \ pulgadas \ cuadradas$

Luego, podemos escribir una razón que compare el volumen y el área.

$\frac{270}{30}$

Para comprobar la relación, simplificamos esta razón. Al hacer esto, debemos encontrar la altura.

$9 \ pulgadas$

Nuestro trabajo está completo.

Revisión en Video

Multimedia

MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65527

Haz clic en la imagen anterior para mayor información.

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: *Resuelve cada problema.*

1. *Los lados de un cubo miden 8 pies. Un cubo similar tiene el doble de las dimensiones del primero. ¿Cómo se compara el volumen del cubo más grande con el del más pequeño? Escribe una razón para mostrar la comparación.*
2. *Los lados de un cubo miden 3 pies. Un cubo similar tiene la mitad de las dimensiones del primero. ¿Cómo se compara el volumen del cubo más grande con el del más pequeño? Escribe una razón para mostrar la comparación.*
3. *Un modelo a escala de un caja de arena tiene las siguientes dimensiones: 0,5 pulgada por 3 pulgadas por 4 pulgadas. Si la escala del modelo es $1\ inch = 1\ foot$, ¿Cuál es el volumen de la caja real?*
4. *Los lados de un cubo miden 5 pulgadas. Un cubo similar tiene tres veces las dimensiones del primero. ¿Cómo se compara el volumen del cubo más grande con el del más pequeño? Escribe una razón para mostrar la comparación.*
5. *Una caja de envío mide 16 pulgadas por 12 pulgadas por 8 pulgadas. Una segunda caja tiene un tamaño similar pero sus dimensiones son $\frac{1}{4}$ en comparación a la primera. ¿cómo se compara el volumen de la primera caja con el de la segunda?*
6. *El tanque para peces de Rina tiene un volumen de 8.000 pulgadas cúbicas. Las dimensiones del tanque de Ava son $\frac{1}{2}$ de las de Rina. ¿Cuál es el volumen del tanque de Ava?*
7. *Un prisma tiene un ancho de 6 pies, una longitud de 8 pies y una altura de 12 pies. ¿Cuál es el volumen del prisma?*
8. *¿Cuál es el área de la base de este prisma?*
9. *¿Cuál sería el volumen de un prisma de $\frac{1}{4}$ del tamaño del descrito anteriormente?*
10. *¿Cuál sería el volumen de un prisma de $\frac{1}{2}$ del tamaño del descrito anteriormente?*
11. *¿Cuál sería el volumen de un prisma del doble del tamaño del descrito anteriormente?*
12. *¿Qué razón puedes utilizar para descubrir la relación entre el volumen y el área?*
13. *¿Qué medida encontrarás cuando simplifiques esta razón?*
14. *Verdadero o falso. Puedes utilizar medidas a escala para encontrar la altura del prisma.*
15. *Verdadero o falso. Puedes utilizar medidas a escala para encontrar las dimensiones del prisma.*

4.12 Co medida co- mu

En esta sección, aprenderás

"Me sigues diciendo que el monte Everest tiene 29.035 pies de alto, peo ¿cuántas millas son esas?", le preguntó Teiyisha a Josh durante la clase de geografía.

"Bueno, no necesitas saber las millas porque las estás escalando. ¿No tiene más sentido expresarlas en pies?", preguntó Josh mientras trabajaba en su mapa.

"Puede que sea cierto, pero si quisiera saber cuántas millas son, ¿cómo lo hago?", preguntó Teiyisha .

Josh pensó en ello por un momento.

"Tienes que convertirlas. Debes cambiar los pies por millas y podemos hacerlo si sabemos cuántos pies tiene un milla. Aunque tiene más sentido usar pies. Piénsalo, no puedes dibujar una línea recta en el monte Everest. Las millas serían más difíciles de medir".

"Si, lo entiendo, pero todavía quiero saber cuántas millas son", explicó Teiyisha.

"De acuerdo, primero pensemos sobre millas y pies. Hay 5.280 pies en 1 milla." #8221;

Paremos aquí. Para hacer lo que quiere Teiyisha, debemos crear una proporción y convertir pies en millas. Podemos hacer eso al convertir las unidades de medida comunes. Pone atención a esta sección y sabrás cómo hacerlo al final de esta.

Orientación

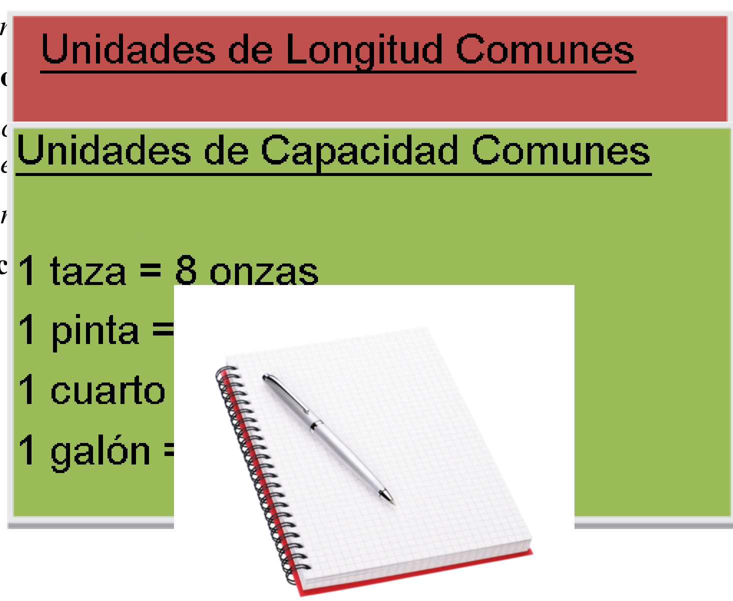
En los Estado Unidos, al r

Estos son las pulgadas, lo

Seguramente habrás escuc otros países aparte de los Estados Unidos o en la cie es.

Primero, estudiemos algur

Sistema común de medic



Toma unos minutos para copiar estas unidades en tu cuaderno.

Ahora, viremos cómo convertir algunas de estas unidades.

Si bien puedes realizar operaciones matemáticas en tu cabeza, sería mejor utilizar una proporción. Debido a que hay una relación entre diferentes unidades de medida, puedes acudir a las proporciones para ayudarte en la tarea de convertirlas.

Primero, escribe una proporción en la misma manera en que encontrabas las medidas reales en los dibujos a escala. Utiliza el factor de conversión como la primera razón y las unidades conocidas y desconocidas en la segunda.

¿Cuántos pies hay en 5 yardas?

Escribe una proporción.

El factor de conversión es el número de pies en una yarda: $\frac{3 \ pies}{1 \ yard}$.

Ahora escribe la segunda proporción.

La unidad conocida es 5 yardas. La desconocida es x pies. Asegúrate que la segunda razón siga las reglas de la primera: pies sobre yardas.

$\frac{3 \ pies}{1 \ yard} = \frac{x \ pies}{5 \ yards}$

Luego, multiplica de forma cruzada y encuentra el valor x **.**

Hay 15 pies en 5 yardas.

A continuación, otro problema.

¿Cuántas onzas hay en 20 libras?

Primero, escribe una proporción.

La escala de medida es $\frac{1\ pound}{16\ onzas}$.

La proporción es: $\frac{1}{16} = \frac{20}{x}$

Luego, multiplicamos de forma cruzada y descubrimos la cantidad de onzas.

Hay 320 onzas en 20 libras.

Convierte entre las unidades comunes de medición.

Ejemplo A

Convierte 6 toneladas a libras

Solución: 12,000 libras

Ejemplo B

Convierte 3 yardas a pies

Solución: 9 pies

Ejemplo C

Convierte 18 galones a cuartos.

Solución: 72 cuartos

Ahora, regresemos al problema del inicio de esta sección.

Primero, debemos escribir una proporción para convertir los pies a millas. Sabemos que hay 5.280 pies en 1 milla. Esta es la primera parte de la proporción. La segunda contiene las millas desconocidas en una variable y el número de pies en el Everest.

Luego, multiplicamos de forma cruzada y dividimos para resolver la variable.

Esta es nuestra respuesta.

Vocabulario

Sistema común

El sistema de medición incluye: pulgadas, pies, millas, libras, toneladas, tazas, cuartos, galones, etc.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

¿Ocho pintas son igual a cuántos galones?

Solución

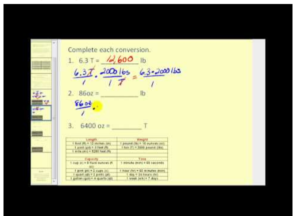
Para averiguar esto, primero debemos convertir las pintas a cuartos.

Hay 4 cuartos en 1 galón, por lo que 8 pintas son 1 galón.

$8_{\ pintas} = 1_{\ gallon}$

Esta es nuestra respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5406

Haz clic en la imagen anterior para mayor información.

Customary Unit Conversion

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Resuelve cada problema convirtiendo a otras unidades.

1. *102 pulgadas = ______ pies*
2. *25 libras = ______ onzas*
3. *160 tasas = ______ galones*
4. *150 libras = ______ tons*
5. *6 pies = ______ pulgadas*
6. *360 pulgadas = ______ pies*
7. *5.5 pies = ______ pulgadas*
8. *900 pulgadas = ______ pies*
9. *32 onzas = ______ libras*
10. *320 onzas = ______ libras*
11. *6 libras = ______ onzas*
12. *15 libras = ______ onzas*
13. *6 tasas = ______ pintas*
14. *3 galones = ______ cuartos*
15. *8 cuartos = ______ pintas*
16. *24 pintas = ______ cuartos*

4.13 Conversión de unidades comunes de medida en situaciones de la vida cotidiana

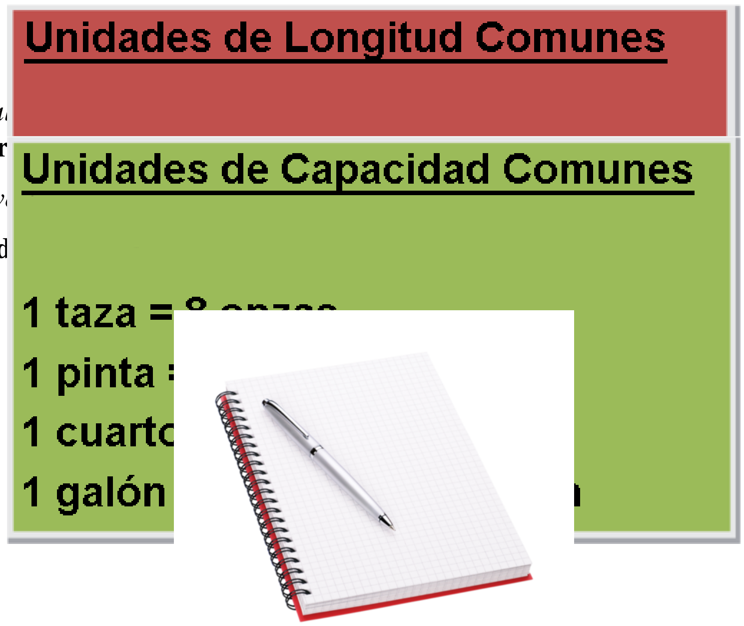
En esta sección, convertirás unidades comunes de medida a situaciones de la vida cotidiana.

¿Alguna vez has intentado medir acertadamente utilizando diferentes unidades para medir líquidos? Estudia el siguiente problema.

Evan está preparando una receta de ponche de frutas que tiene 3 tazas de jugo de piña. Si prepara 5 lotes, ¿Cuántos cuartos de galón de jugo de piña va a necesitar?

Pon atención a esta sección y aprenderá a utilizar las unidades comunes de medida a situaciones de la vida cotidiana.

Orientación



En los Estados Unidos, a **formados por pulgadas, pies, tazas, galones y libr**

Ahora miremos a las conv

Sistema común de medid

Toma algunos minutos para copiar la información en tu cuaderno.

Ahora, observemos cómo convertir las unidades en este sistema.

Si bien puedes realizar operaciones matemáticas en tu cabeza, sería mejor utilizar una proporción. Debido a que hay una relación entre diferentes unidades de medida, puedes acudir a las proporciones para ayudarte en la tarea de convertirlas.

Luego, puedes utilizar estas conversiones y ponerlas en práctica en situaciones de la vida cotidiana.

Estudia esta situación.

La distancia desde la casa de John a la de Mike en un mapa es de 4,5 pulgadas. La escala del mapa es 1,5 pulgadas = 2 millas. ¿Cuál es la distancia real desde la casa de John a la de Mike?

Primero, encuentra la distancia real en millas. Luego, conviértela a pies.

Escribe una proporción para encontrar la distancia real entre las dos casas.

$\frac{1.5 \ pulgadas}{2 \ miles} = \frac{4.5 \ pulgadas}{x \ miles}$

Ahora, multiplicamos de forma cruzada y buscamos el valor de x .

Las dos casas están a 6 millas una de la otra. Ahora, convierte las millas a pies.

$\frac{1\ mile}{5280\ pies} = \frac{6\ miles}{x\ pies}$

Ahora, multiplica de forma cruzada y encuentra el valor de x .

Las casas estas a 31.680 pies una de la otra.

A continuación, otro problema.

Jeff realiza su corrida semanal de 13 millas en 2 horas. Si su velocidad es de 9,23 por milla, ¿cuánto le llevaría correr 5280 pies?

Para averiguar esto, puedes utilizar una proporción, pero tiene más sentido utilizar las unidades de medida comunes. Aquí Jeff corre a 9,23 por milla.

¿Cuántos pies hay en una milla?

Sí, hay 5280 pies en una milla.

Por lo que, Jeff recorre 1 milla en 9.23.

Convierte cada unidad de medición.

Ejemplo A

Karin tiene una receta que necesita 3 galones de sidra. ¿Cuántos cuartos necesita?

Solución:#38;#160; 12 **cuartos**

Ejemplo B

Josea lanza una bola a 12 pies. ¿A cuántas pulgadas lanzó la bola?

Solución: 144 **pulgadas**

Ejemplo C

Carl bebe 3 pintas de limonada. ¿Cuántas onzas bebió?

Solución:#38;#160; 48 **onzas**

Ahora, regresemos al problema del inicio de esta sección.

Primero, encuentra el total de tazas que necesita.

Si hay 3 copas en un lote y está preparando 5, necesita $3 \times 5 = 15\ cups$.

Escribe una proporción.

El factor de conversión es el número de tazas en un cuarto: $\frac{4\ cups}{1\ quart}$.

Ahora, escribe la segunda razón, asegúrate de seguir las reglas de la primera razón.

$\frac{4\ cups}{1\ quart} = \frac{15\ cups}{x\ cuartos}$

Luego, multiplica de forma cruzada y encuentra el valor de x **.**

Luego, multiplica de forma cruzada y encuentra el valor de $3\frac{3}{4}$ cuartos de jugo de piña.

Vocabulario

Sistema común
: *El sistema de medición incluye: pulgadas, pies, millas, libras, toneladas, tazas, cuartos, galones, etc.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Un modelo a escala de un edificio tiene una altura de 3,5 pies. La escala del modelo es de $1\frac{1}{2}$ $inch = 10$ $pies$. ¿Cuál es la altura real del edificio?

Solución

La escala está en pulgadas, pero el modelo a escala está en pies. Primero, convierte la altura a escala a pulgadas. Luego, encuentra la altura del edificio.

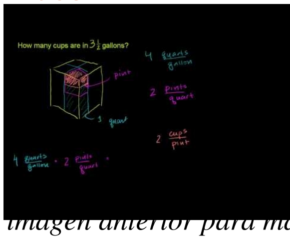
Ahora, multiplica de forma cruzada y encuentra el valor de x .

Por lo que la altura del modelo escala es de 42 pulgadas. Ahora, encuentra la altura real del edificio.

Ahora, multiplica de forma cruzada y encuentra el valor de x .

El edificio tiene 280 pies de altura.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/59821

Haz clic en la imagen anterior para mayor información.

Khan Academy Converting Gallons to Pints and Cups

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Resuelve cada problema.

1. *Justin corre 3 millas. ¿Cuántos pies corrió?*
2. *Si la harina pesa cuatro libras, ¿cuántas onzas pesa?*
3. *¿Cuántas libras son 4 toneladas?*
4. *Mary necesita 3 tazas de jugo para una receta. ¿Cuántas onzas necesita?*
5. *Jess compró 3 cuartos de jugo de piña. ¿Cuántas pintas compró?*
6. *Si Karen compró 16 cuartos de helado, ¿cuántos galones compró?*
7. *La longitud de un jardín es de cuatro yardas. ¿Cuántos pies tiene?*
8. *Si el ancho de un jardín es de cuatro yardas. ¿Cuántas pulgadas tiene?*
9. *¿Caerán ocho tazas de agua en una cacerola de 2 cuartos?*
10. *Una receta necesita dos pintas de leche. Si Jorge quiere hacer la mitad de las porciones, ¿cuántas tazas de leche necesita?*
11. *Audrey está preparando biscochos que chocolate para la venta de pasteles. La receta necesita 8 onzas de harina por cada 24 biscochos. Si hace 96 biscochos, ¿cuántas libras de harina necesita?*
12. *Dos edificios están a 5 pulgadas el uno del otro en un mapa. La escala del mapa es* $\frac{1}{4}$ $inch = 1$ $mile$ *. ¿A qué distancia estás realmente los edificios?*
13. *La longitud de una sala de clases en una planta es de 2,5 pulgadas. La escala del mapa es de* $\frac{1}{2}$ $inch = 5$ $pies$ *. ¿Cuál es la longitud real, en pulgadas, de la sala?*
14. *Un modelo a escala de una montaña es de 2,75 pies de alto. La escala del modelo es de* $\frac{1}{4}$ $inch = 50$ $pies$ *. ¿Cuál es la altura real de la montaña, en pies?*
15. *Un dibujo a escala de un pueblo incluye un parque que mide 0,5 pulgada por 1,5 pulgadas. Si la escala del dibujo es* $\frac{1}{2}$ $inch = 1$ $mile$ *, ¿cuál es el área, en pies cuadrados, del parque?*

4.14 Co sistema me

En esta sección, convertirás

Josh y su hermana Karen hacían la tarea, cuando comenzaron a hablar del monte Everest y el sistema métrico.

"¿Qué hay sobre los metros?", preguntó Karen. "Cuántos metros tiene el monte Everest?" #8221;

"Porque siempre piensas en cosas que me hacen trabajar?", preguntó Josh, pero luego le sonrió a Karen. "Está bien. También pensé en eso hoy".

"¿Cómo podemos saberlo?", Karen preguntó.

"Bueno, primero, necesitamos saber cuánto pies tiene un metro. Ya lo busque en internet y descubrí que 3,28 pies son un metro. Ahora, sé que la altura del monte Everest es de 29.035 pies de altura, por lo que podemos empezar desde ahí", explicó Josh.

"Sí, ¿pero cómo?"

"Bueno, podemos usar las

Paremos aquí. ¿Sabes u conversión en el sistema métrico? Bueno, pone at al finalizarla lo sabrás.

Orientación

El *sistema métrico* de m íses; este utiliza metros, kilómetros y litros.

Puedes recordar las conve ti, cien; y kilo, mil. Por lo que un milímetro es un mi

Escribe estas unidades de medida en tu cuaderno.

Ahora que revisamos las unidades de medida, podemos ver cómo convertirlas a otras unidades diferentes. *Al igual como utilizamos las proporciones cuando convertimos entre unidades común de medida, también podemos utilizar las proporciones y las razones aquí.*

¿Cómo utilizamos las proporciones para convertir las unidades del sistema métrico?

Primero, escribe la proporción de la misma manera en que lo hacían anteriormente para encontrar las medidas reales utilizando un dibujo a escala. Utiliza el factor de conversión como la primera razón y las unidades conocidas y desconocidas en la segunda razón.

¿Cuántos centímetros hay en 5 metros?

Primero, escribe una proporción.

El factor de conversión es el número de centímetros en 1 metro. Podemos ver las imágenes de arriba y ver que hay 100 centímetros en 1 metro. Esa es nuestra primera razón: $ath_{i}mages_{d}ir/678a1fab122afcd289b88749d0b20517.png$

.

Ahora, escribamos la segunda razón.

La unidad conocida es 5 metros. La unidad desconocida es x centímetros. Asegúrate de que la segunda razón siga la regla de la primera: centímetros sobre metros.

$ath_{i}mages_{d}ir/c1dd61a6855b4423b10392f4d7c25952.png$

Ahora multiplica de forma cruzada y encuentra el valor de x **.**

Hay 500 centímetros en 5 metros.

Henry prepara una receta de limonada que necesita 2 litros de agua por jarra. Si hace 3 jarras, ¿cuántos mililitros necesitará?

Primero encuentra el total de litros que necesita.

Si hay 2 litros en cada jarra y necesita 3 de estas, él necesitará $2 \times 3 = 6\ litros$.

Luego, escribe una proporción.

El factor de conversión es el número de mililitros en un litro.

$\frac{1000\ millilitros}{1\ liter}$

Ahora, escribe la segunda razón, asegúrate de seguir la forma de la primera.

$\frac{1000\ millilitros}{1\ liter} = \frac{x\ millilitros}{6\ litros}$

Multiplica de forma cruzada y encuentra el valor de x **.**

Necesitará 6000 mililitros de agua.

Convierte cada medida.

Ejemplo A

4500 ml = ____ Litros

Solución: 4.5 litros

Ejemplo B

5.5 gramos = ____miligramos

Solución: 5500 mg

Ejemplo C

40 mm = ____centímetros

Solución: 4 cm

Ahora, regresemos al problema del inicio de esta sección.

Primero, escribamos una proporción. Josh nos dijo que hay 3,28 pies en 1 metro. Esa es nuestra primera razón en la proporción.

Luego, escribimos la segunda razón. Esa compara el número desconocido de metros, nuestra variable con la altura actual del Everest en pies.

Nuestra proporción es:

Luego, Ahora multiplica de forma cruzada y encuentra el valor de la variable.

La respuesta es que el monte Everest mide cerca de 8852 metros de altura. Tuvimos que redondear nuestra respuesta, por eso utilizamos la palabra "cerca".

Vocabulario

Sistema métrico
: *Un sistema de medida comúnmente utilizado fuera de los Estados Unidos. Utiliza unidades como: metros, mililitros y gramos.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Kyle viajará con su familia en las vacaciones de invierno. Él quiere saber cuántos kilómetros hay entre su casa en Cincinatti y la casa de sus abuelos en Chicago. ¿Qué unidad de medida debería utilizar Kyle?

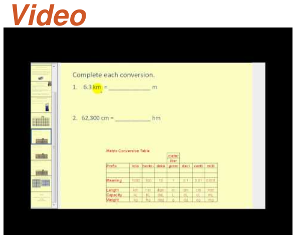
Solución

Primero, pensemos en la unidad de medida correcta que debe utilizar Kyle.

Si Kyle quiere medir la distancia, debe utilizar una unidad de longitud. Sabemos que las unidades que miden longitudes en el sistema métrico son: milímetros, centímetros, metros y kilómetros. Kyle quiere medir la distancia entre dos ciudades. Lo más acertado es que utilice la unidad de medida de longitud más grande: los kilómetros.

Kyle utilizará los kilómetros para medir la distancia.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5342

Haz clic en la imagen anterior para mayor información.

Metric Unit Conversions

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Resuelve cada problema.

1. *3 km = _____ m*
2. *2000 m = _____ km*
3. *5.5 km = _____ m*
4. *2500 m = _____ km*
5. *12000 m = _____ km*
6. *500 cm = _____ m*
7. *6000 cm = _____ m*
8. *4 m = _____ cm*
9. *11 m = _____ cm*
10. *50 mm = _____ cm*

11. *3 cm = _____ mm*
12. *15 cm = _____ mm*
13. *2000 g = _____ kg*
14. *35000 g = _____ kg*
15. *7 kg = _____ g*

4.15 Conversión de unidades métricas de medida en situaciones de la vida cotidiana

En esta sección, convertirás las unidades métricas de medida en situaciones de la vida cotidiana.

¿Alguna vez has utilizado el sistema métrico en problemas de la vida cotidiana? Estudia esta situación.

Jessica trabaja en un laboratorio de ciencias. Necesita convertir la medida de unos líquidos con los que trabaja de litros a mililitros. Le han … essica puede contener 100 mililitros, ¿cuántos conten…

Muchas situaciones requi… ómo hacer esto para relacionarlo con problemas de…

Orientación

El *sistema métrico* de m… íses; este utiliza metros, kilómetros y litros.

Puedes recordar las conve… nti, cien y kilo, mil. Por lo que un milímetro es un mi…

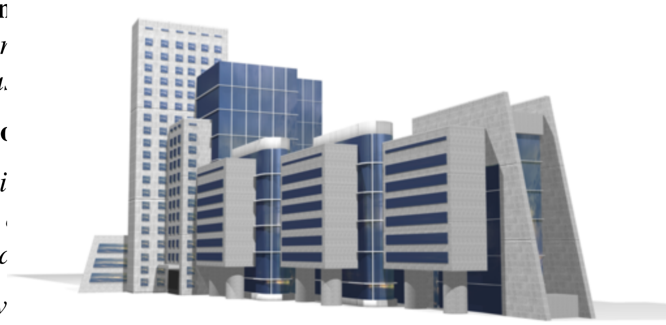
Escribe estas unidades de m…

Ahora que revisamos las un… tras unidades diferentes. *Al igual como utilizamos las pr… le medida, también podemos utilizar las proporciones y la…*

¿Cómo utilizamos las propo… co?

Primero, escribe la proporci… para encontrar las medidas reales utilizando un dibujo a … zón y las unidades conocidas y desconocidas en la segunda…

Esto es muy útil cuando conv… vida real. Estudia el siguiente problema.



Un modelo a escala de un edificio tiene una altura de 1,5 metros. La escala del modelo es 1 cm = 0,5 m. ¿Cuál es la altura real del edificio?

La escala está en centímetros, pero la altura del modelo a escala está expresada en metros. Primero, convierte la altura de la escala a centímetros. Luego, encuentra la altura del edificio.

$ath_images_dir/dd9a533e6d362265ff4f3a4c5f9398cd.png$

Ahora multiplica de forma cruzada y encuentra el valor de x .

La altura del modelo a escala es de 150 centímetros. Ahora, encuentra la altura real del edificio.

$ath_images_dir/b688ef1f798d9923bfa2b270e6213abe.png$

Luego, multiplica de forma cruzada y encuentra el valor de x .

El edificio real tiene 75 metros de alto.

Descubre las medidas reales si la escala es $1cm = .5m$.

Ejemplo A

Si la medida a escala es 3,2 metros, ¿cuál es la medida real?

Solución: $160m$

Ejemplo B

Si la medida a escala es 0,75 metros, ¿cuál es la medida real?

Solución: $37.5m$

Ejemplo C

Si la medida a escala es 0,25 metros, ¿cuál es la medida real?

Solución: $12.5m$

Ahora, regresemos al problema del inicio de esta sección.

Primero, nota que este problema tiene dos partes. Primero, descubramos cuántos mililitros hay en 3,5 litros.

Hay 1000 mililitros en un litro.

Luego, multiplica de forma cruzada y encuentra el valor de x .

$3500\ mL = x$

Ahora podemos averiguar la cantidad de contenedores que necesita Jessica. *Cada contenedor puede contener 100 mL. Podemos dividir 3500 mL por 100 mL.*

$3500 \div 100 = 35\ containers$

Jessica necesitará 35 contenedores para todos los líquidos que tiene.

Vocabulario

Sistema métrico
Un sistema de medida comúnmente utilizado fuera de los Estados Unidos. Utiliza unidades como: metros, mililitros y gramos.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Marcy está cocinando un estofado de carne. Para esto, necesita 900 gramos de carne. Ve en el refrigerador y se da cuenta que tiene 1,5 kilogramos de carne guardada. Marcy no está segura cuánta de esa carne debería utilizar. Descubre cuánta carne necesita Marcy.

Solución

Primero, pensemos sobre la diferencia en gramos y kilogramos. Podemos referirnos a esto como escalada, ya que comparamos medidas.

Hay 1000 gramos en 1 kilogramo. Podemos escribir eso en nuestra primera razón.

Ahora sabemos que Marcy tiene 1,5 kilogramos de carne y que necesita 900 gramos. Luego, necesitamos convertir los kilogramos que tiene Marcy a gramos, para que podmaos saber cuánta de la carne que tiene necesita.

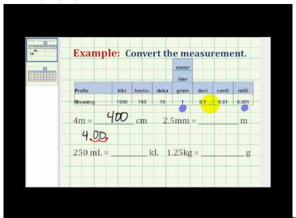
Escribimos una proporción.

Luego, multiplica de forma cruzada y encuentra el valor de x **.**

$1500\ g = x$

Ahora, pensemos en Marcy. *Ella tiene 1500 gramos de carne, pero solo necesita 900 gramos.* **Le quedarán 600 gramos de carne.**

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5318

Haz clic en la imagen anterior para mayor información.

Converting Between Metric Units

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: *Encuentra las medidas reales si la escala es de* $1cm = .5m$.

1. *3.5 m*
2. *10 m*
3. *6.5 m*
4. *.5 m*
5. *2.5 m*
6. *2.2 m*
7. *4.5 m*
8. *4 m*
9. *3 m*
10. *11 m*

Instrucciones: *Resuelve cada problema.*

11. *Una receta necesita 400 gramos de harina. Si Leena solo quiere hacer un cuarto de la receta, ¿cuántos kilogramos de harina necesita?*
12. *La distancia entre dos edificios en un mapa es de 9 centímetros. La escala del mapa es 0,5 centímetro = 2 kilómetros. ¿Cuál es la distancia real entre los edificios, en metros?*
13. *Un modelo escala de una torre mide 1,25 metros. La escala del modelo es 0,5 cm = 5 metros. ¿Cuál es la altura real de la torre, en metros?*
14. *Un dibujo a escala de un centro de conferencias incluye una sala de reuniones que mide 1,5 centímetros por 2,5 centímetros. Si la escala del dibujo es de 1 centímetro = 2 metros, ¿cuál es el área de la sala de reuniones, en centímetros cuadrados?*
15. *Samir corre en una carrera de 10 kilómetros. ¿Cuántos metros corrió Samir?*

4.16 Utilización de las unidades comunes y métricas de medida para resolver problemas

En esta sección, aprenderás a utilizar las unidades comunes y métricas de medida para resolver problemas.

¿Alguna vez has calculado con unidades comunes y métrica? Para esto necesitas la conversión. Estudia este problema.

Omar tiene un perro que pesa 30 libras. ¿Aproximadamente, cuántos kilogramos pesa el perro de Omar?

Si no entiendes bien este problema, no te preocupes. Aprenderás sobre conversiones como esta en la siguiente sección.

Orientación

¿Sabes que puedes convertir de unidades de medida comunes a métricas y viceversa? Estas conversiones serán estimadas, ya que no podemos hacer una conversión exacta al cambiar de sistema de mediada.

Hay algunos puntos de referencia que puedes usar.

Longitud

Una pulgada es aproximadar

Un metro es un poco más de

Un kilometro es aproximadar

Volumen

Un litro es aproximadamente

Masa

Un kilogramo es poco más qu

Escribe esta información en tu cuaderno.

Ahora, estudia esta situación.

Randy corre en una carrera de 20 kilómetros. ¿Cuántas millas corrió?

Para resolver el problema, necesitamos hacer una comparación entre kilómetros y millas. Un kilometro es aproximadamente 0,6 de una milla.

Luego, debemos buscar cuántos kilómetros corrió Randy. Él corrió 20 kilómetros. Ahora, buscamos cuántas millas corrió. Esa forma nuestra segunda razón y, ahora, podemos escribir una proporción.

Finalmente, multiplicamos de forma cruzada y calculamos el valor de x **.**

$20 \times .6 = x \; miles$

Randy corrió 12 milla en la carrera.

Nota que resolvimos este problema utilizando razones y proporciones. Siempre y cuando tengas en mente que estamos comparando, ¡puedes resolver cualquier conversión de medidas de esta forma!

Resuelve cada problema con las referencias anteriores.

Ejemplo A

John corrió 5 kilómetros. ¿Cuántas millas corrió?

Solución: 3.1 millas

Ejemplo B

Kary midió 12 pulgadas con una regla. ¿Aproximadamente, cuántos centímetros son esos?

Solución: 30 cm

Ejemplo C

Sandy corrió 15 metros. ¿Aproximadamente cuántos pies son esos?

Solución: 45 pies

Ahora, regresemos al problema del inicio de esta sección.

Usa un factor de conversión estimad para escribir una razón. Compararemos los kilogramos con las libras. *Un kilogramo es cerca de 2 libras, o* $\frac{1 \; kilogram}{2 \; libras}$.

Luego, escribe una proporción y resuélvela.

El perro de Omar pesa cerca de 15 kilogramos.

Vocabulario

Sistema métrico
: *Un sistema de medida comúnmente utilizado fuera de los Estados Unidos. Utiliza unidades como: metros, mililitros y gramos.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

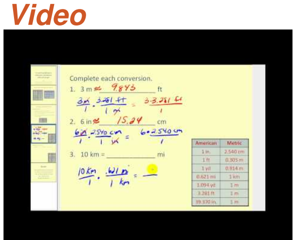
¿Cuántos metros hay en 67 pies?

Solución

20.421

Esta es nuestra respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/59823

Haz clic en la imagen anterior para mayor información.

Converting Customary and Metric Units of Measurement

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Responde cada respuesta utilizando las referencias.

1. *¿Aproximadamente, cuántos centímetros hay en una pulgada?*
2. *¿Aproximadamente, cuántos centímetros hay en tres pulgadas?*
3. *¿Aproximadamente, cuántas pulgadas hay en 5 centímetros?*
4. *¿Aproximadamente, cuántos centímetros hay en un pie?*
5. *¿Aproximadamente, cuántos centímetros hay en 3 pies?*
6. *¿Aproximadamente, cuántos centímetros hay en 1 yarda?*
7. *¿Aproximadamente, cuántos metros hay en una yarda?*
8. *¿Aproximadamente, cuántos metros hay en tres yardas?*
9. *¿Aproximadamente, cuántas yardas hay en veinte y cuatro metros?*
10. *¿Aproximadamente, cuántos pies hay en 18 metros?*
11. *¿Aproximadamente, cuántos kilómetros hay en 1,8 millas?*
12. *¿Aproximadamente, cuántas millas hay en 10 kilómetros?*
13. *¿Aproximadamente, cuántas millas hay en 0 kilómetros?*
14. *¿Aproximadamente, cuántas millas hay en 15 kilómetros?*
15. *¿Aproximadamente, cuántos kilómetros hay en 10 millas?*

4.17 Res ue presenta tas

En esta sección, resolverás p

"¡Me encantaría escalar el monte Everest!", exclamó Josh en el desayuno una mañana.

"¿De veras?", dijo sonriendo su padre. "Bueno, hijo, deberías comenzar a ahorrar ahora".

Confundido, Josh levantó la vista de su avena.

"¿Por qué dices eso?", preguntó Josh.

"Lo digo, porque para escalar el Everest debes tener cerca de $60.000. Por eso lo digo" explicó el padre, bebiendo café.

"¿De veras? ¡Guau! No tenía idea", dijo Josh. "Bueno, creo que tendré que trabajar y ganar mucho dinero", dijo Josh, levantándose de la mesa.

Siguió pensando en lo que su padre dijo mientras caminaba a la escuela. Sesenta mil dólares era mucho dinero para escalar una montaña, pero lo que de verdad le asombraba a Josh era pensar en la cantidad de personas que lo había escalado más de una vez. Cuando llegó a su clase, vio en su libro que Apa Sherpa un hombre de Nepal había escalado exitosamente la montaña 19 veces. Bueno, generalmente era un guía a quien le pagaban, pero no pudo dejar de pensar en el dinero que hubiese gastado Apa Sherpa si él hubiera que pagar todas las diecinueve veces que escalado el Everest con la tasa que le dijo su padre.

¿Cuánto le hubiese costado? Podemos utilizar unidades, razones y proporciones para resolver el problema. Si pensamos que un viaje es una unidad, podemos ver a las proporciones y calcular la cantidad correcta de dinero.

Orientación

Una *tasa* se refiere a la velocidad o a la cantidad de dinero que las personas ganan por hora.

Cuando hablamos de ***tasas unitarias,*** **comparamos una tasa con 1 o lo que le tomaría a 1 de algo. Puede ser una manzana, una milla, un galón, etc. Lo que hacemos es comparar una cantidad con otra.**

Una palabra clave cuando trabajas con tasas unitarias es "por".

Podemos utilizar razone y proporciones para resolver problemas que presentan tasas y tasas unitarias.

Jeff gana $150,00 por una hora como consultante. ¿Cuánto es lo que gana por minuto?

Para averiguarlo, debemos pensar en la tasa unitaria que le pagan a Jeff como consultante. Puedes ver que el problema dice "una hora". Esta es la tasa unitaria. También utilizar la palabra "por".

Escribamos una tasa unitaria como una razón comparada con 1.

Luego, debemos pensar sobre puede el enunciado del problema. Lo que pide es lo que gana por minuto (tasa por minuto). La información que tenemos está en horas, por lo que debemos escribir una razón que compare las horas con los minutos.

Ahora, podemos escribir una expresión que combine las dos razones.

Esa es una buena pregunta. *No comparamos horas con horas, porque no estamos comparando horas. Estamos comparando dinero con horas y debemos calcular lo que gana por cada minuto. Siempre debes pensar que en lo que se compara cuando estás trabajando con proporciones.*

Luego, resolvemos. *Nota que, ya que un ahora es diagonal a una hora, podemos eliminar las horas. Eso nos deja con un razón que compara dinero con minutos.*

Esto nos ayudará a convertir las horas en minutos, lo que hará más fácil encontrar la respuesta al problema. Ahora, para descubrir la respuesta, dividimos.

Jeff gana $2,50 por minuto.

¿Qué es unidad de análisis?

***Unidad de análisis* es cuando vemos cómo medir unidades individuales en diferentes cantidades de medidas y se utiliza para convertir unidades de medida.**

Cuando utilizamos unidades de análisis, convertimos diferente unidades de medida al comparar las unidades utilizando razone y proporciones. Las unidades de análisis son muy útiles para comprobar respuestas.

Estudia el siguiente problema.

Juanita trabajó por 18 horas. Ganó $116,00 al final de su turno. Juanita estaba seguir que el gerente había realizado un error y que debió haber ganado más dinero. Juanita gana $9,00 por hora. ¿Ganó Juanita la cantidad correspondiente de dinero u ocurrió un error?

Para resolver este problema, podemos utilizar la unidad de análisis. Comencemos escribiendo una razón para ver cuánto ganó Juanita por las horas que trabajó.

Luego, podemos utilizar la tasa por hora para resolver el problema. Ella gana $9,00 por hora.

Si Juanita gana $9,00 por hora, podemos multiplicar 18×9 **. Obtenemos $162,00. A Juanita solo le pagaron $116,00, por lo que definitivamente hubo un error.**

Ejemplo A

Diez manzanas cuestan $3,99. ¿Cuánto cuesta una manzana?

Solución: .39

Ejemplo B

Quince galones de gasolina cuestan $45,00. ¿Cuánto cuesta uno?

Solución: $3.00

Ejemplo C

Dos entradas a un partido de béisbol cuestan $111,50. ¿Cuánto cuesta una entrada?

Solución: $55.75

Ahora, regresemos al problema del inicio de esta sección.

Ahora, resolvamos este problema.

Sabemos que un viaje al monte Everest cuesta $60.000 .

También podemos utilizar la unidad de análisis para resolver este problema.

\$60,000 dólares $\left(\frac{19}{x\ dollars}\right)$

$60,000 \times 19 = \$1,140,000$ **es el costo por los diecinueve viajes.**

Esta es nuestra solución.

Vocabulario

Razón
: *Una unidad que se relaciona con otra. Puede ver la tasa de ganancias o de velocidad. Es una unidad que es medida.*

Tasa unitaria
: *Una tasa que se compara a 1. Una tasa de ganancias sería una cantidad de dinero por hora. Una unidad unitaria de gasolina sería la cantidad de dinero que cuesta un galón de ella.*

Unidad de análisis
: *Método de convertir diferentes unidades de medida al utilizar razone y proporciones para comparar y convertir unidades.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que practiques por tu cuenta.

Resuelve y luego comprueba utilizando las unidades de análisis.

Jesse tiene un auto que puede contener 14 galones de gasolina. Durante la primera semana del mes, la gasolina cuesta \$2,75 por galón. En la segunda, \$2,50 por galón. ¿Cuánto gastó en 28 galones de gasolina?

Solución

Comencemos escribiendo una expresión con variables para resolver el problema. *Sabemos que el número de galones de gasolina no cambia. Esa puede ser nuestra variable.*

$x =$ *número de galones de gasolina*

Las otras partes de la expresión incluyen los diferentes precios de la gasolina.

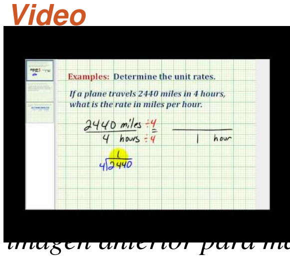
Esta expresión nos ayudará a determinar cuánto dinero gastó Jesse en 28 gallones de gasolina. Para llenar el tanque se necesitan 14 galones. Podemos sustituir el 14 por la variable x .

La suma total del dinero gastado es $73,50.

Podemos comprobar nuestro trabajo utilizando la unidad de análisis.

La suma total del dinero gastado es $73,50.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5412

Haz clic en la imagen anterior para mayor información.

Determining a Unit Rate

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Utiliza lo que has aprendido para resolver los siguientes problemas.

1. *Peter corre a una velocidad de 10 kilómetros por hora. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 8 horas?*
2. *Un guepardo puede correr a una velocidad de 60 millas por hora. ¿Qué distancia habrá recorrido luego de 6 horas?*
3. *¿Cuál es la fórmula de la distancia?*
4. *Si un auto viaja a una velocidad de 65 millas por hora por 30 minutos, ¿Cuánto recorre en ese tiempo?*
5. *Un tren viaja a 50 millas por hora. Si necesita recorrer 320 millas, ¿cuántos minutos se demorará?*
6. *Un auto viaja a 65 millas por hora por 12 horas. ¿Cuántas millas recorrerá?*
7. *Un bus recorrió 300 millas a una velocidad promedio de 50 millas por hora. ¿Cuánto se demoro en recorrer las 300 millas?*
8. *Un auto viaja a una velocidad promedio de 40 millas por hora por una zona de construcción. Si el auto viajó 20 millas a esta velocidad, ¿cuántas horas le llevó viajar las 20 millas?*
9. *¿Qué es velocidad?*
10. *¿Cuál es la fórmula de velocidad?*
11. *¿Cuál es la velocidad de un objeto que recorre 500 millas en 2,5 horas?*
12. *Si un objeto tiene una velocidad de 125 millas por hora, ¿cuánto le tomará recorrer 4.375 millas?*
13. *Si un objeto viaja a una velocidad de 7 kilómetros por minuto, ¿cuánto recorrerá en 2 horas?*
14. *Si un objeto viaja a una velocidad de 4 metros por segundo, ¿cuántos kilómetros recorrió después de 2 días?*
15. *La formula de densidad es $D = \frac{m}{v}$ donde D representa la densidad de un objeto, m representa la masa del objeto y v el volumen del objeto. ¿Cuál es la densidad de un ladrillo que pesa 9 libras y tiene un volumen de 36 pulgadas cúbicas?*

Resumen

Aprendiste que una razón es una comparación entre dos cantidades y que puede escribirse de tres manera diferentes. Tal como las fracciones, dos razones pueden ser equivalentes y puedes escribir razones de forma simplificada. Aprendiste que cuando las razones son equivalentes estas forman una proporción.

Aprendiste que puedes utilizar las proporciones para resolver problemas cuando sabes que ambas cantidades tienen una razón común. Las proporciones que presentan variables pueden resolverse al multiplicar de forma cruzada o utilizando tasas equivalentes. Los típicos problemas que se pueden resolver utilizando proporciones son los problemas relacionados con los dibujos a escala, los modelos a escala y los mapas. También, aprendiste que puedes utilizar las proporciones para convertir unidades de medida comunes a métricas o viceversa, ya que existe una razón *definida entre las dos unidades. Practicaste la conversión entre diferentes unidades comunes, unidades métricas y unidades comunes a métricas. También aprendiste a resolver problemas que presentan tasas y unidad de análisis.*

CHAPTER 5 Aplicar Porcentajes

Chapter Outline

Introducción

En este capítulo, aprenderás todo sobre los porcentajes y sus aplicaciones. Primero, verás cómo hacer conversiones entre fracciones, decimales y porcentajes. A continuación, aprenderás a encontrar el porcentaje de un número y a usar las proporciones para resolver los problemas con porcentajes. También aprenderás a resolver problemas cotidianos que tengan que ver con el uso de porcentajes, entre los que se incluyen, los descuentos, el IVA, el interés simple y el compuesto.

5.1 Reco ajes

En esta sección, reconocerás

¿Has intentado alguna vez c istazo a este dilema.

Carla sabe que los Springstead Raiders, el equipo de fútbol de su colegio, ganó el 80% de los partidos de este año. Carla se pregunta cómo entender ese porcentaje.

¿Qué es un porcentaje? ¿Sabes cómo podría hacerlo?

Esta sección te ayudará a comprender qué son los porcentajes. Al final de esta sección, serás capaz de ayudar a Carla a resolver su dilema.

Orientación

Todos los días vemos porcentajes a nuestro alrededor. Si entras a cualquier tienda, verás frecuentemente un signo de porcentaje. Ya sea un anuncio de rebaja de un 10% o un anuncio en un banco sobre una nueva tasa hipotecaria, si miras a tu alrededor, verás

¿Qué es un porcentaje?

Básicamente, **un *porcentaje***

Es una parte de un todo que ambién que un porcentaje es una razón. Recuerda que **una**

Las fracciones* y *los decimal

Podemos decir que las fracci ados entre sí.

Pensemos en los porcentaje

Fíjate en el término "por ciento". Su raíz "ciento" significa cien y "por" implica división o significa "por cada". Si tienes tres caramelos por persona, significa tres caramelos por cada persona. Por lo tanto, "por ciento" significa uno por cada cien.

Si el 25% de las personas quiere pastel de chocolate, entonces 25 de cada 100 quiere pastel de chocolate. Es por esta razón que el porcentaje se puede escribir como una fracción con un denominador igual a 100.

$25\% = \frac{25}{100}$

Ahora, piénsalo otra vez. Cada vez que ves un porcentaje sabes que la cantidad está siendo comparada con 100 o es "de cada" 100.

18% significa 18 de cada 100

Estamos comparando la cantidad de 18 con un todo igual a 100.

125% significa 125 de cada 100

Aquí tenemos un porcentaje que es mayor que 100. Esto significa que tenemos una cantidad mayor que el todo incluida en nuestro porcentaje.

Es una buena pregunta. Es posib... osible y no en el número real. Es posible tener 100 por ciento en u... tas adicionales, también podrías obtener un porcentaje mayor qu... ambién. Si un vendedor de autos necesita vender 5 autos en una s... . Sin embargo, si vende 8 autos, entonces vendió más que el 100%

¡Recuerda que un porcentaje es una razón comparada con 100! Escribe lo siguiente en tu cuaderno.

Escribe cada ejemplo como un porcentaje.

Ejemplo A

23 de cada 100

Solución: 23%

Ejemplo B

18,5 de cada 100

Solución: 18.5%

Ejemplo C

97 de cada 100

Solución: 97%

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Si el equipo ganó el 80% de los partidos, entonces Carla puede pensar la cifra como de cada 100. Esto significa que el equipo ganó 80 de cada 100 partidos. Si el equipo no jugó 100 partidos, entonces te puedes hacer una idea de cómo les fue si simplificas la razón.

Ahora, fíjate en la razón.

$80\% = \frac{80}{100} = \frac{8}{10}$

Esto significa que el equipo ganó 8 de cada 10 partidos. ¡Una temporada bastante buena!

Vocabulario

Razón
: *Una comparación de dos cantidades.*

Porcentaje
: *Una razón que se compara con la cantidad de 100. Porcentaje significa de cada 100.*

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

Escribe esto como un porcentaje.

Carmen vio 100 películas en un año. Escogió a 60 como sus películas favoritas. El resto de las 40 películas no fueron sus favoritas. Escribe en forma de porcentaje sus películas favoritas y como un porcentaje a las otras películas también.

Solución

Para comenzar, representemos a las favoritas con un porcentaje.

Carmen escogió 60 de100 peliculas como sus favoritas.

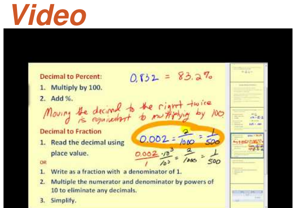
60%

Carmen no escogió 40 películas como sus favoritas.

40%

Esta es nuestra respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5421

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

An Introduction to Razóns

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Indicaciones: *Expresa los siguientes porcentajes en la forma de una razón con un denominador igual a 100.*

1. 64%
2. 3%
3. 119%
4. 4.7%
5. 88%
6. 99.5%
7. 12%
8. 14%

Indicaciones: Expresa las siguientes frases como porcentajes.

9. *12 de cada 100*
10. *13.5 de cada 100*
11. *87 de cada 100*
12. *99 de cada 100*
13. *5 de cada 100*
14. *3.5 de cada 100*
15. *130 de cada 100*
16. *175 de cada 100*

5.2 Escribir Porcentajes como Decimales

En esta sección, escribirás los porcentajes en forma de decimales y los decimales en la forma de porcentajes.

¿Te has preguntado alguna vez cómo un porcentaje podría ser un decimal? Échale un vistazo a este dilema.

Karen obtuvo un 85% en un examen de matemáticas. Quiere saber cómo podría expresar esto en forma de un decimal ¿Sabes cómo podría hacerlo?

En esta sección, te mostraremos cómo escribir decimales como porcentajes y porcentajes como decimales. Entonces, al final sabrás cómo resolver este problema.

Orientación

Un porcentaje es una parte

Las fracciones y los decimal ... ces podemos intercambiar la forma en que escribimos esto ... ecimal y como un porcentaje. También, podemos escribir u ... rcentaje; y podemos hacer lo mismo con las fracciones.

Comencemos por escribir l ... orcentajes.

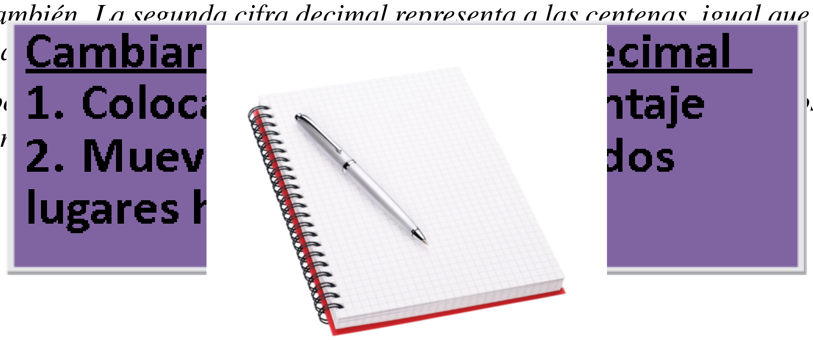
Podemos comenzar pensan ... encias de diez. La segunda cifra decimal es el lugar de ... .

Exactamente, y ahora podrías ser capaz de ver cómo podemos escribir los porcentajes en la forma de un decimal. *Los dos se comparan con cientos.*

Fíjate en este problema.

Escribe 56% como un decimal.

Para hacer esto, sabemos que el signo % significa "de cada 100", podemos decir que las cifras decimales representan a decenas y centenas también. La segunda cifra decimal representa a las centenas, igual que el signo de porcentaje, %, representa a centen



Para transformar un p ... s la coma decimal dos lugares hacia la izquier

56% = .56

Anota lo siguiente en tu cuaderno.

Escribe 88% como un decimal.

Para hacer esto, sacamos el signo de porcentaje y movemos la coma decimal dos lugares hacia la izquierda.

88% = .88

Escribe 125% como un decimal.

Aun cuando este porcentaje es mayor que 100, seguimos los mismos pasos.

125% = 1.25

También podemos trabajar al revés y escribir los decimales en forma de porcentajes. Aquí moveremos la coma decimal dos lugares hacia la derecha y añadiremos el signo de porcentaje.

Escribe 0,45 como un porcentaje.

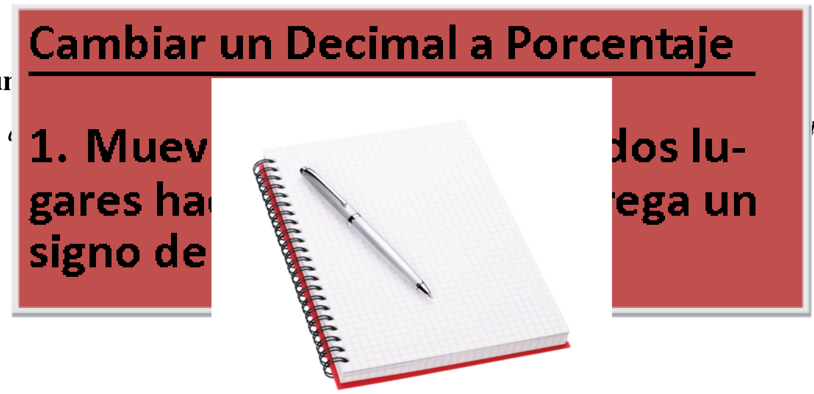
Primero, movemos la coma decimal dos lugares hacia la derecha y añadimos el signo de porcentaje.

.45 = 45%

Escribe 0,345 como un

Aplica la misma regla ... ha y añade un signo de porcentaje.

.345 = 34.5%



Anota esta regla en tu cuaderno.

Escribe cada ejemplo como un decimal o como un porcentaje

Ejemplo A

.48

Solución: 48%

Ejemplo B

57.5%

Solución:#38;#160; .575

Ejemplo C

.18

Solución:#38;#160; 18%

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Para convertir 85% *en un decimal, primero sacamos el signo de porcentaje.*

85

A continuación, movemos la coma decimal dos lugares hacia la izquierda.

.85

This is our answer.

Vocabulario

Razón
Una comparación de dos cantidades.

Porcentaje
Una razón que se compara con la cantidad de 100. Porcentaje significa de cada 100.

Fracción
Una parte de un todo que se escribe usando un numerador y un denominador.

Decimal
Una parte de un todo escrita en notación posicional decimal.

Proporción
Dos razones iguales forman una proporción.

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

Escribe .455 *como un porcentaje.*

Solución

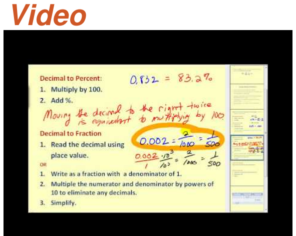
Cuando se convierte un decimal en porcentaje, movemos la coma decimal dos lugares hacia la derecha. Este representa a los céntimos que se muestran con un signo de porcentaje.

$.455 = 45.5$

Ahora añadimos un signo de porcentaje.

Nuestra respuesta es 45.5% **.**

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5421

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Writing Decimals as Razón s

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Escribe los siguientes porcentajes como decimales.

1. *18%*
2. *35,7%*
3. *6,09%*

4. *0,008%*
5. *0,028%*
6. *0,9%*
7. *31,5%*
8. *12,3%*

Escribe los siguientes decimales como porcentajes.

9. *0,52*
10. *0,02*
11. *1,17*
12. *5*
13. *0,09*
14. *0,876*
15. *0,3*
16. *0,0001*

5.3 Escr... acciones

En esta sección, escribirás lo ... forma de porcentajes.

¿Has conocido alguna vez u ... ia? Échale un vistazo a este dilema.

La temporada de fútbol de la secundaria local acaba de terminar. Durante el almuerzo, Carla, Mario y Cinda conversan sobre la temporada y sobre cómo los Springstead Raiders llegaron a la ronda clasificatoria.

"Me encanta la temporada de fútbol. ¡Los juegos de los viernes por la noche son tan divertidos!", dijo Mario mientras mordía su sándwich.

"Claro que sí, además nos fue mucho mejor este año que el año pasado. Este año ganamos 10 de 12 partidos. El año pasado, solamente ganamos 8 partidos de 12", dijo Carla.

"Sí, por lo tanto el porcentaje de partidos que ganamos este año indudablemente aumentó", comentó Cinda.

"Eso es obvio", añadió Mario. "¿Cuál fue el porcentaje del año pasado comparado con el de este año?"

"Para calcularlo, tenemos que transformar la fracción de los encuentros que ganamos en un porcentaje, y hacer lo mismo tanto con las estadísticas del año pasado como con las estadísticas de este año", explicó Carla.

Carla está bien encaminada. Para conocer el porcentaje de victorias, necesitas saber cómo convertir las fracciones en porcentajes. Esta sección trata sobre las fracciones, los decimales y los porcentajes; y sobre cómo trabajar con ellos. También verás cómo es que las proporciones pueden servir de gran ayuda para hacer este trabajo. Pon atención y así serás capaz de poner en práctica lo que has aprendido al final de esta sección.

Orientación

Los porcentajes se pueden escribir como razones con un denominador igual a 100 o se pueden escribir como decimales. Pues bien, si se pueden escribir como una razón con un denominador igual a 100, entonces esas razones se pueden simplificar de la misma manera en que simplificaríamos cualquier fracción. Asimismo, cualquier fracción se puede escribir como un porcentaje usando operaciones inversas.

Para escribir un porcentaje como una fracción, reescríbela como una fracción con un denominador igual a 100. A continuación reduce la fracción a su forma más simple.

Escribe 22% como una fracción.

Primero, exprésala como una fracción con un denominador igual a 100.

$22\% = \frac{22}{100}$

A continuación, simplifica la fracción.

$\frac{22}{100} = \frac{11}{50}$

Esta es nuestra respuesta.

¿Cómo podemos convertir una fracción en un porcentaje?

Para convertir una fracción en un porcentaje, tenemos que estar seguros de que la fracción está siendo comparada con una cantidad igual a 100. Miremos una.

$\frac{28}{100}$

Significa que tenemos 28 de 100. Esta fracción está siendo comparada con 100, por lo tanto simplemente podemos transformarla en un porcentaje.

$\frac{28}{100} = 28\%$

Aquí hay otra.

$\frac{3}{5}$

Esta fracción no está siendo comparada con 100. Está siendo comparada con 5. Tenemos 3 de 5. Para convertir esta fracción en un porcentaje, tenemos que reescribirla como una razón equivalente comparada con 100. Podemos usar proporciones para hacer esto.

Primero, escribe esta razón comparada con una segunda a razón de 100.

No sabemos de qué parte de 100 se trata, por lo que tenemos que resolver esta proporción. Podemos multiplicar para crear razones equivalentes o una proporción.

Esta es nuestra respuesta.

Escribe cada ejemplo como un porcentaje.

Ejemplo A

$\frac{44}{100}$

Solución:#38;#160; 44%

Ejemplo B

$\frac{1}{2}$

Solución:#38;#160; 50%

Ejemplo C

$\frac{4}{5}$

Solución:#38;#160; 80%

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Primero, escribamos dos fracciones para representar los datos que tenemos sobre los partidos que ganó el equipo de fútbol este año y el año pasado.

Año pasado: ganaron 8 de 12 partidos.

Este año: ganaron 10 de 12 partidos.

Ahora podemos tomar estas dos fracciones y crear proporciones para determinar el porcentaje correcto de juegos ganados.

A continuación, realizamos una multiplicación cruzada y calculamos cada porcentaje.

$x = 66.6\%$ **o 67% es el porcentaje de juegos ganados el año pasado.**

Ahora calculemos los resultados de este año.

***En otras palabras,* ganaron el 83% de los partidos de este año.**

Vocabulario

Razón
: *a Razón Una comparación de dos cantidades.*

Porcentaje
: *Una razón que se compara con la cantidad de 100. Porcentaje significa de cada 100.*

Fracción
: *Una parte de un todo que se escribe usando un numerador y un denominador.*

Decimal
: *Una parte de un todo escrita en notación posicional decimal.*

Proporción
: *Dos razones iguales forman una proporción.*

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

El equipo de béisbol de Kary ganó 9 de 12 partidos. ¿Qué porcentaje de los partidos jugados ganó el equipo? ¿Qué porcentaje de los partidos jugados perdió el equipo?

Solución

Primero, escribimos el número de partidos ganados como una fracción.

$\frac{9}{12}$

A continuación, la escribimos como una proporción con un denominador igual a 100.

$\frac{9}{12} = \frac{x}{100}$

Ahora hacemos una multiplicación cruzada y calculamos el valor de x .

75%

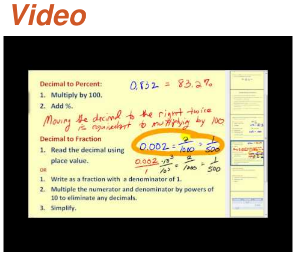
El equipo ganó el 75/ de sus partidos.

Ya que sabemos que un porcentaje es de 100, simplemente podemos calcular el porcentaje de derrotas del equipo usando una substracción.

$100 - 75 = 25$

El equipo perdió el 25% **de sus partidos.**

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5421

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Writing Razón s as Fractions

Este video solo está disponible en inglés.

Práctica

Escribe los siguientes porcentajes como fracciones en su forma más simple.

1. 16%
2. 40%
3. 2%
4. 4%
5. 45%
6. 20%
7. 18%
8. 10%

Escribe las siguientes fracciones como porcentajes. Redondea cuando sea necesario.

9. $\frac{2}{3}$
10. $\frac{23}{30}$
11. $\frac{4}{75}$
12. $\frac{21}{2}$
13. $\frac{4}{5}$
14. $\frac{6}{10}$
15. $\frac{3}{25}$

5.4 Encontrar el Porcentaje de un Número

En esta sección, aprenderás a encontrar el porcentaje de un número multiplicando.

¿Te gustan las montañas rusas? Échale un vistazo a este dilema.

Un parque de diversiones tiene un promedio diario de 30.000 visitas. Sobre el 75% de estas personas se sube a las montañas rusas más grandes. ¿Alrededor de cuántas personas se suben a las montañas rusas?

Para realizar este cálculo, tendrás que encontrar el porcentaje de un número. Pon atención y sabrás cómo resolver este problema al final de esta sección.

Orientación

Ya hemos dicho que los porcentajes son muy útiles. Parte de su utilidad tiene que ver con la capacidad de encontrar los porcentajes de un número. En otras palabras, si planeas hacer un asado y el carnicero te dice que el 30% de las personas quiere pollo. . . ¿cuá … *s comprar pollo?*

En esta sección, las palabras … **ue multiplicar para resolver el problema. Podemos con** … **nvertirlo en una fracción y multiplicar.**

Supongamos que has invitado a 58 personas al asado. Si el 30% prefiere comer pollo, entonces necesitas saber de cuántas personas se trata.

Primero, convierte 30% en un decimal o en una fracción

Tanto si usas un decimal o una fracción, ahora multiplica por el número de personas invitadas: $.30 \times 58 = 17.4$ **o alrededor de 17 personas**

O

$\frac{3}{10} \times 58 = \frac{174}{10} = 17.4$ *o alrededor de 17 personas.*

Esta es nuestra respuesta.

Resuelve cada problema.

Ejemplo A

¿Cuál es el 20% de 18?

Solución: 3.6

Ejemplo B

¿Cuál es el 25% de 40?

Solución: 10

Ejemplo C

¿Cuál es el 5% de 80?

Solución: 4

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Primero, escribamos una oración con nuestro problema.

Tenemos que calcular el 75% de 30.000.

Para hacer esto, primero convertimos 75% en un decimal.

$75\% = .75$

A continuación, multiplicamos.

$.75 \times 30,000 = 22,500$

22.500 personas se suben a las montañas rusas.

Vocabulario

Razón
Una comparación de dos cantidades.

Porcentaje
Una razón que se compara con la cantidad de 100. Porcentaje significa de cada 100.

Fracción
Una parte de un todo que se escribe usando un numerador y un denominador.

Decimal
Una parte de un todo escrita en notación posicional decimal.

Proporción

Dos razones iguales forman una proporción.

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

Según una encuesta al 15% de las personas encuestadas le gustan las aceitunas. De las 500 personas encuestadas, ¿a cuántas les gustan las aceitunas aproximadamente?

Solución

Primero, escribamos una frase que describa nuestro problema.

15% de 500

Ahora, convierte el porcentaje en un decimal.

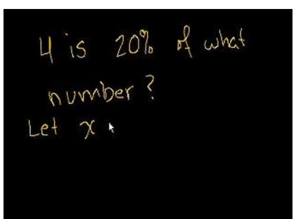
$15\% = .15$

A continuación, multiplica.

$.15 \times 500 = 75$

A 75 personas les gustan las aceitunas.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/130

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Khan Academy Finding Razón s

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Encuentra el porcentaje del siguiente número convirtiendo el porcentaje en un decimal. Puedes redondear si es necesario.

1. *30% de 90*
2. *3% de 12*
3. *14% de 900*
4. *33% de 99*
5. *18% de 100*
6. *8% de 72*
7. *11% de 50*
8. *14.5% de 30*
9. *12% de 80*
10. *2% de 800*
11. *150% de 21*
12. *45% de 60*

Lee las siguientes situaciones detenidamente y a continuación responde las preguntas.

13. *Cada vez que recibes tu sueldo, tu empleador paga 6% de seguridad social. Escribe este porcentaje como una razón con un denominador igual a 100.*
14. *La altura de Jimmy es de 1,78m. Escribe su altura como un porcentaje de un metro.*
15. *Una tienda realizó una encuesta y encontró que $\frac{4}{5}$ de sus clientes han comprado en las tiendas de la competencia durante el mes pasado. ¿A qué porcentaje corresponde?*

5.5 Usar Proporciones para Encontrar Porcentajes

En esta sección, usarás proporciones para encontrar porcentajes.

¿Has pensado alguna vez sobre las votaciones y los porcentajes? Échale un vistazo a este dilema.

Un senador quiere iniciar un programa para estimular a más gente a votar en su estado. En el condado A, 32.100 personas votaron. En el condado vecino B, 57.800 personas votaron. ¿En qué condado es más necesario el programa?

Bien, depende de cuanta gente hay en cada uno de los condados.

No podemos comparar los índices electorales a menos que usemos un porcentaje.

Si sabemos que el primer condado tiene una población de 39.500 personas y que el segundo condado tiene una población de 81.400 personas, ahora podemos saber qué porcentaje de la gente votó.

Estamos comparando el número de personas que votó con la población de cada condado. En realidad aquí nos vamos a encontrar con dos porcentajes. ¿Sabes cómo hacer esto? Pon atención, y al final de esta sección sabrás cómo resolver este problema.

Orientación

Un porcentaje es una parte de un todo que representa a una cantidad a partir de 100. Las fracciones y los decimales son también parte de un todo. Algunas veces, te darán información, pero no un porcentaje. Tendrás que saber cómo calcular el porcentaje. Tanto los porcentajes, como las fracciones, los decimales y las proporciones te pueden ayudar a resolver problemas

Comenzaste usando proporc ... ones como porcentajes. Recuerda que las proporciones

Una proporción es una com

Los porcentajes también se

Ya que ambos son comparaci ... n a calcular un porcentaje.

Es una buena pregunta.

Primero, escribimos la proporción usando a sobre b .

Esto es equivalente al porcentaje el cual es parte de 100.

Esta es la proporción:

Ahora, apliquemos esta proporción. Échale un vistazo a este dilema.

¿Qué porcentaje representa 15 de 30?

Para trabajar en este problema, primero, escribimos una razón que compare nuestros valores con el porcentaje que buscamos.

Sabemos que quince es la mitad de 30 y que 50 es la mitad de 100.

Nuestra respuesta es 50%.

Escribe cada ejemplo como un porcentaje.

Ejemplo A

18 de 100

Solución:#38;#160; 36%

Ejemplo B

22 de cada 40

Solución:#38;#160; 55%

Ejemplo C

78 de 80

Solución:#38;#160; 97.5%

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Para cada condado, usaremos la proporción $\frac{a}{b} = \frac{p}{100}$ *donde a representa al número de personas que votaron y b representa al total de la población.*

Para calcular el porcentaje de cada caso, usamos productos cruzados como lo haríamos con cualquier proporción. Ahora, podemos ver que en el condado A, el 82% de la población votó, mientras que en el condado B tan solo un 71% de la población votó.

El senador debería promocionar el programa con más fuerza en el condado B.

Vocabulario

Proporción
Dos razones iguales forman una proporción.

Porcentaje
Una parte de un todo igual a 100.

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

John corrió 8 millas de un total de 9. ¿Qué porcentaje del total de millas corrió?

Solución

Para calcularlo, escribamos primero una proporción para que podamos calcular el porcentaje.

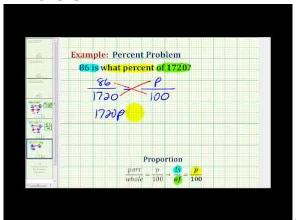
$\frac{8}{9} = \frac{p}{100}$

Ahora podemos hacer una multiplicación cruzada y dividir.

Podemos redondear nuestra respuesta.

Nuestra respuesta es 89%. John corrió un 89% del total de millas.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5512

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Use Proportions to Solve Razón Problems

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Indicaciones: Encuentra el valor de p en los siguientes problemas usando productos cruzados. Redondea a la cifra decimal más próxima.

1. $\frac{7}{15} = \frac{p}{100}$
2. $\frac{52}{3810} = \frac{p}{100}$
3. $\frac{16}{17} = \frac{p}{100}$
4. $\frac{3}{4} = \frac{p}{100}$
5. $\frac{3}{5} = \frac{p}{100}$
6. $\frac{1}{5} = \frac{p}{100}$
7. Un dentista tapó las caries de 8 de los 30 pacientes que tuvo durante el día el martes. ¿A qué porcentaje de los pacientes le taparon las caries?
8. Un florista entregó 18 de un total de 25 ramos de flores. ¿Cuál fue el porcentaje que se entregó?
9. El panadero vendió 3 de 4 docenas de panes. ¿Cuál fue el porcentaje que se vendió?
10. ¿Qué porcentaje representa 85 de 5.000?
11. ¿Qué porcentaje representa 15 de30?
12. ¿Qué porcentaje representa 88 de 1200?
13. ¿Qué porcentaje representa 99 de 200?
14. ¿Qué porcentaje representa 100 de 330?
15. ¿Qué porcentaje representa 224 de 5400?

5.6 Usar ... lver Problemas

En esta sección, usarás prop

¿Has realizado una encuesta

El centro de alumnos ha decido realizar una encuesta para saber cuántos estudiantes de la enseñanza básica van a los partidos de fútbol de los viernes por la noche. Le preguntaron a cada estudiante que iba entrando al estadio, en qué curso iban y anotaron los resultados. Los miembros del centro de alumnos realizaron esto durante tres semanas y consideraron que se era suficiente para ser considerado como una muestra para realizar una buena estimación sobre cuántos estudiantes de enseñanza básica asistían a los partidos. Este es el informe que entregaron durante los anuncios de la mañana una vez que completaron la encuesta.

"¡40% de nuestros estudiantes van a los partidos de fútbol los viernes por la noche! ¡Intentemos que este número sea un 50% la próxima temporada, así podemos realmente alentar a los jugadores de enseñanza media!"

"¡Guau!, cuarenta por ciento de todas maneras es un porcentaje bastante alto", le comentó Cameron a Carla en la sala de clases.

" Sí, pero 50 por ciento sería aún mucho mejor, ya que hay 380 estudiantes en nuestra escuela".

"Entonces, ¿cuántos son los estudiantes van a ver los partidos?", preguntó Cameron

Es una buena pregunta. Si entiendes sobre porcentajes y proporciones, puedes usar la información entregada para calcular cuántos son l ... 0% va. Usa la información que hay en esta sección par

Orientación

Las proporciones se pueden u ... uerda que las proporciones se crean cuando dos razones so ... sar para encontrar cualquier pieza perdida. Si conocemos ... todo.

Fíjate en esta situación.

En la escuela básica Big Town, el 37% de los estudiantes participa en programas de atletismo. Si la escuela tiene 968 alumnos, ¿cuántos uniformes necesitan comprar?

Aunque 37% es un número que nos sirve, no nos dice cuántos estudiantes necesitan uniformes. Sabemos que por cada 100 alumnos, 37 necesitarán un uniforme. Sin embargo, esta no es información suficiente para realizar una compra. Si hay 968 alumnos en la escuela, usa la proporción $\frac{a}{b} = \frac{p}{100}$ *nuevamente para encontrar el valor desconocido. Si nos dan el porcentaje* p *, entonces el valor desconocido no es el porcentaje sino que la parte del estudiantado que necesita uniformes.*

$\frac{a}{968} = \frac{37}{100}$

Usa los productos cruzados para calcularlo a *.*

Hay que comprar 358 uniformes.

Antes de continuar, asegúrate de que tienes anotada la proporción $\frac{a}{b} = \frac{p}{100}$ en tu cuaderno.

Ya que podemos usar una proporción para calcular una variable incógnita, podemos también encontrar el todo si conocemos un porcentaje y su parte correspondiente.

Fíjate en esta situación.

En la escuela secundaria Big Town, el 58% de los alumnos participa en programas de atletismo. Si 1670 alumnos participan en un programa de atletismo, entonces ¿cuántos alumnos hay en la escuela?

Esta vez conocemos la parte a y conocemos el porcentaje p. No conocemos el todo, b. Necesitamos ajustar la proporción.

$\frac{1670}{b} = \frac{58}{100}$

Usa los productos cruzados para calcular el valor de b.

Hay aproximadamente 2879 estudiantes.

Algunas veces, no tendrás que resolver un problema expresado en palabras, sino que simplemente tendrás una proporción que necesita ser resuelta para calcular un valor incógnito.

$\frac{90}{b} = \frac{30}{100}$

Usamos productos cruzados para calcular b **.**

Calcula los valores incógnitos de cada proporción.

Ejemplo A

$\frac{9}{b} = \frac{20}{100}$

Solución:#38;#160; $b = 45$

Ejemplo B

$\frac{a}{10} = \frac{40}{100}$

Solución:#38;#160; $a = 4$

Ejemplo C

$\frac{a}{3} = \frac{18}{100}$

Solución:#38;#160; $a = .54$

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Escribamos una proporción con la información dada.

40% de los estudiantes van a los partidos. Podemos convertir esto en una razón de 100.

Hay 380 alumnos en la escuela básica. Ese es nuestro todo. Necesitamos calcular qué parte del todo es 40%. Esta es la segunda razón.

Ahora podemos escribir esto como una proporción.

A continuación, calculamos en la proporción el número de alumnos que asiste a los partidos de fútbol.

152 alumnos van a los partidos de fútbol de los viernes por la noche.

Vocabulario

Proporción
Dos razones iguales forman una proporción.

Porcentaje
Una parte de un todo de un total de 100.

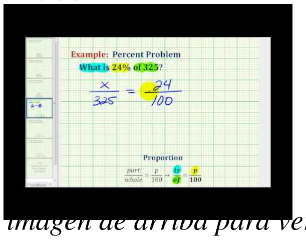
Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

Un guardabosque descubrió que el 25% de los árboles en su área estaban infectados con un parásito. Si hay 3060 árboles en su área, ¿cuántos árboles están infectados?

765 árboles fueron infectados con el parásito.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5510

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Using Proportions to Solve Razón Problems

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Indicaciones: calcula el valor de a en las siguientes proporciones.

1. $\frac{a}{23} = \frac{85}{100}$
2. $\frac{a}{1500} = \frac{7}{100}$
3. $\frac{a}{5} = \frac{61}{100}$
4. $\frac{a}{4} = \frac{75}{100}$
5. $\frac{a}{5} = \frac{40}{100}$
6. *Una empresa pequeña de venta de automóviles vendió 65.000 autos el año pasado. El noventa y cinco por ciento de esos autos tenía airbags ¿Cuántos autos tenían airbags?*

Indicaciones: calcula el valor de b en las siguientes proporciones. Redondea a la cifra decimal más próxima.

7. $\frac{88}{b} = \frac{22}{100}$
8. $\frac{600}{b} = \frac{74}{100}$
9. $\frac{1}{b} = \frac{85}{100}$
10. $\frac{2}{b} = \frac{66}{100}$
11. $\frac{3}{b} = \frac{75}{100}$
12. *Una reciente encuesta del gobierno revela que en New City, las personas gastan 35% de sus ingresos mensuales en pagar arriendo. Si un arriendo promedio es de $780, ¿cuál es el promedio de ingreso mensual?*

Indicaciones: usa la proporción $\frac{a}{b} = \frac{p}{100}$ para resolver los siguientes problemas.

13. *Una ampolleta fluorescente usa 35% de energía que una ampolleta incandescente. Si una ampolleta incandescente usa 75 watts, ¿cuántos watts usa una fluorescente?*
14. *Un ser humano promedio pesa 1,3% del peso promedio de un elefante. Si un ser humano promedio pesa 160 libras, ¿cuánto pesa un elefante promedio?*
15. *Un elefante promedio come alrededor de 350 libras de comida al día. Usando el cálculo de los problemas #14, ¿qué porcentaje de su propio peso consume diariamente?*

5.7 Usa aje para En- cont

En esta sección, usarás la ec

¿Has intentado alguna vez re azo a este dilema.

"Saben", comenzó diciendo Cameron en la sala de estudio, "creo que deberíamos apuntar a tener un 55 o 60% de asistencia en los partidos de fútbol y no solo un 50%. Si lo piensan, todos deberíamos ir a alentar al equipo. Después de todo, algunos de nosotros espera jugar en el equipo de fútbol de secundaria algún día".

Los otros cuatro niños que estaban en la mesa dejaron su trabajo para discutir la sugerencia de Cameron. Carla fue la primera en hablar.

"Creo que es un buen punto. Si vamos a los juegos, quizás otros alumnos de la escuela básica harán lo mismo cuando nosotros estemos en la secundaria".

"Sí, pero algunos niños necesitan transporte o tienen otras cosas que hacer", argumentó Jeremy. .

"No quiero decir que todos. Me refiero al 55 o 60%", dijo Cameron.

"¿Cuánto es eso?", preguntó Jeremy.

"Puedo calcular eso fácilmente", dijo Cameron.

Sobre su papel escribió estas ecuaciones:

¿Cuál es el 55% de 380?

¿Cuál es el 60% de 380?

Antes de que Cameron resuelva estos problemas, miremos lo que escribió. Cameron usó la "expresión a" que puede ser escrita como una "ecuación del porcentaje." Podemos usar esta ecuación en vez de una proporción. La ecuación puede ser de gran utilidad cuando buscas un porcentaje, una base o una parte de la base. Veamos cómo podemos usar la ecuación del porcentaje antes de resolver este problema.

Orientación

Puedes usar la proporción $\frac{a}{b} = \frac{p}{100}$ *to solve a percent problem. We can also solve percent problems by using an equation. In this Concept, we will use a proportion to create a different kind of equation that will help us solve percent problems differently.*

Cuando resolvemos la proporción $\frac{a}{b} = \frac{p}{100}$ **, usamos los productos cruzados para encontrar la variable que falta. Sin embargo, incluso si la dejamos en términos de las variables, de todas maneras podemos usar la multiplicación cruzada.**

Si transformamos el porcent s hacia la izquierda, no será necesario multiplicar p por 0 01 al mover la coma decimal.

Revisémoslo otra vez. Fíjate en lo que escribimos.

Escribimos lo mismo, pero no incluimos valores. Las variables se quedaron y las multiplicamos.

La clave es que si transformamos el porcentaje en un decimal, entonces todo lo que tenemos que hacer es multiplicarlo por la base y podremos calcular el valor de a **.**

Fíjate en esta situación.

¿Cuánto es el 85% de 90?

Para resolver esto, primero, transformamos el 85% en un decimal. "De" es una palabra clave que significa multiplicar, por lo que multiplicamos el decimal 0,85 veces 90.

$.85 \times 90 = 76.5$

Esta es nuestra respuesta.

Algunos pueden encontrar que esto es mucho más simple que usar una proporción. Cualquier forma es correcta, solo tienes que estar seguro de que sabes lo que estás buscando en cada ecuación.

¿Cuánto es el 7% de 900?

Primero, transformemos 7% en un decimal.

7% = 0,07

A continuación, multiplicamos por 900. Ten en cuenta que la palabra clave "de" significa que multiplicamos.

$900 \times .07 = 63$

Nuestra respuesta es 63.

Debido a que los porcentajes se encuentran a nuestro alrededor en nuestra vida cotidiana, tendrás que saber cómo usar la ecuación del porcentaje para resolver diferentes tipos de problemas prácticos. Recuerda estas palabras claves a medida que resuelves problemas de porcentaje.

"De" significa multiplicar

"qué porcentaje" significa que estás bus convertir el decimal en un porcentaje al final del problema.

"Es" significa igual

" De qué número" significa que buscamo odo.

Anota estas palabras claves en tu cuaderno.

Ejemplo A

¿Cuál es el 22% de 100?

Solución: 22

Ejemplo B

¿Cuál es el 8% de 57?

Solución: 4.56

Ejemplo C

¿Cuál es el 17% de 80?

Solución: 13.6

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Ahora tomemos las dos preguntas y escribamos dos ecuaciones que podamos usar para resolver esas ecuaciones.

¿Cuál es el 55% de 380? Se convierte en $x = .55(380)$

¿Cuál es el 60% de 380? Se convierte en $x = .60(380)$

A continuación, resolvemos cada ecuación para calcular la parte del todo.

55% de 380 = 209 alumnos.

60% de 380 = 228 alumnos

Estas son nuestras dos respuestas.

Vocabulario

Porcentaje
: *Una parte de un todo de un total de 100.*

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

¿Cuál es el 19% de 300?

Solución

Para resolver esto, podemos usar la ecuación del porcentaje.

Primero, convirtamos el porcentaje en un decimal.

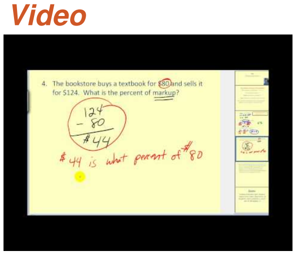
$19\% = .19$

A continuación, multiplica.

$.19 \times 300 = 57$

Esta es nuestra respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5427

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

The Razón Equation

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Indicaciones: resuelve cada uno de estos problemas de porcentajes. Puedes redondear tus respuestas a la cifra decimal más próxima cuando sea necesario.

1. *¿Cuál es el 15% de 73?*
2. *¿Cuál es el 70% de 5?*
3. *¿Cuál es el 3% de 4 millones?*
4. *¿Cuál es el 18% de 30?*
5. *¿Cuál es el 22% de 56?*
6. *¿Cuál es el 19% de 300?*
7. *¿Cuál es el 21% de 45?*
8. *¿Cuál es el 34% de 250?*
9. *¿Cuál es el 33% de 675?*
10. *¿Cuál es el 3% de 700?*
11. *¿Cuál es el 11% de 955?*
12. *¿Cuál es el 14% de 55?*
13. *¿Cuál es el 37% de 17?*
14. *¿Cuál es el 20% de 9?*
15. *¿Cuál es el 2% de 180?*

5.8 Usa la Ecuación del Porcentaje para Calcular el Porcentaje

En esta sección, usarás la ec

¿Eres un fanático del fútbol? ene que ver con el fútbol.

En el 2007, un equipo de fútbol local ganó 14 de los 16 partidos que jugaron de la temporada. ¿Cuál es el porcentaje de victorias?

Pon atención durante esta sección y sabrás cómo resolver este problema al final de esta.

Orientación

¿Sabías que puedes usar la ecuación del porcentaje para encontrar un porcentaje? Significa que sabremos el valor de la parte y del todo, a y b , y estaremos tratando de calcular el porcentaje.

Primero, fíjate en una proporción y fíjate en cómo pasar desde una proporción a una ecuación el porcentaje.

Podemos usar la proporción $\frac{a}{b} = \frac{p}{100}$ *para resolver los problemas de porcentajes. Para casi todos los problemas, resolvemos la proporción usando los productos cruzados.*

También podemos resolver los problemas de porcentajes usando una ecuación. En esta sección, usarás la misma proporción para crear un tipo diferente de ecuación que nos ayudará a resolver los problemas de porcentaje, pero de otra manera.

Si convertimos el porcentaje en un decimal al mover la coma decimal dos lugares hacia la izquierda, no será necesario multiplicar p por 0,01, ya que ya habremos considerado el coeficiente de 0,01 al mover la coma decimal.

Ahora, apliquemos la ecuación del porcentaje.

¿Qué porcentaje de 32 es 18?

Miremos este problema más detenidamente. Primero, sabemos que estamos buscando un porcentaje. Queremos usar la ecuación para calcularlo.

Sabemos que la incógnita es el porcentaje, por lo que lo llamaremos p . . Luego, sabemos que "de" significa multiplicar. La palabra "es" significa igual. Ahora podemos escribir la ecuación.

$32p = 18$

A continuación, calculamos el valor de p dividiendo por 32 a ambos lados.

Ahora este es el decimal, por lo que tenemos que convertirlo en un porcentaje.

$p = 56.25\%$

Esta es nuestra respuesta.

¿10 es qué porcentaje de 12?

Este problema está escrito de forma diferente, pero seguimos buscando un porcentaje. Fíjate que el "es" está en un lugar diferente, pero otra vez significa igual. Escribamos la ecuación.

$10 = p12$

Or

$10 = 12p$

A continuación, dividimos por 12 en ambos lados para calcular el valor de p .

Se trata de un decimal otra vez, por lo qu  *porcentaje moviendo la coma decimal.*

$83.3\% = p$

Esta es nuestra respuesta.

Tómate unos minutos para anotar estas palabras claves en tu cuaderno. Junto a tus notas incluye un ejemplo.

Debido a que los porcentajes se encuentran a nuestro alrededor en la vida cotidiana, tendrás que saber cómo usar la ecuación del porcentaje para resolver diferentes tipos de problemas prácticos. Recuerda las palabras claves sobre las que hablamos.

"De" significa multiplicar

"qué porcentaje" significa que estás bus  *convertir el decimal en un porcentaje al final del problema.*

"Es" significa igual

"De qué número" significa que buscamo ... do.

Anota estas palabras claves en tu cuaderno.

Ejemplo A

¿Qué porcentaje es 18 de 20?

Solución: 90%

Ejemplo B

¿Qué porcentaje es 5 de 300?

Solución: 1.6%

Ejemplo C

¿Qué porcentaje es 60 de 400?

Solución: 15%

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Primero, miremos la información que tenemos. Sabemos que 14 de 16 partidos fueron ganados. Catorces es el número de partidos que es la parte. El total de los partidos está representado por 16, esta es la base. Necesitamos encontrar el porcentaje.

Podríamos decir que queremos saber qué porcentaje es 14 de 16. Escribamos la ecuación.

$14 = 16p$

Dividimos por 16 ambos lados.

Ahora, convertimos el decimal en un porcentaje moviendo la coma decimal.

87,5% es la respuesta.

Vocabulario

Porcentaje
Una parte de un todo igual a 100.

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

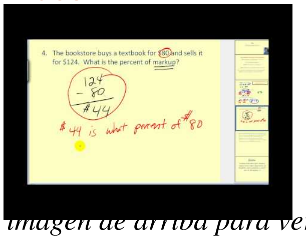
¿Qué porcentaje es 33 de 50?

Solución

Para resolver esto, podemos usar la ecuación del porcentaje.

Esta es nuestra respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5427

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

The Razón Equation

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Indicaciones: *resuelve cada problema usando la ecuación del porcentaje. Puedes redondear si es necesario.*

1. *¿Qué porcentaje de 600 es 82?*
2. *¿Qué porcentaje de 18 es 17?*
3. *¿150 qué porcentaje es de 175?*
4. *¿200 qué porcentaje es de 450?*
5. *¿34 qué porcentaje es de 70?*
6. *¿12 qué porcentaje es de 88?*
7. *¿15 qué porcentaje es de 90?*
8. *¿230 qué porcentaje es de 600?*
9. *¿334 qué porcentaje es de 1000?*
10. *¿2 qué porcentaje es de 8?*
11. *¿55 qué porcentaje es de 1800?*
12. *¿61 qué porcentaje es de 80?*
13. *¿33 qué porcentaje es de 90?*
14. *¿78 qué porcentaje es de 156?*
15. *¿19 qué porcentaje es de 31?*

5.9 Usar la Ecuación del Porcentaje para Encontrar la Base, b

En esta sección, usarás la ec

¿Te gusta el otoño? Échale u *s hojas.*

A mediados de septiembre, el 50% de los árboles pierden sus hojas. Si 850 árboles de una arboleda perdieron sus hojas, ¿cuánto árboles hay en total?

Usa la ecuación del porcentaje para resolver este problema. Aprenderás todo lo que necesitas saber en esta sección.

Orientación

¿Sabías que puedes usar la ecuación del porcentaje para resolver problemas de porcentaje? Fíjate en cómo puedes pasar desde una proporción a una ecuación del porcentaje.

$\frac{a}{b} = \frac{p}{100}$

Cuando resolvemos la proporción $\frac{a}{b} = \frac{p}{100}$, usamos los productos cruzados para encontrar la variable que falta. Sin embargo, incluso si la dejamos en términos de las variables, de todas maneras podemos usar la multiplicación cruzada.

Si transformamos el porcentaje en un decimal al mover la coma decimal dos lugares hacia la izquierda, no será necesario multiplicar p por 0,01, ya que ya habremos considerado el coeficiente de 0,01 al mover la coma decimal.

Revisémoslo otra vez. Fíjate en lo que escribimos.

Escribimos lo mismo, pero no incluimos valores. Las variables se quedaron y las multiplicamos.

La clave es que si transformamos el porcentaje en un decimal, entonces todo lo que tenemos que hacer es multiplicarlo por la base y podremos calcular el valor de a .

Esta situación nos mostró cómo usar el paso desde una proporción a la ecuación del porcentaje cuando se calcula la parte a.

Algunas veces, conocerás el porcentaje y una parte de la razón, o parte a ,pero necesitarás encontrar el todo o la base, b . Cuando esto sucede, puedes usar las mismas palabras claves que antes y simplemente calcular la base con la ecuación del porcentaje. Miremos una.

¿78 es el 65% de qué número?

Sabemos que la palabra "es" significa igual. Puede ser que los números estén en una ubicación diferente, pero solo tienes que fijarte en las palabras claves y sabrás qué hacer. Ten en cuenta que nos dieron el porcentaje y que lo que falta es el "de qué número" que es el valor de la base. Escribamos la ecuación.

$78 = 65\%b$

Tiene sentido convertir 65% en decimal para trabajar con él. Lo hacemos sacando el signo de porcentaje y moviendo la coma decimal dos lugares hacia la izquierda.

$78 = .65b$

Ahora podemos calcular el valor de b . Dividimos ambos lados de la ecuación por 0,65.

Esta es nuestra respuesta.

Aquí hay otra.

¿11 es el 77% de qué número?

Otra vez, pon atención en las palabras claves. Como puedes ver, otra vez vamos a buscar el valor de la base. Escribamos la ecuación.

$11 = 77\%b$

Convierte el porcentaje en un decimal y resuelve la ecuación.

En este problema, puedes redondear a la centésima más próxima como hicimos aquí. Algunas veces, te pueden pedir redondear a la cifra decimal más próxima. En ese caso, la respuesta habría sido 14,3.

Resuelve cada problema usando la ecuación del porcentaje.

Ejemplo A

¿10 es el 50% de qué número?

Solución:#38;#160; 20

Ejemplo B

¿45 es el 20% de qué número?

Solución:#38;#160; 225

Ejemplo C

¿68 es el 40% de qué número?

Solución:#38;#160; 170

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Comencemos por ver el problema por partes. Tenemos un porcentaje, por lo que sabemos que no buscaremos el porcentaje. Sabemos que 850 árboles de una arboleda han perdido sus hojas, pero no sabemos cuál es el número total de árboles en la arboleda. Se podría pensar el total como un todo y este es la base. Vamos a buscar la base.

Escribamos la ecuación.

$850 = .50b$

Ahora, resolvemos dividiendo ambos lados de la ecuación por 0,50.

Hay 1.700 árboles en la arboleda.

Vocabulario

Porcentaje
Una parte de un todo de un total de 100.

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

¿25 es el 60% de qué número?

Solución

Primero, escribamos la ecuación del porcentaje.

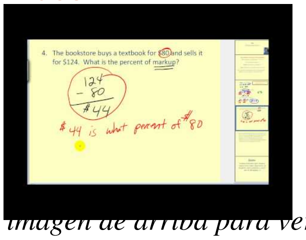
$100a = pb$

En este problema, vamos a buscar la base. Insertemos los valores que conocemos.

Ahora dividimos para calcular el valor de b .

Nuestra respuesta es 41.6 **o** 42 **.**

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5427

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Solving Razón Problems with the Razón Equation

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Indicaciones: resuelve cada problema de porcentajes. Puedes redondear tus respuestas a la cifra decimal más próxima cuando sea necesario.

1. ¿23 es el 9% de qué número?
2. ¿10 es el 35% de qué número?
3. ¿580 es el 82% de qué número?
4. ¿58 es el 8% de qué número?
5. ¿58 es el 80% de qué número?
6. ¿11 es el 82% de qué número?
7. ¿33 es el 2% de qué número?
8. ¿14 es el 9% de qué número?
9. ¿50 es el 67% de qué número?
10. ¿33 es el 45% de qué número?
11. ¿40 es el 80% de qué número?
12. ¿68 es el 99% de qué número?
13. ¿78 es el 55% de qué número?
14. ¿16 es el 12% de qué número?
15. ¿1450 es el 80% de qué número?

5.10 En ncremento

En esta sección, aprenderás

¿La asistencia en tu escuela

Cameron y Carla decidieron llevar su propuesta sobre aumentar la asistencia al centro de alumnos. Pensaron que si el centro de alumnos le sugería un incremento en la asistencia al cuerpo estudiantil, éstos podrían querer ayudar.

"Sabemos que un 100% de asistencia es casi imposible, pero creo que podemos obtener un 55 o 60%", sugirió Cameron.

"Así podríamos realmente demostrarle a la escuela secundaria que nosotros apoyamos sus esfuerzos", agregó Carla.

"Creo que es una idea buenísima", dijo Avery, el presidente del centro de alumnos. "Podríamos realizar una encuesta y ver cuántos alumnos anticipan su asistencia al encuentro. Luego podríamos intentar predecir el número de estudiantes que asistirán el próximo otoñó".

Eso es exactamente lo que hicieron. Realizaron una encuesta y le preguntaron a los estudiantes si iban a ir a los partidos de fútbol del próximo año para apoyar al equipo de la secundaria. A partir de la encuesta, se enteraron que 198 estudiantes dijeron que planeaban ir. Este es un incremento respecto a los 152 estudiantes. ¿Cuál es el porcentaje de incremento?

Esta es la pregunta de la primera sección. Los porcentajes de incremento se usan con frecuencia en situaciones cotidianas. Revisa todo el contenido de esta sección y al final de ésta serás capaz de calcular el porcentaje de incremento si es que la encu

Orientación

Muchas veces en la vida cot u estado de cuenta bancaria aumenta y disminuye, tu peso mos más huracanes y tifones que antes, etc. Interpretar la a con frecuencia ser muy útil para entender una situación

Primero, miremos un porce

Hace dos años, Mingh medía 116 cm de alto. Ahora mide 132 cm. Su altura aumentó 16 cm en dos años. Hace dos años, su hermano pequeño, Charlie, medía 80 cm de alto. Creció hasta llegar a medir 95 cm…¡Casi un metro! Creció 15 cm. ¿Cuál de los dos creció más?

Trabajemos este problema. Al principio, podría parecer obvio que Mingh creció más: creció 16 cm y Charlie creció solamente 15 cm. Pero si consideramos el porcentaje de incremento, podríamos argumento algo diferente.

¿Cuál es el porcentaje de incremento?

El porcentaje de incremento *es el porcentaje de algo que incrementó.*

¿Cómo se aplica a este problema?

Primero, tenemos que calcular cuál fue el porcentaje de incremento de la altura en el caso de ambos niños. Mingh creció 16cm. Su altura originalmente era 116 cm. ¿Qué porcentaje incrementó?

Si consideramos 16 cm como la parte de la estatura original que aumentó, podemos encontrar el porcentaje de incremento usando la razón ... por la cantidad original y la convertimos en un porcentaje ... lugares a la derecha).

La altura de Mingh aumentó ...

¿Cuál fue el porcentaje de in...

Su altura aumentó 15 cm, pe... su porcentaje de incremento fue de $\frac{15}{95} = .158$ *o 15,8%. As... lie creció un 15,8% mientras que la altura de Mingh aume...*

Por lo que podríamos argu... orcentaje de incremento fue mayor.

Podemos encontrar cualquier *porcent...* cantidad de aumento por la cantidad original y a continuación multiplicarla...

Anota lo siguiente en tu cuaderno. *En los últimos 3 años, el precio del gas ha aumentado en un promedio de $1,89 por galón a un promedio de $2,95 por galón. Este es un incremento de $1,06 por galón. ¿Cuál es el porcentaje de incremento?*

Para calcular este porcentaje de incremento, dividimos la cantidad de incremento por la cantidad original y multiplicamos por 100. En este caso, el incremento fue de $1,06.

$\frac{1.06}{1.89} = .561 = 56.1\%$ *increase*

56,1% es nuestra respuesta.

Fíjate que multiplicamos por 100 para convertir el decimal en un porcentaje, ya que estamos buscando el "porcentaje de incremento".

Encuentra el porcentaje de incremento en cada ejemplo.

Ejemplo A

De 10 a 45.

Solución: 350%

Ejemplo B

De 15 a 20.

Solución: 33.3%

Ejemplo C

De 80 a 360.

Solución: 350%

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Para calcular el porcentaje de incremento, primero, necesitamos calcular la diferencia que hay entre la asistencia anterior y la asistencia nueva que se ha predicho.

La asistencia anterior = 152 estudiantes

La asistencia nueva = 198 estudiantes

$198 - 152 = 46$

A continuación, pongamos la diferencia sobre la asistencia original.

Ahora dividimos.

.302 = 30.2%

Si la predicción hecha por los estudiantes se cumple, significaría un 30% de incremento en la asistencia a los partidos.

Vocabulario

Porcentaje
Una parte de un todo de un total de 100.

Porcentaje de Incremento
El porcentaje de cambio en el cual un valor aumentó.

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

Un árbol crece 2 pulgadas cada año. Cuando Mary plantó el árbol, este medía 6 pulgadas de alto. Después de 10 años, medía 26 pulgadas. ¿Cuál fue el porcentaje de incremento?

Solución

Primero, encontramos la diferencia.

$26-6=20$

Ahora, dividimos por 20 la cantidad original.

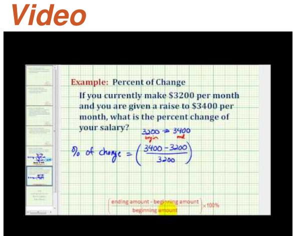
$\frac{20}{6}=3.33$

A continuación, multiplicamos por 100. Podemos realizar esta tarea moviendo la coma decimal.

333%

Este es el porcentaje de incremento.

Revisión en Video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5517

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Determine a Razón of Increase

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

<u>Indicaciones:</u> *calcular el porcentaje de incremento. Puedes redondear al porcentaje entero más cercano.*

1. *De 7 a 12, un incremento de 5*
2. *De 31 a 50, un incremento de 19*

3. *De 7805 a 10510, un incremento de 2705*
4. *De 16 a 30, un incremento de 14*
5. *De 200 a 230, un incremento de 30*
6. *De 180 a 200*
7. *De 330 a 400*
8. *De 695 a 1000*
9. *De 1200 a 1500*
10. *De 190 a 320*
11. *De 90 a 120*
12. *De 110 a 120*
13. *De 340 a 350*
14. *De 670 a 1000*
15. *De 879 a 900*

5.11 En... ...isminución

En esta sección, aprenderás ...

¿Has comprado alguna vez a... ...

Un par de zapatillas cuesta $165. Están con rebaja a $115. ¿Cuál es el porcentaje de disminución?

Usa la información que hay en esta sección para calcular el precio con descuento de las zapatillas. En esta sección, usarás porcentajes y disminuciones.

Orientación

Muchas veces en la vida cotidiana, las cosas cambian; los precios suben o bajan, tu estado de cuenta aumenta y disminuye, tu peso sube y baja, el comer... ...emos más huracanes y tifones que antes, etc. Interpretar la cantidad que cambia ... frecuencia, resulta ser de utilidad para entender una situación y com...

El *porcentaje de disminució...*

Para calcular *el porcentaje...* ...por la cantidad original y multiplica por 100.

Anota esta información sobr...

Ahora, miremos una situació...

La altitud de un helicóptero pasó ... ...ies. ¿En qué porcentaje disminuyó la altitud?

$\frac{312}{350} = .891 = 89.1\%$

El porcentaje de disminución es ...

Ten en cuenta que si no te dan la cantidad real de incremento o disminución, necesitaras restar para calcular antes de dividir.

Encuentra cada porcentaje de disminución.

Ejemplo A

De 80 a 30.

Solución: 62.5%

Ejemplo B

De 90 a 40.

Solución: 55.5%

Ejemplo C

De 130 a 100.

Solución: 23%

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Primero, miremos este problema con más detención para entender qué es lo que nos están pidiendo encontrar. Ya que los zapatos tienen un 30% de descuento, se trata de un porcentaje de disminución.

Ahora, buscamos la cantidad de diferencia.

$165 - 115.50 = 49.50$

A continuación, dividimos la diferencia por el costo original.

$\frac{49.50}{165} = .3$

Ahora, convertimos el decimal en un porcentaje.

$.3 = 30\%$

Este es el porcentaje de disminución.

Vocabulario

Porcentaje
Una parte de un todo de un total de 100.

Porcentaje de disminución
El porcentaje de cambio en el que un valor disminuyó.

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

¿Cuál es el porcentaje de disminución de 2500 a 400?

Solución

Primero, encontramos la diferencia.

$2500 - 400 = 2100$

Ahora, dividimos la diferencia por el costo original.

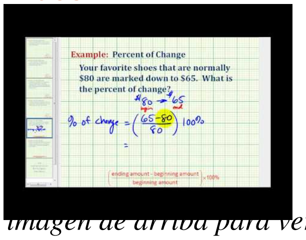
$\frac{2100}{2500} = .84$

A continuación, multiplicamos la respuesta por 100.

$.84 = 84\%$

Esta es la respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5516

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Finding the Razón of Decrease

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Indicaciones: calcular el porcentaje de disminución. Puedes redondear al porcentaje entero más cercano.

1. *De 74 a 35, una disminución de 39*
2. *De 4 a 1, una disminución de 3*
3. *De 576 a 476, una disminución de 100*
4. *De 200 a 175, una disminución de 25*
5. *De 150 a 100, una disminución de 50*
6. *De 325 a 290, una disminución de 35*
7. *De 45 a 18, una disminución de 27*
8. *De 19 a 1, una disminución de 18*
9. *De 22 a 10*
10. *De 34 a 20*
11. *De 230 a 220*
12. *De 350 a 250*
13. *De 700 a 350*
14. *De 130 a 7*
15. *De 890 a 700*

5.12 Encontrar el Porcentaje de Cambio

En esta sección, aprenderás a encontrar el porcentaje de cambio.

¿Has ido alguna vez a un gim días, pero a veces los precios cambian. Échale un vistazo a

La membresía de un gimnasio pasó de 2100 miembros en un año a 2410 miembros al año siguiente. Se trata de una diferencia de 310 miembros. ¿Cuál fue el porcentaje de cambio?

Para realizar este cálculo, tendrás que saber cómo calcular un porcentaje de cambio. Pon mucha atención y aprenderás cómo resolver este problema al final de esta sección.

Orientación

Podemos encontrar el porcentaje de cambio si conocemos una cantidad original y en cuánto aumentó o disminuyó. Sin embargo, algunas veces, tenemos el porcentaje de incremento o disminución y necesitamos calcular la nueva cantidad.

Veamos cómo podemos calcular esta nueva cantidad usando el porcentaje de cambio.

El gerente de un restaurante ha notado un incremento de 4% en el costo de las cuentas. Para poder pagar el aumento de los costos, decide aumentar también los precios en un 4%. No todos los productos tienen el mismo precio. El plato de pollo actualmente cuesta $5,99 y el plato de bistec cuesta $7,99. Si todos los precios aumentan en un 4% ¿Cuáles serán los nuevos precios?

Ten en cuenta que vamos a crear dos cantidades nuevas. Tendremos un nuevo precio para el plato de pollo y un nuevo precio para el plato de bistec. Tenemos las cantidades originales y el porcentaje de incremento, por lo que tenemos que calcular una cantidad nueva.

Primero, debemos calcular de cuánto será el cambio. Los precios aumentarán en un 4% por lo que debemos saber cuánto es un 4% para cada precio.

¿Sabemos cuánto va a cambiar el precio de cada plato? Ya que se trata de un incremento, añadiremos el cambio al precio. Si fuera una disminución, la restaríamos del precio.

Resumamos. Para poder calcular la nueva cantidad, calculamos la cantidad de cambio multiplicando la cantidad original por el porcentaje de cambio. A continuación, añadimos la cantidad de cambio a la cantidad original si es se trata de un incremento, o restamos la cantidad de la original si se trata de una disminución.

Fíjate en esta situación.

Encuentra la nueva cantidad si 60 disminuye en un 27%.

Cantidad de cambio: $60 \times .27 = 16.2$

Réstale la cantidad de cambio a la cantidad original: $60 - 16.2 = 43.8$

La respuesta es 43,8.

Encuentra cada porcentaje de cambio.

Ejemplo A

Encuentra la nueva cantidad si 10 aumenta en un 18%.

Solución:#38;#160; 11.8

Ejemplo B

Encuentra la nueva cantidad si 16 disminuye en un 20%.

Solución:#38;#160; 12.8

Ejemplo C

Encuentra la nueva cantidad si 250 aumenta en un 30%.

Solución:#38;#160; 325

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

El porcentaje está aumentando, por lo tanto, lo que queremos encontrar es el porcentaje de incremento. Conocemos la diferencia, así que podemos dividir y multiplicar.

$\frac{310}{2100} = .148 = 14.8\%$

La membresía del gimnasio aumentó en un 14,8%.

Vocabulario

Porcentaje
Una parte de un todo de un total de 100.

Porcentaje de Incremento
El porcentaje de cambio en el cual un valor aumentó.

Porcentaje de disminución
El porcentaje de cambio en el que un valor disminuyó.

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

El número de estudiantes que participa en el club de ajedrez aumentó en un año. Comenzó con 35 estudiantes y tuvo un incremento de un 55%. Calcula el número de estudiantes del club de ajedrez dado este incremento.

Solución

Primero, calcula la cantidad del incremento.

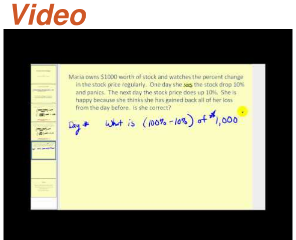
$35 \times .55 = 19.2$

Hubo un incremento de 19 estudiantes.

Podemos sumarle ese incremento a la cantidad original.

El número de estudiantes participando es d 54 **estudiantes.**

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5515

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Razón of Change

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Indicaciones: usa el porcentaje para encontrar la cantidad nueva. Puedes redondear al porcentaje entero más cercano cuando sea necesario.

1. *82 aumentó en un 90%*
2. *64 disminuyó en un 10%*
3. *9 aumentó en un 55%*
4. *25,470 disminuyó en un 77%*
5. *75 aumentó en un 10%*
6. *33 disminuyó en un 5%*
7. *99 aumentó en un 15%*
8. *40 disminuyó en un 8%*
9. *56 aumentó en un 25%*
10. *900 disminuyó en un 30%*
11. *800 aumentó en un 23%*
12. *789 aumentó en un 12%*
13. *880 disminuyó en un 10%*
14. *450 aumentó en un 45%*
15. *855 disminuyó en un 18%*

5.13 Enc... nta dado el Pre- cio... e Impuestos so...

En esta sección, calcularás ... le ganancia e impuestos a la venta.

¿Has pagado alguna vez imp...

Después de la reunión del centro de alumnos, la mamá de Cameron invitó a todos los estudiantes a almorzar. Fueron a su restaurante favorito, "Howie's Burger Place" a comer hamburguesas y papas fritas. Del menú, cada estudiantes pidió la hamburguesa especial que cuesta $12,95 cada una, que incluye una bebida y un postre. Después de comer, Cameron miró la cuenta. Vio que 5 estudiantes pidieron la hamburguesa especial.

El impuesto sobre la venta es de 7%. El mesero fue especialmente atento, así que la mamá de Cameron decidió dejarle un 18% de propina. Cameron comenzó a hacer el cálculo en su cabeza. ¿Cuánto fue el total de la cuenta?

Esa es una excelente pregunta. Esta sección se trata sobre los diferentes porcentajes de los consumidores. Pon mucha atención y sabrás cómo resolver este problema al final de esta sección.

Orientación

Hasta esta hora, ya hemos visto en varias ocasiones lo práctico que resultan ser los porcentajes en la vida cotidiana. En la mayoría de las cosas que compras, el porcentaje se usa de una manera u otra para calcular un precio final, un descuento, impuesto o propina. Es importante que aprendas esto para que estés seguro de que te cobran el precio correcto y para que también des la cantidad adecuada de propina.

Comencemos por mirar precios al por mayor y los márgenes de ganancia.

La mayoría de las empresas hacen negocios para generar ganancias. Por lo general, las empresas ofrecen bienes o servicios, o ambos. Las tiendas que venden productos como spray para el cabello, papas fritas y video juegos, compran esos productos en las fábricas que los producen. Debido a que compran tantas cantidades de los mismos productos, obtienen precios especiales llamados ***precios al por mayor*** *. Ellos calculan cuanto les cuesta cada pieza o unidad y entonces cobran una cantidad extra por cada producto. La diferencia se llama la ganancia bruta. Después de que pagan todos los otros gastos como sueldos, las cuentas de los servicios, seguros, etc., esperan quedarse con algo de dinero. Esa es su gan...*

A veces, es difícil saber cuá... mucho, quizás la gente no le comprará sus productos. ... y de sus costos para poder calcular el precio a cobrar ... ndo ganancias. Después de estudiar el mercado, deciden ... entarán el precio por mayor para obtener el precio de ven... as pagan por el producto y el precio de venta al público es ...

El porcentaje de incremen... al público es el margen de ganancia.

Fíjate en esta situación.

Supongamos que una compañía vende pasta de dientes. Compran la pasta de dientes a $1,10 el tubo; este es el precio por mayor. Recuerda, ellos pueden comprar una caja de 200 tubos de una vez. Para poder generar ganancias, aumentan el precio en un 65%; este es el margen de ganancia. Por lo tanto, para calcular el precio de venta al público, aumentan el precio al por mayor en un 65%.

Calculemos el precio de venta a partir del costo al por mayor y el porcentaje de incremento.

Cantidad que cambia: $1.10 \times .65 = .715$

Súmale el incremento al precio por mayor: $1.10 + .715 = 1.815$

Puedes redondear el precio al centavo entero más cercano: el precio de venta al público es $1,82.

El precio de venta al público de la past

Para calcular el precio de venta al púb

1. **Encuentra la cantidad de cambic ... ıyor con el % de incremento. Recuerda convertir el porcentaje en un de**
2. **A continuación, súmale el incren**
3. **Este es el nuevo precio de venta**

Tómate unos minutos para anotar estos pasos en tu cuaderno. **Algunas veces, tendrás que tratar también con impuestos a la venta.**

En la mayoría de los productos que compras, las tiendas también te cobran **un *impuesto a la venta* que está fijado por el gobierno.** *Este dinero se le paga al gobierno para que puedan proveer servicios a la gente. Por lo general, el impuesto es un porcentaje de incremento que se añade al precio de venta.*

Si tuvieras que comprar una docena de rosas en la compañía del ejemplo anterior, pagarías $33. Supongamos que hay impuesto de 6%. Esto sería un incremento de 6%, por lo que, usaríamos un procedimiento similar para calcular el precio final. Ya que se trata de dinero, redondeamos los cálculos al centavo más cercano (o céntimo).

Cantidad de impuesto: $33 \times .06 = 1.98$

Súmale el impuesto al precio de venta: $33 + 1.98 = 34.98$

El precio total con impuesto es $34,98.

Para calcular el impuesto a la venta:

1. **Multiplica el precio de venta po ... venta. Primero, tendrás que convertir este porcentaje en un decimal.**
2. **A continuación, añade la cantid**
3. **Este es el costo final para el cons**

Anota estos pasos en tu cuaderno.

Usa lo que has aprendido para resolver cada problema.

Ejemplo A

Encuentra el precio total de $4,99 con un impuesto a la venta de un 5%

Solución: $5.24

Ejemplo B

Encuentra el precio total de $25,65 con un 15% de gratificación o propina.

Solución: $29.50

Ejemplo C

Encuentra el precio total de $345,50 con un 10% de margen de ganancia.

Solución:#38;#160; $380.05

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Esta es la solución del problema. Fíjate en cada parte de la cuenta y cómo se calcula.

Primero, suma todas las comidas. $12.95 \times 7 = \$90.65$

Calcula el impuesto de 7%: $90.65 \times .07 = 6.35$

Súmale el impuesto al precio: $90.65 + 6.35 = 97.00$

Calcula el 18% de propina: $97.00 \times .18 = 17.46$

Súmale la propina al precio: $97.00 + 17.46 = \$114.46$

El total de la cuenta es $114,46. Puedes redondear en $114,50 para hacer el número más exacto.

Vocabulario

Precio al por mayor
El precio que un comerciante paga cuando compra un producto a la compañía que lo fabrica.

Sobreprecio
La cantidad que el comerciante cobra por el producto al consumidor. La diferencia entre el precio al por mayor y el precio mayo

Impuesto sobre la venta
Un porcentaje que se c .

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que

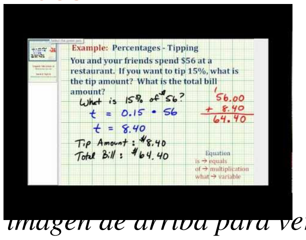
Un florista compra una docena de rosas en $15. Cobra un sobreprecio de 120%. ¿Cuál es el precio mayorista de una docena de rosas?

Cantidad de cambio: $15 \times 1.20 = 18$

Súmale el aumento al precio al por mayor: $15 + 18 = 33$

El florista cobra $33 por una docena de rosas.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/57648

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Percent Application Tipping

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Indicaciones: calcula el sobreprecio:precio de acuerdo al precio al por mayor y porcentaje de sobreprecio.

1. *Precio al por mayor: $6.43 sobreprecio: 38%*
2. *Precio al por mayor: $612.00 sobreprecio: 70%*
3. *Precio al por mayor: $.22 sobreprecio: 55%*

Indicaciones: Encuentra el costo total después de sumar el impuesto.

4. *Precio minorista: $76.50 impuesto: 8%*
5. *Precio minorista: $399 impuesto: 4.75%*
6. *Precio minorista: $8.79 impuesto: 7.25%*
7. *Precio minorista $44.56 impuesto: 5%*
8. *Precio minorista $345.00 impuesto: 11%*

Indicaciones: Encuentra el costo total después de calcular el precio al por mayor y el impuesto.

9. *wholesale price: $4.15 sobreprecio: 10% impuesto: 6%*
10. *wholesale price: $116.21 sobreprecio: 33% impuesto: 5.5%*
11. *wholesale price: $51.55 sobreprecio: 61.3% impuesto: 3.75%*
12. *wholesale price: $24.25 sobreprecio: 40% impuesto: 6%*
13. *wholesale price: $44.15 sobreprecio: 30% impuesto: 6%*
14. *wholesale price: $125.75 sobreprecio: 50% impuesto: 6%*
15. *wholesale price: $150.00 sobreprecio: 80% impuesto: 6%*

5.14 En uento en las Re

En esta sección, encontraras

¿Has comparado un libro en

Una librería local tiene un 30% de descuento en todo lo que esta en venta. El impuesto sobre las ventas es un 5%. ¿Cuál es el precio total de un libro cuyo precio es de $15,99?

Usa esta sección para apren l de la sección.

Orientación

Afortunadamente para el con Para reducir los inventarios o motivar a los compradores, lo e descuentos a sus productos. En vez de un porcentaje de emos calcular los ***precios de ventas.***

Veamos cómo resolver estos p

Al final del verano, una tienda de ropa rebaja los precios de todos los trajes de baño. Ofrece un descuento de 60%. Si el precio regular es $29,99 en un bikini, ¿Cuál es precio de venta?

Cantidad de descuento: $29.99 \times .60 = 17.99$

Resta el descuento del precio original: $29.99 - 17.99 = 12.00$

El precio de venta es de sol

No tan rápido. Casi olvida es de 6,25%, tenemos que sumar el impuesto al precio

Cantidad de impuesto: $12 \times$

Suma el impuesto al precio

El precio de venta con impu

Aquí hay otra situación.

Observa que con un descuen umas una cantidad al costo.

¡Absolutamente! Eres capaz de resolver en tu cabeza muchos problemas; sin embargo, es una buena idea entender los pasos y como encontrar el precio.

Calcular el precio con impuesto es lo mismo que aumentar en un porcentaje. **¿Qué pasa si sabes el precio total incluyendo el impuesto y quieres saber el precio original de un producto?**

El empleado de una tienda te cobra \$78,75 por un reproductor de DVD. El impuesto en tu zona es 5%. ¿Así que cuál es el precio original del reproductor de DVD?

Podemos encontrar la solución usando una ecuación.

Para obtener el costo total, la caja registradora calcula el 5% de impuesto y suma el impuesto al precio original como lo hicimos hace tres secciones. En otras palabras:

Ahora usemos variables y convirtamos el porcentaje a decimal.

$p + .05p = c$

En esta ecuación, nosotros p *y* $.05p$ *son términos semejantes por lo que pueden ser combinados.*

$1.05p = c$

En este caso, si nos dan p *, podemos encontrar* c *. O si nos dan* c *, podemos encontrar* p *. En nuestro ejemplo, pagamos un costo total c de $78,75. Sustituye c en la ecuación y encuentra* p *.*

El precio original era $75,00.

Aquí hay otro problema.

Te cobran $29,10 por un artículo con un 7% de impuesto incluido. ¿Cuál era el precio original del artículo?

Primero, escribamos la ecuación y resolvámosla.

El precio original del artículo era $27,20.

Encuentra cada nuevo precio dado con un descuento de 30%.

Ejemplo A

$27.50

Solución: $19.25

Ejemplo B

$545.00

Solución: $381.50

Ejemplo C

$75.80

Solución: $53.06

Ahora volvamos al problema propuesto al principio de la sección.

Sigamos cada paso de la solución.

Cantidad de descuento: $15.99 \times .30 = 4.80$

Resta el descuento del precio original: $15.99 - 4.80 = 11.19$

El precio de venta es $11,19.

¡No olvides el impuesto sobre la venta!

Cantidad de impuesto: $11.19 \times .05 = .56$

Suma el impuesto el precio de venta: $11.19 + .56 = 11.75$

El precio de venta con impuesto es $11,75.

Vocabulario

Precio al por mayor
: *El precio que un comerciante paga cuando compra un producto a la compañía que lo fabrica.*

Sobreprecio
: *La cantidad que el comerciante cobra por el producto al consumidor. La diferencia entre el precio al por mayor y el precio mayorista es el sobreprecio y la ganancia.*

Impuesto sobre la venta
: *Un porcentaje que se cobra en la venta de un producto y va dirigido al gobierno.*

Descuentos
: *Cuando un comerciante pone un porcentaje de disminución a una venta para vender un producto a un precio menor.*

Práctica Guiada

Resuelve este problema por t

Compras algunas plantas para tu jardín. Dos árboles cuestan $55,00 cada uno. Seis tulipanes cuestan $2,50 cada uno. El impuesto es de 5,75% pero hay un especial anticipado de 10% descuento en el total de la compra para aquellos que aparezcan antes de las 10am. ¿Cuál es el costo total?

Solución

Suma todos los productos: $55.00 \cdot 2 = 110.00$

$2.50 \cdot 6 = 15.00$

Precio total de los productos: *125.00*

Calcula el impuesto de 5,75%: $125 \times .0575 = 7.19$

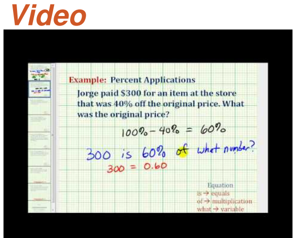
Suma el impuesto al precio final: $125.00 + 7.19 = 132.19$

Calcula el 10% de descuento: $132.19 \times .10 = 13.22$

Resta el descuento del precio: $132.19 - 13.22 = 118.97$

El valor final es $118,97.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/57647

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Finding Discounts

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Indicaciones: la boleta del restaurante es por $85,77, calcula el costo total después de la propina. Asegúrate de aproximar cuando sea necesario.

1. *servicio 10%*
2. *servicio decente 15%*
3. *gran servicio 20%*
4. *excelente servicio 25%*
5. *mal servicio 5%*

Indicaciones: ¿Cuál era el precio original dado el costo total y la tasa de impuesto? Aproxima si es necesario.

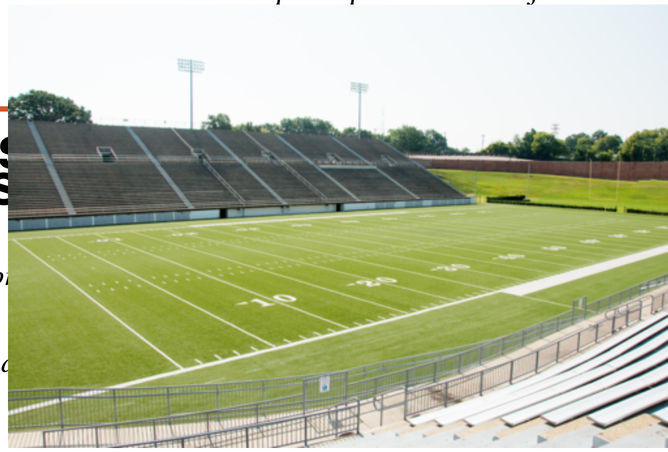
6. *Costo total: $1475.68 tasa de impuesto: 7%*
7. *Costo total: $63.80 tasa de impuesto: 4.5%*
8. *Costo total: $55.90 tasa de impuesto: 4%*

9. *Costo total: \$80.20 tasa de impuesto: 2.5%*
10. *Costo total: \$120.00 tasa de impuesto: 5%*
11. *Costo total: \$99.50 tasa de impuesto: 2%*
12. *Costo total: \$155.30 tasa de impuesto: 3%*
13. *Costo total: \$250.75 tasa de impuesto: 3.5%*

Indicaciones: resuelve cada problema. Hay muchos pasos para resolverlos, aproxima cuando sea necesario.

14. *Tomas un taxi en un país extranjero donde agregan un 20% al valor total de un recorrido nocturno. El chofer espera una propina adicional de 15%. ¿Cuánto le debes al chofer por el recorrido si el taxímetro dice \$45?*
15. *Llevas a tu mamá a cenar langosta por el día de la madre. El plato de langosta cuesta \$24,95 cada uno pero incluye la bebida un buffet de postres. La mesera es una mamá, también, por lo que le dejas una propina del 20%; sin embargo, llevas un cupón de descuento de 25%. ¿Cuál es el costo total para 2 personas?*

5.15 Res s en Estadísti- cas s



En esta sección, resolverás p s mayores que 100 y menores que uno.

¿Has estado en un gran estad

"¡Guau! En el estadio de futbol americano de la secundaria caben 4.000 personas", dijo Jeremy mientras leía el periódico de la secundaria.

"Si, pero no se compara con los estadios de fútbol americano profesionales", dijo Cameron.

"Estoy de acuerdo", dijo. "Yo escuché que algunos estadios tenían una capacidad de 70.000 personas. Mi tío Tim es un gran fanático y nos contó. Piénsalo, 70.000 es mucha gente".

"Lo es, pero el nuevo estadio que los Dallas Cowboys que están construyendo tendrá una capacidad mayor", dijo Jeremy.

"¿De verdad? ¿Cómo?", pregunto Carla.

"Bien, el estadio anterior tenía una capacidad de 80.000 personas. El nuevo albergará 100.000 personas y se convertirá en el más grande", dijo Jeremy.

80.000 a 100.000 es un gran aumento. Podemos encontrar el porcentaje de un aumento o de una disminución cuando trabajamos con grandes números. En este Concepto aprenderás a trabajar con grandes números o cuando pequeños números. Cuando termine, serás capaz de encontrar el porcentaje de aumento en la capacidad del estadio.

Orientación

Estadísticas **se refiere a las matemáticas que implican información y su interpretación.**

A menudo, acumulamos grandes conjuntos de información como encuestas, experimentos, observaciones formales, etc. Para sacar cualquier conclusión, tenemos que ser capaces de interpretarla. Has visto algunas medidas estadísticas como media, me para trabajar con números grandes y pequeños. Basado los porcentajes serán útiles. A veces los porcentajes serán operaciones cuidadosamente.

Empecemos con porcentaje

Hemos trabajado extensivam omo proporciones con un denominador de 100 y dicho qu es 100% de pizza, tienes una pizza entera, ¡delicioso! ¿Q enes 2 pizzas, incluso mejor. 300% serian 3 pizzas enteras nteras. Puedes ver, entonces, que los porcentajes no paran **de un entero, serán mayores que 100%.**

Una encuesta a nivel nacional descubrió que los hogares promedios en 1907 tenían 1,2 baños. Cien años después, el promedio tiene 2,6 baños. ¿Cuál fue el porcentaje de cambio del número de baños por hogar?

Este es un problema de porcentaje de cambio el cual calcularemos como lo hicimos en las lecciones previas, encontrar la cantidad de cambio, dividir la cantidad original y multiplicar por 100 para encontrar el porcentaje.

Cantidad de cambio: $2.6 - 1.2 = 1.4$

Divide por la cantidad origi

Multiplica por 100 para ob

El promedio de número de **sto indica que el número de baños por hogar es más del**

Puedes ver cuán útil es tener *va forma de medir aumentos.*

A veces, un porcentaje pued *más muy pequeños. Las operaciones no cambian pero a* *Los científicos trabajan con porcentajes muy pequeños.*

Un investigador estaba interesado en la verdad acerca de la suerte del trébol de cuatro hojas. Investigó 34.810 tréboles y encontró que solo 18 de ellas tenían realmente 4 hojas. Todos los demás tenían 3 hojas. ¿Qué porcentaje de plantas tenía 4 hojas?

Aquí está la proporción de las plantas con 4 hojas y el resto:

$\frac{18}{34810} = .0005$

Multiplica por 100 para obtener el porcentaje: $.0005 \times 100 = .05\%$

Solo 0,05% de las plantas realmente tenían 4 hojas. Me imagino que tienes mucha suerte si encuentras uno.

Encuentra cada porcentaje de aumento o de disminución.

Ejemplo A

Desde 3.4 a 6.9.

Solución:#38;#160; 102%

Ejemplo B

Desde 8.7 a 20.2

Solución:#38;#160; 132%

Ejemplo C

Desde 200,000 a 450,000

Solución:#38;#160; 125%

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Para encontrar el porcentaje de aumento, primero, encuentra la diferencia entre la antigua capacidad con la que actual.

$100,000 - 80,000 = 20,000$

Ahora, compara la diferencia con el número original de asientos.

.25 = 25%

La nueva capacidad es de 25% de aumento en comparación con la capacidad anterior.

Vocabulario

Estadísticas
: *Matemática que implica colección de información e interpretación.*

Porcentaje de Cambio
: *Porcentaje en que un valor cambia para aumentar o disminuir en el tiempo.*

Práctica Guiada

Resuelve por ti mismo.

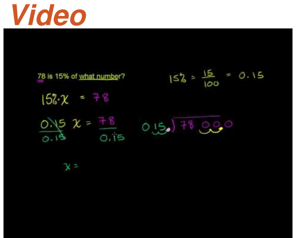
¿Qué porcentaje de 75 es 0,3?

Solución

$\frac{.3}{75} \times 100 = .4\%$

La respuesta es 0,4%.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/59814

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Solving Razón Problems

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Indicaciones: responde cada pregunta y aproxima tus respuestas a la décima mas cercana.

1. *¿Qué porcentaje de 110 es 450?*
2. *¿Qué porcentaje de 32 es 100?*
3. *¿Qué porcentaje de 50 es 200?*
4. *¿Qué porcentaje de 88 es 400?*
5. *¿Qué porcentaje de 10 es 18?*
6. *¿Qué porcentaje de 2 es 4?*
7. *¿Qué porcentaje de 45 es 60?*

Indicaciones: responde cada pregunta y aproxima tus respuestas a la centésima más cercana.

8. *¿Qué porcentaje de 50,980 es 325?*
9. *¿Qué porcentaje de 85 es 25?*
10. *¿Qué porcentaje de 90 es 15?*

11. *¿Qué porcentaje de 10 es 4?*
12. *¿Qué porcentaje de 30 es 6?*
13. *¿Qué porcentaje de 385 es 25?*
14. *¿Qué porcentaje de 400 es 3?*
15. *¿Qué porcentaje de 595 es 18?*

5.16 Res… entajes que Imp…

En esta sección, resolverás p…

¿Has pensado sobre el plane…

En ciertas fechas, Marte esta alrededor de 4.9×10^7 *millas de la Tierra. Si un trasbordador espacial se dirige hacia Marte y ha recorrido el 30% de la distancia, ¿Cuánto ha recorrido?*

Para resolver este problema, tendrás que saber cómo usar porcentajes y la notación científica. Aprenderás lo que necesitas en este Concepto.

Orientación

Notación Científica *es otra herramienta matemática útil que nos permite trabajar con números muy grandes o números muy pequeños.*

¿Qué es la notación científica?

Notación Científica **es cuando un número es escrito como un factor y una potencia de 10. Esto significa que vamos a usar exponentes para representar la potencia de 10.**

Recuerda que cualquier número racional puede ser escrito en notación científica.

Sigue la forma:

$a \times 10^b$

Donde a **es un número mayor que o igual a 1 pero menor que 10 y** b **es un exponente de 10**

Cuando llevamos a cabo operaciones que implican números en notación científica, podemos usar cualquier operación con el valor a como los hemos visto en estas secciones. Luego nos aseguraremos de escribir nuestra respuesta en notación científica. Podríamos tener que ajustar los valores de a y b Pongamos atención en cómo funciona.

Encuentra 25% de 3×10^{12} .

$.25 \times 3 \times 10^{12} = .75 \times 10^{12}$

Nuestro valor a es 0,75 el cual no es mayor que o igual a 1.

Movemos la coma decimal un lugar a la derecha en 0,75 para obtener 7,5.

Luego ajustamos el exponente entero menor 1, si hacemos el valor a mayor por un factor de 10, entonces hacemos el exponente menor 1

7.5×10^{11}

Esta es nuestra respuesta.

Números muy grandes y muy pequeños no siempre son escritos en notación científica. **Escribir números "normalmente" se conoce como .** ***notación estándar.*** *A un podemos trabajar con números que sean muy grandes pero debemos ser cautelosos con la posición de los decimales. Cometer un error de 1 lugar decimal es como multiplicar o dividir un número por 10. Probablemente estarías de acuerdo de que hay una gran diferencia entre \$50 y \$500 incluso cuando el lugar decimal es diferente por 1 lugar o podríamos decir multiplicado por 10.*

$50 \times 10 = 500$

Pon atención a esta situación.

En el año 2000, los Estados Unidos tenía una población de cerca de 280.000.000 personas. Para el año 2010, la población se esperaba que fuera de 308.000.000. ¿Cuál será el porcentaje de aumento en esos 10 años?

La población habrá crecido un 10% es esos 10 años.

Revisemos los pasos que realizamos.

1. **Identificamos que los que buscál**
2. **Encontramos la diferencia entre población.**
3. **Luego, dividimos la diferencia p**
4. **Finalmente, convertimos este de**

Toma nota de estos pasos en tu cuaderno.

Resuelve cada problema.

Ejemplo A

Encuentra 30% de .000567

Solución: 1.701×10^{-4}

Ejemplo B

Encuentra 10% de 123,000

Solución: $12,300$

Ejemplo C

Encuentra 25% de .0000987. Podrías redondear si es necesario.

Solución: 2.47×10^{-5}

Ahora volvamos al problema propuesto al principio del Concepto.

Para resolverlo, tenemos que encontrar el 30% de 4.9×10^7 **. El valor** a **es nuestro factor que es 4,9 por lo que encontraremos el 30% de ese y la potencia de** 10^7 **esta incluida en el producto una vez que hemos multiplicado el factor con el porcentaje.**

El 30% del valor a : $.30 \times 4.9 \times 10^7 = 1.47 \times 10^7$

El trasbordador espacial has recorrido 1.47×10^7 *miles* **. Podemos dejar nuestra respuesta en forma de notación científica.**

Nuestro valor a es ahora 1,47 el cual es mayor que o igual a 1 y menor que 10. No hay necesidad de ajustarlo.

Vocabulario

Estadísticas
: *Matemática que implica colección de información e interpretación.*

Porcentaje de Cambio
: *El porcentaje en que un valor aumento o disminuye en el tiempo.*

Notación Científica

Escritura de un número como factor y un potencia de 10. Esto implica usar exponentes.

Notación Estándar

Escritura de numeras en la forma común con todos los ceros contados en el valor.

Práctica Guiada

Resuelve por ti mismo.

Encuentra 32% de 0,00000054.

Solución

Para trabajar en este problema, tenemos que cambiar el porcentaje a decimales primero.

32% = 0,32

Luego, notamos que la palabra clave "de" significa multiplicar. Vamos a multiplicar el porcentaje hasta el decimal represente una número muy, muy pequeño.

$.32 \times .00000054 = .0000001728$

Esta es nuestra respuesta.

Revisión en Video

MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65522

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Indicaciones: aproxima los valores a a la centésima más cercana y pon tus respuestas en notación científica.

1. *Encuentra 62% de* 3.5×10^9 .
2. *Encuentra 5% de* 9.1×10^{13} .
3. *Encuentra 180% de* 6.3×10^{-17} .
4. *Encuentra 12% de* $.18 \times 10^3$.
5. *Encuentra 22% de* 56.4×10^{-2} .
6. *Encuentra 14% de* 1.8×10^{-5} .
7. *Encuentra 30% de* $.999 \times 10^{12}$.

Indicaciones: responde cada pregunta y deja tu respuesta en la forma estándar.

8. *¿Qué porcentaje de 8.570.000 es 152?*
9. *Encuentra 230% de 0,00000488*
10. *¿De qué número 0,00036 es el 45%?*
11. *Encuentra 23% de 98.78*
12. *Encuentra 150% de 0,0000866*

13. *Encuentra 210% de 0,002368*
14. *Encuentra 30% de 0,000009*
15. *Un año luz es aproximadamente 5.880.000.000.000 millas. En un mes, este viaja cerca de 8,2% de la distancia. ¿Cuán lejos viaje en un mes?*

5.17 Re da Cotidiana co

En esta sección, resolverás p nterés simple.

¿Has intentado alguna vez c azo a este dilema.

Con el fin de aumentar la asistencia de los estudiantes a los partidos de fútbol, el centro de alumnos ha decidido invertir una parte de sus ahorros para la decoración de la escuela básica. Se les ocurrió que cuando se estén jugando los partidos, pueden decorar la escuela con globos, pancartas y volantes.

"Creo que ayudará a convertirlo en una prioridad para los estudiantes", dijo Jeremy en la reunión semanal del centro de alumnos.

"Además será muy divertido. Incluso podríamos organizar un espectáculo de porristas para animar a los chicos", sugirió Candice.

"Pusimos \$4000 en el banco en el sexto grado. Ahora que estamos en el 8^{th} grado ese dinero ha estado en el banco por dos años a una tasa de interés de un 4%", explicó Jeremy.

Candice comenzó a hacer el cálculo en su cabeza. Si pusieron \$400 en el banco por dos años y tenía un interés de 4%, entonces con seguridad hay más dinero ahora. Comenzó a completar los cálculos en su cabeza.

¿Tienes una idea de cómo resolver esto? Este problema involucra a la cantidad principal, la tasa de interés y al tiempo. Esta sección te enseñará todo sobre cómo calcular el interés simple. Pon mucha atención y verás este problema otra vez al final de esta sección.

Orientación

El dinero es una parte necesario de nuestra vida diaria, a medida que envejezcas, tu relación con el dinero cambiará. En esta lección, examinaremos algunas de las formas en las cuales te relacionarás con el dinero cuando seas mayor.

Ahorrar dinero y hacer inversiones inteligentes serán una parte importante de tu plan financiero. Parte de invertir es ganar intereses. **Cuando ahorras dinero en el banco, el banco usa ese dinero para realizar sus propias inversiones. A cambio por usar tu dinero, el banco te paga un cierto porcentaje. Este porcentaje es tu *interest* . Interés El interés es el porcentaje que un banco paga por usar y guardar el dinero en su banco.**

Los bancos compiten entre ellos por tu dinero, ya que quieren que pongas tu dinero en su banco. Intentan darte la mejor "tasa de interés" que pueden. porcentaje mayor que otro banco para intentar obtener tu negocio. Mientras m erá más probable que inviertas tu dinero con ellos en una cuenta de ahorros. Mi nero tienen para invertir. **Publican una tasa de interés r que te indica cuánto p El principal , p es la cantidad de dinero que has puesto en el banco.**

Puedes usar esta información en la f cular el interés que ganarás sobre tu cantidad principal p .

Tómate unos minutos para anotar estos pasos en tu cuaderno.

Veamos cómo podemos usar esta fórmula para calcular el interés.

Inviertes $5.000 en un banco por 2 años con una tasa de interés de 4%. ¿Cuál es el interés que habrás ganado después de pasado ese tiempo?

Comienza por mirar la información dada. A continuación, usa la fórmula para calcular el interés.

$p = 5000, r = .04, t = 2$.

Usa la fórmula para calcular el interés.

El banco te pagará $400 en interés sobre dos años con esa tasa.

Muchos inversionistas pueden tener metas específicas, quieren ganar una cierta cantidad de interés sobre sus inversiones. Por eso, necesitan calcular el tiempo que tardarán en ganar cierta cantidad de dinero. La fórmula $I = prt$ *es una ecuación. Podemos usar la Propiedad de la Multiplicación de las Ecuaciones para calcular el valor de* t *si conocemos* I, r *, y* p *.*

La señora Duarte tiene $20.000 para invertir. Quiere ganar $10.000 con los intereses. Está considerando un banco de ahorro y préstamos que le ofrece 5,6% de interés por año. ¿Cuánto tiempo tendrá que dejar su dinero en el banco para lograr su meta de $10.000?

Comienza por mirar la información dada.

$I = 10000, p = 20000, r = .056$ *Calcula el valor de* t *.*

A continuación, sustituimos los valores dados en la fórmula y resolvemos la ecuación.

Tendrá que dejar su dinero en el banco por casi 9 años.

¡Exacto! Estamos usando lo que hemos aprendido sobre resolver ecuaciones para calcular información incógnita sobre interés y movimientos bancarios. *Puedes usar la fórmula del interés simple* $I = prt$ *para calcular cualquier variable incógnita si te dan los otros valores de las variables. La hemos usado para calcular* I *y* t *.* **para calcular cualquier variable incógnita si te dan los otros valores de las variables. La hemos usado para calcular** p **y luego le sumas tu interés** I **. Ahora veamos cómo sería un saldo de una cuenta bancaria después de un cierto tiempo con una cierta tasa de interés.**

Jessica invierte $3.000 en una cooperativa de crédito con una tasa de interés de 3,9%. Deja el dinero ahí por 5 años. ¿Cuál es su saldo después de ese tiempo?

Para responder esta pregunta, necesitaremos hacer dos cosas. Primero, tendremos que calcular la cantidad del interés. Luego, podemos sumarle esta cantidad a la cantidad principal que Jessica invirtió. Esto nos dará el saldo final.

Primero, calcula el interés que ganó.

Ganó $585 en interés. Su cantidad principal era $3.000. ¿Cuánto tiene ahora?

$585+3000=3585$

Tiene $3.585. Este es el nuevo saldo.

Resuelve cada problema.

Ejemplo A

Un inversionista pone $15.000 en una cuenta de ahorros que paga un 4,5% de interés. Dejará el dinero ahí por 6 años. ¿Cuál será su interés?

Solución: su interés después de 6 años será de $4.050.

Ejemplo B

Un banco está ofreciendo una tasa de interés de 4,75%. ¿Cuánto tiempo tomaría ganar $500 si invirtieras $12.000 en el banco?

Solución: tomaría 0,88 años o alrededor de $10\frac{1}{2}$ **meses.**

Ejemplo C

Si gastas $7.000 con una tarjeta de crédito y tu banco te cobra 15,9%, ¿cuánto debería después de un año?

Solución: deberías $8,113.

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Ahora tenemos que calcular el interés y el saldo final de la cuenta del centro de alumnos.

Primero, calculemos el interés.

A continuación, le sumamos esto a la cantidad inicial invertida.

$\$4000 + \$320 = \$4320.00$

Este es el nuevo saldo de la cuenta del centro de alumnos.

Vocabulario

Interés
: *La cantidad de dinero pagada o debida después de un periodo de tiempo. Se basa en un porcentaje.*

Tasa
: *El porcentaje cobrado o pagado por un banco a una cuenta de ahorros o por una cantidad de crédito.*

Principal
: *La cantidad del crédito original o depósito original.*

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

Una enfermera puso $22.000 en el banco hace 15 años. Ganó $21,450 con los intereses, casi lo mismo que su inversión inicial. ¿Cuál fue la tasa de interés que el banco le pagó?

Solución

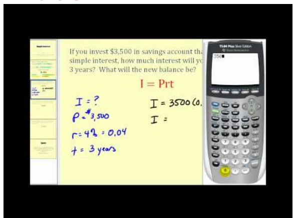
Usando la fórmula del interés $I = prt$ *, podemos calcular la tasa de interés* r *si nos dan los valores de* I, p *y* t*. Igual que antes, sustituiremos los valores conocidos y a continuación usaremos operaciones inversas para encontrar el valor que buscamos.*

Debido a que estamos buscando un porcentaje, una tasa de interés, tenemos que convertir el decimal en un porcentaje.

.065 = 6.5%

El banco le pago 6,5%.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5523

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Simple Interest

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Indicaciones: usa la fórmula del interés simple $I = prt$ para calcular el interés.

1. *Encuentra I if* $p = 62,300, r = .0525, t = 14$.
2. *Encuentra I si* $p = 9800, r = .028, t = 9$.
3. *Encuentra I si* $p = \$600, r = .05, t = 8$
4. *Encuentra I si* $p = \$2300, r = .06, t = 12$
5. *Encuentra I si* $p = \$5500, r = .08, t = 7$
6. *Encuentra I si* $p = \$400, r = .05$ y $t = 5$
7. *Encuentra I si* $p = \$700, r = .03$ y $t = 9$
8. *Encuentra I si* $p = \$500, r = .06$ y $t = 12$
9. *Encuentra I si* $p = \$800, r = .09$ y $t = 7$
10. *Encuentra I si* $p = \$950, r = .06$ y $t = 4$

Indicaciones: encuentra el nuevo interés y a continuación encuentra el nuevo saldo de la cuenta con la información dada. Hay dos pasos para resolver estos problemas.

11. $p = 43000, r = .0365, t = 11$
12. $p = 7000, r = .079, t = 4$
13. $p = 8000, r = .06, t = 3$
14. $p = 18000, r = .04, t = 5$
15. $p = 25000, r = .05, t = 3$
16. $p = 3000, r = .05, t = 7$
17. $p = 12000, r = .04, t = 5$
18. $p = 9000, r = .06, t = 10$
19. $p = 7500, r = .03, t = 8$
20. $p = 27500, r = .04, t = 6$

5.18 Res da Cotidiana con

En esta sección, resolverás p nterés compuesto.

¿Has tenido alguna vez una és? Échale un vistazo a este dilema y aprenderás qué es e

"¡Guau! ¡$4320 es una cantidad tremenda!", exclamó Jeremy cuando Candice le contó sobre el saldo en la cuenta de ahorros.

"Es genial", comentó Marcus, "pero creo que nos podría haber ido mejor si el interés se hubiese compuesto mensualmente."

"¿En serio? ¿Qué significa eso?", preguntó Jeremy.

"Significa que el interés es devengado y luego reinvertido y uno gana interés sobre el interés devengado", explicó Marcus.

"¿En serio?", preguntó Candice.

"Sí, déjame explicar", dijo Marcus.

Antes de que Marcus explique, es tiempo de aprender sobre el interés compuesto. Una vez que aprendas la información que hay en esta sección, estarás listo para saber si Marcus tiene razón.

Orientación

El interés es importante. No se trata solo de un gran negocio para los bancos e inversores, sino que es una forma de asegurar una buena jubilación y alcanzar metas financieras. Entender sobre los intereses te ayuda a tomar mejores decisiones. La última parte se trató sobre el interés simple, el cual ejemplifica la idea básica de interés.

*Sin embargo, en la mayoría de los casos de la vida cotidiana, el interés no se calcula con la fórmula del **interés simple** $I = prt$ sino que con la fórmula del **interés compuesto** $A = P(1+r)^t$.* **Fundamentalmente, esta fórmula explica el hecho de que mientras inviertas y ganes interés, tu saldo de cuenta crece. Entonces, no solo se genera interés sobre tu estado de cuenta inicial, sino que sobre el nuevo estado de cuenta o saldo que incluye las primeras cuota(s) de interés. Te pagan interés sobre el interés.**

Fíjate en esta situación.

Inviertes $100 por 3 años con un interés de 10%. Después de un año, tendrás la cantidad inicial más el 10% de interés. Tendrías $110. Luego, en el segundo año, te pagarían el mismo 10% de interés, pero no sobre $100 sino que sobre $110. El segundo año ganarías $11 de interés y tendrías $121. En el tercer año ganarías $12,10 y tu saldo final sería de $133,10. Te pagaron el interés sobre el interés lo que creó una diferencia en tu saldo final.

La situación anterior muestra el ajuste de cada año. Eso significa que te pagan el interés una vez al año sobre tu saldo. En la vida cotidiana, el interés a menudo se compone o ajusta mensualmente o diariamente. En el caso del interés compuesto, usaremos la fórmula $A = P(1+r)^t$ donde A es tu saldo final, P es la cantidad principal, r es la tasa de interés para el período (diario, mensual, semi-anual, anual, etc.) y t es el número de periodos de tiempo en el cual se invierte el dinero. Si el interés se compone mensualmente, habrá 12 períodos por año.

En la situación de arriba, P era $100, r era 10%, y t era 3 periodos desde que el interés fue compuesto anualmente. Sustituiríamos estos valores en la fórmula del interés compuesto:

Usando la fórmula llegamos

¡Exacto! Usamos la fórmula para calcular el interés de manera sistemática *Te podrías estar preguntando cuál es la gran diferencia que hay entre el interés simple y el interés compuesto. A primera vista, no parece haber una gran diferencia, sin embargo, si haces el cálculo, la diferencia será clara.*

Veamos cuán diferente puede ser usando el mismo principio para la misma cantidad de tiempo y a la misma tasa. Sin embargo, una cuenta se pagará con interés simple y la otra será compuesta anualmente.

TABLE 5.1:

Cuenta 1 - Interés Simple	Cuenta 2 - Interés Compuesto
[illegible] $= prt$	[illegible] $A = P(1+r)^t$

Con el interés simple obtienes un saldo de $52.000... lo cual no está mal. Con el interés compuesto obtienes un saldo final de $93,220. ¡Es una diferencia enorme! El total es sobre $40.000 mayor con el interés compuesto.

Compara el saldo final sobre una cantidad principal de $10.000 pagada con interés simple de 5% por un año o un interés compuesto de 5% por año compuesto mensualmente. A continuación compara después de 5 años y 10 años.

TABLE 5.2: Saldo después de ciertos años

Años	Interés simple	Interés compuesto
[illegible]	[illegible]	[illegible]

Así, puedes ver que existe una gran diferencia entre el cálculo del interés simple y el cálculo del interés compuesto.

Calcula el siguiente interés compuesto calculado anualmente.

Ejemplo A

Cantidad principal: = $3.000, Tasa = 4%

Solución:#38;#160; $\$4,803$

Ejemplo B

Cantidad principal: = $5.000, Tasa = 3%

Solución:#38;#160; $\$7,100$

Ejemplo C

Cantidad principal: = $12.000, Tasa = 2%

Solución:#38;#160; $\$15,120$

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Primero, calculemos el saldo si el interés ha sido un interés compuesto.

En este caso, la cantidad del saldo con el interés compuesto habría sido más del doble que el saldo con interés simple. ¡Marcus tenía razón después de todo!

Vocabulario

Interés simple
: *Interés calculado considerando solamente la cantidad principal por las veces de la tasa por la veces del tiempo.*

Interés compuesto
: *Cuando el interés es devengado, se reinvierte y ganas el interés sobre el interés que luego se agrega al saldo de tu cuenta.*

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

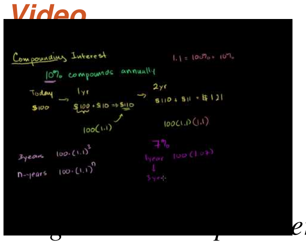
Un bombero invierte $40.000 en una cuenta de jubilación por dos años. La tasa de interés es de 6%. El interés es compuesto mensualmente. ¿Cuál será su estado de cuenta final?

Solución

Observa que dividimos por 12, ya que hay dos meses en un año y el interés es compuesto mensualmente.

El estado de cuenta final es de $45.000.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: *http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/59813*

Haz clic en la ... er más contenido.

Khan Academy Intro to Compound Interest

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Indicaciones: calcula el interés simple usando $I = PRT$.

1. *Cantidad principal = $2000, Tasa = 5%, Tiempo = 3 años*
2. *Cantidad principal = $12,000, Tasa = 4%, Tiempo = 2 años*
3. *Cantidad principal = $10,000, Tasa = 5%, Tiempo = 5 años*
4. *Cantidad principal = $30,000, Tasa = 2.5%, Tiempo = 10 años*
5. *Cantidad principal = $12,500, Tasa = 3%, Tiempo = 8 años*
6. *Cantidad principal = $34,500, Tasa = 4%, Tiempo = 10 años*
7. *Cantidad principal = $16,000, Tasa = 3%, Tiempo = 5 años*
8. *Cantidad principal = $120,000, Tasa = 5%, Tiempo = 4 años*

Indicaciones: calcula el siguiente interés compuesto calculado anualmente.

9. *Cantidad principal = $3000, Tasa = 4%*
10. *Cantidad principal = $5000, Tasa = 3%*
11. *Cantidad principal = $12,000, Tasa = 2%*
12. *Cantidad principal = $34,000, Tasa = 5%*
13. *Cantidad principal = $18,000, Tasa = 3%*
14. *Cantidad principal = $7800, Tasa = 4%*
15. *Cantidad principal = $8500, Tasa = 3%*

Resumen

Estudiaste que porcentaje significa "de 100" y que los porcentajes se pueden escribir también como fracciones o decimales. Aprendiste a resolver problemas con porcentajes, incluido el cálculo del porcentaje de un número y el cálculo sobre qué porcentaje es un número de otro número. Para resolver estos problemas aprendiste a usar la proporción. $\frac{a}{b} = \frac{p}{100}$ *. También aprendiste qué significa un porcentaje de incremento y un porcentaje de disminución, y cómo calcular estos tipos de porcentajes.*

A continuación aprendiste aplicaciones comunes de los porcentajes incluidos los descuentos y los impuestos sobre las ventas. Otra aplicación que estudiaste fueron el interés simple y el interés compuesto. Aprendiste la fórmula del interés simple para calcular que el interés devengado es $I = Prt$ *. Aprendiste la fórmula del interés compuesto para calcular el valor futuro de un interés compuesto devengado de una cuenta* $A = P(1+r)^t$ *. En ambas fórmulas, P es el principal, r es la tasa, y t es el tiempo. Un punto importante para recordar es que cuando se trabaja con un interés compuesto, la manera en que calcules los cambios en r y t depende de cuán a menudo el interés es compuesto.*

CHAPTER 6 Geometría y Transformaciones

Chapter Outline

Introducción

En este capítulo, aprenderás algunos temas fundamentales sobre geometría. En primer lugar, aprenderás todo sobre los ángulos, lo que incluye identificar sus tipos y medirlos. Luego, aprenderás cómo clasificar polígonos. Después, aprenderás los conceptos de congruencia y semejanza, debido a que se relacionan con geometría. Finalmente, aprenderás las transformaciones geométricas de reflexión, traslación, rotación y dilatación, y verás cómo estas transformaciones se relacionan con la congruencia y la semejanza.

6.1 Iden

En esta sección, identificarás s o ninguno de estos.

¿Has construido alguna vez

En la clase de Culturas del Mundo de la Sra. Patterson, los estudiantes acaban de empezar a estudiar construcción de casas. La Sra. Patterson explicó que la construcción de casas no solo se relaciona con los tipos de casas en las que vivimos, si no que se relaciona con las casas alrededor del mundo en el presente y pasado. Los estudiantes trabajarán en un proyecto sobre un tipo específico de casa.

Jaime está muy emocionado. Ella siempre ha estado interesada en los Nativos Americanos, así que ha escogido trabajar en un tipi. Jaime seleccionó uno de los libros que la Sra. Patterson llevó y comenzó a hojear las páginas, observando todos los diferentes tipos de tipis construidos.

"¿Tipis?" preguntó la Sra. Patterson mirando sobre el hombro de Jaimie.

"Sí, quiero diseñar y construir uno como parte de mi proyecto", explicó Jaime.

"Eso es maravilloso. Además, necesitarás usar mucha matemática para lograrlo", declaró la Sra. Patterson.

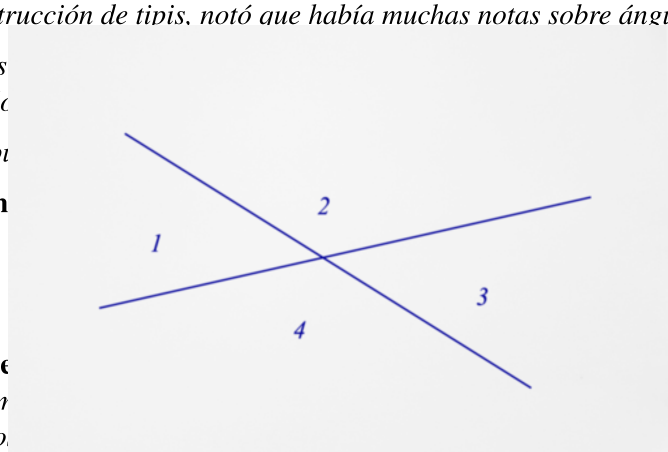
Jaime no había pensado en la matemática que se requiere para construir un tipi. Sin embargo, mientras hojeaba las páginas sobre diseño y construcción de tipis, notó que había muchas notas sobre ángulos diferentes.

Uno de los tipos de ángulos Otro era un par de ángulos suplementarios. Estos ángulo rta de la tipi.

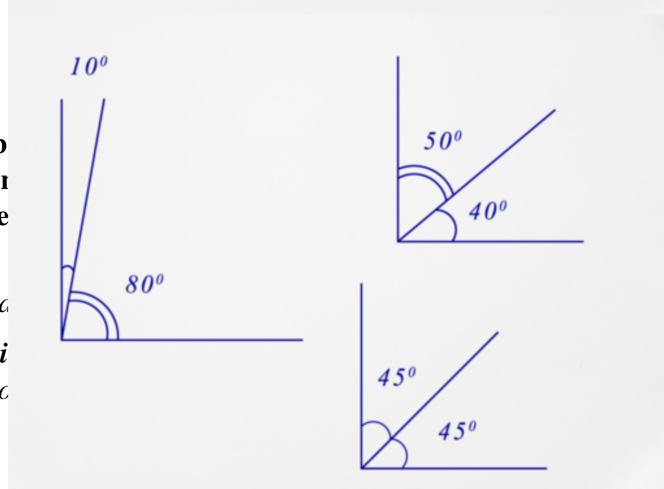
Jaime está confundida. No pu mentarios o suplementarios.

Pon atención y esta Sección

Orientación



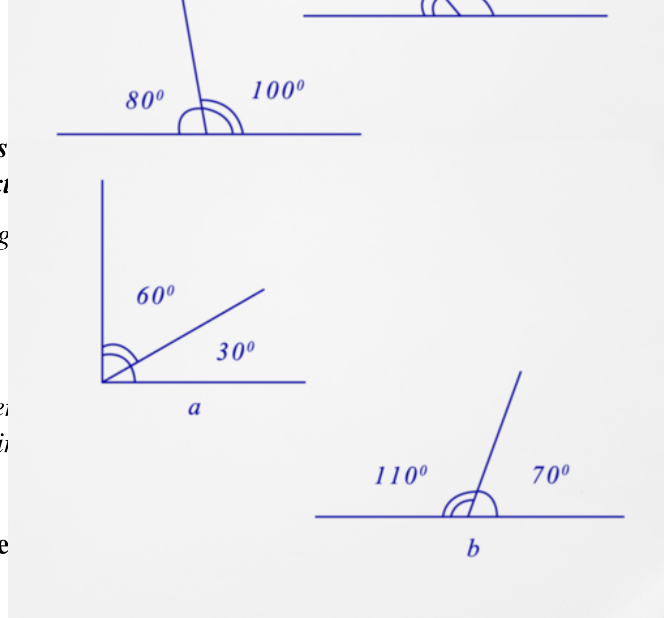
Un *ángulo* es la medida del e *ción, se presenta un diagrama que muestra los ángulos forn ay cuatro ángulos creados en ese dibujo y están etiquetado*



Hemos hecho un repaso sob crean cuando se intersectan rectas. A veces, la forma e ***e ángulos*** **. Esto es, cuando se forman dos ángulos espe bservemos algunos pares de ángulos.**

Las dos formas básicas de pa ***tarios*** *y* ***suplementarios*** *.*

Los ***ángulos complementari*** **te** 90° **.** *En otras palabras, cuando juntamos los ángulo n algunos pares de ángulos complementarios.*



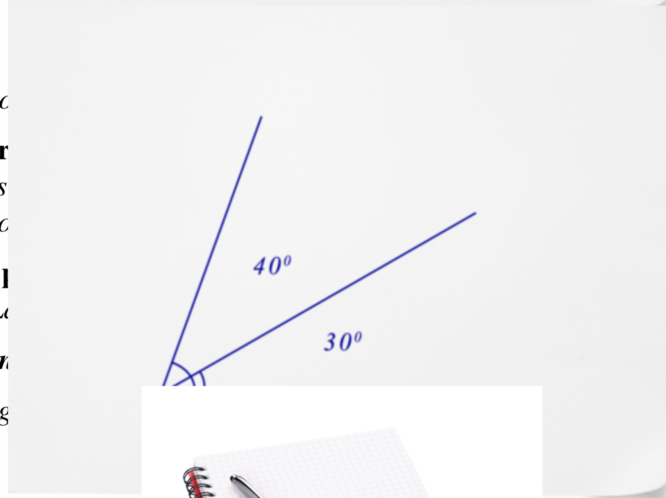
*Los **ángulos suplementarios** … 180° . Cuando juntamos los ángulos, crean un **ángulo ext** …*

Observemos los pares de áng …

Una vez que sabes cómo ide … de ángulos como suplementarios, complementarios o ni …

Observemos esta situación.

Clasifica los siguientes pare … .



Ahora, veamos cómo podemo …

Primero, observa el primer … *la medida de los ángulos en este par es de 30 y 60 grados … s 90° . Por lo tanto, podemos identificar este par de ángulo …*

Ahora, observa el segundo p … *medida de los ángulos en este par es de 110 y 70 grados. L … los suplementarios.*

Nota: La palabra "suplemen … ente entre los dos ángulos.

Algunas veces, un par de áng … servemos.

La suma de estos ángulos es 70° . 70 n … r de ángulos no es complementario ni suplementario.

Retrocedan y escriban en sus cuadernos todas las palabras de vocabulario que aparecen en esta sección. Dibuja un pequeño ejemplo de cada palabra junto a su definición.

Basados en cada descripción, define si los pares de ángulos son suplementarios, complementarios o ninguno de ellos.

Ejemplo A

Un par de ángulos cuya suma es 130° .

Solución: Ninguno

Ejemplo B

Un par de ángulos cuya suma es 90° .

Solución: Complementarios

Ejemplo C

Un par de ángulos cuya suma tiene la misma medida que una recta extendida.

Solución: Suplementarios

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

Jaime necesita entender la diferencia entre pares de ángulos complementarios y suplementarios. Primero, nota que la palabra "par" se refiere a dos, así que nos estamos refiriendo a dos ángulos.

Aquí se encuentran las definiciones.

Los Ángulos Complementarios: son dos ángulos cuya suma es 90° **.**

Los Ángulos Suplementarios: son dos ángulos cuya suma es 180° **.**

Los ángulos complementarios forman un ángulo recto y los ángulos suplementarios forman una recta extendida.

Vocabulario

Ángulo
: *es la medida del espacio formado por dos rectas que se intersectan.*

Ángulo Extendido
: *es una recta extendida que es igual a* 180° .

Pares de Ángulos
: *es la relación formada por dos ángulos.*

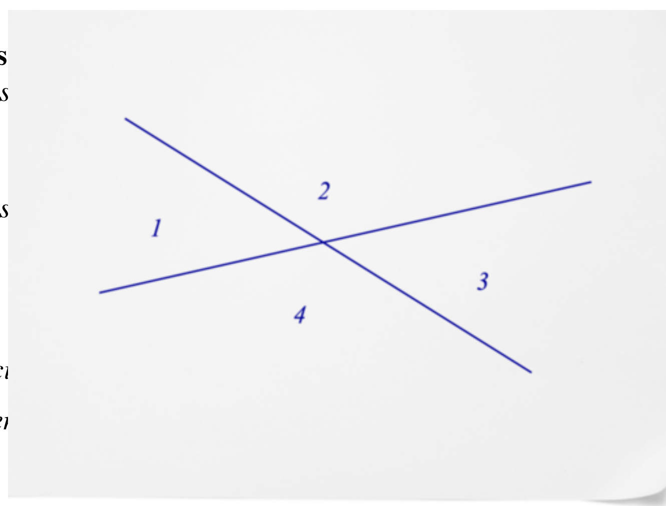
Ángulos Complementarios
: *son dos ángulos cuya s*

Ángulos Suplementarios
: *son dos ángulos cuya s*

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejerci

Observa este diagrama e ide



Solución

Primero, debes saber que los ángulos suplementarios son iguales a 180° *y, además, estos pares de ángulos forman una recta extendida.*

Ahora, observemos el diagrama.

Los siguientes pares de ángulos son suplementarios.

1 y 2

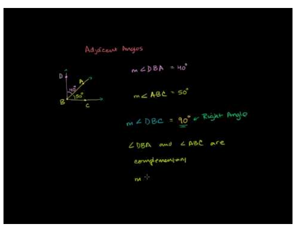
2 y 3

1 y 4

4 y 3

Estos pares de ángulos son la solución.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/59816

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Complementary and Supplementary Angles

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: *Si los siguientes pares de ángulos son complementarios, entonces ¿cuál es la medida del ángulo que falta?*

1.

2.

3.

4.

Instrucciones: Si los siguientes pares de ángulos son suplementarios, entonces ¿cuál es la medida del ángulo que falta?

5.

6.

7.

8.

9.

10.

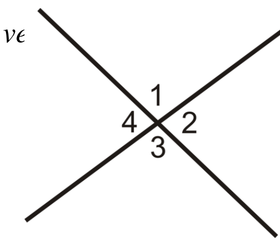
Instrucciones: Responde Verdadero o Falso a cada una de las siguientes preguntas.

11. *Los ángulos complementarios son iguales a* 180° .
12. *Los ángulos complementarios son iguales a* 90° .
13. *Los ángulos suplementarios son iguales a* 90° .
14. *Los ángulos suplementarios son iguales a* 180° .
15. *Los pares de ángulos cuya suma es menor a 90 grados no son suplementarios ni complementarios.*

6.2 Identificar Ángulos Adyacentes y Verticales

En esta sección, identificarás ángulos adyacentes y verticales formados por rectas que se intersectan.

¿Sabes algo sobre los ángulos adyacentes y ve... este dibujo.



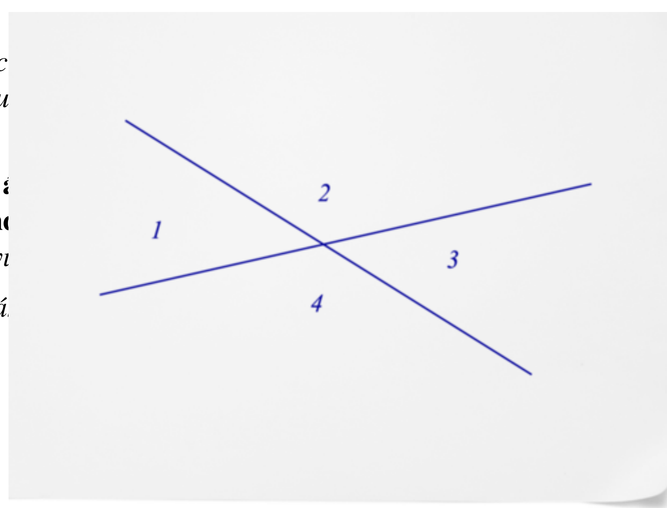
Si te pidieran que nombres todos los ángulos verticales y adyacentes, ¿sabrías qué identificar? Esta Sección te enseñará cómo identificar estas relaciones especiales de ángulos.

Orientación

Cuando las rectas se intersec... ıan. Una vez que entendemos estas relaciones, podemos u... nados por las rectas que se intersectan.

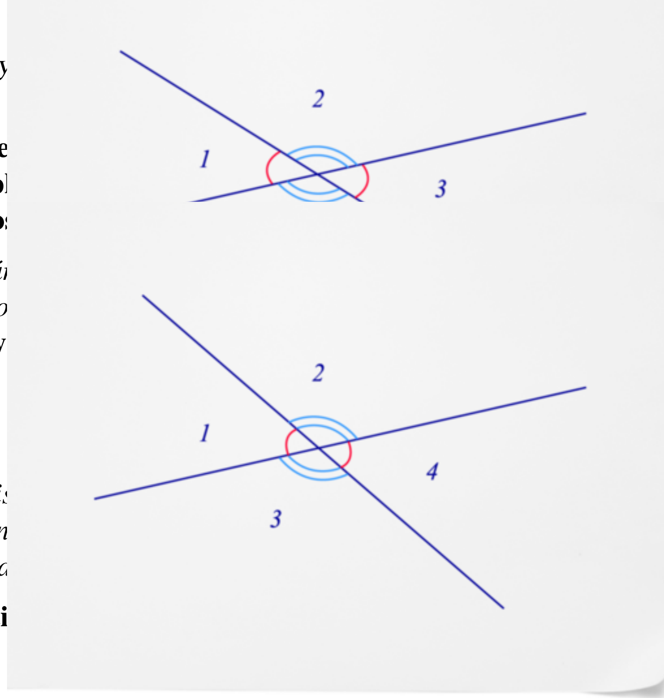
Los ***ángulos adyacentes*** **son á... o en común. Si se combinan para crear una recta extenc...** *alabra "adyacente" significa "junto a" lo que te puede ayı...*

En la siguiente imagen, los á... on adyacentes.



¿Puedes ver que los ángulos 1 y 2, cualquiera sea su medida, sumarán 180° *? Esto es verdadero para los ángulos 3 y 4, porque también forman una recta. Pero eso no es todo. Los ángulos 1 y 4 también forman una recta. También lo hacen los ángulos 2 y 3. Estos también son pares de ángulos adyacentes.* **Debido a que los pares de ángulos adyacentes forman rectas, también podemos decir que son suplementarios.** *Deben sumar* 180° *.*

Podemos encontrar las sumas de esta forma.



A medida que avances en e . otra información. Aquí se encuentra el primer ejempl cta extendida, esos ángulos también son suplementario

Fíjate que cuando hay dos á gonales opuestos entre ellos. Estos ángulos, reciben el no **ı ángulos que son opuestos diagonalmente entre ellos y**

Estas relaciones siempre exi erva con cuidado las figuras que aparecen a continuación e intersectan es un concepto muy importante en geometría

Identificar los ángulos verti

Primero, vuelve a analizar la definición de los ángulos adyacentes y verticales.

Los ángulos adyacentes se encuentran uno junto al otro. Cuando forman una recta extendida, son ángulos suplementarios. Podemos ver en el diagrama que los ángulos 1 y 3 son adyacentes. Los ángulos 2 y 4 también son adyacentes.

Los ángulos verticales se encuentran diagonales entre ellos y tienen la misma medida. En este caso, los ángulos 1 y 4 son verticales. Los ángulos 2 y 3 también son ángulos verticales.

Ejemplo A

Verdadero o Falso. Los ángulos adyacentes se oponen entre sí.

Solución: Falso. Los ángulos adyacentes se encuentran uno junto al otro.

Ejemplo B

Verdadero o Falso. Los pares de ángulos verticales miden lo mismo.

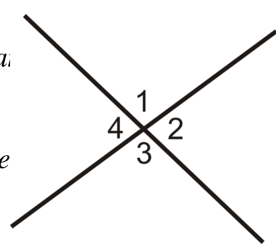
Solución: Verdadero.

Ejemplo C

Verdadero o Falso. Los ángulos adyacentes ta los verticales.

Solución: Falso.

Ahora, volvamos al problema del comienzo de á la imagen de nuevo.



Primero, identifica los ángulos verticales.

Los ángulos 1 y 3 son ángulos verticales. Los ángulos 2 y 4 también son ángulos verticales.

Luego, identifica los ángulos adyacentes. Recuerda que los ángulos adyacentes suman 180 grados.

Los ángulos 1 y 2; 1 y 4; 4 y 3; y 2 y 3 son todos ángulos adyacentes.

Vocabulario

Rectas Intersecantes
son rectas que se cruzan en un punto.

Ángulos Adyacentes
son ángulos que se encuentran uno junto al otro.

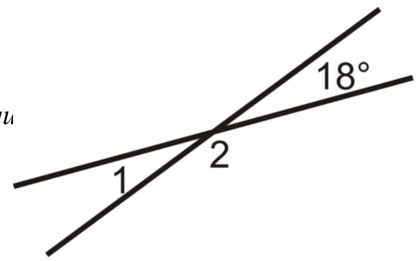
Ángulos Verticales
son ángulos que se encuentran diagonalmente opuestos entre ellos.

Ángulo
es la medida del espacio formado por dos rectas que se intersectan.

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para qu

Encuentra $m\angle 1$.



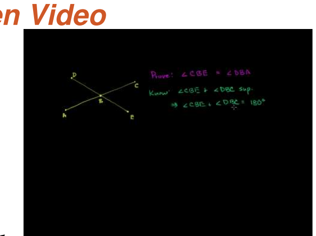
Solución

Primero, pensemos en lo que sabemos sobre los ángulos identificados.

$\angle 1$ *es un ángulo vertical con* 18° *, así que* $m\angle 1 = 18^\circ$.

Esta es nuestra respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/57635

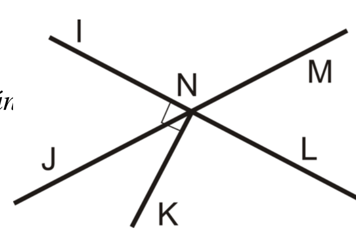
Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Khan Academy Proving Vertical Angles are Equal

**video disponible solo en inglés*

Práctica

<u>Instrucciones:</u> *Identificar si cada par de án* *o ángulos adyacentes, verticales o ninguno de ellos.*



1. $\angle INK$ y $\angle MNL$
2. $\angle INJ$ y $\angle NJK$

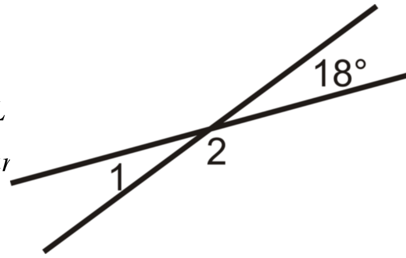
3. $\angle$ *MNL y* $\angle$ *LNK*

4. $\angle$ *JNL y* $\angle$ *INM*

5. $\angle$ *INM y* $\angle$ *KNL*

6. *Si* $m\angle INJ = 63^\circ$ *, encuentra* $m\angle MNL$

Instrucciones: Utiliza este diagrama par *as.*



7. *Verdadero o Falso.* $\angle 1$ *y* $\angle 2$ *son ángulos adyacentes.*

8. *Cuál es la medida de* $\angle 1$ *?*

9. *Cuál es la medida de* $\angle 2$ *?*

10. *Cuál es la relación entre* $\angle 2$ *y el ángulo opuesto a ese?*

11. *Verdadero o Falso. Los ángulos adyacentes 1 y 2 forman una recta extendida con un valor de* 180° .

Instrucciones: Responde verdadero o falso a cada pregunta.

12. *Los ángulos suplementarios también son ángulos verticales.*

13. *Los ángulos verticales miden lo mismo.*

14. *Los ángulos adyacentes siempre suman* 180° .

15. *Los ángulos adyacentes también son ángulos verticales.*

16. *Los ángulos adyacentes se forman cuando las rectas se intersectan.*

6.3 Identifica

as

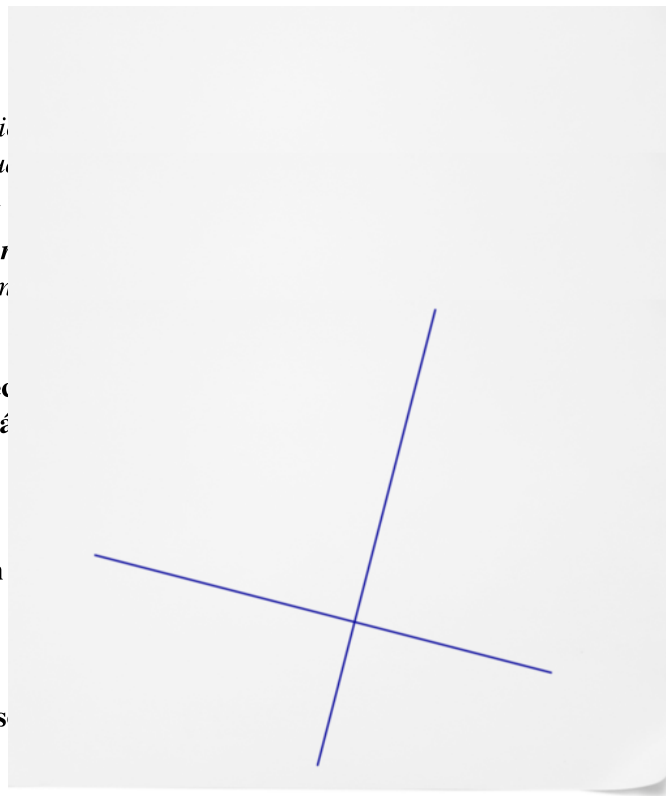
En esta sección, identificarás tipos de re *res o intersecantes.*

¿Has tenido alguna vez un problema ma *er? Observemos este problema.*

Candace vio la siguiente ilustración en s

Se preguntó cómo describir la relación entre el plano de color café y el de color verde.

¿Sabes cómo identificar esta relación? Esta Sección te enseñará cómo ayudar a Candace con su problema.



Orientación

En otras clases de matemáti *rectas existen en el espacio. Dos rectas se intersectan cu* *as son extendidas, las rectas intersecantes solo se pueden*

There are ***rectas paralelas, r*** *mos por repasar brevemente estos términos y luego podem* *intersectan.*

Tipos de Rectas

Las ***Rectas Paralelas*** **son rec** **ual. Esto significa que estas rectas nunca se intersectará**

La ***Rectas Intersecantes*** **son**

La ***Rectas Perpendiculares*** **s**

Responde cada pregunta.

Ejemplo A

¿Cómo se llaman las rectas que nunca se cruzan?

Solución: Rectas paralelas

Ejemplo B

¿Cómo se llaman las rectas que se cruzan en 90° *?*

Solución: Perpendiculares

Ejemplo C

¿Una intersección es un ejemplo de que

Solución: Rectas intersecantes

Ahora, volvamos al problema del comier

Si observas estos dos planos, verás que son equidistantes. Esto quiere decir que se encuentran separados por la misma distancia y nunca se intersectarán. Debido a que estos dos planos nunca se intersectarán, podemos decir que son paralelos.

Esta es nuestra respuesta.

Vocabulario

Rectas paralelas
: *son rectas que se encuentran separadas por la misma distancia y nunca se intersectarán.*

Rectas Intersecantes
: *son rectas que se cruzan en un punto.*

Rectas perpendiculares
: *son rectas que se intersectan en un ángulo de* 90° *y forman dos o más ángulos de* 90° .

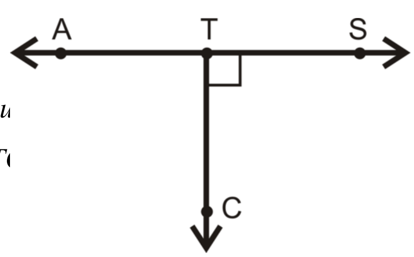
Ángulo
: *es la medida del espacio formado por dos rectas que se intersectan.*

Ángulo Extendido
: *es una recta extendida que es igual a* 180° .

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para qu

¿Cuál es la relación entre $\angle STC$ *y* $\angle AT$

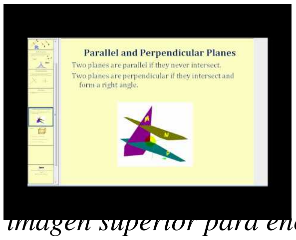


Solución

Estos dos ángulos se encuentran en un ángulo recto y entonces el valor de cada ángulo es 90° *. Por lo tanto, son ángulos perpendiculares.*

Esta es nuestra respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/1341

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

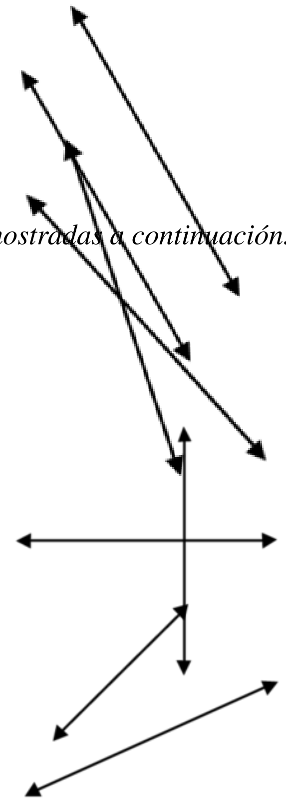
Parallel and Perpendicular Lines and Planes

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Nombra cada tipo de rectas mostradas a continuación.

1.



2.

3.

4.

Instrucciones: Escribe las definiciones para los siguientes tipos de rectas.

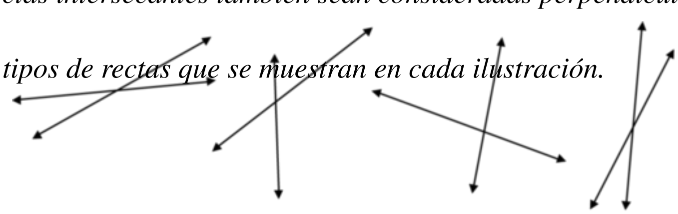
5. *Rectas paralelas*
6. *Rectas Intersecantes*
7. *Rectas perpendiculares*

Instrucciones: Responde las siguientes preguntas sobre los diferentes tipos de rectas.

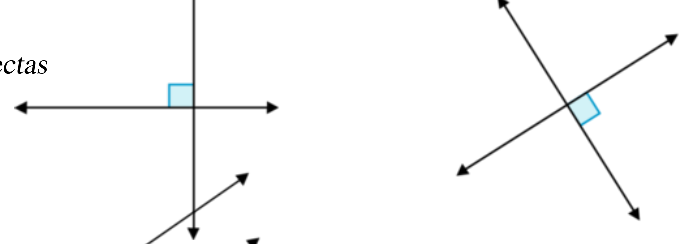
8. *¿Cuál es el símbolo para las rectas paralelas?*
9. *¿Cuál es el símbolo para las rectas perpendiculares?*
10. *¿Una intersección en una carretera es un ejemplo de qué tipo de rectas?*
11. *¿Una intersección de cuatro caminos con señales de Pare es un ejemplo de qué tipo de rectas?*
12. *¿Es posible que las rectas intersecantes también sean consideradas perpendiculares?*

Instrucciones: Describe los tipos de rectas que se muestran en cada ilustración.

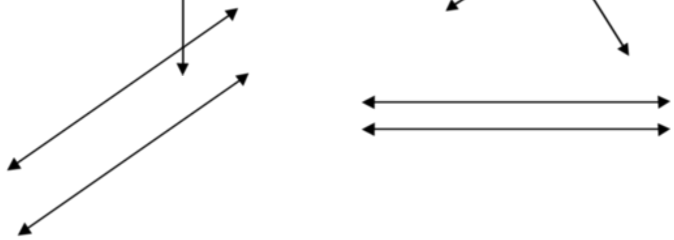
13.



14.

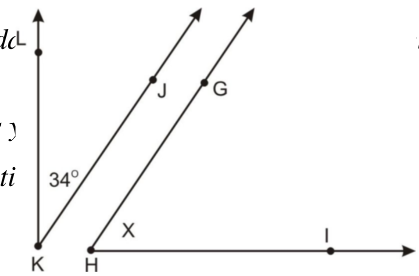


15.



6.4 Medidas de Pares de Ángulos

En esta sección, encontrarás las medid



l uso de las relaciones y la información dada.

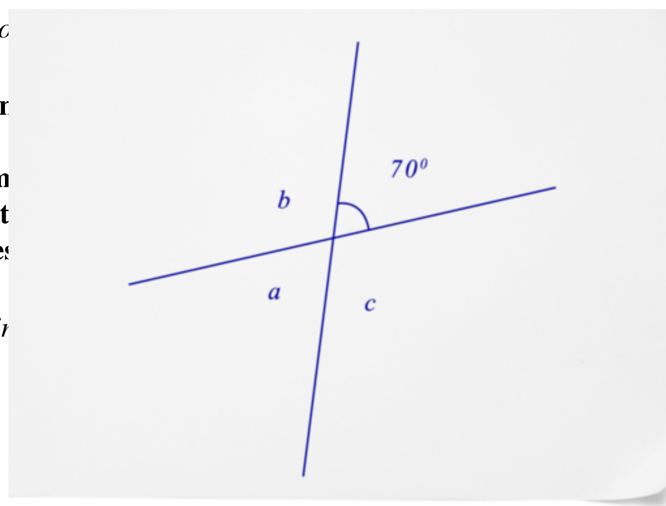
Candace abrió su libro de matemáticas y

Los dos ángulos que se muestran a conti *GHI* $= x$ *. ¿Cuánto vale* x *?*

Candance está confundida. ¿Lo estás tú? Usar ecuaciones y geometría puede ayudarte a resolver este problema. Pon atención y aprenderás todo lo que necesitas saber en esta Sección.

Orientación

Pensemos en pares de ángulo



- **Los ángulos suplemen** **a y su suma es siempre** 180° **.**
- **Los ángulos complem** 0° **.**
- **Los ángulos adyacent** **a recta, su suma es** 180° **.**
- **Los ángulos verticales**

Observa esta situación que i

Completa la figura que se **ra todos los ángulos que se muestran.**

Primero, nota que solo tenemos un ángulo para proceder. Este ángulo mide 70 grados. Sin embargo, esto es suficiente información para resolver todos los otros ángulos en este diagrama. Podemos usar la información que sabemos sobre ángulos para encontrar las medidas de estos ángulos.

Comencemos con los ángulos adyacentes. El ángulo b es adyacente al ángulo de 70 grados. Debido a que sabemos que los ángulos adyacentes forman una recta extendida, la suma de los dos ángulos es 180° *.*

Podemos escribir esta ecuación.

$180 = 70 + b$

Sabemos que b **es igual a** 110° **.**

Luego, podemos trabajar en los ángulos verticales. El ángulo c **es vertical al ángulo** b **. Los ángulos verticales miden lo mismo, por lo que la medida del ángulo** c **también es** 110° **.**

El ángulo a **es vertical al ángulo dado de** 70° **sabemos que el** a **también mide** 70° **.**

Mediante el uso de la información que sabemos, hemos resuelto las medidas de todos los ángulos que faltaban.

Encuentra la medida de un ángulo que forma un ángulo suplementario con $\angle MRS$ *si* $m\angle MRS$ *es:*

Ejemplo A

61°

Solución:#38;#160; 119°

Ejemplo B

40°

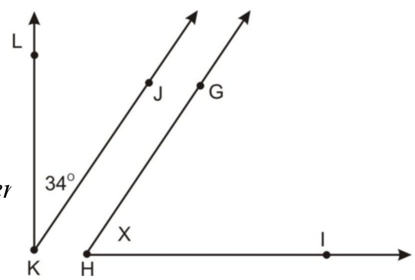
Solución:#38;#160; 140°

Ejemplo C

121°

Solución:#38;#160; 59°

Ahora, volvamos al problema del comien



Si los dos ángulos son complementarios, entonces sabemos que la suma de los dos ángulos es 90 grados.

Escribamos una ecuación que muestre esto.

$x+34=90$

Ahora, podemos resolver x .

$x=90-34$

$x=56^\circ$

Esta es la respuesta.

Vocabulario

Rectas paralelas
: *son rectas que se encuentran separadas por la misma distancia y nunca se intersectarán.*

Rectas Intersecantes
: *son rectas que se cruzan en un punto.*

Rectas perpendiculares
: *son rectas que se intersectan en un ángulo de* 90° *y forman dos o más ángulos de* 90° .

Ángulo
: *es la medida del espacio formado por dos rectas que se intersectan.*

Ángulo Extendido
: *es una recta extendida que es igual a* 180° .

Pares de Ángulos
: *es la relación formada por dos ángulos.*

Ángulos Complementarios
son dos ángulos cuya suma es 90° .

Ángulos Suplementarios
son dos ángulos cuya suma es 180° .

Ángulos Adyacentes
son ángulos que se encuentran uno junto al otro.

Ángulos Verticales
son ángulos que se encuentran diagonalmente opuestos entre sí.

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

Un par de ángulos es adyacente y complementario. ¿Cuál es la medida que falta si $\angle 1$ *es igual a* $x+5$ *? ¿Puedes encontrar la medida de* $\angle 2$ *?*

Solución

Para resolver esto, tienes que saber un par de cosas. Primero, los ángulos adyacentes se encuentra uno junto al otro y los ángulos complementarios suman 90° .

Sabiendo esto, podemos escribir una ecuación.

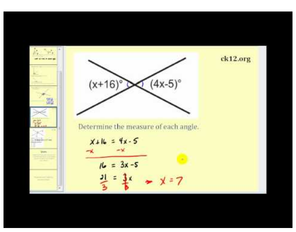
$x+5=90$

Ahora, podemos resolver x

$x=85$

La medida de $\angle 2$ **es** 85° **.**

Revisión en Video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/1274

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Complementary, Supplementary and Vertical Angles

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Si los siguientes pares de ángulos son complementarios, entonces ¿cuál es la medida del ángulo que falta?

1.

2.

3.

4.

Instrucciones: Si los siguientes pares de ángulos son suplementarios, entonces ¿cuál es la medida del ángulo que falta?

5.

6.

7.

8.

9.

10.

Instrucciones: *Define los siguientes tipos de pares de ángulos.*

11. *Ángulos verticales*
12. *Ángulos adyacentes*
13. *Ángulos complementarios*
14. *Ángulos suplementarios*
15. *Ángulos internos*

6.5 Clas

En esta sección, clasificaras ... las longitudes de los lados.

¿Has pensado alguna vez co...

Jaime ha estado trabajando mucho en su tipi. Ha decidido usar los siguientes patrones como parte del diseño sobre el material. Ella piensa que si utiliza triángulos de tela, puede coserlos sobre la cubierta de la tipi para crear un patrón. Este patrón rojo-negro-rojo se extenderá a lo largo del borde inferior externo del tipi.

"Esto es genial", dice su hermana Lily mientras admira el dibujo de Jaime.

"Yo también lo creo. Debería lucir muy bonita sobre material de color marrón", agrega Jaime.

"Sí, ¿cómo sabes si los ángulos tendrán exactamente el mismo tamaño?"

"Eso es fácil. Puedo medir el ángulo superior del triángulo mediante el uso de un transportador y luego crear cada uno mediante calco. Este tendrá un ángulo de 120° *. cuando termine", explicó Jaime a Lily.*

"Qué tipo de triángulo es este?" preguntó Lily.

Lo sabes? Esta Sección contiene todo sobre los diferentes tipos de triángulos. Mientras aprendes todo sobre los diferentes tipos de triángulos, piensa en este problema. ¿Qué tipo de triángulo se encuentra en el patrón? ¿Puedes justificar tu respuesta?

Orientación

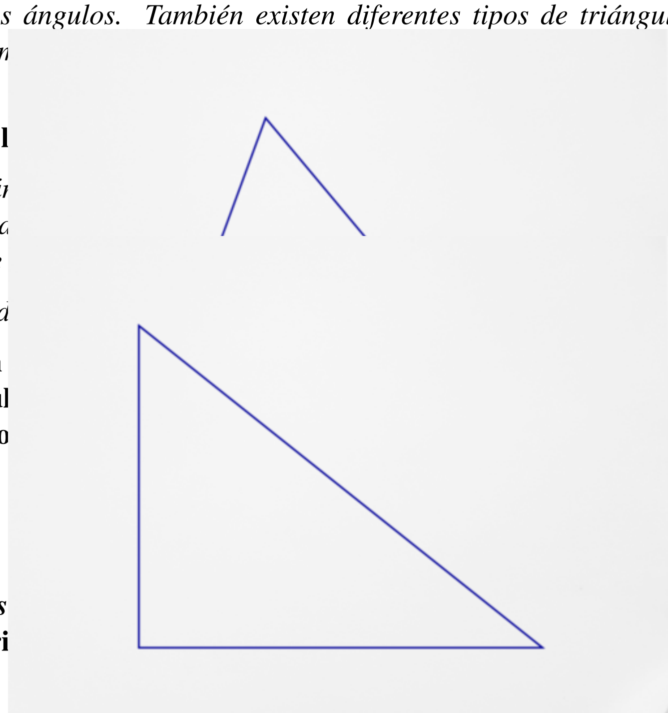
Es esta Sección, examinaremos diferentes tipos de triángulos. Como sabes, los triángulos son figuras geométricas que poseen tres lados y tres ángulos. También existen diferentes tipos de triángulos. Podemos clasificarlos o identificarlos de diferentes n... gulos y, la otra, es mediante las longitudes de sus lados.

Comencemos primero con l...

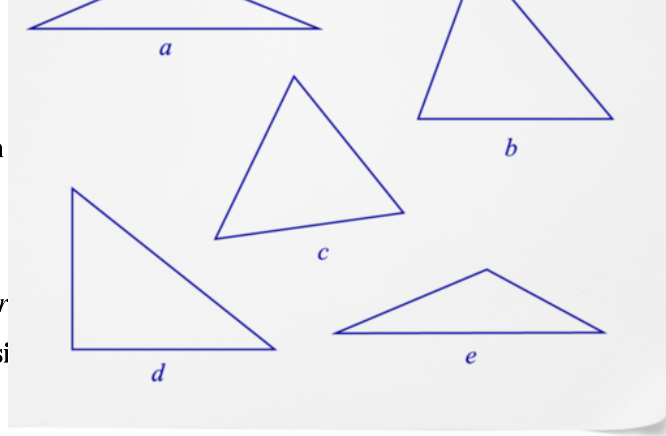
Todos sabemos que los triá... da uno de los segmentos de las rectas se conectan forma... ángulos, podemos usar esta información para nombrar e...

Observemos algunos de los á... as ángulos.

Los ***Triángulos Agudos*** **son ... 90° . La palabra "agudo" cuando se aplica a los ángul... do posee tres ángulos en los que todos ellos miden meno...**



Los ***Triángulos Rectángulos*** **... gulos serán agudos, pero la clave para identificar un tri...**



Los ***Triángulos Obtusos*** **son** **.**

Ahora, apliquemos esta infor

Identifica cada uno de los si

Ahora, analicemos separadamente cada uno.

Con el primer triángulo, triá ... más de 90 grados. Este es un triángulo obtuso.

El segundo triángulo posee t ... este es un triángulo agudo.

El tercer triángulo también p ... mbién es un triángulo agudo.

El cuarto triángulo posee un ... na claramente perfecta. Este es un triángulo rectángulo.

El quinto triángulo posee un ... obtuso.

También podemos clasifica ... los. Esto quiere decir que observamos los segmentos d

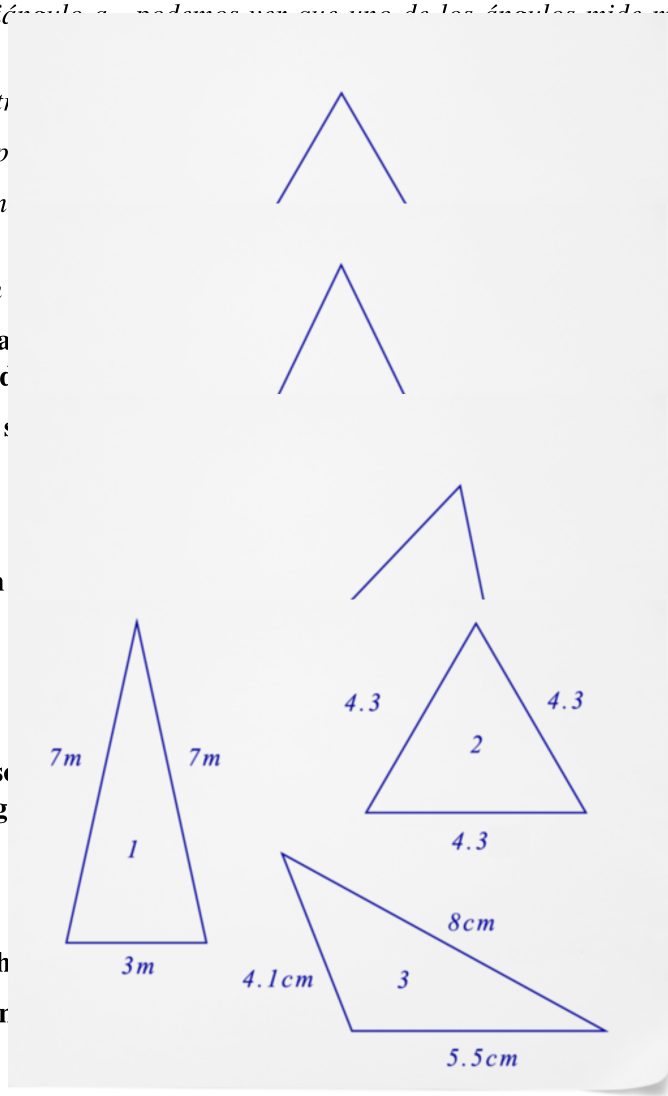
Los ***Triángulos Equiláteros*** *s*

Triángulos Isósceles **poseen ... ulo isósceles es el más difícil de identificar.**

Los ***Triángulos Escalenos*** *s* **... a misma longitud. Los tres lados tienen diferentes long**

Ahora, apliquemos lo que h

Clasifica cada triángulo con



Necesitamos examinar las longitudes de los lados en cada triángulo para ver si cualquiera de estos es congruente.

En el primer triángulo, dos lados miden 7 metros, pero el tercer lado es más corto. ¿Qué tipo de triángulo posee dos lados congruentes? **Este es un triángulo isósceles.**

Ahora, observemos el segundo triángulo. Los tres lados tienen la misma longitud, así que este debe ser un **triángulo equilátero.**

El último triángulo tiene lados de 5,5 cm; 4,1 cm y 8 cm. Ninguno de los lados es congruente, así este es un **triángulo escaleno.**

Los triángulos equiláteros no encajan perfectamente en este patrón. Siempre son agudos. Esto es porque los tres ángulos en un triángulo equilátero siempre miden 60° *.*

Hay una cosa más por saber sobre la clasificación de triángulos a través de sus ángulos y lados. También podemos determinar si un triángulo es isósceles, escaleno o equilátero mediante sus ángulos. Cada ángulo está relacionado al lado opuesto a este. Imagina un libro abriéndose. Mientras más lo abres, mayor es la distancia entre las dos tapas. En otras palabras, mientras mayor es un ángulo, mayor es la longitud del lado opuesto a éste. Por lo tanto, podemos decir que si un triángulo posee dos ángulos congruentes, debe poseer dos lados congruentes y, en consecuencia, debe ser isósceles. Si el triángulo posee tres ángulos de diferentes medidas, entonces también sus lados poseen diferentes longitudes, así que es escaleno. Finalmente, un triángulo equilátero, como hemos visto, siempre posee ángulos de 60° *, y estos ángulos son lados opuestos congruentes.*

Una vez que conoces esta información, podrás encontrar que puedes clasificar un triángulo mediante sus lados y sus ángulos.

Ejemplo A

Define un triángulo escaleno.

Solución: Un triángulo en el que todas las longitudes de los lados son diferentes.

Ejemplo B

Define un triángulo obtuso.

Solución: Un triángulo en el que un ángulo es obtuso o mide más de 180° **.**

Ejemplo C

Define un triángulo isósceles

Solución: Un triángulo con dos lados que poseen la misma longitud.

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

¿Qué tipo de triángulo se encuentra en el patrón? ¿Puedes justificar tu respuesta?

El triángulo en el patrón es un triángulo obtuso. Es un triángulo obtuso, porque posee un ángulo que es mayor a 90° *. Los otros dos ángulos miden menos de* 90° *. Debido a que el ángulo mayor mide* 120° *, es un triángulo obtuso.*

Vocabulario

Triángulo Agudo
es un triángulo en el que todos sus tres ángulos miden menos de 90° .

Triángulo Rectángulo
es un triángulo con un ángulo de 90° *y dos ángulos agudos.*

Triángulo Obtuso
es un triángulo con un ángulo que mide más de 90° .

Triángulo Equilátero
es un triángulo en el las longitudes de sus tres lados y los tres ángulos son congruentes.

Triángulo Isósceles
es un triángulo en el qu

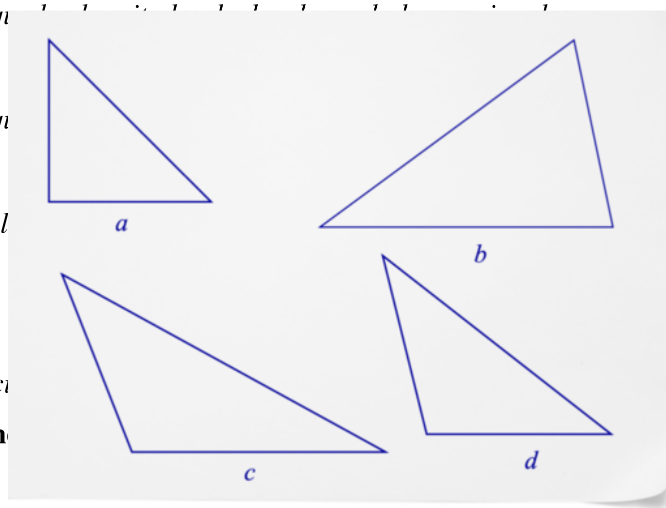
Triángulo Escaleno
es un triángulo en el qu

Congruente
significa exactamente l

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejerci

Identifica cada triángulo m



Solución

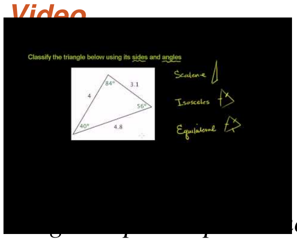
El primer triángulo es un triángulo rectángulo isósceles. Posee un ángulo recto y dos lados que con la misma longitud.

El segundo triángulo es un triángulo agudo escaleno. Sus tres lados tienen diferentes longitudes y las medidas de sus tres ángulos son agudas.

El tercer triángulo es un triángulo obtuso escaleno. Posee un ángulo obtuso y longitudes diferentes para sus tres lados.

El último triángulo es un triángulo obtuso isósceles. Posee un ángulo obtuso y las longitudes de dos de sus lados son iguales.

Revisión en Video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/59819

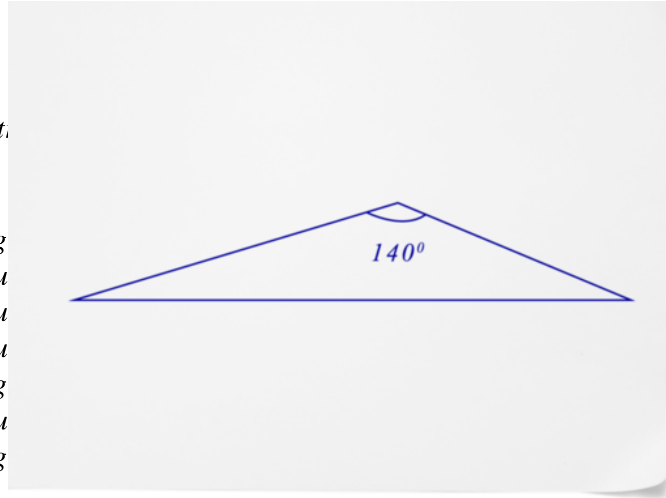
Haz clic en la *contrar más información*

**video disponible solo en inglés*

Classifying Triangles

Práctica

Instrucciones: *Clasifica cada t[...] medidas de sus ángulos dadas.*

1. *Un triángulo con tres áng*
2. *Un triángulo con un ángu*
3. *Un triángulo con un ángu*
4. *Un triángulo con un ángu*
5. *Un triángulo con tres áng*
6. *Un triángulo con un ángu*
7. *Un triángulo con tres áng*
8. 

Instrucciones: *Identifica cada triángulo mediante las longitudes descritas de sus lados como equiláteros, isósceles o escalenos.*

9. *Un triángulo con longitudes de lados de 6 pulgadas, 6 pulgadas y 4 pulgadas.*
10. *Un triángulo con longitudes de lados de 3 pies, 4 pies y 5 pies.*
11. *Un triángulo con longitudes de lados de 8 pulgadas.*
12. *Un triángulo con longitudes de lados de 7 pulgadas, 8 pulgadas y 8 pulgadas.*
13. *Un triángulo con longitudes de lados de 6 m, 8 m y 10 m.*
14. *Un triángulo con longitudes de lados de 10 mm.*
15. *Un triángulo con longitudes de lados de 12 cm.*

6.6 Ente ulos de los Triar

En esta sección, entenderás ı na de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180° *.*

¿Has visto alguna vez cómo c

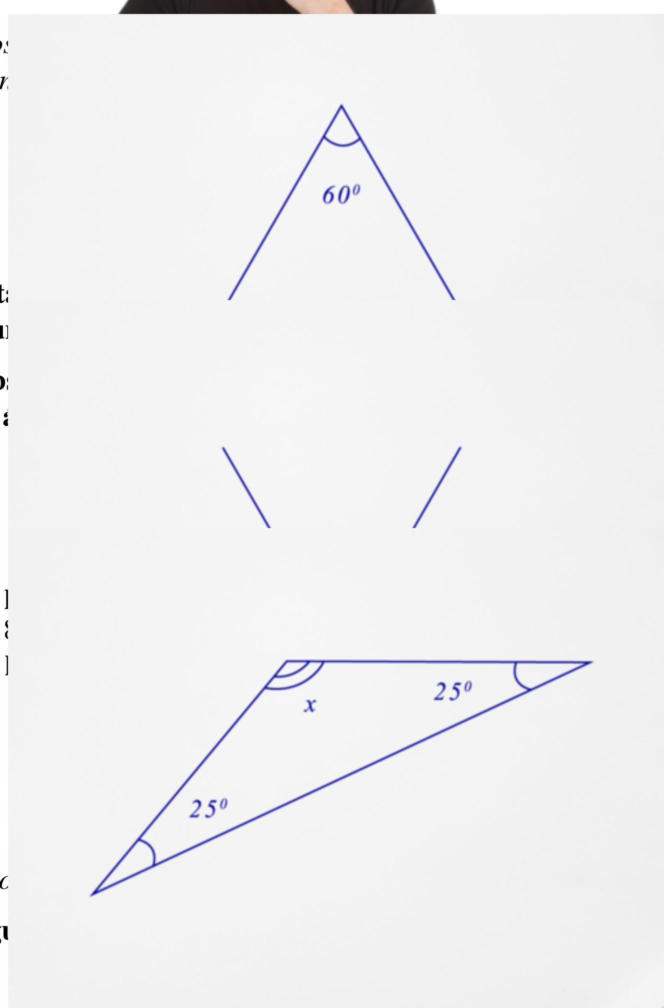
Para la construcción del techo de esta casa se está usando un triángulo que brinda estabilidad. Además, permite que el agua caiga durante la lluvia o cuando se derrite la nieve. Utilizar triángulos tiene mucho sentido.

Si dos de los ángulos del triá ulo es? Si la suma de dos de los ángulos es igual a 120° *,*

Entender las medidas de lo ordarás nuevamente al final de esta sección.

Orientación

Si observas todos los ángulos ı uno de ellos. Si sumamos el número de grados de cada ár le los ángulos es igual a 180° *.*



Esta es una buena pregunt oservemos un ejemplo para entender esto más en profu

Podemos comenzar por ob un triángulo equilátero son iguales. Cada uno de estos a n triángulo equilátero.

Ahora, observemos lo que p os de 60° **son igual a** 180° **y una recta extendida mide 1 esto sucederá sin importar cuáles sean las medidas de l narán una recta extendida y serán iguales a** 180° **.**

Ahora, veamos cómo podemo onocidas de ángulos.

¿Cuál es la medida del ángu

Ahora, aquí tenemos un triángulo.

Primero, podemos utilizar la información que sabemos para determinar qué tipo de triángulo es.

Comencemos por observar los ángulos de este triángulo. Hay dos ángulos pequeños. Estos son ángulos de 25 grados y son agudos. Podemos notar al mirar este tercer ángulo desconocido, que es un ángulo obtuso. Este es un triángulo obtuso.

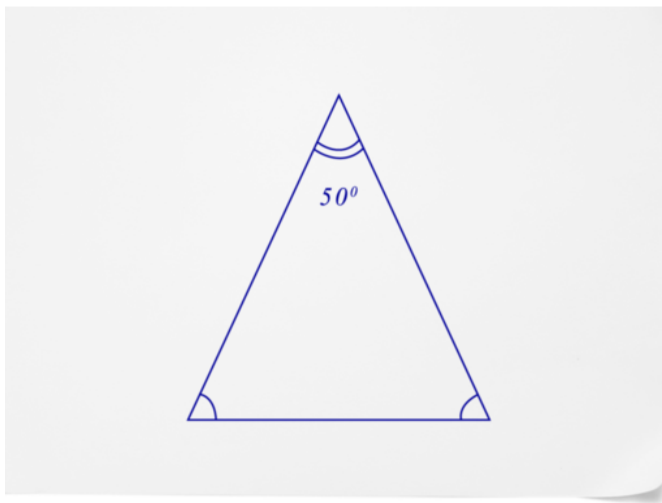
Luego, podemos escribir una expresión para ayudarnos a determinar la medida desconocida.

Ahora, podemos escribir esta expresión en una ecuación con una suma de 180 grados. A continuación, podemos resolver el valor de x **.**

La medida del ángulo desconocido es 130° **.**

Veamos otro ejemplo.

¿Cuál es la medida de los dos ángulos desconocidos, si este es un triángulo isósceles?



Aquí tenemos dos ángulos desconocidos. Sabemos por el problema que este es un triángulo isósceles. Eso significa que las longitudes de los lados son iguales y también podemos ver que los dos ángulos base son congruentes. Nuestro ángulo dado mide 50° **, así que podemos escribir una expresión variable para ayudarnos a determinar la medida de los ángulos base desconocidos.**

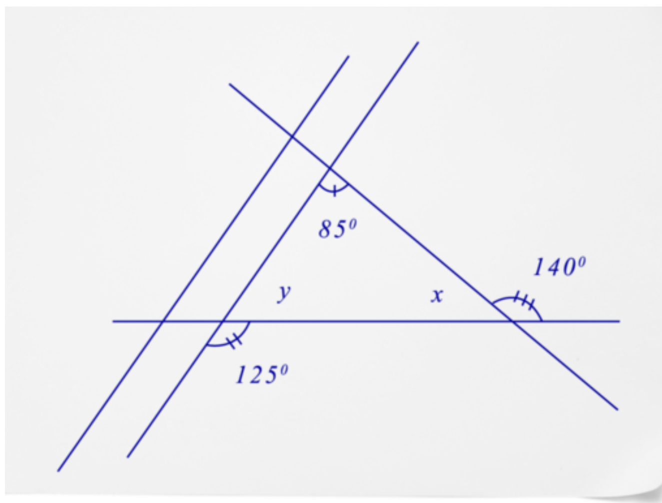
Podemos expandir esta expresión a una ecuación que es igual a 180 grados.

Luego, agrupamos los términos semejantes antes de resolver esto.

Cada uno de los ángulos base mide 65° **.**

También puedes identificar las medidas de ángulos desconocidos cuando las rectas se intersectan. Observemos.

Encuentra el valor de los ángulos desconocidos x **y** y



Ahora, para resolver este problema, necesitarás aplicar todo lo que has aprendido sobre resolución de problemas de medidas de ángulos desconocidos.

Comencemos por observar el ángulo x **.**

Puedes ver que el ángulo x **es un ángulo agudo. También es un ángulo adyacente al ángulo de 140 grados que ya está determinado. Sabemos que la suma de los ángulos adyacentes es** 180° **. Ahora, podemos escribir una ecuación y resolver la medida del ángulo desconocido.**

Existen dos formas de encontrar la medida del ángulo y . Una es usar la suma de las medidas de los ángulos, ya que conocemos la medida de x . Hagamos esta forma primero.

La segunda forma es utilizar los ángulos verticales. Puedes ver que el ángulo 125° está etiquetado. Esto quiere decir que el ángulo vertical a este ángulo etiquetado también mide 125° . El ángulo y forma una recta extendida con ese ángulo y, por lo tanto, mide 55° .

Encuentra cada una de las medidas de los ángulos desconocidos.

Ejemplo A

$55^\circ, 35^\circ, ?$

Solución:#38;#160; 90°

Ejemplo B

$105^\circ, 25^\circ, ?$

Solución:#38;#160; 60°

Ejemplo C

$42^\circ, 15^\circ, ?$

Solución:#38;#160; 123°

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

La suma de dos de los ángulos del triángulo es igual a 120° .

Sabemos que la suma de los tres ángulos de un triángulo es igual a 180° .

Por lo tanto, la medida del ángulo desconocido es 60° .

Vocabulario

Triángulo Agudo
es un triángulo en el que sus tres ángulos miden menos de 90° .

Triángulo Rectángulo
es un triángulo con un ángulo de 90° *y dos ángulos agudos.*

Triángulo Obtuso
es un triángulo con un ángulo que mide más de 90° .

Triángulo Equilátero
es un triángulo en el que las longitudes de sus tres lados y los tres ángulos son congruentes.

Triángulo Isósceles
es un triángulo en el que las longitudes de dos de sus lados son iguales.

Triángulo Escaleno
es un triángulo en el que las longitudes de sus tres lados son diferentes.

Congruente
significa "exactamente lo mismo", "que tienen la misma medida".

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejerc

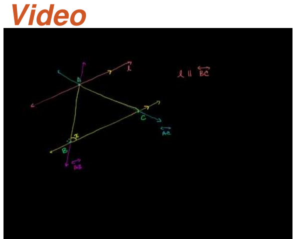
Piensa en arquitectura. ¿Po bservemos este puente. Ve si puedes entender por qué los seño arquitectónico.

Solución

Este es un puente de armadura.

Mirando este puente, puedes ver cómo la forma básica de un triángulo es fundamental para el diseño del puente. El triángulo ayuda a mantener estable al puente, debido a la fuerza de sus cimientos. El triángulo es una forma que debido a su base es muy estable y no cederá a la presión. Es una figura balanceada.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/57636

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Angle Measures of a Triangle

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: *Utiliza lo que has aprendido sobre los ángulos internos de un triángulo para determinar el ángulo desconocido en cada triángulo.*

1. $45^\circ, 45^\circ, ?$
2. $60^\circ, 60^\circ, ?$
3. $90^\circ, 50^\circ, ?$
4. $100^\circ, 40^\circ, ?$
5. $110^\circ, 30^\circ, ?$
6. $50^\circ, 10^\circ, ?$
7. $145^\circ, 15^\circ, ?$
8. $55^\circ, 45^\circ, ?$
9. $70^\circ, 35^\circ, ?$
10. $50^\circ, 50^\circ, ?$
11. $63^\circ, 42^\circ, ?$
12. $18^\circ, 75^\circ, ?$

Instrucciones: *Identifica tres triángulos en la habitación en la que te encuentras.*

13.
14.
15.

6.7 Clas

En esta sección, clasificarás

¿Has oído alguna vez sobre u

"¡Esto es genial!" exclamó Marcus cuando hojeaba un libro sobre diferentes tipos de casas.

"¿Qué ves?" preguntó Lynne apoyándose sobre su escritorio para mirar el libro que sostenía Marcus.

Lynne y Marcos son estudiantes de la clase de Culturas del Mundo de la Sra. Patterson. Al igual que Jaime, ellos también están trabajando en proyectos. Marcus ha descubierto una yurta. Una yurta es un tipo de casa común en Mongolia. Hay una estructura enrejada que se construye y luego se utiliza una lona para cubrir el marco.

"Esto es genial, ¿verdad?" preguntó Lynne.

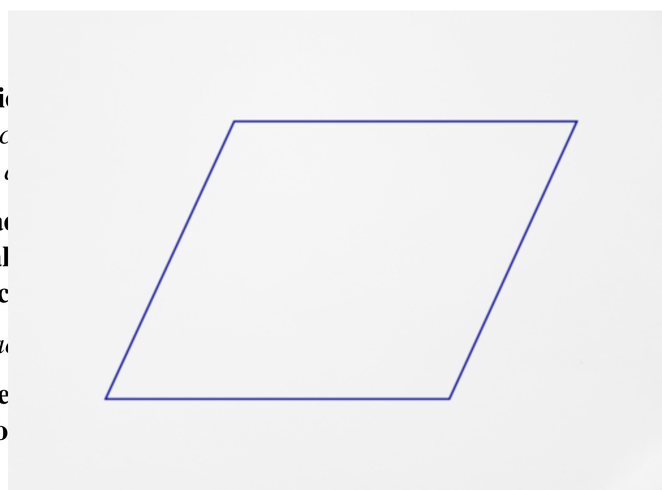
"Se llama yurta. Creo que voy a hacer mi proyecto basado en esto", dijo Marcus estudiando la fotografía.

Marcus sacó un pedazo de papel y un lápiz y comenzó a dibujar el enrejado de la yurta.

A medida que Marcus dibuja su diseño, observa el enrejado y busca los cuadriláteros que se usan en el diseño. En esta Sección aprenderás todos sobre los diferentes tipos de cuadriláteros, de forma que serás capaz de identificar los que Marcus necesitará usar.

Orientación

¿Qué es un cuadrilátero?



Un *cuadrilátero* es cualqui *adrilátero", encontramos la palabra "cuad" que signific uatro lados se considera un cuadrilátero. Ahora, existen n esta Sección.*

Podemos decir que un cua Podríamos considerar esto como una categoría general láteros que podemos identificar de una forma específic

Centrémonos en la identifica

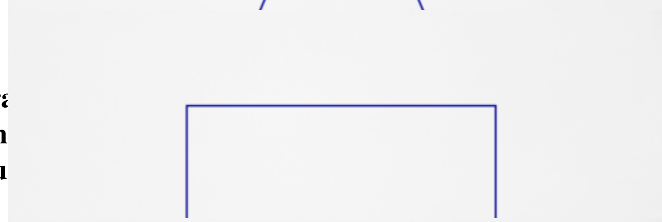
El primer tipo de cuadriláte *lelogramo* es un cuadrilátero con lados opuestos paralelo *de un paralelogramo.*

Cuando miras esta imagen, puedes ver que los lados opuestos de la figura son paralelos. También tienen la **misma longitud, lo que significa que son *congruentes* .**

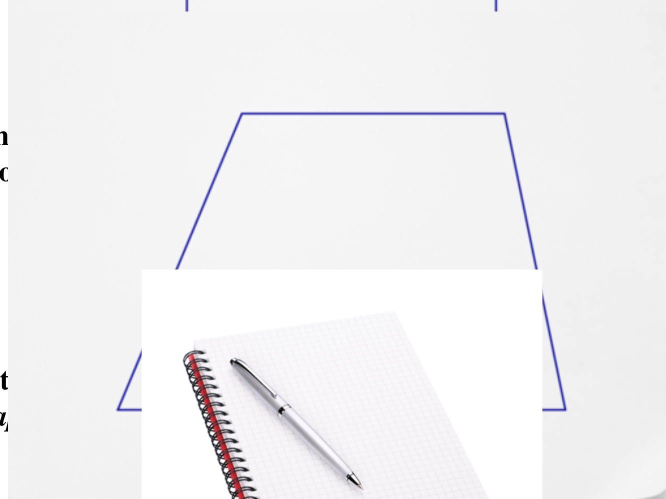
Existen tres tipos principales de paralelogramos.

Los paralelogramos pueden ser convencionales como el de la imagen. También pueden ser rectángulos, cuadrados y rombos.

Un *rectángulo* es un paralelogramo con cuatro ángulos rectos, en donde los lados opuestos son congruentes y paralelos. *Has estado viendo rectángulos por un largo tiempo, pero ahora necesitas darte cuenta de que existen propiedades específicas que hacen que un rectángulo sea un rectángulo.*



Un *rombo* es un paralelogra ... iente cuatro ángulos rectos. Un rombo puede lucir com ... ore es un rombo, un rombo no es necesariamente un cu ... e cuatro ángulos rectos.



Un *cuadrado* también es un ... o y un rectángulo es que un cuadrado posee cuatro lado ... unque eso es lo mismo que tiene un rectángulo.

Existe otro tipo de cuadrilát ... tipo especial de cuadrilátero. Se llama *trapezoide* . Un *tra* ... s paralelos.

Escribe estas definiciones y ...

La mejor forma de recorda ... o de tiempo estudiando las definiciones. Luego, serás ca ... re los diferentes tipos.

Con frecuencia, encontrarás ... Observemos esta situación.

Nombra el cuadrilátero que ...

Ahora, examinemos esta imagen. Podemos observar las cualidades que identifican este cuadrilátero. Nota que tiene dos lados paralelos. Los otros dos lados no son paralelos o congruentes. Con un par de lados paralelos, esta figura tiene que ser un trapezoide.

Nombra cada tipo de cuadrilátero.

Ejemplo A

Un paralelogramo con todos sus lados congruentes y con cuatro ángulos rectos.

Solución: Square

Ejemplo B

Un paralelogramo con dos p

Solución: Rectángulo

Ejemplo C

Un cuadrilátero con lados op

Solución: Trapezoide

Ahora, volvamos al problema

Observemos nuevamente la

Al observar este diagrama, parece que se utiliza un cuadrado como diseño del enrejado. Examina esto más de cerca y verás que los lados de cada figura creada por el enrejado son iguales. Esto podría hacerte pensar que el diseño es definitivamente un cuadrado. Sin embargo, si miras a los ángulos, no son ángulos rectos. Por lo tanto, no puede ser un cuadrado. De hecho, esto es realmente un rombo. Recuerda que un rombo posee cuatro lados de igual longitud, pero no tiene que contar con ángulos rectos.

Esta es la respuesta.

Vocabulario

Cuadrilátero
: *es cualquier figura que tenga cuatro lados.*

Trapezoide
: *es un cuadrilátero con un par de lados paralelos.*

Paralelogramo
: *es un cuadrilátero con dos pares de lados opuestos que son congruentes y paralelos.*

Rombo
: *es un paralelogramo con cuatro lados congruentes.*

Rectángulo
: *es un paralelogramo con lados opuestos congruentes y cuatro ángulos rectos.*

Cuadrado
: *es un paralelogramo con cuatro lados congruentes y cuatro ángulos rectos.*

Congruente
: *significa "exactamente lo mismo".*

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejerci...

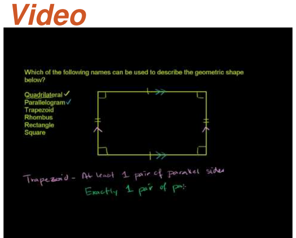
Nombre el cuadrilátero que...

Solución

Si observamos esta piscina, podemos comenzar a analizar sus diferentes características. Primero, posee lados opuestos que son congruentes y paralelos. También posee cuatro ángulos rectos, lo que hace que esta figura sea un rectángulo.

Esta es nuestra respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/59817

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Khan Academy Quadrilateral Properties

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Identifica cada cuadrilátero basado en la descripción proporcionada.

1. *Una figura con cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos.*
2. *Una figura con lados opuestos congruentes y paralelos.*
3. *Una figura con lados opuestos congruentes y paralelos, y cuatro ángulos rectos.*
4. *Una figura con cuatro lados.*
5. *Una figura con cuatro lados iguales que puede o no tener cuatro ángulos rectos.*

Instrucciones: Utiliza lo que has aprendido sobre los cuadriláteros para responder verdadero o falso en cada una de las siguientes preguntas.

6. *Un cuadrilátero puede ser cualquier figura que tenga cuatro lados.*
7. *Un rectángulo también es un paralelogramo, pero un paralelogramo no es necesariamente un rectángulo.*
8. *Un cuadrado nunca es un paralelogramo.*
9. *Un rombo puede ser un cuadrado.*
10. *Un cuadrado siempre es un rombo.*
11. *Un rombo es un paralelogramo.*
12. *Un cuadrilátero es un tipo de paralelogramo.*
13. *Un trapezoide posee lados opuestos paralelos y congruentes.*
14. *¿Cuál es la suma total de los ángulos de un cuadrilátero?*
15. *¿Cuáles son las medidas de los cuatro ángulos de un rectángulo?*
16. *¿Cuáles son las medidas de los cuatro ángulos de un cuadrado?*

6.8 Ente ... ngulos de los C

En esta sección, entenderás l

¿Has usado alguna vez un cu ... problema.

Margie crea joyas. Hizo este

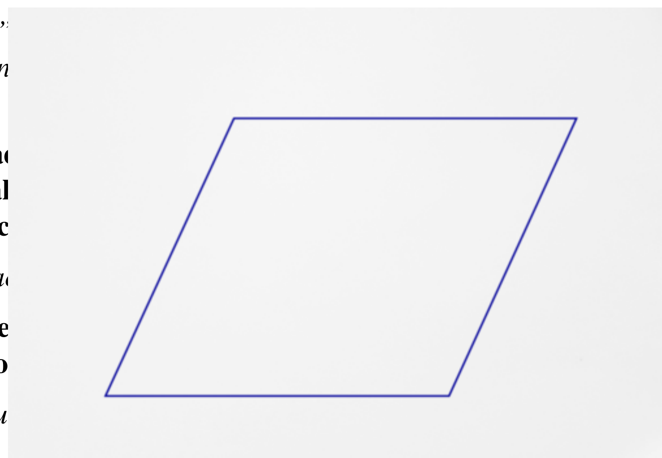
¿Puedes identificar el cuadrilátero? En esta sección, aprenderás a resolver esta tarea.

Orientación

¿Qué es un cuadrilátero?

Un *cuadrilátero* es cualquier figura que tenga cuatro lados.

En la palabra "cuadrilátero" ... to quiere decir que cualquier figura de cuatro lados se con ... cuadriláteros y los vamos a aprender en esta Sección.

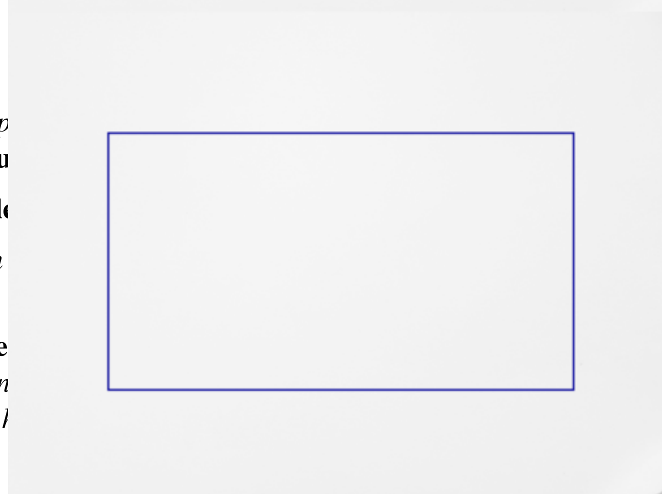


Podemos decir que un cua ... Podríamos considerar esto como una categoría general ... láteros que podemos identificar de una forma específic

Centrémonos en la identifica

El primer tipo de cuadriláte ... *lelogramo* es un cuadrilátero con lados opuestos paralelo

A continuación, se muestra u



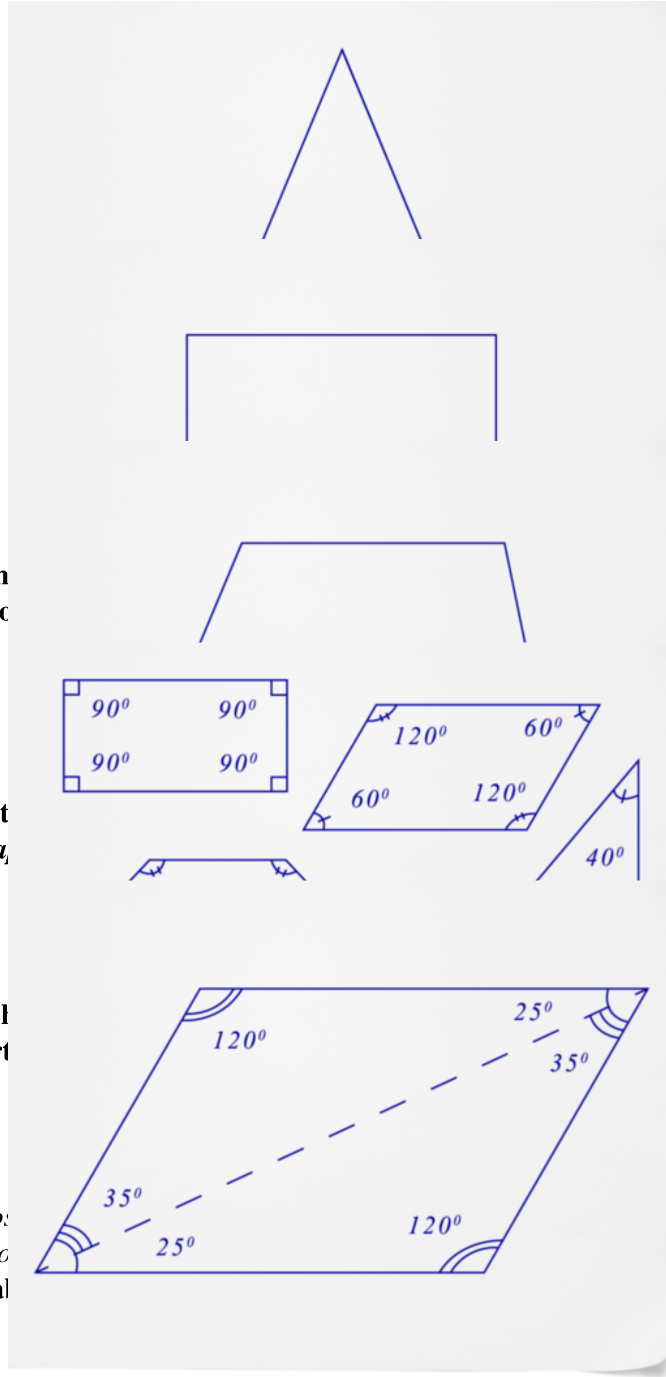
Cuando miras esta imagen, p ... os. También tienen la **misma longitud, lo que significa qu**

Existen tres tipos principal

Los paralelogramos pueden ... ueden ser un rectángulo, un cuadrado y un rombo.

Un *rectángulo* es un parale ... s opuestos son congruentes y paralelos. *Has estado vien ... s darte cuenta de que existen propiedades específicas que l*

Un *rombo* es un paralelogramo con cuatro lados congruentes, pero no necesariamente cuatro ángulos rectos. Un rombo puede lucir como un cuadrado, pero mientras que un cuadrado siempre es un rombo, un rombo no es necesariamente un cuadrado. Un rombo solo puede ser un cuadrado si posee cuatro ángulos rectos.



Un *cuadrado* también es un … **o y un rectángulo es que un cuadrado posee cuatro lado** … **aunque eso es lo mismo que tiene un rectángulo.**

Existe otro tipo de cuadrilát … **tipo especial de cuadrilátero. Se llama *trapezoide* . Un *tra*** … **s paralelos.**

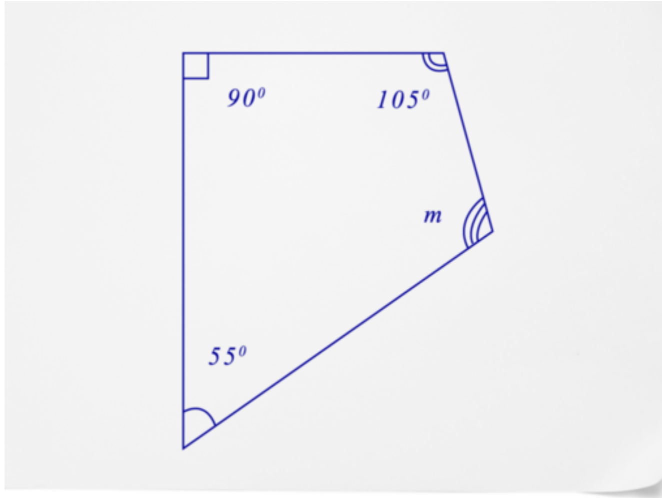
Un asunto importante que l … **tro ángulos siempre suman** $360°$ **. Esto es así sin import** …

Nota cuán diferentes son los … *rados de cerca, si sumas las medidas de los cuatro ángulo* … **adrilátero es realmente dos triángulos juntos. Como sa** … **180° .**

Este cuadrilátero se ha dividido en dos triángulos congruentes, cada uno con ángulos de $120°, 25°$ *, y* $35°$ *. Si sumamos estos ángulos, obtenemos la suma de* $180°$ *. Si regresamos y observamos el cuadrilátero completo, vemos que posee dos ángulos de* $120°$ *y dos ángulos de* $60° (25° + 35° = 60°)$ *. Cuando sumamos estos ángulos, obtenemos la suma de* $360°$ *:* $60° + 120° + 60 + 120° = 360°$ *. Esto será así sin importar lo que mida cada ángulo en el cuadrilátero.*

Podemos utilizar lo que sabemos sobre los cuadriláteros para analizarlos. Cuando analizamos cuadriláteros, podemos encontrar la medida de un ángulo o lado desconocido. Recuerda que una de las cosas más importantes que hay que saber sobre los cuadriláteros es que sus ángulos siempre suman $360°$ *. Esto quiere decir que si conocemos la medida de tres ángulos, podemos establecer una ecuación para resolver la medida del cuarto ángulo. Veamos cómo funciona esto.*

Encuentra la medida del ángulo desconocido en el cuadrilátero que se muestra a continuación.



Sabemos que los cuatro ángulos deben sumar 360° **, así que podemos sumar los cuatro ángulos, utilizando** m **para representar el ángulo desconocido.**

Al resolver m **, hemos encontrado que el cuarto ángulo mide** 110° **.**

Podemos comprobar nuestro análisis mediante la suma de los cuatro ángulos para ver si su total es 360° **.**

$55^\circ + 90^\circ + 105^\circ + 110^\circ = 360^\circ$

Nuestro cálculo fue correcto. Siempre podemos utilizar este método cuando nos brindan tres de cuatro ángulos en un cuadrilátero.

Muchas veces, podemos utilizar lo que sabemos de las propiedades de los cuadriláteros para encontrar medidas desconocidas sin tener que establecer una ecuación. Podemos utilizar simplemente el razonamiento para unir las piezas.

Identifica cada uno de los ángulos desconocidos.

Ejemplo A

$110^\circ, 110^\circ, 70^\circ, ?$

Solución:#38;#160; 70°

Ejemplo B

$90^\circ, 90^\circ, 90^\circ, ?$

Solución:#38;#160; 90°

Ejemplo C

$100^\circ, 100^\circ, 80^\circ, ?$

Solución:#38;#160; 80°

Ahora, volvamos al problema

Observemos nuevamente el c

Ahora, examinemos esta imagen. Podemos observar las cualidades que identifican este cuadrilátero. Nota que tiene dos lados paralelos. Los otros dos lados no son paralelos o congruentes. Con un par de lados paralelos, esta figura tiene que ser un trapezoide.

Vocabulario

Cuadrilátero
: *es cualquier figura que tenga cuatro lados.*

Trapezoide
: *es un cuadrilátero con un par de lados paralelos.*

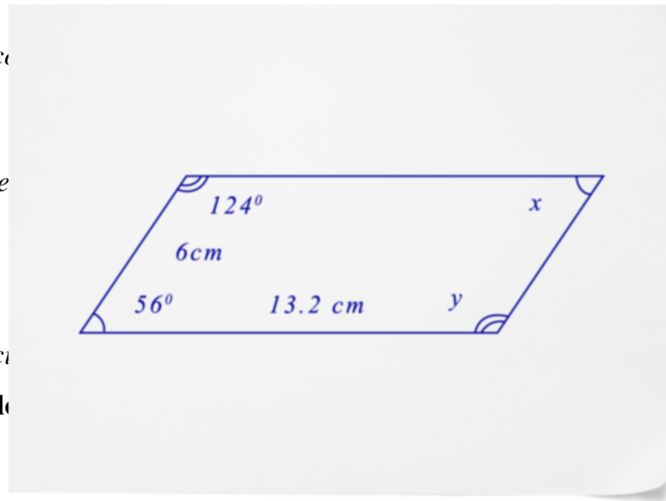
Paralelogramo
: *es un cuadrilátero con dos pares de lados opuestos que son congruentes y paralelos.*

Rombo
es un paralelogramo con cuatro lados congruentes.

Rectángulo
es un paralelogramo con lados opuestos congruentes y cuatro ángulos rectos.

Cuadrado
es un paralelogramo c

Congruente
significa "exactamente



Práctica Guiada

A continuación, hay un ejerci

Encuentra las medidas de l **stra a continuación.**

Solución

Esta vez, solo nos han dado las medidas de dos ángulos y necesitamos encontrar los otros dos. Primero, determinemos lo que sabemos de la figura. ¿Qué tipo de cuadrilátero es? Posee dos pares de lados paralelos, así que debe ser un paralelogramo. No tiene ángulos de 90° *, así que no es un rectángulo ni un cuadrado. Finalmente, las longitudes de los lados no son todas congruentes, así que no puede ser un rombo. Es un paralelogramo regular.*

Ahora, ¿qué sabemos de los ángulos de los paralelogramos? No solo suman , sino que tienen dos pares congruentes 360° **, sino que tienen dos pares congruentes.** *Los ángulos congruentes se oponen entre sí. Vuelve a observar la figura.*

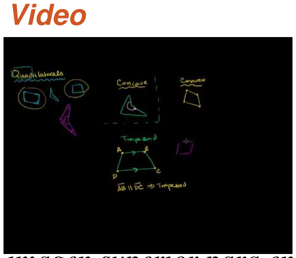
El ángulo x **se opone al ángulo de** 56° **. Por lo tanto, también debe medir** 56° **. El ángulo** y **se opone al ángulo** 124° **, por lo tanto, también debe medir** 124° **. Esto nos da dos pares de ángulos congruentes.**

Comprobemos para asegurarnos que estas son las medidas correctas mediante la suma de todos los ángulos para ver si miden un total de 360° **.**

$124^\circ + 124^\circ + 56^\circ + 56^\circ = 360^\circ$

Lo hacen, así que nuestra respuesta es correcta.

Revisión en Video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/57640

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Khan Academy Overview of Quadrilaterals

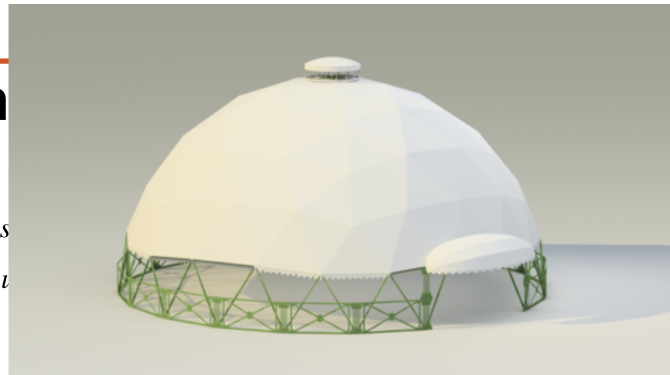
**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Utiliza lo que has aprendido sobre los cuadriláteros para encontrar la medida del ángulo desconocido de cada cuadrilátero, basándote en los tres ángulos dados.

1. $120^\circ, 120^\circ, 60^\circ, ?$
2. $50^\circ, 70^\circ, 130^\circ, ?$
3. $52^\circ, 128^\circ, 52^\circ, ?$
4. $47^\circ, 55^\circ, 120^\circ, ?$
5. $80^\circ, 80^\circ, 100^\circ, ?$
6. $105^\circ, 105^\circ, 85^\circ, ?$
7. $97^\circ, 97^\circ, 35^\circ, ?$
8. $120^\circ, 120^\circ, 40^\circ, ?$
9. $88^\circ, 90^\circ, 60^\circ, ?$
10. $25^\circ, 85^\circ, 85^\circ, ?$
11. $90^\circ, 90^\circ, 90^\circ, ?$
12. $140^\circ, 150^\circ, 45^\circ, ?$
13. $80^\circ, 80^\circ, 120^\circ, ?$
14. $75^\circ, 95^\circ, 110^\circ, ?$
15. $80^\circ, 50^\circ, 95^\circ, ?$

6.9 Iden



En esta sección, identificarás

¿Has oído alguna vez sobre u

"Voy a diseñar una casa en la que nadie ha pensado nunca antes", dijo Dylan durante la clase del martes de la Sra. Patterson.

"¿Qué quieres decir?" preguntó Kelsey.

"Un domo hecho de triángulos. ¿Qué te parece esa idea" dijo Dylan con una sonrisa de oreja a oreja.

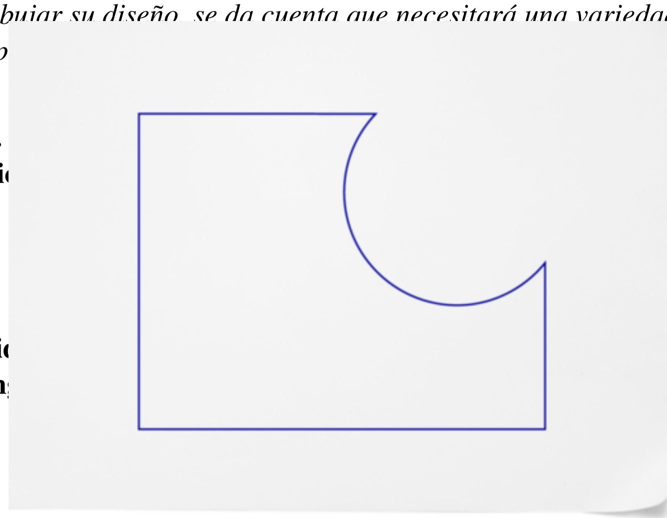
"Es genial", acepta Kelsey, "pero ya existe. Se llama domo geodésico".

Dylan miró a Kelsey mientras ella abría un libro y le mostraba la página exacta donde había información sobre el domo geodésico. Dylan se encogió de hombros.

"Bueno, lo voy a hacer de todas formas", dijo.

Dylan comenzó a explorar el domo geodésico. Se dio cuenta de que el domo promedio se construye con triángulos isósceles. En estos triángulos, al igual que en todos los triángulos, las medidas de los ángulos suman 180° *. Dylan quiere construir un domo geodésico.*

A medida que comienza a dibujar su diseño, se da cuenta que necesitará una variedad de hexágonos y pentágonos. Dylan está confundido. No p *y cuantos grados debe tener cada pentágono.*



Aquí es donde apareces tú. **no, serás capaz de ayudar a Dylan con su domo geodési**

Orientación

Los ***polígonos*** **son figuras bi** **gura con bordes extendidos, como un triángulo o rectán** *vo o se encuentra abierta, no es un polígono.*

Esta es una figura que no es un polígono

Los polígonos tienen propiedades especiales que determinan las relaciones de sus ángulos y lados. Por ejemplo, el número de lados que tiene un polígono se relaciona con el número de ángulos que posee y, por lo tanto, determina la suma de sus ángulos.

Ahora que podemos distinguir a los polígonos de otras figuras, analicémoslos más detenidamente. En general, existen dos tipos de polígonos: polígonos regulares y polígonos irregulares.

Los ***polígonos regulares*** **poseen lados y ángulos congruentes.** *No importa cuántos lados y ángulos tengan. Mientras que los lados sean congruentes y los ángulos también lo sean, la figura es un polígono regular.*

Los ***Ipolígonos irregulares*** **,** … **poseen lados y ángulos congruentes.** *Aún son polígono* … *implemente tienen diferentes longitudes.*

Aquí se muestran dos hexágonos. El primero es un hexágono regular. Puedes ver que todas las longitudes de los lados y las medidas de los ángulos son congruentes. La segunda figura es todavía un hexágono, pero es un hexágono irregular. Si bien tiene seis lados, posee diferentes longitudes de lado y medidas de ángulos.

Si bien podamos tener diferentes triángulos y diferentes cuadriláteros, también podemos tener diferentes tipos de polígonos aparte de los regulares e irregulares. Podemos identificar más polígonos de acuerdo al número de lados que poseen. El hexágono (6 lados) es un ejemplo de uno de estos tipos de polígonos. Otros ejemplos incluyen triángulos, pentágonos, octágonos y decágonos. Observemos en mayor detalle los tipos diferentes de polígonos.

Podemos distinguir entre diferentes tipos de polígonos de acuerdo al número de lados que poseen. Esta es la forma en la que podemos nombrar al polígono. También podemos observar las diferentes características de cada tipo de polígono. Podemos ver el número de lados, el número de diagonales que se pueden dibujar en la figura, el número de triángulos en el polígono y la suma de las medidas de los ángulos.

La forma más fácil de abordar esto es a través del uso de una tabla. Comencemos por nombrar polígonos, observar imágenes de polígonos, examinar el número de ángulos y lados, y la suma de los ángulos internos (dentro).

TABLE 6.1:

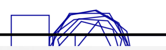
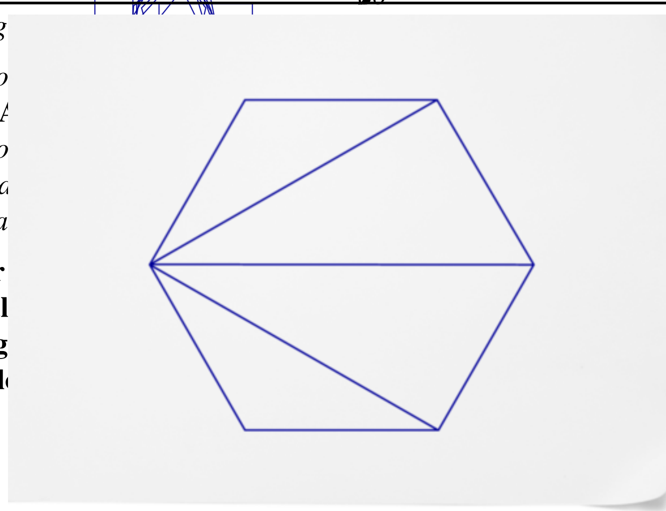
Nombre del Polígono	Polígono	Número de Ángulos y Lados	Suma de los Ángulos Interiores
[illegible]/cuadrado		[illegible]	[illegible]°

**tabla disponible solo en ing*



Puedes ver que los polígono … ***"poli"*** **-significa "muchos" y-** ***gon*** **significa "ángulo."** … *hora, mira el nombre para la forma que tiene ocho ángulo* … *gnifica "ocho." Una octava, por ejemplo, es una combina* … *"cinco," así que esta es una forma con cinco ángulos y la*

Una cosa que se debe notar … **dos en diagonales. Podemos encontrar cuántas diagonal** … **que la suma de las medidas de los ángulos de un triáng** … **ión para encontrar la suma de las medidas de los ángul**

Observemos esta situación.

Nota que este hexágono ha sido dividido utilizando diagonales. Hay tres diagonales en el hexágono, lo que crea cuatro triángulos. Cada uno de estos triángulos tiene una suma interior de 180° **, así que podemos multiplicar** 180×4 **para encontrar la suma de los grados dentro de un hexágono.**

$180 \times 4 = 720^\circ$

Esta es la respuesta y puedes ver cómo esto corresponde al número de grados en la tabla.

Podemos aplicar esta información a cualquiera de los polígonos. Simplemente divide el polígono en triángulos y multiplica el número de triángulos por 180.

También podemos usar una fórmula para encontrar la suma de los ángulos internos de un polígono. *Saber el total es útil, porque muchas veces podemos usarlo para encontrar la medida de un ángulo particular en el polígono. Recuerda que en un polígono regular todos los ángulos son congruentes. Podemos encontrar el ángulo de todos ellos, si sabemos el total de la suma y la cantidad de ángulos que hay.*

Como hemos visto, podemos encontrar el número total de grados en un polígono mediante el uso de triángulos. La fórmula resume esto de buena manera y nos brinda un atajo:

$(n-2) \times 180^\circ$

La letra n representa el número de ángulos (o lados) en el polígono. En otras palabras, restamos 2 al número de ángulos y luego multiplicamos por 180. Piensa en los polígonos diferentes, el número de triángulos en un polígono siempre es de 2 menos que el número de lados. La fórmula simplemente nos da un atajo para encontrar el número de triángulos en el polígono. Tras esto, como sabemos, multiplicamos por 180° .

Encuentra la suma de los ángulos de un hexágono.

Primero, cuenta el número de ángulos o lados. Este polígono posee 6 lados y seis ángulos. Reemplazaremos 6 por n en la fórmula y resolveremos.

La fórmula nos dice que un hexágono  **multiplicamos por** 180° **, encontramos que la suma de los ángulos internos de** **erto para cualquier hexágono, regular o irregular.**

Escribe esta fórmula en tu cuaderno.

Encuentra la suma de las medidas de los ángulos en cada polígono.

Ejemplo A

Nonágono

Solución:#38;#160; 1260°

Ejemplo B

Heptágono

Solución:#38;#160; 900°

Ejemplo C

Pentágono

Solución:#38;#160; 540°

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

Encontremos la solución al problema. Comencemos con los hexágonos.

Sabemos que hay seis triángulos en un hexágono. Sabemos que la suma de las medidas de los ángulos de un triángulo es 180° *. Sin embargo, tenemos que considerar el número de lados. Podemos usar la siguiente fórmula para ayudarnos. La letra n representa el número de lados.*

Ahora, observemos el pentágono. *El pentágono se compone de 5 triángulos. Sabemos que la suma de las medidas de los ángulos de cada triángulo es* 180° . *Podemos utilizar la misma fórmula que usamos para el hexágono.*

Vocabulario

Polígono
: *es una figura cerrada simple hecha de segmentos de recta.*

Polígono Regular
: *es un polígono con todos los lados congruentes y todos los ángulos congruentes.*

Polígono Irregular
: *es un polígono en el que no todos los lados son congruentes, pero todas las medidas de los ángulos son congruentes.*

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

¿Cuál es la medida de cada ángulo en un octágono regular?

Solución

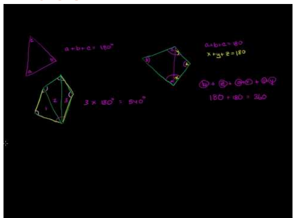
Si es un octágono regular, todos los ángulos son congruentes. Necesitamos encontrar el número total de grados en un octágono y luego dividir por 8, ya que un octágono tiene 8 ángulos. Utilicemos la fórmula para encontrar el total de ángulos.

Los 8 ángulos en un octágono tienen que sumar $1,080^\circ$. *Comprueba tu tabla para estar seguros. Ahora que sabemos el total, dividimos por 8 para encontrar la medida de cada ángulo.*

$1,080^\circ \div 8 = 135^\circ$

Cada ángulo en un octágono regular, sin importan cuán grande o pequeño sea, siempre mide 135° **.**

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

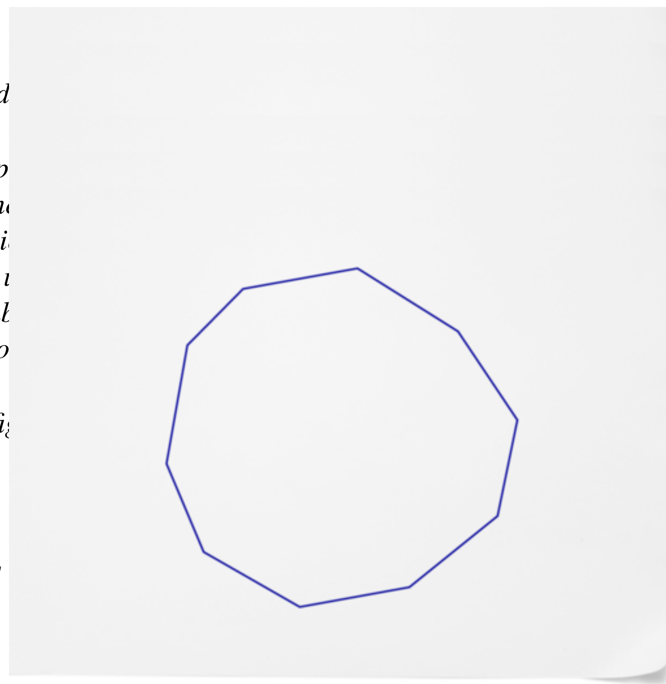
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5547

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Interior Angles of Polygons

**video disponible solo en inglés*

Práctica



Instrucciones: Responde verdad … rregulares.

1. *Todos los ángulos de un p*
2. *Un hexágono regular tien*
3. *Un pentágono irregular ti*
4. *Un polígono irregular es u*
5. *Un triángulo regular tamb*
6. *Todas las longitudes de lo*

Instrucciones: Identifica cada fi … el tipo de polígono que es.

7.
8.
9. *Una figura de ocho lados*
10.
11.
12.

Instrucciones: Utiliza la fórmula $(n-2)\times 180$ *para encontrar la suma de las medidas de los ángulos de cada polígono.*

13. *Hexágono regular*
14. *Octágono regular*
15. *Triángulo*
16. *Trapezoide*
17. *Decágono*

6.10 Re... onos Congru-ent...

En esta sección, reconocerás

¿Has construido alguna vez

Luego de hacer toda su búsqueda y dibujar un diseño, Dylan empezó a trabajar en la construcción de su domo geodésico. Decidió utilizar una combinación de tubos de periódicos enrollados y cinta adhesiva. Enrollo tubos de periódicos, creó triángulos con cinta adhesiva y luego trabajo para unirlos.

"No se ve bien', comentó la hermana de Dylan, Sarah, mientras él juntaba toda la estructura en la sala de estar.

"¿Qué quieres decir?" preguntó Dylan mientras arrancaba otro pedazo de cinta adhesiva.

"Está torcido y creo que colapsará".

"No sabes nada", espetó Dylan dándole la espalda a su hermana.

Sin embargo, cuando Dylan iba a unir los triángulos, la estructura comenzó a colapsar. Su hermana regresó a la habitación.

"¿Puedo ayudar?", preguntó.

"Quizá".

"¿Son congruentes los triángulos?", preguntó Sarah.

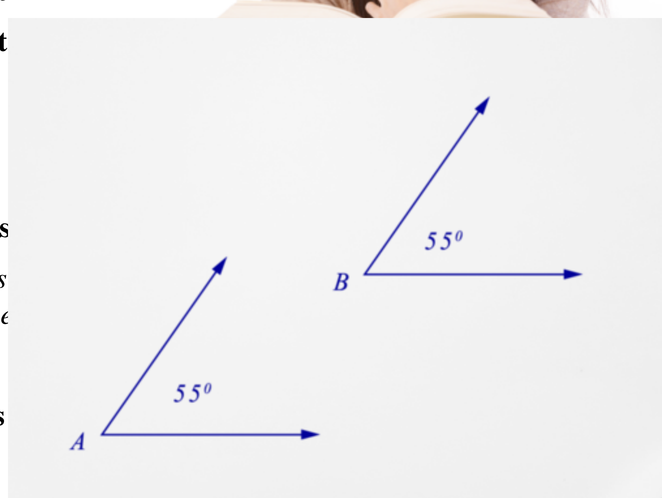
"¿Congruentes?", Dylan tuvo que pensar en eso. ¿Qué significaría si los triángulos no fueran congruentes? ¿Qué significa "congruente ... **ngruente o no?**

En esta sección, aprenderás ... **leterminarla.**

Orientación

¿Qué significa cuando deci ... *todos los problemas de esta Sección, primero tendrás que*

***Congruente* significa "exact**



Sí, pero también incluye los

Cuando tenemos dos figuras ... *medida, podemos decir que estas dos figuras son congrue*

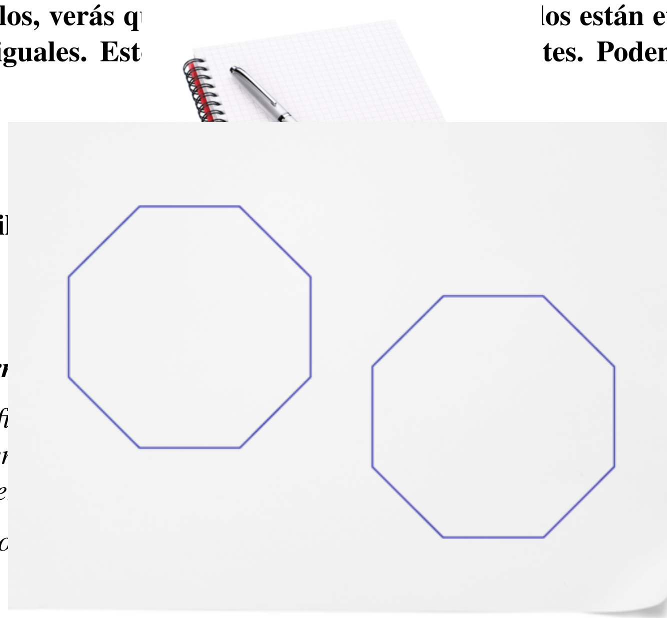
Observemos esta situación.

¿Son congruentes estos dos

Si observas estos dos ángulos, verás q **los están etiquetados de esa forma, así que podemos ver que son iguales. Est** **tes. Podemos decir que el ángulo** A **es congruente al ángulo** B **.**

$\angle A \cong \angle B$

Esta es la forma en la que **ando notación matemática. Fíjate en el símbolo que util**



Ahora, escribe en tu cuaderr

Así como dijimos que dos fi *odemos utilizar esto cuando observamos los tipos diferer* *olígonos: congruentes y no congruentes. Veamos si pode*

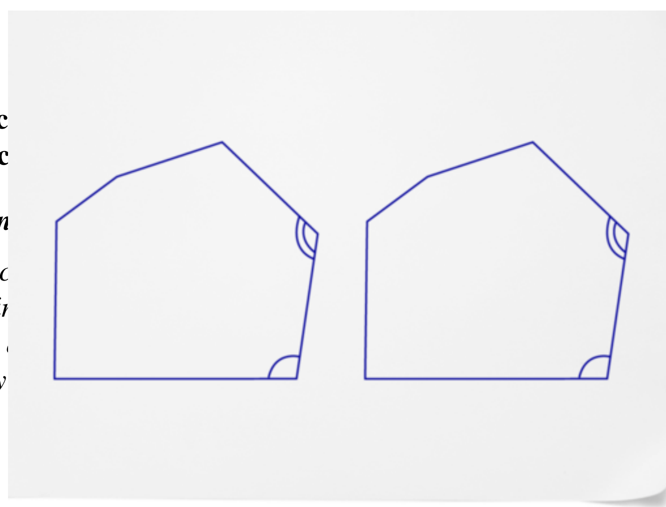
¿Son congruentes estos dos c

Observa estos dos octágonos. Son exactamente iguales en todo aspecto. Puedes ver que si ponemos un octágono sobre el otro coincidirán perfectamente. Las longitudes de los lados son congruentes y las medidas de los ángulos también lo son. ***Si dos polígonos son congruentes, entonces es un hecho que las longitudes de los lados y las medidas de los ángulos también son congruentes.***

Ahora que ya sabes cómo identificar si dos figuras son o no son congruentes, podemos centrarnos en encontrar partes y ángulos congruentes. Primero, pensemos nuevamente en las cuatro características de los polígonos congruentes.

Los Polígonos Congruentes tienen:

1. **El mismo tamaño**
2. **La misma forma**
3. **Medidas de ángulos c**
4. **Longitudes de lados c**



Asegúrate de escribir estas n

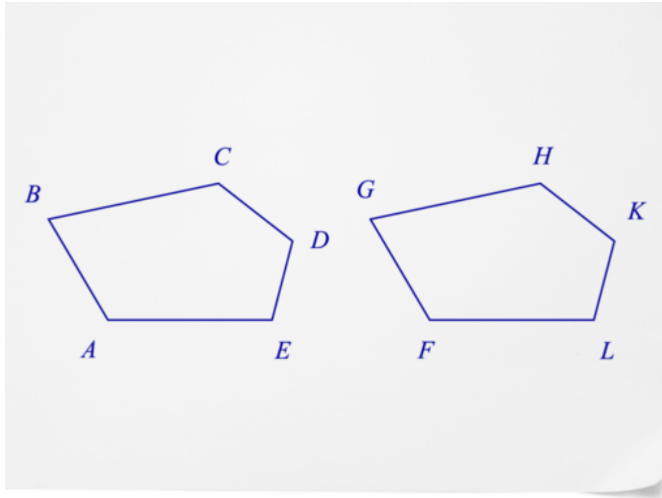
Las dos últimas característic *los figuras congruentes, pero todas las medidas de los án* *, si tuvieras dos hexágonos congruentes irregulares, eso* *dos hexágonos. Sin embargo, son congruentes, así que hay*

Observa estas figuras.

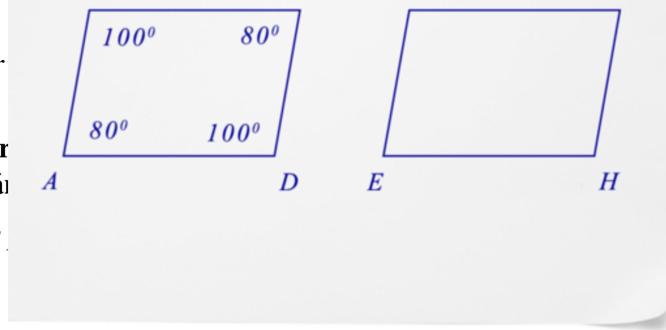
Aquí se muestran dos hexágonos. Son irregulares, lo que significa que todas las longitudes de sus lados y los ángulos no son iguales. Sin embargo, son congruentes. Puedes ver que uno coincide con el otro. Debido a esto, tenemos ángulos correspondientes que se conectan con cada ángulo desde el primer hexágono hasta el segundo.

Podemos identificar las ***partes correspondientes*** **de las figuras congruentes. Las partes correspondientes pueden incluir longitudes de lado y medidas de ángulos. Cuando dos figuras son congruentes, entonces existen partes correspondientes.**

Nombra cada par de longitudes de lados correspondientes para estas figuras congruentes.



Ahora, observemos estos dos pentágonos congruentes. *Para nombrar los lados correspondientes, nombramos los lados que coinciden de un pentágono a otro. A continuación, se muestran los lados correspondientes y cómo podemos escribirlos utilizando notación matemática.*



También podemos observar **tes. Cuando dos figuras son congruentes, entonces los á**

Utiliza las siguientes figuras

Ejemplo A

¿Cuál es la medida del ángulo F?

Solución: 100°

Ejemplo B

¿A qué otros dos ángulos es congruente el ángulo D?

Solución: F y H

Ejemplo C

¿Cuál es la medida del ángulo G?

Solución: 80°

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

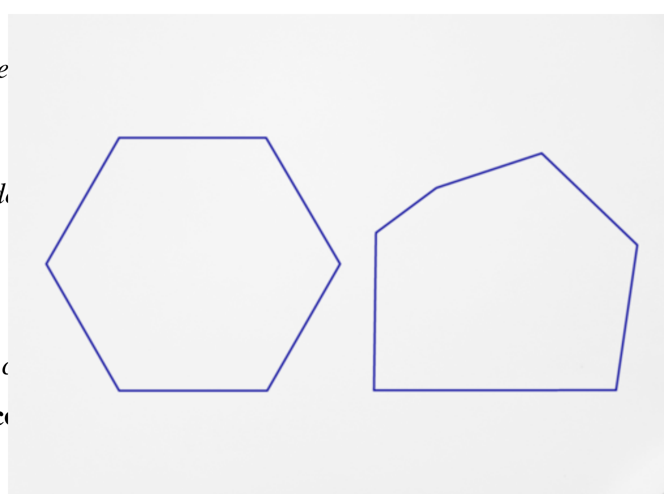
Primero, pensemos en lo que significa la palabra "congruente". Congruente significa "exactamente lo mismo". Para que un objeto sea congruente, las longitudes de los lados deben ser iguales. Los triángulos en el domo geodésico tienen que ser congruentes para que se logre mantener en pie. Debido a que el triángulo es una estructura que está bien equilibrada para ayudar con la estructura y la seguridad, se utilizan en todo tipo de construcciones, como techos y puentes.

Dylan puede probar la congruencia de sus triángulos, porque puede ver que las longitudes de los lados son iguales.

Vocabulario

Congruente
significa "exactamente .

Partes correspondientes
son partes que coincid



Práctica Guiada

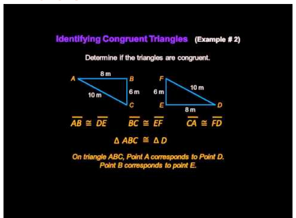
son partes que coinciden en c

¿Son estos dos hexágonos c

Solución

Estas dos figuras son hexágonos, pero son hexágonos diferentes. Uno es un hexágono regular, en donde todos los lados son congruentes, y el otro es irregular. El hexágono irregular posee seis lados, pero tienen longitudes diferentes, etc. Estos dos hexágonos no son congruentes.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/59820

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

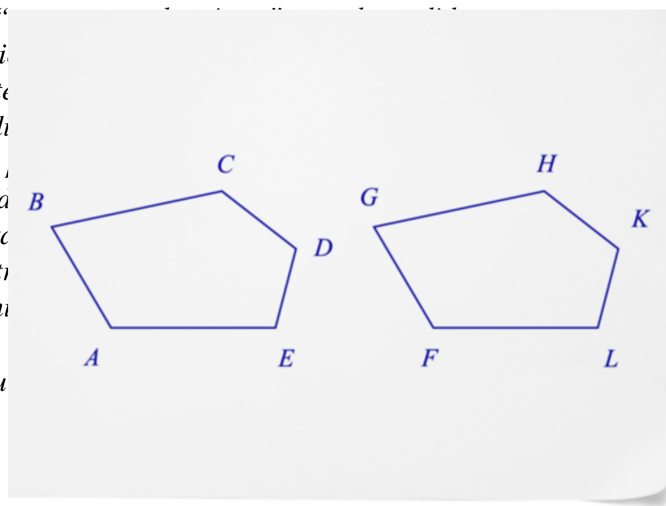
Congruent Figures

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Responde verdadero o falso.

1. *Congruente significa que una figura tiene las mismas longitudes de lados, pero no las mismas medidas de ángulos.*
2. *Congruente significa “*
3. *Similar significa que ti*
4. *Dos figuras congruent*
5. *Las partes correspondi*
6. *Necesitas entender las* *i dos figuras son congruentes.*
7. *Puedes determinar si d* *edidas.*
8. *Las figuras similares to*
9. *Si dos triángulos son tr* *gruentes.*
10. *Si dos cuadriláteros m*



Instrucciones: Las dos figu *ración para responder cada pregunta.*

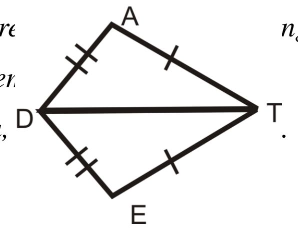
11. *Si el ángulo B mide* $75°$ *, ¿qué otro ángulo mide lo mismo?*
12. *Si el ángulo F mide* $120°$ *, ¿qué otro ángulo mide lo mismo?*
13. *Verdadero o Falso. El ángulo E y el ángulo K miden lo mismo.*
14. *Verdadero o Falso. El ángulo C y el ángulo H miden lo mismo.*
15. *Nombra esta figura.*

6.11 Identificar y Aplicar Teoremas a la Congruencia de Triángulos

En esta sección, identificarás y aplicarás teore *ngruencia de triángulos.*

¿Has hecho alguna vez un volantín? Observen

Justin quiere hacer un volantín. Como ayuda, *.*



Justin necesita asegurarse de que cada triángulo es congruente. Sabe que hay una forma para hacer esto, pero no puede recordar cómo se hace.

Pon atención y esta Sección te enseñará lo que necesitas saber para determinar si los triángulos de Justin son congruentes o no.

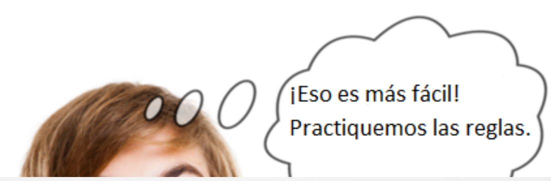
Orientación

Puedes identificar los lados y ángulos congruentes de polígonos y utilizar eso para determinar la congruencia.

Si los lados y los ángulos de dos polígonos cualquiera son congruentes, entonces sabemos que los dos polígonos también son congruentes.

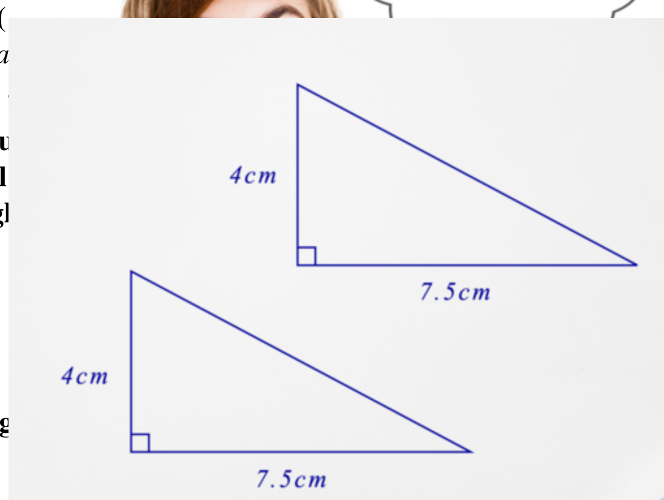
También podemos trabajar con triángulos, ya que, después de todo, un triángulo también es un polígono. Los triángulos son únicos, porque existen pocas reglas que podemos utilizar para ayudarnos a identificar si dos triángulos son o no son congruentes. Notarás que si aprendiste estas reglas, entonces no tendrás que comparar cada ángulo y cada lado para determinar si dos triángulos son o no son congruentes.

La primera regla representa la relación lado-lado-lado o *LLL* . *Declara que si cada uno de los tres lados de un triángulo es congruente a un lado en un segundo triángulo, entonces los dos triángulos son congruentes. No necesitamos comprobar los á... una relación fija con su lado opuesto. Mientras más anch... to. Si sabemos que los lados son congruentes, entonces sa...*



La segunda regla dice que ... este son congruentes a un ángulo y los lados adyacente... entes. Esto recibe el nombre de regla lado-ángulo-lado (*...gurarnos de que un ángulo y dos lados son congruentes pa... entes. Sin embargo, recuerda que el ángulo que utilices se ...*

La tercera regla nos dice qu... ntra entre ellos son congruentes a los dos ángulos y el ... gulo, los dos triángulos son congruentes. Esta es la regl... *congruencia solo conociendo dos ángulos y un lado.*



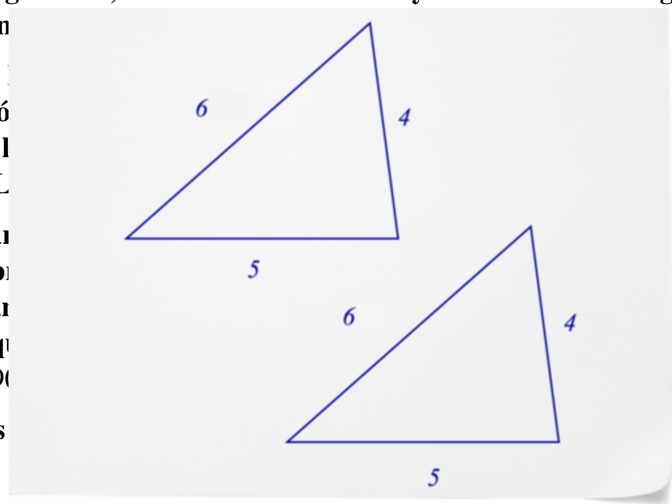
¿Son congruentes los triáng...

Ahora, comencemos por observar los triángulos y buscar la información dada. Sabemos que necesitamos tres medidas de lado para la regla LLL; o dos medidas de lado y una medida de ángulo para la regla LAL; o la medida de dos ángulos y un

Sabemos que dos pares de **o mide 4 centímetros. Esto no es suficiente informació** **gruentes, porque los lados podrían estar ubicados en l** **comprobar la congruencia? No podemos usar la regla L** **s.**

Sin embargo, podemos usa **el ángulo se debe encontrar entre los dos lados. En el p** **gulo recto, así que sabemos que mide** 90° **. ¿Tiene ta** **o que sí, y el ángulo recto se encuentra entre lados q** **AL, podemos comparar los triángulos: 7,5 cm (lado), 9** **gruentes.**

¿Son congruentes estos dos



Ahora, tenemos dos triángulos con longitudes de lados determinadas. Podemos ver que estos dos triángulos son congruentes, porque las longitudes de sus lados son congruentes. Las longitudes de los lados de ambos triángulos están etiquetadas y podemos comprobar que son congruentes mediante la aplicación de la regla LLL.

Puedes ver cuán útiles son estas reglas cuando pensamos en triángulos y su congruencia.

Nombra el teorema que podrías usar para comprobar la congruencia del triángulo, basándote en cada descripción.

Ejemplo A

Te han brindado dos longitudes de lados y una medida de ángulo.

Solución: LAL

Ejemplo B

Te han brindado dos medidas de ángulos y una de longitud de lado.

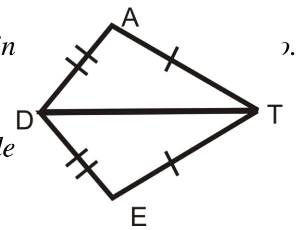
Solución: ALA

Ejemplo C

Te han brindado tres longitudes de lados y nin *.*

Solución: LLL

Ahora, volvamos al problema del comienzo de



A continuación, se muestra el plano que dibujo Justin para su volantín.

Pensemos qué teorema podemos utilizar para comprobar que los dos triángulos son congruentes. Estos triángulos comparten un lado, así que sabemos que ese lado es congruente en ambos triángulos. Las marcas muestran que los otros dos lados también son congruentes.

Podemos decir que el teorema LLL prueba que estos triángulos son congruentes.

Vocabulario

Congruente
: *significa "exactamente lo mismo", que tienen el mismo tamaño, forma y medida.*

Partes Correspondientes
: *son partes que coinciden en cada una de las dos figuras que son congruentes.*

LLL
: *determina la congruencia de dos triángulos mediante la comparación de tres longitudes de sus lados.*

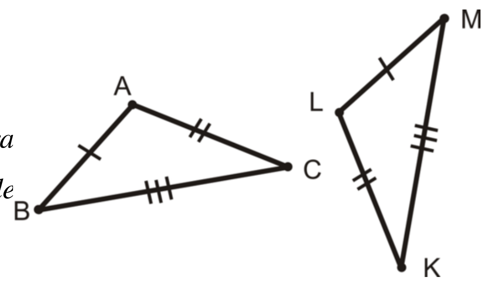
LAL
: *determina la congruencia de dos triángulos mediante la comparación de las medidas de dos lados y un ángulo.*

ALA
: *determina la congruencia de dos triángulos mediante la comparación de las medidas de dos ángulos y un lado.*

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para

Utiliza esta ilustración para responde



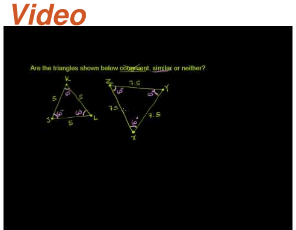
¿Qué teorema podrías utilizar para comprobar que estos triángulos son congruentes? Argumenta.

Solución

Primero, fíjate que no nos han dado ninguna medida de ángulos o ninguna longitud de lado específica. Sin embargo, las marcas muestran que las longitudes de lados en el triángulo ABC poseen una longitud de lado correspondiente que mide lo mismo que en el ángulo LKM.

Por lo tanto, podemos utilizar el teorema LLL para comprobar que estos triángulos son congruentes.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5434

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Congruent and Similar Triangles

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Utiliza la información dada para declarar la congruencia en cada caso.

$\Delta ABC \cong \Delta DEF$

1. $\angle A \cong$ _____
2. $\angle B \cong$ _____
3. $\angle C \cong$ _____
4. $\overline{AB} \cong$ _____
5. $\overline{BC} \cong$ _____
6. $\overline{AC} \cong$ _____
7. *Si el segmento de recta AC tiene una longitud de 8, ¿qué otro segmento mide lo mismo?*
8. *Si el ángulo A mide* 55° *, ¿qué otro ángulo mide lo mismo* 55° *?*
9. *Si el ángulo B mide* 45° *, ¿qué otro ángulo tiene una medida congruente a esta?*
10. *Si estos dos triángulos son congruentes, ¿son iguales las longitudes de sus lados y las medidas de sus ángulos?*
11. *¿Lucirían iguales estos dos triángulos?*
12. *¿Cuáles serían las dos letras que representarían el vértice de cada triángulo?*

Instrucciones: *Nombra el teorema que comprobaría mejor la congruencia de triángulos, basándote en cada descripción.*

13. *Tres longitudes de lados: 6, 5 y 4 pulgadas.*
14. *Una medida de ángulo y dos longitudes de lado.*
15. *Dos medidas de ángulos y una longitud de lado.*

6.12 Recono

En esta sección, reconocerás reflexiones *reflexión.*

¿Has estado alguna vez en el campo? O

Kevin y su hermana Kim fueron a visitar a su tía abuela al campo. En el camino, Kevin y Kim disfrutaron mirando el paisaje. Era muy diferente al de su casa en la ciudad. Al doblar por el camino que llevaba al campo, Kim se quedó sin aliento al ver la hermosa calle que tenía árboles a ambos lados.

"Mira la simetría. Es una reflexión perfecta", dijo.

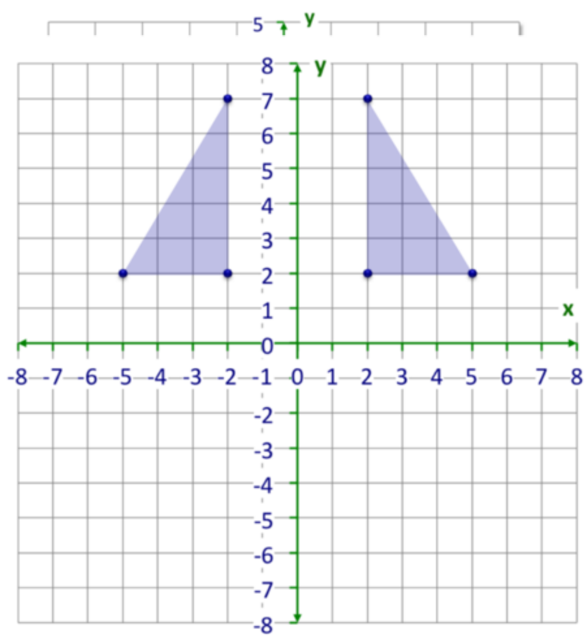
¿Sabes a lo que se refiere?

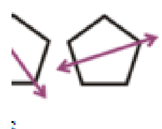
Esta Sección te ayudará a entender las reflexiones y la simetría.

Orientación

Vamos a crear fi ***transformacion***
se mueve. Un ti

Podemos observ





También podemos encontrar

Para entender las transforma ***o cartesiano*** *. Examinamos y hacemos reflexiones en el pla* **n de espacio bidimensional. Tiene un eje horizontal, lla**

Podemos graficar y despla *ontinuación, se muestra una imagen del plano cartesiano.*

Cuando trabajamos con refle *esiano. Observa lo siguiente.*

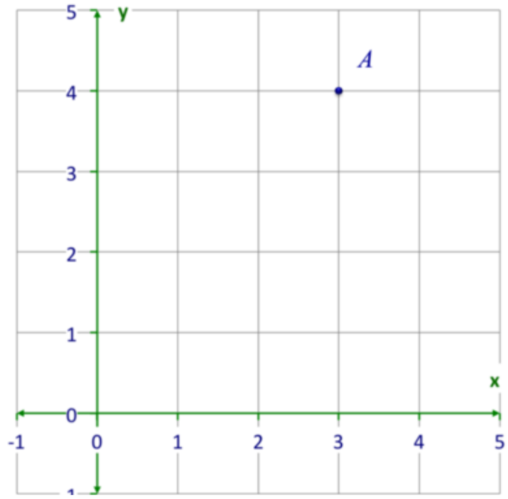
Aquí tenemos dos triángulos rectángulos. Podemos decir que se reflejan sobre el eje $y-$ porque el eje $y-$ está actuando como un espejo para los dos triángulos. Esto recibe el nombre de ***recta de reflexión*** *, porque el eje $y-$ está haciendo la reflexión. Imagínate parado en frente de un espejo con tu mano izquierda levantada. ¿Dónde está tu mano en el reflejo del espejo? Una figura reflectada funciona de la misma forma; cuando la volteamos sobre la recta de reflexión, todos sus puntos se invierte.*

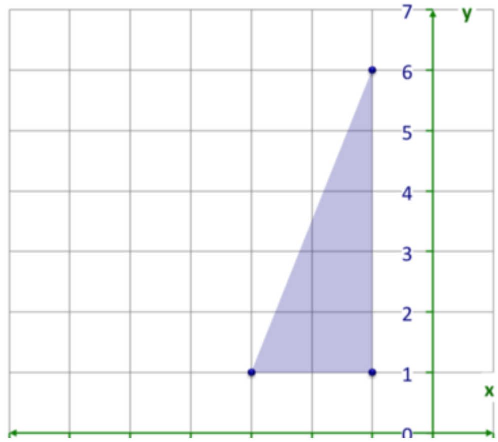
Podemos reflejar una imagen sobre el eje $x-$ o sobre el eje $y-$.

Podemos dibujar reflexiones sobre el plano cartesiano y también podemos anotar las reflexiones que dibujamos mediante el uso de un elemento llamado ***notación de coordenadas.***

Recuerda cuando trazaste puntos sobre el plano cartesiano.

Observa cómo se hace esto.





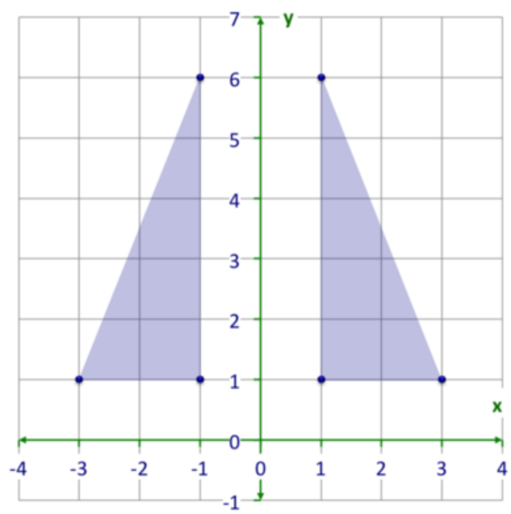
Aquí, el punto A **está trazad** *o trazado. También podemos anotar ese punto. Para hac dos. Escribimos primero la coordenada* $x-$ *y luego la co*

Punto $A = (3,4)$

Esto es un ejemplo de notac

Cuando se dibuja una figura oordenadas para describir la figura dibujada. Si dibujamo nados para representar cada vértice que se ha dibujado.

Observa lo siguiente.



Este triángulo tiene tres vé

(-1, 1)

(-3, 1)

(-1, 6)

¿Qué pasaría si reflejáramo

Si lo hiciéramos, entonces l vemos esta reflexión y examinemos las coordenadas nuev atrón.

El triángulo reflejado tiene las siguientes coordenadas como vértices.

(1, 1)

(3, 1)

(1, 6)

¿Observas algún patrón?

Si miras con cuidado, verás q  *quellas del primer triángulo. Esta es una regla que te ayud*

Escribe estas dos reglas en tu cuaderno.

Ahora que conoces las dos reglas para encontrar las coordenadas de una figura reflejada sobre el plano cartesiano, puedes usar estas reglas para encontrar nuevas reflexiones sin importar si te han dado o no una imagen.

Ejemplo A

Define reflexión.

Solución: Una reflexión es una imagen d

Ejemplo B

¿Es este un ejemplo de reflexión?

Solución: Sí, porque la figura se puede **incida perfectamente con el otro.**

Ejemplo C

¿Es este un ejemplo de reflexión?

Solución: No, porque hay imágenes es **se reflejarían si se dividiera la imagen.**

Ahora, volvamos al problema del comie

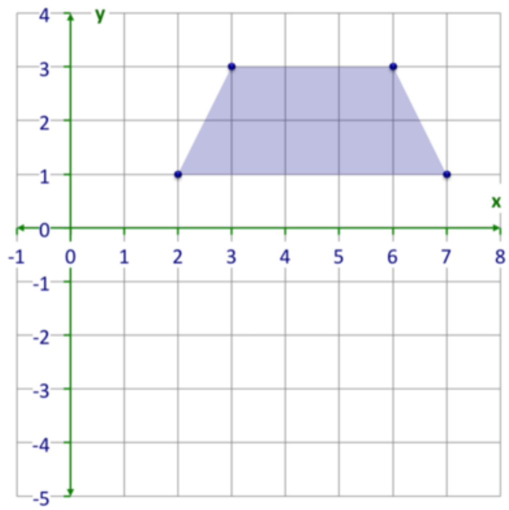
Kim dijo lo que dijo porque un lado de la calle es una reflexión perfecta del otro lado de la calle. En otras palabras, un lado coincide con el otro lado. Podrías dibujar una recta justo sobre el centro de la calle, separando el lado derecho del izquierdo, y entonces la reflexión sería perfecta.

Vocabulario

Transformación
: *es una forma de cambiar o desplazar una figura geométrica sobre un plano cartesiano.*

Plano Cartesiano
: *es una representación de espacio bidimensional con un eje $x-$, un eje $y-$ y unas coordenadas.*

Reflexión

es una transformación 

na figura en el espejo.

Recta de Reflexión

es el eje x o y− , el cuc *ːsiano.*

Notación de Coordenadas

es el uso de pares orde *l plano cartesiano.*

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejerci

¿Cuáles serían las coordenac

Solución

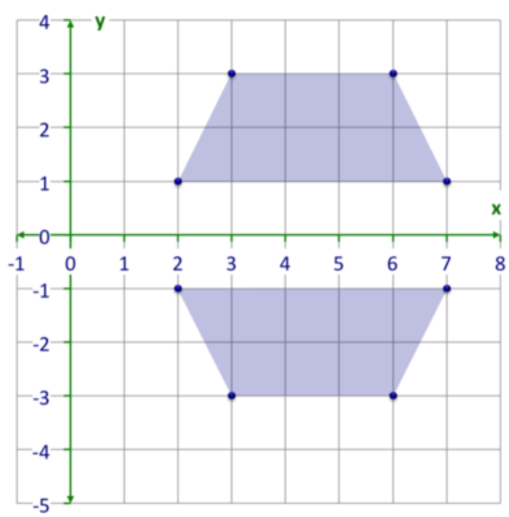
Primero, podemos observar esta figura y anotar las coordenadas de este trapezoide.

(2, 1)

(7, 1)

(3, 3)

(6, 3)

Luego, podemos utilizar la re 

le reflejado. Vamos a reflejar este trapezoide sobre el eje x *uesto y la coordenada x− se mantendrá igual. A continua*

(2, -1)

(7, -1)

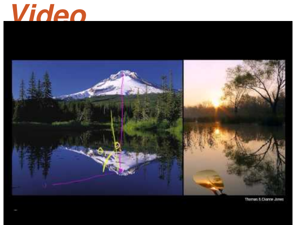
(3, -3)

(6, -3)

Ahora, podemos graficar el

Puedes ver que el eje x− forma una recta de reflexión, de forma que un trapezoide se trasforma en la imagen reflejada del otro trapezoide.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/59815

Haz clic en la *contrar más información*

Khan Academy Reflections

**video disponible solo en inglés*

Práctica

<u>Instrucciones:</u> *Define los siguientes términos.*

1. *Reflexión*
2. *Plano Cartesiano*
3. *Eje* $\underline{x-}$
4. *Eje* $\underline{y-}$

<u>Instrucciones:</u> *Escribe cada grupo de coordenadas para una reflexión de cada figura sobre el eje* $x-$.

5. *(1,3) (2,5) (3, 2)*
6. *(2, 1) (5, 1) (2, 4)*
7. *(-1, 1) (-1, 3) (-4, 1)*
8. *(1, 2) (1, 5) (5, 2) (5, 5)*
9. *(1, 2) (6, 1) (6, 3) (2, 3)*
10. *(-1, 3) (-3, 1) (-5, 1) (-4, 6)*

<u>Instrucciones:</u> *Escribe una nueva serie de coordenadas para una figura reflejada sobre el eje* $y-$.

11. *(1, 3) (2, 5) (3, 2)*
12. *(-1, 1) (-1, 3) (-4, 1)*
13. *(2, 1) (5, 1) (2, 4)*
14. *(1, 2) (1, 5) (5, 2) (5, 5)*
15. *(-1, 3) (-3, 1) (-5, 1) (-4, 6)*

6.13 Ide … s

En esta sección, identificarás …

¿Has tratado alguna vez de e … emente involucraste simetría. Observemos este problema.

Dylan observó el trabajo que su amigo Marcus estaba haciendo en clases. Marcus había decidido diseñar y construir un tipi. Al igual que Dylan con su domo geodésico, Marcus tenía dificultades con el aspecto de construcción del tipi.

"¿Cuál parece ser el problema?", preguntó Dylan cuando vio que Marcus se sentó frustrado junto a sus varas y su cubierta de tela.

"Esta cosa no se mantiene en pie. Puse las varas juntas, Todas tienen la misma longitud, luego traté de poner la cubierta sobre las varas y no calza. ¡Me siento muy frustrado!", exclamó Marcus, apoyando su cabeza en sus manos.

Dylan observó las varas y luego la cubierta. Tan pronto como vio la cubierta, supo cuál era el error en el diseño de Marcus.

"Sé cómo arreglarlo".

"¿Cómo?" preguntó Marcos perplejo.

"La simetría es la clave aquí, no la longit … aras". dij …

¿Sabes a lo que se refiere Dylan? ¿ … pi tiene simetría? ¿Qué tendría que hacer Marcus para asegurarse de …

Pon atención a esta Sección y ap … esolver este problema y ayudar a Marcus con su tipi.

Orientación

*A veces, una figura tendrá partes que se re … un objeto. En este caso, partes del objeto coinciden con otras partes de la imagen. Esto … **metría** . Observa.*

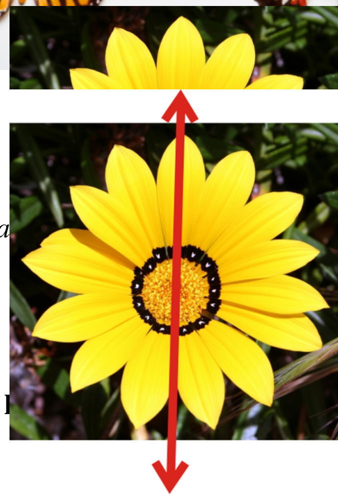
Observa el siguiente corazón. Tiene dos lados … orazón es simétrico, porque existe simetría en su diseño. Este corazón se puede dividir en mi … onde una mitad coincide con la otra mitad. **La recta que divide el corazón en partes que coinciden … e el nombre de *recta simétrica.***

Podemos determinar otras rectas simétricas al mirar o … bjetos.

Observa la siguiente cruz. Tiene dos rectas simétricas. Si observas, la cruz se puede dividir perfectamente en mitades verticales y horizontales. Esto quiere decir que existen dos rectas simétricas en la cruz.

Podemos encontrar simetrí … ndo real que vemos todo el tiempo. Mira a tu alrededo … nétricas.

A continuación, se muestra …



Ejemplo A

¿Tiene simetría la imagen que se muestra a … na reflexión?

Solución: Sí, esta figura tiene simetría y …

Ejemplo B

¿Cuántas rectas simétricas tiene esta figura?

Solución: Esta figura tiene dos rectas simétricas.

Ejemplo C

¿Tienen simetría estas figuras?

Solución: No, estas figuras no tienen simetría.

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

Necesitamos responder tres preguntas.

¿Qué es la simetría?

La simetría es cuando coinciden dos mitades de un objeto. En otras palabras, puedes dividir el objeto en partes y las partes son congruentes. Un corazón es un objeto simétrico, también lo es un tipi.

¿Cómo es que un tipi tiene simetría?

Un tipi tiene simetría, porque se puede dividir en la mitad, de forma que una mitad del tipi coincide con la otra mitad.

¿Qué tendría que hacer Marcus para asegurarse de que su cubierta sea simétrica?

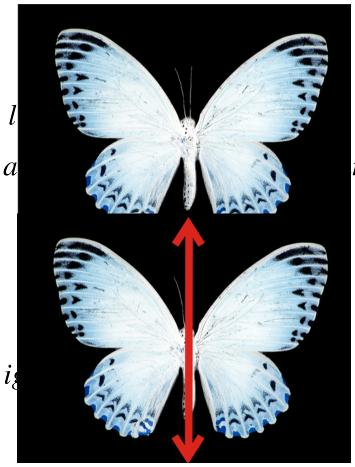
Si bien Marcus estaba seguro de que todas sus varas tenían la misma longitud, esto es solo la mitad de las piezas necesarias. Además, Marcus necesita asegurarse de que la cubierta es igual en todo su contorno. Si lo hace, entonces todos los lados coincidirán o serán simétricos, si no lo hace, uno de los lados será diferente al otro.

Vocabulario

Simetría
: *es cuando un objeto tiene la habilidad de ser dividido en partes que coinciden.*

Recta Simétrica
: *es la recta que divide un objeto en partes que coinciden.*

Práctica Guiada



A continuación, hay un ejercicio para que l

¿Tiene simetría la imagen que se muestra a ... na reflexión?

Solución

Sí, puedes dividir esta mariposa de forma i ... reflejar el otro. Por lo tanto, tiene simetría.

Revisión en Video

MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65524

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

**video disponible solo en inglés*

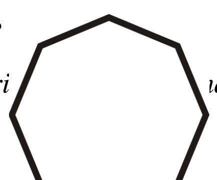
Práctica

<u>*Instrucciones:*</u> *Utiliza la ilustración p*

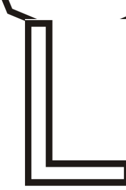
1. *¿Tienen simetría estas figuras?*
2. *¿Pueden ser reflexiones?*
3. *¿Cuántas rectas simétricas tiene cada figura?*

<u>*Instrucciones:*</u> *Encuentra todas las rectas simétri ... ıas que se muestran a continuación.*

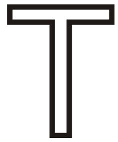
4\.



5\.



6.



Instrucciones: *Nombra el número de rectas simétricas de cada letra.*

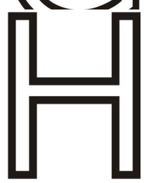
7.

8.

9.

10.

11.



Instrucciones: *Responde verdadero o falso.*

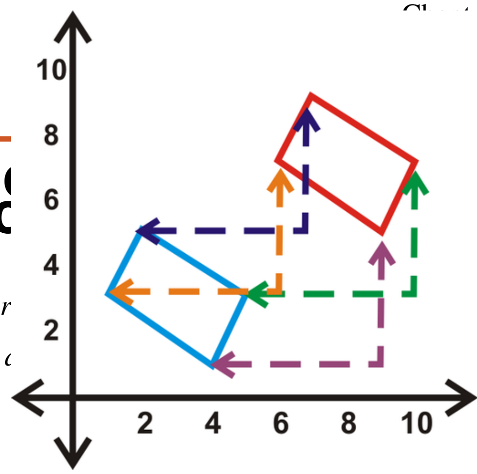
12. Todos los triángulos tienen simetría.

13. Todos los círculos tienen simetría.

14. La letra "x" tiene dos rectas simétricas.

15. La letra "s" tiene dos rectas simétricas.

6.14 Recon... iones de Traslac...

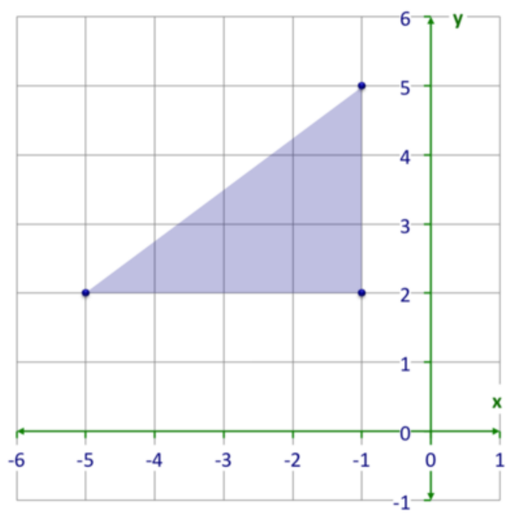


En esta sección, reconocerás transfor... das como deslizamientos.

¿Has visto alguna vez algo parecido ...

Este diagrama representa una transformación. ¿Sabes cuál?

Pon atención y aprenderás cómo identificar transformaciones como esta.



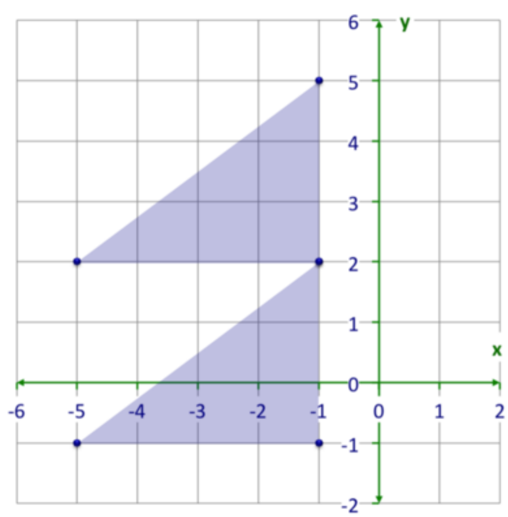
Orientación

Una **transformación** *es el de... sobre el plano cartesiano.*

Existen muchos tipos de tra... **Una traslación es cuando una figura geométrica se de... plano cartesiano. La figura cambia de locación, pero no... ...na.**

Observemos las transformac...

Cuando llevamos a cabo tr... ...o, a la izquierda o derecha. Esto quiere decir que, en el ... vértices de la figura.



Podemos representar este tri... notación de coordenadas es cuando escribimos pares ord... ...igura geométrica que ha sido graficada en el plano cartesi...

(-1, 5)

(-1, 2)

(-5, 2)

Estas son las coordenadas de...

Si deslizamos este triángul... ...n 3 lugares hacia abajo en el eje $y-$. Esto significa q... ...uevos. Específicamente, la coordenada $y-$ en cada par...

A continuación, la coordenada $y-$ de cada par ordenado se redujo en tres unidades. Podemos ver cómo los pares ordenados cambiaron desde la primera imagen a la segunda.

La coordenada $y-$ cambió de 5 a 2, de -1 a 2 y de 2 a -1. A medida que bajamos, el valor de la coordenada también se reduce.

Si deslizáramos la imagen tres unidades hacia arriba sobre el eje $y-$, entonces aumentaríamos el valor por tres unidades de la coordenada $y-$.

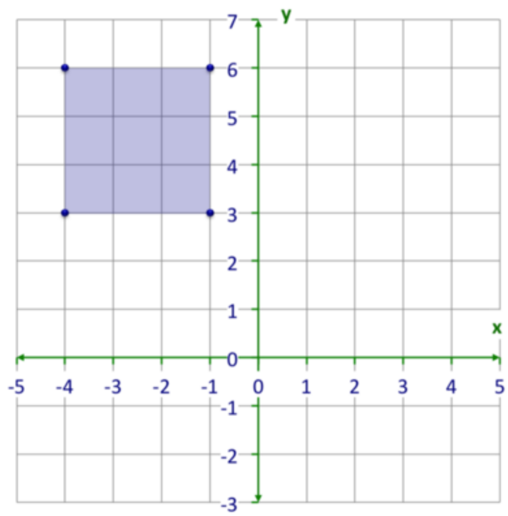
Si deslizáramos la imagen hacia la derecha, entonces aumentaríamos la coordenada $x-$. Si deslizáramos la imagen hacia la izquierda, entonces reduciríamos la coordenada $x-$.

También podemos trasladar figuras de otras maneras. Podemos deslizar figuras diagonalmente, al cambiar tanto sus coordenadas $x-$ como sus coordenadas $y-$. Una forma de reconocer traslaciones, por lo tanto, es comparar sus puntos. Todas las coordenadas $x-$ cambiarán de la misma forma y todas las coordenadas $y-$ cambiarán de la misma forma.

Para graficar una traslación, llevamos a cabo el mismo cambio para cada punto.

Ahora, intentemos graficar una traslación. Observemos lo siguiente.

Grafica la siguiente traslaci



Ahora, puedes notar al observar este cuadrado que existen cuatro vértices, así que hay cuatro grupos de pares ordenados para representar estos vértices. A continuación, se muestran los pares ordenados.

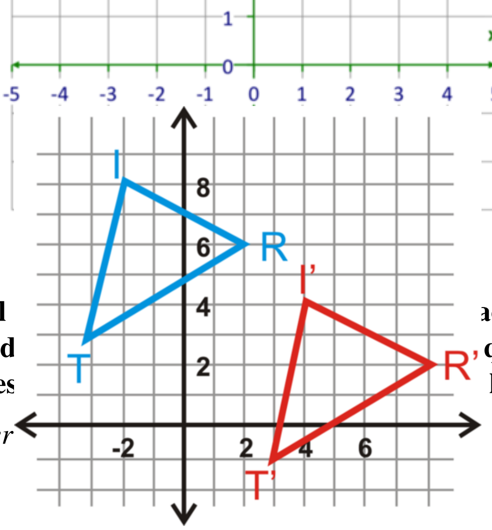
(-4, 3)

(-1, 3)

(-1, 6)

(-4, 6)

La traslación es deslizar el cuadrado cinco lugares hacia la derecha. Esto quiere decir que vamos a cambiar la coordenada $x-$ y no la coordenada $y-$.



Ahora, grafiquemos la trasl

Nota que si bien es útil graficar el ación, no es necesario hacerlo para encontrar la notación de coordenad que estás trasladando y sabes cómo la estás deslizando, entonces puedes los vértices.

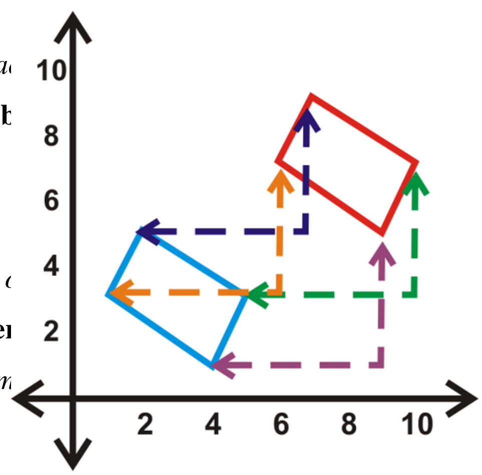
Utiliza este diagrama para responder

Ejemplo A

¿Es una traslación esta figura?

Solución: Sí, muestra un deslizamiento.

Ejemplo B



¿Cuántas unidades hacia arriba o ha

Solución: Cuatro unidades hacia ab

Ejemplo C

¿Cuántas unidades hacia la derecha

Solución: Seis unidades hacia la de

Ahora, volvamos al problema del com

Al observar este diagrama, puedes notar que la figura, un cuadrilátero, ha sido movida a la derecha y luego hacia arriba. No ha sido volteada o rotada. Se ha movido, así que esto es un deslizamiento. Una traslación es otro nombre para un deslizamiento.

Esta es nuestra respuesta.

Vocabulario

Transformación
: *es mover una figura geométrica sobre el plano cartesiano.*

Notación de Coordenadas
: *es el uso de pares ordenados para representar los vértices de una figura que ha sido graficada sobre el plano cartesiano.*

Reflexión
: *es un volteo de una figura graficada sobre el plano cartesiano.*

Traslación

también llamada deslizamiento, es cuando una figura se mueve hacia arriba, abajo, izquierda o derecha sobre el plano cartesiano, pero no cambia su posición.

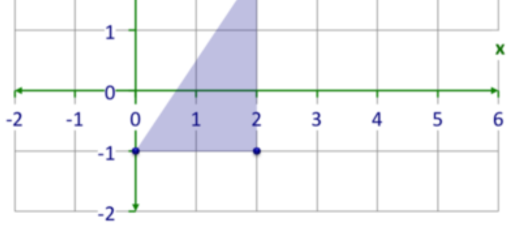
Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

Un triángulo con las coordenadas (0, 2), (2, 2) y (2, 5) se grafica sobre el plano cartesiano. Encuentra las coordenadas de una traslación movida tres unidades hacia abajo. Luego, grafica la traslación.

Solución

Para resolver este ejercicio, primero fíjate en la dirección de la traslación. Es mover el triángulo tres unidades hacia abajo. "Hacia abajo" quiere decir que restaremos tres y también significa que cambiaremos la coordenada $y-$ *ya que hacia arriba y hacia abajo involucra el eje* $y-$ *. A continuación, se muestra lo que hacemos.*



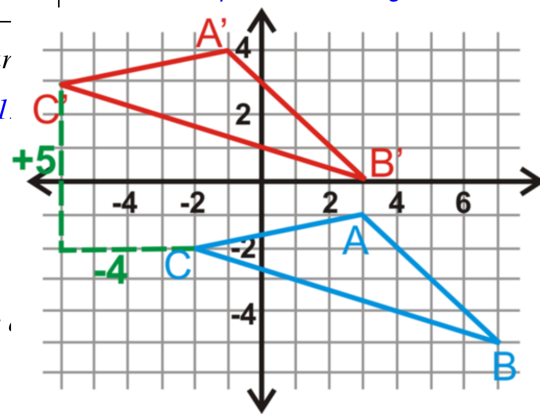
Si graficáramos la traslació

Revisión en Video

MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/54475



Haz clic en la imagen superior par

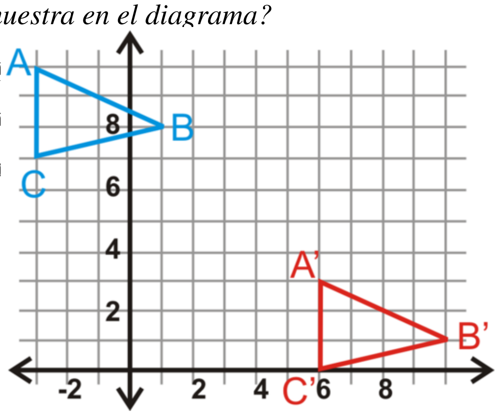
Transformation: Translation CK-1

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Utiliza el siguiente

1. *¿Qué tipo de transformación se muestra en el diagrama?*



2. *¿Cuáles son las coordenadas del*
3. *¿Cuáles son las coordenadas del*
4. *¿A qué dirección se movió el prim*
5. *¿Cuántas unidades?*
6. *Luego, ¿a qué dirección se movió*
7. *¿Cuántas unidades?*
8. *¿Cuáles son las coordenadas del primer triángulo?*
9. *¿Cuáles son las coordenadas del triángulo trasladado?*
10. *¿Se movió la figura hacia la derecha o la izquierda?*
11. *¿Cuántas unidades?*
12. *¿Se movió la figura hacia arriba o abajo?*
13. *¿Cuántas unidades?*
14. *Verdadero o Falso. Una traslación es otro nombre para un deslizamiento.*
15. *Verdadero o Falso. Una rotación y una traslación tienen las mismas características.*

6.15 Re… …es de Rotación

En esta sección, reconocerás

¿Has visto alguna vez rotar u… …transformación de rotación? ¿Sabes sobre simetría rotaci…

¿Tiene simetría rotacional l…

Para responder esta pregunta, necesitarás conocer las rotaciones y la simetría rotacional. Esta Sección te enseñará todo lo que necesitas saber para responder correctamente esta pregunta.

Orientación

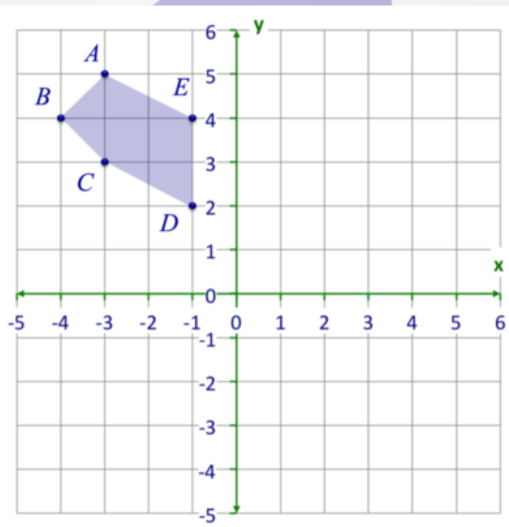
Una **transformación** *es el de… …sobre el plano cartesiano.*

Una rotación es un giro. U… …el sentido del reloj sobre el plano cartesiano. En ambas… …mantiene exactamente igual.

Observemos las rotaciones o…

Una rotación es una transfo… …a el sentido del reloj.

Podemos girar 90° *, una figu… …el sentido del reloj. Cuando giramos la figura exactament… …hacemos girar completamente, la figura rota* 360° *.*



Ahora, si observas estos dos… …o de vuelta en el sentido del reloj. Si nos referimos a ese… …bir el giro como de 90° *en el sentido del reloj. También po… …mpletamente al revés.*

A continuación, observemos j…

Rota esta figura 90° **en el se…**

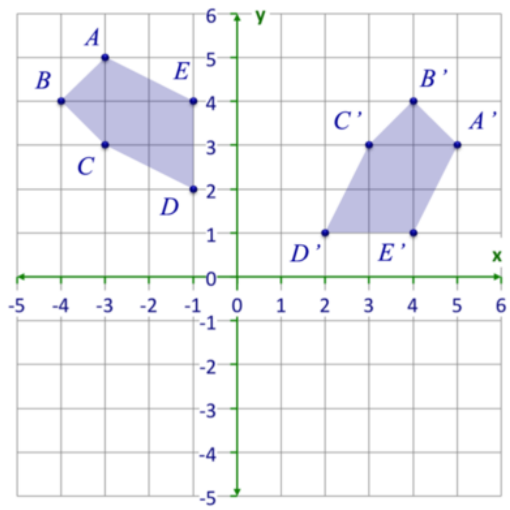
Primero, anotemos las coordenadas para cada uno de los puntos de este pentágono.

Ahora, tenemos los puntos. La forma más fácil de entender la rotación de cualquier figura es pensar en esta como si se moviera alrededor de un punto fijo. En el caso de graficar figuras sobre el plano cartesiano, rotaremos las figuras alrededor del punto medio u origen.

Si rotamos la figura 90° *, en el sentido del reloj, entonces tendremos que cambiar toda la figura a través del eje* $x-$ *. Para encontrar las coordenadas de la nueva figura rotada, cambiamos las coordenadas y luego, necesitamos multiplicar la segunda coordenada por -1. Esto tiene sentido, debido a que la figura completa cambiará.*

Apliquemos esto a las coordenadas anteriores.

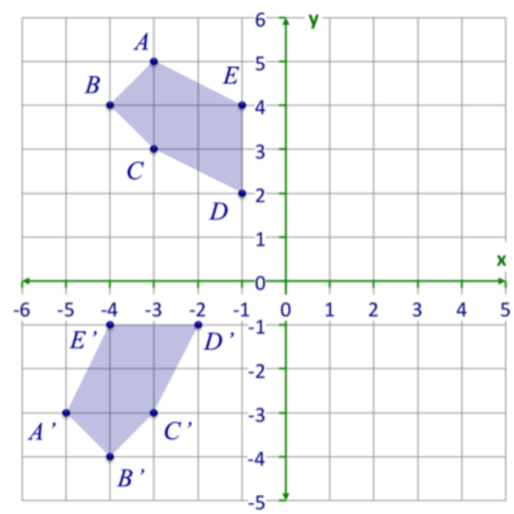
Ahora, grafiquemos esta figura rotada. Nota que utilizamos A' para representar la figura rotada. A continuación, se muestra el gráfico de esta rotación.



Esta es una buena pregunta. Pensemos en lo que sucedería a la figura si la rotáramos en contra del sentido del reloj. Para hacer esto, la figura se movería a través del eje $y-$ de hecho, las coordenadas $x-$ cambiarían completamente. En realidad, cambiaríamos las coordenadas originales. La coordenada $x-$ se transformaría en la coordenada $y-$ y la coordenada $y-$ se transformaría en la coordenada $x-$ Luego, necesitamos multiplicar por -1 la nueva coordenada $x-$.

A continuación, se muestra cómo se vería esto.

Ahora, podemos graficar esta nueva rotación.



También podemos graficar figuras que han sido rotadas 180° **. Para hacerlo, multiplicamos por -1 ambas coordenadas de la figura original..**

Veamos cómo sería esto.

Ahora, podemos graficar es

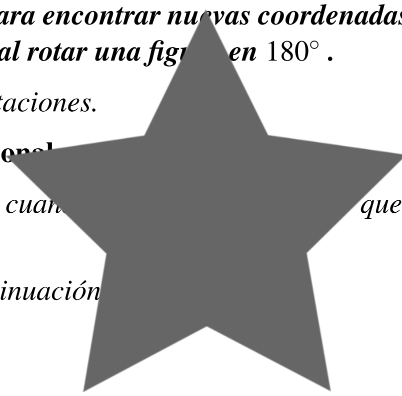
Anota en tu cuaderno las tres formas para encontrar nuevas coordenadas al rotar una figura en $90°$ ***en el sentido del reloj y contra el sentido del reloj, y al rotar una fig en*** $180°$ **.**

Ahora, pensemos en la simetría y las rotaciones.

Podemos llamar a esto simetría rotacio

Una figura tiene simetría rotacional si, cuan quedarse igual. Los contornos no cambian, incluso si la figura gira.

Observa la figura que se muestra a continuación



Observa esta imagen. La estrella se verá igual, incluso si la rotamos. Podríamos girarla $72°$ *o* $144°$ *en el sentido del reloj o contra el sentido del reloj, no importa. La estrella aún se verá igual.*

¿Tienen simetría rotacional las siguientes figuras?

Ejemplo A

Un cuadrado.

Solución: Sí, porque puedes girarla y lucirá exactamente igual.

Ejemplo B

La letra "U".

Solución: No, no se verá igual si es girada.

Ejemplo C

Un octágono.

Solución: Sí, porque puedes gira

Ahora, volvamos al problema del c

¿Tiene simetría rotacional la imag

Si bien el contorno de esta imagen tiene simetría rotacional, el diseño interno evita que lo tenga. Si giramos el círculo, entonces el diseño interno cambiará. Por lo tanto, esta imagen no tiene simetría rotacional.

Vocabulario

Transformación
es mover una figura geométrica sobre el plano cartesiano.

Notación de Coordenadas
es el uso de pares ordenados para representar los vértices de una figura que ha sido graficada sobre el plano cartesiano.

Reflexión
es un volteo de una figura graficada sobre el plano cartesiano.

Traslación
también llamada deslizamiento, es cuando una figura se mueve hacia arriba, abajo, izquierda o derecha sobre el plano cartesiano, pero no cambia su posición.

Rotación
también llamada giro, es cuando una figura es girada en $90^\circ, 180^\circ$ *sobre el plano cartesiano.*

Simetría Rotacional
es cuando una figura puede ser rotada, pero se ve exactamente igual, sin importar cómo la rotes.

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

¿Tiene simetría rotacional un hexágono?

Solución

Tiene simetría rotacional. Puedes ver que es debido a que podemos rotarlo en 90° *y en* 180° *, y aún se verá exactamente igual. También podríamos rotarlo en menos de* 90° *y aún tendría simetría rotacional. También podemos observar los ángulos para determinar la simetría rotacional. Cada vez que giramos la figura, tiene dos lados paralelos en la parte superior e inferior, y otros cuatro lados en los mismos ángulos. Tiene simetría rotacional.*

Revisión en Video

MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/54479

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Transformation: Rotation CK-12

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: responde las siguientes preguntas sobre rotaciones, traslaciones y teselados.

1. *¿Qué es una traslación?*

2. *¿Qué es una rotación?*
3. *¿Qué es un teselado?*
4. *Verdadero o Falso. Una figura solo puede ser trasladada hacia arriba o hacia abajo.*
5. *Verdadero o Falso. Una figura puede ser trasladada* 180° .
6. *Verdadero o Falso. Una figura puede ser rotada* 90° *en sentido del reloj o contra el sentido del reloj.*
7. *Verdadero o Falso. Una figura no puede ser trasladada* 180° .
8. *Cuando se rota una figura en* 90° *contra el sentido del reloj, ¿cambiamos las coordenadas x e y y multiplicamos cuál por -1?*
9. *Cuando se rota una figura en* 90° *en el sentido del reloj, ¿qué coordenada multiplicamos por -1?*
10. *Verdadero o Falso. Cuando se rota una figura en* 180° *, multiplicamos ambas coordenadas por -1.*

Instrucciones: Anota las coordenadas nuevas para cada rotación según las instrucciones dadas.

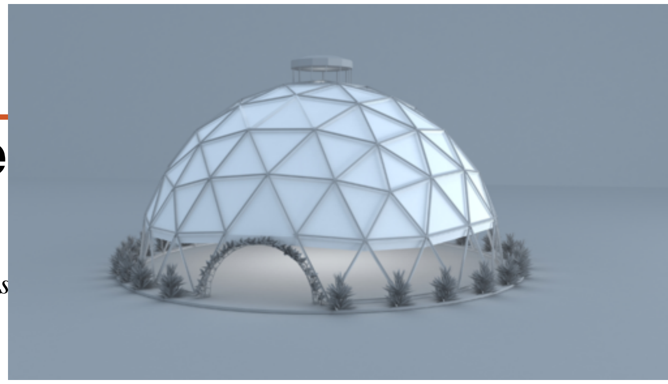
Un Triángulo con las coordenadas (-4, 4) (-4, 2) y (-1, 1)

11. *Rota la figura* 90° *en el sentido del reloj.*
12. *Rota la figura* 90° *contra el sentido del reloj.*
13. *Rota la figura* 180°

Un Triángulo con las coordenadas (1, 3) (5, 1) (5, 3)

14. *Rota la figura en el sentido del reloj* 90°
15. *Rota la figura en el sentido del reloj* 90°
16. *Rota la figura* 180°

6.16 Ide



En esta sección, identificarás

Dylan irrumpió en la puerta luego de un ajetreado día en el colegio. Dejo caer de golpe sus libros sobre la mesa de la cocina.

"¿Qué es lo que pasa?" preguntó su mamá sentada en la mesa.

"Bueno, hice un domo geodésico genial. Está terminado y bien hecho, pero la Sra. Patterson quiere que investigue otras formas que se podrían utilizar para construir un domo. No quiero hacerlo. Siento que mi proyecto está acabado", explicó Dylan.

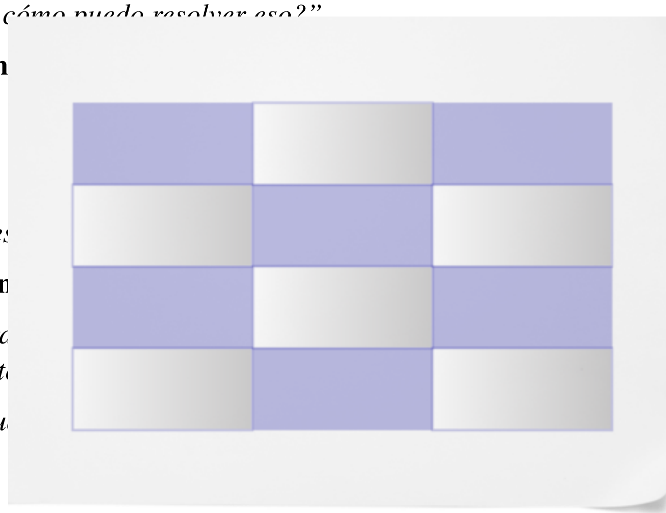
"Quizá la Sra. Patterson solo quería darte un desafío extra".

"Quizá, pero ¿qué otras formas se pueden utilizar para formar un domo? Los triángulos son los que tienen más sentido", dijo Dylan.

"Sí, paro resolver esto, necesitas saber qué otras formas teselar", explico mamá.

"¿Qué significa teselar? Y ¿cómo puedo resolver eso?"

Pon atención a esta Sección **.**



Orientación

Podemos utilizar traslaciones *s llamados **teselados.***

Un teselado es un patrón en **entre sí.**

En otras palabras, las figur *e se puede extender en toda dirección sobre el plano cart*

Observemos los teselados qu

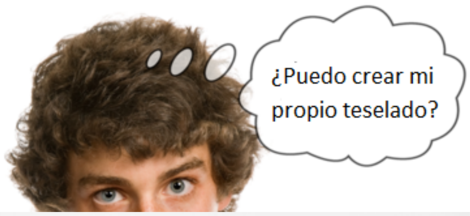
Este teselado podría continuar infinitamente.

Podemos crear teselados al mover una única figura geométrica. Podemos realizar transformaciones como traslaciones y rotaciones para mover la figura de forma que la figura original y la nueva calcen.

¿Cómo sabemos que una figura se puede teselar?

Si la figura tiene todos los lados iguales, calzará cuando sea repetida. Las figuras teseladas tienden a ser polígonos regulares. Los polígonos regulares tienen lados extendidos que son todos congruentes. Cuando rotamos o deslizamos un polígono regular, coincidirá el lado de la figura original y el lado de su traslación. Sin embargo, no todas las figuras geométricas se pueden teselar. Cuando las trasladamos o rotamos, sus lados no calzan.

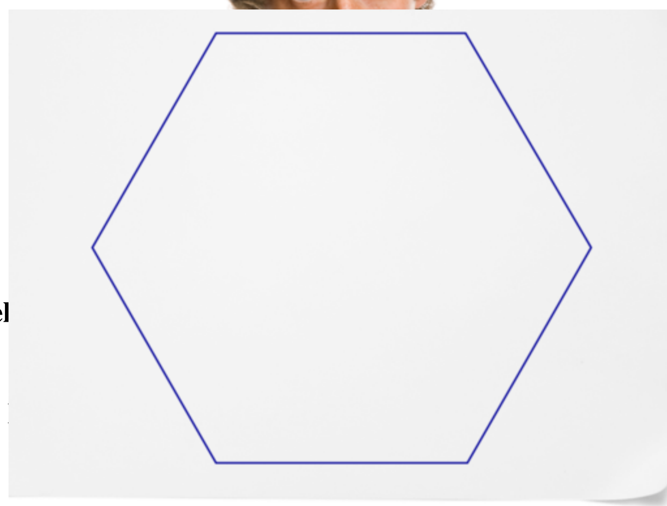
Recuerda esta regla y sabrás si una figura se puede teselar o no. Piensa si habrá o no espacios en el patrón a medida que muevas una figura.



Seguro. Para hacer un tesel [illegible] **guras y rotar otras.**

Observemos esta situación.

Crea un teselado al repetir [illegible]



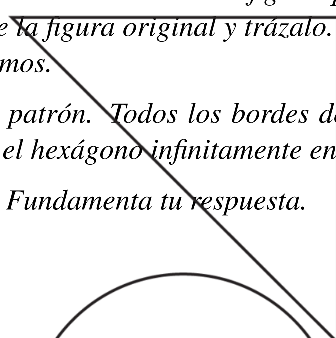
Primero, traza la figura en un pedazo de papel grueso y luego córtala del papel. Esto te permitirá realizar traslaciones fácilmente, de forma que puedas ver cómo repetir de mejor forma la figura para hacer un teselado.

Esta figura tiene todos los lados exactamente iguales, así que no necesitamos rotarla para hacer que las piezas calcen. En vez de eso, tratemos de trasladarla. Traza la figura. Luego desliza el contorno, de forma que uno de sus bordes esté alineado perfectamente con uno de los bordes de la figura que dibujaste. Traza el contorno nuevamente. Ahora, alinea el contorno con otro lado de la figura original y trázalo. A medida que agregas figuras al patrón, los hexágonos comenzarán a hacerse a sí mismos.

Asegúrate de que no haya espacios en tu patrón. Todos los bordes deberían calzar perfectamente. Deberías ser capaz de continuar deslizando y trazando el hexágono infinitamente en todas direcciones. ¡Has hecho un teselado!

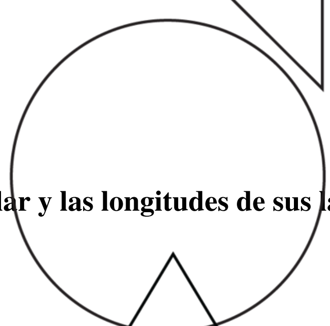
¿Se pueden teselar las siguientes figuras? Fundamenta tu respuesta.

Ejemplo A



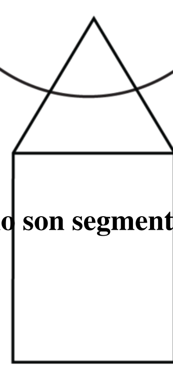
Solución: Sí, porque es un polígono regular y las longitudes de sus lados son iguales.

Ejemplo B



Solución: No, porque es un círculo y los lados no son segmentos de línea.

Ejemplo C



Solución: Sí, porque está conformado por dos figuras teseladas.

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

Primero, respondamos la pregunta sobre los teselados. ¿Qué significa teselar?

Teselar significa que figuras congruentes se unen para crear un patrón en el que no hay espacios entre las figuras. Las figuras se pueden poner una al lado de la otra o al revés para crear el patrón. El patrón recibe el nombre de teselado.

¿Cómo determinas qué figura se puede tesela y que figura no?

Los polígonos regulares se pueden teselar, siempre y cuando uno de sus ángulos internos sea divisible por 360° *. Un ángulo interno de un pentágono regular es igual a* $\frac{180(5-2)}{5} = \frac{540}{5} = 108^\circ$ *. Debido a que 108 no es un factor de 360, un pentágono regular no se puede teselar. ¡Inténtalo para demostrártelo a ti mismo! Un hexágono regular, por otra parte, se puede teselar. Un ángulo interno de un hexágono regular es igual a* $\frac{180(6-2)}{6} = \frac{720}{6} = 120^\circ$ *. Debido a que 120 es un factor de 360, un hexágono regular se puede teselar.*

Vocabulario

Teselado
: *es un patrón hecho mediante el uso de diferentes transformaciones de figuras geométricas. Una figura podrá ser teselada si es una figura geométrica regular y si todos sus lados calzan perfectamente sin espacios entre estos.*

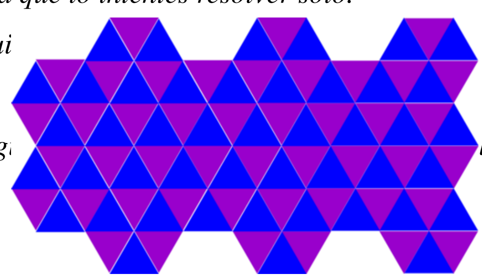
Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

Dibuja un teselado de triángulos equi

Solución

En un triángulo equilátero, cada áng



los calzarán perfectamente alrededor de cada punto.

Revisión en Video

MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65525

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: ¿Se pueden teselar las siguientes figuras?

1. *Un pentágono regular*
2. *Un octágono regular*

3. *Un cuadrado*
4. *Un rectángulo*
5. *Un triángulo equilátero*
6. *Un paralelogramo*
7. *Un círculo*
8. *Un cilindro*
9. *Un cubo*
10. *Un cono*
11. *Una esfera*
12. *Un prisma rectangular*
13. *Un triángulo rectángulo*
14. *Un heptágono regular*
15. *Un decágono regular*

6.17 Reconocer la Semejanza

En esta sección, reconocerás la semejanza y utilizarás figuras similares con medición indirecta.

¿Has pensado alguna vez en las sombras? Observemos este problema.

Una persona mide cinco pies de alto y proyecta una sombra de dos pies. Una torre proyecta una sombra de 10 pies de largo. ¿Cuál es la altura de la torre?

¿Sabes cómo resolver esto?

Pon atención a esta Sección y aprenderás cómo resolver este problema.

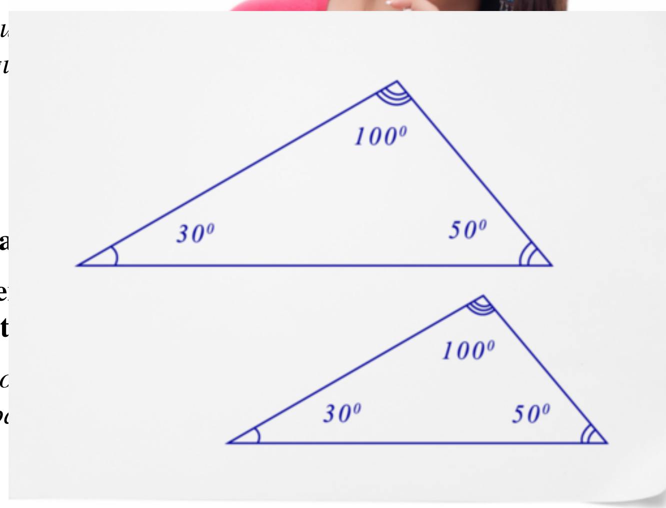
Orientación

Congruente significa "exact ... rma".

A veces, una figura tendrá la ... ña o más grande que la figura original. Cuando esto ocurre ...

Las figuras similares tienen ...

Piensa en esto por unos minu ... tamaño, entonces aún existe una relación entre ambas figu ... sma.

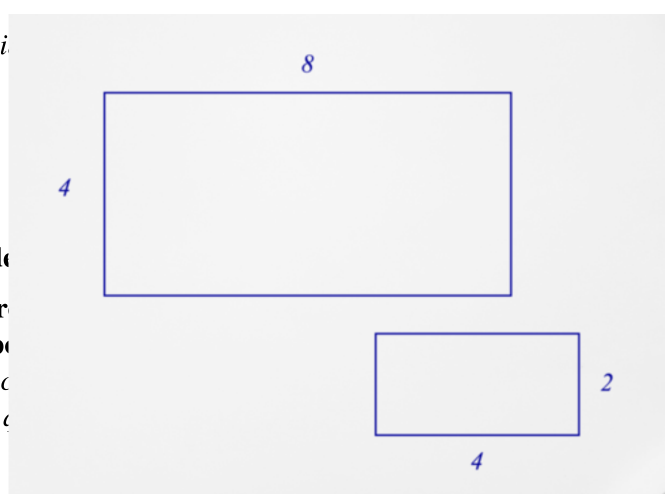


Esta es una buena pregunta ...

Comencemos por pensar e ... na figura en un par similar corresponde y es congruent ...

Por ejemplo, el punto superio ... triángulo en un par similar. A estos puntos, los llamamos p ...

Fíjate que los ángulos coinci ... s la misma y puedes observar que los ángulos coinciden.



¿Qué pasa con las longitud ...

Los lados en pares similar ... le cada triángulo), pero no son congruentes, son propo ... *... ilares entre sí a través de la comparación se sus partes c ... cialmente útiles cuando una figura está rotada, de forma c ... s de la otra figura.*

Ahora, observemos las longitudes de lados correspondientes. *En el primer rectángulo, el lado corto es 4 y el lado largo es 8. Sabemos que los lados opuestos de un rectángulo son congruentes, así que no tenemos que preocuparnos de escribir medidas en los otros dos lados. Podemos comparar las medidas en el primer rectángulo con las medidas en el segundo rectángulo. En el segundo rectángulo, el lado corto es 2 y el lado largo es 4.*

Escribamos una proporción para comparar los lados correspondientes.

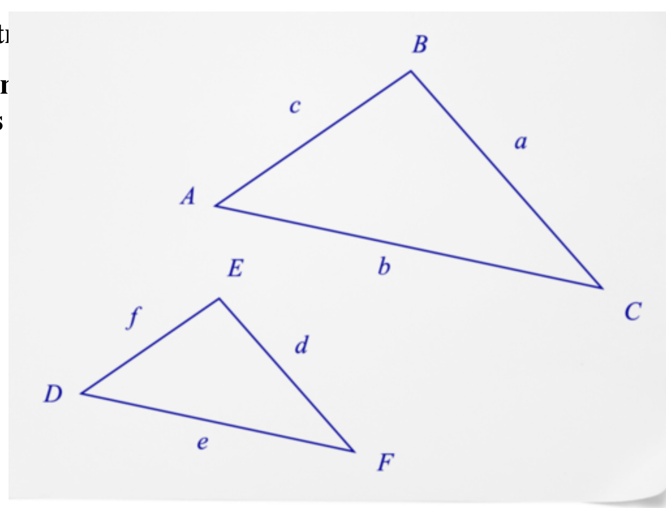
Puedes observar que estos dos radios forman una proporción. También puedes utilizar esta información para comprobar si dos figuras son similares. Recuerda que las medidas de los ángulos deben ser las mismas y las longitudes de los lados deben ser proporcionales.

Escribe en tu cuaderno estas notas sobre figuras similares.

Ahora que entiendes cómo identificar si dos figuras son similares, podemos analizar triángulos similares. Los triángulos similares son muy útiles, ya que podemos usarlos para encontrar medidas. Años atrás, así es como las personas solían encontrar las medidas de las cosas que eran muy altas o grandes para medirlas. Ellos usaban la ***medición indirecta.*** **La medición indirecta utiliza triángulos similares y proporciones para encontrar longitudes o distancias.**

Pero primero, analicemos t

Los triángulos similares tie Las medidas de los ángulos son iguales y las longitudes emos el siguiente diagrama para entender esto.



Ahora, podemos comparar los ángulos y longitudes de lados correspondientes. Comencemos con los ángulos.

Luego, podemos ver las longitudes de los lados correspondientes. En el diagrama, no se nos ha proporcionado ninguna medida, pero podemos utilizar letras minúsculas para mostrar los lados correspondientes.

$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$

Esto muestra que las longitudes de lado forman un radio y que cada uno de estos es proporcional al otro.

Podemos utilizar esta información cuando resolvemos problemas de longitudes de lados desconocidas.

Esta es una buena pregunta. Primero, tendríamos que conocer alguna de las longitudes de los lados. Asignemos algunas longitudes a los lados en el diagrama anterior.

Ahora, podemos tomar estas medidas dadas y sustituirlas en la proporción que escribimos anteriormente. Nota que no tenemos la medida del lado b , así que necesitaremos resolver esa medida desconocida.

$\frac{12}{4} = \frac{b}{3} = \frac{3}{1}$

Luego, podemos utilizar dos de los tres radios para resolver las proporciones. Tenemos tres radios, pero no necesitamos los tres, porque dos radios iguales forman una proporción. Esto quiere decir que solo necesitamos trabajar con dos radios para encontrar el valor de b .

$\frac{12}{4} = \frac{b}{3}$

Ahora podemos multiplicar cruzado y resolver la proporción.

El valor de b es 9.

La clave para trabajar con mediciones o lo que se está comparando. Escribes tus radios y luego formas una proporc stancia desconocida.

Escribe en tu cuaderno algunos datos sobre medición indirecta.

Encuentra cada uno de los valores desconocidos.

Ejemplo A

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{x}{18}$

Solución:#38;#160; $x = 12$

Ejemplo B

$\frac{4}{5} = \frac{12}{15} = \frac{x}{30}$

Solución:#38;#160; $x = 24$

Ejemplo C

$\frac{8}{9} = \frac{16}{x} = \frac{32}{36}$

Solución:#38;#160; $x = 18$

Ahora, volvamos al problema

Esto podría verse como un p n las personas y las sombras como si estuvieran relaciona sta imagen.

Nota que la persona y la sombra forman dos lados de un triángulo y podemos dibujar una recta imaginaria desde la cabeza de la persona a la punta de la sombra. Las sombras son una forma de trabajar con triángulos y medición indirecta. De hecho, frecuentemente escucharás que se le llama a estos tipos de problemas, problemas de sombra.

Para resolver este problema, encontremos cómo utilizar triángulos similares pare descubrir la altura de la torre. *Primero, piensa en lo que se está comparando. Estamos comparando la altura de la persona con la longitud de la sombra. Este es el primer radio.*

$\frac{person}{shadow} = \frac{5\ ft}{2\ ft}$

Luego, miramos la torre. No sabemos la altura de la torre, esa es nuestra variable. Conocemos la longitud de la sombra. Aquí tenemos nuestro segundo radio.

$\frac{tower}{shadow} = \frac{x}{10\ ft}$

Podemos decir que estos dos triángulos son similares y que los triángulos similares son proporcionales. Por lo tanto, estos dos radios forman una proporción. Escribámoslos como una proporción.

$\frac{5\ ft}{2\ ft} = \frac{x}{10\ ft}$

Ahora podemos multiplicar cruzado y resolver la proporción.

La torre mide 25 pies de alto.

Vocabulario

Congruente
significa "que tiene el mismo tamaño, forma y medida".

Similar
significa que tiene la misma forma, pero no el mismo tamaño. Las medidas de los ángulos son iguales y las longitudes de lados son proporcionales.

Proporcional
las longitudes de los lados crean radios que forman una proporción.

Medición Indirecta
usar triángulos similares para encontrar distancias o longitudes difíciles.

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

$\frac{1}{4}=\frac{2}{8}=\frac{24}{x}$

Solución

Primero, podemos ver la relación entre los numeradores.

Uno fue multiplicado por dos para obtener dos. Luego dos fue multiplicado por 12 para obtener 24.

Ahora, observemos los denominadores.

Cuatro fue multiplicado por dos para obtener 8. Luego, necesitamos multiplicar 8 por 12 para encontrar el denominador desconocido.

La respuesta es $x=96$ **.**

Práctica

Instrucciones: *Identifica si cada par de triángulos es similar, basados en los radios de sus lados.*

1. *1. El triángulo A tiene longitudes de lado de 2, 4 y 6. El triángulo B tiene longitudes de lado de 6, 12 y 24. ¿Son similares estos triángulos?*
2. *1. El triángulo C tiene longitudes de lado de 4, 5 y 10. El triángulo B tiene longitudes de lado de 2; 2,5 y 5. ¿Son similares estos triángulos?*
3. *1. El triángulo D tiene longitudes de lado de 5, 8 y 12. El triángulo B tiene longitudes de lado de 10, 16 y 24. ¿Son similares estos triángulos?*
4. *1. El triángulo A tiene longitudes de lado de 10, 12 y 14. El triángulo B tiene longitudes de lado de 5, 7 y 9. ¿Son similares estos triángulos?*
5. *1. El triángulo B tiene longitudes de lado de 8, 14 y 20. El triángulo C tiene longitudes de lado de 4, 7 y 10. ¿Son similares estos triángulos?*
6. *1. El triángulo E tiene longitudes de lado de 20, 11 y 8. El triángulo F tiene longitudes de lado de 10; 5,5 y 5. ¿Son similares estos triángulos?*
7. *1. El triángulo G tiene longitudes de lado de 6, 8 y 12. El triángulo H tiene longitudes de lado de 18, 24 y 36. ¿Son similares estos triángulos?*

8. 1. *El triángulo I tiene longitudes de lado de 8, 12 y 16. El triángulo J tiene longitudes de lado de 4, 8 y 10. ¿Son similares estos triángulos?*

Instrucciones: Encuentra la longitud desconocida al observar cada serie de radios. El valor superior representa las longitudes de los lados del primer triángulo similar. El valor inferior representa las longitudes de los lados del segundo triángulo similar.

9. $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{9}{x}$
10. $\frac{3}{6} = \frac{6}{12} = \frac{10}{x}$
11. $\frac{4}{2} = \frac{10}{x} = \frac{12}{6}$
12. $\frac{6}{2} = \frac{9}{x} = \frac{12}{4}$
13. $\frac{5}{10} = \frac{10}{20} = \frac{15}{x}$
14. $\frac{12}{6} = \frac{20}{10} = \frac{15}{x}$
15. $\frac{16}{x} = \frac{20}{5} = \frac{24}{6}$

6.18 Re

En esta sección, reconocerás ... nar mediciones.

¿Has pensado alguna vez en ... construcción de cabañas de madera?

Sherri decidió hacer su proyecto sobre cabañas de madera. La Sra. Patterson sugirió que se centrara un periodo de tiempo para trabajar, ya que las cabañas de madera se han construido durante mucho tiempo. Años atrás, eran bastante pequeñas, pero hoy las cabañas de madera también pueden ser casas de diseñador.

"Sra. Patterson, me voy a centrar en una cabaña de madera del siglo XIX", dijo Sherri mientras sacaba un libro que encontró en la biblioteca sobre las cabañas de madera.

"Buena idea. ¿Cuál era el tamaño promedio de una cabaña de madera en el año 1800?", pregunto la Sra. Patterson.

"¿A qué se refiere?"

"Me refiero a los pies cuadrados. ¿Cuántos pies de ancho tenía la casa promedio y cuántos pies de largo?", explicó la Sra. Patterson.

"Oh, ya entendí. La casa promedio medía $20 \times 40 \ feet$ *. Así que el promedio era de 800 pies cuadrados", dijo Sherri.*

"Genial, ahora asegúrate de que tu plano refleje eso", dijo la Sra. Patterson mientras se alejaba.

Sherri está confundida. Sabe que la forma de la cabaña de madera es un rectángulo dadas la longitud y el ancho. Conoce el área de la casa. Para crear un plano, necesitará crear una dilatación. Sherri decide que utilizará un factor de escala de $\frac{1}{16}$ *. Dada esta información, ¿cuáles serán las dimensiones de su plano para la casa?*

Para el final de esta Sección, abrás aprendido sobre las dilataciones y encontrado las dimensiones de la casa.

Orientación

Existen muchos tipos de transformaciones. Podemos voltear o reflejar una figura, trasladar o deslizar una figura y rotar una figura. También podemos estirar o encoger una figura para crear una nueva. Esto recibe el nombre de **dilatación** .

Una dilatación es una transformación creada por un factor de escala.

Podemos crear una dilatación que es más pequeña o grande que la figura original. De cualquier manera, una figura similar se crea a través de una dilatación.

Pensemos en los factores de escala por un momento.

El *factor de escala* es el radio que determina la relación proporcional entre los lados de las figuras similares.

Para que los pares de lados sean proporcionales entre sí, deben tener el mismo factor de escala. En otras palabras, las figuras similares tienen ángulos y lados congruentes con el mismo factor de escala. Un factor de escala de dos quiere decir que cada lado de la figura más grande es exactamente dos veces más grande que el lado correspondiente en la figura más pequeña.

Cuando comparamos los lados correspondientes de una figura, podemos encontrar el factor de escala de esa figura.

Una figura tiene una longitud de lado de 3 pies. ¿Cuál sería la longitud de lado correspondiente de la siguiente figura, si el factor de escala fuera 4?

Analicemos esto. Sabemos la longitud de uno de los lados de la primera figura y conocemos el factor de escala. Para encontrar la longitud nueva, podemos multiplicar el factor de escala por la primera longitud.

$3 \times 4 = 12$

La longitud del lado correspondiente de la segunda figura es de 12 pies.

Cuando tenemos una figura que es más grande que la original, tenemos un factor de escala que es más mayor que uno. Si tenemos una figura que es más pequeña que la original, entonces tenemos un factor de escala que es menor que uno o es una fracción.

Una figura tiene una longitud de lado de 5 metros. ¿Cuál sería la longitud de lado correspondiente de la nueva figura, si el factor de escala fuera $\frac{1}{2}$?

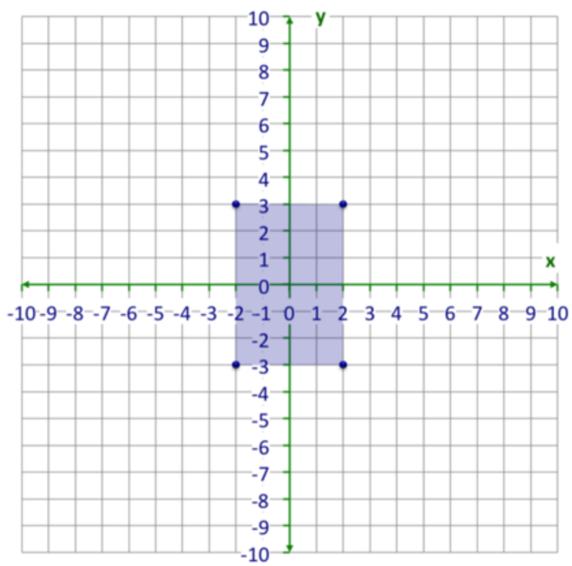
Para resolver esto, tenemos que considerar la longitud dada de la primera figura y dividirla por la mitad. Esto nos dará la longitud correspondiente de la segunda figura.

$5\left(\frac{1}{2}\right) = 2.5$

La longitud del lado correspondiente será de 2,5 metros.

Ahora que entendiste las dil... l plano cartesiano. Una vez más, utilizaremos notación d... que se crean sobre el plano cartesiano.

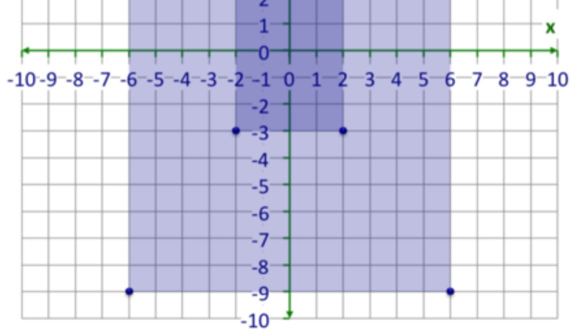
Observemos esta figura y lue...



Graficar dilataciones de figuras geométricas es en realidad algo bastante sencillo cuando conocemos el factor de escala. Simplemente multiplicamos ambas coordenadas para cada vértice por el factor de escala con el fin de generar nuevas coordenadas.

Imagina que queremos agrandar el rectángulo anterior mediante el uso de un factor de escala de 3. Necesitamos multiplicar por 3 cada coordenada.

Ahora, podemos graficarlo



También podemos crear una reducción. Creamos una reducción mediante la división de cada coordenada por el factor de escala. Esto nos dará las medidas nuevas de la figura.

Encuentra cada medida nueva dado el factor de escala.

Un cuadrilátero con medidas de lado de 6, 15, 27, 30.

Ejemplo A

Un factor de escala de $\frac{1}{3}$.

Solución: 2, 5, 9, 10

Ejemplo B

Un factor de escala de $\frac{1}{2}$.

Solución: 3, 7.5, 13.5, 15

Ejemplo C

Un factor de escala de 2.

Solución: 12, 30, 54, 60

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

Para resolver este problema, comenzamos con las dimensiones actuales de la cabaña de madera. La cabaña de madera tiene dimensiones reales de 20×40 $feet$ **.**

Sherri está utilizando un factor de escala de $\frac{1}{16}$ **. Esto quiere decir que la dilatación será una reducción. Dividimos ambas dimensiones por 16.**

Las dimensiones del plano de Sherri serán $1.25\ ft\ wide \times 2.5\ ft\ long$ **.**

Vocabulario

Dilatación

es reducir o agrandar una figura de acuerdo a un factor de escala.

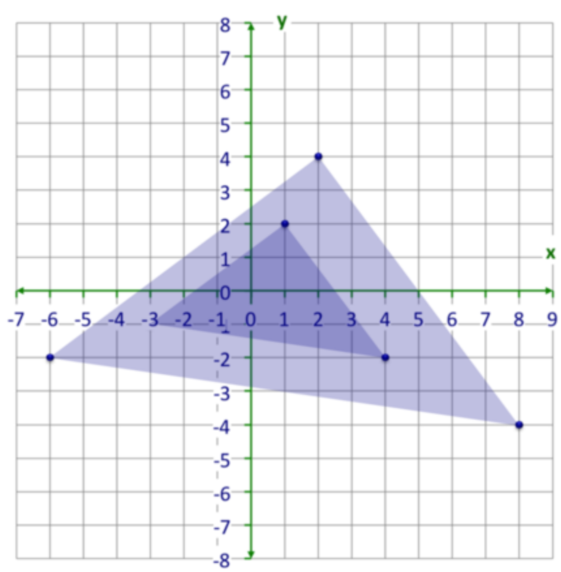
Factor de Escala

el radio que compara las longitudes de los lados correspondientes entre sí. Esa comparación recibe el nombre de factor de escala.

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejerci

Grafica una reducción de la



Solución

Nota que cada una de las coordenadas originales se dividió por dos para crear las coordenadas de la reducción.

Revisión en Video

MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65526

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Utiliza cada factor de escala para determinar las nuevas dimensiones de cada figura.

1. *Un triángulo con medidas de lados de 4, 5, 9 y un factor de escala de 2.*
2. *Un triángulo con medidas de lados de 4, 5, 9 y un factor de escala de 3.*
3. *Un triángulo con medidas de lados de 4, 5, 9 y un factor de escala de 4.*
4. *Un triángulo con medidas de lados de 8, 10, 14 y un factor de escala de 2.*
5. *Un triángulo con medidas de lados de 8, 10, 14 y un factor de escala de 4.*
6. *Un triángulo con medidas de lados de 2, 4, 6 y un factor de escala de 2.*
7. *Un cuadrilátero con medidas de lados de 4, 6, 8, 10 y un factor de escala de* $\frac{1}{2}$
8. *Un cuadrilátero con medidas de lados de 12, 16, 20, 24 y un factor de escala de* $\frac{1}{4}$
9. *Un cuadrilátero con medidas de lados de 4, 6, 8, 10 y un factor de escala de 2*
10. *Un cuadrilátero con medidas de lados de 4, 6, 8, 10 y un factor de escala de 3*
11. *Un cuadrilátero con medidas de lados de 4, 6, 8, 10 y un factor de escala de 4*
12. *Un cuadrilátero con medidas de lados de 9, 12, 18, 24 y un factor de escala de* $\frac{1}{3}$
13. *Un cuadrilátero con medidas de lados de 9, 12, 18, 24 y un factor de escala de 2*
14. *Un cuadrilátero con medidas de lados de 9, 12, 18, 24 y un factor de escala de 3*
15. *Un cuadrilátero con medidas de lados de 8, 12, 16, 24 y un factor de escala de* $\frac{1}{4}$
16. *Un cuadrilátero con medidas de lados de 9, 12, 18, 24 y un factor de escala de* $\frac{1}{2}$

Resumen

Aprendiste que dos ángulos son complementarios si la suma de sus medidas es igual a 90° *y que dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es igual a* 180° *. También aprendiste a identificar ángulos verticales y que estos siempre son congruentes. Luego, aprendiste sobre las rectas y cómo pueden ser paralelas, perpendiculares o ninguna de estas.*

A continuación, te centraste en los polígonos y aprendiste cómo clasificar con precisión triángulos, cuadriláteros y otros polígonos. Aprendiste que dos figuras son congruentes si tienen la misma forma y el mismo tamaño. Dos figuras son similares si tienen la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño.

Finalmente, aprendiste las transformaciones geométricas de reflexión, rotación, traslación y dilatación. Aprendiste que las reflexiones, rotaciones y traslaciones producen figuras congruentes, mientras que las dilataciones producen figuras similares. También aprendiste sobre los teselados y cómo determinar si un polígono regular puede ser teselado.

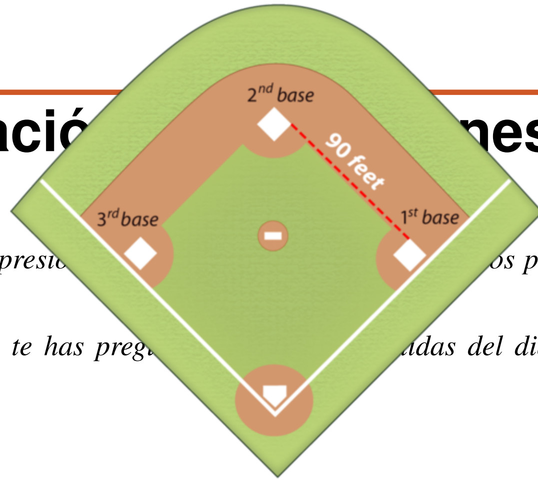
CHAPTER 7 Utilización de Números Reales y Triángulos Rectángulos

Chapter Outline

Introducción

En matemáticas 8, el contenido a aprender se divide en Secciones. Cada sección entrega lecciones enfocadas en un objetivo determinado. Las secciones cotidianas involucran al estudiante en el objetivo a aprender de cada sección. Se da la oportunidad a los estudiantes de practicar sus habilidades en situaciones cotidianas, ejemplos, prácticas guiadas y secciones de prácticas independientes. Aparecen hipervínculos a videos que se conectan con la Sección a través de la tecnología. En este capítulo, los estudiantes aprenderán el contenido que se relaciona con los números reales y los triángulos rectángulos. Las secciones incluirán evaluaciones de expresiones radicales, evaluaciones de potencias fraccionales, resolución de ecuaciones con radicales, clasificaciones y comparación de números reales, números irracionales, el Teorema de Pitágoras, la Conversión del Teorema de Pitágoras, medidas indirectas, perímetro, área, la fórmula de la distancia, los triángulos rectángulos especiales y las razones trigonométricas.

7.1 Evaluació nes Radicales



En esta sección, evaluarás las expresio os perfectos, cubos y raíces cuadradas aproximadas.

¿Alguna vez has jugado fútbol y te has preg adas del diamante de beisbol? Observa este problema.

"¿Sabías que la distancia entre dos bases en un diamante de béisbol es la misma que las raíz cuadrada de 8100?", le preguntó Mark a su hermana una mañana.

Sara miró a Mark.

"¿Estás seguro?", Sara preguntó tratando de resolver el problema en su cabeza.

Mark simplemente sonrió.

¿Es correcto lo que dice Mark?

Esta sección es sobre las raíces cuadradas y los cuadrados perfectos. Sabrás cómo resolver este dilema al final de esta sección.

Orientación

¿Recuerdas los ***exponentes?***

Un exponente es un número que eleva una base a su potencia.

Podemos reconocer los exponentes porque son pequeños números que se encuentran al lado de números grandes. Este pequeño número es el ***exponente*** *y el número grande es la* ***base*** *. El exponente te dice cuántas veces multiplicar una base por sí misma.*

Mira este valor.

7^2

Esto significa que multiplicamos la base de 7 por sí misma dos veces. Esta es la forma en que evaluamos una potencia.

$7 \times 7 = 49$

Esta es la respuesta.

También podemos realizar una operación que es el opuesto de elevar un número a una potencia, podemos encontrar la raíz del número: Esta es la expresión que es el opuesto a elevar un número a una potencia. Lo llamamos *raíz* o *radical.*

Cuando ves un número que se ve como esto, $\sqrt{16}$ *, eso significa que estamos buscando la raíz del número que está dentro del símbolo radical.*

Ahora, miremos cómo funciona con raíces o radicales.

Piensa en el valor de arriba.

$7^2 = 7 \times 7 = 49$

utilizamos lenguaje verbal para explicar esto, podemos decir que siete *al cuadrado* es igual a 49. Cuando el exponente es 2, podemos decir que el número se eleva al cuadrado porque se multiplica por sí mismo.

Podemos trabajar con lo opuesto del cuadrado y encontrar la raíz cuadrada del número.

$\sqrt{49}$

Cuando vemos un número dentro de un símbolo radical, estamos buscando resolver la raíz cuadrada de ese número. En otras palabras, lo que se multiplica por sí mismo dos veces es igual al valor dentro del símbolo radical.

La respuesta es 7 porque 7 al cuadrado es igual a 49.

También podemos elevar un número al cubo. Cuando un número se *eleva al cubo* , el exponente es 3. Esto significa que multiplicamos la base por sí misma tres veces.

2^3

Esto significa q

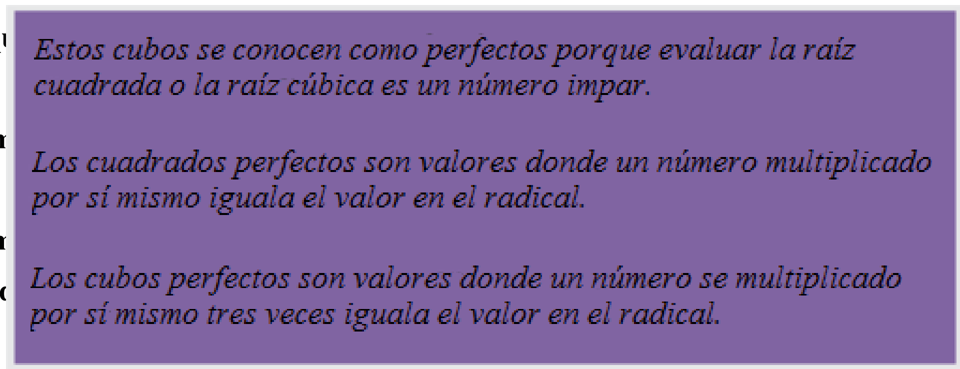
$2 \times 2 \times 2 = 8$

También poden

$\sqrt[3]{8}$

Cuando buscan **ismo tres veces.**

La raíz cúbica c



Podemos determinar si un valor es un *cuadrado perfecto* o un *cubo perfecto.*

¿64 es un cuadrado perfecto? ¿Es un cubo perfecto?

Para resolver esto necesitamos mirar si hay un número que podemos multiplicar por sí mismo para igualar 64. Esto significa que buscamos la raíz cuadrada de 64.

Evaluemos esta expresión radical.

$\sqrt{64} = 8$

Ya que $8^2 = 64$ **, 64 es un cuadrado pe**

Ahora, ¿es un cubo perfecto? Para re **i hay un valor que cuando se eleva al cubo da como resultado 64.**

$\sqrt[3]{64} = 4$

Ya que $4 \times 4 \times 4 = 64$ **, 64 es un cubo p**

64 es un cuadrado perfecto y un cubo

Escribe la definición de una expresión radical, de una raíz cuadrada y de una raíz cúbica en tu cuaderno. Asegúrate que entiendes cómo resolver si el número es un cuadrado perfecto o un cubo perfecto.

Las raíces son muy fáciles de encontrar cuando los números son cuadrados o cubos perfectos. Cuando no puedes encontrar una raíz que se eleva fácilmente al cuadrado o al cubo, necesitarás utilizar un método diferente. Si solo necesitas estimar una raíz cuadrada, puedes identificar entre qué números estará la raíz.

Si necesitas más información, puedes consultar una tabla que muestra las raíces cuadradas o utilizar una calculadora para encontrar la coma decimal exacta.

Eso es exactamente lo que analizaremos a continuación.

Evalúa $\sqrt{30}$

Al mirar 30 sabemos que no es un cuadrado perfecto. Por lo tanto, necesitaremos aproximarlo a la raíz cuadrada. Podemos hacer esto al resolver los dos valores entre los que estará la raíz cuadrada.

¿Qué valores elevados al cuadrado serán iguales al número que está cerca de 30?

Podemos decir que la raíz cuadrada de 30 está entre 5 y 6. Ya que 25 y 36 son casi el mismo número de unidades aparte, podemos decir que una respuesta aproximada para la raíz cuadrada de 30 es 5.5.

Algunas veces, querrás una respuesta exacta. Una respuesta aproximada no funcionará. Cuando eso sucede, necesitarás utilizar una calculadora o una tabla. Existen tablas que te dirán la raíz cuadrada exacta de un número.

Utiliza una calculadora para encontrar el valor de $\sqrt{42}$ **.**

Tipea el símbolo de la raíz cuadrada y 42 para encontrar la raíz cuadrada de 42 en tu calculadora.

El resultado que muestra es 6,48074069840786. Puedes redondearlo a la centena más cercana y registrar el valor como 6.48.

Ejemplo A

Evalúa $\sqrt{62}$

Solución: La respuesta será entre 7 y 8.

Ejemplo B

Evalúa $\sqrt{11}$

Solución: La respuesta será entre 3 y 4.

Ejemplo C

¿16 es un cuadrado perfecto?

Solución: Sí, porque $4 \times 4 = 16$ **.**

Ahora, miremos otra vez el dilema que estaba al principio de esta Sección.

Para resolver esto, necesitamos tomar la raíz cuadrada de 8100. Si miramos otra vez el diagrama del principio de esta sección, verás que la distancia entre las bases es de 90 pies.

Probaremos que la raíz cuadrada de 8100 es igual a 90 pies. Si esto es correcto, entonces Mark está en lo correcto.

$\sqrt{8100} = 90 \times 90$ *o* 90^2

¡Mark está en lo correcto!

Vocabulario

Exponente
: *El número pequeño que representa una potencia. Te dice cuántas veces multiplicar una base por sí misma.*

Base
: *El número que se eleva a la potencia. Es el número más grande que está al lado de un exponente.*

Expresión Radical
: *Un número dentro de una radical donde necesitas encontrar la raíz de un número.*

Elevar al cuadrado
: *Un exponente de 2 dice que debes multiplicar la base por sí misma.*

Elevar al cubo

Un exponente de 3 dice que debes multiplicar la base por sí misma tres veces.

Raíz Cúbica

Para encontrar un valor que cuando se multiplica por sí misma tres veces es igual al valor dentro de la radical.

Cuadrado Perfecto

Un número que es el cuadrado de un número entero.

Cubo Perfecto

Un número que es el cubo de un número entero.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas tú mismo.

¿40 es un cuadrado perfecto?

Solución

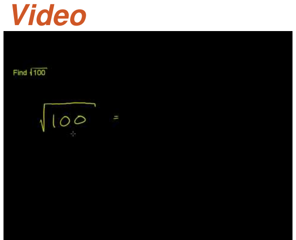
Para resolver esto, necesitamos resolver la raíz cuadrada de 40.

Evaluemos esta expresión radical.

$\sqrt{40}$

No hay un número que cuando se eleve al cuadrado sea igual a 40 sin ningún resto, por lo que 40 no es un cuadrado perfecto.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/57614

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Khan Academy Understanding Square Roots

"video disponible solo en inglés"

Práctica

Instrucciones: *Evalúa cada expresión radical.*

1. $\sqrt{16}$
2. $\sqrt{25}$
3. $\sqrt{81}$
4. $\sqrt{121}$
5. $\sqrt{36}$
6. $\sqrt{169}$
7. $\sqrt[3]{125}$

8. $\sqrt[3]{64}$
9. $\sqrt[3]{27}$
10. $\sqrt{144}$

Instrucciones: Aproxima cada raíz cuadrada listando los dos valores entre los que se puede encontrar la raíz cuadrada.

11. $\sqrt{12}$
12. $\sqrt{15}$
13. $\sqrt{20}$
14. $\sqrt{22}$
15. $\sqrt{31}$
16. $\sqrt{90}$
17. $\sqrt{99}$

7.2 Ev icales y Po

En esta sección del cap

¿Alguna vez has guard .

Los estudiantes de octavo grado del Consejo de Estudiantes decidieron que el tema del año escolar sería "Manos Auxiliadoras" Con este tema, los alumnos de octavo grado se enfocarían durante todo el año en diferentes proyectos de servicio comunitario. Cuando la presidenta de la clase, Margaret, propuso esta iniciativa al cuerpo estudiantil, los estudiantes se emocionaron mucho. Decidieron dejar que cada clase resolviera el proyecto en que se enfocarían.

La clase de la Sra. Garibaldi realizó una campaña de conservas en lata para ayudar a un refugio de asistencia local. Juan era el líder del grupo. Él envió un aviso a cada familia para comenzar a recolectar comida a principios de noviembre. Pensó que podría juntar todas las latas para El Día de Acción de Gracias y así proveer a algunas familias con comida extra para las fiestas.

Juntaron 121 latas para el refugio. Se recolectaron muchos tipos diferentes de comida enlatada. Juan calculó que el número de latas que contienen vegetales era igual a $121^{\frac{1}{2}}+14$.

"¿Cuántas latas contenían vegetales?", le preguntó Margaret a Juan durante el almuerzo.

Juan simplemente sonrió y escribió su expresión en un pedazo de papel.

"¡Esa es una forma muy rara de escribirlo!", dijo ella "¡aún no sé cuántas latas contienen vegetales!"

¿Tú lo sabes? Esta sección trabajará con exponentes fraccionarios y radicales. Al final de ella, sabrás cómo ayudar a Margaret a resolver el problema.

Orientación

Puedes evaluar una expresión radical al evaluar también el exponente o la raíz.

¿Recuerdas los exponentes?

Un exponente es un número que eleva una base a su potencia.

Podemos reconocer los exponentes porque son pequeños números que se encuentran al lado de números grandes. Este pequeño número es el ***exponente*** *y el número grande es la* ***base*** *. El exponente te dice cuántas veces multiplicar una base por sí misma.*

5^2

Esto significa que multiplicamos la base de 5 por sí misma dos veces. Esta es la forma en que evaluamos una potencia.

$5\times 5=25$

Esta es la respuesta.

También podemos realizar una operación que es el opuesto de aumentar un número a una potencia, podemos encontrar la raíz del número: Esta es la expresión que es el opuesto a elevar un número a una potencia. Lo llamamos *raíz* o *radical.*

Cuando ves un número que se ve como esto, $\sqrt{49}$ *, significa que estamos buscando la raíz del número que está dentro del símbolo radical.*

Ahora, miremos cómo funciona con raíces o radicales.

$5^2 = 5 \times 5 = 25$

Si utilizamos lenguaje verbal para explicar esto, podemos decir que siete al *cuadrado* es igual a 49. Cuando el exponente es 2, podemos decir que el número se eleva al cuadrado porque se multiplica por sí mismo.

Podemos trabajar con lo opuesto del cuadrado y encontrar la raíz cuadrada del número.

$\sqrt{25}$

Cuando vemos un número dentro de un símbolo radical, estamos buscando resolver la raíz cuadrada de ese número. En otras palabras, lo que se multiplica por sí mismo dos veces es igual al valor dentro del símbolo radical.

La respuesta es 5, porque 5 al cuadrado es igual al 25.

Considera esta declaración de equivalencia.

También hay equivalencia cuando utilizas una expresión radical y potencias fraccionarias. Observa esto.

Hay una conexión entre la expresión radical y las *potencias fraccionarias*.

Una potencia fraccionaria es cuando el exponente está en forma de fracción.

Las raíces cuadradas y las raíces cúbicas también pueden representarse por exponentes fraccionarios.

Si un número se eleva a la potencia de $\frac{1}{3}$ *, es lo mismo que sacar la raíz cúbica. De manera similar, si un número se eleva a la potencia de* $\frac{1}{2}$ *, es lo mismo que sacar la raíz cuadrada.*

Observa esta situación.

A Elena le pidieron que encontrara el valor de $27^{\frac{1}{3}}$ **. ¿Qué debería hacer Elena para encontrar este valor?**

El primer paso que debería hacer Elena es convertir el exponente fraccionario en una raíz. Ya que la fracción es $\frac{1}{3}$ **, necesitará encontrar la raíz cúbica de 27 para resolver el problema.**

$27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27}$

Para simplificar la raíz cúbica, Elena debe pensar en un número que, cuando se multiplica tres veces consecutivamente, resulta en 27.

Si multiplicas $3 \times 3 \times 3$ **, el producto es 27. Entonces, la raíz cúbica de 27 es 3.**

$27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$

La respuesta es 3.

Evalúa cada ejemplo.

Ejemplo A

$64^{\frac{1}{3}}$

Solución:#38;#160; 4

Ejemplo B

$49^{\frac{1}{2}}$

Solución:#38;#160; 7

Ejemplo C

$343^{\frac{1}{3}}$

Solución:#38;#160; 7

Ahora, miremos otra vez el dilema que estaba al principio de esta Sección.

Para crear una ecuación para este caso, es importante identificar primero la variable. Lo desconocido en este problema es el número de latas que contienen vegetales. Podemos nombrar esa cantidad como c **.**

El problema nos dice que c **es igual a la expresión** $121^{\frac{1}{2}} + 14$ **. Entonces, podemos escribir la ecuación con** c **en un lado y** $121^{\frac{1}{2}} + 14$ **al otro.**

$c = 121^{\frac{1}{2}} + 14$

Para resolver esta ecuación, puedes simplificar el exponente y sumar. Sabemos que si un número se eleva a la potencia de $\frac{1}{2}$ **, es lo mismo que encontrar la raíz cuadrada. Por lo que la ecuación puede reescribirse.**

$c = \sqrt{121} + 14$

La raíz cuadrada de 121 es 11, ya que $11 \times 11 = 121$ **. Entonces, la ecuación se vuelve mucho más simple.**

$c = 11 + 14$

Ya que $11 + 14 = 25$ **, el valor de** c **es 25.**

$c = 25$

El número de latas que contienen vegetales en la clase de la Sra. Garibaldi era de 25.

Vocabulario

Exponente
El número pequeño que representa una potencia. Te dice cuántas veces multiplicar una base por sí misma.

Base
El número que se eleva a la potencia. Es el número más grande que está al lado de un exponente.

Expresión Radical
Un número dentro de una radical donde necesitas encontrar la raíz de un número.

Elevar al cuadrado
Un exponente de 2 dice que debes multiplicar la base por sí misma.

Elevar al cubo
Un exponente de 3 dice que debes multiplicar la base por sí misma tres veces.

Raíz Cúbica
Sirve para encontrar un valor que cuando se multiplica por sí mismo tres veces es igual al valor dentro de la radical.

Cuadrado Perfecto
Un número que es el cuadrado de un número entero.

Cubo Perfecto
Un número que es el cubo de un número entero.

Potencia Fraccionaria
Un exponente en forma de fracción. Un exponente fraccionario de $\frac{1}{2}$ *es lo mismo que la raíz cuadrada de un número. Un exponente fraccionario de* $\frac{1}{3}$ *es lo mismo que la raíz cúbica de un número.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas tú mismo.

Birgit necesita resolver la ecuación $x = 81^{\frac{1}{2}}$ *. ¿Cómo puede encontrar el valor de* x *?*

Solución

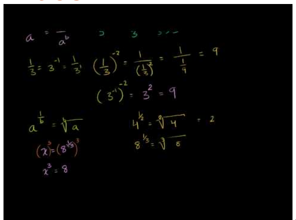
Birgit debería darse cuenta que elevar algo a la potencia de $\frac{1}{2}$ *es lo mismo que sacar la raíz cuadrada. Entonces, Birgit solo necesita encontrar la raíz cuadrada de 81 para encontrar el valor de* x *.*

Para encontrar el raíz cuadrada de 81, Birgit podría usar su calculadora o pensar en un número que, cuando se multiplica por sí mismo, dará un producto de 81.

Ya que $9 \times 9 = 81$ **, la raíz cuadrada de 81 es 9.**

En la ecuación $x = 81^{\frac{1}{2}}, x = 9$ **.**

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/109

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Khan Academy Fractional Powers

"Este video solo está disponible en inglés"

Práctica

Instrucciones: *Evalúa cada potencia fraccionaria.*

1. $64^{\frac{1}{2}}$
2. $16^{\frac{1}{2}}$
3. $144^{\frac{1}{2}}$
4. $81^{\frac{1}{2}}$
5. $9^{\frac{1}{2}}$
6. $25^{\frac{1}{2}}$
7. $216^{\frac{1}{3}}$
8. $100^{\frac{1}{2}}$
9. $16^{\frac{1}{4}}$
10. $256^{\frac{1}{4}}$
11. $125^{\frac{1}{3}}$
12. $36^{\frac{1}{2}}$
13. $81^{\frac{1}{4}}$
14. $121^{\frac{1}{2}}$
15. $169^{\frac{1}{2}}$

7.3 R nvolucran R

En esta sección del cap

¿Alguna vez has planta

Mario y su hermano han construido un huerto que tiene un área de 144 pies cuadrados. Si la forma del huerto es un cuadrado, entonces ¿cuál es la longitud de un lado del huerto? ¿Cuál es el perímetro de este huerto?

Para resolver esto, necesitarás entender cómo resolver ecuaciones que involucran radicales. Esta sección te enseñará a encontrar el éxito.

Orientación

¿Recuerdas los ***exponentes?***

Un exponente es un número que eleva una base a su potencia. *Podemos reconocer los exponentes porque son pequeños números que se encuentran al lado de números grandes. Este pequeño número es el* ***exponente*** *y el número grande es la* ***base*** *. El exponente te dice cuántas veces multiplicar una base por sí misma.*

7^2

Esto significa que multiplicamos la base de 7 por sí misma dos veces. Esta es la forma en que evaluamos una potencia.

$7 \times 7 = 49$

Esta es la respuesta.

También podemos realizar una operación que es el opuesto de aumentar un número a una potencia, podemos encontrar la raíz del número: Esta es la expresión que es el opuesto a aumentar un número a una potencia. Lo llamamos *raíz* o *radical.*

Cuando ves un número que se ve como esto, $\sqrt{16}$ *, significa que estamos buscando la raíz del número que está dentro del símbolo radical.*

En este caso, la respuesta sería 4 porque 4 x 4 = 16.

También podemos ver radicales en una ecuación. Cuando tenemos un radical en una ecuación, podemos resolver la ecuación al utilizar lo que hemos aprendido sobre cuadrados y raíces cuadradas. Echémosle un vistazo.

$x^2 = 100$

Para resolver esta ecuación, pensemos en algo que ya sabemos. Sabemos que un valor multiplicado por sí mismo será igual a 100. Hasta este punto hemos resuelto ecuaciones con la utilización de operaciones inversas. Podemos utilizar eso aquí otra vez. La variable se eleva al cuadrado; podemos obtenerlo por sí mismo al utilizar una operación inversa. La inversa de elevar al cuadrado un número es encontrar la raíz cuadrada del número. Veamos qué sucede si encontramos la raíz cuadrada en ambos lados de la ecuación.

$\sqrt{x^2} = \sqrt{100}$

El exponente 2 y el radical se anulan el uno al otro porque son inversos de cada uno. Crucémoslos.

$\sqrt{x^2} = \sqrt{100}$

Ahora, pongámoslos a la izquierda con:

Esta es la respuesta.

Resuelve cada ecuación.

Ejemplo A

$x^2 = 36$

Solución:#38;#160; $x = 6$

Ejemplo B

$x^2 = 81$

Solución:#38;#160; $x = 9$

Ejemplo C

$x^3 + 2 = 66$

Solución:#38;#160; $x = 4$

Ahora, miremos otra vez el dilema que estaba al principio de esta Sección.

Primero, tenemos que analizar lo que sabemos sobre el huerto. Sabemos el área.

$A = 144\ sq.feet$

También sabemos que la fórmula del área es s^2 **.**

Ahora podemos escribir la ecuación para resolver la primera parte del problema, la longitud de uno de los lados.

$s^2 = 144\ sq.feet$

Si tomamos la raíz cuadrada de ambos lados, entonces podremos resolver el valor de un lado del huerto.

La longitud de uno de los lados del huerto es de 12 pies.

Luego, necesitamos resolver el perímetro del huerto.

$P = 4s$

Sustituiremos el valor incógnito por el lado del huerto.

$P = 4(12)$

El perímetro del huerto es de 48 pies cuadrados.

Vocabulario

Exponente
El número pequeño que representa una potencia. Te dice cuántas veces multiplicar una base por sí misma.

Base
El número que se eleva a la potencia. Es el número más grande que está al lado de un exponente.

Expresión Radical
Un número dentro de una radical donde necesitas encontrar la raíz de un número.

Elevar al cuadrado
Un exponente de 2 dice que debes multiplicar la base por sí misma.

Elevar al cubo
Un exponente de 3 dice que debes multiplicar la base por sí misma tres veces.

Raíz Cúbica
Sirve para encontrar un valor que cuando se multiplica por sí mismo tres veces es igual al valor dentro de la radical.

Cuadrado Perfecto
Un número que es el cuadrado de un número entero.

Cubo Perfecto
Un número que es el cubo de un número entero.

Potencia Fraccionaria
Un exponente en forma de fracción. Un exponente fraccionario de $\frac{1}{2}$ es lo mismo que la raíz cuadrada de un número. Un exponente fraccionario de $\frac{1}{3}$ es lo mismo que la raíz cúbica de un número.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas tú mismo.

$x^2 = 121$

Solución

Para resolver esta ecuación, pensemos en algo que ya sabemos. Sabemos que un valor multiplicado por sí mismo será igual a 100. Hasta este punto hemos resuelto ecuaciones con la utilización de operaciones inversas. Podemos *utilizar eso aquí otra vez. La variable se eleva al cuadrado; podemos obtenerlo por sí mismo al utilizar una operación inversa. La inversa de elevar al cuadrado un número es encontrar la raíz cuadrada del número. Veamos qué sucede si encontramos la raíz cuadrada en ambos lados de la ecuación.*

$\sqrt{x^2} = \sqrt{121}$

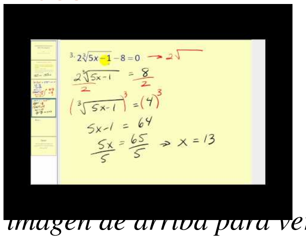
El exponente 2 y el radical se anulan el uno al otro porque son inversos de cada uno. Crucémoslos.

$\sqrt{x^2} = \sqrt{121}$

Ahora, pongámoslos a la izquierda con:

Esta es la respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/57615

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Solving Radical Equations with One Radical

"Este video solo está disponible en inglés"

Práctica

Instrucciones: *Resuelve cada ecuación que involucra expresiones radicales.*

1. $x^2 = 121$
2. $x^2 = 144$
3. $x^2 = 64$
4. $x^2 = 169$
5. $x^2 = 16$
6. $x^3 = 64$
7. $x^3 = 27$
8. $x^2 + 3 = 147$
9. $x^2 - 2 = 23$
10. $x^2 + 5 = 30$
11. $x^3 + 4 = 68$
12. $x^3 + 10 = 135$
13. $x^2 - 4 = 21$
14. $x^2 - 6 = 30$
15. $x^2 - 12 = 37$

7.4 Cl s

En esta sección del ca os naturales, enteros y números irracionales.

¿Alguna vez has pensa

En el frente de la Secundaria Kenneth Graham hay una bandera con un jardín circular debajo. Los estudiantes de la clase del Sr. Kennedy decidieron que este jardín circular sería su proyecto de servicio comunitario. Los estudiantes eligieron a Candice como la líder del proyecto y ella comenzó a trabajar inmediatamente con la organización de la decoración. Pidió a un grupo de estudiantes que plantaran flores y rastrillaran las hojas que quedaron del otoño anterior. Era un proyecto perfecto para la primavera.

"Necesitamos más tierra", le dijo Sam un poco antes de comenzar la limpieza.

"Yo también lo creo", dijo Kyle.

Candice se acercó para evaluar la situación. La lluvia y la nieve del invierno y del comienzo de la primavera habían dejado la tierra dispersa. Definitivamente, no había suficiente tierra para poder plantar. Candice comenzó a resolver el área del jardín circular.

Sabía que la fórmula de área es $A = \pi r^2$ *. El diámetro del jardín es de 16 pies.*

Eso es todo lo que Candice puedo obtener. No podía recordar el siguiente paso. Aquí es donde entras tú. La utilización de números irracionales es necesaria para resolver este problema. Pero primero, debes entender que significa cuando decimos "números irracionales".

Orientación

Hay muchas maneras de clasificar o nombrar a los números.

Todos los números se consideran *números reales*.

Cuando cursas grados inferiores trabajas con ***números naturales***. **Los números naturales son los números contables. Consideramos** $,2,3,4\dots\}$.

En la secundaria, tambiér **números naturales, pero también incluye a sus op** *es y los números negativos son parte de un conjunto d*

Podemos parar de clasific veces podemos medir una parte del entero o un ente ***les.*** **Un número racional es cualquier número que o el denominador no son iguales a cero.** *Pensemos racional porque podemos ponerlo sobre 1.*

-4 se puede escribir como al.

Exactamente. *También podemos pensar en decimales. Muchos decimales se pueden escribir como fracciones, por lo que los decimales también son números racionales.*

Hay dos tipos especiales (**po de decimal que NO es un número racional** *Un d* *icional.* **Un decimal finito es un decimal que parece** **nina.** *Termina o finaliza en alguna parte.*

.3456798

Este es un decimal finito. (

*Un **decimal repetitivo** taml* **tiene valor que se repiten para siempre.**

.676767679...

Este es un decimal repetiti

Ah ja! Este es el último tipo de número que es un decimal, pero NO es un número racional. Se le llama *número irracional.* Un número irracional es un decimal que no termina y que no tiene repetición. Continúa y continúa y continúa. Los números irracionales no se pueden representar como fracciones. El número irracional más famoso es *pi* (π) . Utilizamos 3,14 par **er que** *pi* **es un número irracional que significa que continúa para siempre.**

¿Cómo podemos determinar si una fra **irracional?**

Si un número se puede escribir como frac *úmero no se puede escribir como fracción entonces es irracional. Además de* π *, las* *n son ejemplos de números irracionales. Por ejemplo,* $\sqrt{2}$ *y* $\sqrt{3}$ *son números irracic*

Escribe cada una de estas definiciones y un ejemplo para cada una en tu cuaderno.

Ahora que tienes algo de práctica en la identificación de números reales, puedes compararlos.

Anteriormente, has utilizado líneas numéricas para comparar números. Pueden ser extremadamente útiles en comparación con los valores de diferentes números, incluidos los números irracionales. La mejor estrategia es convertir cada valor individual en decimal. En el caso de números irracionales, tendrás que redondearlos a un valor razonable. Una vez que los números son decimales, puedes compararlos fácilmente con una línea numérica. Recuerda que cuando encuentras la solución a estos tipos de problemas después de ordenar los valores, debes convertirlos otra vez a su forma original.

Ubica los siguientes valores en una línea numérica: -3.2, $\sqrt{2}, 2.\overline{3}$, $\sqrt{9}$ **.**

Primero encuentra los valores decimales de cada número.

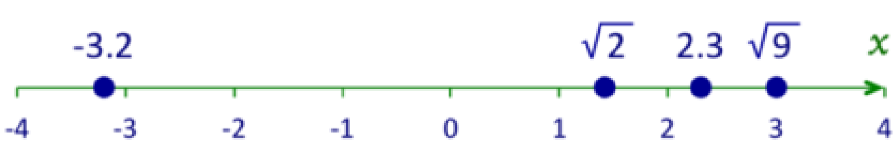
El número -3.2 ya es un decimal.

El número $\sqrt{2}$ *es un número irracional. Su decimal, redondeado a la centena más cercana es 1.414.*

El número $2.\overline{3}$ *es* $\frac{7}{3}$.

El número $\sqrt{9}$ *sin*

Luego puede ub



Esto puede parecer engañoso, pero si piensas en el valor decimal aproximado de cada número entonces se vuelve más fácil.

Clasifica cada número real.

Ejemplo A

$\sqrt{7}$

Solución: Número irracional

Ejemplo B

$\frac{1}{9}$

Solución: Número irracional

Ejemplo C

-98

Solución: Entero y número racional

Ahora, miremos otra vez el dilema que estaba al principio de esta Sección.

Primero, tomemos las medidas del diámetro y resolvamos las medidas de los radios. Los radios son una mitad del diámetro.

Ahora, podemos sustituirlo en la fórmula y resolver. Podemos utilizar 3,14 como una aproximación de π para obtener el área aproximada.

Vocabulario

Números Naturales
El conjunto de números contables positivos.

Enteros
El conjunto de números naturales y sus opuestos.

Números Racionales
Cualquier número que se puede escribir en forma de fracción incluido los decimales finitos y repetitivos.

Números Racionales
Cualquier número que no se puede escribir en forma de fracción. Estos son números que no tienen un punto final o repetición cuando se escriben en forma decimal. Los valores decimales continúan indefinidamente.

Pi
π *, el radio de un diámetro a la circunferencia de un círculo. Utilizamos 3,14 para aproximar este número irracional.*

Números Reales
El conjunto de números racionales e irracionales hacen este conjunto de números reales.

Práctica Guiada

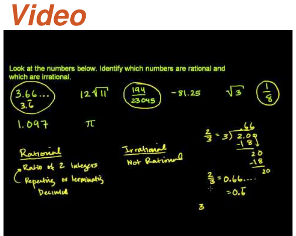
Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas tú mismo.

$\frac{23}{4}$ *es racional o irracional?*

Solución

Ya que el número se escribe como fracción, sabemos que es un número racional.

Revisión en Video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58518

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

[Khan Academy Identifying Rational Numbers]

"Este video solo está disponible en inglés"

Práctica

<u>Instrucciones:</u> *Clasifica cada uno de los siguientes números en reales, naturales, enteros, racionales o irracionales. Algunos números tendrán más de una clasificación.*

1. 3.45
2. -9

3. *1,270*
4. *1.232323*
5. $\frac{4}{5}$
6. *-232,323*
7. *-98*
8. *1.98*
9. $\sqrt{16}$
10. $\sqrt{2}$

Instrucciones: Responde cada pregunta con verdadero y falso.

11. *Un número irracional también puede ser un número real.*
12. *Un número irracional es un número real y un entero.*
13. *Un número natural también es un entero.*
14. *Un decimal se considera un número real y un número racional.*
15. *Un decimal negativo puede seguir considerándose como un entero.*
16. *Un número irracional es un decimal finito.*
17. *Un radical siempre es un número irracional.*
18. *Los números naturales negativos son enteros y números racionales.*
19. *Pi es un ejemplo de número irracional.*
20. *Un decimal repetitivo también es un número racional.*

7.5 Soluciones Aproximadas de las Ecuaciones que Involucran Números Irracionales

En esta sección del capítulo, aproximarás soluciones de las ecuaciones que involucran números irracionales.

Un lugar común donde encontrarás números irracionelaes es cuando trabajas con círculos y esferas. Ya que pi se relaciona con el círculo, necesitarás trabajar con números irracionales cuando soluciones problemas que involucran círculos. Observa este dilema.

Henrietta sabía que para encontrar la circunferencia de un círculo, ella necesitaba multiplicar el diámetro por π *. Si el diámetro de círculo de Henrietta es de 6 pulgadas, ¿cuál es la circunferencia aproximada del círculo?*

Pon atención y aprenderás cómo resolver este problema exitosamente.

Orientación

Hay muchas maneras de clasificar o nombrar a los números.

Todos los números se consideran *números reales.*

Cuando cursas grados inferiores trabajas con ***números naturales.*** **Los números naturales son los números contables. Consideramos los números naturales como un conjunto de números** $\{0,1,2,3,4\ldots\}$.

En la secundaria, también aprendes sobre ***enteros*** . **El conjunto de enteros incluye números naturales, pero también incluye a sus opuestos.** *Por lo tanto, podemos decir que los positivos naturales y los números negativos son parte de un conjunto de enteros* $\{\ldots$

Podemos dejar de clasificar números co *rque algunas veces podemos medir una parte del entero o un entero en partes.* ***ıeros racionales.*** **Un número racional es cualquier número que se puede esc** **l numerador o el denominador no son igual a cero.**

Observa estas definiciones y luego escríl

Algunas veces, necesitarás encontrar estimaciones de los números irracionales para resolver una ecuación. La forma más fácil para hacerlo es encontrando el valor decimal en tu calculadora que es cercano al número irracional. Recuerda que entre más comas decimales incluyas, más exacta será tu respuesta. Para este propósito, está bien redondear un número irracional a la centena o unidad de mil más cercana. Una vez que encuentras el decimal aproximado, resuelve la ecuación normalmente. Es crucial utilizar las palabras o las señales para demostrar que tu respuesta es aproximada, no exacta. El símbolo $\approx$ *significa aproximadamente igual a, y es más apropiado que el signo igual en estas situaciones.*

Observa esta situación.

Encuentra la a **:** $a = 4\pi$ **.**

Primero, encuentra la aproximación de π *utilizando tu calculadora. El valor de* π *es 3.1415927... Esto puede redondearse a 3,14 para este próposito.*

Para resolver esta ecuación, multiplica 3,14 por 4. Este será el valor aproximado de a **.**

$3.14 \times 4 = 12.56$

Por lo que el valor de a **es aproximadamente 12.56.** $a \approx 12.56$

Evalúa each solution.

Ejemplo A

$a : a = 3\pi$

Solución:#38;#160; 9.42

Ejemplo B

$x : x = 7\pi$

Solución:#38;#160; 21.98

Ejemplo C

$y : y = 5\pi$

Solución:#38;#160; 15.7

Ahora, miremos otra vez el dilema que estaba al principio de esta Sección.

Primero, transforma la información del problema en una ecuación. Establezcamos C igual a la circunferencia.

El valor de π *es 3.1415927... Redondeado a la centena más cercana, este valor es 3,14. Puedes sustituir este valor otra vez en la ecuación para encontrar el valor de* C *. Recuerda utilizar los signos iguales aproximado res después de hacer la estimación.*

Si el diámetro de círculo de Henrietta es de aproximadamente 18,84 pulgadas.

Vocabulario

Números Naturales
El conjunto de números contables positivos.

Enteros
El conjunto de números naturales y sus opuestos.

Números Irracionales
Cualquier número que se puede escribir en forma de fracción incluido los decimales finitos y repetitivos.

Números Racionales
Estos son números que no tienen un punto final o repetición cuando se escriben en forma decimal. Los valores decimales continúan indefinidamente. Estos números no entran en el conjunto de números racionales.

Pi
π *, el radio de un diámetro de la circunferencia de un círculo. Utilizamos 3,14 para representar este número irracional.*

Números Reales
El conjunto de números racionales e irracionales hacen este conjunto de números reales.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas tú mismo.

Encuentra la y *:* $12 - \sqrt{7} = y$.

Solución

Primero, encuentra la aproximación de $\sqrt{7}$ *utilizando tu calculadora. El valor de* $\sqrt{7}$ *es 2.64575... Esto puede redondearse a 2,65 para este propósito.*

Para resolver esta ecuación, multiplica 2,65 por 12. Este será el valor aproximado de y

$12 - 2.65 = 9.35$

Por lo que el valor de y **es aproximadamente 9.35.** $y \approx 9.35$

Revisión en Video

MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65523

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

"Este video solo está disponible en inglés"

Práctica

Instrucciones: *Aproxima la solución de cada ecuación dados los números irracionales.*

1. $a : a = 3\pi$
2. $x : x = 8\pi$
3. $b : b = 9\pi$
4. $c : c = 12\pi$
5. $a : a = 2\pi$
6. $y : y = 6\pi$
7. $b : b = 7\pi$
8. $d : d = 12\pi - 6$
9. $a : a = 14\pi - 9$
10. $x : x = 11\pi - 5$
11. $\sqrt{2} + 5 = x$
12. $8 = \sqrt{2} + x$
13. $t = \pi - 5.3$
14. $\sqrt{h} = \sqrt{6} - \frac{3}{4}$
15. *15. La Sra. DeFazio escribió la siguiente ecuación en la pizarra.* $w = \sqrt{11} - 2^2$ *¿Cuál es el valor de* w *en la ecuación de la Sra. DeFazio?*

7.6 D Pitágoras

En esta sección del cap

¿Alguna vez has pintad

Mientras la clase del Sr. Kennedy trabajaba en el jardín, los estudiantes de la clase del Sr. Richardson decidieron pintar el cobertizo de equipamiento donde se guarda todo el equipo deportivo.

"Esa cosa no se ha pintado en décadas", dijo Karen en la primera reunión.

"Estoy de acuerdo, se ve horrible", agregó Cameron.

"Bueno, no sé sobre las décadas, pero sí necesita pintarse y eso es lo que haremos. Ahora, para trabajar en este proyecto, necesitaremos escoger una escalera para escalar lo suficientemente alto. " ¿Cómo resolvemos esto?", preguntó el Sr. Richardson.

La clase estaba silenciosa.

"Tengo una idea", dijo Vera sonriendo, "tiene que ver con los triángulos. Necesitamos descubrir la altura de la escalera, comparado con la altura del edificio."

"Sí, pero no olvidemos que la escalera debe alcanzar el edificio, no al revés. Por lo que también tenemos que considerar esa medida", dijo Aran.

"¿Qué podemos utilizar para resolverlos?", Preguntó Karen.

Una vez más, el grupo guardó silencio.

Se necesita una fórmula matemática que involucra el teorema de Pitágoras para resolver este problema. Los estudiantes tienen el trabajo listo. Tú también. Pon atención a esta sección para que puedas explicar la fórmula que ellos nece

Orientación

Probablemente has estu

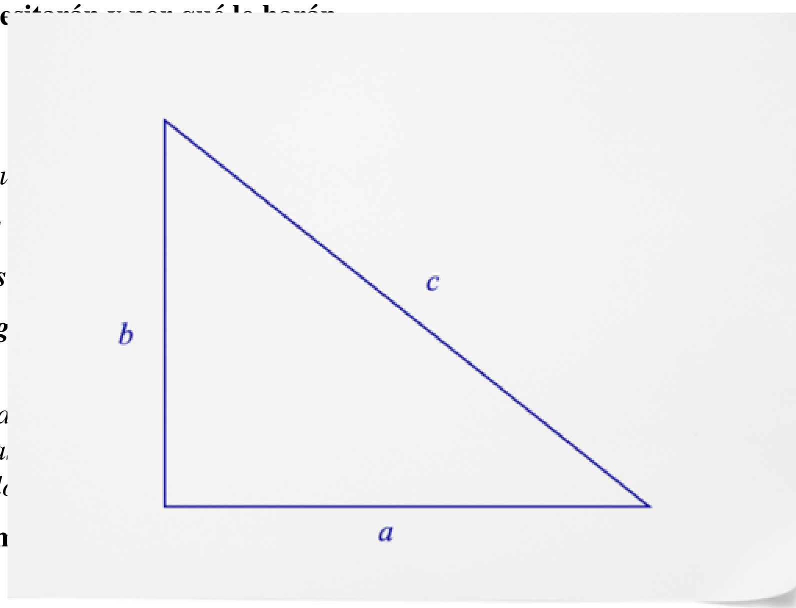
Los triángulos agudos

Los triángulos obtusos

Los triángulos rectáng **ıbras, tiene un ángulo rectángulo.**

Esta sección se enfoca ectángulos. Todas las ecuaciones y estrategia íngulos rectángulos; no funcionan con triángul

Para comenzar, miren

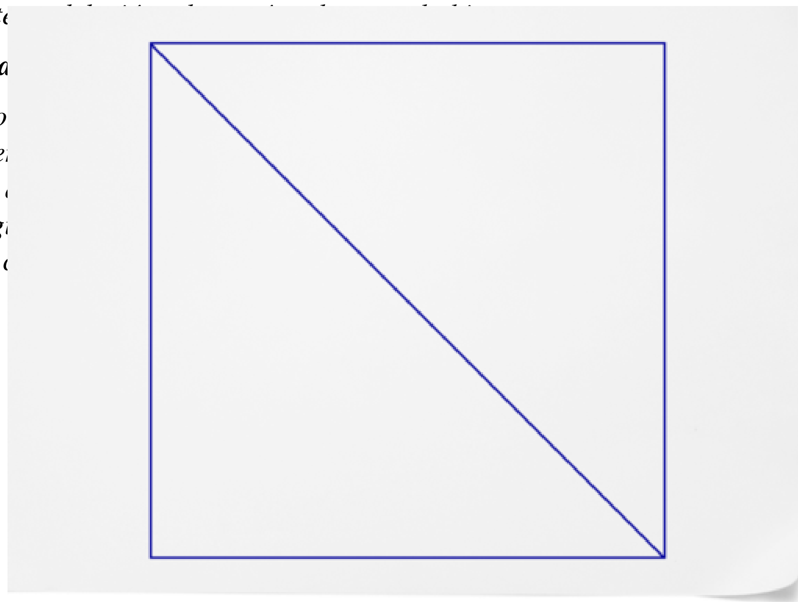


Los *catetos* son los dos lados del triángulos que se etiquetan como a y b . La *hipotenusa* es el lado más largo de un triángulo rectángulo y se etiqueta como c . Hay una relación especial entre los catetos de un triángulo rectángulo y la hipotenusa del mismo.

Una de las características especiales de los triángulos rectángulos se describe con el ***Teorema de Pitágoras*** *, aunque este se desarrolló alrededor del año 500 A.C. Establece que el valor cuadrado de una hipotenusa igualará la suma de los cuadrados de ambos catetos. En el triángulo de arriba, la suma de los cuadrados de los catetos es a^2+b^2 y el cuadrado de la hipotenusa es c^2 . Por lo que, el teorema de Pitágoras se representa comúnmente como $a^2+b^2=c^2$ donde a y b son los cate*

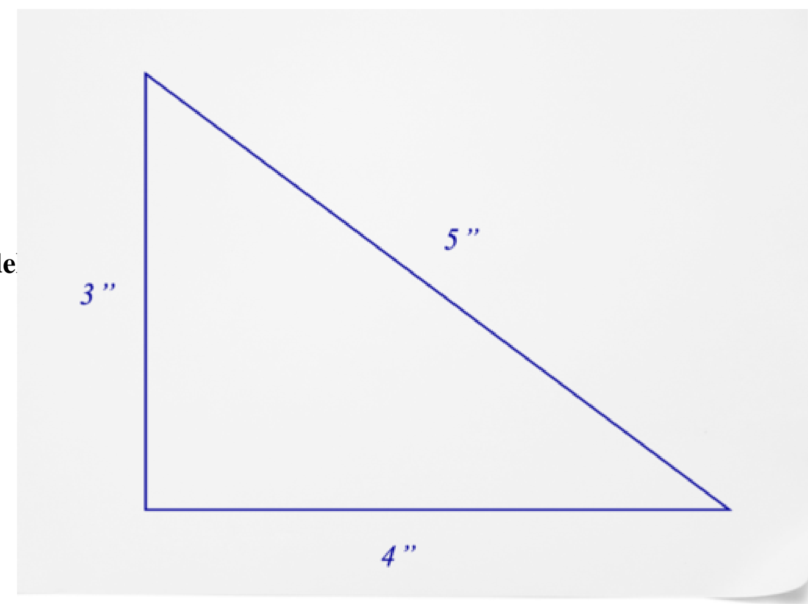
El *teorema de Pitágora*

Te estarás preguntando … Pitágoras en términos de un cuadrado. Sabe… gulo. Podemos dividir un cuadrado con una … la diagonal dividirá el cuadrado en dos triáng… rado, los lados también se relacionarán con el



Miremos uno.

Utiliza las medidas de



Los catetos del triángulo de arriba son de 3 pulgadas y 4 pulgadas. La hipotenusa es de 5 pulgadas. Por lo que, $a=3$, $b=4$, y $c=5$. Podemos probar la fórmula para ver si es verdadera.

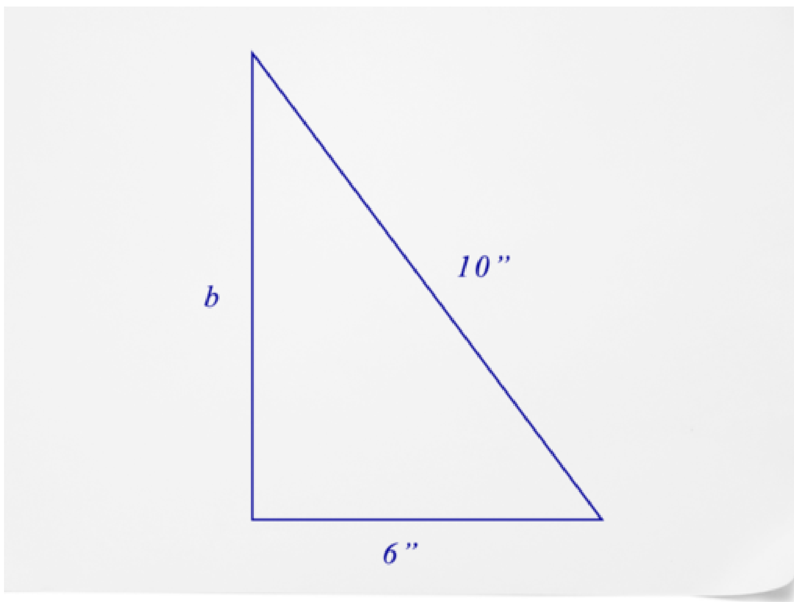
Ya que ambos lados de la ecuación son iguales a 25, la ecuación es verdadera. Por lo tanto, el teorema de Pitágoras funcionó en este triángulo rectángulo.

Esta combinación de números (3, 4, 5) se le conoce como el *triple Pitagórico* . En otras palabras, estos tres números trabajan juntos para hacer que el Teorema de Pitágoras sea verdadero.

Ahora que has aprendido cómo derivar y ejecutar el Teorema de Pitágoras, hay muchas formas diferentes de aplicarla. Cada vez que tienes dos de los tres lados en un triángulo rectángulo, puedes encontrar el terceto utilizando la ecuación $a^2+b^2=c^2$ *, donde a y b son las longitudes de los catetos del triángulo y c es la longitud de la hipotenusa.*

Cuando se aplica el Teorema de Pitágoras, asegúrate de utilizar los exponentes y raíces cuadradas de manera exacta.

¿Cuál es la longitud de b **en el triángulo de abajo?**



Utiliza el Teorema de Pitágoras para identificar la longitud del cateto faltante, b **. Asegúrate de simplificar los exponentes y las raíces cuidadosamente. También recuerda utilizar operaciones inversas para resolver las ecuaciones de manera apropiada.**

$a^2+b^2=c^2$, *donde* $a=6$ *y* $c=10$

La longitud del lado faltante es de 8 pulgadas.

Ya sabes sobre el triple pitagórico 3:4:5. Fíjate que este triángulo es proporcional a la razón. Si divides en dos las longitudes del triángulo del ejemplo, encontrarás las mismas proporciones, 3:4:5. Cuando sea que encuentres un triple Pitagórico, puedes aplicar esas razones con factores mayores también. Por lo que 6, 8, 10 es otro triple Pitagórico.

Fíjate que entre más uses el Teorema de Pitágoras, podrás resolver la longitud faltante de cualquiera de los tres lados del triángulo rectángulo.

Encuentra la longitud del lado faltante para cada triángulo rectángulo.

Ejemplo A

$9, 12$

Solución:#38;#160; 15

Ejemplo B

$15, 20,$

Solución:#38;#160; 25

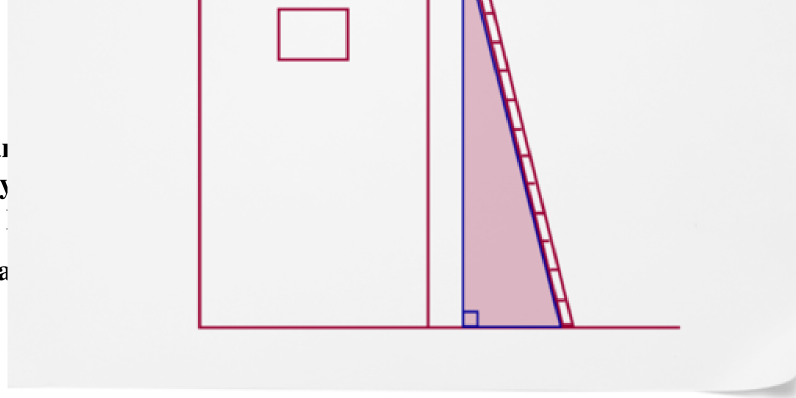
Ejemplo C

$21, 28,$

Solución:#38;#160; 35

Ahora, miremos otra vez el dilema que estaba al principio de esta Sección.

Los estudiantes necesitarán utilizar el Teorema de Pitágoras para resolver este problema.



¿Por qué? Necesitarán ... ángulo rectángulo con el suelo. El cobertizo y ... rma los lados a **y** b **del triángulo rectángulo.**

Mira el diagrama de a

Vocabulario

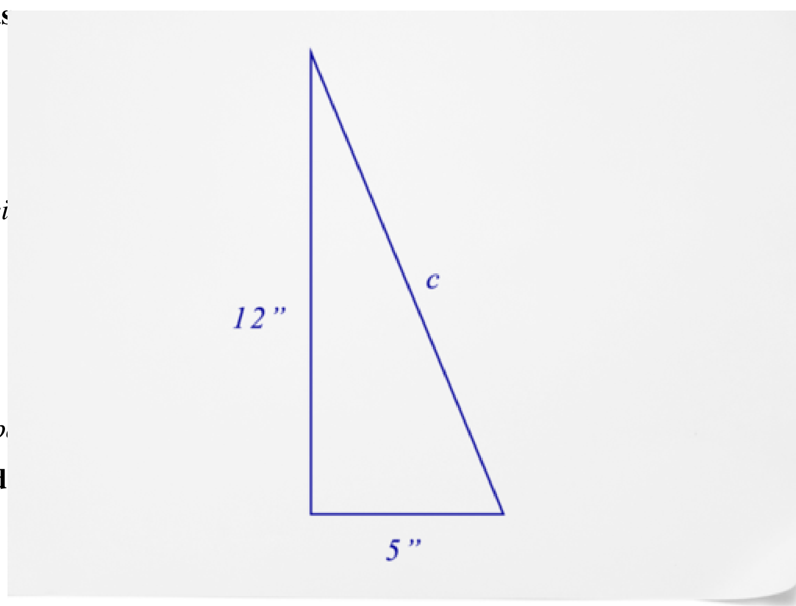
Triángulo rectángulo
: *Un ángulo que es igual a* 90° .

Catetos
: *Los dos lados más cortos de un triángulo rectángulo.*

Hipotenusa
: *El lado más largo de un triángulo rectángulo.*

Teorema de Pitágoras
: $a^2 + b^2 = c^2$

Triple Pitagórico
: *Valores que funci ... lifica a 3:4:5.*



Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio p

Encuentra la longitud

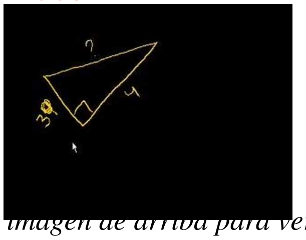
Solución

Utiliza el Teorema de Pitágoras para identificar la longitud de la hipotenusa faltante. Asegúrate de simplificar los exponentes y las raíces cuidadosamente. También recuerda utilizar operaciones inversas para resolver las ecuaciones de manera apropiada.

$a^2 + b^2 = c^2$, *donde* $a = 5$ *y* $b = 12$

La longitud del lado faltante es de 13 centímetros.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/61347

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Khan Academy Introduction to the Pythagorean Theorem

"Este video solo está disponible en inglés"

Práctica

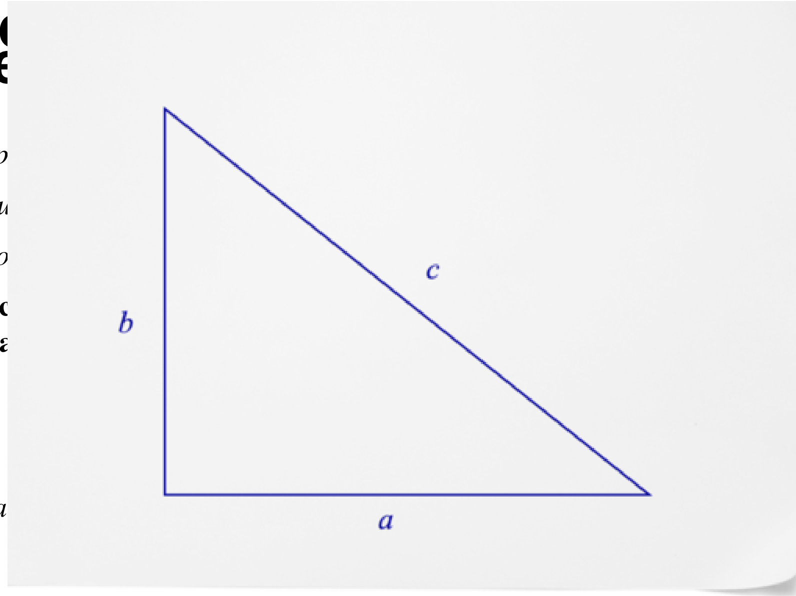
Instrucciones: *Utiliza el Teorema de Pitágoras para encontrar las dimensiones faltantes del triángulo rectángulo.*

1. $a = 3,\ b = 4,\ c = ?$
2. $a = 6,\ b = 8,\ c = ?$
3. $a = 9,\ b = 12,\ c = ?$
4. $a = 27,\ b = 36,\ c = ?$
5. $a = 15,\ b = 20,\ c = ?$
6. $a = 18,\ b = 24,\ c = ?$
7. $a = ?,\ b = 16,\ c = 20$
8. $a = ?,\ b = 28,\ c = 35$
9. $a = 30,\ b = ?,\ c = 50$
10. $a = 33,\ b = ?,\ c = 55$
11. $a = 1.5,\ b = ?,\ c = 2.5$
12. $a = 36,\ b = ?,\ c = 60$

Instrucciones: *Responde las siguientes preguntas con Verdadero y Falso.*

13. *El Teorema de Pitágoras funciona con cualquier triángulo.*
14. *El lado más largo de un triángulo rectángulo se llama hipotenusa.*
15. *Un triple Pitagórico solo se puede encontrar en un triángulo rectángulo.*

7.7 D Teorema de



En esta sección del cap

¿Sabes cómo probar qu

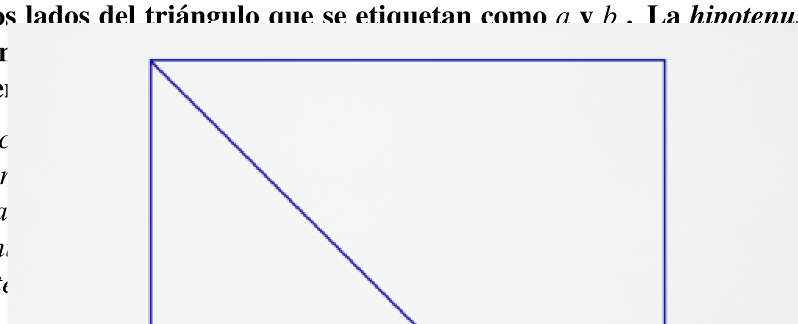
Un triángulo tiene lado

Para resolver esto, nec Pon atención y sabrás cómo lograr esta tarea

Orientación

¿Recuerdas el Teorema y sus propiedades.

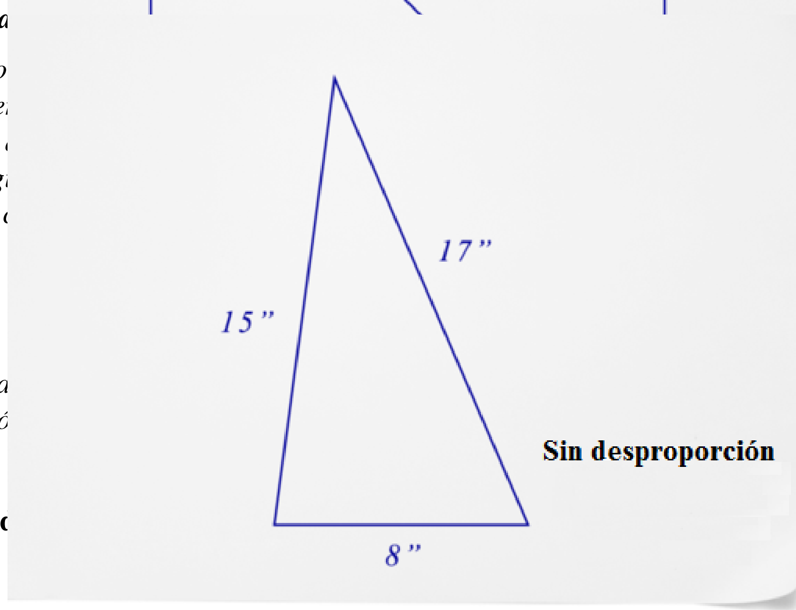
Los *catetos* son los dos lados del triángulo que se etiquetan como a y b . La *hipotenusa* es el lado más largo de un triángulo rectán atetos de un triángulo rectángulo y la hipote



Una de las característic ***a de Pitágoras*** *, aunque se desarrolló alrededor sa igualará la suma de los cuadrados de amba s catetos es a^2+b^2 y el cuadrado de la hipoten ente como $a^2+b^2=c^2$ donde a y b son los cat*

El *teorema de Pitágora*

Te estarás preguntando Pitágoras en términos de un cuadrado. Sabe gulo. Podemos dividir un cuadrado con una la diagonal dividirá el cuadrado en dos triáng rado, los lados también se relacionarán con el



Si utilizas la lógica cua tas que pueden resultar útiles. Siempre fíjate có difícil.

Observa esto.

Clasifica el triángulo

El triángulo está dibujado específicamente para no desproporcionarse. Por lo tanto, no puedes decidir si un triángulo es agudo, rectángulo u obtuso solo con mirarlo. Tómate un momento para analizar las longitudes del lado y mira cómo se relacionan. Dos de los lados (15 y 17) son relativamente cercanos en longitud. El tercer lado (8) es casi la mitad de la longitud de los dos lados más largos.

Para ver si el triángulo es rectángulo, intenta juntar los valores en el teorema de Pitágoras para ver si lo hace verdadero. La hipotenusa siempre es el lado más largo, por lo que 17 debería ser igual a c **. Los otros dos lados pueden representarse como** a **y** b **.**

Ya que ambos lados de la ecuación son iguales a 25, la ecuación es verdadera.

Por lo tanto, el triángulo descrito en el problema es un triángulo rectángulo. Podemos utilizar esta lógica para determinar si un triángulo es un triángulo rectángulo o no.

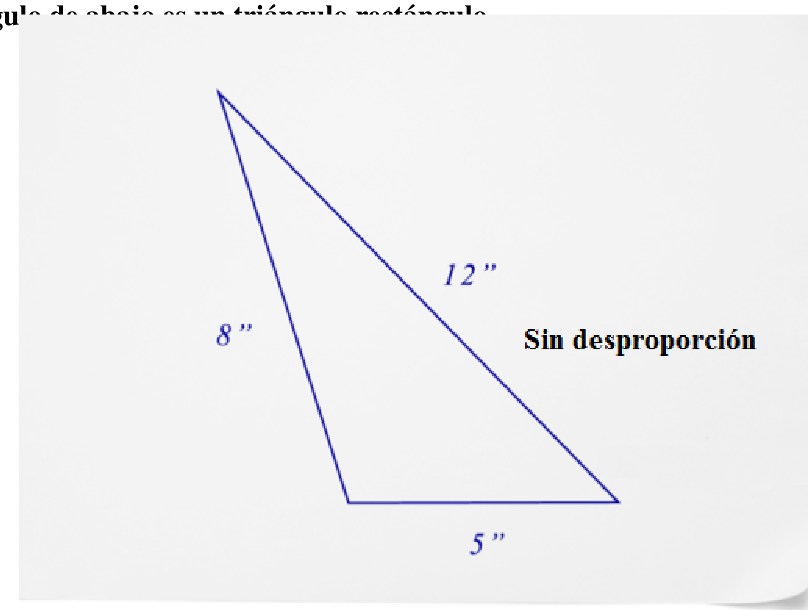
Utilizar esta lógica se conoce como la utilización del inverso del teorema de Pitágoras. El teorema de Pitágoras establece un triángulo rectángulo como, $a^2+b^2=c^2$ **.**

El inverso del teorema de Pitágoras establece que si $a^2+b^2=c^2$ **, el triángulo es un triángulo rectángulo.**

Podemos utilizar el inverso para comprobar si el triángulo es o no un triángulo rectángulo.

Recuerda, si el teorema de Pitágoras funciona con los valores de un triángulo, entonces el triángulo es un triángulo rectángulo. Si no, entonces el triángulo no es rectángulo.

Identifica si el triángulo de abajo es un triángulo rectángulo.



El triángulo está dibujado específicamente para no desproporcionarse. Por lo tanto, no puedes decidir si un triángulo es agudo, rectángulo u obtuso solo con mirarlo. Tómate un momento para analizar las longitudes del lado y mira cómo se relacionan. Dos de los lados (5 y 8) son relativamente cercanos en longitud. El tercer lado (12) es más largo.

Para ver si el triángulo es rectángulo, intenta juntar los valores en el teorema de Pitágoras para ver si lo hace verdadero. La hipotenusa siempre es el lado más largo, por lo que 12 debería ser igual a c **. Los otros dos valores pueden representarse como** a **y** b **.**

Al final de esta solución, puedes ver que el resultado del lado izquierdo fue 89, y el resultado del lado derecho fue 144. Por lo tanto, la suma de los cuadrados de los catetos no es igual al cuadrado de la hipotenusa. Entonces, el triángulo no es rectángulo.

Recuerda utilizar el teorema de Pitágoras cuando sea que quieras comprobar que un triángulo es o no un triángulo rectángulo.

Ejemplo A

¿Este triángulo es un triángulo rectángulo, a = 7, b = 8, c = 15?

Solución: No.

Ejemplo B

¿Este triángulo es un triángulo rectángulo, a = 9, b = 12, c = 18?

Solución: No.

Ejemplo C

¿Este triángulo es un triángulo rectángulo, a = 15, b = 20, c = 25?

Solución: Si.

Ahora, miremos otra vez el dilema que estaba al principio de esta Sección.

Si un triángulo tiene lados longitudinales de 6,6; 8,8; y 11, podemos sustituir estos valores en el teorema de Pitágoras y al "trabajar al revés", podemos comprobar si el triángulo es o no un triángulo rectángulo.

$a^2+b^2=c^2$

$6.6^2+8.8^2=11^2$

$43.56+77.44=121$

$121=121$

Ya que ambos lados de la ecuación son iguales, el triángulo es un triángulo rectángulo.

Vocabulario

Triángulo rectángulo
: *Un ángulo que es igual a* 90° .

Catetos
: *Los dos lados más cortos de un triángulo rectángulo.*

Hipotenusa
: *El lado más largo de un triángulo rectángulo.*

Teorema de Pitágoras
: $a^2+b^2=c^2$

Triple Pitagórico
: *Valores que funcionan perfecto en el Teorema de Pitágoras. La razón siempre se simplifica a 3:4:5.*

Inverso del teorema de Pitágoras

Si $a^2 + b^2 = c^2$ *, entonces el triángulo es un triángulo rectángulo.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que trates tú mismo.

¿Es este triángulo un triángulo rectángulo si tiene lados longitudinales de 7.5, 10, y 12.5?

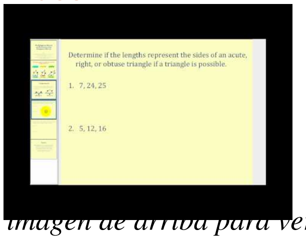
Solución

Para resolver esto, podemos utilizar el inverso del teorema de Pitágoras. Este establece que si las longitudes de los lados forman un enunciado verdadero cuando se sustituyen en el teorema de Pitágoras, entonces el triángulo es un triángulo rectángulo.

Para resolver esto, sustituimos las longitudes de estos lados en el teorema de Pitágoras. Si el valor del lado izquierdo de la ecuación es igual al valor del lado derecho de la ecuación, entonces nuestro triángulo es un triángulo rectángulo.

Nuestro triángulo es un triángulo rectángulo.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/1364

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

The Pythagorean Theorem and its Converse

"Este video solo está disponible en inglés"

Práctica

Instrucciones: Piensa en lo que has aprendido sobre el teorema de Pitágoras y responde verdadero o falso en las siguientes preguntas.

1. *El Teorema de Pitágoras funcionará con un triángulo agudo con todos los ángulos de* 60° .
2. *El Teorema de Pitágoras funcionará con un triángulo rectángulo.*
3. *El Teorema de Pitágoras solo funcionará si el triángulo es rectángulo.*
4. *Los catetos de un triángulo rectángulo se consideran los lados más cortos del triángulo rectángulo.*
5. *La hipotenusa es el lado más largo de un triángulo rectángulo.*
6. *El inverso del teorema de Pitágoras se utiliza para encontrar las medidas del ángulo de un triángulo obtuso.*
7. *Un triple Pitagórico ocurre cuando multiplicas todas las medidas de un ángulo por tres.*
8. *Puedes utilizar el teorema de Pitágoras para resolver si las longitudes de los lados de un triángulo formas un triángulo rectángulo o no.*

Instrucciones: Identifica si cada uno de los siguientes valores son o no un Triple Pitagórico. Escribe sí o no para tus respuestas.

9. *4, 5, 6*
10. *6, 8, 10*
11. *5, 6, 9*
12. *9, 12, 15*
13. *30, 40, 55*
14. *21, 28, 35*
15. *12, 16, 20*

7.8 Us

En esta sección del cap

¿Alguna vez has utiliza

Los estudiantes de la clase del Sr. Richardson necesitan utilizar el Teorema de Pitágoras para medir y así poder pintar. Ahora, les queda la pregunta de qué escalera utilizar. El Sr. Richardson les ha dicho que la altura del cobertizo es de 23 pies.

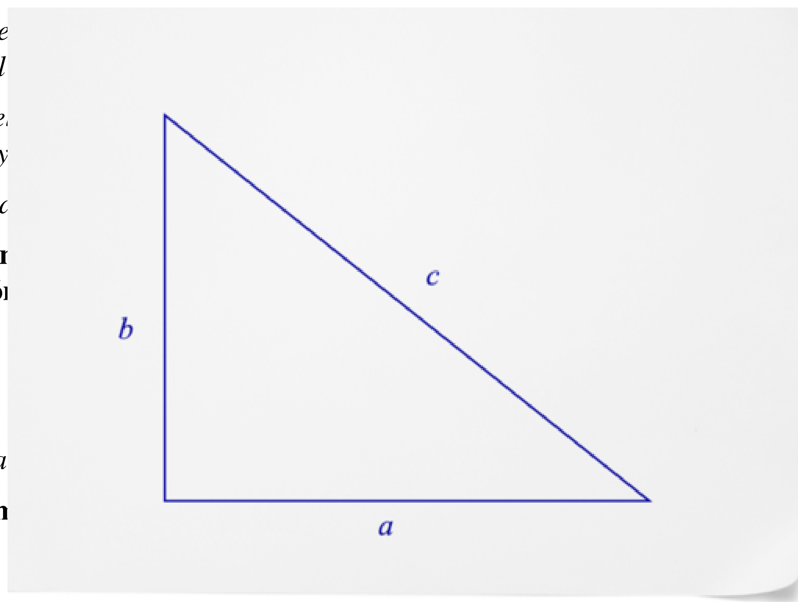
Tienen dos escaleras diferentes para escoger. Una escalera es de 20 pies de largo y la otra es de 25 pies de largo.

"Si escogimos la escale *lto llegaría?", pregunto Aran sacando un papel*

"No lo sé. También de *l cobertizo ¿qué altura alcanzaría?", dijo Amy*

Ambos estudiantes sacc

Saber utilizar el teorer **ne muchos usos. Toma atención a esta Secciór** **final.**



Orientación

¿Recuerdas el Teorema

Para comenzar, miren

Los *catetos* son los dos lados del triángulo que se etiquetan como a y b . La *hipotenusa* es el lado más largo de un triángulo rectángulo y se etiqueta como c . Hay una relación especial entre los catetos de un triángulo rectángulo y la hipotenusa del mismo.

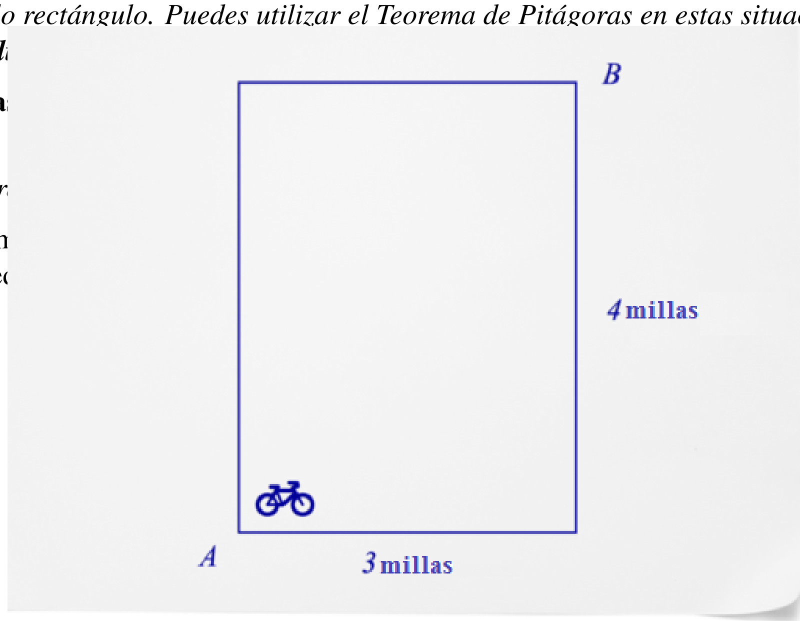
Una de las características especiales de los triángulos rectángulos se describe por el ***Teorema de Pitágoras*** *, aunque se desarrolló alrededor del año 500 A.C. Establece que el valor cuadrado de una hipotenusa igualará la suma de los cuadrados de ambas catetos. En el triángulo de arriba, la suma de los cuadrados de los catetos es a^2+b^2 y el cuadrado de la hipotenusa es c^2 . Por lo que, el teorema de Pitágoras se representa comúnmente como $a^2+b^2=c^2$ donde a y b son los catetos del triángulo*

El *teorema de Pitágoras* se conoce com

Ahora que estás familiarizado con el Teo *rmas diferentes en que lo puedes utilizar. Por lo general, las preguntas matemátic* *teorema incluso si no se ha mencionado específicamente en el texto.* **Cuando sea** **un triángulo rectángulo está presente o no. Si hay un triángulo rectángulo e** **Teorema de Pitágoras.**

Escribe este enunciado en tu cuaderno.

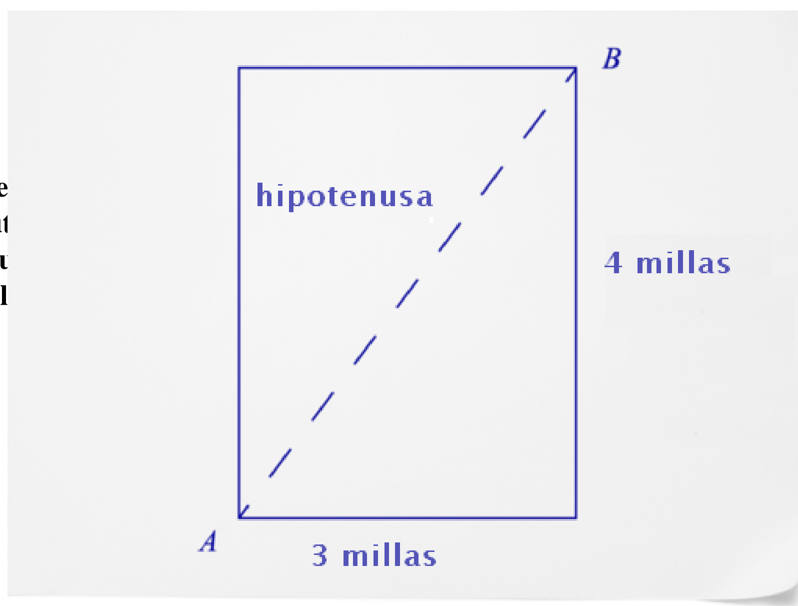
Hay muchas situaciones en que las que necesitarás utilizar el Teorema de Pitágoras en objetos que ni siquiera parecen (al principio) triángulos rectángulos. Por lo general, encontrarás que las medidas involucran una figura que parece un triángulo rectángulo. Puedes utilizar el Teorema de Pitágoras en estas situaciones. A esta habilidad se le conoce como ***medi***



Las medidas indirecta **l utilizar el conocimiento lógico o matemático.**

La situación de abajo r

El diagrama de abajo n punto B . Sin embargo, si vas en bicicleta, pue ible más corta entre los puntos A y B ?



Si miras la imagen de incipio, es improbable que notes que debes ut gunta pide la distancia más corta entre los pu a más corta entre dos puntos siempre es en l

Ahora que la diagonal está dibujada, el triángulo se nota más. De hecho, este triángulo es un triángulo 3:4:5, por lo que puedes ver, de manera rápida, que la hipotenusa será de 5 millas. Utiliza el teorema de Pitágoras para confirmar tu respuesta.

La respuesta correcta ... **a, y puedes ir en línea recta, la distancia sera**

Trabajar con el Teorema de Pitágoras de esta forma requiere que seas un detective de cierta forma. Cuando ves una figura, puedes pensar en cuáles son las características de la figura. Esto te puede ayudar. Una gran pista en el último ejemplo es que un rectángulo tiene ángulos de 90° *. Cuando ves una figura con ángulo de* 90° *, sabrás que puedes formar triángulos rectángulos en esa figura.*

Encuentra cada medida faltante con la utilización del Teorema de Pitágoras.

Ejemplo A

$1.5, 2, ?$

Solución:#38;#160; 2.5

Ejemplo B

$12, ?, 20$

Solución:#38;#160; 16

Ejemplo C

$18, 24, ?$

Solución:#38;#160; 30

Ahora, miremos otra vez el dilema que estaba al principio de esta Sección.

Primero, comencemos con la escalera que mide 20 pies de largo. Utilizamos la longitud de la escalera como c **en el Teorema de Pitágoras. Es el lado más largo del triángulo. La altura de la escalera que alcanzará el cobertizo es lo que estamos buscando, la llamaremos** a **y esa será nuestra incógnita. Sabemos que la escalera está a cuatro pies del cobertizo, por lo que eso es nuestro valor** b **.**

Ahora, podemos mirar a la escalera que tiene 25 pies de largo.

Si el cobertizo es de 23 pies de altura, entonces los estudiantes deberían utilizar la escalera que tiene 25 pies de largo y así poder pintar todo desde la cima del cobertizo.

Vocabulario

Medida Indirecta
Utilización de propiedades geométricas para resolver distancias y longitudes que, de otra forma, serían desafiantes.

Teorema de Pitágoras
La fórmula para resolver la longitud de los lados de un triángulo rectángulo - $a^2 + b^2 = c^2$

Triple Pitagórico
Diferentes formas de la razón 3:4:5 que representa la longitud del lado de un triángulo rectángulo.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que trates tú mismo.

El patio de Karen tiene una forma cuadrada con ángulo de 90 grados en cada esquina. Ella hizo una ruta diagonal desde un extremo del patio al otro extremo. Si la diagonal es de 35 pies de largo, ¿cuán largo es cada lado del patio?

Solución

Para resolver esto, podemos utilizar el Teorema de Pitágoras. Sabemos que la diagonal es de 35 pies de largo. Por lo tanto, el lado a y b necesitan corresponderse con los valores que se necesitan para formar el Triple Pitagórico.

Si utilizamos el triángulo 3:4:5 como nuestro modelo, sabemos que la hipotenusa es de 35 pies de largo.

$5 \times 7 = 35$

Si multiplicamos los otros dos valores del modelo por 7, deberíamos obtener las longitudes correctas.

$3 \times 7 = 21$

El lado a es de 21 pies de largo.

$4 \times 7 = 28$

El lado b es de 28 pies de largo.

Esta es nuestra respuesta.

Revisión en Video

MEDIA

Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/61345

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Khan Academy Pythagorean TheoremII

"Este video solo está disponible en inglés"

Práctica

Instrucciones: Identifica si cada conjunto de medidas indica o no un Triple Pitagórico.

1. *3, 4, 5*
2. *6, 8, 12*
3. *6, 8, 10*
4. *15, 20, 25*
5. *5, 9, 14*
6. *9, 12, 15*
7. *18, 24, 30*
8. *1.5, 2, 4*
9. *1.5, 2, 2.5*
10. *21, 28, 35*

Instrucciones: Encuentra la longitud de un lado faltante de cada triángulo rectángulo con la utilización del Teorema de Pitágoras. Puedes redondear a la decena más próxima cuando sea necesario.

11. $a = 6, b = 10, c =$ _____
12. $a = 5, b = 7, c =$ _____
13. $a = 7, b = 9, c =$ _____
14. $a = 6, b = 8, c =$ _____
15. $a = 9, b = 12, c =$ _____

7.9 El Teorema de Pitágoras, Perímetro y Área

En esta sección del capítulo, utilizarás el Teorema de Pitágoras para encontrar el perímetro y el área.

¿Alguna vez has intentado medir una cartulina? Observa este dilema.

Lena tenía un trozo de cartulina que medía 12 pulgadas por 16 pulgadas. Ella corta la cartulina en la mitad de forma diagonal y quiere saber el perímetro de un trozo. ¿Cuál es el perímetro de la mitad de la cartulina de Lena?

Pon atención y sabrás cómo lograr esta tarea al final de esta Sección.

Orientación

¿Recuerdas cómo identificar el perímetro y el área? ¿Sabes cómo utilizar el Teorema de Pitágoras para calcular el perímetro y el área de una figura?.

Observa.

El perímetro de un objeto es la distancia del rededor externo de este.

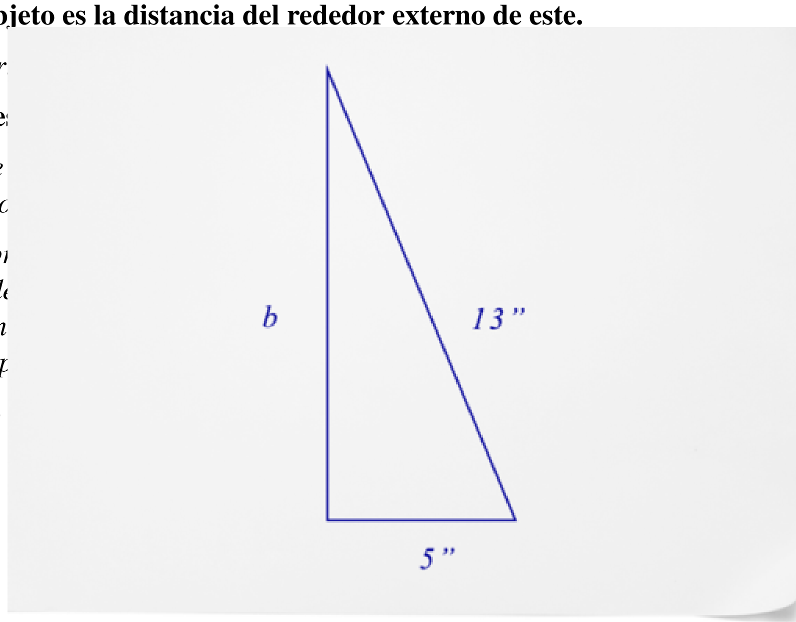
Por lo tanto, para un tr

El área de un objeto e **a en una cuadrícula.**

La fórmula del área de *ulo y h es la altura. En un triángulo rectángulo* *sus dos catetos juntas.*

Algunas veces, no sab *rar el perímetro de un triángulo rectángulo, d* *tángulo, debes conocer la base y la altura. Si n* *lema, puedes utilizar el Teorema de Pitágoras p*

¿Cuál es el perímetro



Lo primero que hay que notar es que hay un cateto faltante en el triángulo. Antes de hacer algo, debemos resolver la longitud del lado faltante. Este es un triángulo rectángulo, por lo que el primer paso para completar este problema es utilizar el Teorema de Pitágoras para identificar la longitud del cateto faltante.

$a^2+b^2=c^2$, *donde* $a=5$ *y* $c=13$

La longitud del lado faltante es de 12 pulgadas.

Ahora, para encontrar el perímetro (P) **del triángulo, suma las longitudes de los tres lados.**

El perímetro del triángulo es de 30 pulgadas.

Para encontrar el área, utiliza la fórmula del área que mostramos arriba. Recuerda que en este triángulo, $b = 5$ **y** $h = 12$ **. La altura es el otro cateto porque es un triángulo rectángulo.**

El área del triángulo es de 30 pulgadas cuadradas. Recuerda utilizar las unidades cuadradas cuando mides un área.

Este triángulo es único porque el valor numérico para el perímetro y el área es el mismo. Sin embargo, recuerda que los valores verdaderos son diferentes porque las unidades son diferentes.

Ejemplo A

¿Cuál es el perímetro de un triángulo con longitudes en los lados de 6, 8 y 10?

Solución: 24

Ejemplo B

Si las longitudes de los catetos de un triángulo son 12 y 16, ¿cuál es la longitud de la hipotenusa?

Solución: 20

Ejemplo C

¿Cuál es el perímetro y el área del triángulo del Ejemplo B?

Solución: Área = 96, Perímetro = 48

Ahora, miremos otra vez el dilema que estaba al principio de esta Sección.

Para encontrar el perímetro, debes encontrar la longitud del lado faltante (la hipotenusa) Puedes reconocer 12 y 16 como múltiplos de 3 y 4 (mayor por un factor de 4) y concluir que la hipotenusa será cuatro veces cinco, o 20. Sin embargo, puedes resolverlo utilizando el Teorema de Pitágoras incluso si no has encontrado el triple Pitagórico.

$a^2+b^2=c^2$, *donde* $a=12$ *y* $b=16$

El lado faltante es de 20 pulgadas.

¡Pero no termina aquí! Debes encontrar el perímetro del triángulo, por lo que suma los tres lados juntos.

El perímetro de la mitad de la cartulina de Lena es de 48 pulgadas.

Vocabulario

Medida Indirecta
Utilización de propiedades geométricas para resolver distancias y longitudes que, de otra forma, serían desafiantes.

Perímetro
La distancia alrededor de una figura.

Área
La medida del espacio dentro de una figura.

Teorema de Pitágoras
La fórmula para resolver la longitud de los lados de un triángulo rectángulo - $a^2 + b^2 = c^2$

Triple Pitagórico
Diferentes formas de la razón 3:4:5 que representa la longitud del lado de un triángulo rectángulo.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas tú mismo.

¿Cuál es el área de una triángulo rectángulo que tiene un cateto de 6 yardas y una hipotenusa de 10 yardas?

Solución

Para resolver esto, primero debemos utilizar el Teorema de Pitágoras para encontrar la longitud del cateto faltante.

$a^2 + b^2 = c^2$

Ahora, sustituye en los valores dados y resuelve.

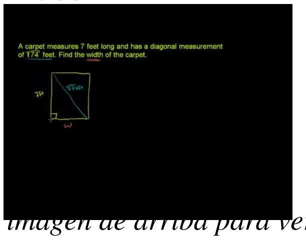
Finalmente, sacamos la raíz cuadrada de 64. Esta es nuestra respuesta.

$b = 8$

Ahora podemos encontrar el área del triángulo.

El área del triángulo es de 24 unidades.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/35

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Khan Academy Pythagorean TheoremIII

"Este video solo está disponible en inglés"

Práctica

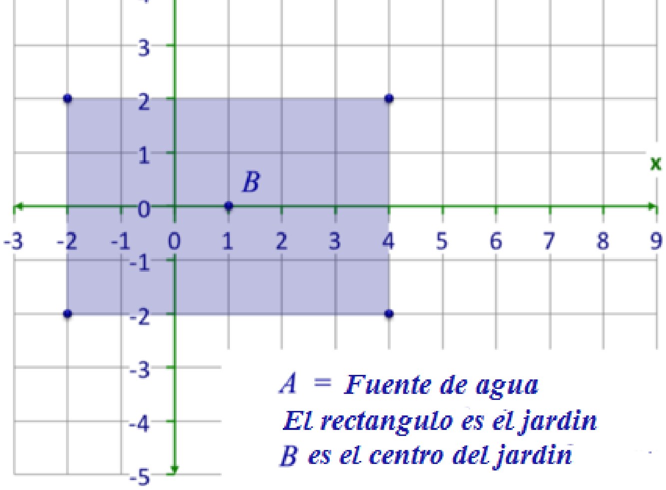
Instrucciones: Encuentra la longitud de un lado faltante de cada triángulo rectángulo con la utilización del Teorema de Pitágoras. Puedes redondear a la decena más próxima cuando sea necesario.

1. $a = 10, b = 14, c =$ _____
2. $a = 6, b =$ _____$, c = 10$
3. $a =$ _____$, b = 12, c = 15$
4. $a = 15, b =$ _____$, c = 25$
5. $a =$ _____$, b = 32, c = 40$
6. $a = 30, b = 40, c =$ _____
7. $a = 1.5, b = 2, c =$ _____
8. $a = 4.5, b = 6, c =$ _____
9. $a = 6.6, b = 8.8, c =$ _____
10. $a = 36, b = 48, c =$ _____
11. $a = 27, b = 36, c =$ _____

Instrucciones: Responde cada pregunta.

12. *Una televisión se mide por la longitud de la diagonal de una esquina a otra. Si la pantalla es de 8 pulgadas por 15 pulgadas, ¿cuál es la longitud de la diagonal?*
13. *Los números 15, 20 y 25 ¿se componen de un triple Pitagórico?*
14. *¿Cuál es el perímetro de un triángulo rectángulo con una hipotenusa de 30 pulgadas y un cateto de 18 pulgadas?*
15. *¿Cuál es el área de un triángulo rectángulo con una hipotenusa de 30 pulgadas y un cateto de 18 pulgadas?*

7.10 … ula de la Dis- t



En esta sección del cap …

¿Alguna vez has diseña …

El octavo grado está realizando un proyecto de servicio a la comunidad y cada clase ha seleccionado sus proyectos. La clase del profesor Henry ha decidido hacer un huerto. Espera que si llegan a tener éxito, los de séptimo grado los ayudarán y donarán un porcentaje de la comida que cultiven a la caridad.

El octavo grado está realizando un proyecto de servicio a la comunidad y cada clase ha seleccionado sus proyectos. La clase del profesor Henry ha decidido hacer un huerto. Espera que si llegan a tener éxito, los de séptimo grado los ayudarán y donarán un porcentaje de la comida que cultiven a la caridad.

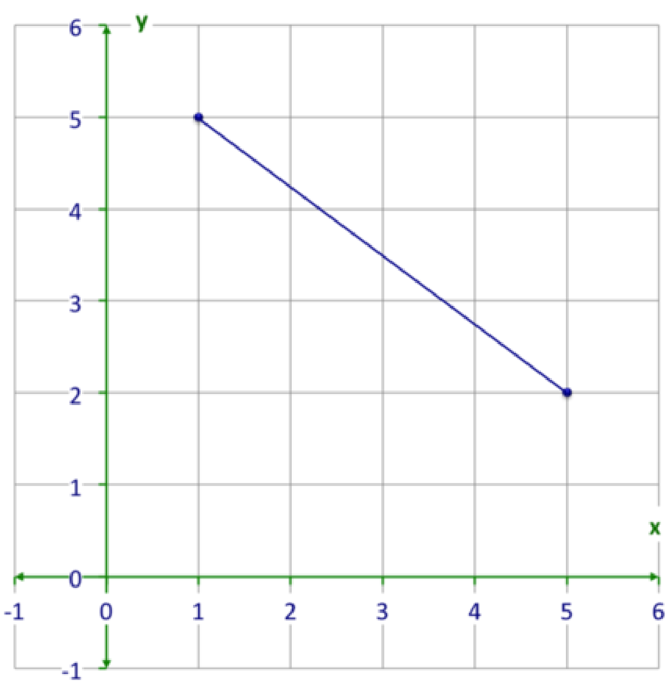
"Este es mi plan. Podemos calcular la distancia desde la fuente de agua hasta el centro del huerto. Luego, si podemos comprar una manguera del largo correcto y con un aspersor, deberíamos ser capaces de regar el huerto", le dijo Belinda a la clase.

"Es una buena idea. ¿Por qué lo pusiste en una cuadrícula?", preguntó Carmen.

"Porque de esa forma podemos calcular la distancia exacta entre los dos puntos y cada cuadrado en la cuadrícula representa un pie. Lo medí ayer. Pero la distancia exacta desde el agua al centro fue un poco difícil de calcular usando una huincha de medir. Es por eso que lo dibujé en la cuadrícula. Ahora podemos usar la fórmula de la distancia", explicó Belinda.

La clase se veía confundida.

¿Estás confundido? L … ancias exactas usando cuadrículas de coordi… e ella y al final podrás calcular la distancia d…



Orientación

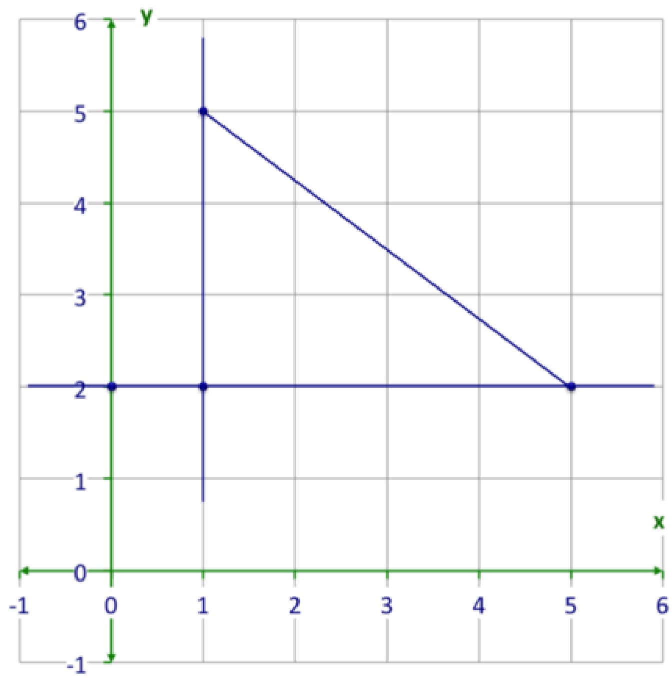
*Cuando trabajas con … iferentes para resolver los problemas. Puede… ma de **Pitágoras** como ayuda. Puedes aplicar … ntro de una cuadrícula coordinada.*

Puedes usar el Teorem… íngulos, encontrar longitudes que falten e ide… goras a una cuadrícula coordinada y aprender…

Veamos cómo podemos …

Mira los puntos en la … stacada.

La pregunta te pide identificar la longitud de la línea. ¿Cómo podemos hacerlo de una forma precisa? Podemos considerar esta línea como la hipotenusa de un triángulo rectángulo. Dibuja una línea vertical en $x = 1$ y una línea *horizontal en* $y = 2$ *y encuentra el punto de intersección. Este punto representa el tercer vértice en el triángulo rectángulo.*



Puedes contar fácilmente la longitud de los catetos de este triángulo en esta cuadrícula. El cateto vertical se extiende desde (1,2) hasta (1,5), por lo tanto, su largo es de 3 unidades. El cateto horizontal se extiende desde (1,2) hasta (5,2), por lo tanto, su largo es de 4 unidades. Usa el Teorema de Pitágoras con estos valores para encontrar la longitud de la hipotenusa.

La hipotenusa tiene un largo de 5 unidades.

Los matemáticos han simplificado este proceso y han creado una fórmula que usa estos pasos para encontrar la distancia. **Esta fórmula se llama *fórmula de la distancia*** . *Si usas la fórmula de la distancia, no tendrás que dibujar líneas extras.*

Esta es la fórmula de la distancia.

$D = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

Ahora, apliquemos la fórmula de la distancia.

Usa la fórmula de la distancia $D = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ para encontrar la distancia entre los puntos (1,5) y (5,2) en una cuadrícula de coordinación.

Ya sabes, a partir del primer ejemplo, que la distancia será 5 unidades, pero puedes practicar usando la fórmula de la distancia para asegurarte de que funciona. En esta fórmula, sustituye 1 por x_1 , 5 por y_1 , 5 por x_2 , y 2 por y_2 ya que (1,5) y (5,2) son los dos puntos involucrados.

Así que, sin importar de qué manera resuelvas este problema, verás que la distancia entre (1,5) y (5,2) en una cuadrícula de coordinación es de 5 unidades.

Observa que la fórmula de la distancia te ayuda a eliminar la necesidad de graficar la línea y contar todas las unidades. Podemos usar la fórmula para resolver el problema matemáticamente.

Ahora, practiquemos usando la fórmula de la distancia para resolver problemas. Es importante acostumbrarse a aplicar la fórmula de la distancia a diversos tipos de problemas y situaciones. Recuerda que los puntos pueden considerarse como (x_1, y_1) *o* (x_2, y_2) *, pero es crucial que mantengas esta elección a través de todo el problema. El error más común que cometen los estudiantes al usar la fórmula de la distancia es sustituir de manera incorrecta. Mantén tus variables constantes y usa tu álgebra cuidadosamente y estarás bien.*

Usa la fórmula de la distancia para encontrar la distancia entre los puntos (-3,2) y (4,-5) en una cuadrícula de coordinación.

Ya que conocemos la fórmula de la distancia, ni siquiera tenemos que dibujar esto en una cuadrícula de coordinación. Todo lo que tienes que hacer es sustituir los valores en el problema en la fórmula de la distancia y resolver. En esta fórmula, sustituye -3 por x_1 **, 2 por** y_1 **, 4 por** x_2 **, y -5 por** y_2 **ya que (-3,.2) y (4,-5) son los dos puntos involucrados.**

Puedes dejar la respuesta en la forma radical como se muestra o usar tu calculadora para encontrar el valor aproximado de 9.899 unidades.

Observa que la respuesta no es un Triple Pitagórico, por lo que no es posible encontrar una raíz cuadrada perfecta. Cuando pasa esto, puedes dejar la respuesta en la forma radical o encontrar una respuesta aproximada usando la calculadora y redondeando.

Ejemplo A

Usa la fórmula de la distancia para encontrar la distancia entre los puntos (2,3) y (7,15) en una cuadrícula de coordinación.

Solución: La distancia entre los dos puntos en el problema es 13 unidades.

Ejemplo B

¿Cuál es la distancia entre (6, -1) y (6, 3)?

Solución:#38;#160; La distancia entre los dos puntos es 4 unidades.

Ejemplo C

¿Cuál es la distancia entre (1, 5) y (6, 4)?

Solución:#38;#160; La distancia entre los dos puntos es 5,1 unidades.

Ahora, regresemos al problema que encontramos al principio de la Sección.

Para resolver este problema, primero necesitarás las coordinadas de cada punto en la cuadrícula. Esta es la distancia que estás midiendo. En este problema, medirás desde el punto A al punto B .

Fuente de Agua $= A(8,5)$

Centro del Huerto $= B(1,0)$

Ahora sustituye estos valores en la fórmula de la distancia y resuelve.

Los estudiantes necesitarán una manguera de al menos 9 pies de largo.

Vocabulario

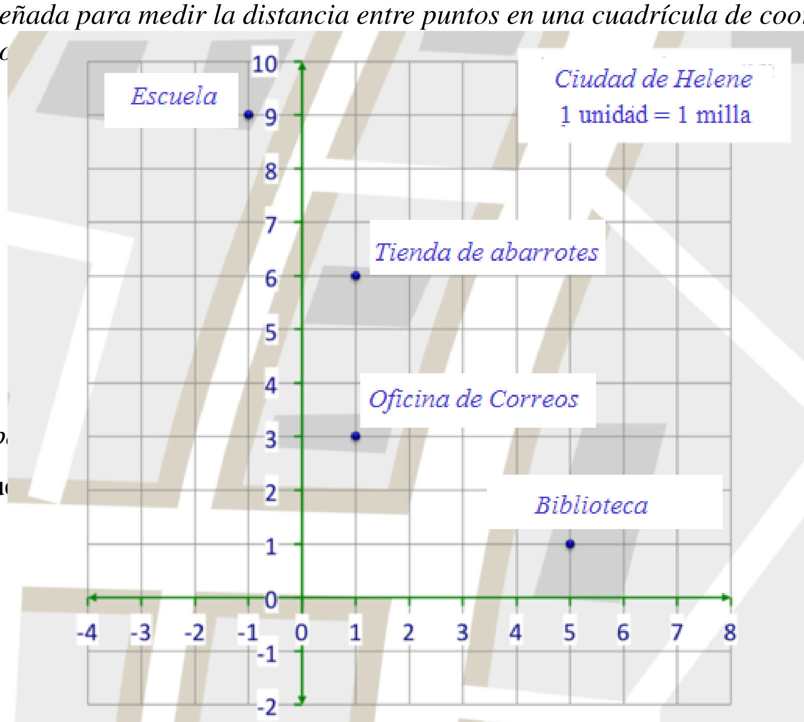
El Teorema de Pitágoras
: $a^2+b^2=c^2$ - *una forma para encontrar uno de los dos catetos o la hipotenusa de un triángulo rectángulo con los valores de los otros dos.*

La Fórmula de la Distancia
: *Una formula diseñada para medir la distancia entre puntos en una cuadrícula de coordinación dibujando las líneas y contando*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio p

El siguiente mapa mu



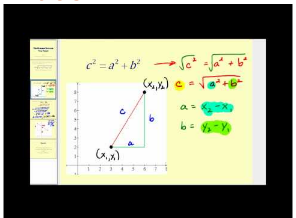
¿Cuál es la distancia entre la biblioteca y la escuela en la ciudad de Helene?

Solución

Todo lo que tienes que hacer en este problema es identificar las coordinadas de la escuela (-1,9) y de la biblioteca (5,1) en el mapa y sustituirlas dentro de la fórmula de la distancia. Luego, resuelve.

Por lo tanto, la distancia entre los dos puntos es 10 unidades. Puedes ver en la escala que una unidad equivale a una milla, así que la distancia real es 10 millas.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/1336

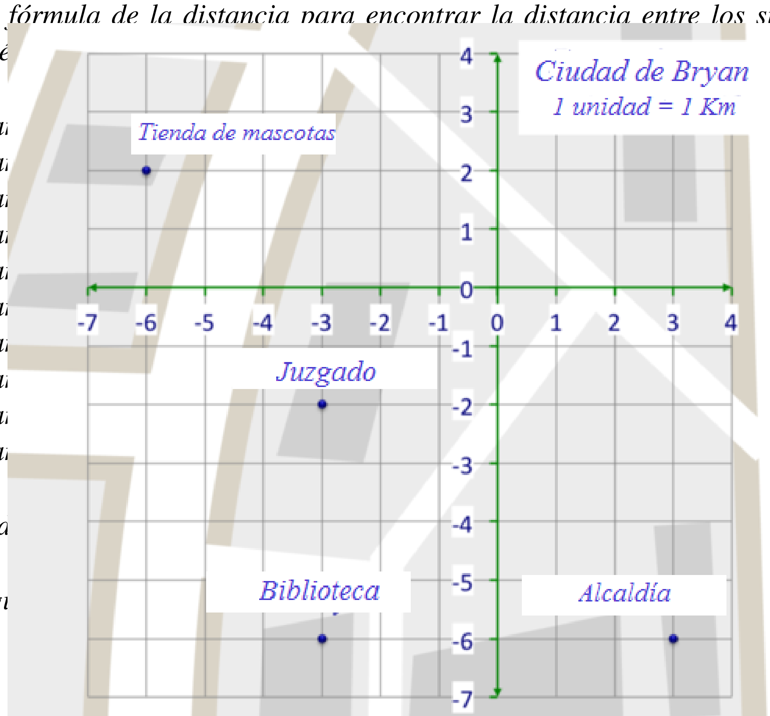
Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

The Distance Formula

"Este video solo está disponible en inglés"

Práctica

Instrucciones: Usa la fórmula de la distancia para encontrar la distancia entre los siguientes pares de puntos. Puedes redondear al dé



1. *¿Cuál es la dista*
2. *¿Cuál es la dista*
3. *¿Cuál es la dista*
4. *¿Cuál es la dista*
5. *¿Cuál es la dista*
6. *¿Cuál es la dista*
7. *¿Cuál es la dista*
8. *¿Cuál es la dista*
9. *¿Cuál es la dista*
10. *¿Cuál es la dista*

Instrucciones: Respond

11. *11. El mapa sig ienda de mascotas y la alcaldía?*
12. *El mapa siguiente muestra la ciudad de Bryan. ¿Cuál es la distancia entre la tienda de mascotas y el juzgado?*
13. *El mapa siguiente muestra la ciudad de Bryan. ¿Cuál es la distancia entre el juzgado y la biblioteca?*
14. *El mapa siguiente muestra la ciudad de Bryan. ¿Cuál es la distancia entre la biblioteca y la alcaldía?*
15. *El mapa siguiente muestra la ciudad de Bryan. ¿Cuál es la distancia entre la tienda de mascotas y la biblioteca?*

7.11 T

En esta sección del cap ... rás que un triángulo de $45° - 45° - 90°$ es un t ... de las longitudes de los catetos y $\sqrt{2}$.

¿Alguna vez has hecho ... gitud de una diagonal? Es un tipo especial de p

La clase de la señorita ... udieran disfrutar. Ellos decidieron crear un jar

Chas y Juanita se hicie ... y el resto de la clase lo amó tanto que inmediat ... tá su bosquejo.

"Pongamos un camino diagonal en él", sugirió Frankie al mirar el bosquejo.

"Es una idea genial, ¿Qué tan largo debería ser el camino?", preguntó Chas.

La clase quiere añadir un camino diagonal. Si lo hacen de una esquina a la otra, ¿Qué tan largo será el camino?

Esta sección te enseñará todo lo que necesitas saber para resolver este problema.

Orientación

Hay unos pocos tipos de triángulos rectángulos que son particularmente importantes de estudiar. Sus lados siempre están en la misma proporción y es crucial estudiar los triángulos $45° - 45° - 90°$ y $30° - 60° - 90°$ y comprender la relación entre los lados. Te ahorrará tiempo y energía mientras trabajas en problemas matemáticos simples y complicados.

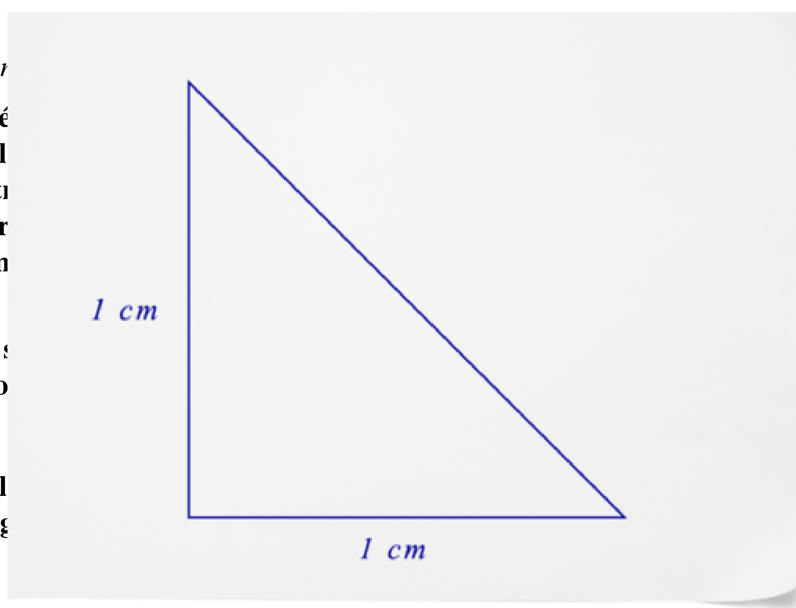
Comencemos aprendier

Primero, piensa a qué ... idas de los ángulos en el triángulo rectángul ... dos ángulos tienen la misma medida. Este tr ... tiene dos lados con la misma longitud. Un tr ... de ángulos: $45°, 45°$, y $90°$ y siempre tendrán ... triángulo rectángulo especial.

Ya que estos ángulos ... ón. Para encontrar la relación entre los lado

Mira esta situación.

El triángulo rectángul ... Teorema de Pitágoras para encontrar la long



Como el problema dice, puedes usar el Teorema de Pitágoras para encontrar la longitud de la hipotenusa. Ya que cada cateto mide 1 centímetro a y b son iguales a 1 y podrás resolver para encontrar c .

Podemos mirar esto y comprender *drada de dos. Esto muestra que la relación entre la longitud de un la* *ıpre será la misma* **La hipotenusa de un triángulo rectángulo isósce** **to y** $\sqrt{2}$ **.**

Anota en tu cuaderno bajo los triángulos rectángulos especiales $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ ***Encuentra cada hipotenusa.***

Un triángulo con lados de longitud .

Ejemplo A

Un triángulo con lados

Solución:#38;#160; 9 √

Ejemplo B

Un triángulo con lados

Solución:#38;#160; 15

Ejemplo C

Un triángulo con lados

Solución:#38;#160; 6

Ahora, regresemos al p

El primer paso en un **e al bosquejo. Ya que el problema te pide e** **, deberías dibujar ese camino.**

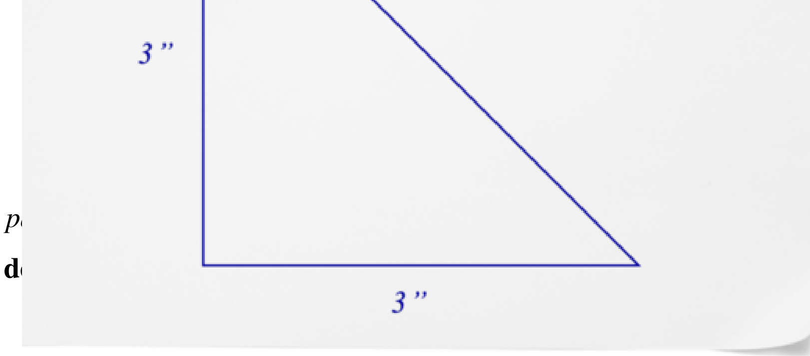
Cuando lo hayas hecho, puedes observar que esta es una pregunta sobre triángulos. Ya que ambos catetos del triángulo tienen la misma medida (10 pies), este es un triángulo rectángulo isósceles. Los ángulos de un triángulo rectángulo isósceles son $45^\circ, 45^\circ$ **, y** 90° **.**

En un triángulo rectángulo isósceles, la hipotenusa siempre igualará el producto de la longitud de un cateto y $\sqrt{2}$ **. Por lo tanto, la longitud del camino será el producto de 10 y** $\sqrt{2}$ **, o** $10\sqrt{2}\ feet$ **. Este valor es, aproximadamente, igual a 14,14 pies.**

Vocabulario

Triángulo Isósceles
: *Un triángulo con dos lados del mismo largo.*

Triángulo 45/45/90
: *Un triángulo rectángulo isósceles especial.*



Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio p

¿Cuál es la longitud d

Solución

Ya que la longitud de la hipotenusa es el producto de un cateto y $\sqrt{2}$ *, puedes calcular fácilmente esta longitud. Es fácil porque sabemos que con cualquier triángulo de 45/45/90 grados, la hipotenusa es el producto de uno de los catetos y la raíz cuadrada de 2.*

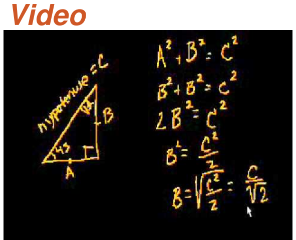
Un cateto tiene 3 pies, así que la hipotenusa será $3\sqrt{2}$ *, o alrededor de 4,24 pies.*

Para obtener la respuesta, tomamos la raíz cuadrada de dos en la calculadora, 1,414 y luego multiplicarlo por 3.

$3 \times 1.414 = 4.242$

Lo aproximamos para obtener la respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/61349

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Special Right Triangles

"Este video solo está disponible en inglés"

Práctica

Instrucciones: *Encuentra la hipotenusa faltante en cada triángulo* $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$.

1. *Longitud de cada cateto = 5*
2. *Longitud de cada cateto = 4*
3. *Longitud de cada cateto = 6*
4. *Longitud de cada cateto = 3*
5. *Longitud de cada cateto = 7*

Instrucciones: *Ahora usa una calculadora para encontrar los valores aproximados de cada hipotenusa. Puedes aproximar al céntimo más cercano.*

6. $5\sqrt{2}$
7. $4\sqrt{2}$
8. $6\sqrt{2}$
9. $3\sqrt{2}$
10. $7\sqrt{2}$
11. $8\sqrt{2}$
12. $10\sqrt{2}$

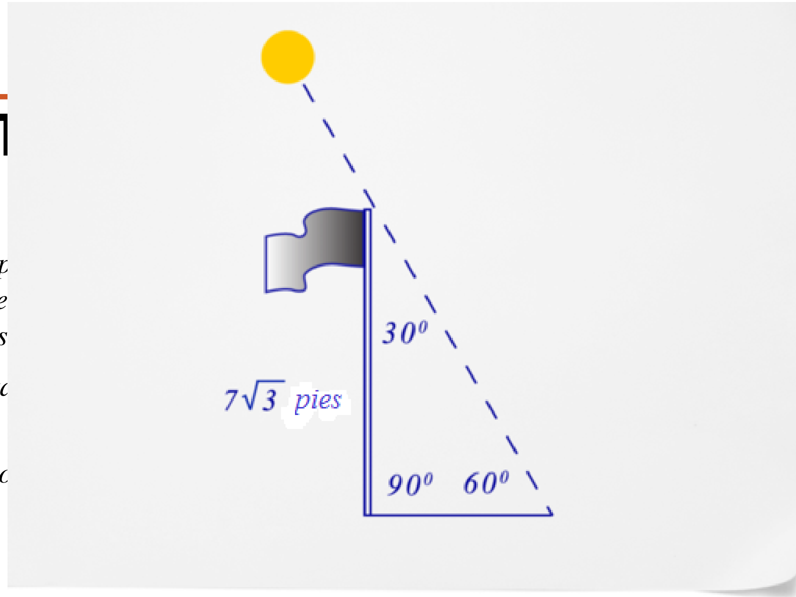
13. $13\sqrt{2}$
14. $21\sqrt{2}$
15. $17\sqrt{2}$

7.12 T

En esta sección del cap ... *conocerás que un trián-gulo* $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ *e* ... *usa es el doble que la longitud del cateto más* ... $\sqrt{3}$.

¿Alguna vez has intent

El siguiente diagrama ... *la altura del mástil es* $7\sqrt{3}$ *feet , ¿cuál es la l* ... *bra?*



Esta sección te mostra ... **er este dilema.**

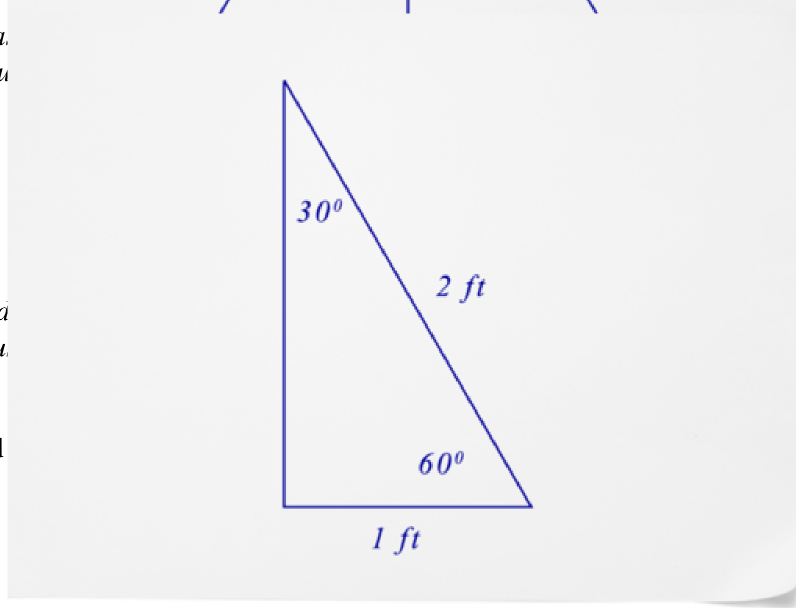
Orientación

Un tipo especial de tri ... *n exactamente la mitad de un **triángulo equilát***

¿Recuerdas lo que es u

Un triángulo equiláte

Los ángulos de medid ... *un triángulo equilátero por la mitad, tenemos u*

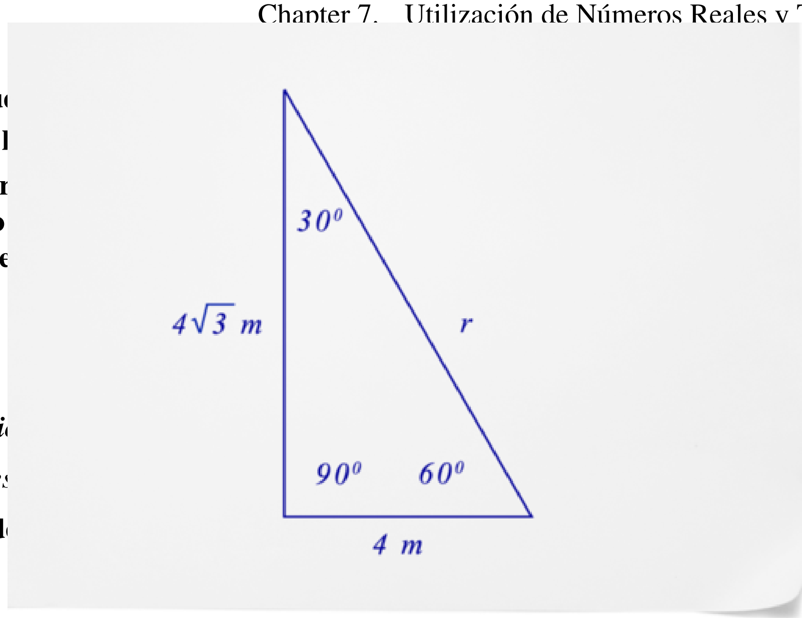


Puedes decir a partir d ... *eño será la mitad de la longitud de la hipotenu*

Mira esta situación.

Encuentra la longitud ... **ágoras para encontrar tu respuesta.**

Tal como hiciste con los triángulos $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ *, usa el Teorema de Pitágoras para encontrar el lado que falta. En este diagrama ya tienes dos medidas. La hipotenusa* (c) *es 2 pies y el cateto más pequeño* (a) *es 1 pie. Encuentra la longitud del cateto faltante* (b) .



Puedes dejar la respu ... **ara encontrar el valor aproximado de 1,732 |**

Así, ya que hay una pr ... **también hay una entre los lados del triángulo** ... **d del cateto más corto y el cateto más grande**

Escribe esta informaci

También puedes usar e

¿Cuál es la longitud d

El primer paso en este problema es identificar el tipo de triángulo rectángulo representado. Los ángulos muestran que este es un triángulo $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ **.Por lo tanto, el cateto más grande es el producto de un cateto y** $\sqrt{3}$ **. La hipotenusa es el doble que la longitud del cateto más corto. El cateto más corto es de 4 metros.**

La hipotenusa tendrá 4×2 **, u 8 metros de largo.**

El problema se resuelve usando lo que has aprendido acerca de los triángulos rectángulos especiales.

Ejemplo A

¿Cuál es la longitud de la hipotenusa si el cateto más corto es 6 unidades?

Solución: 12 unidades

Ejemplo B

¿Cuál es la longitud del cateto más grande si el cateto más corto es 5 unidades?

Solución: $5\sqrt{3}$

Ejemplo C

Si la longitud de la hipotenusa es 14, ¿Cuál es la longitud del cateto más grande?

Solución: $7\sqrt{3}$

Ahora, regresemos al problema que encontramos al principio de la Sección.

La redacción en este problema es complicada, pero solo necesitas notar unas pocas cosas. Puedes decir a partir del dibujo que este triángulo tiene ángulos de $30^\circ, 60^\circ$ **, y** 90° **. El mástil es el cateto más grande en el triángulo, así que usa la proporción en los diagramas anteriores para encontrar la longitud de la hipotenusa.**

El cateto más grande es el producto del cateto más corto y $\sqrt{3}$ **. Por lo tanto, la longitud del cateto más corto será 7 pies.**

La hipotenusa en un triángulo $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ **siempre será el doble de la longitud del cateto menor, por tanto será igual a** 7×2 **, o 14 pies.**

La respuesta es 14.

Vocabulario

Triángulo Equilátero

Un triángulo con los tres ángulos de 60° .

Triángulo 30 - 60 - 90

Un triángulo rectángulo especial que se crea cuando un triángulo equilátero se divide a la mitad.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que trates tú mismo.

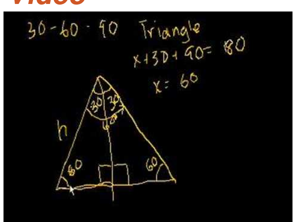
¿Cuál es la longitud del cateto faltante en el triángulo rectángulo de grado 30/60/90 con un cateto corto de 5 y una hipotenusa de 10?

Solución

Ya que la longitud del cateto más grande es el producto del cateto más corto y $\sqrt{3}$ *, puedes calcular fácilmente esta longitud. El cateto corto tiene 5 pies, así que la hipotenusa será* $5\sqrt{3}$ *, o alrededor de 8,66 pies.*

Esta es nuestra respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/61344

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Khan Academy Introduction to 30-60-90 Triangles

"Este video solo está disponible en inglés"

Práctica

Instrucciones: Encuentra la longitud faltante del cateto más largo en cada triángulo $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$.

1. *cateto corto = 3*
2. *cateto corto = 4*
3. *cateto corto = 2*
4. *cateto corto = 8*
5. *cateto corto = 10*

Instrucciones: Ahora usa una calculadora para calcular los valores aproximados de cada cateto más grande. Puedes redondear tu respuesta cuando sea necesario.

6. $3\sqrt{3}$
7. $4\sqrt{3}$
8. $2\sqrt{3}$
9. $8\sqrt{3}$
10. $10\sqrt{3}$

<u>*Instrucciones:*</u> *Usa lo que has aprendido para resolver cada problema.*

11. *Jania tenía una cartulina cortada en forma de un triángulo equilátero. Ella quiere cortarlo en dos triángulos congruentes más pequeños. ¿Cuál será la medida del ángulo de los triángulos resultantes?*
12. *Madeleine tiene un póster con la forma de un cuadrado. Quiere cortar el póster en dos triángulos congruentes sin que quede ningún pedazo sobrante. ¿Cuáles serán las medidas de los ángulos de los triángulos resultantes?*
13. *Una ventana cuadrada tiene un diagonal de* $2\sqrt{2}\ feet$ *. ¿Cuál es la longitud de su lado más corto?*
14. *Un cubo de queso cuadrado se corta en dos porciones triangulares congruentes. Si el lado más corto del cubo original tenía 9 pulgadas, ¿Cuál es la longitud del corte diagonal?*
15. *Jerry quiere encontrar el área de un triángulo equilátero, pero solo sabe que la longitud del lado más corto es de 4 centímetros. ¿Cuál es la altura del triángulo de Jerry?*

7.13 Comprensión del Seno

En esta sección del capítulo, aprenderás a identificar las razones trigonométricas, específicamente la razón del seno y a usarla para la resolución de problemas.

¿Alguna vez has construido una rampa? Observa este dilema.

La clase del Sr. Watson decidió hacer un servicio comunitario y reparar la rampa que estaba fuera de la bodega. La capa de pintura fresca brillaba a la luz del sol y el Sr. Watson cruzó el césped con todos sus estudiantes para mirar la rampa que estaba fu

“¿Siempre ha estado al

“No, de hecho, recién l

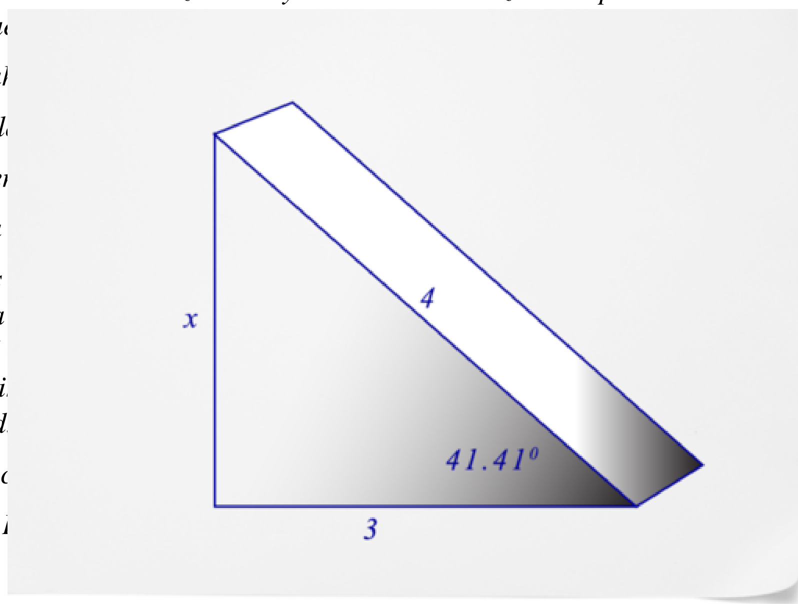
“Bueno, si es nueva ¿e

“Porque no se ajusta a

Así era, los estudiantes ... uy alta y los estudiantes necesitarían arreglarla ... todos porque haría más fácil empujar o tirar el ... ue el equipamiento era usado por los equipos i ... a una buena manera de ayudar a la comunidad

“¿Qué necesitamos hac

Observaron la rampa. I



“Eso no ayuda mucho”, comentó Dan.

“Sí, lo hace”, dijo Emily.

¿Quién está en lo correcto? ¿Es posible calcular la longitud del lado faltante usando el diagrama del Sr. Watson? ¿Qué tipo de matemáticas necesitas? Esta sección te mostrará cómo usar las razones trigonométricas para resolver problemas como este.

Orientación

Una forma de analizar los triángulos rectángulos es a través de las ***razones trigonométricas*** *.*

Hay tres razones trigonométricas y nos ayudan a entender las proporciones entre los lados y los ángulos.

Observemos la primera razón trigonométrica.

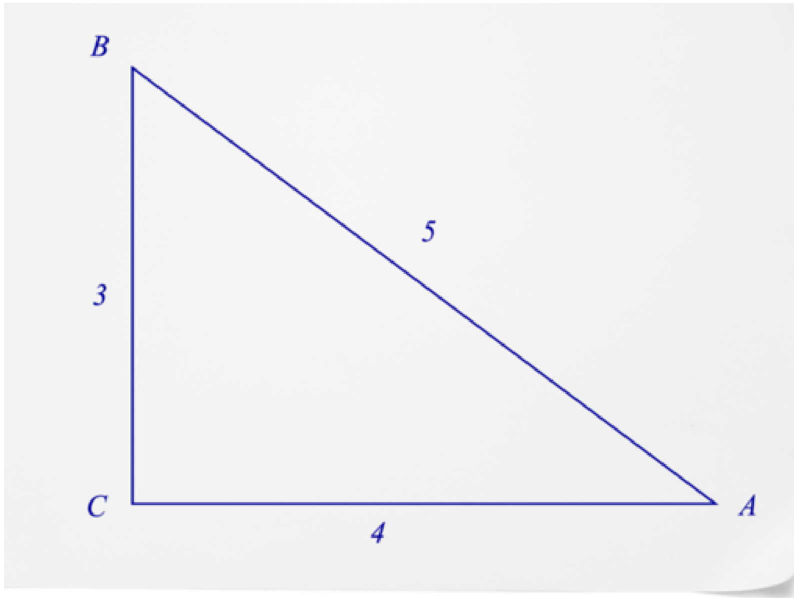
Se llama ***seno*** *.*

Un seno se refiere a un ángulo particular en un triángulo rectángulo. El seno de un ángulo es la razón de la longitud del cateto opuesto al ángulo que estamos estudiando con el largo de la hipotenusa.

Recuerda que en una razón, anotas el primer elemento en la parte de arriba de la fracción y el segundo en la parte de abajo. Por lo tanto, la razón del seno sería $\frac{opposite}{hypotenuse}$ *.*

Veamos cómo podemos encontrar el seno de un ángulo en particular.

¿Veamos cómo podemos encontrar el seno de un ángulo en particular $\angle A$ y $\angle B$ en el siguiente triángulo?

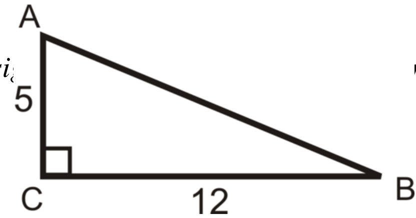


Para encontrar el seno, todo lo que tienes que hacer es construir la razón cuidadosamente.

Observa que una vez que tengamos la razón, podemos dividir el numerador por el denominador para convertirlo en un decimal. El decimal es la respuesta que buscamos en relación a la razón trigonométrica.

El seno de $\angle A$ es 0,6 y el seno de 0.6 $\angle B$ es 0,8.

Como puedes ver, el lado puesto a un ángulo es al que el ángulo se abre. Un lado opuesto nunca será una de las líneas que forman el ángulo.



Usa este triángulo para responder las si mar al céntimo más cercano.

La longitud de la hipotenusa es 13.

Ejemplo A

¿Cuál es el seno de $\angle A$?

Solución: $\frac{12}{13} = .92$

Ejemplo B

¿Cuál es el seno de $\angle B$?

Solución: $\frac{5}{13} = .38$

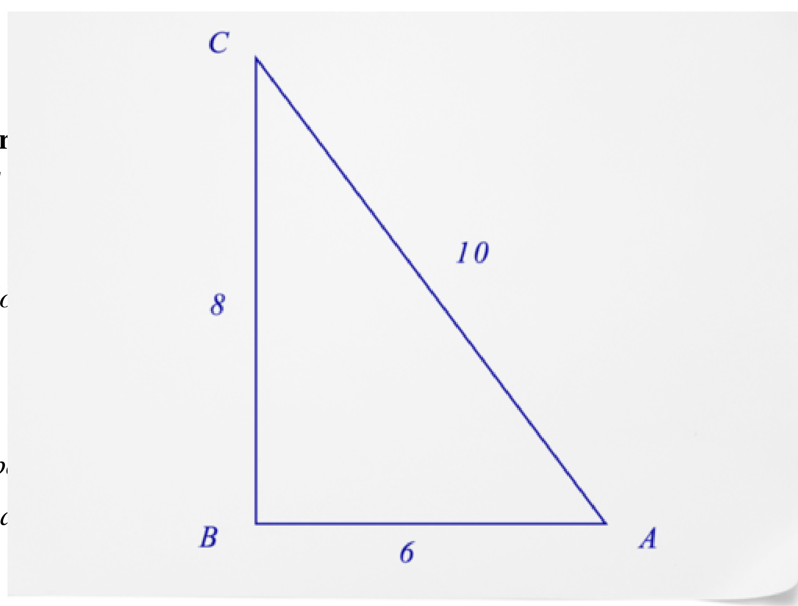
Ejemplo C

¿Cuál es la razón del seno?

Solución: La longitud del lado opuesto al ángulo sobre la hipotenusa.

Ahora, regresemos al problema que encontramos al principio de la Sección.

Sobre este problema, Emily está en lo correcto. Puedes usar el diagrama para resolver el problema. Para hacerlo, necesitarás usar razones trigonométricas. De hecho, necesitarás la razón del seno para calcular la altura de la rampa.



Vocabulario

Razones Trigonométr
Razones que nos triángulos rectángulos.

Seno
La razón del lad

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio p

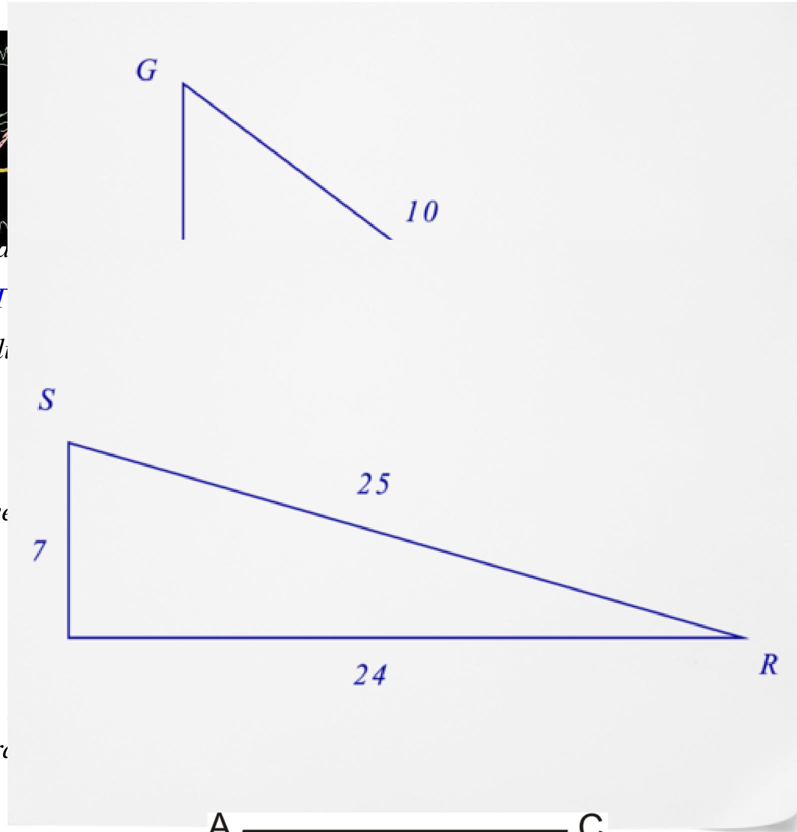
Encuentra el seno de c

Solución

Primero, necesitamos identificar los ángulos agudos. Sabemos que un ángulo agudo tiene menos de 90° *, así que en este triángulo,* $\angle A$ *y* $\angle C$ *son los ángulos agudos. Encontraremos el seno de cada uno de estos ángulos.*

Sabemos que el seno es el opuesto sobre la hipotenusa. Aquí están las razones del seno.

Revisión en Video



ct/61346

Haz clic en la imagen a

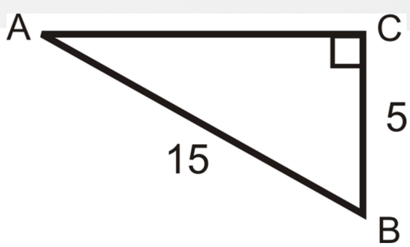
Khan Academy Basic T

"Este video solo está d

Práctica

Instrucciones: Resuelve

1. *¿Cuál es el seno*
2. *¿Cuál es el seno*
3. *¿Puedes encontr*



4. *¿Cuál es el seno de* $\angle R$ *?*
5. *¿Cuál es el seno de* $\angle S$ *?*
6. *¿Cuál es el seno de* $\angle A$ *?*
7. *¿Cuál es el seno de* $\angle B$ *?*
8. *¿Cuál es la longitud del lado faltante aproximado al centésimo más cercan?*

Instrucciones: Responde cada pregunta: verdadero o falso.

9. *9. Puedes usar el Teorema de Pitágoras para encontrar la longitud del lado faltante en el triángulo rectángulo.*
10. *Un triángulo rectángulo debe tener un ángulo de 90 grados.*
11. *La razón del seno es la hipotenusa sobre el lado opuesto.*
12. *Si solo sabes la longitud del lado, entonces puedes buscar las longitudes de todos los lados.*
13. *La razón del seno tiene que ver con la longitud de los lados.*
14. *La hipotenusa siempre es la opuesta al ángulo recto.*
15. *Debes tener la longitud de los tres lados para calcular la razón del seno.*

7.14 Comprensión del Coseno

En esta sección del capítulo, identificarás cosenos y reconocerás el coseno de un ángulo agudo de un triángulo rectángulo como la razón de la longitud del cateto adyacente a la longitud de la hipotenusa

¿Sabes cómo identificar un coseno? ¿Sabes lo que es un coseno?

El conocimiento sobre cosenos puede ayudarte cuando trabajas con las relaciones entre la longitud de los lados y las medidas de los ángulos en un triángulo rectángulo. Cuando termines esta Sección, entenderás como identificar un coseno.

Orientación

Una forma de analizar los triángulos rectángulos es a través de las ***razones trigonométricas*** .

Hay tres razones trigo ... **dos y los ángulos.**

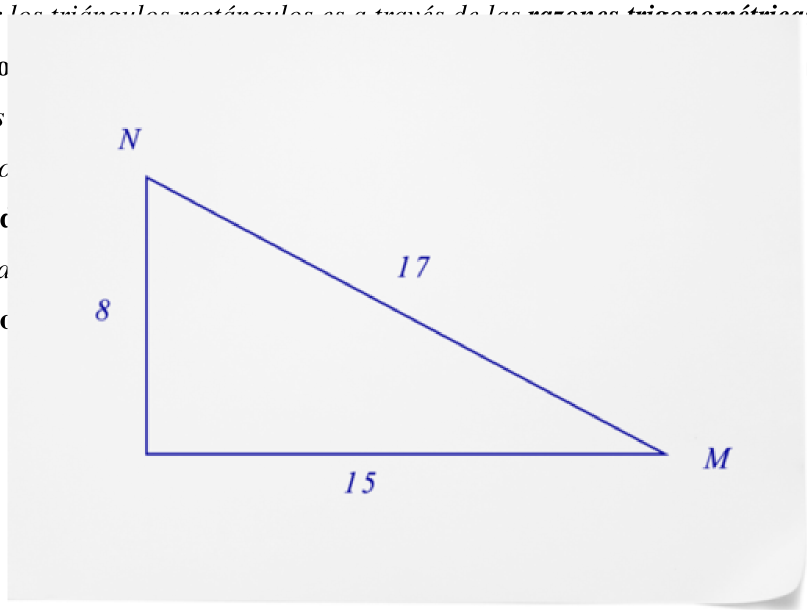
Pon más atención a las ...

Hablemos sobre coseno ...

El coseno es la razón c ...

Ahora, apliquemos esta ...

¿Cuáles son los coseno ...



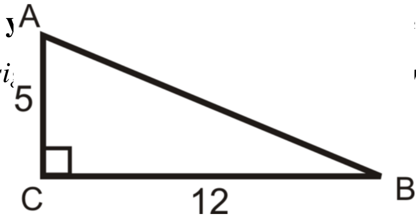
Para encontrar estas razones, identifica los lados adyacentes a cada ángulo y la hipotenusa. Recuerda que un lado adyacente es el que crea el ángulo y no es la hipotenusa.

Una vez más, observa que dividimos el numerador por el denominador para encontrar un decimal que represente el coseno de cada uno de los ángulos. Puedes calcular estas razones en tu calculadora.

El coseno de $\angle M$ es alrededor de 0,88 y ... 0,47.

Usa este triángulo para responder las si... mar al céntimo más cercano.

La longitud de la hipotenusa es 13.



Ejemplo A

¿Cuál es el coseno de $\angle A$?

Solución: $\frac{5}{13} = .38$

Ejemplo B

¿Cuál es el coseno de $\angle B$?

Solución: $\frac{12}{13} = .92$

Ejemplo C

¿Cuál es la razón del coseno?

Solución: El lado adyacente del ángulo identificado sobre la hipotenusa.

Ahora, regresemos al problema que encontramos al principio de la Sección.

Un coseno es una razón trigonométrica. Cuando trabajas con un coseno, primero hay que identificar un ángulo. Luego, hay que escribir la longitud del lado adyacente a ese ángulo sobre la longitud de la hipotenusa. Dividir el numerador por el denominador te dará un valor numérico para el coseno.

Vocabulario

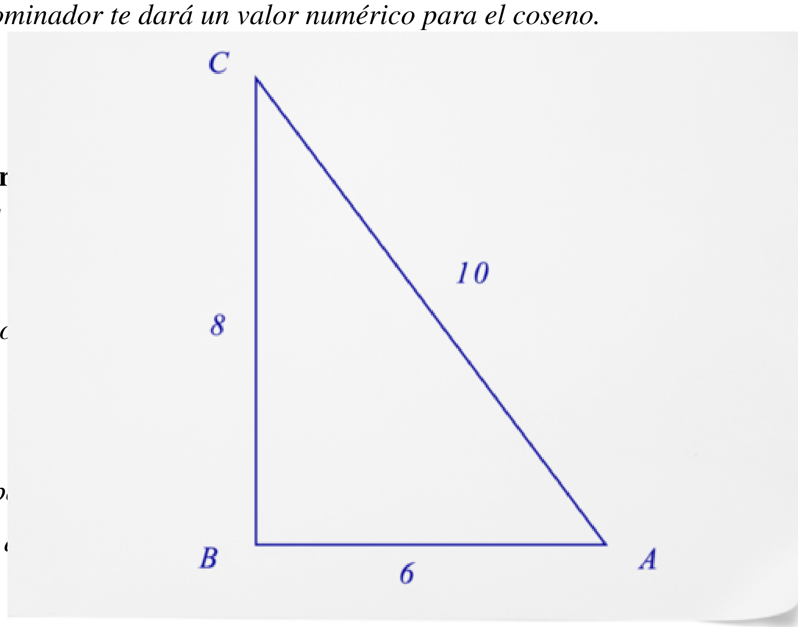
Razones Trigonométr...
Razones que nos ... triángulos rectángulos.

Coseno
La razón del lad...

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio p...

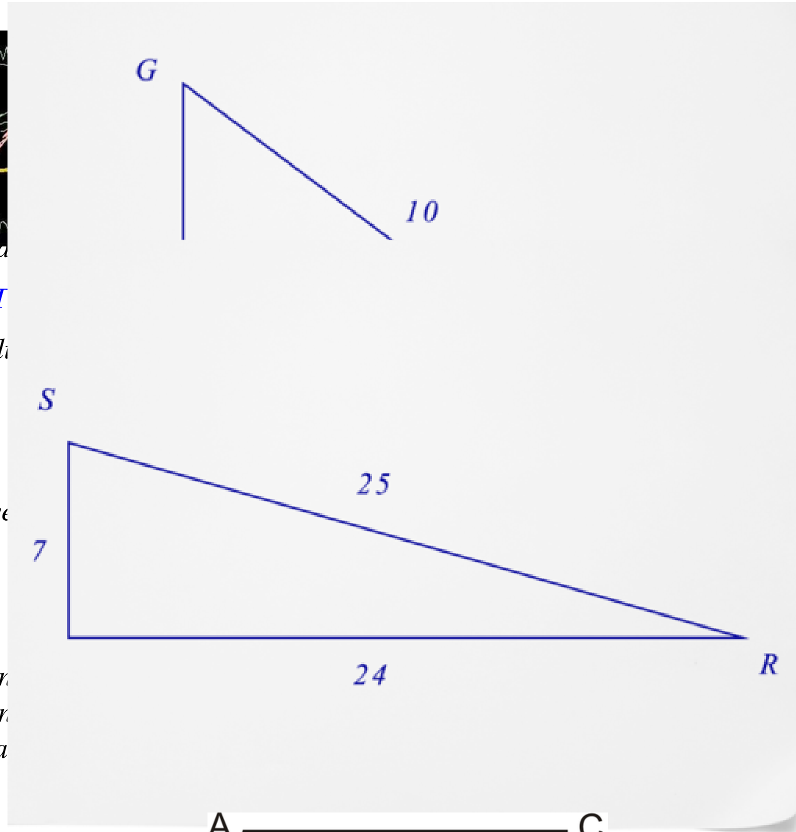
Encuentra los cosenos ...



Solución

El coseno es la razón del lado adyacente a la hipotenusa. Aquí están las razones del coseno.

Revisión en Video



ct/61346

Haz clic en la imagen d

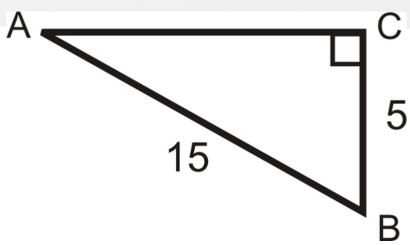
Khan Academy Basic T

"Este video solo está d

Práctica

Instrucciones: *Resuelve*

1. *¿Cuál es el cosen*
2. *¿Cuál es el cosen*
3. *¿Cómo identifica*



4. *¿Cuál es el coseno de* $\angle R$ *?*
5. *¿Cuál es el coseno de* $\angle S$ *?*
6. *¿Cuál es el coseno de* $\angle A$ *?*
7. *¿Cuál es el coseno de* $\angle B$ *?*
8. *¿Cuál es la longitud del lado faltante aproximado al centésimo más cercano?*

Instrucciones: *Responde cada pregunta.*

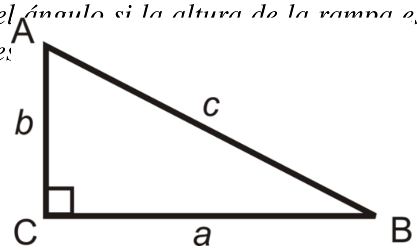
9. *¿El coseno está relacionado a un ángulo?*
10. *¿Necesitas saber la longitud de los lados de un triángulo para escribir un coseno?*
11. *¿La longitud de qué lado necesitas?*
12. *Si el coseno fuera* $\frac{5}{20}$ *, ¿cuál sería el valor numérico del coseno?*
13. *Si el coseno fuera* $\frac{5}{25}$ *, ¿cuál sería el valor numérico del coseno?*
14. *Si el coseno fuera* $\frac{3}{33}$ *, ¿cuál sería el valor numérico del coseno?*
15. *Si el coseno fuera* $\frac{12}{14}$ *, ¿cuál sería el valor numérico del coseno?*

7.15 Comprensión de la Tangente

En esta sección del capítulo, identificarás tangentes y reconocerás la razón de la tangente de un ángulo agudo de un triángulo rectángulo como la razón de la longitud del cateto opuesto a la longitud del cateto adyacente.

¿Alguna vez has construido una rampa? ¿Sabes cómo usar ángulos y longitudes de los lados con razones? Observa este dilema.

Karen está construyendo una rampa. Tiene un dibujo de la altura, la base y un punto en su diseño. Se está preguntando ¿Cuál sería la tangente del ángulo si la altura de la rampa es 2,5 pies y la base es 6 pies? Aquí hay una foto de su dibujo de la rampa. Neces



¿Sabes cómo calcular esto?

Pon atención y aprenderás cómo responder esta pregunta cuando termine la Sección.

Orientación

Una forma de analizar ... *s .*

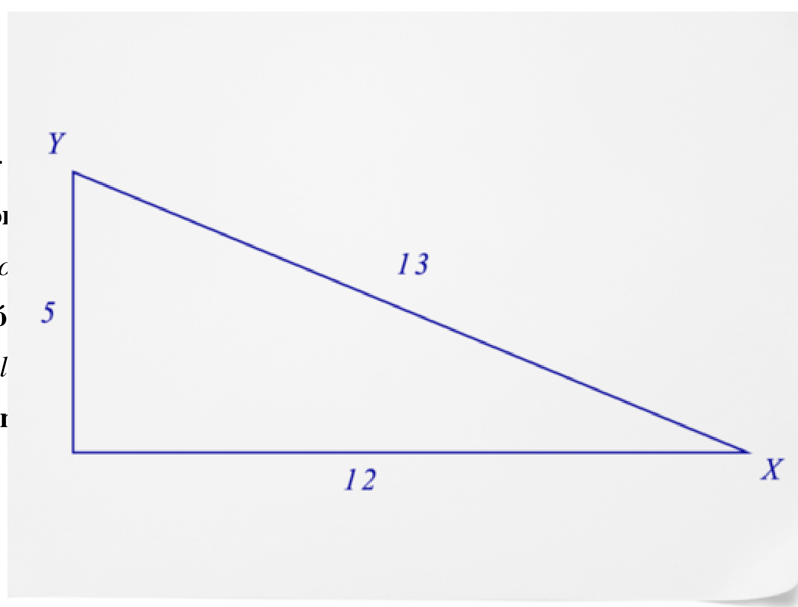
Estas razones trigono ... **los ángulos.**

Veamos una razón trig ...

La tangente es la razó ...

La hipotenusa no se rel ...

¿Cuáles son las tange ...



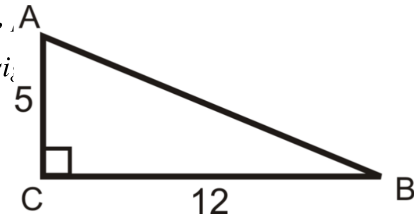
Para encontrar estas razones, primero identifica los lados opuestos y adyacentes de cada ángulo.

La tangente de $\angle X$ es alrededor de 0,417 y la tangente de $\angle Y$ es 2.4.

Esta Sección se centra en las tangentes, ... *onométricas: el seno y el coseno.*

Usa este triángulo para responder las si ... *mar al céntimo más cercano.*

La longitud de la hipotenusa es 13.



Ejemplo A

¿Cuál es la tangente de $\angle A$?

Solución: $\frac{12}{5} = 2.4$

Ejemplo B

¿Cuál es la tangente de $\angle B$?

Solución: $\frac{5}{12} = .42$

Ejemplo C

¿Cuál es la razón de la tangente?

Solución: La longitud del lado opuesto al ángulo sobre la hipotenusa.

Ahora, regresemos al problema que encontramos al principio de la Sección.

Para calcular esto, primero tenemos que escribir la razón de la longitud del lado opuesto a $\angle B$ comparada con la del lado adyacente.

$\frac{2.5}{6}$

Luego, dividimos.

.42

Esta es la tangente de $\angle B$.

Vocabulario

Razones Trigonométricas
: *Razones que nos ayudan a entender las relaciones entre los lados y los ángulos de los triángulos rectángulos.*

Seno
: *La razón del lado opuesto a la hipotenusa.*

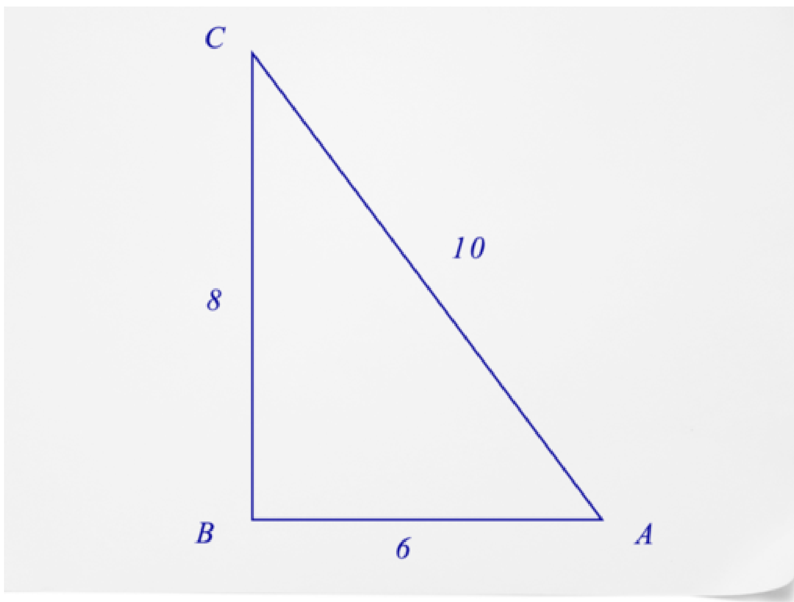
Coseno
: *La razón del lado adyacente a la hipotenusa.*

Tangente
: *La razón del lado opuesto al adyacente.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que trates tú mismo.

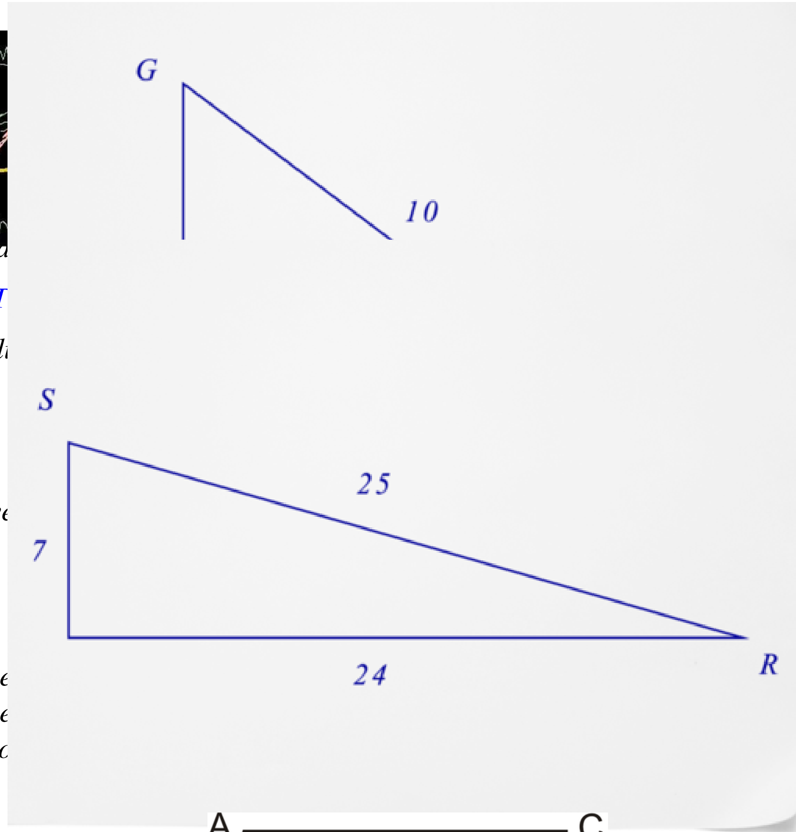
Encuentra las razones de la tangente en el siguiente triángulo.



Solución

La tangente es la razón del lado opuesto al lado adyacente. Aquí están las razones de la tangente.

Revisión en Video



ct/61346

Haz clic en la imagen a

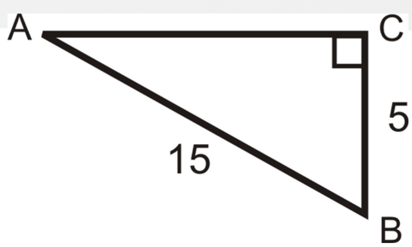
Khan Academy Basic T

"Este video solo está d

Práctica

Instrucciones: *Resuelve*

1. *¿Cuál es la tange*
2. *¿Cuál es la tange*
3. *Verdadero o falso*



4. *¿Cuál es la tangente de* $\angle R$ *?*
5. *¿Cuál es la tangente de* $\angle S$ *?*
6. *¿Cuál es la tangente de* $\angle A$ *?*
7. *¿Cuál es la tangente de* $\angle B$ *?*
8. *¿Cuál es la longitud del lado faltante aproximado al centésimo más cercano?*

Instrucciones: *Responde cada pregunta. Puedes aproximar al céntimo más cercano.*

9. *Si la razón de la tangente es* $\frac{4}{5}$ *, ¿cuál es la medida de la tangente?*
10. *Si la razón de la tangente es* $\frac{14}{20}$ *, ¿cuál es la medida de la tangente?*
11. *Si la razón de la tangente es* $\frac{6}{7}$ *, ¿cuál es la medida de la tangente?*
12. *Si la razón de la tangente es* $\frac{9}{2}$ *, ¿cuál es la medida de la tangente?*
13. *Si la razón de la tangente es* $\frac{4}{20}$ *, ¿cuál es la medida de la tangente?*
14. *Si la razón de la tangente es* $\frac{7}{21}$ *, ¿cuál es la medida de la tangente?*
15. *Si la razón de la tangente es* $\frac{9}{19}$ *, ¿cuál es la medida de la tangente?*

7.16 Determinación y Uso de la Razón del Seno

En esta sección del capítulo, determinarás y usarás la razón del seno.

La clase del Sr. Watson decidió hacer un servicio comunitario y reparar la rampa que estaba fuera de la bodega. La capa de pintura fresca brillaba a la luz del sol y el Sr. Watson cruzó el césped con todos sus estudiantes para mirar la rampa que estaba fu

"¿Siempre ha estado al

"No, de hecho, recién l

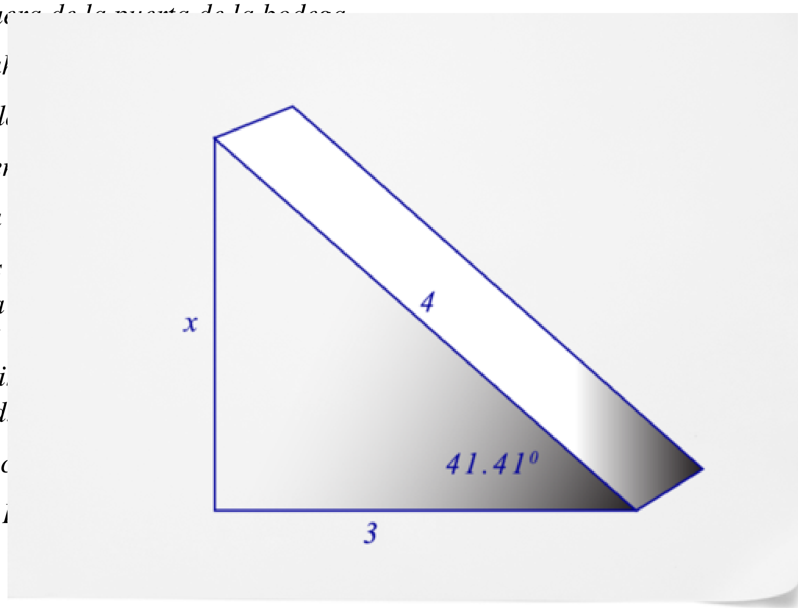
"Bueno, si es nueva ¿e

"Porque no se ajusta a

Así era, los estudiantes ... *uy alta y los estudiantes necesitarían arreglarla* ... *todos porque haría más fácil empujar o tirar el* ... *que el equipamiento era usado por los equipos i* ... *a una buena manera de ayudar a la comunidad*

"¿Qué necesitamos hac

Observaron la rampa. I



"Eso no ayuda mucho", comentó Dan.

"Sí lo es", dijo Emily.

Esta Sección se trata de usar la razón del seno. Al final de la Sección, sabrás cómo calcular la altura de la rampa.

Orientación

Consideremos las razones trigonométricas.

Una razón trigonométrica de un ángulo específico será constante sin importar qué tan grande o pequeño sea el triángulo. La idea es que los lados siempre estarán en proporción con los demás. Así que, si necesitas la medida de un ángulo (y, por lo tanto, puede identificar el valor de una razón trigonométrica) y el valor de un lado, puedes usar la trigonometría para calcular las longitudes de los otros lados.

El truco es usar buenas técnicas algebraicas y asegurarte de que cada vez que establezcas una razón, estás usando los valores y las variables de la forma correcta.

Puedes encontrar las razones trigonométricas usando tu calculadora.

Comprendes las razones trigonométricas y hemos tenido la oportunidad de practicar al leer valores específicos de una tabla.

Puedes encontrar la razón de cualquier valor trigonométrico usando tu calculadora. Busca los botones de seno, coseno y tangente en la calculadora. Ten en cuenta que, generalmente, el seno se abrevia como *sin* , el coseno como *cos* , y la tangente como *tan*.

Presiona la tecla de la razón que quieres encontrar e ingresa el ángulo en cuestión. Si presionas enter, o calcular, la calculadora te mostrará los valores de esa razón específica.

Veamos cómo encontrar la razón del seno usando una calculadora.

$_{sine}$ 47°

Puedes encontrar el valor de cada razón tu calculadora. Cuando te enfrentes a valores con decimales largos, generalmente es mejor redondear los números al milésimo más cercano. Te dará un valor razonablemente apropiado, que no será muy largo para trabajar con él.

El seno de 47° **es 0.73135370161917..., o alrededor de 0.731.**

Observa que debido a que estamos usando una calculadora, no necesitamos saber la longitud de los lados. La calculadora calcula las razones trigonométricas basada en proporciones y el ángulo dado. ¡Calcular el seno, el coseno y la tangente usando una calculadores es tan fácil como apretar un botón!

Ahora, usemos la razón del seno para resolver problemas.

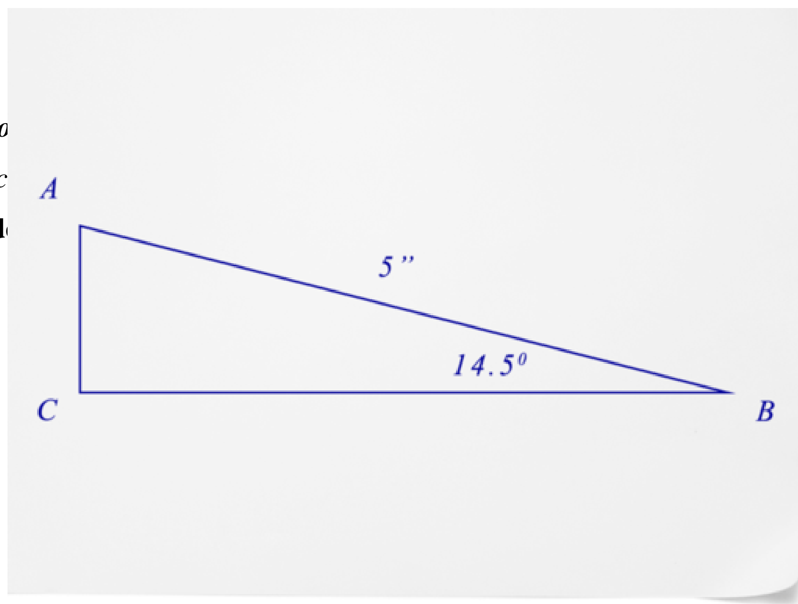
La razón del seno es $\frac{opposite}{hypotenuse}$ *. Si conoces el valor del seno del ángulo en cuestión y la longitud de la hipotenusa, puedes encontrar la medida del lado opuesto. Mira la siguiente fórmula algebraica.*

Si multiplicas el seno de cualquier ángulo X y la longitud de la hipotenusa, el resultado es la longitud del lado opuesto.

Escribe este enunciado … ***zón del seno.***

Ahora, mira esta situac …

¿Cuál es la longitud d …



Usa la siguiente ecuación para encontrar la longitud del lado opuesto al ángulo B .

Observa que vamos a multiplicar el seno del ángulo B por la longitud de la hipotenusa para encontrar el otro lado.

Por lo tanto, primero tendrás que encontrar el seno del ángulo B .

Luego, multiplicas eso por la longitud de la hipotenusa.

Observa que encontramos la longitud del lado opuesto con el seno.

La longitud del lado AC **es 1,25 unidades.**

Usa una calculadora para determinar cada seno. Puedes aproximar al céntimo más cercano.

Ejemplo A

$_{Sine}\ 45^\circ$

Solución:#38;#160; $.71$

Ejemplo B

$_{Sine}\ 83^\circ$

Solución:#38;#160; $.99$

Ejemplo C

$_{Sine}\ 27^\circ$

Solución:#38;#160; $.45$

Ahora, regresemos al problema que encontramos al principio de la Sección.

Ahora aplica la razón del seno y calcula la altura de la rampa.

Primero, tomamos las medidas y usamos la razón del seno.

$_{Sine}\ 15^\circ = \frac{Opposite}{Hypotenuse}$

El opuesto en este ejemplo es el lado faltante. Usamos x **para representar esta medida desconocida. Esta es la medida que estamos buscando.**

$_{Sine}\ 15^\circ = \frac{opposite}{hypotenuse} = \frac{x}{4\ ft}$

Ahora, podemos multiplicar ambos lados por 4 para encontrar la medida.

La altura de la rampa es 2,6 pies

Vocabulario

Seno
: *Una razón entre el lado opuesto y la hipotenusa de un ángulo dado.*

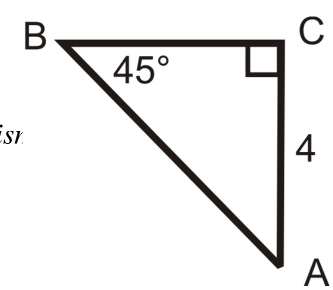
Coseno
: *Una razón entre el lado adyacente y la hipotenusa de un ángulo dado.*

Tangente
: *Una razón entre el lado opuesto y el adyacente de un ángulo dado.*

Razones Trigonométricas
: *Usadas para encontrar las longitudes faltantes de un lado de un triángulo rectángulo cuando se conocen las medidas de los ángulos.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que trates tú misr



Encuentra la longitud de la hipotenusa.

Solución

Primero, aquí está la razón que vamos a usar.

$_{Sine}\ 45° = \frac{Opposite}{Hypotenuse}$

La hipotenusa en este ejemplo es el lado faltante. Usamos x para representar esta medida desconocida. Esta es la medida que estamos buscando.

$_{Sine}\ 45° = \frac{opposite}{hypotenuse} = \frac{4}{x}$

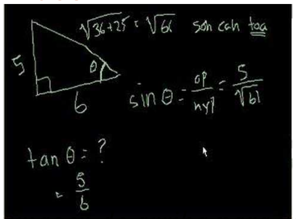
Ahora podemos escribir la siguiente ecuación.

$x_{Sine}\ 45° = 4$

Luego, encontramos el seno de 45 = 0.8 = 0.71

Esta es nuestra respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/61348

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Khan Academy Basic Trigonometry II

"Este video solo está disponible en inglés"

Práctica

Instrucciones: Usa una calculadora para encontrar cada seno. Puedes aproximar al céntimo más cercano.

1. Sine 55°
2. Sine 25°
3. Sine 11°
4. Sine 60°
5. Sine 75°
6. Sine 12°
7. Sine 29°
8. Sine 15°

Instrucciones: Usa la información dada y lo que has aprendido acerca de las razones trigonométricas para calcular la medida de cada lado faltante. Puedes redondear cuando sea necesario.

9. *Ángulo simple D* 2° *, hipotenusa – 12, ¿Cuál es la longitud del lado opuesto?*
10. *Ángulo simple E* 65° *, hipotenusa – 8, ¿Cuál es la longitud del lado opuesto?*
11. *Ángulo simple F* 45° *, hipotenusa – 2, ¿Cuál es la longitud del lado opuesto?*
12. *Ángulo simple D* 25° *, hipotenusa – 10, ¿Cuál es la longitud del lado opuesto?*
13. *Ángulo simple D* 80° *, hipotenusa – 8, ¿Cuál es la longitud del lado opuesto?*
14. *Ángulo simple D* 45° *, hipotenusa – 5, ¿Cuál es la longitud del lado opuesto?*
15. *Ángulo simple D* 40° *, hipotenusa – 18, ¿Cuál es la longitud del lado opuesto?*

7.17 Determinación y Uso de la Razón del Coseno

En esta sección del capítulo, determinarás y usarás la razón del coseno.

¿Sabes cómo usar cosenos para la resolución de problemas? Observa este dilema.

Un triángulo tiene una hipotenusa de 4,5 pulgadas. El ángulo A es igual a 40 grados. Encuentra la longitud del lado adyacente.

Para calcular esto, necesitarás saber cómo usar las medidas de los ángulos y los cosenos. Aprenderás como cumplir con esta tarea en esta Sección.

Orientación

Consideremos las razones trigonométricas.

Una razón trigonométrica de un ángulo específico será constante sin importar qué tan grande o pequeño sea el triángulo. La idea es que los lados siempre estarán en proporción con los demás. Así que, si necesitas la medida de un ángulo (y, por lo tanto, puede identificar el valor de una razón trigonométrica) y el valor de un lado, puedes usar la trigonometría para calcular las longitudes de los otros lados.

El truco es usar buenas técnicas algebraicas y asegurarte de que cada vez que establezcas una razón, estás usando los valores y las variables de la forma correcta.

Puedes encontrar las razones trigonométricas usando tu calculadora.

Comprendes las razones trigonométricas y hemos tenido la oportunidad de practicar al leer valores específicos de una tabla.

Puedes encontrar la razón de cualquier valor trigonométrico usando tu calculadora. Busca los botones de seno, coseno y tangente en la calculadora. Ten en cuenta que, generalmente, el seno se abrevia como *sin* , el coseno como *cos* , y la tangente como *tan*.

Presiona la tecla de la razón que quieres encontrar e ingresa el ángulo en cuestión. Si presionas enter, o calcular, la calculadora te mostrará los valores de esa razón específica.

Veamos cómo encontrar la razón del coseno usando una calculadora.

$_{cosine}\ 23^\circ$

Puedes encontrar el valor de cada razón tu calculadora. Cuando te enfrentes a valores con decimales largos, generalmente es mejor redondear los números al milésimo más cercano. Te dará un valor razonablemente apropiado, que no será muy largo para trabajar con él.

El coseno de 23° es 0.92050485345244..., o alrededor de 0.921.

Ahora que trabajamos con cosenos, usaremos la información dada para encontrar la longitud del lado adyacente de un triángulo rectángulo.

Recuerda que el lado adyacente es el lado junto al ángulo con el que estamos trabajando. Como recordarás, la razón del coseno es $\frac{adjacent}{hypotenuse}$.

Si conoces el valor del coseno del ángulo en cuestión y la longitud de la hipotenusa, puedes encontrar la medida del lado adyacente.

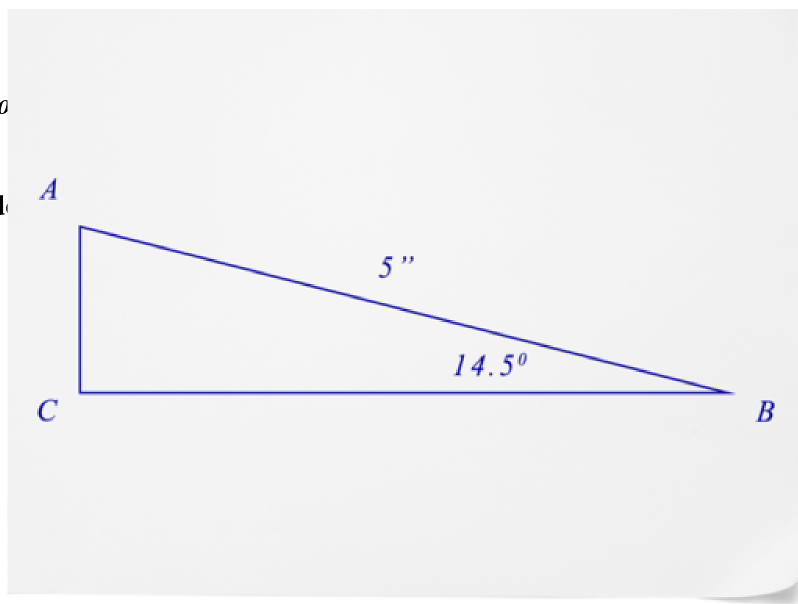
Mira la siguiente situación algebraica.

multiplicas el coseno de cualquier ángulo X y la longitud de la hipotenusa, el resultado es la longitud del lado adyacente.

Escribe este enunciado

Mira esta situación.

¿Cuál es la longitud d



Usa la siguiente ecuación para encontrar la longitud del lado adyacente al ángulo B . Observa que para encontrar la longitud del lado adyacente, primero necesitarás el coseno del ángulo B . Luego, puedes multiplicar esa respuesta por la longitud de la hipotenusa. Esto de dará la medida del lado junto al ángulo o adyacente a este.

La longitud del lado BC **es 4,84 unidades.**

Usa una calculadora para encontrar cada coseno. Puedes aproximar al céntimo más cercano.

Ejemplo A

Coseno 45°

Solución:#38;#160; .71

Ejemplo B

Coseno 62°

Solución: .47

Ejemplo C

Coseno 22°

Solución: .93

Ahora, regresemos al problema que encontramos al principio de la Sección.

Para trabajar con este dilema, podemos usar la siguiente ecuación y resolver.

La longitud faltante del lado adyacente es 3,46 pulgadas.

Vocabulario

Seno
Una razón entre el lado opuesto y la hipotenusa de un ángulo dado.

Coseno
Una razón entre el lado adyacente y la hipotenusa de un ángulo dado.

Tangente
Una razón entre el lado opuesto y el adyacente de un ángulo dado.

Razones Trigonométricas
Usadas para encontrar las longitudes faltantes de un lado de un triángulo rectángulo cuando se conocen las medidas de los ángulos.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que trates tú mismo.

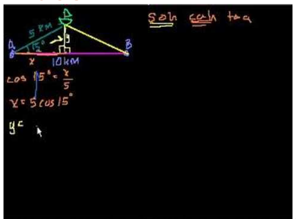
Un triángulo tiene una hipotenusa de 7,5 pulgadas. El ángulo A es igual a 55 grados. Encuentra la longitud del lado adyacente.

Solución

Para hacer esto, podemos usar la siguiente ecuación.

La longitud del lado adyacente es 4,27 pulgadas.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/61343

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Khan Academy Trigonometry Word Problems

“Este video solo está disponible en inglés”

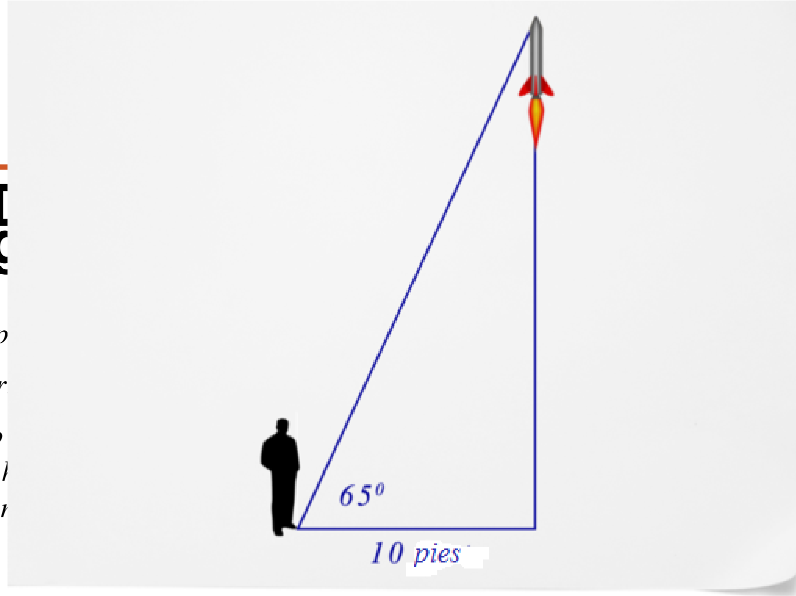
Práctica

Instrucciones: Usa una calculadora para encontrar cada coseno. Puedes aproximar al céntimo más cercano.

1. Cosine 33°
2. Cosine 29°
3. Cosine 73°
4. Cosine 88°
5. Cosine 50°
6. Cosine 67°
7. Cosine 42°
8. Cosine 18°
9. Cosine 9°

Instrucciones: Encuentra la longitud del lado adyacente.

10. *Un triángulo tiene una hipotenusa de 7 pulgadas. El ángulo A es igual a 60 grados. Encuentra la longitud del lado adyacente.*
11. *Un triángulo tiene una hipotenusa de 12 pulgadas. El ángulo B es igual a 45 grados. Encuentra la longitud del lado adyacente.*
12. *Un triángulo tiene una hipotenusa de 8 pulgadas. El ángulo A es igual a 35 grados. Encuentra la longitud del lado adyacente.*
13. *Un triángulo tiene una hipotenusa de 12 pulgadas. El ángulo A es igual a 28 grados. Encuentra la longitud del lado adyacente.*
14. *Un triángulo tiene una hipotenusa de 6 pulgadas. El ángulo A es igual a 33 grados. Encuentra la longitud del lado adyacente.*
15. *Un triángulo tiene una hipotenusa de 14 pulgadas. El ángulo A es igual a 72 grados. Encuentra la longitud del lado adyacente.*
16. *Un triángulo tiene una hipotenusa de 11 pulgadas. El ángulo A es igual a 80 grados. Encuentra la longitud del lado adyacente.*



7.18 ... ón de la Tan- ...

En esta sección del cap ...

¿Alguna vez has constr ...

Craig lanzó un modelo ... de distancia del sitio de lanzamiento y usó una ... del cohete en su punto más alto. Sus datos se ...

Calcula la mayor altura que alcanzó el modelo de cohete.

Para calcular esto, necesitarás usar una razón trigonométrica llamada tangente. Pon atención y aprenderás como resolver este problema con éxito.

Orientación

Consideremos las razones trigonométricas.

Una razón trigonométrica de un ángulo específico será constante sin importar qué tan grande o pequeño sea el triángulo. La idea es que los lados siempre estarán en proporción con los demás. Así que, si necesitas la medida de un ángulo (y, por lo tanto, puede identificar el valor de una razón trigonométrica) y el valor de un lado, puedes usar la trigonometría para calcular las longitudes de los otros lados.

El truco es usar buenas técnicas algebraicas y asegurarte de que cada vez que establezcas una razón, estás usando los valores y las variables de la forma correcta.

Puedes encontrar las razones trigonométricas usando tu calculadora.

Comprendes las razones trigonométricas y hemos tenido la oportunidad de practicar al leer valores específicos de una tabla.

Puedes encontrar la razón de cualquier valor trigonométrico usando tu calculadora. Busca los botones de seno, coseno y tangente en la calculadora. Ten en cuenta que, generalmente, el seno se abrevia como *sin* , el coseno como *cos* , y la tangente como *tan*.

Presiona la tecla de la razón que quieres encontrar e ingresa el ángulo en cuestión. Si presionas enter, o calcular, la calculadora te mostrará los valores de esa razón específica.

Veamos cómo encontrar la razón de la tangente usando una calculadora.

$_{tangent}$ $82°$

Puedes encontrar el valor de cada razón tu calculadora. Cuando te enfrentes a valores con decimales largos, generalmente es mejor redondear los números al milésimo más cercano. Te dará un valor razonablemente apropiado, que no será muy largo para trabajar con él.

La tangente de $82°$ **es 7.11536972238419..., o alrededor de 7.115.**

Ahora, podemos usar la razón de la tangente para encontrar la longitud de la altura de un triángulo rectángulo. Podemos ver que la altura en un triángulo rectángulo se parece al lado a . Esto es debido al tipo de triángulo que es un triángulo rectángulo. Como recordarás, la razón de la tangente es $\frac{opposite}{ad\,jacent}$ *. Si conoces el valor de la tangente del ángulo en cuestión y la longitud del lado adyacente, puedes encontrar la medida del lado opuesto.*

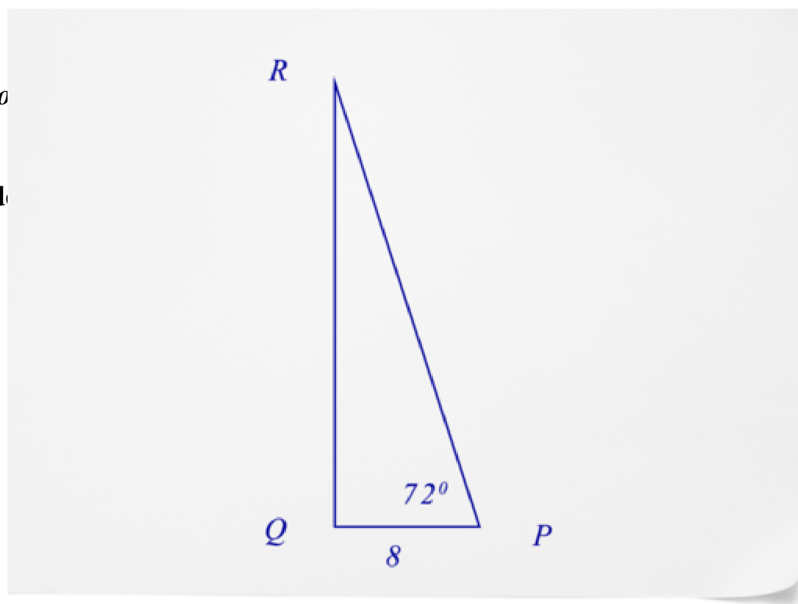
Mira la siguiente situación algebraica.

Si multiplicas la tangente de cualquier ángulo X y la longitud del lado adyacente, el resultado es la longitud del lado opuesto.

Escribe este enunciado

Mira esta situación.

¿Cuál es la longitud d



Usa la siguiente ecuación para encontrar la longitud del lado opuesto al ángulo P . Observa que para encontrar la medida del lado opuesto, primero necesitamos encontrar la tangente del ángulo con el que estamos trabajando. Luego, podemos tomar esa medida y multiplicarla por el lado adyacente.

La longitud del lado QR es 24,624 unidades.

Usa una calculadora para calcular cada tangente. Puedes aproximar al céntimo más cercano.

Ejemplo A

$_{tangent}$ 32°

Solución:#38;#160; .62

Ejemplo B

$_{tangent}$ 15°

Solución:#38;#160; .27

Ejemplo C

$_{tangent}$ 89°

Solución:#38;#160; 57.29

Ahora, regresemos al problema que encontramos al principio de la Sección.

En este problema, tienes mucha información, pero los únicos datos importantes son la forma del triángulo, la longitud de la base y la medida del ángulo. La base es el lado adyacente al lugar en el que Craig está y quieres encontrar el valor del lado opuesto a donde Craig estaba. Para este propósito, la hipotenusa del triángulo es irrelevante.

Ya que tienes el ángulo y el lado adyacente, puedes encontrar una tangente para descubrir la altura del triángulo.

El cohete de Craig alcanzó su mayor altura a los 21,45 pies, ¡casi 21 y $\frac{1}{2}$ pies de alto!

Vocabulario

Seno
Una razón entre el lado opuesto y la hipotenusa de un ángulo dado.

Coseno
Una razón entre el lado adyacente y la hipotenusa de un ángulo dado.

Tangente
Una razón entre el lado opuesto y el adyacente de un ángulo dado.

Razones Trigonométricas
Usadas para encontrar las longitudes faltantes de un lado de un triángulo rectángulo cuando se conocen las medidas de los ángulos.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que lo resuelvas tú mismo.

Tenemos un triángulo rectángulo. El ángulo A es 50 grados. El lado adyacente del triángulo al ángulo A es 4 pulgadas. ¿Cuál es la longitud del lado opuesto?

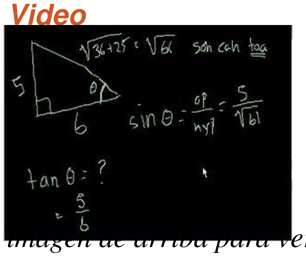
Solución

Para calcular esto, podemos usar la tangente del ángulo y multiplicarla por la longitud del lado adyacente.

Mira esto.

La longitud del lado opuesto es 4,76 pulgadas.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/61348

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

Khan Academy Basic Trigonometry II

"Este video solo está disponible en inglés"

Práctica

Instrucciones: Usa una calculadora para calcular cada tangente. Puedes aproximar al céntimo más cercano.

1. Tangent 7°
2. Tangent 41°
3. Tangent 65°
4. Tangent 22°
5. Tangent 18°
6. Tangent 35°
7. Tangent 50°
8. Tangent 54°
9. Tangent 66°
10. Tangent 70°

Instrucciones: Encuentra la longitud del lado opuesto en cada ejemplo.

11. *Tenemos un triángulo rectángulo. El ángulo A es 45 grados. El lado adyacente del triángulo al ángulo A es 6 pulgadas. ¿Cuál es la longitud del lado opuesto?*
12. *Tenemos un triángulo rectángulo. El ángulo B es 63 grados. El lado adyacente del triángulo al ángulo B es 7 pulgadas. ¿Cuál es la longitud del lado opuesto?*
13. *Tenemos un triángulo rectángulo. El ángulo A es 29 grados. El lado adyacente del triángulo al ángulo A es 6 pulgadas. ¿Cuál es la longitud del lado opuesto?*
14. *Tenemos un triángulo rectángulo. El ángulo B es 12 grados. El lado adyacente del triángulo al ángulo B es 4.5 pulgadas. ¿Cuál es la longitud del lado opuesto?*
15. *Tenemos un triángulo rectángulo. El ángulo A es 9 grados. El lado adyacente del triángulo al ángulo A es 8 pulgadas. ¿Cuál es la longitud del lado opuesto?*

Resumen

Luego de haber terminado este capítulo, los estudiantes están listos para pasar al siguiente Capítulo. Cada sección le ha dado a los estudiantes una oportunidad de emplear y practicar habilidades en varias Secciones, incluidas la *evaluación de expresiones radicales, evaluación de potencias fraccionarias, resolución de ecuaciones con radicales, clasificación y comparación de números reales, números irracionales, el Teorema de Pitágoras, el Inverso del Teorema de Pitágoras , medición indirecta, perímetro, área, la fórmula de la distancia, triángulos rectángulos especiales y razones trigonométricas.*

CHAPTER 8 Medición, Área y Volumen

Chapter Outline

Introducción

En este capítulo, explorarás la medición, incluyendo área y volumen. Empezaremos hallando las dimensiones y el área de triángulos y cuadriláteros. Luego, aprenderemos a hallar la circunferencia y el área de los círculos. Luego, aprenderás las características de los sólidos geométricos y aprenderás cómo identificarlas. Luego, usarás esta información para determinar el área de superficie de distintos sólidos. Finalmente, aprenderás a encontrar el volumen de los sólidos.

8.1 C Área de los Tr

En esta sección, hallar

¿Alguna vez has visto f

Jessie vio esta mediana de camino a la escuela. La altura de cada triangulo en la mediana es de 7 pies y la base es de 5. Jessie pensó cual sería el área de cada triángulo. Si hay siete triángulos en una fila, ¿cuál es el área total de los siete triángulos?

Para determinar esto, deberás entender los conceptos de área y triangulo. Pon atención y podrás resolver este problema de dos partes al final de la Sección.

Orientación

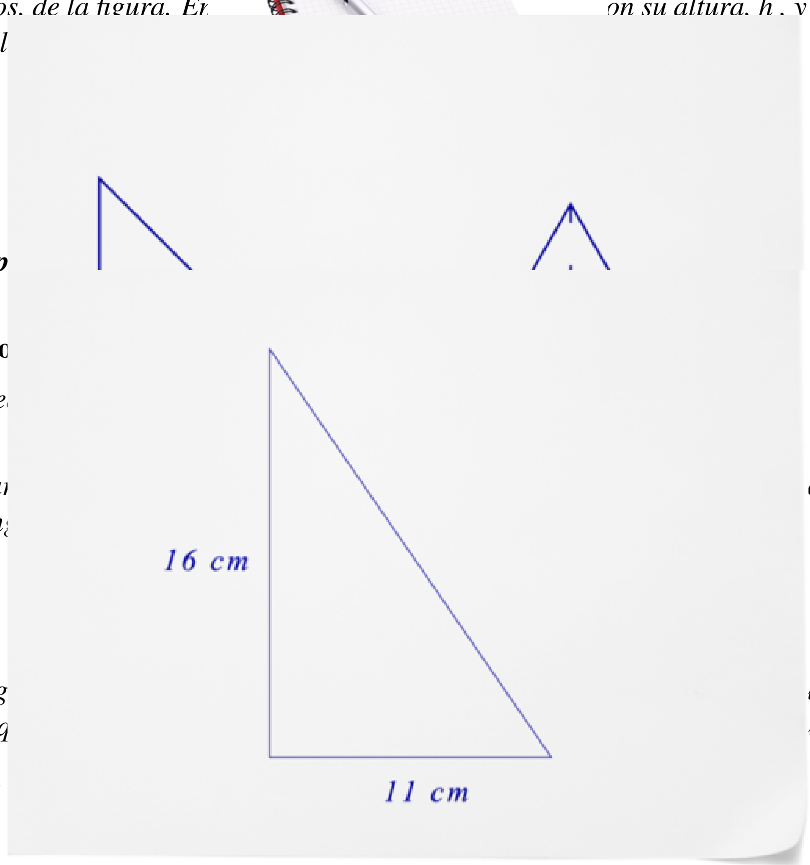
El ***Área*** **es la cantidad de espacio bidimensional que cubre una figura.**

¿Sabes cómo encontrar el área de los triángulos usando fórmulas y resolución de problemas? Para entender este concepto, empecemos conociendo la fórı

¿Cómo encontramos el área de un triá

El área, como ya hemos dicho, es la canti *a. Para encontrar el área, multiplicamos las dimensiones, o lados, de la figura. Er* *on su altura, h , y su base, b . La fórmula del área de los triángul*

$A = \frac{1}{2}bh$



Escribe esta fórmula p ***"Área del Triángulo"; al lado.***

La *base* es el área al fo

Cuando busques el áre **es perpendicular a la base.**

La altura no es necesar *ctángulos, pues los dos lados unidos por un án*

Puedes ver en el triáng *ılo. Es perpendicular a la base. El triángulo eq* *ıra del triángulo.*

Encuentra el área del

Podemos ver que la base es de 11 centímetros y que la altura es de 16 centímetros. Solo debemos poner estos números en los lugares de la fórmula que correspondan.

Recuerda que siempre medimos el área en unidades al cuadrado, ya que estamos combinando dos dimensiones.

El área de este triángulo es de 88 centímetros cuadrados.

Hallar el área de un triángulo es así de simple. También podemos usar esta misma fórmula para encontrar una dimensión faltante en el triángulo. Esto es posible si nos dan el área y una dimensión para empezar. Luego, podemos usar la fórmula, substituir los valores y resolver para encontrar la dimensión faltante.

Analicemos el siguiente problema.

Un triángulo tiene un área de $44\ m^2$ **. La base del triángulo es de 8 m. ¿Cuál es su altura?**

En este problema, conocemos el área y la base del triángulo. Introducimos estos valores a la fórmula y resolvemos para encontrar la altura, h **.**

Recuerda que, cuando divides ambos lados por una fracción, debes multiplicar por el reciproco de esa fracción. Para dividir por $\frac{1}{2}$, por tanto, multiplicamos por 2. Ten esto en cuanta cuando uses la fórmula del área.

Al despejar la h , descubrimos que la altura del triángulo es de 11 metros.

Encuentra el área de cada triángulo dadas su base y su altura.

Ejemplo A

Base = 6 pulgadas, Altura = 4 pulgadas

Solución:#38;#160; 12 **pulgadas cuadradas**

Ejemplo B

Base = 3.5 pies, Altura = 4 pies

Solución:#38;#160; 7 **sq. pies**

Ejemplo C

Base = 8 mm, Altura = 9 mm

Solución:#38;#160; 36 **mm cuadrados.**

Ahora volvamos al problema al principio de la Sección.

Para resolver esto, debemos hallar el área de un triángulo.

Luego, tomamos el 17,5 y lo multiplicamos por 7 ya que hay 7 triángulos en la mediana.

17.5 x 7 = 122.5 pies cuadrados.

Estas son las dos respuestas al problema.

Vocabulario

Polígono
: *Figura cerrada simple compuesta de, al menos, tres segmentos de recta.*

Triángulo
: *Polígono de tres lados.*

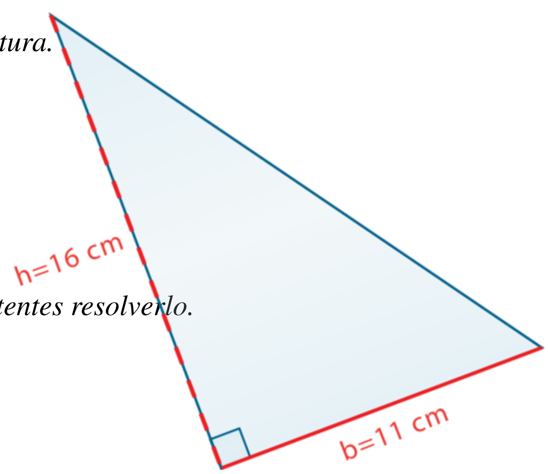
Área
: *Espacio bidimensional que ocupa una figura.*

Altura del triángulo
: *Línea perpendicular a la base.*

Base del triángulo
: *Línea perpendicular a la altura.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que intentes resolverlo.

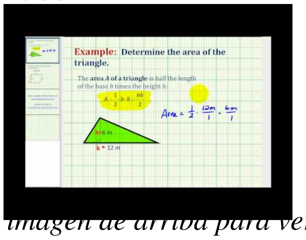


Solución

Puedes ver que la base es de 11 centímetros y que la altura es de 16 centímetros. Solo debemos poner estos números en los lugares de la fórmula que correspondan.

Esta es nuestra respuesta.

Repaso en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5265

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

**Solo en Inglés*

Area of a Triangle

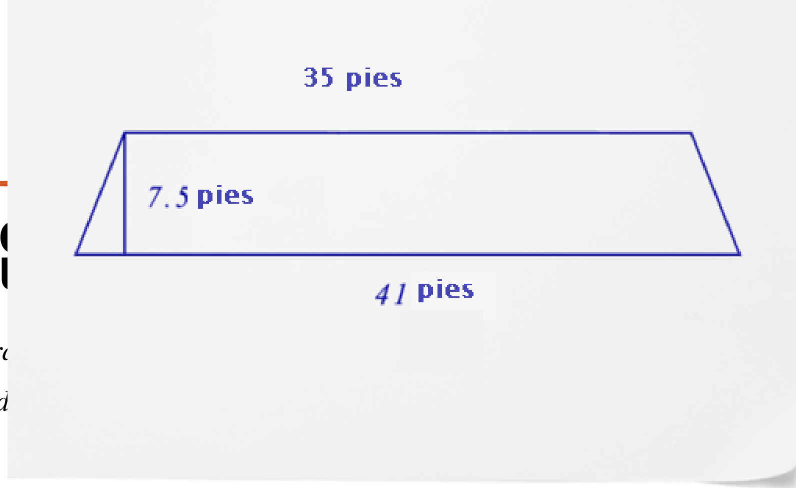
Práctica

Instrucciones: Encuentra el área de cada triángulo a continuación.

1. $b = 10$ *inches*, $h = 5$ *inches*
2. $b = 7$ *inches*, $h = 5.5$ *inches*
3. $b = 8$ *feet*, *height* $= 6$ *feet*
4. $b = 9$ *feet*, *height* $= 7.5$ *feet*
5. $b = 12$ *meters*, $h = 9$ *meters*
6. $b = 15$ *feet*, $h = 12$ *feet*
7. $b = 12.5$ *feet*, $h = 3.5$ *feet*
8. $b = 15.25$ *feet*, $h = 8.5$ *feet*
9. $b = 25.75$ *feet*, $h = 13.5$ *feet*

Instrucciones: Encuentra la dimensión faltante en cada triángulo dada su área y otra dimensión.

10. $A = 4.5\ sq.in$, $b = 4.5\ in$, $h = ?$
11. $A = 21\ sq.ft$, $b = 7\ ft$, $h = ?$
12. $A = 60\ sq.in$, $h = 10\ in$, $b = ?$
13. $A = 97.5\ sq.ft$, $h = 13\ ft$, $b = ?$
14. $A = 187\ sq.ft$, $b = 22\ ft$, $h = ?$
15. $A = 405\ sq.ft$, $b = 30\ ft$, $h = ?$



8.2 C Área de los C

En esta sección, hallar

¿Alguna vez has asistid

La Escuela Intermedia Montgomery va a organizar por primera vez una Olimpiada para toda la escuela. Los estudiantes han estudiado las Olimpiadas griegas y hubo tanto entusiasmo en el contenido de esa materia que la Directiva de la escuela decidió promover este evento. Cada clase se encarga de una parte del proyecto. Ya empezaron los preparativos iniciales, por lo que en seis semanas más ocurrirá una fantástica Olimpiada de dos días.

La clase de la Srta. Hamilton va a preparar un área para entregar los premios de los estudiantes luego de la competencia. El área tiene la forma de un trapezoide. Samuels, el guardia, excavó un espacio perfecto para una plataforma y los estudiantes tendrás que usar cemento para llenar el área de la zona de premiación.

"¿Cómo haremos esto?";, preguntó Kelly a la Srta. Hamilton.

"Bueno, calculémoslo. Sabemos que el área estará nivelada y el Sr. Samuels ya nos ayudó con el espacio. Ahora debemos determinar el área del trapezoide para calcular cuánto cemento necesitaremos.";

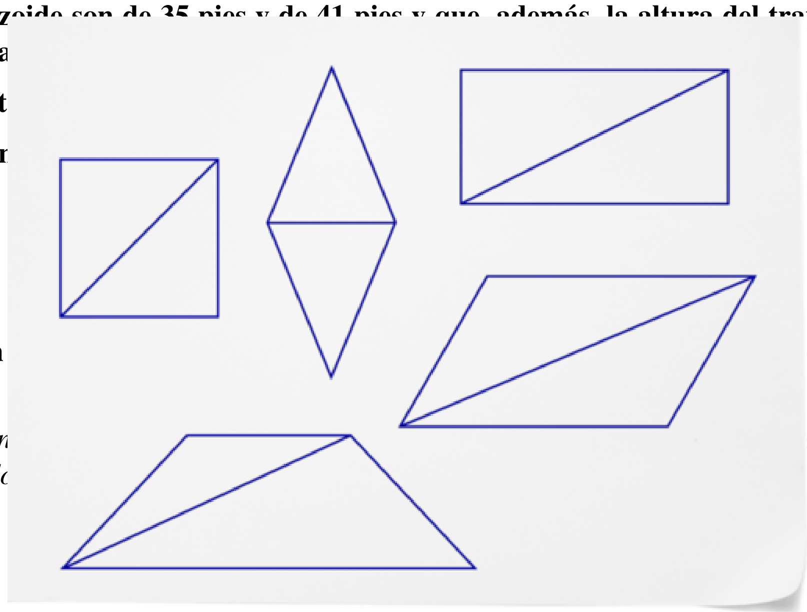
"Podemos empezar con el área";, dijo Casey sonriendo.

"Probablemente sea lo mejor";, afirmó la Srta. Hamilton.

Si las bases del trapez pezoide es de 7,5 pies, ¿cuál es el área del tra

Si un balde de cement liantes?

En esta sección, apren esolver este problema muy pronto.



Orientación

Los ***Cuadriláteros*** **son ogramos, rombos and trapezoides son todos**

Cada cuadrilátero tien de cualquiera de estos cuadriláteros utilizand triángulos.

Observa.

Sin embargo, sigue siendo un proceso complicado aun cuando sabemos que podemos hallar el área de estos cuadriláteros dividiéndolos en triángulos. Por ejemplo, ¿cómo podrías calcular la altura de un trapezoide? Es por eso que es muy útil tener fórmulas para el área de cada uno de los distintos tipos de cuadriláteros.

Empecemos analizando los rectángulos.

Para encontrar el área de un rectángulo, multiplicamos el largo por el ancho.

$A = lw$

Ahora apliquemos la fórmula.

¿Cuál es el área de un rectángulo con un largo de 6 pulgadas y un ancho de 4 pulgadas?

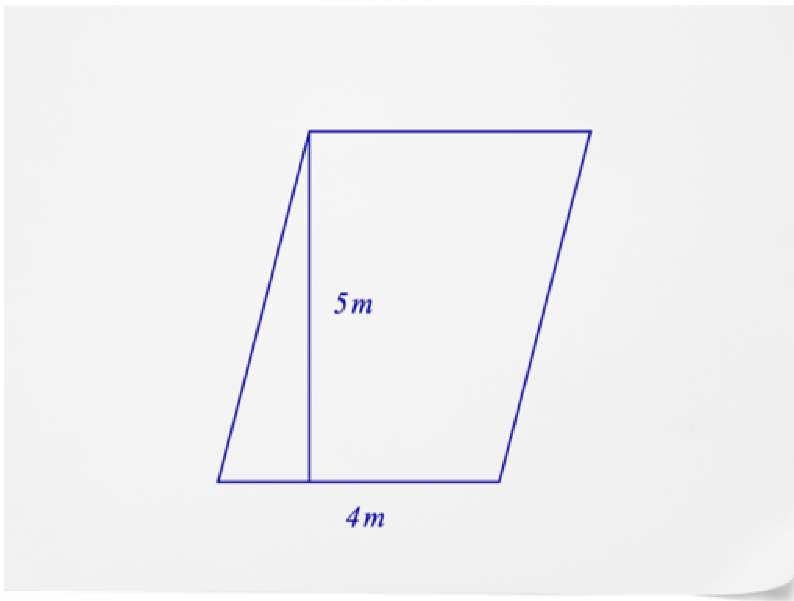
Para descubrirlo, sustituiremos los valores de largo y ancho en la fórmula.

Esta es la respuesta.

Nótese que escribimos las unidades de medida en pulgadas cuadradas, pues hemos estado calculando el área.

¿Qué hay de los paralelogramos?

Los paralelogramos son muy similares a los rectángulos. De hecho, un rectángulo es un tipo de paralelogramo. Sin embargo, algunos paralelogramos no tienen cuatro ángulos rectos. Por ello, tenemos que usar una fórmula diferente para ellos. Para hallar el área de un paralelogramo, multiplicamos la base (b) por la altura (h).



Ahora podemos sustituir estos valores en la fórmula.

Esta es la respuesta.

¿Qué hay de los trapezoides?

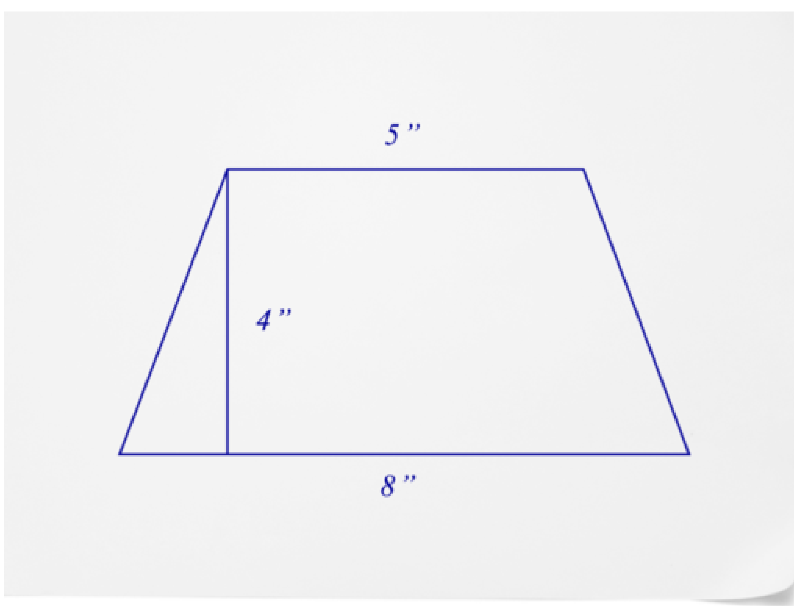
Un trapezoide es una figura interesante, porque tiene dos bases y una altura. Debemos considerar las longitudes de las dos bases y la altura del trapezoide para determinar su área. Ésta es la fórmula que podemos usar para encontrar el área de un trapezoide.

$A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2)h$

Si sustituimos los valores en esta fórmula, podremos encontrar el área de cualquier trapezoide.

Analicemos este ejercicio.

Encuentra el área de este trapezoide.



Esta es la respuesta.

Podemos usar las fórmulas de área de los cuadriláteros para obtener dimensiones desconocidas de la misma forma que lo hacemos con los triángulos. Simplemente debemos llenar la información que tenemos en la fórmula apropiada y despejar la variable desconocida. Asegúrate de saber que fórmula usar.

Encuentra el área de cada cuadrilátero.

Ejemplo A

Un cuadrado con un lado de longitud 4,5 pulgadas.

Solución:#38;#160; 20.25 **pulgadas cuadradas**

Ejemplo B

Un rectángulo con un largo de 8 pies y un ancho de 6,25 pies.

Solución:#38;#160; 50 **pies cuadrados**

Ejemplo C

Un paralelogramo con una base de 10 metros y una altura de 7,5 metros.

Solución:#38;#160; 75 **metros cuadrados**

Ahora volvamos al problema al principio de la Sección.

Lo primero que debemos hacer es decidir con qué clase de polígono estamos trabajando. La carretera de la imagen tiene dos lados paralelos, pero uno es más pequeño que el otro. Esto es un trapezoide, por lo que sabemos que debemos usar la fórmula del área para los trapezoides.

¿Qué es lo que nos pide encontrar el problema? Debemos encontrar la cantidad de baldes de cemento necesarias para cubrir el área la zona de premiación. Sin embargo, para poder determinar esto, primero debemos encontrar el área del trapezoide de modo de saber cuánto espacio debe cubrirse. Usaremos la fórmula para obtener el área del trapezoide.

¿Qué información tenemos hasta ahora? Sabemos que una base, el lado largo del trapezoide, es de 41 pies. La base más corta es de 35 pies. En este caso, la altura del trapezoide es la distancia a través de la plataforma, lo que equivale a 7,5 pies. Introduzcamos esta información a la fórmula y despeja A **:**

El área de la plataforma es de 285 pies cuadrados.

Sin embargo, ¡aún no hemos terminado! Recuerda, tenemos que encontrar cierta cantidad de baldes de cemento. ¿Qué información tenemos respecto al cemento? Sabemos que un balde de cemento cubre 25 pies cuadrados.

Para hallar la cantidad de baldes necesarios para cubrir todo el área, debemos dividir el área por 25.

$285 \div 25 = 11.4$

Por tanto, los estudiantes deben comprar 12 baldes de cemento para pavimentar el área de premiación.

Vocabulario

Polígono
: *Figura cerrada simple compuesta de, al menos, tres segmentos de recta.*

Cuadrilátero
: *Polígono de cuatro lados.*

Área
: *Espacio bidimensional que ocupa una figura.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que intentes resolverlo.

Un paralelogramo tiene un área de $105\ m^2$ **La altura del paralelogramo es 7 m. ¿Cuál es su base?**

Solución

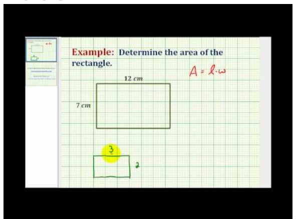
Antes que nada, ¿de qué tipo es el cuadrilátero de este problema? Nos dice que la figura es un paralelogramo, por lo que debemos usar la fórmula $A = bh$ *. Conocemos el área y la altura del paralelogramo, por lo que podemos introducir estos números en la fórmula y despejar la base,* b *.*

Al despejar b , descubrimos que la base del paralelogramo es de 15 metros.

Verifiquemos nuestros cálculos para asegurarnos. Podemos verificar introduciendo la base y la altura en la fórmula y despejando el área:

Sabemos que el área es de $105\ m^2$ **, por lo que nuestros cálculos son correctos.**

Repaso en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5310

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

**Solo en Inglés*

Area of Rectangles

Práctica

Instrucciones: Encuentra el área de los siguientes rectángulos.

1. $l = 10\ in,\ w = 7.5\ in$
2. $l = 12\ ft,\ w = 9\ ft$
3. $l = 14\ ft,\ w = 11\ ft$
4. $l = 21\ ft,\ w = 19\ ft$

Instrucciones: Encuentra el área de cada paralelogramo.

5. $b = 11\ ft,\ h = 9\ ft$
6. $b = 13\ in,\ h = 11\ in$
7. $b = 22\ ft,\ h = 19\ ft$
8. $b = 31\ meters,\ h = 27\ meters$

Instrucciones: Encuentra el área de cada trapezoide.

9. $Bases = 5\ in\ and\ 8\ in,\ height = 4\ inches$
10. $Bases = 6\ in\ and\ 8\ in,\ height = 5\ inches$
11. $Bases = 10\ feet\ and\ 12\ feet,\ height = 9\ feet$

Instrucciones: Encuentra el área de cada cuadrado.

12. *Lado de longitud 8 pulgadas*
13. *Lado de longitud 15 pies*
14. *Lado de longitud 22.5 mm*
15. *Lado de longitud 18,25 cm*

8.3 Ci

En esta sección, hallar

¿Alguna vez has visto u

"No sé cómo resolver esto";, dijo Jesse una mañana a su amiga Emory.

""¿Resolver qué?"; preguntó Emory.

"Tengo que calcular la distancia alrededor del anillo del disco. Eso fue lo que la Srta. Henry me pidió resolver";, dijo Jesse.

"Bueno, ¿qué es lo que sabes?";

"Sé que el disco tiene la forma de un círculo. También sé que el diámetro del círculo es de 8 pies. Ahora necesito la circunferencia del anillo, pero no sé cómo continuar";, explicó Jesse.

"Eso no es tan difícil";, dijo Emory.

Jesse miro a su amiga con rostro confundido.

¿Sabes que es lo que Emory sabe? En esta Sección, aprenderás todo sobre los círculos. Al final da la Sección, volveremos a analizar este problema. Luego, tendrás que ayudar a Jesse a obtener el área del anillo del disco.

Orientación

Los ***Círculos*** *son figuras geométricas únicas.* **Un círculo es el conjunto de puntos que son equidistantes de un punto central.**

El *radio* de un círculo es la distancia desde el centro hacia cualquier punto del círculo. El diámetro es la distancia entre dos puntos pasando por el centro. El *diámetro* es siempre el doble que el radio.

También usamos el número especial *pi* cuando realizamos cálculos con círculos.

Pi *es un decimal que es infinitamente largo (3.14159265...), Sin embargo, en nuestros cálculos, lo redondearemos a 3.14.*

Usamos el símbolo π *para representar este número.*

Pi es el radio de la ***circunferencia*** *, o mejor dicho, de la* **distancia alrededor de un círculo** *, considerando el diámetro.*

En otras palabras, estas dos medidas están relacionadas. Si cambiamos el diámetro, la circunferencia cambia de forma proporcional. Por ejemplo, si duplicamos el largo del diámetro, la circunferencia también se duplica.

Veamos cómo trabajar con el radio y el diámetro al encontrar la circunferencia.

A medida que el diámetro del círculo crece, la circunferencia del círculo crece a la misma velocidad.

En otras palabras, no importa en cuanto cambie el diámetro del círculo, la circunferencia del círculo debe cambiar exactamente de la misma forma. Esta es una relación proporcional.

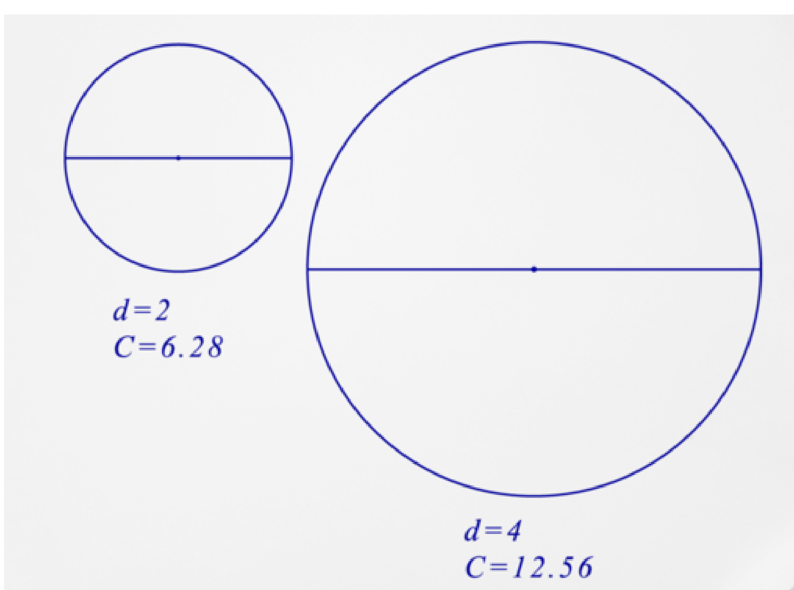
Expresamos esta relación proporcional como una razón.

Una razón simplemente significa que dos números se relacionan entre sí.

Los círculos son especiales en geometría, ya que esta razón de la circunferencia y el diámetro siempre es la misma.

Podemos ver esto al dividir la circunferencia de un círculo por su diámetro. Sin importar que tan grande o pequeño sea el círculo, siempre obtendremos el mismo número.

Probemos esto en los círculos siguientes.



Aunque tenemos dos círculos diferentes, el resultado es el mismo. Por tanto, la circunferencia y el diámetro siempre existen en una proporción, o razón, igual una de otra. Siempre que dividimos la circunferencia por el diámetro, siempre obtendremos 3,14, *pi* .

Usando las ecuaciones anteriores, podemos escribir una fórmula general que muestre la relación entre pi *, la circunferencia y el diámetro. Cuando la reordenamos, obtenemos la fórmula para la circunferencia de un círculo.*

$\pi = \frac{C}{d}$ *por lo que* $C = \pi d$

Si dividimos la circunferencia por el diámetro, para encontrar pi, entonces podemos usar la fórmula "circunferencia igual a pi multiplicado por diámetro"; para hallar la circunferencia de cualquier círculo.

Analicemos el siguiente ejercicio.

¿Cuál es la circunferencia de un círculo de diámetro 3 pulgadas?

Para hallar la circunferencia, podemos introducir los valores en la fórmula.

¿Qué pasa si nos dan la medida del radio en vez del diámetro?

Bueno, sabemos que el radio es la mitad del diámetro, por lo que podemos usar la siguiente fórmula o puedes determinar la medida del diámetro usan

$C = 2\pi r$

Puedes ver que podemos usar tanto la **da del diámetro para hallar la medida de la circunferencia.**

Escribe las dos fórmulas en tu cuaderno

Encuentra la circunferencia de cada círculo dado el diámetro o radio.

Ejemplo A

Diámetro = 6 pulgadas

Solución: 18.84 pulgadas

Ejemplo B

Radio = 4.5 pies

Solución: 28.26 pies

Ejemplo C

Diámetro = 3.5 metros

Solución: 10.99 o 11 metros

Ahora volvamos al problema al principio de la Sección.

El diámetro del anillo del disco es 8 pies. Podemos usar la siguiente fórmula para determinar la circunferencia del anillo.

Esta es nuestra respuesta.

Vocabulario

Círculo
Todos los puntos equidistantes a un punto central.

Radio
Distancia de la mitad de un círculo.

Diámetro
Distancia a través de un círculo.

Circunferencia
Distancia alrededor de un círculo.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que intentes resolverlo.

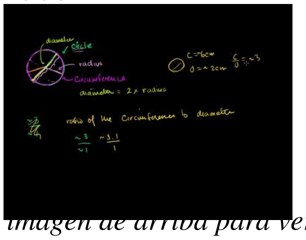
¿Cuál es la circunferencia de un círculo de radio 2,5 pies?

Solución

Primero, podemos encontrar el diámetro usando esta medida. Si el radio es 2,5 pies, entonces el diámetro es 5 pies. Hallemos la circunferencia usando esta medida.

También pudimos haber usado solo el radio para hallar la circunferencia. Solo debemos usar una fórmula diferente.

Repaso en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/54802

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

**Solo en Inglés*

Khan Academy Circumference

Práctica

Instrucciones: Encuentra la circunferencia de cada círculo dado su radio o diámetro.

1. $d = 10 \ in$
2. $d = 5 \ in$
3. $d = 7 \ ft$
4. $d = 12 \ mm$
5. $d = 14 \ cm$
6. $r = 4 \ in$
7. $r = 6 \ meters$
8. $r = 8 \ ft.$
9. $r = 11 \ in$
10. $r = 15 \ cm$

Instrucciones: Encuentra el diámetro dada su circunferencia.

11. $53.38 \ inches$
12. $43.96 \ feet$
13. $56.52 \ inches$
14. $65.94 \ meters$
15. $48.67 \ meters$
16. $37.68 \ feet$
17. $78.5 \ meters$
18. $100.48 \ cm$

8.4 Á

En esta sección, calcul

¿Alguna vez has lanzad

"No sé cómo resolver esto";, dijo Jesse una mañana a su amiga Emory.

"¿Resolver qué?"; preguntó Emory.

"Tengo que calcular el área del anillo del disco. Eso fue lo que la Srta. Henry me pidió resolver";, dijo Jesse.

"Bueno, ¿qué es lo que sabes?";

"Sé que tiene la forma de un círculo y también que el diámetro de círculo es de 8 pies. Ahora necesito el área del anillo, pero no sé cómo seguir";, explicó Jesse.

"Eso no es tan difícil";, dijo Emory.

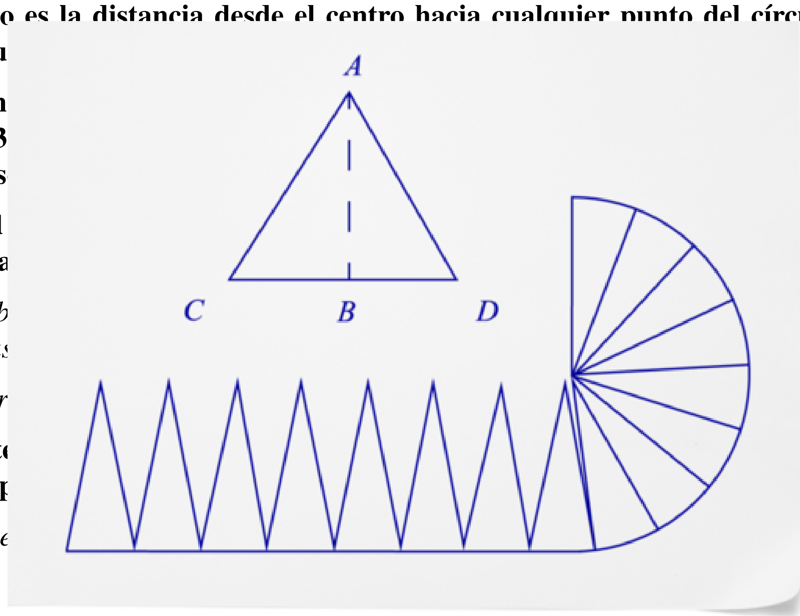
Jesse miró a su amiga con rostro confundido.

Aquí aprenderás todo sobre el área y los círculos. Al final de la sección, sabrás cómo hallar el área del anillo del disco.

Orientación

Los ***Círculos*** *son figuras geométricas únicas.* **Un círculo es un conjunto de puntos que son equidistantes de un punto centr.**

El *radio* de un círculo es la distancia desde el centro hacia cualquier punto del círculo. El diámetro es la distancia entre dos pu **l radio.**



También usamos el n **es un decimal que es infinitamente largo (3** **nos a 3,14. Usamos el símbolo π para repres**

El ***Área*** **es la cantidad** **s, el área es el espacio contenido dentro de la**

En los rectángulos, sab *(las dos dimensiones). Los círculos son figura*

Bueno, podemos cortar

Un sector es una part **ferencia curva en otro. Los sectores parecen p**

Podemos ordenar los se *nos esta imagen.*

Para hallar el área del rectángulo, multiplicamos las dos dimensiones, largo y ancho. Esto nos da la fórmula $A = lw$ *. Podemos hacer lo mismo para los sectores que fueron ordenados en forma de rectángulo. Esto nos da* $A = \pi r \times r$ *, o* πr^2 *. Por tanto, la fórmula para encontrar el área de los círculos es la siguiente.*

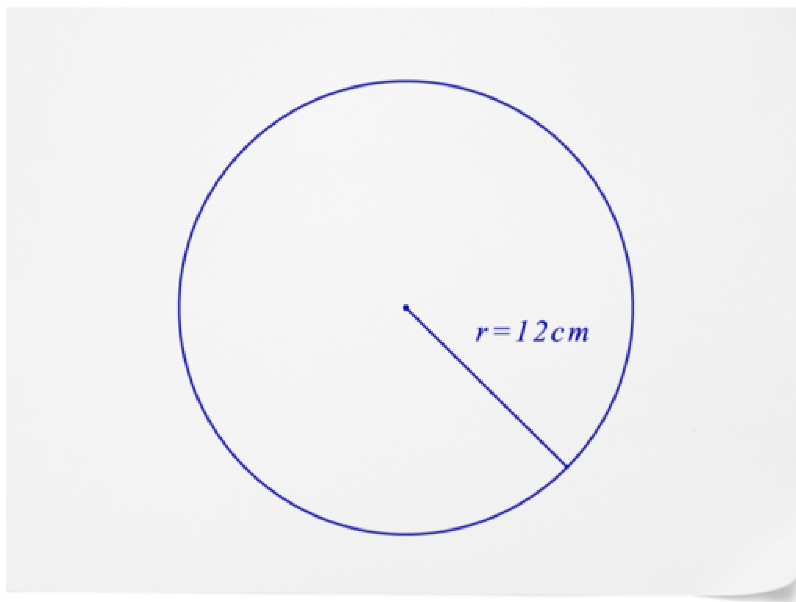
$A = \pi r^2$

Ya sabemos que el símbolo π *representa el número 3,14, por lo que todo lo que necesitamos saber para encontrar el área de un círculo es su radio. Solo debemos introducir este número en la fórmula reemplazando la r y despejar el área,* A *.*

Podemos usar esta fórmula cuando nos dan ya sea el radio o el diámetro de círculo.

Observa.

¿Cuál es el área del círculo siguiente?



Sabemos que el radio del círculo es de 12 centímetros. Introducimos este número en la fórmula y despejamos la A **.**

Recuerda que elevar un número al cuadrado es lo mismo que multiplicarlo por sí mismo. El área de un círculo con radio de 12 centímetros es 452,16 centímetros cuadrados cuando aproximamos pi como 3,14. Siempre hay que representar el área en unidades cuadradas.

¡Excelente trabajo! También podemos usar la fórmula para encontrar el radio o el diámetro si conocemos el área. Veamos cómo funciona esto.

El área de un círculo es de 113,04 pulgadas cuadradas. ¿Cuál es su radio?

Esta vez, conocemos el área y debemos encontrar el radio. Podemos introducir en la fórmula el valor del área y usarla para despejar el radio, r .

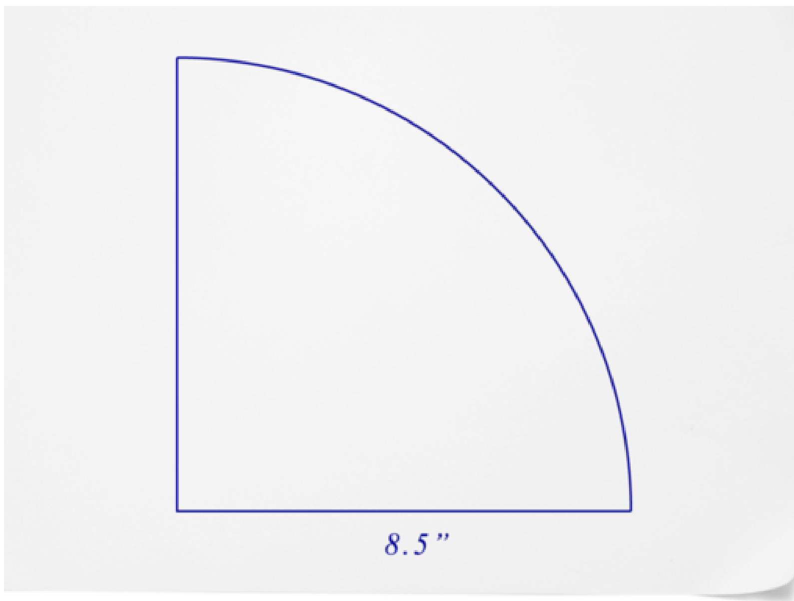
Para resolver este problema, debemos aislar la variable r **. Primero, dividimos ambos lados por** π **, o 3.14. Luego, para remover el exponente, sacamos la raíz cuadrada de ambos lados. Una raíz cuadrada es un número que, cuando se multiplica por sí misma, nos da el número mostrado. Sabemos que 6 es la raíz cuadrada de 36, ya que** $6 \times 6 = 36$ **.**

El radio de un círculo con un área de 113,04 pulgadas cuadradas es 6 pulgadas.

Usando lo que hemos aprendido, ¿podemos encontrar el área de un sector?

A veces, nos piden encontrar el área de un sector, o porción, de un círculo, tales como un cuarto o la mitad del círculo. Mientras conozcamos el radio, podemos encontrar el área de todo el círculo. Entonces, podemos dividir esa área en piezas más pequeñas o restar una porción para encontrar el área de parte del círculo. Probemos esto.

¿Cuál es el área de la siguiente figura?



Esta figura es un cuarto de un círculo, formado por un ángulo de 90° **grados. Recuerda que los círculos tienen** 360° **. grados. Un cuarto de** 360° **es** 90° **. Sabemos que el radio de todo el círculo es 8,5 pulgadas, ya que los dos lados del sector son radios del círculo. Usemos este valor para empezar a despejar el área del círculo completo.**

Sabemos que el área del círculo entero **226,87 pulgadas cuadradas.**

Por tanto, el cuarto de círculo formad **st have $\frac{1}{4}$ grados debe tener un de esta área. Podemos dividir el área en 4 par** $26.87 \div 4 = 56.72$ **pulgadas cuadradas. Mientras podamos encontrar el área d** **dividir o restar para encontrar el área de un sector de un círculo.**

Escribe en tu cuaderno cómo puedes encontrar el área de un círculo y el área de un sector.

Encuentra el área de cada círculo usando la dimensión dada.

Ejemplo A

Diámetro = 8 pulgadas

Solución:#38;#160; $50.24\ sq.in.$

Ejemplo B

Radio = 3 pies

Solución:#38;#160; $28.26\ sq.ft.$

Ejemplo C

Radio = 2.5 pulgadas

Solución:#38;#160; $19.63\ sq.in.$

Ahora volvamos al problema al principio de la Sección.

Para resolver este problema, empecemos analizando la información conocida. Sabemos que el círculo es la forma del anillo del disco. También sabemos que el diámetro del anillo es de 8 pies. Esta información es todo lo que necesitamos.

Analicemos la fórmula para encontrar el área de un círculo.

$A = \pi r^2$

Sabemos que el diámetro del círculo es 8 pies. El radio es desconocido. El radio es $\frac{1}{2}$ del diámetro, por lo que el radio del anillo del disco es de 4 pies.

Ahora podemos sustituir la información dada en la fórmula y resolver la fórmula.

Esta es el área del anillo del disco.

Vocabulario

Círculo
Todos los puntos equidistantes a un punto central.

Radio
Distancia de la mitad de un círculo.

Diámetro
Distancia a través de un círculo.

Circunferencia
Distancia alrededor de un círculo.

Área
Medida del espacio bidimensional dentro de un círculo.

Sector
Medida de una sección de un círculo.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que intentes resolverlo.

¿Cuál es el área de un círculo con diámetro de 45 centímetros?

Solución

¡Lee cuidadosamente el problema! Debemos encontrar el área, pero ¿qué información nos dan en el problema? Esta vez, conocemos el diámetro, no el radio. ¿Cómo podemos encontrar el radio para que podamos usar la fórmula del área?

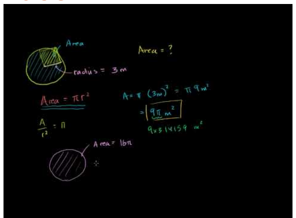
Sabemos que el diámetro de un círculo siempre es el doble del largo del radio.

Si el diámetro es de 45 centímetros, entonces el radio debe ser $45 \div 2 = 22.5 \ centimeters$.

Ahora podemos introducir este número en la fórmula.

El área de un círculo con diámetro de 45 centímetros (y un radio de 22,5 centímetros) es 1,589.63 centímetros cuadrados cuando aproximamos pi como 3,14.

Repaso en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/61342

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

**Solo en Inglés*

Khan Academy Area of a Circle

Práctica

Instrucciones: Encuentra el área de cada círculo dado su radio.

1. $r = 4\ in$
2. $r = 3\ ft$
3. $r = 2.5\ in$
4. $r = 5\ cm$
5. $r = 3.5\ in$
6. $r = 9\ mm$
7. $r = 11\ cm$
8. $r = 10\ in$
9. $r = 7\ ft$
10. $r = 8\ in$

Instrucciones: Encuentra el área de cada sector dado su radio y la medida de su ángulo. De ser necesario, puedes redondearla a la centena más cercana.

11. *Angulo de* 45° con un radio de 3 pulg.
12. *Angulo de* 55° con un radio de 4 mm.
13. *Angulo de* 60° con un radio de 5 cm.
14. *Angulo de* 43° con un radio de 6 pulg.
15. *Angulo de* 70° con un radio de 2 pulg.

8.5 Cl

En esta sección, aprend

¿Alguna vez has recibi

"Creo que, en vez de medallas, sería genial que usáramos una pirámide como premio";, dijo Jose un lunes en la hora de almuerzo.

"No creo. Una medalla es algo tradicional, por lo que creo que es mejor apegarnos a eso";, discrepó Travis.

"Es que las medallas son tan planas... Me gusta la idea de hacer algo diferente. Además, es nuestra primera Olimpiada, por lo que nuestros premios deben verse interesantes y únicos";, añadió Marcy.

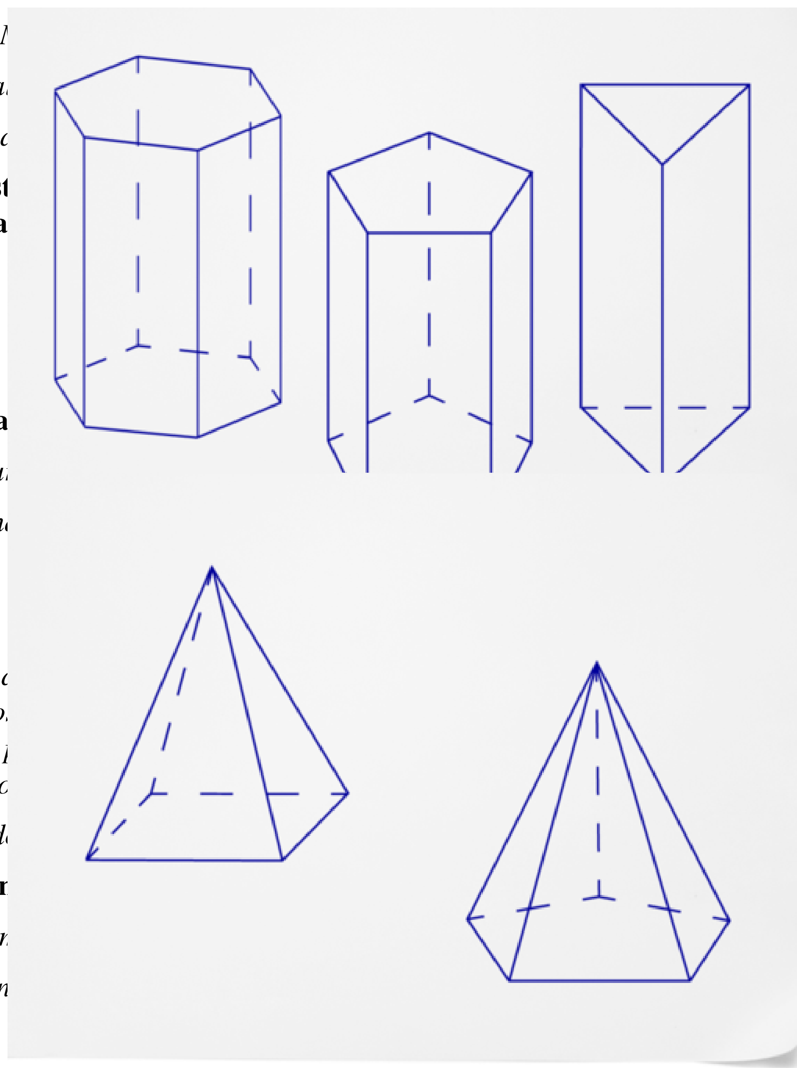
"¿Qué tal un prisma? Algo genial como un prisma pentagonal. Lo dibujaré para que entiendan la idea";, dijo Jose sacando lápiz y papel.

"¿Qué es eso?";, dijo l

"Un prisma pentagona

"No lo es: dibujaste m

¿Cuántas caras y arist **patrones que pueden ayudarte a determina** **ninar las partes de un prisma pentagonal.**



Orientación

Los Solidos son forma

A diferencia de las figu **cho y altura** .

Empecemos identifican

Aquí hay tres ***prismas*** *s bases son hexágonos, pentágonos y triángulo ramos a etas figuras de acuerdo a su base: un tese que la clave de los prismas es que sus lado*

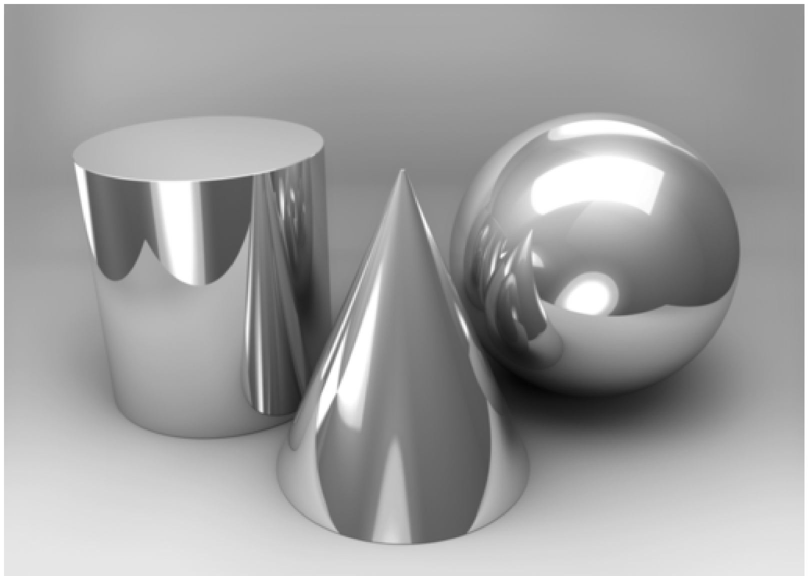
Hay otra clase de sólid

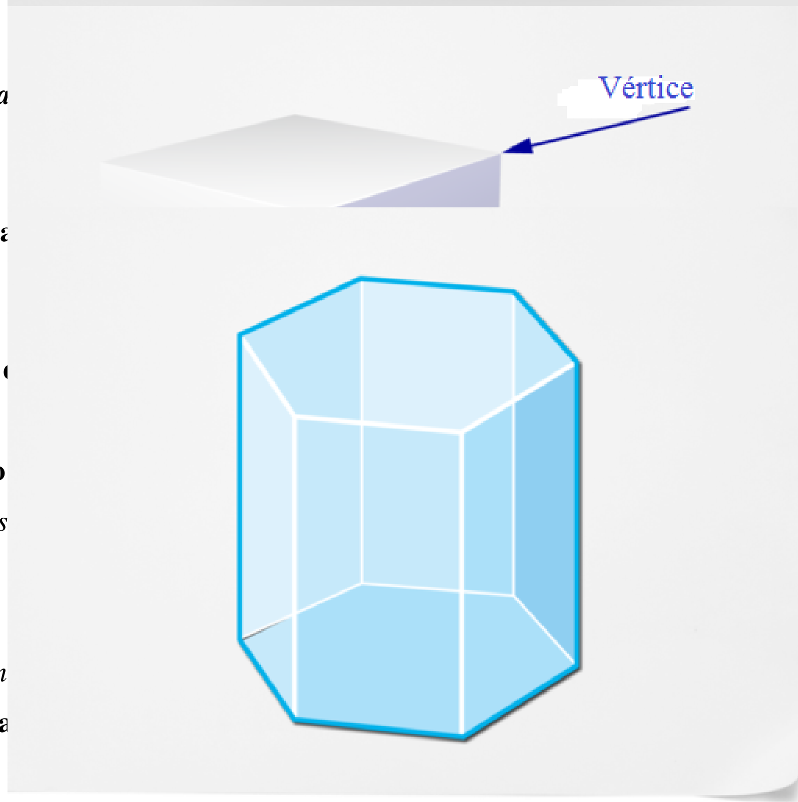
Una pirámide tiene un

Identificamos una pirán

Aquí se muestran algun

También hay otros solidos que tienen círculos. Estos son, respectivamente, un cilindro, un cono y una esfera.





Los sólidos tienen ***cara*** *vértices existentes para identificar los sólidos.*

¿Qué es una cara?

Una *cara* es el lado pl *triángulos, rectángulos y pentágonos.*

¿Qué es una arista?

Una *arista* es el lugar **n curvas.**

¿Qué es un vértice?

Un *Vértice* es el punto **ntos de una figura.**

Podemos identificar las

Una vez que sabes cóm *as también.*

¿Cuántas caras, arista

Primero, contemos las caras.

Recuerda que cada cara es una figura plana. En esta figura, las bases, arriba y abajo, son hexágonos y todos los lados son rectángulos. Hay seis caras en los lados y dos bases. Esta figura tiene ocho caras en total.

Ahora contemos las aristas donde las caras se juntan.

Hay seis en el hexágono superior en las líneas superiores de cada lado. También hay seis en el hexágono inferior en las líneas inferiores de cada lado y hay seis aristas más en las líneas en que los lados se juntan. Esta figura tiene 18 aristas.

Ahora encontramos los vértices.

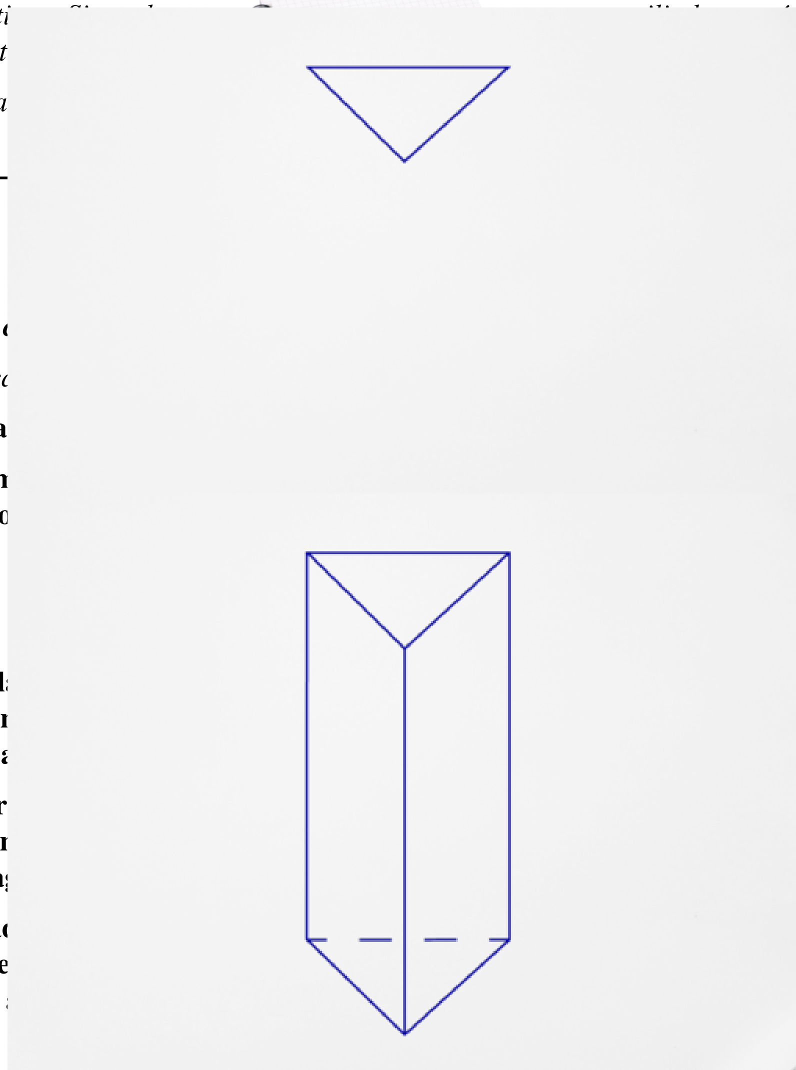
Recuerda, un vértice es parecido a una esquina. Esta figura tiene seis esquinas, o vértices, arriba y seis en el fondo. Hay doce vértices en total.

Podemos contar las caras, aristas y vé

Esta información también puede ayudar *smas y pirámides, puedes ver la cantidad de aristas, caras y vérti* *que las caras, aristas y vértices no aplican en t*

Veamos esta tabla para *vértices.*

Nombre Figura	nero de Vértices
pirámide triangular	*enos 6*



Copia esta tabla en tu

Si sabes cómo identific

Dibuja un prisma tria

Sabemos que un prism **r el prisma triangular, empecemos dibujando**

Luego, dibujemos el l **s, todos con la misma altura. También sabe** **arista de la base, por lo que podemos dibuj**

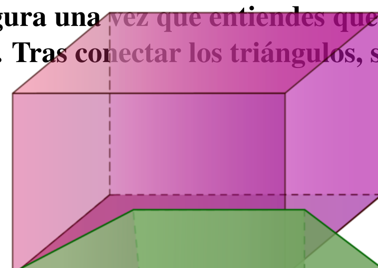
Ahora debemos mostr **rior. La cara superior tiene exactamente el** **na arista superior del lado rectangular. Ima** **ctángulo.**

Ahora hemos mostrad **eda hacer es conectar cualquier otro vértice** **se. En este caso, solo debemos dibujar una**

Es fácil entender cómo dibujar esta figura una vez que entiendes que las bases son triángulos y que, como en todo prisma, los lados son rectángulos. Tras conectar los triángulos, se forma el sólido.

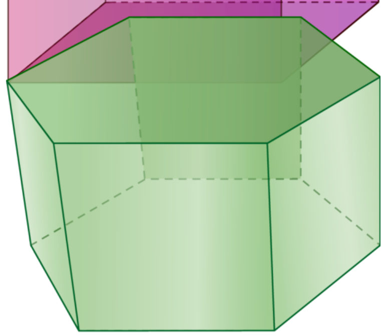
Nombra cada sólido.

Ejemplo A



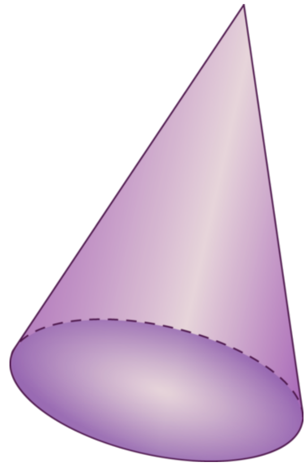
Solución: Prisma Rectangular

Ejemplo B



Solución: Prisma Hexagonal

Ejemplo C

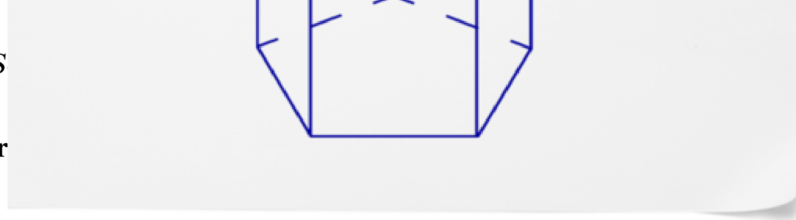


Solución: Cono

Ahora volvamos al problema al principio de la Sección.

Para determinar las caras, aristas y vértices de un prisma pentagonal, podemos ver los patrones. Primero, sabemos que $n+2$ nos da el patrón del número de caras de un prisma, siendo n la cantidad de lados de la base. El pentágono tiene cinco lados, por lo que sabemos que n es 5.

Ahora podemos hacer



Puedes contar las aristas en el dibujo. Hay 15 aristas en el prisma pentagonal.

Hay 10 vértices en el prisma pentagonal.

Vocabulario

Solidos
: *Figuras tridimensionales con largo, ancho y altura.*

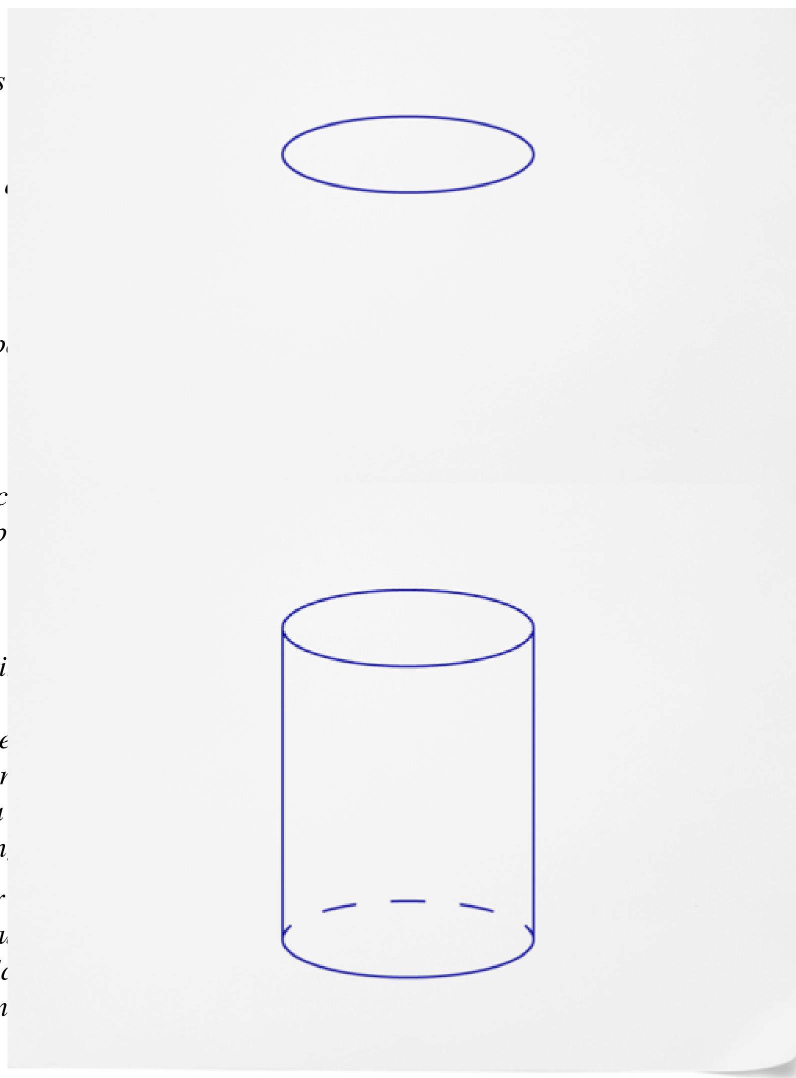
Prismas
: *Figuras tridimensionales con polígonos como bases y rectángulos en las caras laterales.*

Pirámide
: *Figuras tridimensionales con un polígono como base y caras laterales triangulares que se juntan en un solo vértice.*

Cara
: *Superficies planas de una figura tridimensiona.*

Arista
: *Lugar donde dos*

Vértice
: *Punto donde las*



Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio p

Dibuja un cilindro.

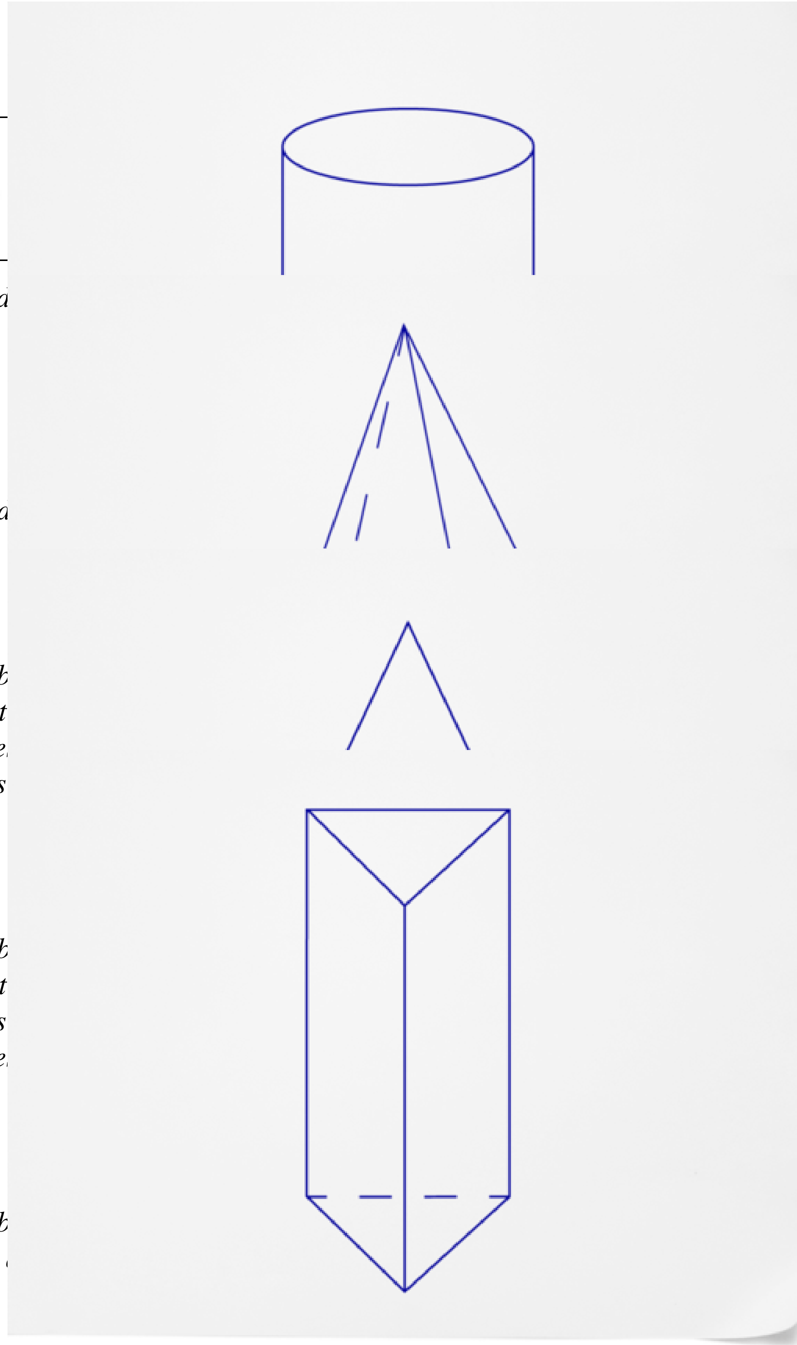
Solución

Nuevamente, empieza c *bemos dibujar una base circular y una cara sup*

Luego, añadimos la vi *l prisma anterior. Sin embargo, los cilindros* *un cilindro y verlo de lado. ¿A qué se parece* *o parece una suerte de ilusión óptica, pero aun* *cuando el lado se junta con la base en la curva* *os las partes superior e inferior del lado rectan* *no hay un borde recto.*

Ahora podemos añadir *ferior son exactamente las mismas. Imagina qu* *dibujar. Esto nos da la cara superior. Ya que lo* *or e inferior, por lo que hemos terminado. Hem*

Repaso en Video



ct/65520

Haz clic en la imagen a

**Solo en Inglés*

Práctica

Instrucciones: Responda

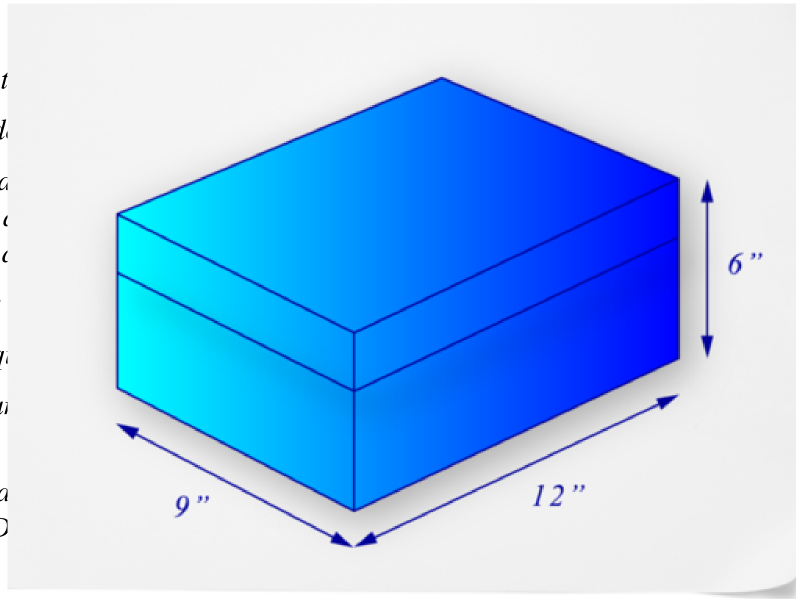
1. *¿Cuál es el nomb*
2. *¿Cuántas caras t*
3. *¿Cuántos vértice*
4. *¿Cuántas aristas*

5. *¿Cuál es el nomb*
6. *¿Cuántas caras t*
7. *¿Cuántas aristas*
8. *¿Cuántos vértice*

9. *¿Cuál es el nomb*
10. *¿Cuántas caras,*

11. *¿Cuál es el nombre de esta figura?*
12. *¿Cuántas caras tiene?*
13. *¿Cuántas aristas tiene?*
14. *¿Cuántos vértices tiene?*
15. *Una figura tiene una cara circular y no tiene aristas ni vértices. ¿Qué clase de figura es?*
16. *Una figura tiene un par de lados paralelos que son circulares. ¿Qué clase de figura es?*
17. *Dibuja un cono.*
18. *Dibuja un prisma pentagonal.*

8.6 Área de Superficie de los Prismas



En esta sección, encont

¿Alguna vez le has dad *roblema.*

Samuels, el auxiliar, ha *a Escuela Media Montgomery. Para ayudar* *do toneladas de área y ofreciéndose a ayudar*

"Creo que deberíamos

"Tienes razón. Pero ¿q

"¿Qué tal si le damos u *egalo en las Olimpiadas";, sugirió Crystal.*

Kenneth, Marcy y Dyla *ara el premio prisma y empezó a envolverlo. D*

¿Cuánto papel de regalo necesitará?

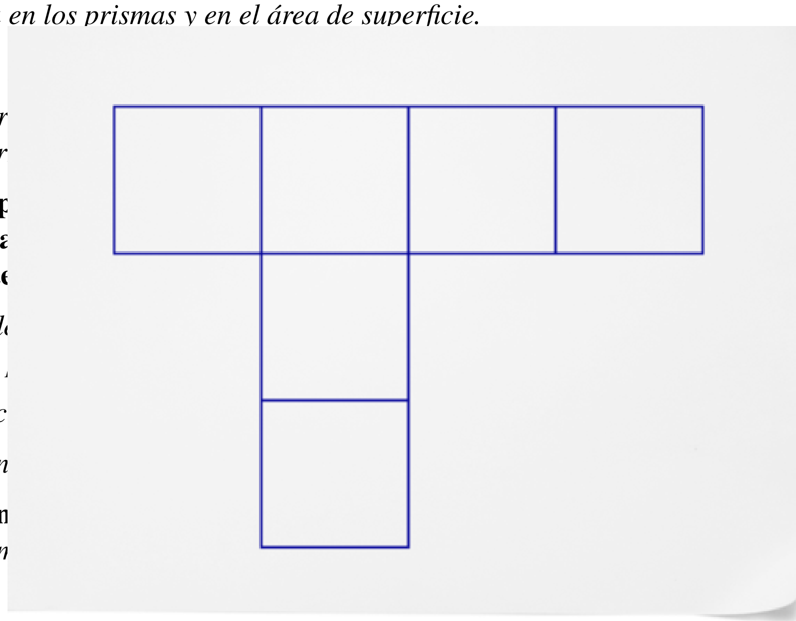
El área de superficie es el tema de esta Sección y el problema del papel de regalo de Crystal exige conocer este tema. Al final de esta Sección, sabrás cuanto papel de regalo necesitará para cubrir esta caja.

Orientación

Una figura tridimensional o solida tiene largo, ancho y profundidad.

Esta Sección se enfoca en los prismas y en el área de superficie.

¿Qué es un prisma?



Un prisma es una figur *es. Las caras laterales de un prisma tienen for*

Una de las cosas que p ***de superficie*** **. El área de superficie es el tota** **envolver como regalo una de las figuras ante**

La cantidad de papel d *cie. Para hallar el área de superficie, debemos*

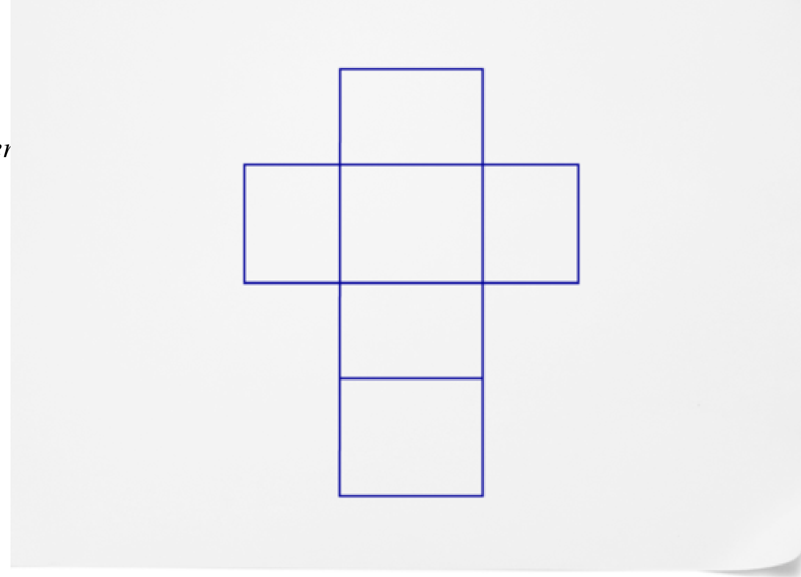
Hay varias formas de c

Una de ellas es usar un

Una red es un diagran *ras desdoblar una caja de modo que quede con*

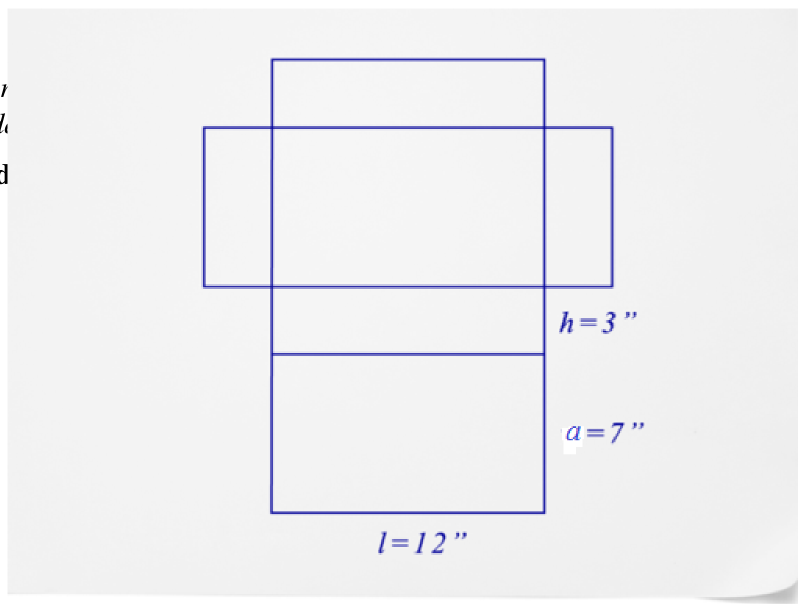
Si dobláramos esto, verías que se formaría un cubo. Un cubo esta hecho de caras que son cuadrados. Si quisiéramos obtener el área de superficie o la medida de la cubierta exterior de este cubo, entonces podríamos encontrar el área de cada superficie del cubo y luego sumar los productos.

También podríamos ver



Un prisma rectangular ... un prisma, deberemos calcular el área de cad...

Empecemos calculand...



Ahora que tenemos toda la información que necesitamos, podemos calcular el área de cada cara y luego sumar sus áreas.

Encontramos el área de cada cara rectangular y, luego, las sumamos todas. El área de superficie total del prisma rectangular es 282 pulgadas cuadradas. El usar una red nos ayudó a localizar todas las caras y a hallar las medidas de cada lado.

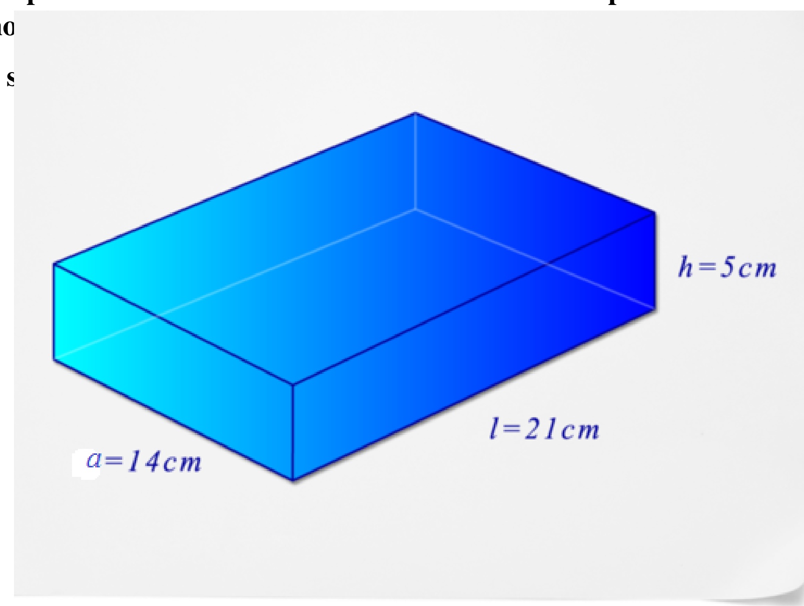
Las redes nos permiten ver cada cara para que podemos calcular sus áreas y luego sumarlas. Sin embargo, también podemos usar una fórmula para representar las caras a medida que encontramos su área. La fórmula nos da un buen atajo que podemos usar en cualquier clase de prisma, sin importar la forma de su base. Observa la siguiente fórmula.

$SA = Ph + 2B$

Veamos la primera parte de la fórmula. P **representa el perímetro de la base y** h **representa la altura del prisma. Al multiplicar perímetro y altura, estamos buscando el área de todas las caras laterales de una sola vez. Esto será muy útil si el prisma con el que trabajamos no es solo un cubo o un prisma rectangular.**

La segunda parte de la fórmula representa el área de las caras superior e inferior. B **representa el área de una base, la cual hallaremos usando la fórmula de área apropiada para la forma de la base. Luego, la multiplicamos por dos para mostrar de una vez el área de las caras superior e inferior. Intentemos ponerla a prueba para ver cómo**

Encuentra el área de s



Tenemos todas las medidas que necesitamos. Busquemos primero el perímetro de la base. Es un rectángulo, por lo que sumamos largos y anchos: $21+21+14+14 = 70$ **. Podemos introducir este número en la** P **de la fórmula. La altura, como puedes ver, es de 5 centímetros.**

Ahora despejemos B **, el área de la base. La base de este prisma es un rectángulo, por lo que usamos la fórmula** $A = lw$ **para encontrar su área.**

Ahora tenemos toda la información que necesitamos para rellenar la fórmula. Introduzcamos los datos y despejemos SA **, el área de superficie.**

Este prisma rectangular tiene un área  **cuadrados.**

Escribe en tu cuaderno esta fórmula para encontrar el área de superficie de un prisma.

Responde cada pregunta.

Ejemplo A

Verdadero o Falso. El área de superficie incluye el interior de un prisma.

Solución: Falso. El área de superficie es la medida de la cubierta externa de un prisma.

Ejemplo B

Verdadero o Falso. Una red muestra las tres dimensiones de un prisma.

Solución: Verdadero.

Ejemplo C

Verdadero o Falso. Puedes saber que una figura es un prisma cuando sus lados son rectángulos.

Solución: Verdadero

Ahora volvamos al problema al principio de la Sección.

Primero que todo, ¿qué tipo de solido es? Todas las caras son rectángulos, incluyendo la base, por lo que es un prisma rectangular. La imagen nos muestra claramente cuales son su largo, ancho y altura, por lo que vamos a usar la fórmula para hallar el área de superficie de los prismas.

¿Cuál es el perímetro de la base?

$12+12+9+9=42$ *inches* .

Introduciremos estos datos en la P **.**

También debemos encontrar el área de la base, B **. Esta base es rectangular, por lo que usaremos la fórmula** $B = lw$ **.**

Ahora tenemos todas las medidas necesarias para introducir las variables apropiadas a la fórmula.

Crystal necesitará 468 pulgadas cuadradas de papel de regalo para poder envolver el regalo.

Vocabulario

Figuras Tridimensionales
Sólidos que tienen largo, ancho y altura.

Prismas
Figuras tridimensionales con polígonos paralelos congruentes como bases y caras laterales rectangulares.

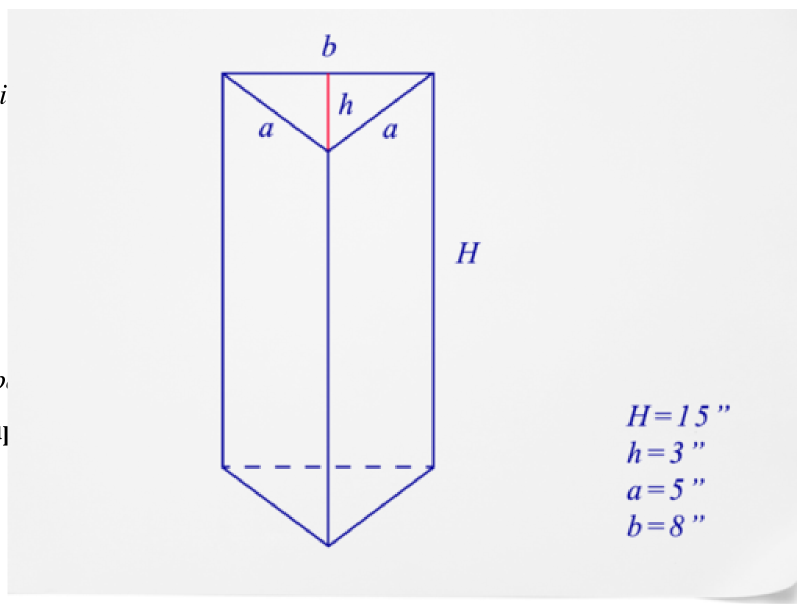
Área de Superficie
Medida de la cubierta exterior de un sólido.

Red
Patrón de un sóli

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio p

¿Cuál es el área de su



Solución

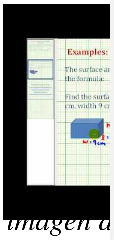
Primero, analicemos la base para hallar su perímetro. El triángulo tiene dos lados de 5 pulgadas y un lado que tiene 8 pulgadas: $5+5+8 = 18$ *inches . En la fórmula, esto se representará con* P *. La altura del prisma es de 15 pulgadas. ¡Ten cuidado de no confundir la altura del prisma con la altura de la base triangular!*

Para encontrar B *, debemos usar la fórmula del área para los triángulos:* $A = \frac{1}{2}bh$ *. La base del triángulo es 8 pulgadas y la altura es 3 pulgadas.*

El área de la base triangular es de 12 pulgadas cuadradas, por lo que introduciremos esto en la B de la fórmula. Introduzcamos todos los valores y resolvamos.

El área de superficie de este prisma triangular es de 294 pulgadas cuadradas.

Repaso en Video



ct/54801

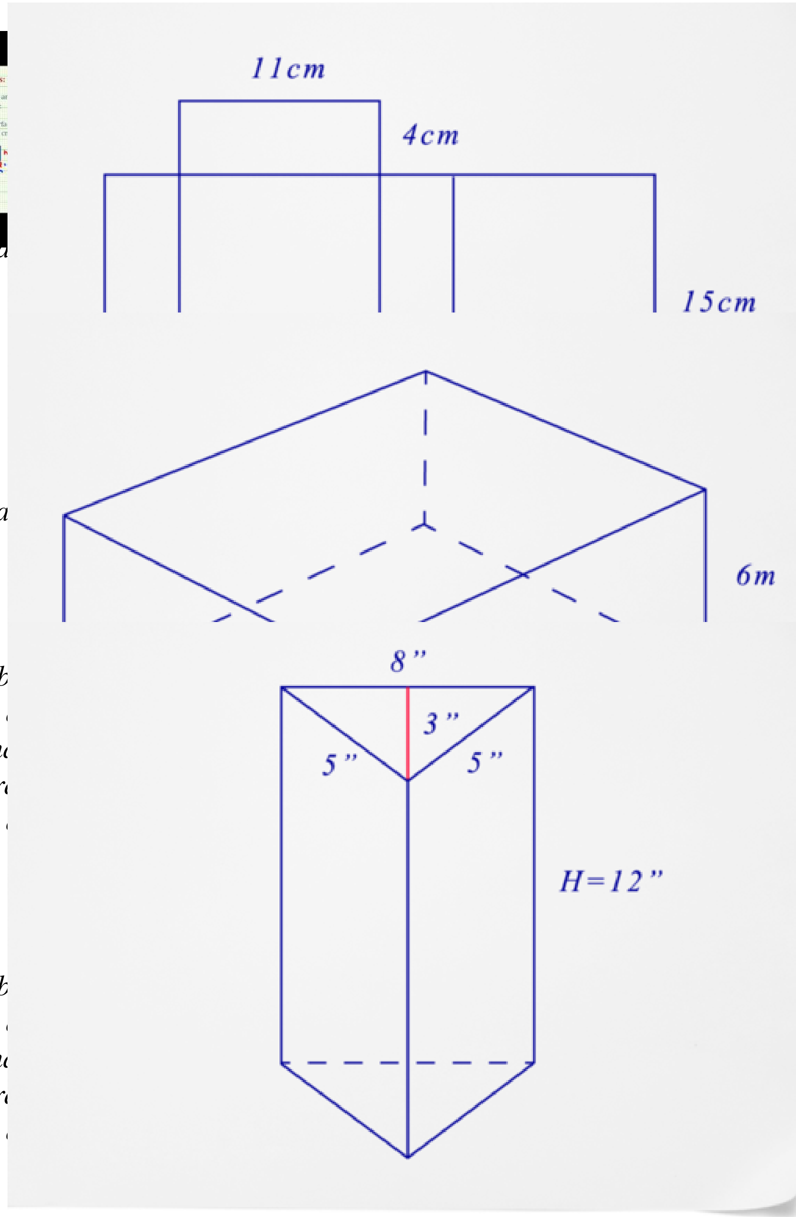
Haz clic en la imagen d

*Solo en Inglés

Surface Area of a Box

Práctica

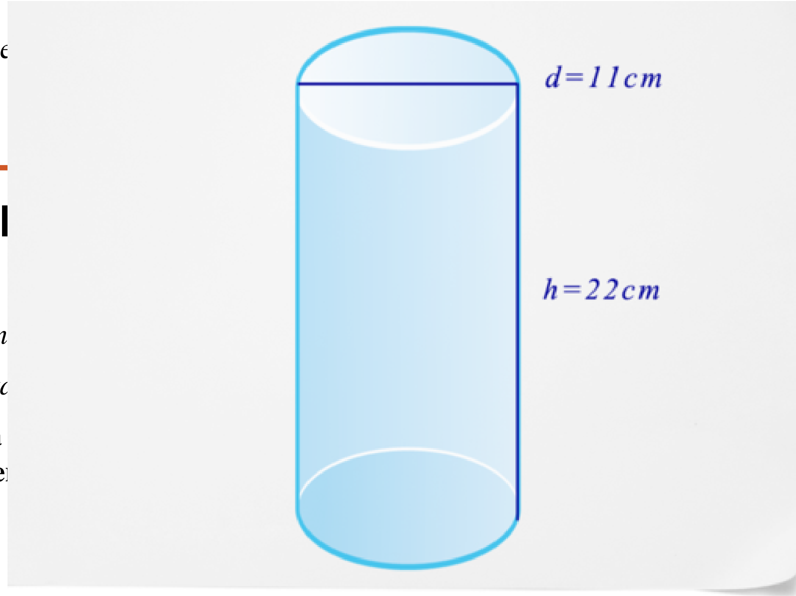
Instrucciones: Observa



1. ¿Cuál es el nomb
2. ¿Cuál es el área
3. ¿Cuál es la forma
4. ¿Cuál es la altura
5. ¿Cuál es el área

6. ¿Cuál es el nomb
7. ¿Cuál es el área
8. ¿Cuál es la forma
9. ¿Cuál es la altura
10. ¿Cuál es el área

11. ¿Cuál es el nombre de esta figura?
12. ¿Cuál es la forma de su base?
13. ¿Cuántas bases tiene esta figura?
14. ¿Cuántas caras hay en la figura?
15. ¿Cuál es el área de superficie de esta figura?



8.7 Á os

Aquí verás cómo encon

¿Alguna vez has intentc

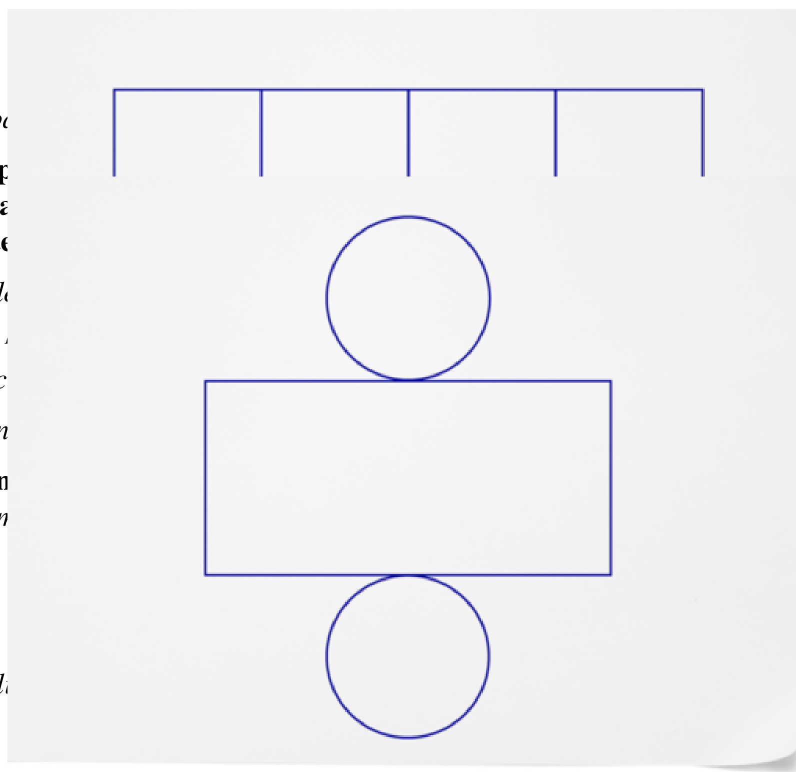
La Srta. Johnson está lo por correo a su hijo. El paquete tiene 22 ce sitará para envolver el paquete?

Aprenderás a resolver problemas como este en esta Sección.

Orientación

Una figura sólida o tridimensional tiene largo, ancho y profundidad. *No es tan simple como una figura plana bidimensional.*

¿Qué es un cilindro?



Un cilindro tiene dos b s lados.

Una de las cosas que p *de superficie* . El área de superficie es el tota envolver como regalo una de las figuras ante

La cantidad de papel d cie. Para hallar el área de superficie, debemos

Hay varias formas de c

Una de ellas es usar un

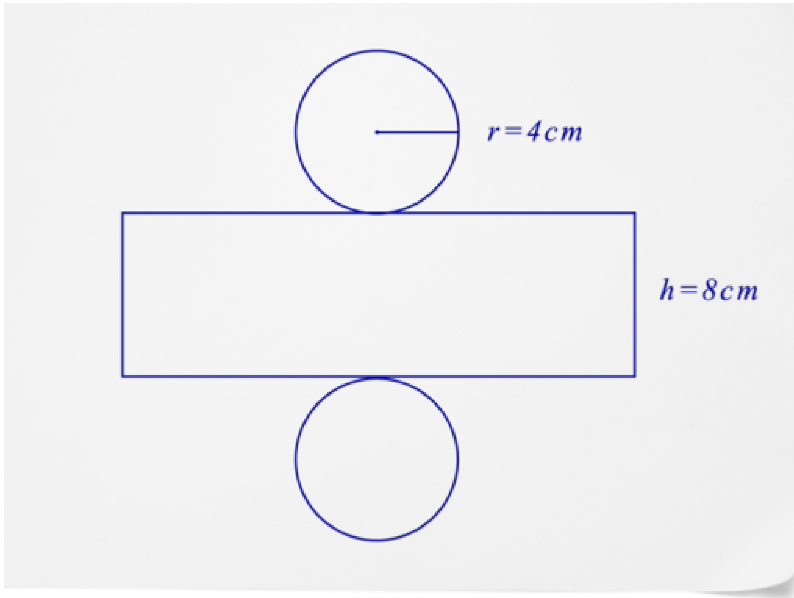
Una red es un diagran *ras desdoblar una caja de modo que quede con*

También podemos anal

Con la red de un cilindro, podríamos calcular el área de cada círculo y el área del lado curvo del cilindro. Entonces, podríamos sumar esos valores para hallar el área de superficie.

¿Cómo podemos hallar el área de superficie de un cilindro?

Para hallar el área de superficie, debemos calcular el área de cada círculo de la red. Usamos la fórmula $A = \pi r^2$ *para encontrar el área de un círculo. Si conocemos el radio o diámetro de cada círculo, podremos calcular su área. Observa atentamente el cilindro anterior. Las dos caras circulares son congruentes, por lo que deben tener el mismo radio y diámetro. Calculemos el área de cada cara.*


r=4cm
h=8cm

El área de cada cara circular es de 50,24 centímetros cuadrados, si usamos 3,14 para aproximar pi.

Ahora debemos encontrar el área de los lados. La red nos muestra que, cuando "desenrollamos"; el cilindro, el lado es, de hecho, un rectángulo. Recuerda que la fórmula que usamos para encontrar el área de un rectángulo es $A = lw$ *. En el caso de los cilindros, el ancho del rectángulo es igual a la altura del cilindro. En este caso, la altura del cilindro es 8 centímetros.*

¿Qué hay del largo? El largo, de hecho, es igual al perímetro del círculo, al cual llamamos circunferencia. Cuando "enrollamos"; el lado, calza perfectamente con todo el borde del círculo. Para encontrar el área de los lados del cilindro, multiplicamos la circunferencia del círculo con la altura del cilindro. Encontramos la circunferencia de un círculo con la fórmula $C = 2\pi r$ *, y multiplicando el resultado con la altura. Pongamos esto a prueba.*

Ahora conocemos el área de las dos caras circulares y los lados del cilindro. Sumémoslas para encontrar el área de superficie del cilindro.

El área de superficie total del cilindro es 301,44 centímetros cuadrados. Usar una red nos ha ayudado a encontrar las caras y a hallar las medidas de los lados.

¿Sabías que puedes usar una fórmula para hallar el área de superficie de un cilindro?

También podemos usar la fórmula, $Ph+2B$ *, para encontrar el área de superficie de los cilindros. Como sabemos, las caras superior e inferior de un cilindro son círculos. El perímetro de un círculo es su radio. Podemos encontrar la circunferencia usando la fórmula* $2\pi r$ *. Luego, multiplicamos el resultado con la altura del cilindro.*

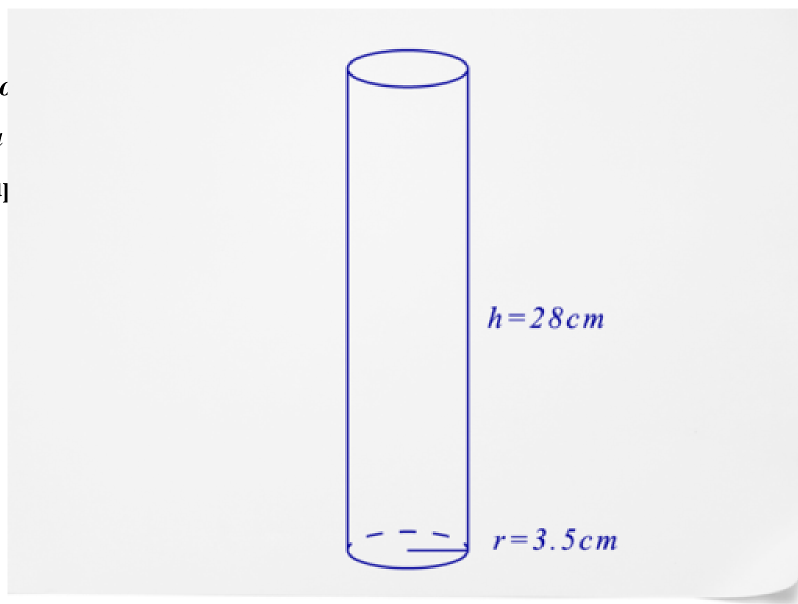
Para encontrar el área de la base, B *, usamos la fórmula del área para los círculos:* πr^2 *. Igualmente, tenemos que multiplicarlo por 2 porque hay una cara superior y una inferior. Esto nos da la fórmula*

Esta fórmula parece larga e intimidante, pero todo lo que debemos hacer es ingresar los valores de los radios de las caras circulares y de la altura del cilindro y resolver la fórmula.

Escribe en tu cuadern

Ahora apliquemos esta

¿Cuál es el área de su

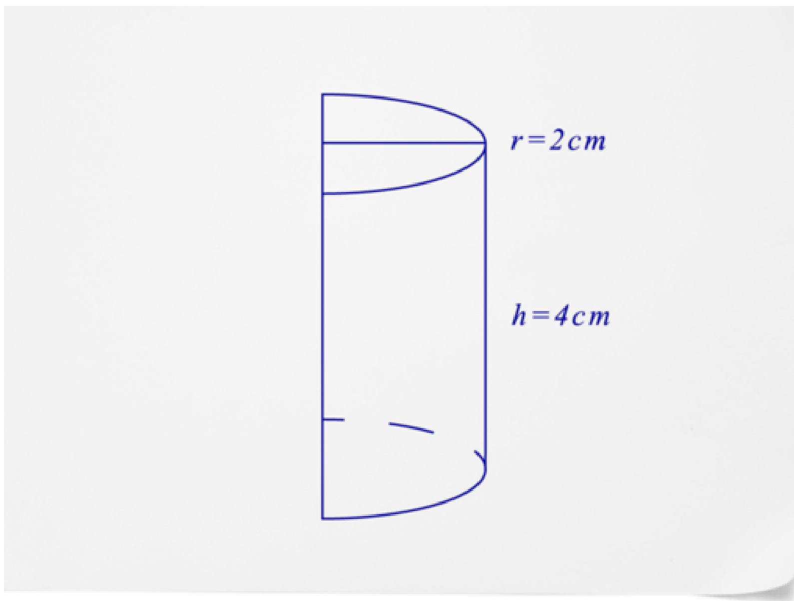


Tenemos todas las medidas que necesitamos. Introduzcámoslas en la fórmula y despejemos el área de superficie, *SA* **.**

Este cilindro tiene un área de superficie de 692,37 centímetros cuadrados.

¿Ves? ¡No fue tanto trabajo! Solo tuvimos que colocar con cuidado cada medida en su lugar correcto de la fórmula y desarrollarla paso a paso.

A veces, tenemos un cilindro cortado a la mitad. Lo llamamos un *cilindro truncado* . es cuando solo ves una sección del cilindro y necesitas determinar el área de superficie de lo que puedes ver.



Ahora, digamos que se dibuja la mitad del cilindro. Sabemos que el radio del círculo no cambiará, por lo que podemos usar esa medida. La altura del cilindro camba, ya que ha sido cortada a la mitad. Por tanto, podemos calcular el área de superficie usando las medidas dadas y la misma fórmula. No tenemos que hacer nada fuera de lo común, pues estamos buscando las medidas de lo que vemos, el área de superficie de la mitad del cilindro.

También podemos encontrar el área de superficie del cilindro completo cambiando la altura de 4 cm a 8 cm. Luego, podemos usar las mismas medidas del radio y calcular el área de superficie del cilindro.

Encuentra el área de superficie de cada cilindro.

Ejemplo A

Un cilindro con radio de 6 pulgadas y una altura de 5 pulgadas.

Solución:#38;#160; 414.48 **pulgadas cuadradas**

Ejemplo B

Un cilindro con radio de 4 cm y una altura de 12 cm.

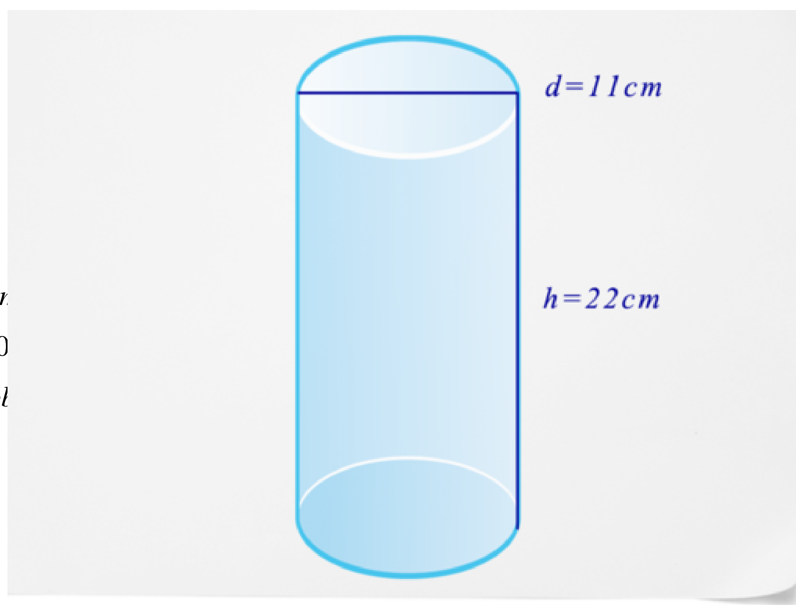
Solución:#38;#160; 401.92 **centímetros cuadrados**

Ejemplo C

Un cilindro con un diám

Solución:#38;#160; 10

Ahora volvamos al prob



La imagen nos muestra claramente la altura y el diámetro del cilindro, por lo que hay que usar la fórmula para encontrar el área de superficie, pero ten cuidado; nos dieron el diámetro, no el radio. Debemos dividirlo por 2 para encontrar el radio: $11 \div 2 = 5.5$ **. Ahora tenemos el radio y la altura, por lo que podemos ingresar las variables apropiadas a la fórmula.**

La Srta. Johnson necesitará 949,85 centímetros cuadrados de papel marrón para poder envolver el paquete completo.

Vocabulario

Figuras Tridimensionales
Sólidos que tienen largo, ancho y altura.

Prismas
Figuras tridimensionales con polígonos paralelos congruentes como bases y caras laterales rectangulares.

Cilindros
Figuras tridimensionales con bases circulares paralelas y congruentes. Sus lados están compuestos de un rectángulo curvo.

Área de Superficie
Medida de la cubierta exterior de un sólido.

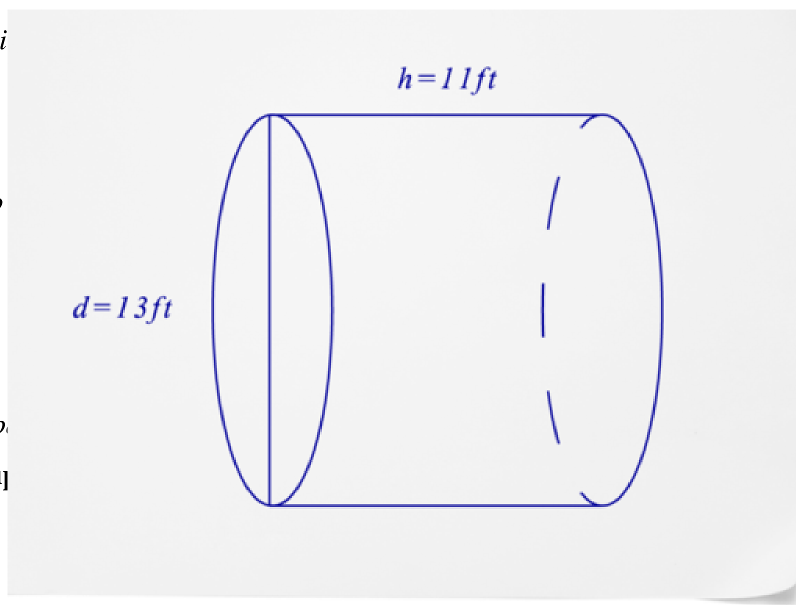
Red
Patrón de un sóli

TCilindro Truncado
Cilindro cortado

Práctica Guiada

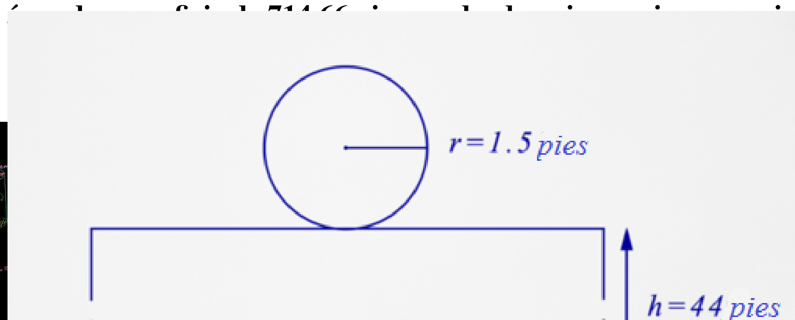
Aquí hay un ejercicio p

¿Cuál es el área de su



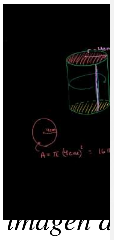
Solución

Mira atentamente el cilindro. Esta vez nos dieron el diámetro, no el radio. Recuerda, el diámetro de un círculo siempre es el doble del largo del radio. Podemos dividir el largo del diámetro por 2 para encontrar el radio: $13 \div 2 = 6.5$ *. Ahora tenemos el radio y la altura, por lo que hay que ingresar estos números a la fórmula y resolverla.*

Este cilindro tiene un 

omo 3,14.

Repaso en Video



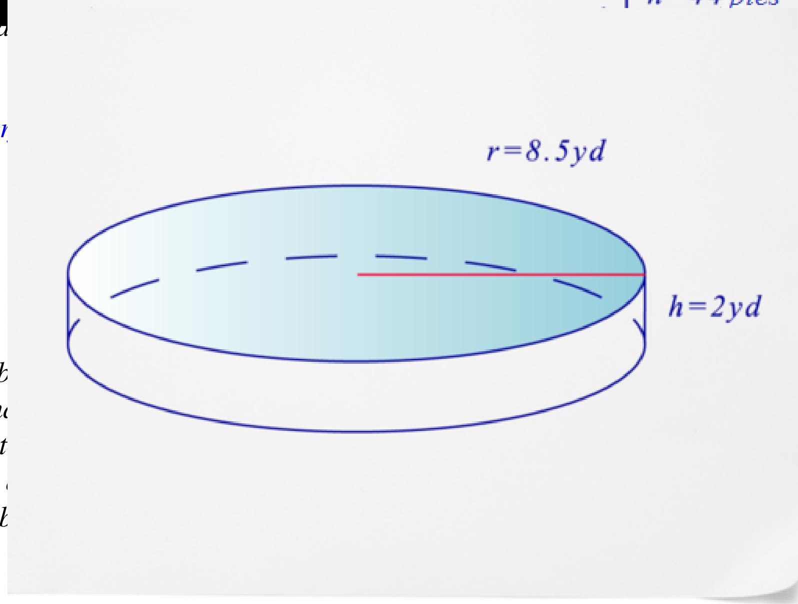
ct/5270

Haz clic en la

**Solo en Inglés*

Khan Academy and Su

Práctica

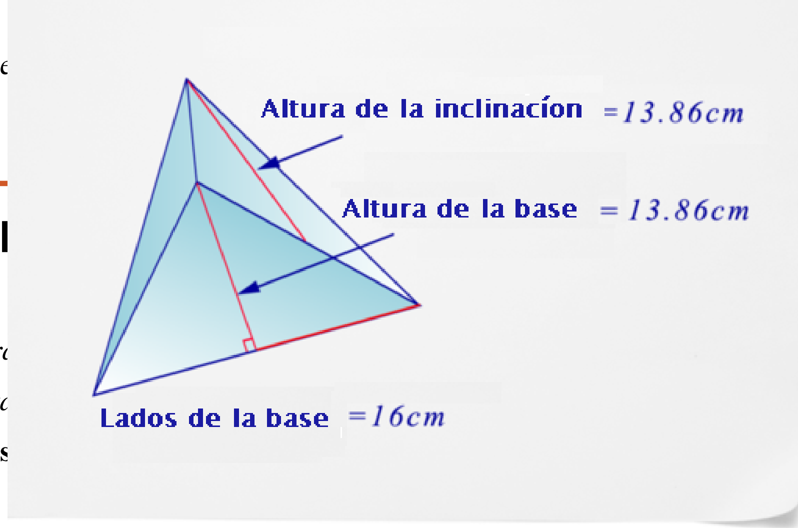


1. *¿Cuál es el nomb*
2. *¿Cuál es la form*
3. *¿Cuántas bases t*
4. *¿Cuál es el área*
5. *¿Qué medida del*

6. *¿Cuál es el nombre de esta figura?*
7. *¿Qué medida entrega el ejercicio: el radio o el diámetro?*
8. *¿Cuál es el área de superficie de la figura?*

Instrucciones: *Usa lo que has aprendido para responder las preguntas. En las preguntas 11-15, justifica las falsas.*

9. *9. Un tanque de agua cilíndrico tiene 35 pies de largo y 10 pies de ancho. ¿Cuánto metal de cobertura tiene el tanque?*
10. *10. ¿Qué usaste para resolver el problema: área o área de superficie?*
11. *11. Verdadero o Falso. Sólo puedes encontrar el área de superficie si conoces el volumen de la figura.*
12. *12. Verdadero o Falso. El área de superficie y el volumen miden el mismo concepto.*
13. *13. Verdadero o Falso. El área de superficie mide el exterior de un cilindro.*
14. *14. Verdadero o Falso. Necesitas el radio para hallar el área de superficie de un cilindro.*
15. *15. Verdadero o Falso. El radio es la mitad del diámetro.*



8.8 Á des

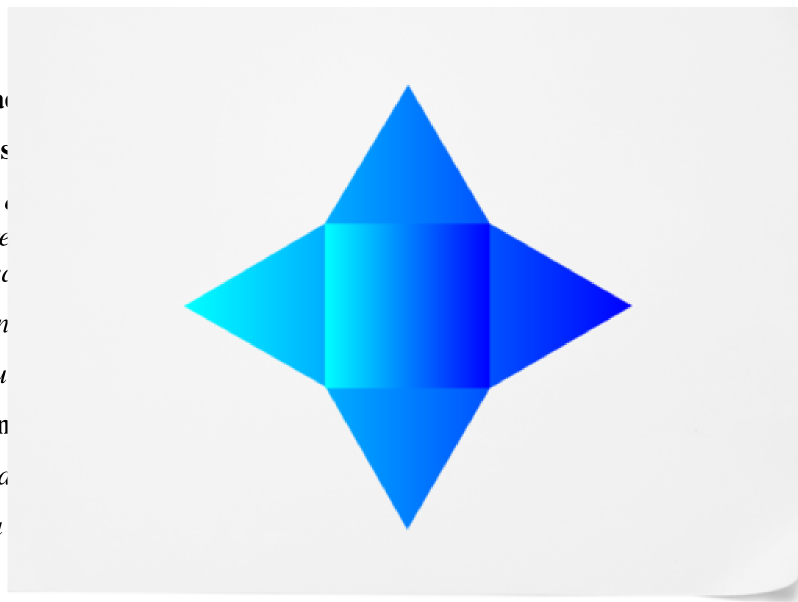
En esta sección, hallar

¿Alguna vez has intent problema.

Encuentra el área de s

Aprenderás a resolver este problema en esta Sección.

Orientación



Una pirámide tiene la ier forma.

El ***área de superficie*** *es*

Imagina que pudieras ecesario para cubrir la figura representa su áre ar el área de cada cara y luego sumar esas área

Veremos formas diferen

Una forma es usando u

Una red es un diagran

Imagina que pudieras a

Así es cómo se vería la

Esta red es la de una pirámide cuadrada. Puedes imaginar que doblas los lados, lo cual crea una pirámide. Con una red, podemos ver con más claridad cada cara de la pirámide.

Para encontrar el área de superficie, debemos calcular el área de cada cara en la red: los lados y la base. Las caras laterales de una pirámide siempre son triángulos, por lo que usamos la fórmula del área para triángulos para calcular su área: $A = \frac{1}{2}bh$. En los triángulos, necesitamos la altura o, en el caso de una pirámide, la altura de inclinación.

El área de la base depende de su forma. Recuerda que las pirámides pueden tener bases en forma de triángulo, cuadrado, rectángulo o cualquier otro polígono. Hay que usar la fórmula de área que sea apropiada para la forma de la base.

Aquí hay algunas fórmulas comunes de área:

Rectángulo: $A = lw$

Cuadrado: $A = s^2$

Triángulo: $A = \frac{1}{2}bh$

En la red de la pirámide anterior, podemos ver que es una pirámide cuadrada. Imagina que tiene una altura de inclinación de 4 cm y una longitud lateral de 6 cm. Podemos usar esas medidas para hallar el área de cada cara en la pirámide.

La base tiene una longitud lateral de 6 cm, por lo que usaremos la fórmula para hallar el área de una base.

El área de la base de la pirámide es de 36 centímetros cuadrados.

Luego, debemos encontrar el área de cada lado triangular. Para encontrar el área de un lado, usamos la fórmula para encontrar el área de un triángulo.

Esta es el área de un triángulo. Tenemos cuatro triángulos en total, por lo que multiplicaremos este valor por 4.

$12 \times 4 = 48 \; sq.cm$

Luego, sumamos todas las áreas.

$48 + 36 = 84 \; sq.cm$

El área de superficie de esta pirámide cuadrada es 84 centímetros cuadrados.

Las redes nos permiten ver cada cara de una pirámide, de modo que podamos calcular su área. **Sin embargo, también podemos usar una fórmula que represente las caras a medida que encontramos su área.** *La fórmula es como un atajo, porque podemos introducir las medidas en las variables apropiadas de la fórmula y luego despejar SA , el área de superficie. Empecemos con las pirámides.*

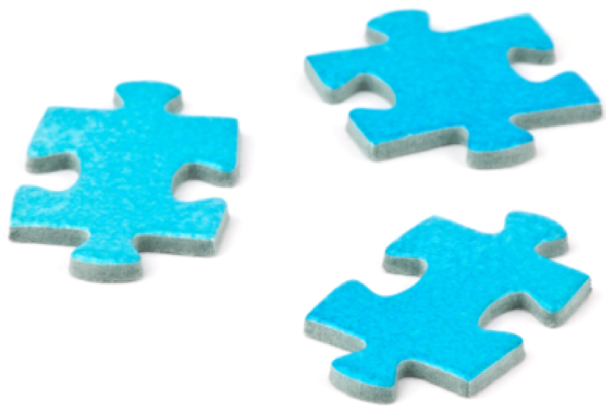
Esta es la fórmula para encontrar el área de superficie de una pirámide.

Ahora veamos cómo podemos entender esta fórmula.

La primera parte de la fórmula, $\frac{1}{2}$ $_{perimeter} \times$ $_{slant\ height}$ *, es un método rápido para encontrar, de una sola vez, el área de todos los lados triangulares de la pirámide. Recuerda que la fórmula del área de un triángulo es* $A = \frac{1}{2}bh$ *. En la fórmula, b representa la base. El perímetro de la cara inferior de la pirámide representa todas las bases de las caras triangulares, ya que es la suma de todas estas. La altura de cada triángulo siempre es la misma, por lo que podemos llamarla la altura de inclinación de la pirámide. Por tanto "* $\frac{1}{2}$ $_{perimeter} \times$ $_{slant\ height}$ *"; es lo mismo que decir* $\frac{1}{2}bh$ *.*

La B **de la fórmula representa el área de la base. Recuerda que las pirámides pueden tener bases con distintas formas, por lo que la fórmula del área que usemos para encontrar** B **varía. Primero, encontraremos el área de la base y luego introduciremos esa cifra en la** B **de la fórmula.**

A veces, debes hallar una medida lineal. Esto significa que te darán el área de superficie y otra dimensión aparte. Por tanto, deberás hacer tus cálculos "a la inversa"; para calcular la medida de la dimensión faltante. Esto parece algo difícil, pero si piensas que es un puzle, podrás hacer el ejercicio con facilidad.



La base de una pirámide cuadrada tiene lados de 4 cm cada uno y un área de superficie de $96\ cm^2$ **. ¿Cuál es la altura de inclinación de la pirámide?**

Esta vez, conocemos el área de superficie, pero necesitamos encontrar la altura de inclinación. *Primero, encontremos el perímetro y el valor de* B *, de modo que podamos introducirlos en la fórmula. La base es un cuadrado con lados de 4 centímetros, por lo que el perímetro debe ser* $4 \times 4 = 16\ cm$ *. Ahora usaremos la fórmula del área del cuadrado para encontrar* B *.*

B **tiene 16 centímetros cuadrados. Introduzcamos estos valores en las variables apropiadas de la fórmula y despejemos la** s **, la altura de inclinación.**

Una pirámide cuadrada con una base  **ın área de superficie de 96 centímetros cuadrados debe tener una altura de in**

Escribe en tu cuaderno estas fórmulas para encontrar el área de superficie de una pirámide. Asegúrate de escribir que necesitas hallar el área de la base (B) antes de ingresar los valores en la fórmula del área de superficie.

Encuentra el área de superficie de cada pirámide.

Ejemplo A

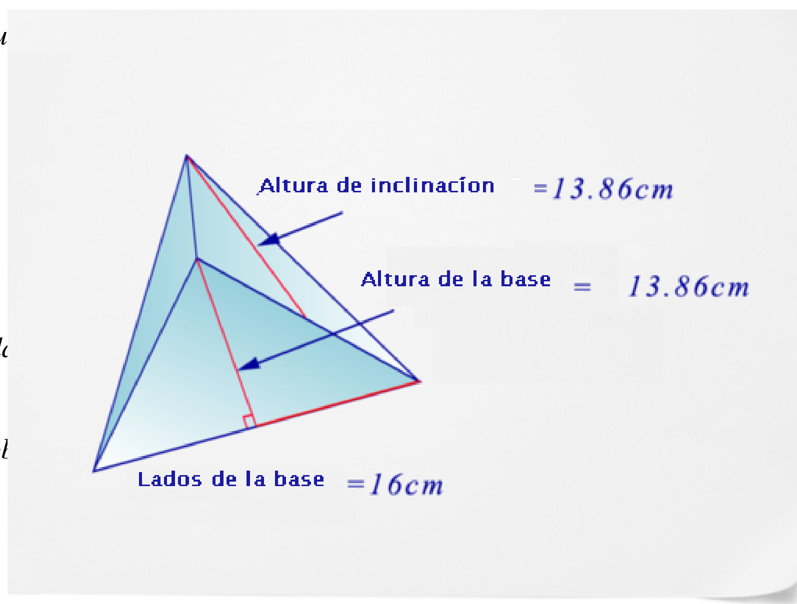
Una pirámide cuadrada con lado de 8 pulg. y altura de inclinación de 9 pulg.

Solución: 208 in^2

Ejemplo B

Una pirámide rectangu *de 3 pulg.*

Solución: 54 in^2



Ejemplo C

Una pirámide cuadrad

Solución: 96 cm^2

Ahora volvamos al prob

Primero que nada, ¿qué clase de pirámide es esta? Es una pirámide triangular porque su base es un triángulo. Eso significa que debemos usar la fórmula del área para triángulos para poder encontrar la B . Los lados de la base son todos del mismo largo, por lo que podemos calcular el perímetro multiplicando $16 \times 3 = 48$. Ahora, busquemos B

Ahora estamos listos para introducir toda la información a la fórmula. Veamos qué pasa.

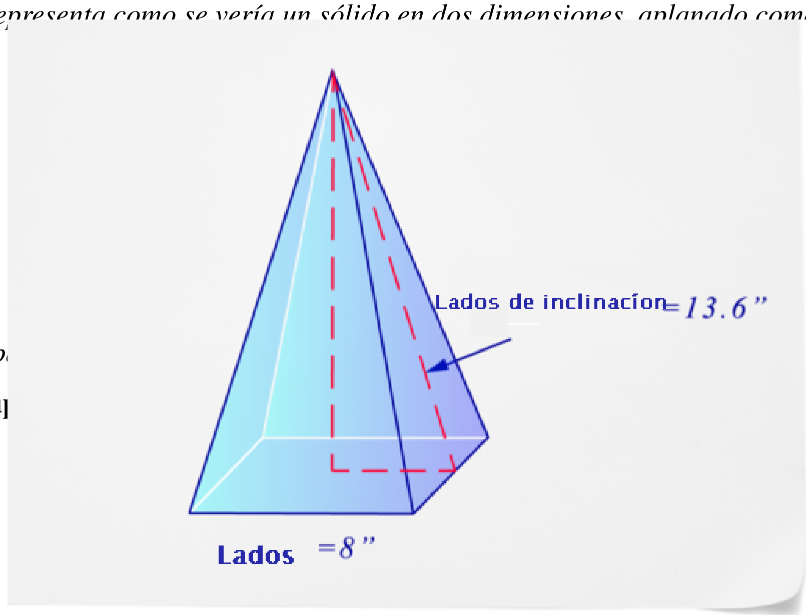
El área de superficie de esta pirámide triangular es de 443,52 centímetros cuadrados.

Vocabulario

Pirámide
Figura sólida tridimensional que tiene como base un polígono cualquiera y todas sus caras laterales son triángulos que se juntan en un solo vértice.

Área de Superficie
Medida de la cubierta externa de un sólido.

Red
Diagrama que representa como se vería un sólido en dos dimensiones, aplanado como un patrón.



Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio p

¿Cuál es el área de su

Solución

Esta es una pirámide cuadrada. Los cuatro lados de la base tienen 8 pulgadas cada uno, por lo que el perímetro de la base es $8 \times 4 = 32$ *inches . También sabemos que necesitamos usar la fórmula del área de los cuadrados para encontrar la* B *, el área del base.*

Ahora que tenemos el área de la base, tenemos toda la información que necesitamos. Introducimos los datos en la fórmula y despejamos SA , el área de superficie.

El área de superficie d

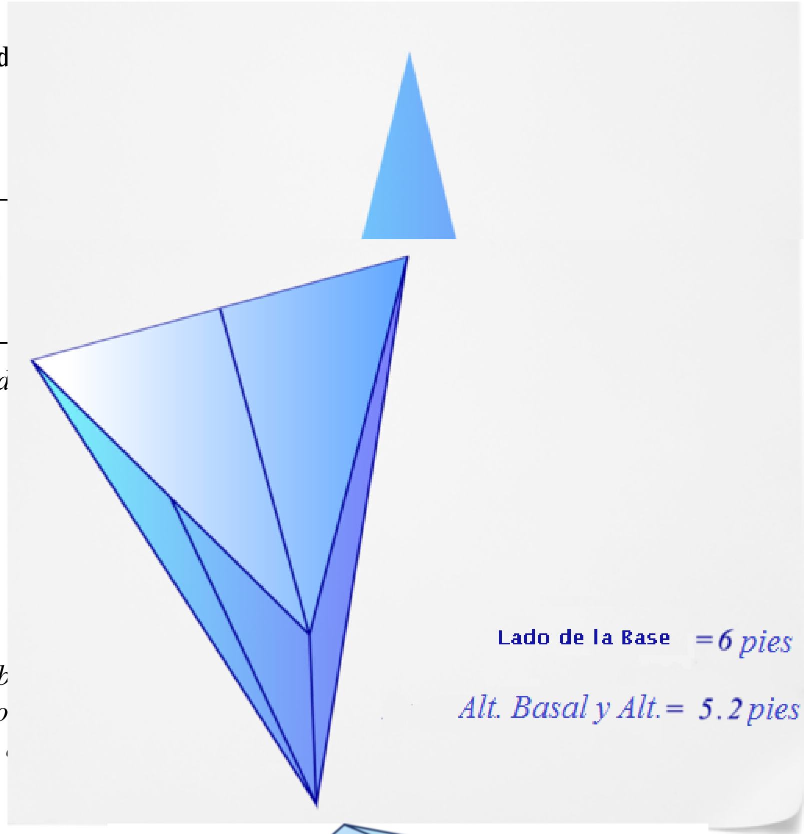
Repaso en Video

ct/65531

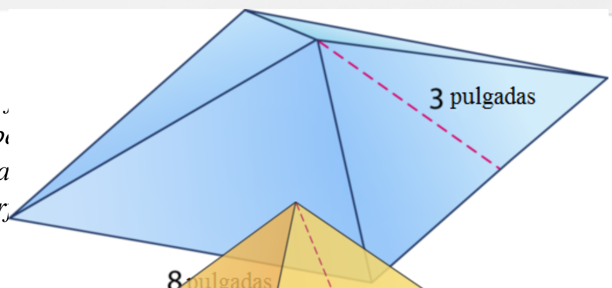
Haz clic en la imagen a

**Solo en Inglés*

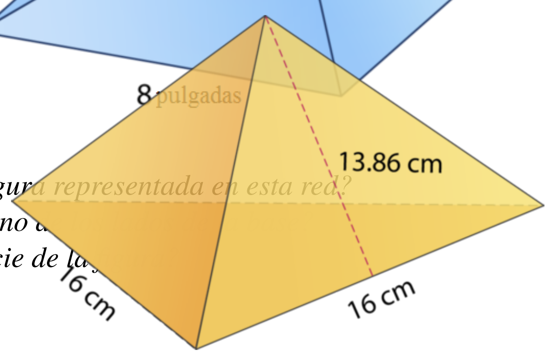
Práctica



1. *¿Cuál es el nomb*
2. *¿Cuál es el largo*
3. *¿Cuál es el área*



4. *¿Cuál es el nombre de la*
5. *¿Cuál es la forma de la b*
6. *¿Cuántas caras tiene esta*
7. *¿Cuál es el área de super*

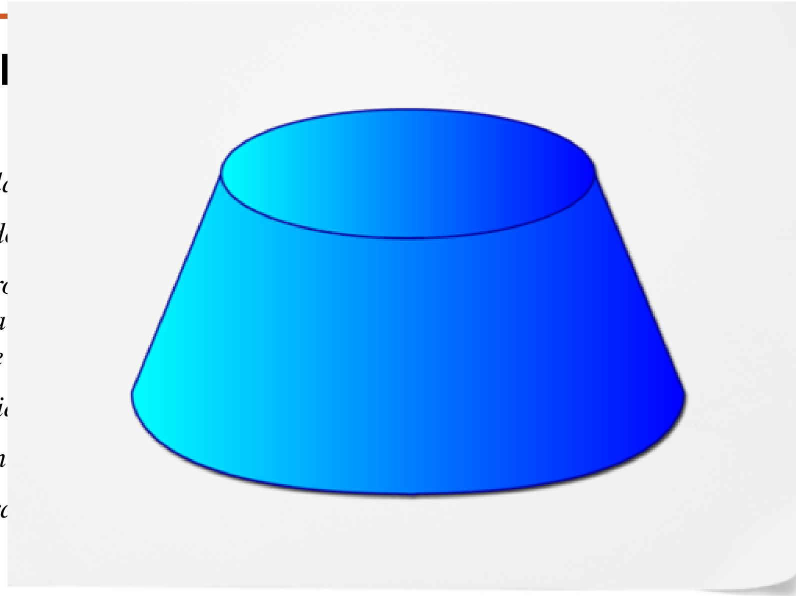


8. *¿Cuál es el nombre de la figura representada en esta red?*
9. *¿Cuál es el largo de cada uno*
10. *¿Cuál es el área de superficie de la*

11. *¿Cuál es el nombre de la figura representada en esta red?*
12. *¿Cuál es el largo de cada uno de los lados de la base?*
13. *¿Cuál es el área de superficie de la figura?*

14. *Verdadero o Falso. La B de la fórmula para el área de superficie de una pirámide representa la base.*
15. *Verdadero o Falso. Debes conocer la altura de inclinación para calcular el perímetro de una pirámide.*

8.9 Á



En esta sección, calcul

¿Alguna vez has medid

Los estudiantes pidier *las Olimpiadas. Esta plataforma iría encima* *r donde el (la) ganador (a) del primer lugar de*

"Esto no es un trapezoi *orma llegó a la escuela.*

"Lo sé. Ellos no tenían

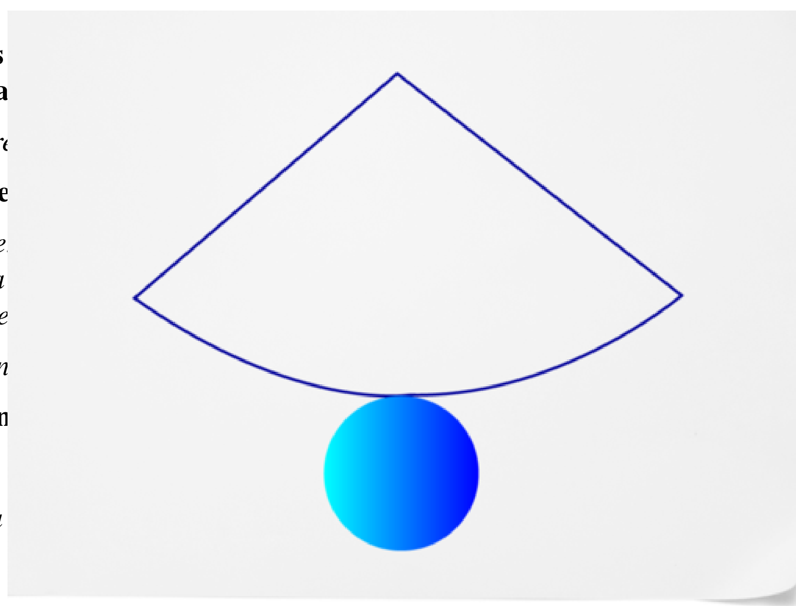
"Creo que igual servir

"¿Cuanta pintura necesitaremos?", preguntó Carmen.

"Ni idea"; dijo José rascándose la cabeza.

Esta figura es una clase diferente de cono, llamada cono truncado. Se puede determinar el área de superficie de una figura como esta, pero se necesita una fórmula especial. Veremos cuál es esta fórmula a medida que avancemos en esta Sección. Tendrás la oportunidad de usarla al final de la Sección.

Orientación



Los conos son figuras **in embargo, los conos siempre tienen una ba**

Podemos calcular el ár *de superficie? Veamos.*

El ***Área de Superficie*** *e*

Imagina que pudieras e *pel de regalo necesaria para envolver la figura* *ie, debemos calcular el área de cada cara y lue*

Veremos formas diferen

Una red es un diagran

Los conos tienen redes

Así es cómo se vería la

El círculo sombreado es la base. Recuerda que los conos siempre tienen bases circulares. La porción no sombreada del cono representa el lado. Técnicamente, no le llamamos una cara, porque tiene un borde redondeado.

Para encontrar el área de superficie de un cono, debemos calcular el área de la base circular y el lado y sumar ambas cifras. La fórmula para encontrar el área de un círculo es $A = \pi r^2$, donde r es el radio del círculo. Podemos usar esta fórmula para encontrar el área de la base circular.

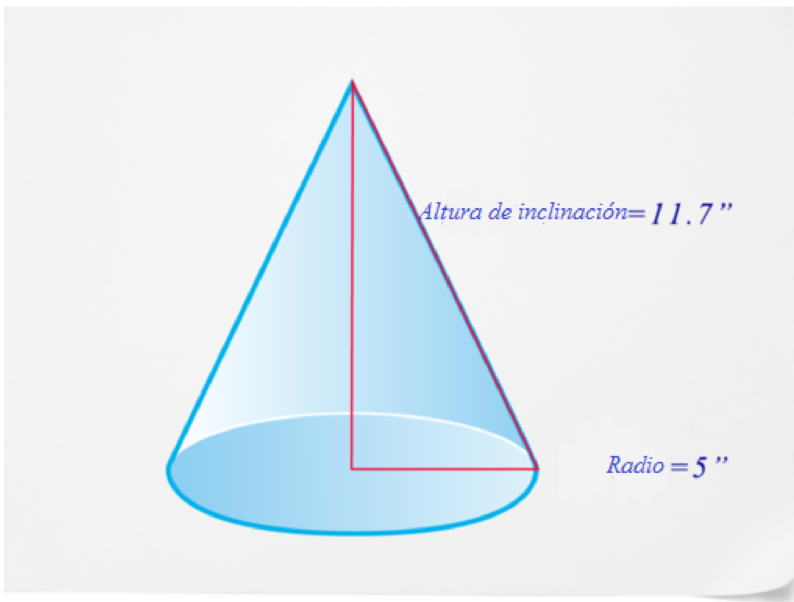
El lado del cono es, de hecho, una parte de un círculo, llamado un sector. El tamaño del sector está determinado por la razón entre la altura de inclinación del cono y su radio, o $\frac{s}{r}$.

Para encontrar el área del lado del cono, multiplicamos el radio, la altura de inclinación y pi.

$A = rs\pi$

Ahora, apliquemos esta información.

Encuentra el área de superficie del siguiente cono.



Ahora que tenemos las medidas de los lados del cono, calculemos el área de cada uno. Recuerda usar la fórmula de área correcta.

Conocemos el área de cada lado del cono, cuando aproximamos pi como 3,14. Ahora podemos sumar estas cifras para encontrar el área de superficie del cono completo.

Usamos la fórmula $A = \pi r^2$ *para encontrar el área de la base circular. Luego, encontramos el área del lado multiplicando por* πrs *.*

Cuando sumamos estas cifras, obtuvimos un área de superficie de 262,19 pulgadas cuadradas en este cono.

Esta es la fórmula para encontrar el área de superficie de un cono.

$SA = \pi r^2 + \pi rs$

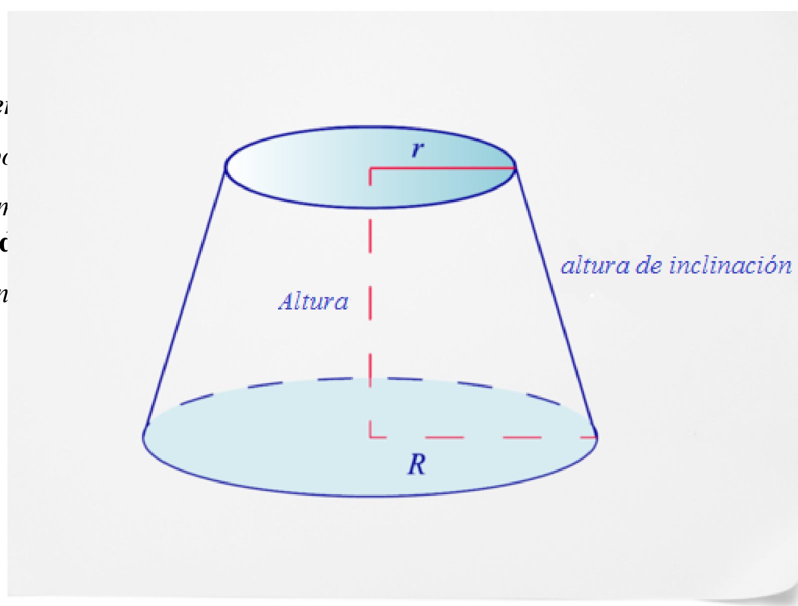
La primera parte de la fórmula, πr^2 **, simplemente es la fórmula del área para círculos. Esto representa el área de la base. Como podemos ver, la segunda parte de la fórmula representa el área del lado del cono. Simplemente, juntamos las piezas y re** ... **ambas partes al mismo tiempo.**

Escribe esta fórmula e

Ahora, veamos cómo p

Primero, pensemos cón ... **nde la punta del cono fue cortada, dejando d**

Así es cómo se vería un



Nótese que en un cono truncado tendremos dos bases circulares diferentes- una base superior y una inferior. Debemos encontrar el área de ambas mases además del área del sector para encontrar el área de superficie.

La fórmula para encontrar el área de superficie de un cono truncado es:

Nótese que la "s minúscula"; representa la altura de inclinación, la " R mayúscula"; representa el radio mayor y que la " r minúscula"; representa el radio menor.

¿Cuál es el área de superficie de un cono truncado con una altura de inclinación de 6 cm, un radio de 8 cm y otro radio de 6 cm?

Para encontrar el área de superficie de esta figura, introducimos las dimensiones en la fórmula y resolvemos.

Encuentra el área de superficie de cada cono.

Ejemplo A

Un cono con un radio de 4 pulgadas y una altura de inclinación de 6 pulgadas.

Solución: 125.6 **pulgadas cuadradas**

Ejemplo B

Un cono con un radio de 5 pies y una altura de inclinación de 8 pies.

Solución: 204.1 **pies cuadradas**

Ejemplo C

Un cono con un radio de 3 pulgadas y una altura de inclinación de 4.5 pulgadas.

Solución: 70.65 **pulgadas cuadradas**

Ahora volvamos al problema al principio de la Sección.

Podemos usar la siguiente fórmula para encontrar el área de superficie de un cono truncado.

Ahora podemos tomar la información entregada y sustituirla en la fórmula.

Vocabulario

Cono
Solido tridimensional con una base circular y, como lado, un sector que se junta en un solo vértice.

Área de Superficie
Medida de la cubierta exterior de un sólido.

Red
Diagrama que representa cómo se vería un sólido en dos dimensiones, aplanado como un patrón.

Sector
Pieza de un círculo.

Cono Truncado
Cono dividido por un plano, de modo que la punta es removida del cono, dejando solo la sección inferior.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que intentes resolverlo.

Trey está decorando unos gorros cónicos para su fiesta, envolviéndolos con papel tisú de colores. Cada gorro tiene un radio de 4,2 centímetros y una altura de inclinación de 8,6 centímetros. Si él quiere envolver 6 gorros de fiesta, ¿cuánto papel necesitará?

Solución

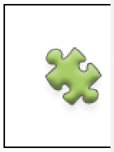
Este problema involucra un cono. No incluye un dibujo, así que dibujar una red podría serte de ayuda. En tu dibujo, destaca el radio y la altura de inclinación del cono. También podemos usar la fórmula. Simplemente introducimos el radio y la altura de inclinación en las variable apropiadas de la fórmula y despejamos SA .

Trey necesitará 168,81 centímetros cuadrados para cubrir un gorro, cuando aproximamos pi como 3.14.

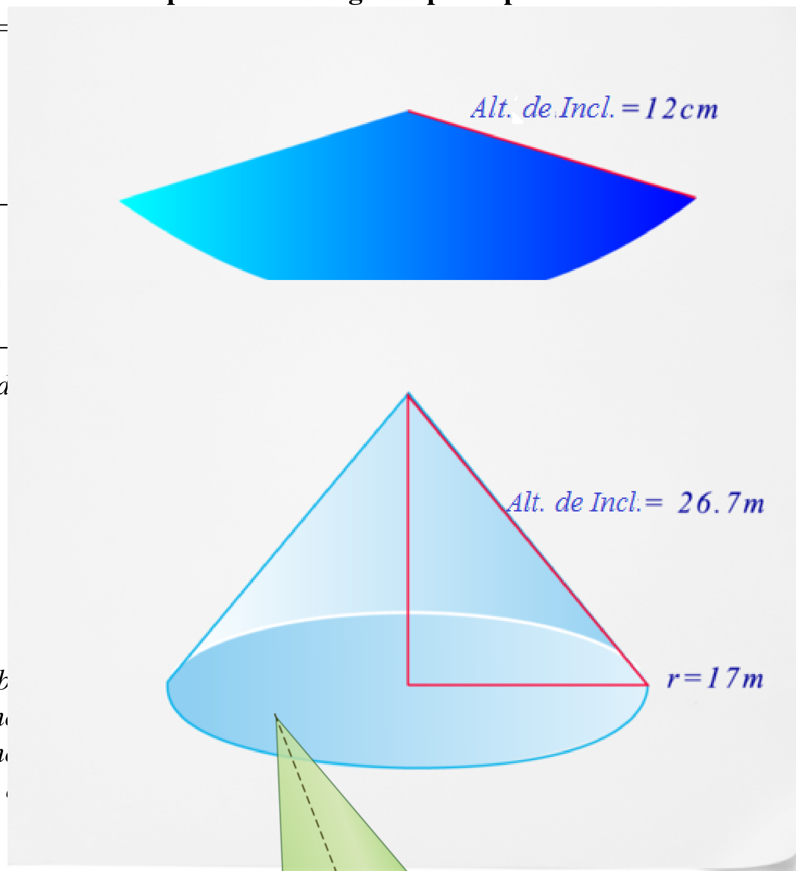
¡Aún no hemos terminado! Recuerda que él quiere cubrir 6 gorros de fiesta.

Debemos multiplicar el área de superficie de un gorro por 6 para encontrar la cantidad total de papel que necesita: $168.81 \times 6 =$ **apel para cubrir sus 6 gorros.**

Repaso en Video



ct/65517

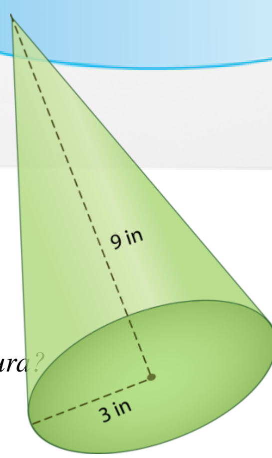


Haz clic en la imagen d

**Solo en Inglés*

Práctica

1. *¿Cuál es el nomb*
2. *¿Cuál es el diám*
3. *¿Cuál es el diám*
4. *¿Cuál es el área*



5. *¿Cuál es el nombre de esta figura?*
6. *¿Cuál es la forma de la base?*
7. *¿Cuál es el diámetro de la base?*
8. *¿Cuál es el área de superficie de la figura?*

9. *¿Cuál es el nombre de esta figura?*
10. *¿Cuál es la forma de la base?*
11. *¿Cuál es el diámetro de la base?*
12. *¿Cuál es el área de superficie de la figura?*

Instrucciones: Encuentra el área de superficie de cada cono.

13. $r = 4$ *in*, $sh = 5$ *in*
14. $r = 5$ *m*, $sh = 7$ *m*
15. $r = 3$ *cm*, $sh = 6$ *cm*

8.10 V

En esta sección, calcul

¿Alguna vez has tenido

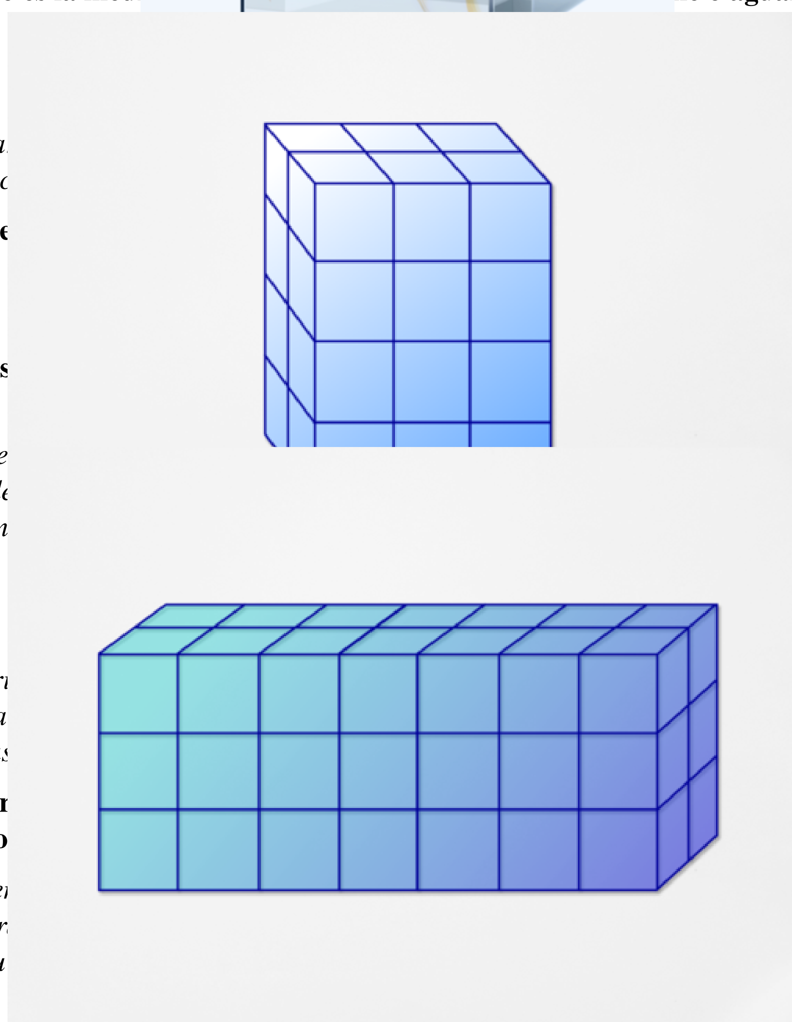
Carlos está limpiando su pecera, por lo que llenó la bañera hasta el borde con agua para que sus peces naden mientras él limpia su tanque. Si l ancho y 2,2 pies de profundidad, ¿Cuántos pies cúbicos de agua pue

Para resolver este problema, deb ón a esta Sección y sabrás cómo resolver este problema al final.

Orientación

¿Qué es el volumen?

El ***Volume*** **de un sólido es la medi ne o aguanta.**



Imagina un acuario pa ontener el tanque. Si lo llenamos con agua, la c

Medimos el volumen e go, ancho y altura.

Hay varias formas de lar el volumen usando unidades cúbicas.

¿Que son las unidades

Las unidades cúbicas amos"; un sólido con unidades cúbicas, pode tonces, podemos contar o calcular el número de el sólido es el volumen de la figura. Examinem

Puedes ver que este pr representando el largo, dos unidades cúbicas a s representando el alto. Si contamos todas estas

Nuestra respuesta par e usamos las unidades cúbicas multiplicando

La fórmula del volumen : Como vimos, usamos el largo y al ancho par igura. Es lo mismo que encontrar el área de su

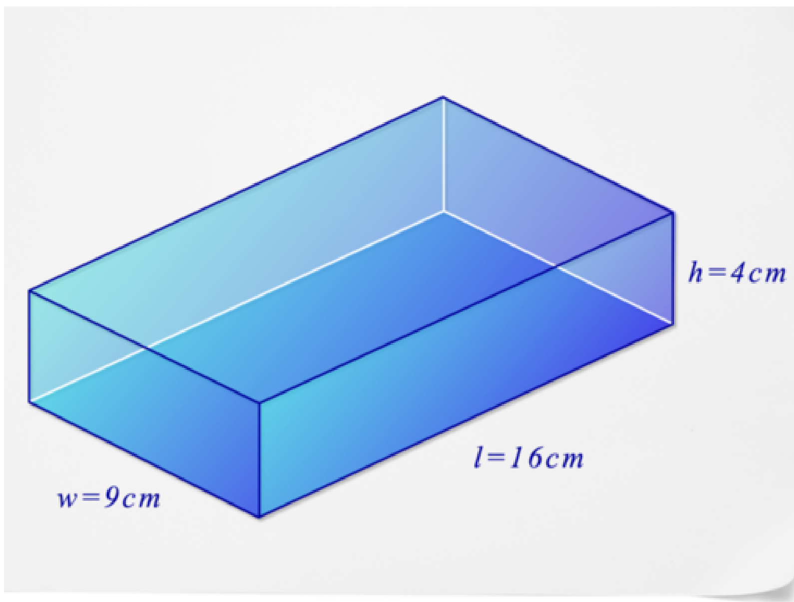
En este caso, la base del prisma es un rectángulo. Podemos usar la fórmula del área para encontrar el área de la base: $A = lw$ *. Es lo mismo que contar la cantidad de unidades cúbicas en cada fila y la cantidad de filas. Una vez que encontramos el área, simplemente la multiplicamos por la altura para incluir el resto de las capas. Por tanto, la fórmula para el volumen de un prisma rectangular es*

$V = Bh$

B representa el área de la base del prisma. Recuerda que un prisma puede tener una base con la forma de cualquier polígono. Por tanto, la fórmula que debemos usar para encontrar el área de la base cambiará según la forma, pero el proceso sigue siendo el mismo: buscamos el área de la cara (en este caso, la base) y luego la multiplicamos por la altura del prisma. Recuerda que deberás calcular el área de la base y multiplicar el resultado por la altura para calcular el volumen.

Pongamos esto a prueba.

Encuentra el volumen del siguiente prisma.



Simplemente introducimos el largo, ancho y altura en las variables apropiadas de la fórmula. Luego, despejamos la V , el volumen.

Primero, buscamos el área de la base. Este es el lado rectangular del fondo. Recuerda que, para encontrar el área de un rectángulo, multiplicamos el largo por el ancho. Este es el primer paso.

El área de la base es 144 centímetros cuadrados.

Aún no hemos terminado. Debemos calcular el volumen, por lo que debemos calcular las medidas del área de la base de la figura y multiplicarlas por la altura de la figura. Usaremos la siguiente fórmula para calcular esta medida.

El volumen de este prisma rectangular es $576 \ cm^3$ **.** ***Nótese que usamos el exponente tres para representar las unidades cúbicas de la figura. Todo volumen se mide en unidades cúbicas, por lo que deberás usar este exponente cuando estés calculando el volumen de un sólido.***

Ahora escribe esta fórmula en tu cuaderno. Asegúrate de anotar que necesitas encontrar el área de la base de la figura y que este cálcu

También podemos usa *os el volumen y el área de la base de un prism* *r la dimensión perdida. ¡Recuerda que esto es i*

La base de un prisma rectangular con un volumen de 1.145,52 pies cúbicos tiene lados de 17,2 pies y 11,1 pies. ¿Cuál es la altura del prisma?

Primero, debemos encontrar el área de la base, B **. Sabemos que este es un prisma rectangular, por lo que usamos la fórmula** $B = lw$ **.**

Podemos introducir esto en la B . de la fórmula. También nos dieron el volumen del prisma, por lo que lo introducimos en la V . Luego despejamos la h , la altura.

La altura del prisma es 6 pies.

Encuentra el volumen de cada prisma.

Ejemplo A

Un prisma triangular con $b = 12\ in,\ h = 10\ in,\ H = 15\ in$

Solución: $900\ in^3$

Ejemplo B

Un prisma rectangular con un largo de 8 m, un ancho de 7 m y una altura de 3 metros

Solución: $168m^3$

Ejemplo C

Un prisma rectangular con un largo de 10 in, un ancho de 8 in y una altura de 6 pulgadas

Solución: $480in^3$

Ahora volvamos al problema al principio de la Sección.

Primero que nada, ¿qué es lo que nos pide encontrar el problema? Debemos encontrar el volumen de la bañera. ¿Esta bañera es un prisma o un cilindro? Es un prisma rectangular, por lo que debemos usar la fórmula del área para rectángulos para encontra B .

Ahora introducimos este valor en la fórmula del volumen y resolvemos.

La bañera de Carlos puede tener 39,93 pies cuadrados de agua.

Vocabulario

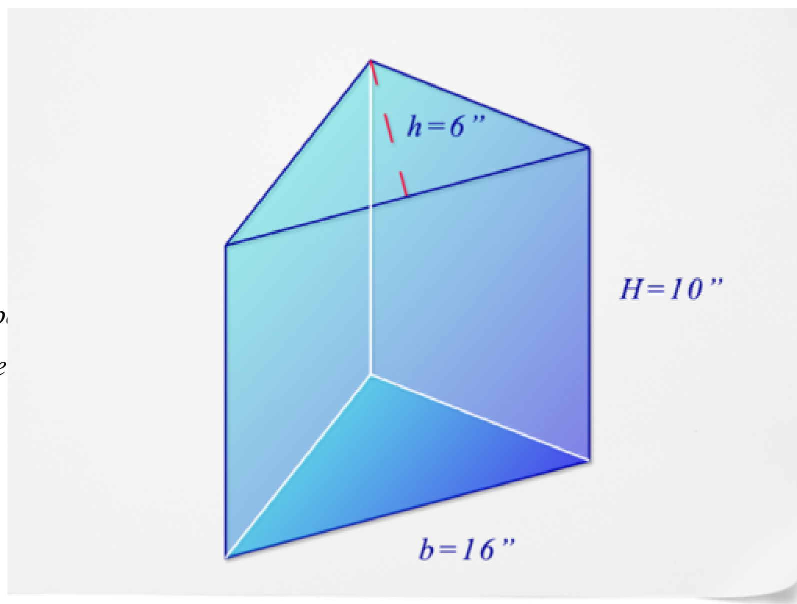
Volume

Cantidad de agua o capacidad que puede contener un sólido. El volumen se mide en unidades cúbicas.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio p

¿Cuál es el volumen de



Solución

Como hemos visto, la fórmula del volumen para cualquier prisma es $V = Bh$. Primero, necesitamos encontrar el área de la base. Observa el prisma en la imagen. La base es un triángulo, por lo que esta vez debemos usar la fórmula del área de un triángulo, $\frac{1}{2}bh$, para encontrar B . La altura del triángulo, h , se indica con una línea punteada. La base del triángulo, b , es el lado perpendicular a la altura. Recuerda que usamos las medidas de altura y base de la cara triangular, no la medida de altura del prisma completo. ¡Mira atentamente a la imagen!

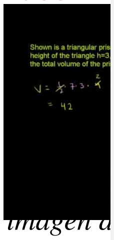
Ahora usemos la fórmula para encontrar el área de un triángulo para encontrar el área de la base del triángulo.

Ahora tenemos el área de la base: 48 pulgadas cuadradas.

Luego, solo hay que multiplicarlo por la altura del prisma, de acuerdo a la fórmula del volumen.

El volumen de este prisma triangular es 480 in^3 .

Repaso en Video



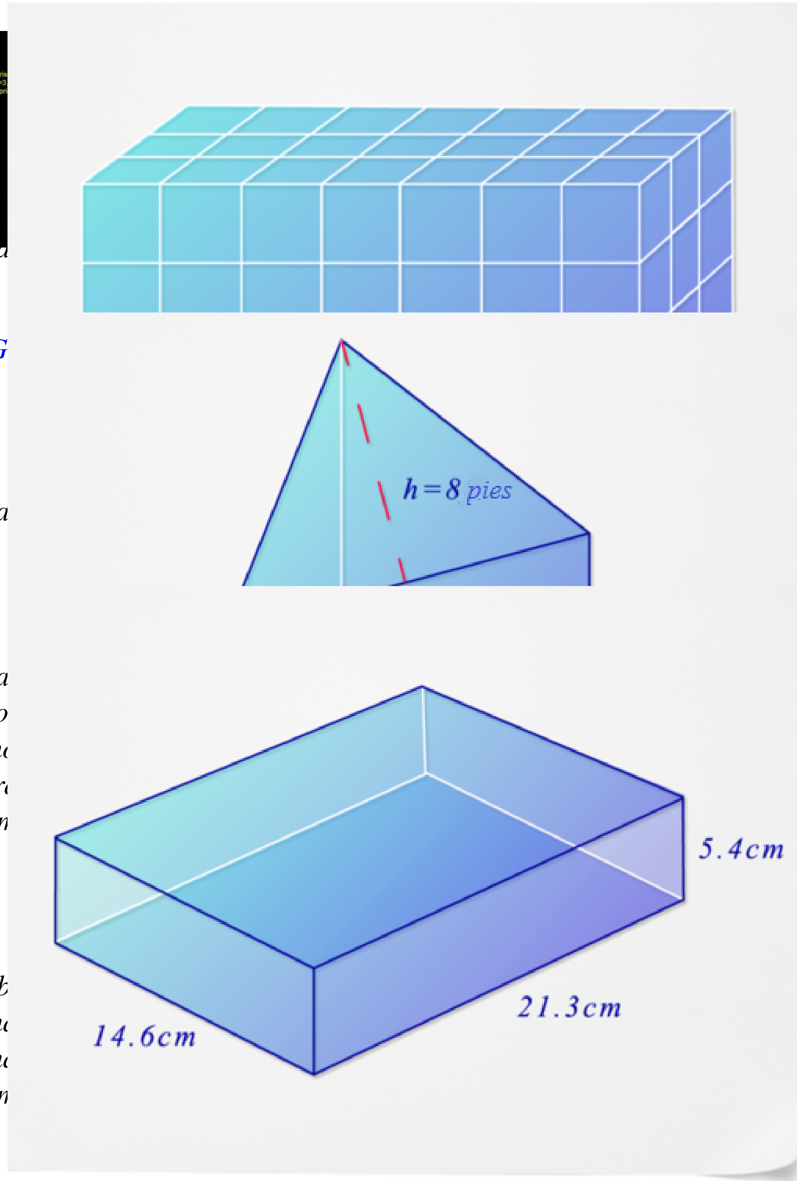
ct/54800

Haz clic en la

**Solo en Inglés*

Khan Academy Solid G

Práctica



Instrucciones: *Observa*

1. *Nombra la figura*
2. *¿Cuál es el largo*
3. *¿Cuál es el anch*
4. *¿Cuál es la altur*
5. *¿Cuál es el volun*

6. *¿Cuál es el nomb*
7. *¿Cuál es la form*
8. *¿Cuál es la form*
9. *¿Cuál es el volun*

10. *¿Cuál es el nombre de la figura dibujada?*
11. *¿Cuál es el volumen de la figura?*

Instrucciones: *Usa lo que has aprendido sobre el volumen para resolver cada problema.*

12. *Un prisma rectangular tiene una base que mide 16,2 pies por 14,8 pies. ¿Si su volumen es de 2.877,12 pies cúbicos, ¿cuál es su altura?*
13. *Kelly usa un contenedor rectangular para llenar un balde de agua. El contenedor tiene 3,8 pulgadas de largo, 2,5 pulgadas de ancho y 7,2 pulgadas de alto. Si la capacidad del balde es de 1.368 pulgadas cúbicas de agua, ¿Cuántas veces Kelly tendrá que llenar el contenedor para poder llenar el balde?*
14. *Verdadero o Falso. El volumen puede usarse para medir la cantidad de agua en una piscina.*
15. *Verdadero o Falso. El área de superficie y el volumen miden el mismo concepto.*

8.11 V

En esta sección, calcul

¿Te has preguntado cu

Mientras estaban pintando, José y Carmen mandaron a Alicia al almacén a comprar algo para almorzar. Ya que los tres estaban pintando en casa de José, su madre horneo pan, por lo que tomar sopa parecía ser la opción más obvia.

Cuando Alicia llegó a la tienda, no estaba segura de cuanta sopa debía comprar. Escogió una apetitosa sopa orgánica de pollo y verduras que pensó que les gustaría a todos, pero no se decidía si comprar dos o tres latas.

Tras pensárselo unos minutos, le rugió el estómago y decidió irse con las tres latas.

"Si sobra sopa, alguien de la casa de José se la tomará";, pensó para sí misma.

Alicia compró las tres latas de sopa y se dirigió a casa de José.

Cada lata tiene un diámetro de 5,4 ... ál es el volumen total de sopa que compró Alicia?

Para resolver este problema, deb ... ón al contenido de esta Sección y, al final, sabrás cómo responder e

Orientación

¿Qué es el volumen?

El ***Volumen*** **de un sólido es la me ... e contener o aguantar.**

Imagina un acuario para peces. Su largo, ancho y altura determinan cuánta agua puede contener el tanque. Si lo llenamos con agua, la cantidad de agua nos dice el volumen del tanque.

Medimos el volumen en unidades cúbicas, porque multiplicamos tres dimensiones: largo, ancho y altura.

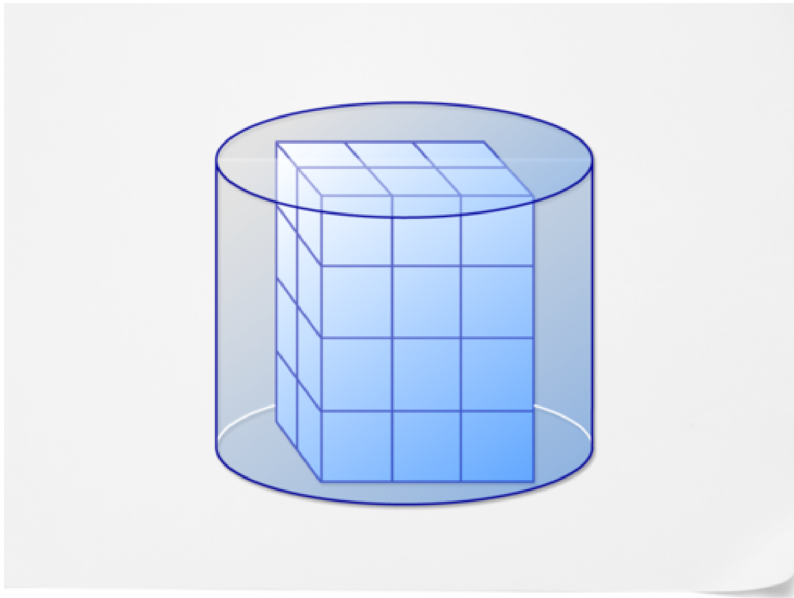
Hay varias formas de calcular el volumen. La primera forma de explorar esto es calcular el volumen usando unidades cúbicas.

¿Que son las unidades cúbicas?

Las unidades cúbicas son cubos utilizados para representar una unidad. Cuando "llenamos"; un sólido con unidades cúbicas, podemos ver que las unidades cúbicas se alinean formando la figura. Entonces, podemos contar o calcular el número de unidades cúbicas en el sólido. La cantidad de unidades cúbicas en el sólido es el volumen de la figura.

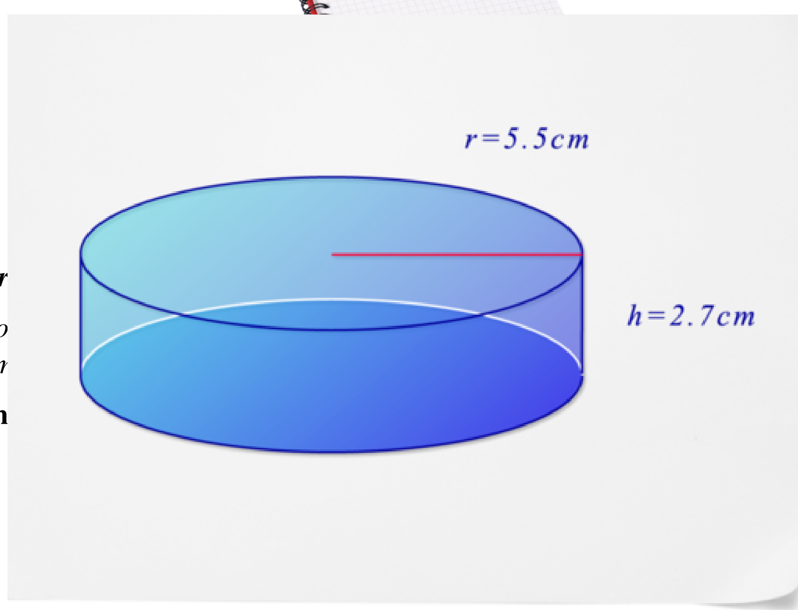
Podemos usar las unidades cúbicas para calcular el volumen de un cilindro.

Esto será un poco extraño, porque un cilindro es circular y las unidades cúbicas son cuadradas. Esto significa que, como no podemos cortar una unidad cúbica en secciones, nos será imposible calcular una medida precisa para el volumen. Tendremos que estimar el volumen del cilindro.



Puedes ver que calcular el volumen de u[...] as no siempre funciona. Puedes apreciar esto en el caso del cilindro. Hay una for[...] volumen de cualquier solido usando una fórmula.

Veamos ahora cual es la fórmula.



Recuerda anotar la fór

Todo lo que necesitamo[...] nplemente introducimos estos números a la fórn

Encuentra el volumen

Tenemos toda la información que necesitamos para encontrar el volumen. Introduzcamos los números a la fórmula.

El volumen de este cilindro es de 256,48 centímetros cúbicos.

También podemos calcular a la inversa si tenemos el volumen y otra dimensión. En este caso, hay que resolver la fórmula para encontrar la dimensión faltante.

Un cilindro con un radio de 3 pulgadas tiene un volumen de 140.4π **pulgadas cúbicas. ¿Cuál es la altura del cilindro?**

Qué es lo que nos pide encontrar el problema? Necesitamos obtener la altura del cilindro. El problema nos muestra el radio y el volumen. Esta vez, el volumen está escrito en función de pi. Esta es una forma de mostrar un número más específico, en vez de aproximar con 3,14. Simplemente introducimos el número completo en la fórmula sustituyendo V **y luego despejamos** h **, la altura.**

Usamos la fórmula del volumen para despejar h y encontrar que la altura del cilindro es de 15,6 pulgadas.

Encuentra el volumen de cada cilindro.

Ejemplo A

Un cilindro con un radio de 3 pulgadas y una altura de 9 pulgadas.

Solución: 254.34 **pulgadas cuadradas**

Ejemplo B

Un cilindro con un radio de 2,5 pies y una altura de 6 pies.

Solución: 117.75 **pulgadas cuadradas**

Ejemplo C

Un cilindro con un diámetro de 5 pulgadas y una altura de 7 pulgadas.

Solución: 137.37 **pulgadas cuadradas**

Ahora volvamos al problema al principio de la Sección.

¿Qué tenemos que encontrar?

Debemos encontrar el volumen de sopa que compró Alicia. Ten en cuenta que ella compró 3 latas de sopa. Debemos encontrar el volumen de una lata de sopa y luego multiplicar esta cantidad por 3 para encontrar el volumen total.

¿Qué información tenemos?

Primero, sabemos que las latas de sopa son cilindros, por lo que necesitamos usar la fórmula del volumen para cilindros. También sabemos que la altura de cada lata es de 6,7 pulgadas. ¿Cuál es el radio? Solo tenemos el diámetro, que mide 5,4 pulgadas. Por tanto, debemos dividirlo por 2 para encontrar el radio.

$5.4 \div 2 = 2.7$

El radio de cada lata es de 2,7 pulgadas. Ahora podemos introducir esta información en la fórmula y despejar V , el volumen.

Cada lata tiene un volumen de 153,36 pulgadas cúbicas cuando aproximamos pi como 3,14.

¡Aún no hemos terminado! Recuerda que debemos encontrar el volumen total de *tres* latas de sopa. Por tanto, debemos multiplicar el volumen de una lata por 3.

$153.36 \times 3 = 460.08 \; in^3$

Alicia compró un total de 460,08 pulgadas cúbicas de sopa.

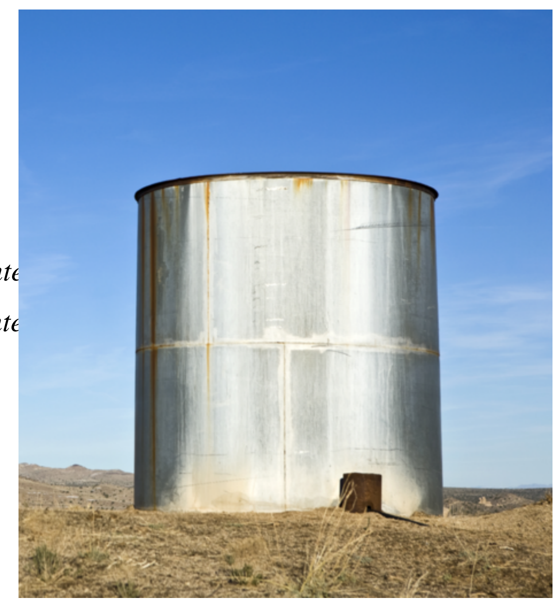
Vocabulario

Volumen
Cantidad de agua o capacidad que puede contener un sólido. El volumen se mide en unidades cúbicas.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que inte

Encuentra el volumen del siguiente



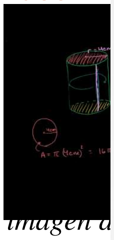
Un tanque de agua tiene un radio de 45 pies y una altura de 300 pies. ¿Cuántos pies cúbicos de agua puede contener el tanque cuando está lleno?

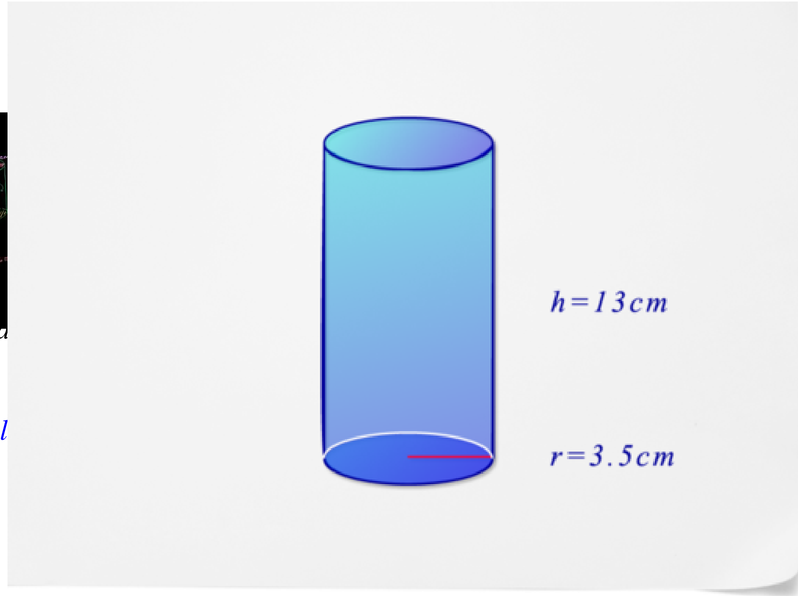
Solución

Para resolver este problema, usaremos la fórmula para hallar el volumen de un cilindro y sustituir los valores dados con las variables de la fórmula.

Esta es la respuesta.

Repaso en Video





ct/5270

Haz clic en la imagen

**Solo en Inglés*

Khan Academy and Vol

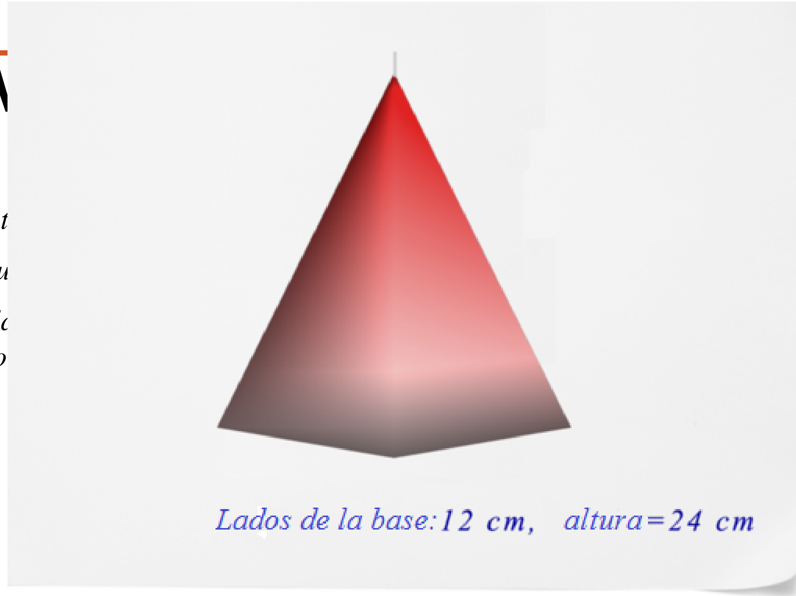
Práctica

1. *Nombra la figura dibujada.*
2. *¿Cuál es el diámetro de la figura?*
3. *¿Cuál es el radio de la figura?*
4. *¿Cuál es el volumen de la figura?*

Instrucciones: Encuentra el volumen de cada cilindro dado su radio y altura.

5. $r = 4 feet, h = 5 feet$
6. $r = 6cm, h = 8cm$
7. $r = 4.5 feet, h = 5 feet$
8. $r = 3.5m, h = 7m$
9. $r = 13 ft, h = 2 ft$
10. $r = 11m, h = 12m$
11. $r = 1.5 ft, h = 3 ft$
12. $r = 7in, h = 12in$
13. $r = 8cm, h = 11cm$
14. $r = 5m, h = 9m$
15. $r = 4.5 ft, h = 6 ft$

8.12 V



En esta sección, encont

¿Alguna vez has visto u

Brianna compró la vel ... e dice que la vela dura una hora encendida po ... la vela consumirse por completo?

Pon atención, pues en esta Sección aprenderás todo lo que debes saber acerca del volumen y las pirámides.

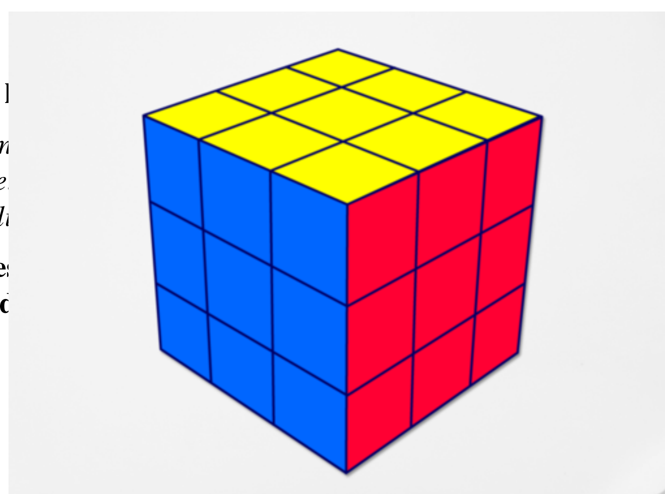
Orientación

¿Qué es el volumen?

El ***Volumen*** **de un sólido es l ... tener o aguantar.**

Imagina un embudo. Su tam ... Si lo llenamos con agua, la cantidad de agua nos dice e ... olumen cuando hablamos de medir líquidos o capacidad l

Medimos el volumen en tre ... nos el volumen en unidades cúbicas. Podemos usar unid ... guiente cubo.



Puedes ver que el cubo es de $3 \times 3 \times 3$ *. Si quisiéramos encontrar el volumen de este cubo, podríamos encontrar el área de la base y luego multiplicarla por la altura.*

Nótese que medimos el volumen en unidades cúbicas.

Las pirámides, sin embargo, son algo distinto, pues son más pequeñas en la punta de lo que son en su base. Es muy difícil usar las unidades cúbicas para medir el volumen de estos sólidos, ya que estaríamos calculando partes de las unidades cúbicas.

Lo más importante a recordar es que medir el volumen implica llenar un sólido.

Una pirámide tiene exactamente un tercio del volumen de un cubo.

Esta es la fórmula para hallar el volumen de las pirámides.

Sin embargo, las pirámides pueden ser complicadas, debido a que pueden tener bases con cualquier forma. Las pirámides pueden tener bases triangulares, rectangulares o cuadradas. Esto significa que necesitamos elegir la fórmula apropiada para encontrar el área de la base, o B **.** *Estas son las fórmulas de área más comunes:*

Cuadrado: $A = s^2$

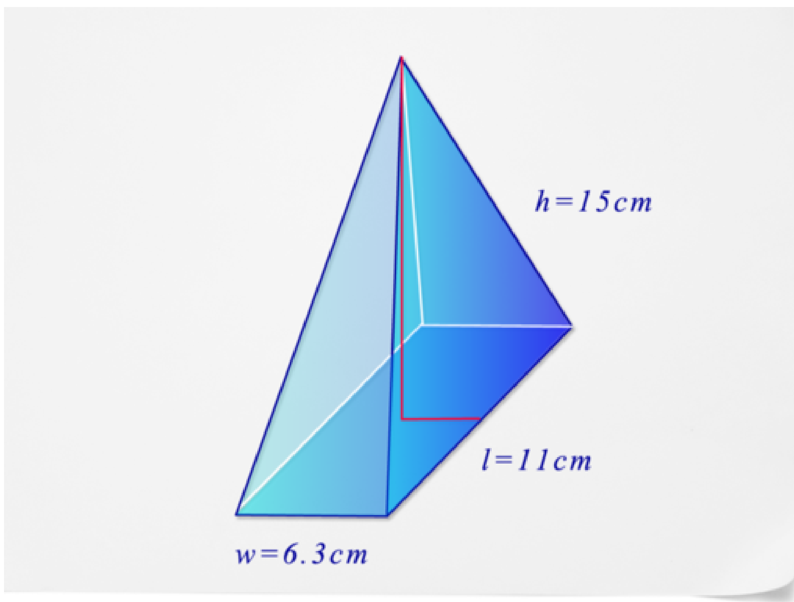
Rectángulo: $A = lw$

Triángulo: $A = \frac{1}{2}bh$

Cuando nos dan una pirámide, lo primero que debemos hacer es determinar la forma de la base. Entonces, sabremos cual fórmula utilizar para encontrar el área de la base. Una vez que tengamos el área de la base, la introducimos a la fórmula del volumen junto con la altura de la pirámide y despejamos la V **.**

Pongámoslo a prueba.

¿Cuál es el volumen de la siguiente pirámide?



Primero, decidamos cual es la forma de la base de la pirámide. Hay dos pares de lados paralelos que se juntan en ángulos rectos, por lo que debe ser un rectángulo. Debemos usar la fórmula del área para rectángulos para encontrar B **, el área de la base.**

El área de la base de esta pirámide es de 69,3 centímetros cuadrados. Ahora multiplicamos esto por la altura y $\frac{1}{3}$, de acuerdo con la fórmula.

El volumen de esta pirámide es $346.5\ cm^3$ **. *Recuerda que el volumen siempre se mide en unidades cúbicas y por ello nuestro exponente es un tres.***

Encuentra el volumen de cada pirámide.

Ejemplo A

Una pirámide cuadrada con una base de 5,5 pulg. y una altura de 4 pulg.

Solución: $40.33\ in^3$

Ejemplo B

Una pirámide cuadrada con una base de 5,5 pulg. y una altura de 4 pulg.

Solución: $128\ cm^3$

Ejemplo C

Una pirámide rectangular con un largo de 10 cm, un ancho de 8 cm y una altura de 9 cm.

Solución: $240\ cm^3$

Ahora volvamos al problema al principio de la Sección.

Primero, determinemos que es lo que nos pide encontrar el problema. Necesitamos encontrar el número de horas que le tomará a la vela consumirse. Esto depende de que tan grande sea la vela, por lo que primero hallaremos su volumen. El volumen de la vela es la cantidad de cera que tiene.

¿Qué información tenemos? Conocemos las dimensiones de la base, la cual es un cuadrado, por lo que usaremos la fórmula del área de cuadrados para encontrar el área de la base.

El área de la base de la pirámide es de 144 centímetros cuadrados. Podemos introducir esta información en la fórmula y despejar V , el volumen.

Ahora sabemos que la vela tiene 1.152 centímetros cúbicos de cera.

¡Aún no hemos terminado! Recuerda que necesitamos encontrar cuantas horas necesita la vela para consumirse. Volvamos a ver el problema. Nos dice que la vela se mantiene encendida una hora por cada 20 centímetros cúbicos de cera. Para descubrir en cuantas horas se consumirá la vela, necesitamos dividir el volumen total de cera por 20.

$1,152 \div 20 = 57.6$

La cera se consumirá completamente en 57,6 horas. Esta es nuestra respuesta.

Vocabulario

Pirámide
Sólido con un polígono como base y caras laterales triangulares que se juntan en un solo vértice.

Área Basal
Área de la base de un sólido.

Altura
Medida que es perpendicular a la base de un sólido.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que intentes resolverlo.

Una pirámide triangular tiene un volumen de 266 pies cúbicos y un área base de 42 pies cuadrados. ¿Cuál es su altura?

Solución

¿Qué es lo que debemos encontrar? Necesitamos encontrar la altura, h . Nos han dado el volumen y el área basal, por lo que debemos introducir esta información en la fórmula.

La altura de esta pirámide es de 19 pies.

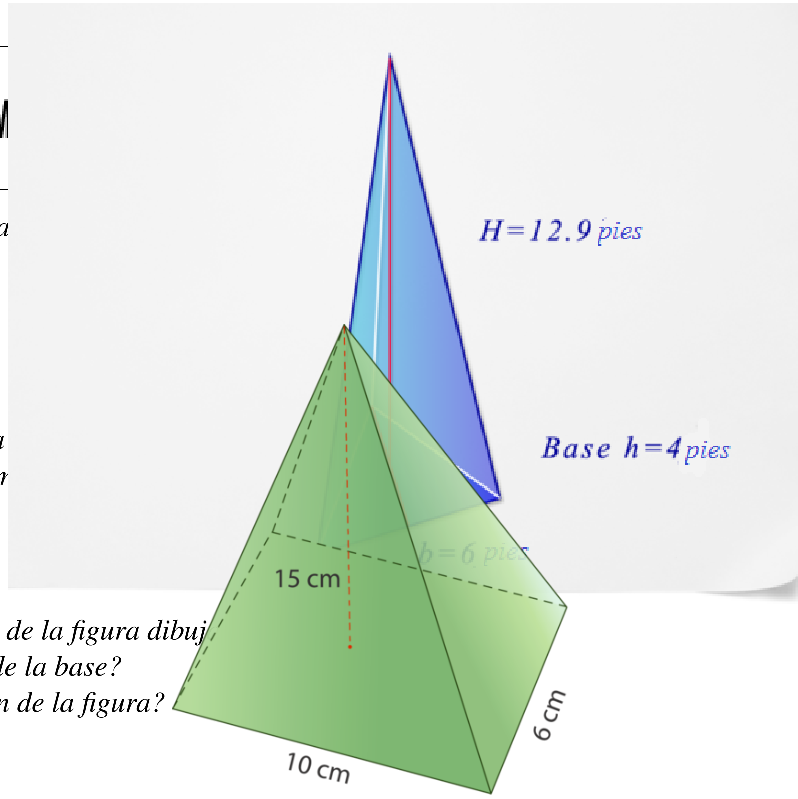
Repaso en Video

M

5521

Haz clic en la imagen de a

*Solo en Inglés



Práctica

1. ¿Cuál es la fórmula
2. Cuando ves una B m l perímetro o el área de la base?
3.

4. ¿Cuál es el nombre de la figura dibuj
5. ¿Cuál es la forma de la base?
6. ¿Cuál es el volumen de la figura?

6. ¿Cuál es el nombre de la figura dibujada?
7. ¿Cuál es la diferencia entre esta figura y la de la imagen anterior?
8. ¿Cuál es el volumen de la figura?
9. ¿Cuál es la forma de la base?

Instrucciones: Usa lo que has aprendido para resolver cada uno de los siguientes problemas.

10. Una pirámide cuadrada tiene una base con lados de 6 yardas cada uno y un volumen de 175 yardas cúbicas. ¿Cuál es su altura?
11. Claire tiene una botella de perfume en forma de una pirámide triangular. Su área basal es de 48 centímetros cuadrados y su altura es de 28 centímetros. ¿Cuánto líquido tiene la botella cuando esta exactamente medio llena?
12. Encuentra el volumen de una pirámide cuadrada con una base de 4 pulgadas y una altura de 6 pulgadas.
13. Encuentra el volumen de una pirámide rectangular con un largo de 5 pulgadas, un ancho de 7 pulgadas y una altura de 8 pulgadas.
14. Encuentra el volumen de una pirámide cuadrada con una base de 8 metros y una altura de 12 metros.
15. Encuentra el volumen de una pirámide cuadrada con una base de 13.5 metros y una altura de 15 metros.

8.13 V

Aquí calcularás el volu

¿Has medido alguna ve ... te problema.

"Necesitamos algo que nos ayude a reunir fondos";, dijo Maria en la junta de planeación para las Olimpiadas escolares.

"Estoy de acuerdo. Además, la gente vendrá con hambre";, aseveró Jamie.

"¿Qué tal si vendemos conos de helado? Podemos usar el congelador de la sala de almuerzo para servir los helados";, sugirió Dan.

"Creo que es una gran idea. ¿Qué tal si usamos conos de waffles?"; añadió Maria.

El grupo siguió discutiendo el tema y, al final, concordaron en dos conos de diferentes tamaños, uno que tiene $4''$ *de diámetro y* $4''$ *de largo y otro que tiene* $5''$ *de diámetro y* $6''$ *de largo.*

"Podríamos cobrar el doble por el cono grande"; dijo Jamie.

"No creo. No es el doble de tamaño";, discrepó Dan.

"Pero tendrá el doble de helado";, explicó Jamie.

"No creo, porque no es el doble de largo.";

"Eso no importante, pues se trata del volumen"; dijo Jamie.

¿Quién tiene razón? Para resolver esto, necesitas conocer el volumen de ambos conos. Entonces podrás decidir si el grupo debería cobrar el doble por el cono mayor.

Orientación

¿Qué es el volumen?

El ***Volumen*** **de un sólido es la medida de cuanto espacio tridimensional puede contener o aguantar.**

Imagina un embudo. Su tamaño determina cuánta agua puede contener el embudo. Si lo llenamos con agua, la cantidad de agua nos dice el volumen del embudo.

Generalmente pensamos en el Volumen cuando hablamos de medir líquidos o capacidad liquida de algo.

Medimos el volumen en tres dimensiones: largo, ancho y altura. Por tanto, medimos el volumen en unidades cúbicas. Podemos usar unidades cúbicas para representar volumen.

Los conos, sin embargo, son algo distinto, pues son más pequeñas en la punta de lo que son en su base. Es muy difícil usar las unidades cúbicas para medir el volumen de estos sólidos, ya que estaríamos calculando partes de las unidades cúbicas.

Lo más importante a recordar es que medir el volumen implica llenar un sólido.

Un cono tiene exactamente un tercio del volumen de un cubo.

Esta es la fórmula para encontrar el volumen de un cono.

Cuando usas esta fórmula, ten en cuenta que la base de un cono es circular.

Por tanto, para encontrar el área de la base área, necesitaremos usar la fórmula para encontrar el área de un círculo: $A = \pi r^2$ **.**

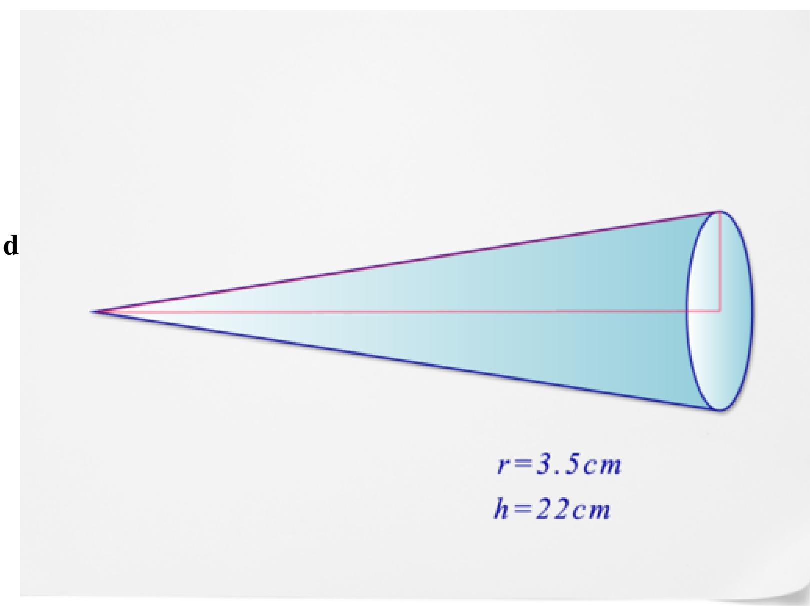
En un cono, siempre tendrás una base circular, por lo que siempre usarás la misma fórmula de área para encontrar la base. Así es cómo se vería si fuera una sola fórmula.

$V = \frac{1}{3}(\pi r^2)(h)$

Ahora podemos ver que debemos encontrar el área de la base, multiplicarla por la altura y, luego, multiplicarla por un tercio o restar un tercio del producto entre el área basal y la altura.

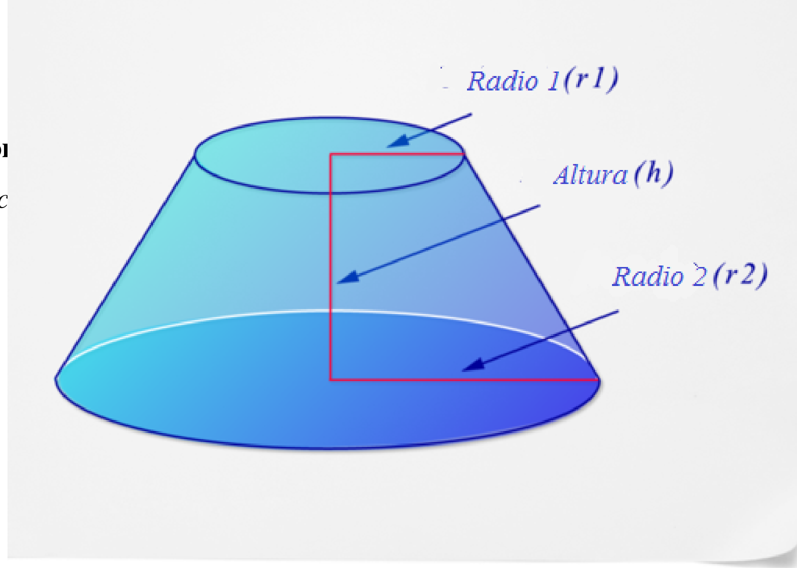
Apliquemos esto.

¿Cuál es el volumen d



Primero, debemos encontrar el área basal. La base es un círculo, por lo que usaremos la fórmula del área para los círculos.

La base circular tiene un área de 38,47 centímetros cuadrados. Ahora, podemos introducir esta medida en la fórmula para el volumen.



El volumen de este co

¿Sabes cómo se ve un c

Nótese que tenemos dos radios para trabajar, además de la altura del cono truncado. Podemos usar la siguiente fórmula para calcular el volumen.

$V = \frac{1}{3}\pi(r1^2 + (r1)(r2) + r2^2)h$

Tomate unos minutos para escribir esta fórmula en tu cuaderno.

Ahora podemos tomar medidas y calcular el volumen del cono truncado.

¿Cuál es el volumen de un cono truncado con un radio superior de 2 cm, un radio inferior de 4 cm y una altura de 4.5 cm?

Para resolver este problema, debemos sustituir los valores dados en la fórmula y resuelve para obtener el volumen.

Este es el volumen de este cono truncado.

Encuentra el volumen de cada cono. De ser necesario, puedes redondearlo a la centésima más cercana.

Ejemplo A

Un cono con un radio de 2 pulgadas y una altura de 4 pulgadas.

Solución: $16.75 \ in^3$

Ejemplo B

Un cono con un radio de 5 cm y una altura de 7 cm.

Solución: $183.17 \ cm^3$

Ejemplo C

Un cono con un radio de 3 m y una altura de 8 m.

Solución: $75.36 \ m^3$

Ahora volvamos al problema al principio de la Sección.

Podemos empezar calculando el volumen de los dos conos de helado.

El Cono 1 tiene un diámetro de $4''$ **y una altura de** $4''$

El Cono 2 tiene un diámetro de $5''$ **y una altura de** $6''$

La fórmula del volumen de un cono es $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

Cono 1

$\frac{1}{3}(3.14)(2^2)(4) = 16.75 \ in^3$

Cono 2

$\frac{1}{3}(3.14)(2.5^2)(6) = 39.25 \ in^3$

El volumen del Cono 2 es más que el doble del Cono 1. Si quisieran, los estudiantes podrían cobrar el doble por el cono.

Vocabulario

Volumen
: *Capacidad dentro de un sólido o la cantidad de espacio que puede contener un sólido.*

Conos
: *Figura con una base circular y lados curvos que se juntan en un sólo vértice.*

Área Basal
: *Área de la base de un sólido.*

Altura
: *Medida que es perpendicular a la base de un sólido.*

Cono truncado

Sección de un cono. Tiene dos radios circulares; uno arriba y uno en la base.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que intentes resolverlo.

¿Cuál es la altura de un cono cuyo radio tiene 1,6 metros y un volumen de 20,1 metros cúbicos?

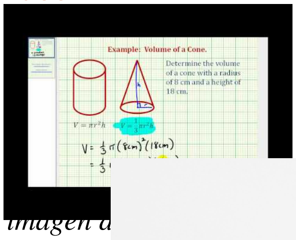
Solución

¿Qué información tenemos y debemos encontrar? Conocemos el radio, por lo que podemos calcular el área basal. También conocemos el volumen, por lo que podemos ingresarla a la fórmula y resolver para encontrar la h *, la altura. Primero, busquemos la* B *.*

El área de la base es de 8,04 pulgadas cuadradas cuando aproximamos pi. Ahora podemos introducir esto en la fórmula del volumen.

Encontramos que la altura del cono debe ser de 7,5 metros.

Repaso en Video



MEDIA

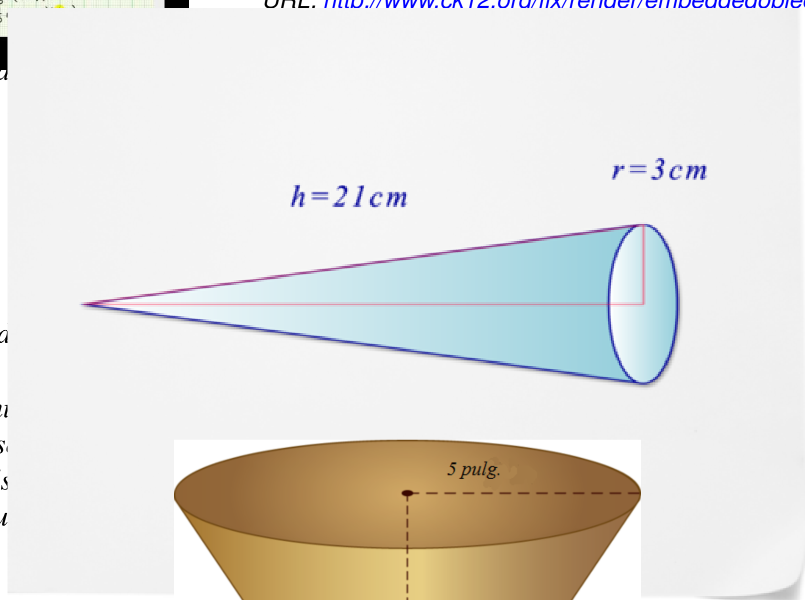
Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5449

Haz clic en la imagen a

**Solo en Inglés*

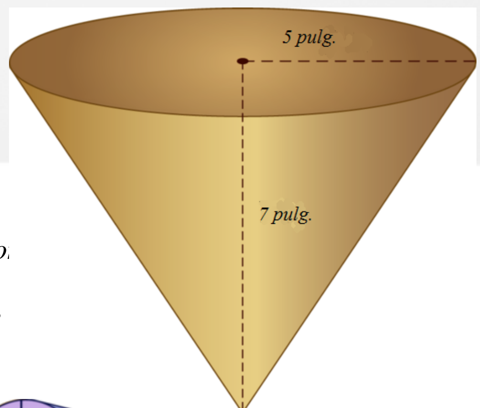
Volume of a Cone



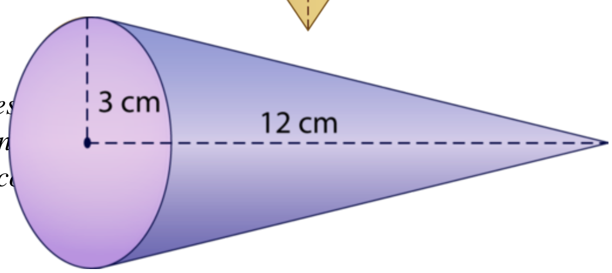
Práctica

Instrucciones: Responda

1. *¿Cuál es la fórmu*
2. *Verdadero o Fals*
3. *Verdadero o Fals ... la misma fórmula para encontrar el volu*



4. *¿Cuál es el diámetro de este co*
5. *¿Cuál es la altura del cono?*
6. *¿Cuál es el volumen del cono?*



7. *¿Cuál es el diámetro de es*
8. *¿Cuál es la altura del con*
9. *¿Cuál es el volumen del c*
10. *¿Cuál es el diámetro de este cono?*
11. *¿Cuál es el radio de este cono?*
12. *¿Cuál es la altura del cono?*
13. *¿Cuál es el volumen del cono?*

Instrucciones: Usa lo que has aprendido para resolver los siguientes problemas.

14. *Un cono con un radio de 6 metro y un volumen de* 168π. *¿Cuál es su altura?*
15. *Los contenedores de glaseado del decorador de pasteles de Tina son conos. Cada contenedor tiene un radio de 2,4 pulgadas y una altura de 7 pulgadas. Si Tina compra contenedores de glaseado rojo, amarillo y azul, ¿cuánto glaseado comprará?*

8.14 as

En esta sección, calcul

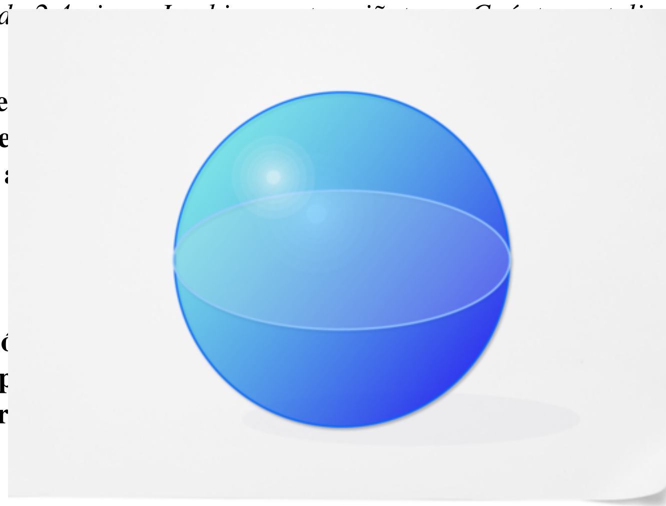
¿Alguna vez has hecho

Las Olimpiadas de la Escuela Media Montgomery fueron un gran éxito. Los estudiantes y los invitados la pasaron muy bien y todos decidieron que este evento debería ser un evento anual de ahora en adelante.

Para la celebración final, los estudiantes hicieron una gran fiesta en el gimnasio. Joe decidió hacer una piñata que los estudiantes disfrutarían. De hecho, hizo cuatro para la fiesta. Cuando termino de hacer la forma básica, Joe empezó a decorar la piñata esférica con cartulina verde.

Cada esfera tiene un radio d necesitará para cubrir cada piñata completamente?

Determinar el área de supe Para este problema, necesitarás saber cómo obtener e ón en esta Sección y sabrás como resolver el problema



Orientación

Una esfera es una figura só feras consisten en todos los puntos equidistantes a un p radial desde el centro. Las esferas son perfectamente r

¿Sabías que puedes calcular el área de superficie de una esfera? ¿Sabes cómo hacer esto?

Primero, analicemos el área de superficie.

El área de superficie es el total de las áreas de cada una de las caras de una figura sólida.

Las esferas no tienen caras, porque son redondas. Sin embargo, aún podemos pensar que su superficie es un plano que podemos desenrollar. Imagina que pudieras envolver una esfera en papel de regalo. La cantidad de papel de regalo necesaria para cubrir completamente la figura representa su área de superficie.

Si pudiéramos "desenrollar"; la esfera y mostrarla como un rectángulo, el rectángulo tendría un ancho equivalente al diámetro de la esfera. Su largo sería la misma que la circunferencia de la esfera (recuerda que la circunferencia es la distancia alrededor de un círculo). Esto nos da algo con que trabajar, porque podemos usar la fórmula del área para los rectángulos para encontrar el área de la esfera "desenrollada";.

La fórmula del área de los rectángulos es $A = lw$ *. En otras palabras, multiplicamos el largo y el ancho. Ahora, analicemos esto en base a la esfera. Dijimos que el largo es igual que la circunferencia y que el ancho es igual al diámetro. Esto nos da* $A = Cd$ *. Ahora sustituyamos* C *, con la fórmula de la circunferencia, la cual es* $2\pi r$ *, donde* r *es el radio. Ahora tenemos* $A = 2\pi rd$ *. Hay una sustitución más que debemos hacer para facilitar los cálculos. Recuerda que el diámetro de un círculo o esfera es exactamente el doble que el radio. Usemos* $2r$ *en vez de* d *. Ahora tenemos* $A = 2\pi r \times 2r$ *. Finalmente, podemos simplificar esto multiplicando para obtener* $4\pi r^2$ *. Sumemos todo:*

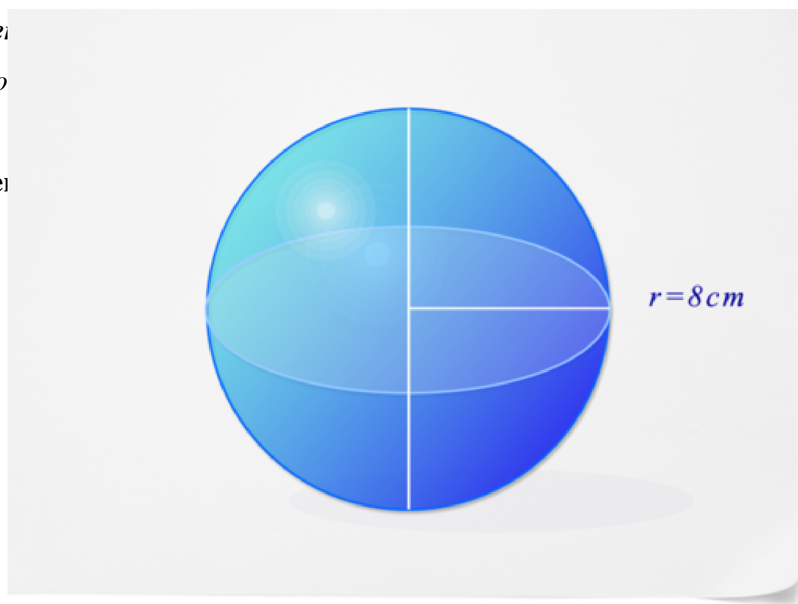
La fórmula para encontrar el área de superficie de una esfera es $4\pi r^2$ **.**

Escribe esta fórmula e

Todo lo que necesitamo … *A , el área de superficie.*

Pongámoslo a prueba.

¿Cuál es área de supe



Podemos ver que el radio de la esfera es 8, por lo que podemos introducirlo en la fórmula y resolver.

Calcular números con pi es un poco complicado, porque pi es, de hecho, un número decimal que nunca terminal.

La medida más exacta del área de superficie de la esfera es dejándola como 256π **. Sin embargo, a menudo redondeamos el decimal a 3,14 para representar pi. Entonces, multiplicamos 256 por 3,14 para obtener un área de superficie de 803,84 centímetros cuadrados para esta esfera. Recuerda que siempre usamos unidades cuadradas para medir el área, ya que la medimos en dos dimensiones.**

Encuentra el área de superficie de cada esfera.

Ejemplo A

Una esfera con un radio de 5 pulgadas.

Solución: $314\ in^2$

Ejemplo B

Una esfera con un radio de 8 metros.

Solución: $803.84\ m^2$

Ejemplo C

Una esfera con un radio de 12 pies.

Solución: $1808.64\ ft^2$

Ahora volvamos al problema al principio de la Sección.

Este problema nos pregunta sobre la cobertura de la superficie de una *piñata* , por lo que necesitamos calcular su área de superficie. El problema nos dice que el radio de la *piñata* es de 2,4 pies, por lo que podemos introducir esto en la fórmula del área y resolver.

La *piñata* tiene un área de superficie de 72,35 pies cuadrados cuando aproximamos pi como 3,14, por lo que esta es la cantidad de papel que necesita Joe para cubrir una.

Pero Joe hizo cuatro piñatas, por lo que debemos multiplicar esta respuesta por 4.

$72.35(4) = 289.4 \ sq.feet$

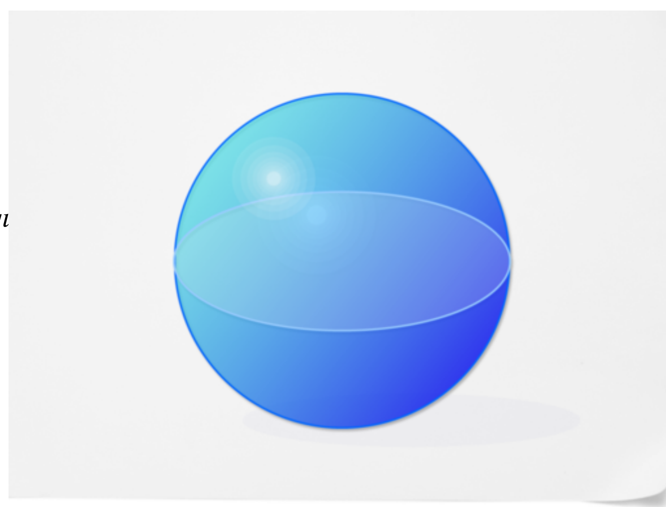
Esta es la respuesta final.

Vocabulario

Área de Superficie
: *Medida de la cubierta exterior de un sólido.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para qu



Esta esfera tiene un radio de 8,5 pulgadas. ¿Cuál es el área de superficie de la esfera?

Solución

Para calcular esto, podemos usar la fórmula para encontrar el área de superficie de una esfera, sustituyendo el valor del radio.

Esta es la respuesta.

Repaso en Video

MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65518

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido

**Solo en Inglés*

Práctica

Instrucciones: *Encuentra el área de superficie de cada esfera. Usa 3,14 para aproximar pi.*

1. *Una esfera con un radio de 4 pulg.*
2. *Una esfera con un radio de 2 pulg.*
3. *Una esfera con un radio de 3.5 pies.*
4. *Una esfera con un radio de 6.7 pulg.*
5. *Una esfera con un radio de 12 cm.*
6. *Una esfera con un radio de 1.6 pies.*
7. *Una esfera con un radio de 9 m.*
8. *Una esfera con un diámetro de 9 m.*
9. *Una esfera con un diámetro de 18 pulg.*
10. *Una esfera con un diámetro de 10 cm.*
11. *Una esfera con un diámetro de 12 m.*
12. *Una esfera con un diámetro de 13 pies.*
13. *Una esfera con un diámetro de 15 m.*

14. *¿Cuál es el área de superficie de una esfera cuyo diámetro es 22 centímetros?*
15. *Bruce está haciendo en su clase de arte una escultura que está hecha de 3 esferas. Cada esfera tiene un radio de 2,3 pies. El pintará las esferas con pintura acrílica azul. Si cada botella de pintura cubre 20 pies cuadrados, ¿Cuántas botellas necesitará comprar Bruce?*

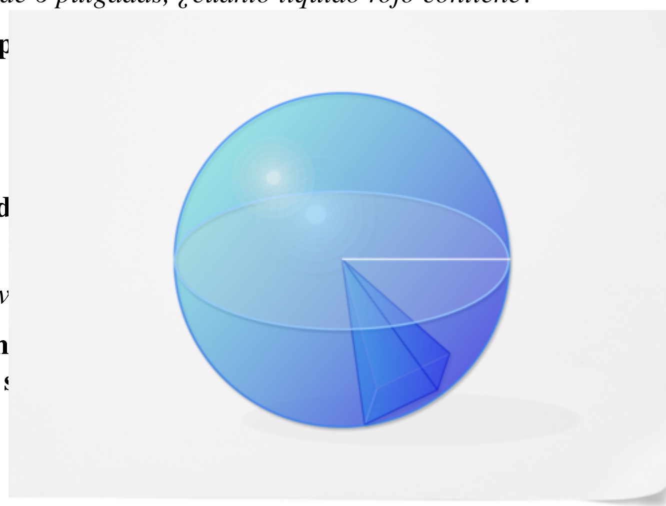
8.15 Volumen de las Esferas

En esta sección, calculará el volumen de una esfera.

¿Alguna vez has calculado el volumen? Analicemos este problema.

María tiene un pisapapeles, el cual es una esfera de vidrio. La esfera está llena de un líquido rojo brillante. Si el diámetro del pisapapeles es de 6 pulgadas, ¿cuánto líquido rojo contiene?

Sabrás cómo resolver este p



Orientación

El Volumen es la medida d emos pensar que es cuanto espacio "ocupa"; la figura.

En las esferas, encontrar el v es planas.

Para encontrar el volumen na pirámide con su base en la superficie de la esfera y s lio de la esfera puede ser la altura de la pirámide.

La pirámide ocupa una porción del volumen de la esfera. Si podemos llenar la esfera con pirámides como esta, conoceríamos el volumen de la esfera. Sería igual a los volúmenes de todas las pirámides juntas. ¿Cuántas pirámides haría falta para llenar una esfera? Eso depende del área de superficie de la esfera. Podemos combinar el área de superficie de una esfera con la fórmula de volumen de una pirámide para calcular el volumen de todas las pirámides dentro de la esfera.

Veamos cómo esta información puede darnos la fórmula para encontrar el volumen de una esfera.

$V = \frac{1}{3}Bh$

La fórmula del volumen para una pirámide, donde B epresenta el área de su base

$V = \frac{1}{3} \times \textit{surface area of sphere} \times r$

El área de superficie de la esfera es igual al área de las bases de todas las pirámides. La altura de la pirámide es igual al radio de la esfera, por lo que su

$V = \frac{1}{3} \times 4\pi r^2 \times r$

Podemos simplificar la fórmula al combi

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

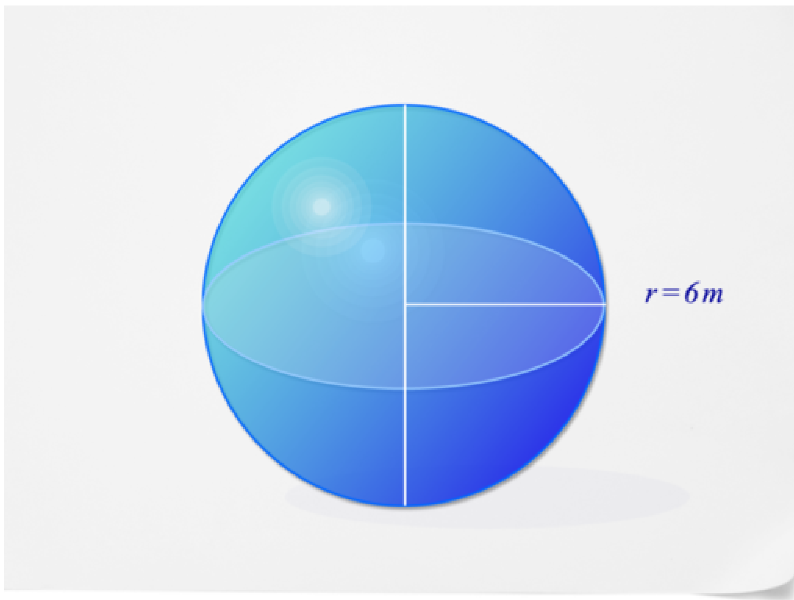
La fórmula para encontrar el volumen

Escribe esta fórmula en tu cuaderno.

Nuevamente, todo lo que necesitamos es el radio de la esfera. Introducimos el valor de r en la fórmula y despeja V , el volumen.

Probemos esto.

Encuentra el volumen de la siguiente esfera.



Sabemos que el radio de la esfera es 6 metros, por lo que introducimos este valor en r **y resolvemos.**

Podemos dejar el volumen como 288π , o podemos usar 3,14 para aproximar una respuesta. Esto nos da $288 \times 3.14 = 904.32$ *cubic meters* . Recuerda que medimos el volumen en tres dimensiones, por lo que usamos unidades cúbicas.

Encuentra el volumen de cada esfera. De ser necesario, puedes redondear a la centésima más cercana.

Ejemplo A

Una esfera con un radio de 4 pulgadas.

Solución: $267.95\ in^3$

Ejemplo B

Una esfera con un radio de 5 ft.

Solución: $523.33\ ft^3$

Ejemplo C

Una esfera con un radio de 3,5 pulgadas.

Solución: $179.50\ in^3$

Ahora volvamos al problema al principio de la Sección.

Primero que todo, ¿qué es lo que nos pide encontrar el problema? Debemos encontrar cuanto líquido tiene el pisapapeles. Esta cantidad será el volumen del pisapapeles, por lo que debemos usar la fórmula de volumen. Ahora veremos si conocemos el radio del pisapapeles. Sabemos que el *diámetro* es 6 pulgadas. Por tanto, el radio es $6 \div 2 = 3$ *inches* . Ahora podemos introducir esto en la fórmula del volumen y resolver.

La esfera tiene un volumen de 36π **. Podemos aproximar un valor numérico si usamos 3,14 como pi. Esto nos da un volumen de** $36 \times 3.14 = 113.04$ **pulgadas cúbicas.**

Vocabulario

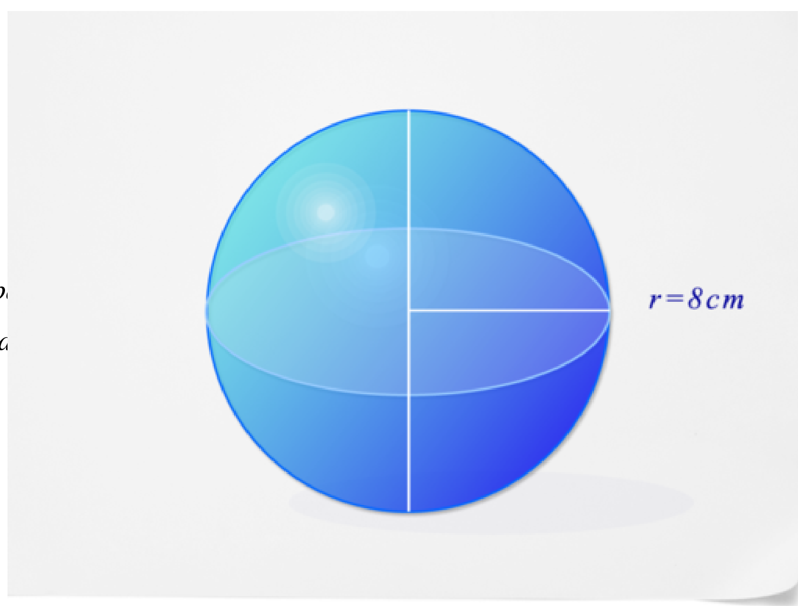
Esfera
Figura sólida perfectamente redonda donde todos sus puntos son equidistantes de un punto central.

Volumen
Capacidad de contención de una figura sólida.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio p

Encuentra el volumen d

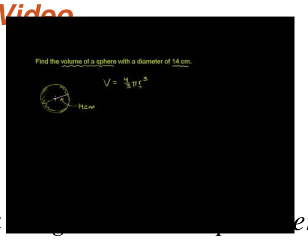


Solución

Usemos la fórmula para encontrar el volumen de una esfera dado el valor de su radio.

Esta es nuestra respuesta.

Repaso en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65519

Haz clic en la ... er más contenido

**Solo en Inglés*

Volume of a Sphere

Práctica

Instrucciones: Encuentra el volumen de cada esfera. Cuando sea necesario, puedes redondearlo al centésimo más cercano.

1. *Una esfera con un radio de 3 m.*
2. *Una esfera con un radio de 2,5 m.*
3. *Una esfera con un radio de 5 pulg.*
4. *Una esfera con un radio de 6 pulg.*
5. *Una esfera con un radio de 7 pies.*
6. *Una esfera con un radio de 4,5 cm.*
7. *Una esfera con un radio de 5,5 m.*
8. *Una esfera con un radio de 13 mm.*
9. *Una esfera con un diámetro de 8 pulg.*
10. *Una esfera con un diámetro de 10 pies.*
11. *Una esfera con un diámetro de 3 m.*
12. *Una esfera con un diámetro de 13 m.*
13. *Una esfera con un diámetro de 22 pies.*

Instrucciones: Usa lo que has aprendido para resolver cada problema.

14. *Una esfera tiene un diámetro de 12 pies. ¿Cuál es su volumen?*
15. *Kelly tiene una botella de perfume en forma de esfera. El diámetro de la botella es 6 pulgadas. ¿Cuánto perfume queda en la botella de Kelly si la botella está medio llena?*

Resumen

Empezamos aprendiendo sobre el área. Aprendiste cómo hallar las dimensiones y áreas de distintos triángulos y cuadriláteros. Al trabajar con cuadriláteros, también aprendiste cómo identificar distintos cuadriláteros.

Luego, aprendiste sobre los círculos. Tras identificar los círculos, viste cómo usar la fórmula de la circunferencia para determinar la circunferencia de distintos círculos. Luego, usaste la fórmula para encontrar el área de un círculo y para determinar el área de diferentes círculos.

Luego, aprendiste sobre los sólidos. Viste cómo las redes y las diferentes características pueden ayudarte a identificar diferentes figuras sólidas. Una vez que identificaste distintos sólidos, aprendiste cómo encontrar el área de superficie de estas figuras. Finalmente, aprendiste cómo aplicar distintas fórmulas para calcular el volumen de distintas figuras sólidas.

CHAPTER 9 Funciones Lineales y Gráficas

Chapter Outline

Introducción

En esta sección, conocerás las funciones lineales y las gráficas. Comenzarás con las funciones, aprenderás a identificarlas, representarlas y escribirlas. Esto incluye las reglas, la notación y las tablas de las funciones. Luego, aprenderás sobre la pendiente y cómo usar los interceptos. Más tarde explorarás las ecuaciones lineales junto con las pendientes y aprenderás nuevas formas de escribir ecuaciones lineales. A continuación, reconocerás, resolverás y graficarás sistemas de ecuaciones lineales. Por último, resolverás y graficarás inecuaciones lineales.

9.1 Reconocimiento de funciones

Aquí, aprenderás sobre las funciones. Aprenderás sobre relaciones, rangos y dominios.

¿Sabes cómo identificar una función? ¿Alguna vez has trabajado como voluntario en un comedor de beneficencia? Mira este problema.

Un comedor de beneficencia prepara comida todos los días del mes. El supervisor lleva la cuenta de la cantidad de personas que come cada día. La tabla de datos de los primeros días está a continuación.

TABLE 9.1:

Día del mes	# de visitantes
[illegible]	[illegible]

¿Puedes identificar el rango de estos datos? ¿Y el dominio? ¿Es una función este grupo de datos?

Esta sección te enseñará sobre relaciones, rangos, dominios y funciones. Para el final, sabrás cómo responder esta pregunta.

Orientación

Muchos números tienen relaciones precisas y predecibles-el número de motocicletas y el número de neumáticos, el número de horas que trabajas y el dinero que recibirás, el número de años que asistes a la universidad y tus ahorros de toda la vida.

Por medio de tablas a enados que vincula un elemento con otro y un otra variable.

Cuando trabajamos co vemos cómo un factor influencia o afecta otro

¿Qué es una relación?

Una relación está escr x **y un valor es igual a** y **.**

Con una relación busca

Mira.

Una motocicleta es un par ordenado: consta de la moto en sí y neumáticos (1,2).

Esto significa que por cada motocicleta hay dos neumáticos. Esta es una relación.

Una relación es un grupo de pares ordenados.

La primera coordenada sería el número de motocicletas y la segunda coordenada el número de neumáticos.

La relación tiene partes también. Podemos tener un *dominio* y un *rango* para cada relación. *Los valores del dominio y el rango ayudan a comprender la relación.*

El dominio está compuesto por los valores de la primera columna o la coordenada x **de la relación.**

El rango está compuesto por la segunda columna o el valor y **de la relación.**

Hay diferentes tipos de relaciones también. Una relación puede ser una *función* o no serla.

Una función es una relación en la que cada miembro del dominio esta pareado con solo un miembro del rango.

En otras palabras, un número en el dominio no puede tener dos valores en el rango. Cuando vemos los valores en el dominio y el rango podemos saber si la relación es una función o no.

Escribe las definiciones de relación, dominio, rango y función en tu cuaderno.

Ahora, usemos esta información.

¿Es esta relación una función?

Para saberlo, tenemos que comparar los valores de la primera columna con los valores de la segunda columna. Para cada valor del dominio hay solo un valor en el rango. En otras palabras, no hay valores que se repiten.

Por lo tanto, esta relación es una función.

Aquí hay otra.

¿Es esta relación una función?

Esta relación no es una función porque el 12 en el dominio está pareado con dos valores en el rango. Nota que también podemos anotar estos valores en pares ordenados. Ver un grupo de pares ordenados también nos puede ayudar a determinar si una relación es una función o no.

Identifica si cada relación es una función.

Ejemplo A

$(1,2)(2,6)(7,9)(8,4)$

Solución: Función

Ejemplo B

$(3,2)(2,5)(3,9)(4,4)$

Solución: No es una función.

Ejemplo C

$(1,11)(2,12)(3,16)(1,14)$

Solución: No es una función.

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección.

Podemos reescribir estos datos como una *relación* , un grupo de pares ordenados. La primera coordenada será el día del mes y la segunda coordenada el número de visitantes.

La relación se vería así {(1, 82), (2, 84), (3, 87), (4, 80), (5, 91), (6, 93), (7, 104), (8, 84), (9, 88)}. Nota que los días de la semana forman del valor de x y el número de visitantes forma el valor de y .

Los corchetes, {}, indican que estos son los pares ordenados del grupo.

Podemos tener un dominio *y un* rango *para cada relación. Los valores en el dominio y el rango nos ayudan a comprender la relación.*

El *dominio* está compuesto por los valores de la primera columna o la coordenada x de la relación.

El *rango* está compuesto por la segunda columna o el valor y de la relación.

Una *función* es una relación en la que cada miembro del dominio esta pareado con solo un miembro del rango.

En otras palabras, un número en el dominio no puede tener dos valores en el rango. Cuando vemos los valores en el dominio y el rango podemos saber si la relación es una función o no.

Escribe las definiciones de relación, dominio, rango y función en tu cuaderno.

Vocabulario

Relación
: *Grupo de pares ordenados*

Dominio
: *Valor de x en una tabla o función*

Dominio
: *Valor de y en una tabla o función*

Función

Cada valor que en el dominio está conectado solo a un valor en el rango.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

¿Es esta relación una función? {(8, -2), (5, -3), (0, -9), (8, -4)}

Solución

Para saberlo, vemos los valores en el dominio. El valor 8 está emparejado con dos valores en el rango, por lo esta relación no es una función.

Repaso en video

MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/57644

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Introduction to Funcións

**Este video solo está disponible en inglés*

Práctica

Instrucciones: ¿Estas relaciones son funciones? Escribe si cada ejemplo es una función o no.

1. *{(4, 7), (8, 11), (4, 9), (8, 13)}*
2. *{(2, 7), (2, 11), (4, 12), (8, 13)}*
3. *{(3, 4), (5, 6), (7, 8), (8, 10)}*
4. *{(12, 7), (11, 11), (14, 9), (18, 13)}*
5. *{(3, 7), (4, 11), (3, 9), (12, 13)}*
6. *{(8, 7), (9, 6), (10, 5), (11, 4)}*
7. *{(4, 2), (8, 1), (3, 9), (8, 7)}*
8. *{(11, 17), (18, 21), (14, 19), (18, 13)}*
9. *{(4, 7), (8, 11), (4, 9), (8, 13)}*
10. *{(-3, 0), (-2, 0), (-1, 0), (0, 0), (1, 1)}*
11. *{(6, 25), (12, 35), (18, 45), (24, 55)}*
12. *{(2, 4), (3, 5) (2, 6), (7, 9)}*
13. *La cantidad de plátanos que compras en una tienda por $0,85 la libra.*
14. *La cantidad de zanahorias que compras en una tienda por $0,29 la libra.*
15. *El incremento constante en el precio del pasaje del bus durante un periodo de tiempo.*

9.2 R… nción

Aquí, resolverás la regl… r dado.

¿Alguna vez has jugad…

La clase de séptimo grado está planeando una salida a terreno. Hay dos propuestas: ir a jugar a los bolos o ir al omni-teatro. Para tomar la mejor decisión los estudiantes deben investigar un poco.

Casey y su amigo Max están a cargo de cotizar en las distintas boleras para encontrar el mejor precio. Descubren una bolera que está muy cerca de la escuela y que tiene una muy buena oferta. Esta bolera cobra una tarifa fija por los zapatos además de un precio por partida.

"Me pregunto cuántas partidas podremos jugar", dijo Casey a Max.

"No lo sé, pero eso se reflejará en el costo", respondió Max.

"Averigüémoslo. ¿Cuál es el precio por los zapatos?", preguntó Casey.

"El precio por los zapatos es de $2 y cada partida cuesta $3", dijo Max.

Los dos niños tomaron un trozo de papel y comenzaron a calcular el total basados en la cantidad de partidas.

Para resolver este problema tendrás que comprender las funciones. Una función es cuando una variable es afectada por otra. En este caso, hay un precio por los zapatos y un precio por partida. El costo total por estudiante dependerá del número de partidas. El costo es una función de las partidas. Aprende lo más posible y podrás calcular los precios para el final de esta sección.

Orientación

¿Recuerdas cómo identificar una función, una relación, el rango y el dominio?

Una *función* es una relación en la que cada miembro del dominio esta pareado con solo un miembro del rango. *En otras palabras, un número en el dominio no puede tener dos valores en el rango. Cuando vemos los valores en el dominio y el rango podemos saber si la relación es una función o no.*

Una relación es un grupo de pares ordenados.

Los valores del dominio y el rango ayudan a comprender la relación.

El dominio está compuesto por los valores de la primera columna o la coordenada x de la relación. El rango está compuesto por la segunda columna o el valor y de la relación.

Una de las mejores ventajas de las funciones es que pueden ser aplicadas a todo tipo de situaciones. Solo recuerda que para que una relación sea una función los valores del dominio tienen que ser asignados a un solo valor del rango. Una manera de analizar las funciones es usar una tabla de funciones.

Una tabla de funciones es una tabla de valores en donde el valor de entrada es el dominio y el valor producto es el rango.

Mira la tabla a continuación.

TABLE 9.2:

Valor del dominio	Valor del rango
[illegible]	[illegible]

Aquí hay una función que tiene dos grupos de valores. **El valor de la izquierda es el dominio y el valor de la derecha el rango. Si fuéramos a escribir esta función como pares ordenados, tendríamos que usar la columna izquierda para el valor de x y la columna derecha como el valor de y .**

Escribamos esta relación: (3, 6) (4, 8) (5, 10) (6, 12). Hay una relación entre los valores del dominio y los valores del rango. Podemos decir que el rango fue creado cuando se completó alguna operación u operaciones con el valor del dominio.

¡El valor del rango es resultado de una operación con el valor del dominio!

¿Qué pasó con la el valor del dominio para que igualara el valor del rango?

Si piensas en esto verás que el valor de x fue multiplicado por 2 o doblado para igualar el valor de y Podemos escribir esto como una ecuación.

$y = 2x$

Esto dice que el valor de y se crea cuando el valor x es multiplicado por 2.

Esto se denomina regla de función. Puede ser escrita en palabras o en forma de ecuación. Esta regla de función te dice qué operación u operaciones realizar con los valores para obtener el valor del rango.

Ahora que sabes cómo identificar la regla de una función, apliquemos el conocimiento.

Usa la regla de la función $3x$ para calcular el valor del dominio para completar cada valor del rango.

TABLE 9.3:

Valor del dominio	Valor del rango
[illegible]	

No todos los valores de dominio serán así de simples, pero este ejemplo te permitirá practicar un poco la aplicación de una regla de función. Sabemos que la regla de la función es $3x$, por lo que podemos tomar cada valor del dominio y multiplicarlo por 3. Esto nos dará el valor correcto para el rango.

TABLE 9.4:

Valor del dominio	Valor del rango
[illegible]	[illegible]

Puedes ver que la regla de la función fue aplicada a cada valor del dominio y que el valor del rango que se obtiene completa la tabla.

Mira cada lista de valores. Escribe el valor de rango para cada lista usando $2x-2$ como la regla de función.

Ejemplo A

$4, 5, 7, 9$

Solución: $6, 8, 12, 16$

Ejemplo B

$-3, 4, -5, 7$

Solución: $-8, 6, -12, 12$

Ejemplo C

$-1, -9, 11, 12$

Solución: $-4, -20, 20, 22$

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección.

Lo primero que debemos hacer es escribir una ecuación que represente la información dada. Sabemos que cada partida cuesta $3 y que el costo fijo de los zapatos es $2. El costo variable es el costo aplicado al número de partidas que se juegue. El número de partidas es nuestra variable.

$C(g) = 3g + 2$

Esta ecuación significa que el costo c es una función del número de partidas más la tarifa de $2 por los zapatos.

TABLE 9.5:

Partidas jugadas	Costo ($)
[illegible]	[illegible]

Los datos muestran que cuando el número de partidas incrementa en 2, el costo incrementa en $6. Basándonos en el número de partidas, el costo debería oscilar entre los $8 y $20, a pesar de que es improbable que algún estudiante tenga el tiempo para jugar 6 partidas.

Vocabulario

Relación
Grupo de pares ordenados

Dominio
Valor de x en una tabla o función

Rango
Valor de y en una tabla o función

Función
Situación en la que cada valor del dominio está conectado solo a un valor en el rango.

Regla de función
Operación u operaciones realizadas con el valor del dominio y que luego iguala el valor del rango.

Entrada
Valor de x o dominio de una función.

Producto
Valor de y o rango de una función.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

Usa la regla de función $2x + 1$ para calcular cada valor de dominio. Completa la tabla

TABLE 9.6:

Valor de dominio	Valor de rango
[illegible]	

Solución

Esta tabla tiene valores positivos y negativos, pero seguiremos el mismo procedimiento. Simplemente sustituye el valor de x en la regla de función y calcula el valor resultante.

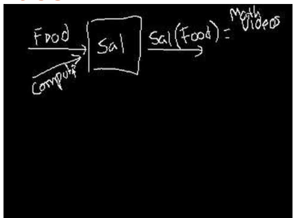
Ahora podemos incluir los valores en la columna del rango de nuestra función.

TABLE 9.7:

Valor de dominio	Valor de rango
[illegible]	[illegible]

Esta es nuestra respuesta. Nuestro trabajo ha terminado.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/57644

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Introduction to Funcións

**Este video solo está disponible en inglés*

Práctica

Instrucciones: Para los ejercicios 1 a 5, encuentra cada resultado si la regla de la función es $3x+2$

TABLE 9.8:

Número del problema	Valor de dominio	Valor de rango
[illegible]	[illegible]	

Instrucciones: Para los ejercicios 6 a 8, encuentra cada resultado si la regla de la función es $4x$

TABLE 9.9:

Número del problema	Valor de dominio	Valor de rango
[illegible]	[illegible]	

Instrucciones: Para los ejercicios 11 a 15, encuentra cada resultado si la regla de la función es $-3x$

TABLE 9.10:

Número del problema	Valor de dominio	Valor de rango
[illegible]	[illegible]	

Instrucciones: Responde las preguntas sobre funciones.

16. *Un pastelero necesita comprar suficiente masa para sus galletas. Compra una libra de masa por cada veinte galletas que horneará. Usa la función* $d(c) = \frac{c}{20}$ *donde c es el número de galletas y d son las libras de masa que debe comprar. Identifica cuál variable es el dominio y cual variable es el rango.*
17. *Calcula la función* $f(x) = 2x+7$ *cuando el dominio es {-3, -1, 1, 3}.*
18. *Calcula la función* $f(x) = \frac{2}{5}x-6$ *cuando el dominio es {-10, -5, 0, 5, 10}.*
19. *Calcula la función* $f(x) = 3x-1$ *cuando el dominio es {5, 6, 7, 8, 9}.*
20. *Calcula la función* $f(x) = x-9$ *cuando el dominio es {1, 2, 3, 4, 5}.*

9.3 Escritura de las reglas de la función

Aquí, usarás tablas de dominio/rango para escribir reglas de función.

¿Alguna vez has comido un churro? Mira este problema.

Estás a punto de ordenar un montón de churros para tu familia. Cada uno cuesta $1,50. ¿Cuánto te costará comprar 6, 8 o 10 churros? ¿Cuál es la regla de la función?

Esta sección te mostrará cómo escribir una regla de función para una situación como esta.

Orientación

¿Recuerdas cómo identificar una función, una relación, el rango y el dominio?

Una *función* es una relación en la que cada miembro del dominio esta pareado con solo un miembro del rango. *En otras palabras, un número en el dominio no puede tener dos valores en el rango. Cuando vemos los valores en el dominio y el rango podemos saber si la relación es una función o no.*

Una relación es un grupo de pares ordenados.

Los valores del dominio y el rango ayudan a comprender la relación.

El dominio está compuesto por los valores de la primera columna o la coordenada x de la relación. El rango está compuesto por la segunda columna o el valor y de la relación.

Una de las mejores cosas de las funciones es que pueden ser aplicadas a todo tipo de situaciones. Solo recuerda que para que una relación sea una función los valores del dominio tienen que ser asignados a un solo valor del rango. Una manera de analizar las funciones es usar una tabla de funciones.

Una tabla de funciones es una tabla de dominio/rango en donde el valor de la entrada es el dominio y el valor producto es el rango.

Hay reglas de función que trabaj... ...blas. ¿Sabes lo que es una regla de función ?

Una regla de función pued... ...as o en forma de ecuación. La regla de función te dice qué operación u operaciones r... ...ra obtener el rango.

También podemos usar las ... ...yuda para escribir reglas de función. Cuando vemos el dominio y desciframo... ...podemos escribir una regla basada en nuestros descubrimient... ...ar las pistas.

Mira.

x
6

Lo primero que debes ... ...sido reemplazadas por x y $f(x)$. Esto signific... ...es el dominio y que el rango es una función ...

Esto es exactamente lo que necesitas h

Viendo este patrón puedes observar que e ... a de la tabla. Cada valor de x incrementa en 5. Esto significa que podemos escribi ... nción.

$f(x) = x + 5$

Esta es nuestra respuesta.

Escribe un ejemplo de notación de funciones y lo que tienes que buscar para encontrar un patrón cuando buscas la regla de una función. Escribe esto en tu cuaderno.

Escribe una regla de función para cada ejemplo.

Ejemplo A

TABLE 9.12:

x	$f(x)$
[illegible]	[illegible]

Solución: $x - 1$

Ejemplo B

TABLE 9.13:

x	$f(x)$
[illegible]	[illegible]

Solución: $2x + 1$

Ejemplo C

TABLE 9.14:

x	$f(x)$
[illegible]	[illegible]

Solución: $-3x$

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección.

Primero, tomamos la información dada para escribir la regla.

$p(c) = 1.50c$ *donde p es el precio total y c el número de churros.*

Luego, podemos sustituir distintos valores en la regla de función para averiguar el costo de 6, 8 o 10 churros.

Basados en el número de churros podemos averiguar las diferencias en el costo. Esta es nuestra respuesta.

Vocabulario

Relación
Grupo de pares ordenados

Dominio
Valor de x en una tabla o función

Rango
Valor de y en una tabla o función

Función
Cada valor que en el dominio está conectado solo a un valor en el rango.

Regla de función
Operación u operaciones realizadas con el valor del dominio y que luego iguala el valor del rango.

Valor de entrada
Valor de x o dominio de una función.

Output
Valor de y o rango de una función.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

Una la notación de funciones para escribir una regla de función para la tabla dada.

TABLE 9.15:

x	$f(x)$
[illegible]	[illegible]

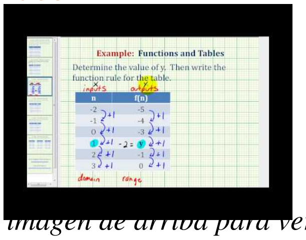
Solución

Partamos por encontrar un patrón. ¿Notas alguno?

Cada valor del dominio ha sido dividido por la mitad. Podemos escribir esta regla de función en dos maneras.

Ambas se consideran correctas.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5542

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Writing Función Rules

**Este video solo está disponible en inglés*

Práctica

Instrucciones: *Escribe las reglas de la función.*

1. *Escribe una regla de función para los siguientes datos.*

TABLE 9.16:

x	$f(x)$
[illegible]	[illegible]

2. *Escribe una regla de función para los siguientes datos :*

TABLE 9.17:

x	$f(x)$
[illegible]	[illegible]

3. *Escribe una regla de función para los siguientes datos :*

TABLE 9.18:

x	$f(x)$
[illegible]	[illegible]

4. *Escribe una regla de función para la siguiente tabla.*

TABLE 9.19:

x	$f(x)$
[illegible]	[illegible]

5. *Escribe una regla de función para la siguiente tabla.*

TABLE 9.20:

x	$f(x)$
[illegible]	[illegible]

6. *Escribe una regla de función para cada tabla.*

TABLE 9.21:

x	$f(x)$
[illegible]	[illegible]

7. *Escribe una regla de función para cada tabla.*

TABLE 9.22:

x	$f(x)$
[illegible]	[illegible]

8. *Escribe una regla de función para cada tabla.*

TABLE 9.23:

x	$f(x)$
[illegible]	[illegible]

Instrucciones: *Resuelve los siguientes problemas.*

9. *Un sándwich cuesta \$3.45. Escribe una regla de función para el costo, c , para un número de sándwiches, s .*
10. *Ahora, encuentra el costo de 3 sándwiches.*
11. *Encuentra el costo de 6 sándwiches.*
12. *Encuentra el costo de 9 sándwiches.*
13. *Encuentra el costo de 2 sándwiches.*
14. *Encuentra el costo de 8 sándwiches.*
15. *Encuentra el costo de una docena sándwiches.*

9.4 E riables a u

Aquí, reconocerás un y usarás tablas para encontrar dichas soluci

¿Alguna vez has ido a u

Tasha y Uniqua piensan que su curso, una clase de séptimo grado, deberían ir al omni-teatro para ver una película sobre la selva tropical. Luego de llamar al Museo de Ciencias donde se ubica el cine, recopilan la siguiente información.

El costo de una entrada es de $5, pero hay un costo adicional del servicio de $2 por entrada.

"Es mucho dinero", dice Tasha.

"Bueno, depende de cuántos estudiantes irán realmente", dice Uniqua.

"Averigüémoslo. Hay 22 estudiantes en nuestra clase y podrían ir de 22 a 18 estudiantes, dependiendo del número de ausentes. Ahora necesitamos hacer los cálculos", dice Tasha sacando un trozo de papel.

Tendrás que usar una función para resolver este problema. Para encontrar el rango de los precios de este paseo tendrás que escribir una ecuación y crear una tabla para mostrar cómo el costo cambia en base al número de estudiantes que asisten al paseo. Para el final de esta sección sabrás cómo resolver este problema.

Orientación

¿Recuerdas cómo identificar una función y una regla de función?

Una *función* es una relación en la que cada miembro del dominio esta pareado con solo un miembro del rango.

En otras palabras, un número en el dominio no puede tener dos valores en el rango. Cuando vemos los valores en el dominio y el rango podemos saber si la relación es una función o no.

Las funciones pueden ser representadas con valores en una tabla. Una tabla de funciones es una tabla de dominio/rango en donde el valor de la entrada es el dominio y el valor producto es el rango.

Hay reglas de función que trabajan con las tablas. ¿Sabes lo que es una regla de función?

Una regla de función puede ser escrita en palabras o en forma de ecuación. La regla de función te dice qué operación u operaciones realizar con el dominio para obtener el rango.

También puedes empezar con las ecuaciones o reglas y luego ver cómo estas ecuaciones pueden ayudarnos a encontrar los pares ordenados.

Comencemos pensando en la siguiente ecuación.

$3+2=5$

Es una ecuación verdadera. Probablemente recuerdes ecuaciones como esta de tus días en la escuela primaria. Sin embargo, podemos considerar esta ecuación de una nueva manera. Aquí tenemos la afirmación de que tres más dos es iguala a cinco. Bueno, hay otros valores que también podrían sumarse para obtener 5. Podríamos sumar números positivos y negativos para obtener cinco. Por lo tanto, hay muchos valores posibles que pueden ser sumados para obtener cinco. Cambiemos esta ecuación para que esto sea más claro.

$x+y=5$

Ahora hemos usado los valores x y y para mostrar que tenemos dos valores diferentes que pueden ser sumados para igualar y .

Piensa en los pares ordenados. Un *par ordenado* tiene un valor x **y un valor** y **.** *Si quisiéramos encontrar valores para hacer que la ecuación sea verdadera, entonces también podríamos decir que teníamos pares ordenados que harían de esta una ecuación verdadera.*

Una respuesta para esta ecuación es el par ordenado (2,3) donde el valor de x **es 2 y el valor de** y **es 3. La suma es igual a cinco.**

Veamos esta situación.

Encuentra tres soluciones para la ecuación $2x+y=12$ *y escríbelas en pares ordenados.*

$2\cdot 2+8=12$ *de forma que el par orden*

$2\cdot 3+6=12$ *de forma que el par orden*

$2\cdot -5+22=12$ *de forma que el par ord*

Cuando una ecuación está en escrita **uman para igualar un tercer valor se denomina *forma están***

Escribe la definición d

Has aprendido a identi *cuaciones en **forma de función** .* **Se denomina** **de la ecuación.**

$y=2x+1$

Esta es una ecuación e *n de 2x más uno. Esto significa que el valor d* *mostrar que el valor de y es una función del res*

Exactamente. Explicaremos esto con más claridad. Sabemos que el valor de y **depende del resto de la ecuación, incluyendo cualquier valor que sustituyamos por** x **. Entonces podemos decir que** y **es una función del resto de la ecuación. Por lo tanto, podemos decir también que** $f(x)$ **también es dependiente del resto de la ecuación.** $f(x)$ **es lo mismo que** y **.**

Analicemos la situación.

$y=3x+1$

Para trabajar con esta ecuación tenemos que crear una tabla de valores. Solo así sabremos qué valor de y se basa en qué valores que sustituiremos para x .

TABLE 9.24:

x	y
[illegible]	[illegible]

Ahora tenemos los valores para x e y . **También puedes notar que desde que tenemos estos dos valores, también tenemos un grupo de pares ordenados que han sido creados en forma de tabla.**

Escribe cada ecuación en forma de función.

Ejemplo A

$2x+y=7$

Solución: $y=-2x+7$

Ejemplo B

$-3x+y=18$

Solución: $y=3x+18$

Ejemplo C

$x+y=10$

Solución: $y=-x+10$

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección.

El problema puede ser resuelto primero escribiendo una ecuación. Para hacerlo, necesitamos ver la información dada.

Total cost $=y$

$x=$ ***Número de estudiantes que puede variar.***

$2 es el costo adicional por el servicio.

$5 el costo por entrada

$y=5x+2$

Ahora podemos crear nuestra tabla de valores basándonos en el rango de estudiantes que irán. Uniqua y Tasha piensan que irán entre 22 a 18 estudiantes al paseo.

TABLE 9.25:

x	y
[illegible]	[illegible]

Vocabulario

Par ordenado
Valores de x y y que pueden ser encontrados en una tabla o usados para graficar puntos o una línea en el plano de coordenadas.

Forma estándar
Forma de una ecuación $Ax+By=C$

Forma de función
Forma de una ecuación $y=mx+b$

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

Reescribe esta ecuación en forma de función.

$4x-y=-1$

Solución

Aquí tenemos una ecuación en forma estándar. Necesitamos reescribir esta ecuación en forma de función. Para hacerlo, tenemos que mover el uno negativo con el $4x$ *y el* $-y$ *al lado opuesto del signo igual. Tenemos que hacerlo usando las* ***operaciones inversas.*** **Recuerda que una operación inversa es la operación opuesta.**

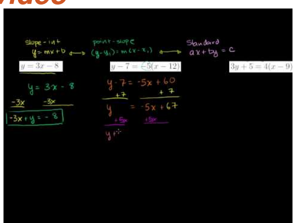
Una vez que tenemos la ecuación en forma de función podemos usar una tabla de valores para encontrar un grupo de pares ordenados.

TABLE 9.26:

x	y
[illegible]	[illegible]

Ahora tenemos un grupo de pares ordenados para la ecuación $y = 4x + 1$ **.**

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/85

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Linear Equations in Standard Form

Este video solo está disponible en inglés

Práctica

Instrucciones: Encuentra 4 soluciones para la función $3x + y = 24$ *. Escribe tus respuestas como pares ordenados.*

1.
2.
3.
4.

Instrucciones: Encuentra 4 soluciones para la función $2x - y = 9$ *. Escribe tus respuestas como pares ordenados.*

5.
6.
7.
8.

Instrucciones: Escribe cada ecuación en forma estándar.

9. $y = 2x + 3$
10. $y = -4x + 6$
11. $y = -2x - 4$
12. $y = -5x + 4$
13. $y = -3x - 2$
14. $y = -4x - 6$
15. $y = 6x - 1$

9.5 Uso de tablas para graficar funciones

Aquí aprenderás a usar una tabla para graficar funciones que representen las ecuaciones lineales y las ecuaciones de rectas horizontales y rectas verticales

¿Sabes cómo graficar una ecuación? Mira este problema.

$y = 2x - 1$

Aquí hay una ecuación. Esta ecuación está en forma de función y puede ser graficada. ¿Sabes cómo hacerlo? ¿Es una ecuación lineal?

Esta sección te mostrará cómo graficar e identificar diferentes ecuaciones. Verás este problema otra vez al final de la sección.

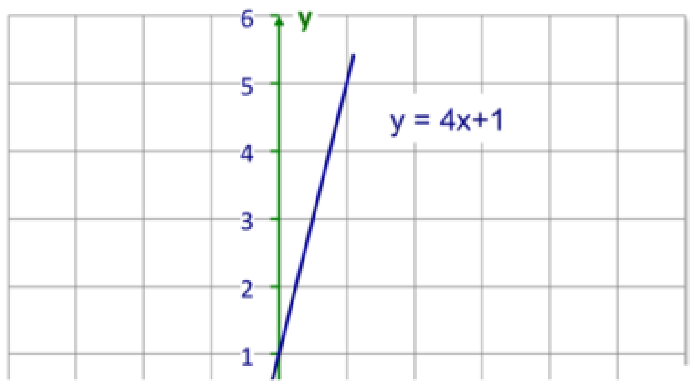
Orientación

¿Sabes cómo graf … *a tabla de valores a partir de una fu*

Mira.

$y = 4x + 1$

x	
0	



Ahora tenemos u … **e la ecuación sea verdadera, así qu**

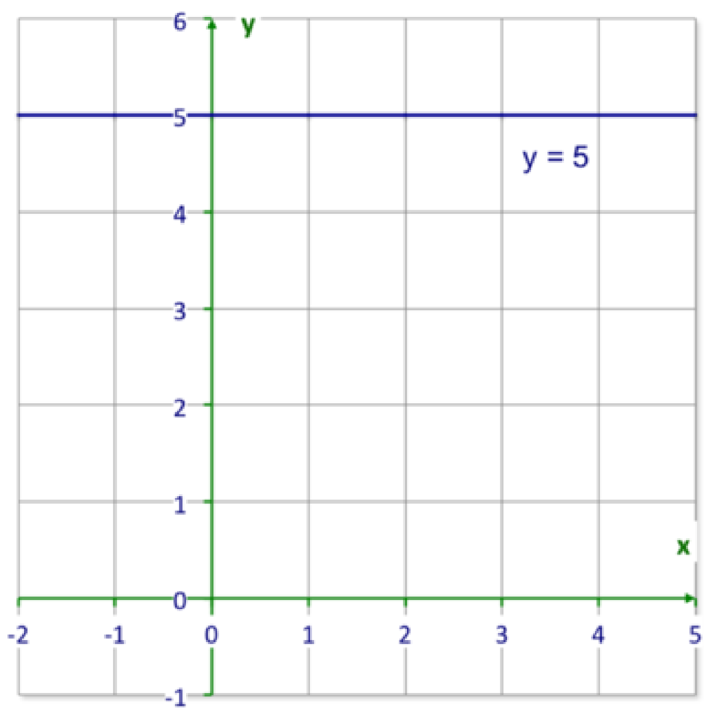
Primero, escriba … *os; sin embargo, puedes tener valo*

(0, 1)

(1, 5)

(2, 9)

(3, 13)

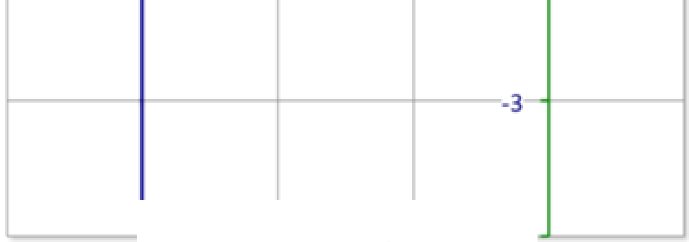


Nota que la gráfi … **graficados para representar una** … **l significa que es una línea.**

Ahora sabes cóm … *un gráfico. ¿Qué pasa con una ecu* … *a cinco, entonces podemos decir qu*

Veamos la gráfica

Puedes ver que la gráfica de esta recta es horizontal.



Luego vemos la e *x es -3, entonces podemos decir qu* *a.*

La gráfica de la ecuación $x = -3$ es un

Podemos decir que cuando x es igual **ertical y cuando y es igual a un valor tenemos la recta horizontal.**

Escribe esta información en tu cuaderno. Asegúrate de que comprendes cómo identificar el gráfico de una recta horizontal o una recta vertical.

Describe cada línea.

Ejemplo A

$x = 5$

Solución: Recta vertical en 5 positivo

Ejemplo B

$y = -2$

Solución: Recta vertical en 2 negativo

Ejemplo C

$y = 3x + 1$

Solución: Una lí **eje y.**

Ahora volvamos a

Primero, nota qu **tabla de valores. Esta tabla nos da**

x

0

Aquí están los pa

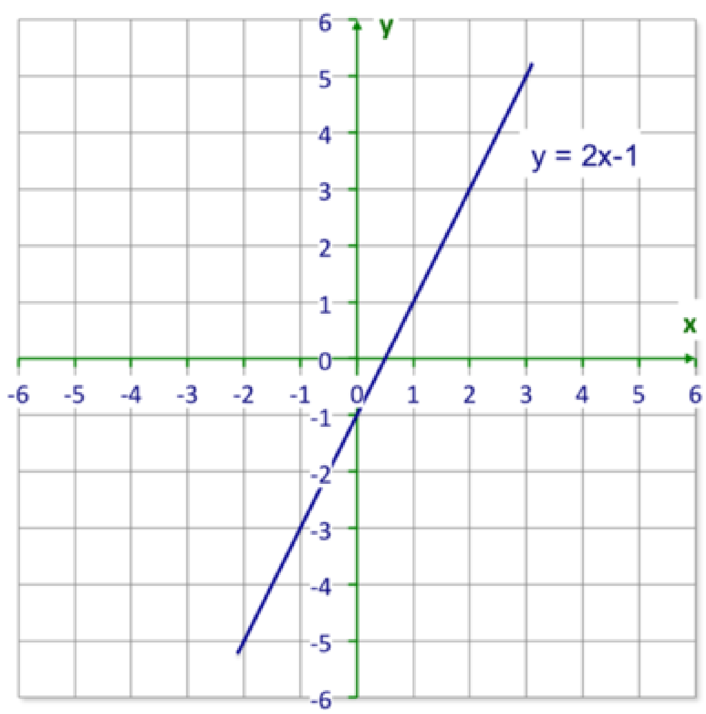
(0, -1)

(1, 1)

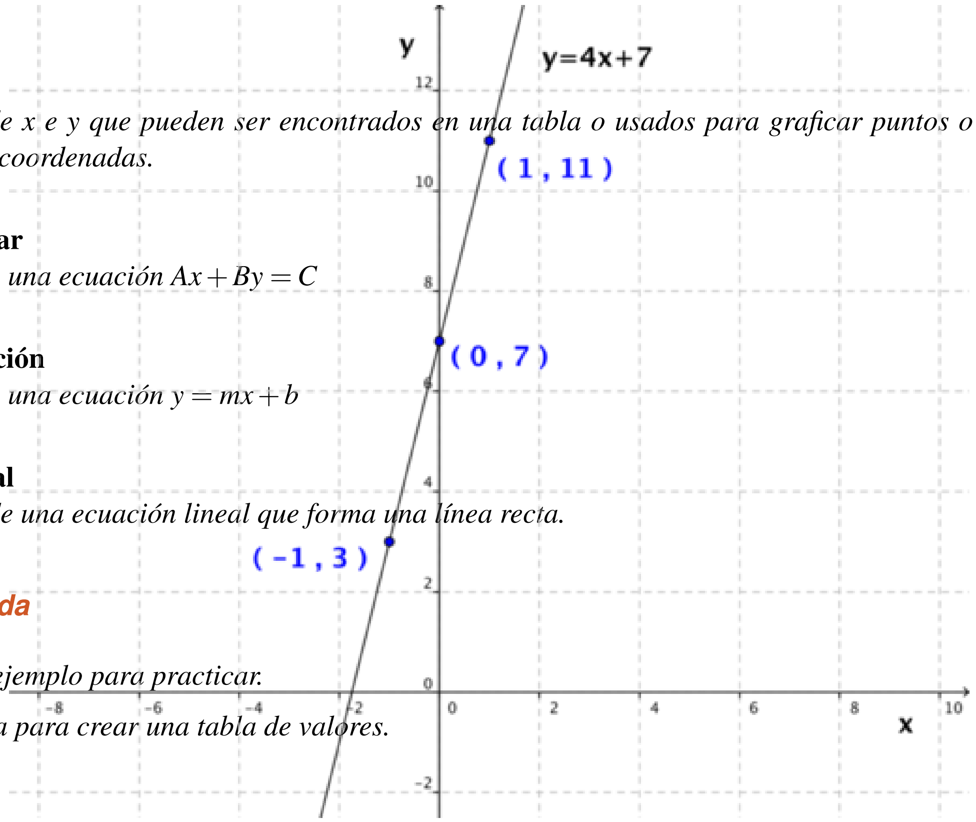
(2, 3)

(3, 5)

Grafiquemos la f



Puedes ver en la gráfica que se trata de una ecuación lineal. El gráfico es una línea recta.



Vocabulario

Par ordenado

Valores de x e y que pueden ser encontrados en una tabla o usados para graficar puntos o una línea en el plano de coordenadas.

Forma estándar

Forma de una ecuación $Ax + By = C$

Forma de función

Forma de una ecuación $y = mx + b$

Ecuación lineal

Gráfica de una ecuación lineal que forma una línea recta.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

Usa esta gráfica para crear una tabla de valores.

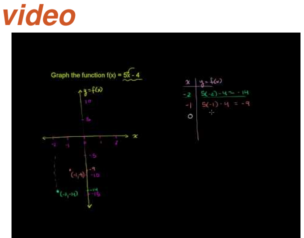
Solución

TABLE 9.29:

x	y
-1	3
0	7
1	11

Esta es nuestra respuesta.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63314

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Graphing a Basic Función

**Este video solo está disponible en inglés*

Práctica

Instrucciones: Crea una tabla de valores para cada ecuación y luego grafícala en el plano coordenado.

1. $y = 2x + 1$
2. $y = 3x + 2$

3. $y = -4x$
4. $y = -2x$
5. $y = -3x + 3$
6. $y = 2x + 3$
7. $y = 3x - 2$
8. $y = -8x$
9. $y = 3x + 1$
10. $y = 4x$
11. $y = -2x + 2$
12. $y = 2x - 2$
13. $y = x - 1$
14. $x = 4$
15. $y = -2$

9.6 U

Aquí identificarás y usa

¿Alguna vez has tenido ... *a.*

Los alumnos de séptimo grado tienen que escoger entre dos alternativas de paseo. Uno es ir a una bolera y el otro es un viaje al omni-teat ... *una reunión en la sala de clases para discutir*

"Creo que debemos ir a ... *te.*

"Este paseo no tiene po

Se generaron algunos a ... *ron.*

"¿Hay algo que las dos

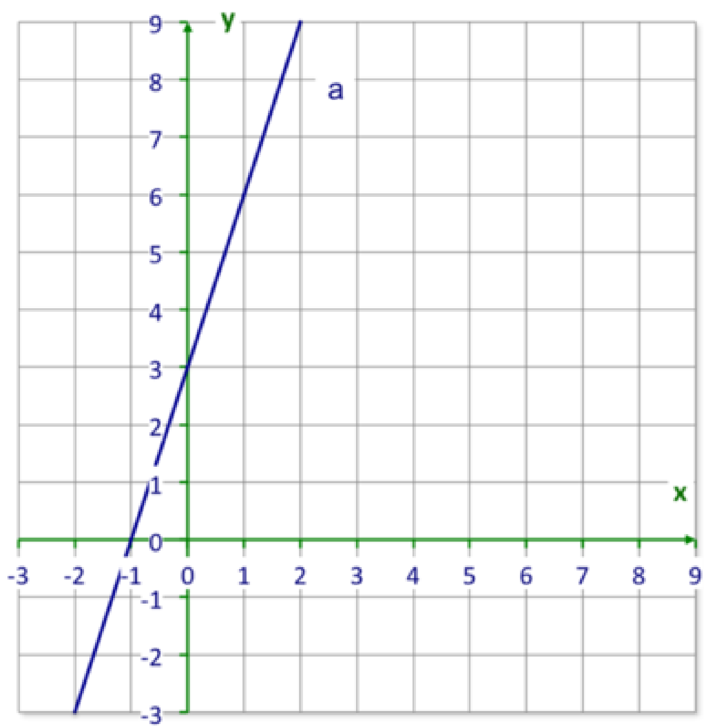
"¿Se refiere al dinero?"

"Sí. ¿Hay una tar

Los estudiantes c ... *ás ecuaciones se encuentran. En e* ... *o. ¿Hay un costo común entre ellas*

Usa esta sección ... **pregunta del sr. Thomas.**

Orientación



En el fútbol amer ... *or el otro equipo que no iba dirigi* ... *s que la mayoría de las rectas inter* ... *usaremos en una variedad de form*

Analiza la siguien ... *l gráfico cruza, o intercepta, tanto e*

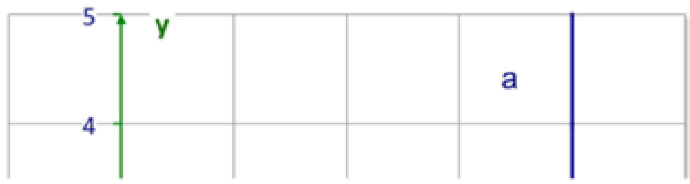
Viendo esta gráfica puedes observar que la línea cruza el eje x y el eje y Hay dos interceptos en esta gráfica.

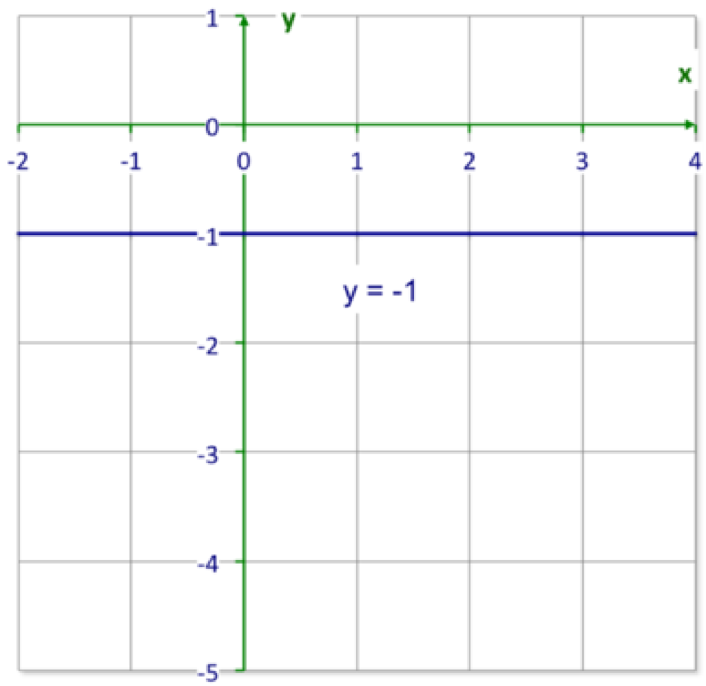
La línea cruza el eje x **en -1.**

La línea cruza el eje y **en 3.**

Estos son los dos interceptos.

Podemos encontrar los dos interceptos de cualquier ecuación lineal. Todo lo que debes hacer es buscar el lugar en donde la recta cruza las dos líneas de los ejes.





Esta es una gran ... *a recta horizontal tiene la ecuación* ... *mos el intercepto x o el intercepto y* ... *vertical. Puedes ver a lo que nos r*...

En estas dos gráficas, x **es igual a 4 e** y **es igual a -1. Puedes notar que cada uno de estos tipos especiales de gráficos solo tienen un intercepto.**

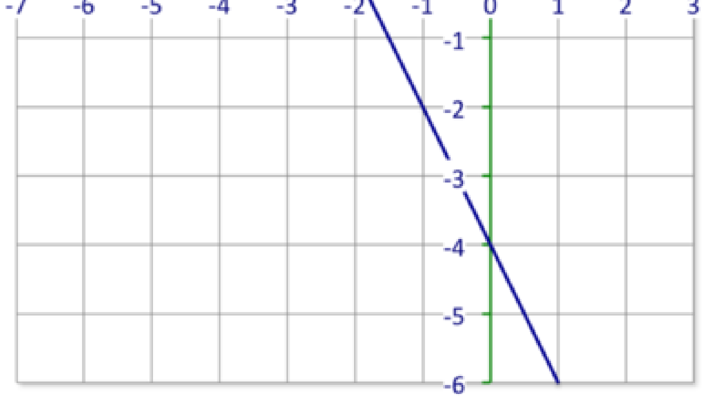
Encuentra los interceptos de x e y y luego grafica la ecuación $2x+3y=6$.

Primero, nota que es una ecuación en forma estándar. Necesitaremos encontrar los interceptos de x **e** y **.**

Para encontrar el intercepto de x **iguala** y **a cero.** *Piensa sobre esto; notarás que es completamente lógico. Si tienes un intercepto en el eje x entonces tiene sentido que el valor de y sea 0.*

Ahora tenemos el par ordenado (3,0) o el intercepto de x en 3.

Para encontrar el intercepto de y iguala x a cero. *Piensa sobre esto; notarás que es completamente lógico. Si tienes un intercepto en el eje y – entonces tiene sentido que el valor de x sea 0.*



Ahora tenemos e

Piensa en una grá *:n 5, pero también que necesita que* *valor que tenga el intercepto y el val*

Mira la siguiente

Ahora veamos la información que podemos interpretar de esta gráfica. Primero, es una gráfica de la ecuación $y = -2x - 4$ **.**

Nota que las coordenadas del intercepto y **son (0,4). Podemos ver que -4 también puede encontrarse en la ecuación misma. Nota cuál es el valor que no está conectado a la variable** x **Cuando vemos una ecuación y una gráfica, esta es una de las maneras de determinar el intercepto de** y **.**

Ahora podemos ver el valor del intercepto x **En este caso, es (-2,0). No dejes que esto te engañe, el intercepto de** y **– puede encontrarse en la ecuación, pero el intercepto de** x **es determinado por el ángulo de inclinación de la recta. Por lo tanto, tendremos que usar la ecuación y una tabla de valores para determinar el intercepto de** x **Sin embargo, todavía puedes determinarlo al ver el gráfico de una recta.**

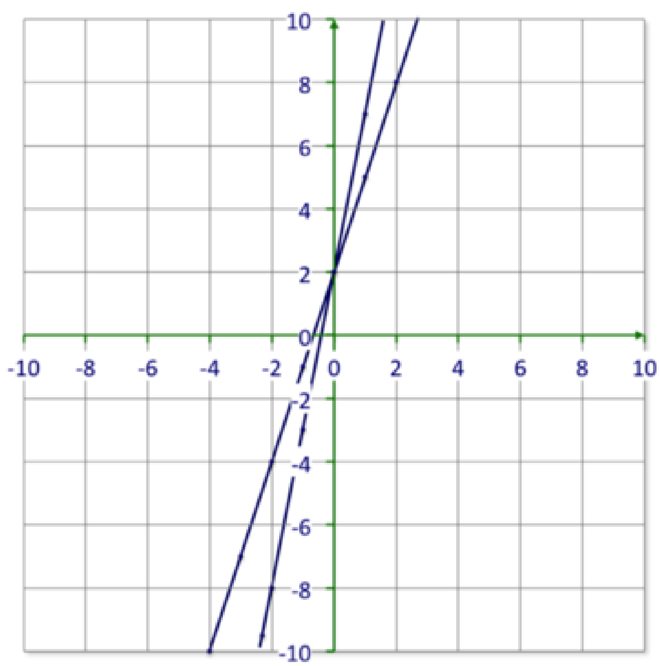
Determina los interceptos de x e y para cada ecuación.

Ejemplo A

$2x + 4y = 8$

Solución: (4,0) y (0,2)

Ejemplo B



$3x + 2y = 6$

Solución: (2,0)(0

Ejemplo C

$4x - 3y = 12$

Solución: (3,0)(0

Ahora volvamos c

Para determinar

El paseo a la bol

El paseo al omni

Puedes notar in **ver si este es en verdad el interce**

La tarifa de $2 dólares por los zapatos o la venta de entradas es el factor común entre los dos paseos.

Vocabulario

Intercepto x
Punto en donde la línea cruza el eje x Siempre tendrá las coordenadas $(x,0)$.

Intercepto y
Punto en donde la línea cruza el eje y Siempre tendrá las coordenadas $(y,0)$.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

Martha gusta de ir al parque todos los días, pero ya son las 6 en punto y sus padres la esperan en casa. Tiene su bicicleta consigo pero a veces le gusta caminar. Camina a 3 millas por hora y viaja en su bicicleta a 9 millas por hora. Si está a 6 millas de su hogar, ¿Cuánto tendrán que esperar sus padres?

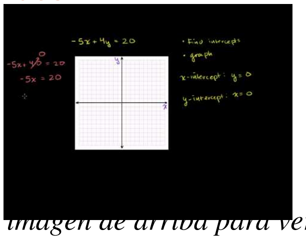
Solución

$w =$ **tiempo (en horas) caminando** $b =$ **tiempo (en horas) en bicicleta**

Si solo va en bicicleta le tomará $\frac{2}{3}$ o 40 minutos.

¡Si solo camina le tomará 2 horas! Esperemos que vaya en bicicleta.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58470

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

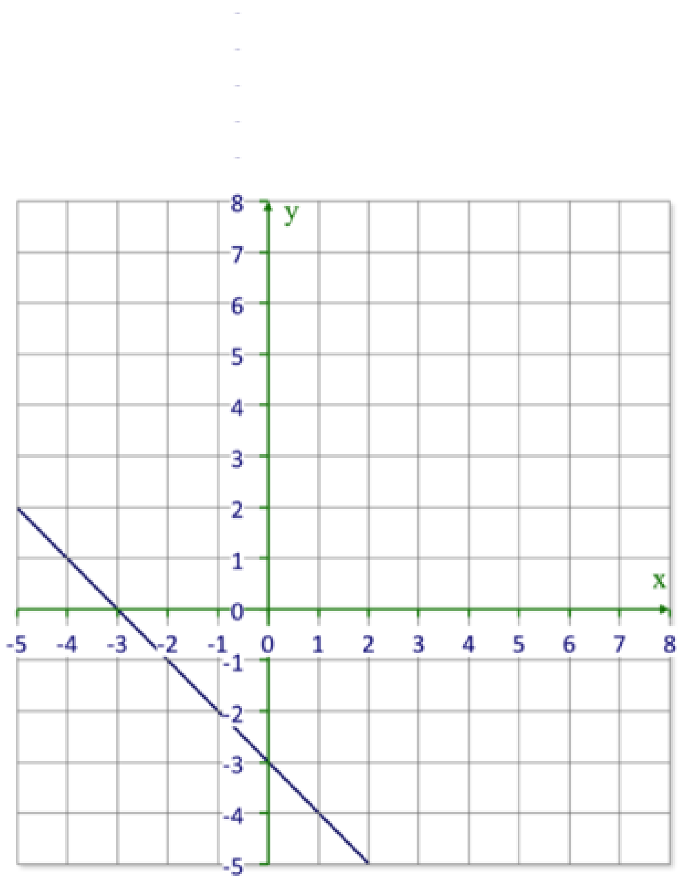
X and Y Intercepts

**Este video solo está disponible en inglés*

Práctica

Instrucciones: *Deter* … *ecuación.*

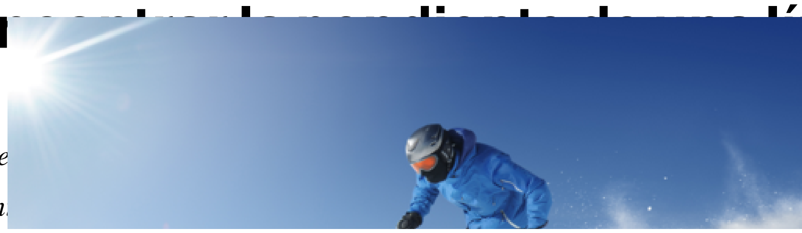
1. $3x+4y=12$
2. $6x+2y=12$
3. $4x+5y=20$
4. $4x+2y=8$
5. $3x+5y=15$
6. $-2x+3y=-$
7. $-3x+y=9$
8. $-2x-2y=6$
9. $7x+3y=21$
10. $2x+9y=36$



Instrucciones: *Mira* … *ico tendrá dos respuestas.*

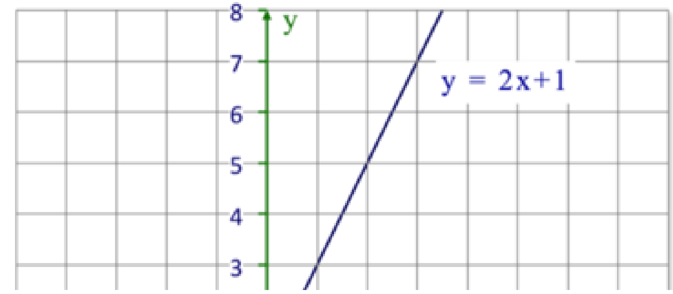
11.
12.
13.
14.
15.
16.

9.7 Er nea



Aquí, encontrarás la pe

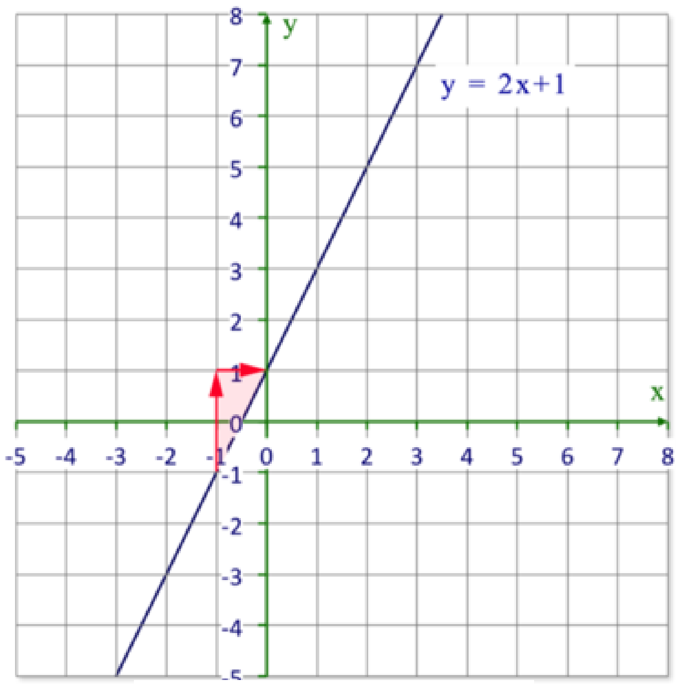
¿Sabes la diferencia en saber si la pendiente de una línea será po



Para responder e una y saber cómo identificar distint

Sabrás cómo res

Orientación



Sabrás cómo res de la recta? Si alguna vez has ic tan empinada es. En matemáticas, as representar los gráficos de forma

Cuando tenemos lar el ángulo de inclinación de la La pendiente de la recta indica la

Analicemos la sit

Ahora queremos pendiente de la línea puede calc cantidades. En este caso vamos

Slope $= \frac{rise}{run}$

Aquí hay una grá

Puedes ver que la elevación es 2 y que a por lo que es una pendiente positiva. Podemos escribirlo con la siguiente pr

Slope $= \frac{2}{1} = 2$

La pendiente de esta recta es 2.

Escribe esta proporción en tu cuaderno.

A veces no tendrás un gráfico que mirar. También podemos calcular la pendiente de una recta cuando nos han dado dos grupos de pares ordenados. Entonces podemos usar una fórmula para calcular la pendiente de la recta.

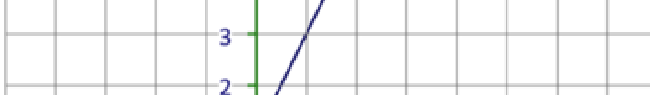
$Slope = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Escribe esta fórmula en tu cuaderno.

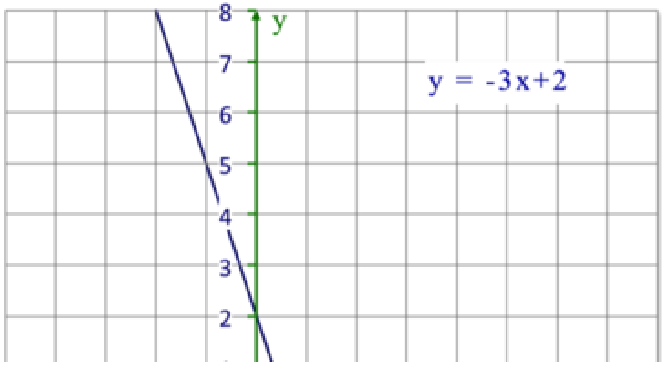
Aquí hay otra.

Calcula la pendiente de una recta que pasa a través de los puntos (0,-2) y (1,2).

Para empezar, incluimos los valores de estas coordenadas en nuestra fórmula. No importa que valores uses para y_2 o para y_1 La clave es que seas consistente con tu decisión. Así es cómo estos valores pueden ser incluidos en la fórmula.



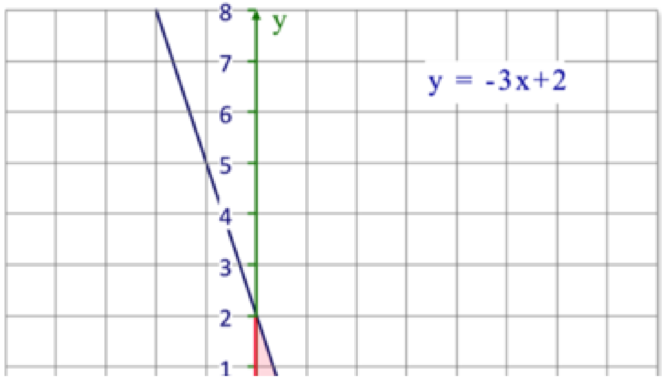
La pendiente de



Nota: A veces tar

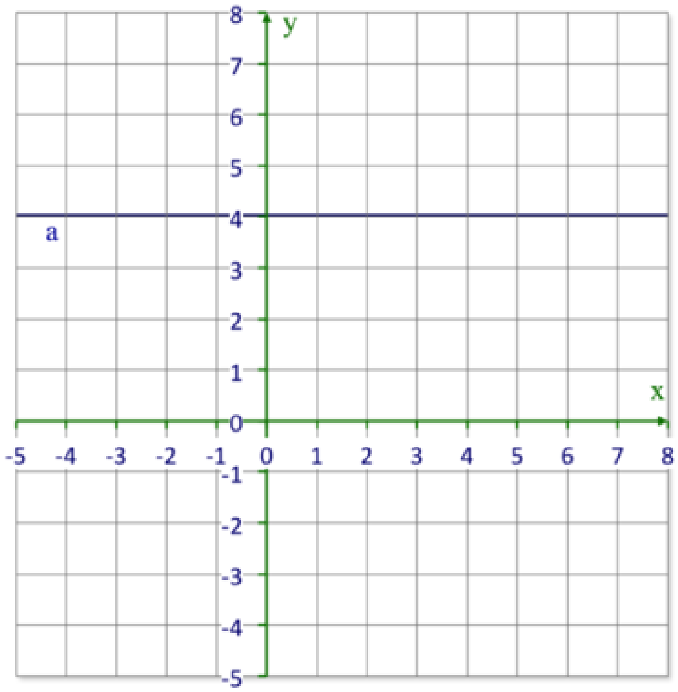
Hay diferentes tip

Mira esta gráfica



También podemos

Nota que la recta … *egativa. También podemos ver la pe* … *itiva.*



También podem

Mira esta gráfica.

La recta no sube ni baja. Tiene una pendiente cero.

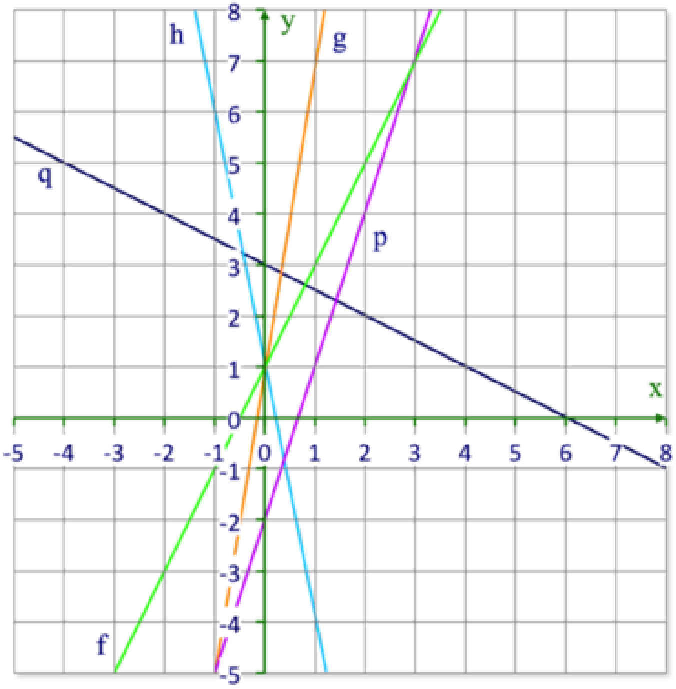
¿Y con una recta vertical?

Ahora usa la fórmula de la pendiente para la recta que pasa a través de los puntos (2, 3) y (2, -3).

$x_1 = 2, y_1 = 3, x_2 = 2, y_2 = -3$

La pendiente en e ... *sta recta.*

¡La recta es verti



Todas las rectas

Hemos visto cua

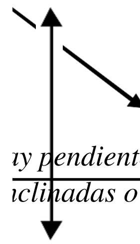
Pendienetes Pos

Se elevan h

derecha

Pendiente Cero

Líneas Horizont



Pero aún tenemos ... *ay pendientes más inclinadas que ot* ... *nclinadas o tienen una pendiente ma*

Viendo estas rectas podemos determinar que algunas de ellas están más inclinadas que otras. En el ejemplo anterior, las rectas con una pendiente mayor tienen una inclinación superior que el de las rectas con una pendiente menor.

La pendiente de 5 es #38;#62; que la pendiente de $\frac{1}{2}$

A medida que sigas trabajando con pendientes verás cómo la inclinación de una recta puede ser medida y cómo se puede determinar la pendiente mirando la ecuación de una recta.

Encuentra la pendiente de cada recta usando cada grupo de pares ordenados.

Ejemplo A

$(0,3)(1,4)$

Solución: Pendiente de 1

Ejemplo B

$(-1,2)(-3,6)$

Solución: Pendiente de -2

Ejemplo C

$(4,-2)(3,1)$

Solución: Pendiente de -3

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección.

Cuando el valor de x es positivo, la pendiente de la recta será positiva. Cuando el valor de x es negativo, la pendiente también será negativa. Cuando se grafica, la pendiente positiva es una recta que va hacia arriba, de izquierda a derecha. Cuando se grafica, la pendiente negativa es una recta que va hacia abajo, de izquierda a derecha.

Vocabulario

Pendiente
: *Inclinación de una recta, calculada con la proporción* $\frac{rise}{run}$.

Proporción
: *Comparación entre dos cantidades.*

Pendiente positiva
: *Pendiente que va hacia arriba, de izquierda a derecha.*

Pendiente negativa
: *Pendiente que va hacia abajo, de izquierda a derecha.*

Pendiente cero
: *Pendiente de una recta horizontal.*

Pendiente indefinida
: *Pendiente de una recta vertical*

Práctica guiada

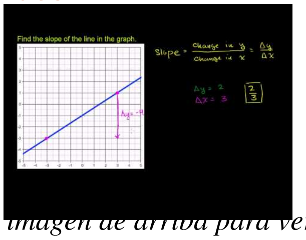
Aquí tienes un ejemplo para practicar.

Ahora usa la fórmula de la pendiente para la recta que pasa a través de los puntos (1, 3) y (-1, -3).

$x_1 = 1, y_1 = 3, x_2 = -1, y_2 = -3$

La pendiente de esta recta es -1 **.**

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/60086

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

The Slope of a Line

**Este video solo está disponible en inglés*

Práctica

Instrucciones: Responde verdadero o falso para cada pregunto a continuación.

1. *Verdadero o falso. La ecuación de una recta siempre es lineal.*
2. *Verdadero o falso. Una ecuación lineal se mostrará como una línea recta en una gráfica.*
3. *Verdadero o falso. El intercepto x es donde la recta cruza el eje y .*
4. *Verdadero o falso. El intercepto y es donde la recta cruza el eje y .*
5. *Verdadero o falso. Una recta vertical tiene una pendiente indefinida.*
6. *Verdadero o falso. Una recta horizontal tiene una pendiente 0.*
7. *Verdadero o falso. La pendiente es la distancia que la recta recorre en una gráfica de coordenadas.*
8. *Verdadero o falso. La pendiente se encuentra con una proporción.*
9. *Verdadero o falso. Puedes encontrar la pendiente de una recta si te han dado un grupo de puntos.*
10. *Verdadero o falso. Necesitarás dos grupos de puntos por los que pasa una recta para encontrar la pendiente.*

Instrucciones: Encuentra la pendiente de una recta que pasa a través de los siguientes pares de puntos.

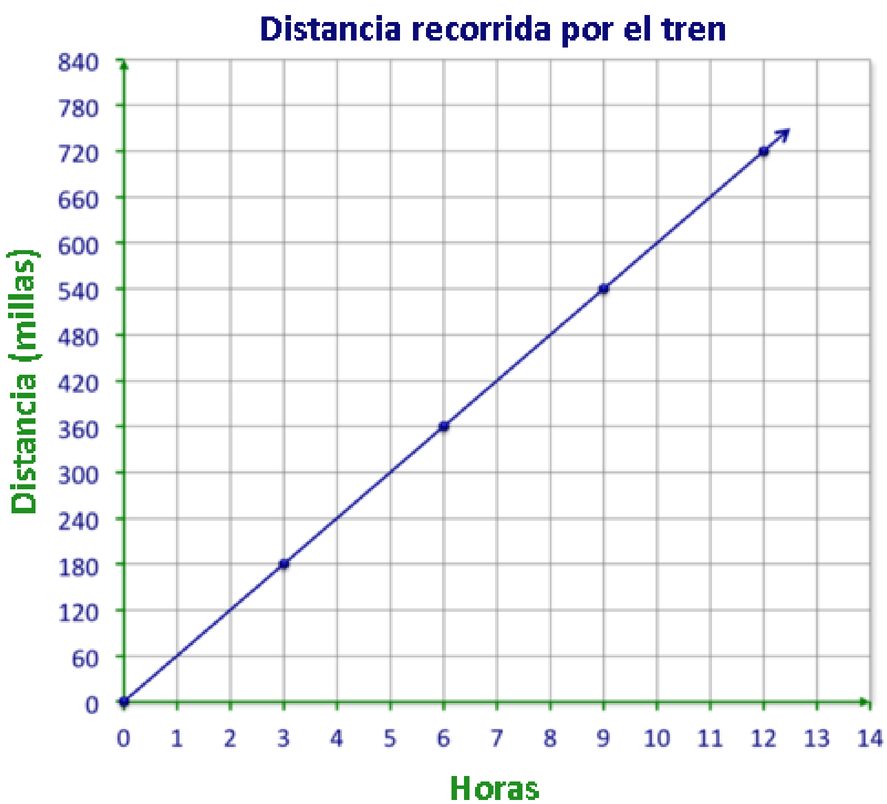
11. *(2, 3) (3, 4)*
12. *(4, 5) (2, 3)*
13. *(2, 1) (-1, 3)*
14. *(3, 1) (4, 3)*
15. *(5, 7) (3, 6)*
16. *(3, 0) (4, 1)*
17. *(6, 4) (2, 7)*
18. *(2, 0) (0, 1)*
19. *(6, 1) (1, 6)*
20. *(4, 4) (5, 0)*

9.8 Va ersa

Aquí, identificarás y co

¿Alguna vez has pensa a.

Luego de mucho debate y discusión, una clase de octavo grado decide ir al omni-teatro. La presentación sobre la selva fue fascinante. Muchos de los estudiantes estaban orgullosos de la decisión que habían tomado. Si bien la película mostró lo s y otras personas que trabajan para



Cuando volvieron eresaron.

"Me encantó el vi echo de que el bus podía viajar a tra Mark.

"Sí, si lo piensas, o como si hubiera podido caerme po

Otros sonrieron t ema en la pizarra.

Un bus sale de B la que muestre la distancia, d , en m

Esta es tu tarea.

Orientación

¿Sabes cuándo u nte en situaciones del mundo real?

Analicemos la sit

Un tren sale de Boston a una velocidad constante de 60 millas por hora. Puedes hacer una tabla que muestre la distancia, d , en millas que el tren ha viajado luego de h horas.

TABLE 9.31:

h	d
[illegible]	[illegible]

Esta relación se puede mostrar en la función $d = 60h$ **.**

Este tipo de función se denomina *variación directa* .

Es una ecuación lineal que puede ser escrita en la forma $y = kx$ *, donde* $k \neq 0$ *.*

Esta es una función lineal donde los interceptos de x e y siempre son cero-siempre pasa por el origen. La variable k se llama constante de variación *que también es la pendiente de la recta. En el caso anterior, la distancia varía directamente con el tiempo porque incrementa en proporción a este. En otras palabras, si el tiempo se duplica, la distancia se duplica, y así sucesivamente.*

En una variació mbién. En una variación directa

Buena pregunta.

Una variación in ción como en las variaciones direc

Una avión volando es un ejemplo de una variación inversa. Cuando la velocidad del avión aumenta, el tiempo que el avión pasa en el aire disminuye.

Mira cada situación y determina si representan una variación inversa o una variación directa.

Ejemplo A

Un auto en una c

Solución: Variac

Ejemplo B

El precio de un p

Solución: Variac

Ejemplo C

El número de mill

Solución: Variac

Ahora volvamos a

Aquí tenemos un

TABLE 9.32:

h	d
12	720

Esta relación también se puede mostrar en la función $d = 60h$ **.**

Vocabulario

Variación directa

Situación en la que a medida que una variable aumenta, la otra variable lo hace también.

Variación inversa

Situación en la que a medida que una variable aumenta, la otra variable disminuye.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

La ingesta calórica de un colibrí varía directamente con la cantidad de néctar que consume. Por cada gramo que el colibrí consume, ingiere 5 calorías. Escribe una ecuación que muestre la variación directa. Identifica k . Luego crea una tabla.

Solución

Primero, piensa en lo que está siendo afectado. Por cada gramo de néctar que el colibrí consume, ingiere 5 calorías. Las 5 calorías representan el valor de k Aquí hay una ecuación para esta situación.

$c = 5g$

Donde c es el total de calorías y g representa los gramos.

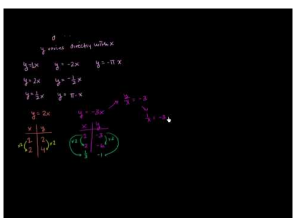
Ahora podemos crear una tabla.

TABLE 9.33:

h	d
[illegible]	[illegible]

Esta es nuestra respuesta.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63312

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Direct and Inverse Variation

**Este video solo está disponible en inglés*

Práctica

Instrucciones: *Determina si cada situación descrita es un ejemplo de variación directa o variación indirecta.*

1. El tren viajaba a una velocidad de 80 millas por hora. El número de millas incrementó con cada hora que el tren seguía en marcha.

2. El tren viajaba a una velocidad de 80 millas por hora, luego aumentó su velocidad. El número de horas que se pasaron dentro del tren disminuyó con el aumento en la velocidad.

3. Mary está entrenando para una maratón. Corre muchas horas cada semana. Luego de unas pocas semanas de entrenamiento, nota que su velocidad ha incrementado.

4. Kevin ha trabajado para la misma empresa por varios años. Ha recibido un aumento cada año que ha trabajado en la empresa.

5. Joseph también ha trabajado para la misma empresa, pero su salario ha disminuido cada año.

6. Kelly pasó más horas que nunca estudiando. Estaba sorprendida cuando recibió una calificación inferior que la que tuvo en pruebas pasadas.

7. Jeff está a dieta. Sabe que el número de calorías que quema está directamente relacionado con el número de horas que ejercita.

8. Seth y Sarah pasaron mucho tiempo comiendo cuando se fueron de vacaciones. Cuando acabaron las vacaciones, ambos notaron que habían subido 5 libras de peso.

9. El entrenamiento de Mary se ha intensificado. Ha estado registrando el tiempo que le toma correr una milla. Nota que entre más entrena, más rápido es su tiempo.

10. A lo largo del tiempo, el precio de un sello postal ha aumentado un par de centavos cada año.

Instrucciones: Responde verdadero o falso a cada pregunta.

11. En una variación directa, un factor aumenta a medida que el otro factor lo hace también.

12. En una variación inversa, un factor aumenta pero el otro factor disminuye.

13. Cuando ves la letra k en un problema puedes pensar en una variable constante.

14. Si un avión asciende y luego desciende rápidamente, es un ejemplo de variación directa.

15. Ejercitar más y bajar de peso es un ejemplo de variación directa.

9.9 Uso de la forma pendiente-intercepto

Aquí, usarás la forma pendiente-intercepto para identificar la pendiente y el intercepto de y.

¿Sabes cómo identificar la pendiente en una ecuación? ¿Sabes identificar el intercepto de y?

Analicemos la situación.

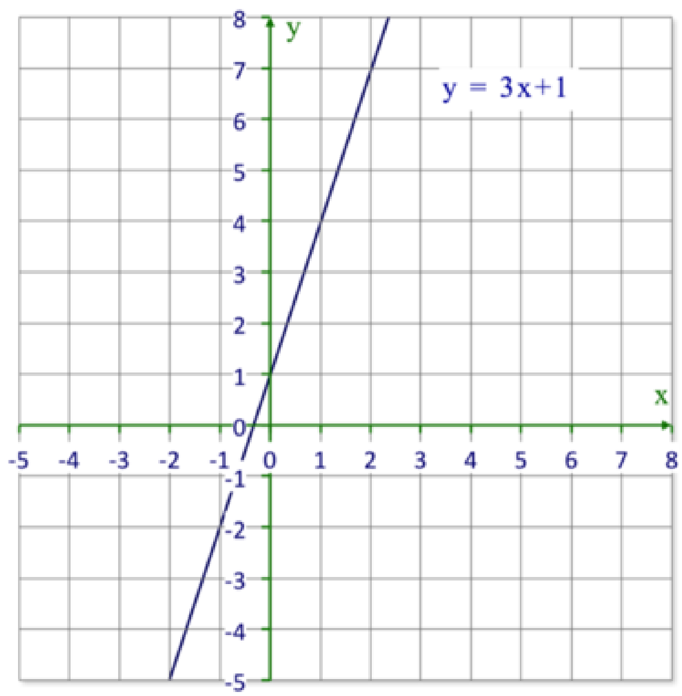
$y = -2x - 8$

En esta sección aprend  **una ecuación. Repasaremos esto otra vez al fi**

Orientación

Hemos visto ecuacione ... *valores y gráficas para representarlos. Hemos* ... *tes. Una de las formas más útiles de una ecua* ... *esta sección junto a la forma estándar.*

*¿Recuerdas la **for***



La forma estánd ... C **.**

Esta forma de la ... *nos sustituir x e y por cualquier val* ... *difícil determinar la pendiente y el i*

Piensa hacia atr ... **de y es el punto en donde la recta**

Podemos escribi ... **es una ecuación. Denominamos es**

La forma pendie ... y **.**

Mira esta gráfica

Grafica la recta y

Aquí podemos calcular la pendiente de la recta usando la elevación sobre el recorrido y ver que es 3. El intercepto de y es 1. Nota que podemos encontrar estos valores en nuestra ecuación también.

Cuando una ecuación está en forma pendiente-intersecto, podemos encontrar la pendiente y el intercepto de y analizando la ecuación.

$y = {\color{red}m}x + {\color{cyan}b}$

Aquí m es el valor de la pendiente y b el valor del intercepto y .

Para cualquier ecuación escrita en la forma $y = mx + b$ *, m es la pendiente y b el intercepto de y Por esta razón,* $y = mx + b$ *se denomina* forma pendiente-intercepto. *Usando las propiedades de las ecuaciones puedes escribir cualquier ecuación en esta forma.*

Debido a que usamos la forma pendiente-intercepto, podemos reescribir las ecuaciones expresadas en forma estándar en la forma pendiente-intercepto. Luego podemos determinar fácilmente la pendiente y el intercepto y **de cada ecuación.**

Mira esto.

Escribe $4x + 2y = 6$ *en forma pendiente-intercepto. Luego determina la pendiente y el intercepto y usando la ecuación.*

Ahora podemos determinar la pendiente y el intercepto de y a partir de la ecuación.

Piensa en nuestro trabajo con las funciones. ¿Recuerdas cómo escribir una función en forma de función? Compararemos la forma de función con la forma pendiente-intersecto.

Forma de función $= f(x) = 2x+1$

Forma pendiente-intersecto $= y = 2x+1$

¡Sí! Son iguales. ¡Las dos ecuaciones son equivalentes!

Determina la pendiente y el intercepto de y en cada ecuación.

Ejemplo A

$y = x+4$

Solución: pendiente = 1, intercepto de y = 4

Ejemplo B

$2x+y = 10$

Solución: pendiente = -2, intercepto de y = 10

Ejemplo C

$-3x+y = 9$

Solución: pendiente = 3, intercepto de y = 9

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección.

$y = -2x-8$

Viendo esta ecuación puedes ver que la pendiente es -2 **y el intercepto de y es** 8 **.**

Vocabulario

Forma pendiente-intersecto
Forma de una ecuación $y = mx+b$

Forma estándar
Forma de una ecuación $Ax+By = C$

Pendiente
Inclinación de una recta, calculada con la proporción de elevación sobre el recorrido.

Intercepto y
Punto en donde una recta cruza el eje y *.*

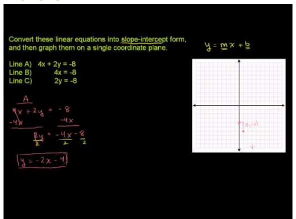
Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

Escribe esta ecuación en forma pendiente-intercepto y luego determina la pendiente y el intercepto de y.

Dada la ecuación, la pendiente es 3 y el intercepto y es 2.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63315

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Converting to Slope-Intercept Form

**Este video solo está disponible en inglés*

Práctica

Instrucciones: Mira cada ecuación e identifica la pendiente y el intercepto de y analizando cada ecuación. Hay dos respuestas para cada problema.

1. $y = 2x + 4$
2. $y = 3x - 2$
3. $y = 4x + 3$
4. $y = 5x - 1$
5. $y = \frac{1}{2}x + 2$
6. $y = -2x + 4$
7. $y = -3x - 1$
8. $y = \frac{-1}{3}x + 5$

Instrucciones: Usa lo que has aprendido para escribir cada ejercicio en forma pendiente-intersecto y luego responde cada pregunta.

9. $2x + 4y = 12$
10. *Escribe esta ecuación en forma pendiente-intercepto.*
11. *¿Cuál es la pendiente?*
12. *¿Cuál es el intercepto en y ¿Cuál es el intercepto en ?*
13. $6x + 3y = 24$
14. *Escribe esta ecuación en forma pendiente-intercepto.*
15. *¿Cuál es la pendiente?*
16. *¿Cuál es el intercepto en y ?*
17. $5x + 5y = 15$
18. *Escribe esta ecuación en forma pendiente-intercepto.*
19. *¿Cuál es la pendiente?*
20. *¿Cuál es el intercepto en y ?*

9.10 R s lineales

Aquí, aprenderás a gra

¿Alguna vez has ido a u ira este problema.

La selva fue un tema de discusión tan popular que el sr. Thomas dejó que los estudiantes lo hablaran toda la semana. Les encantó hablar sobre todas las cosas que habían visto. Un día, comenzaron a hablar sobre los científicos y todas las cosas que habían llevado con ellos a la selva.

"Sabes, no podían ir a la tienda más cercana y comprar algo", comentó Casey.

"¡O pedir pizza!" Dijo Susan.

El sr. Thomas una vez más aprovechó la oportunidad para escribir el siguiente problema en la pizarra.

Un grupo de mochileros sale con 84 libras de comida. Planean comer 11 libras de comida al día. Usa una ecuación para mostrar en una gráfica cuánta comida tendrán luego de cada día. ¿Cuánto tiempo debería durarles la comida?

Para resolver este problema necesitarás saber sobre las pendientes. Los cambios en la comida cada día se basan en qué tanto comen los mochileros. Esta sección te enseñará todo lo que necesitas saber para resolver este problema.

Orientación

La forma pendien rar la pendiente y el intercepto de y emos la pendiente y sabemos el inte de y en el plano coordenado y enc

Para cualquier ec

Por esta razón, *y*

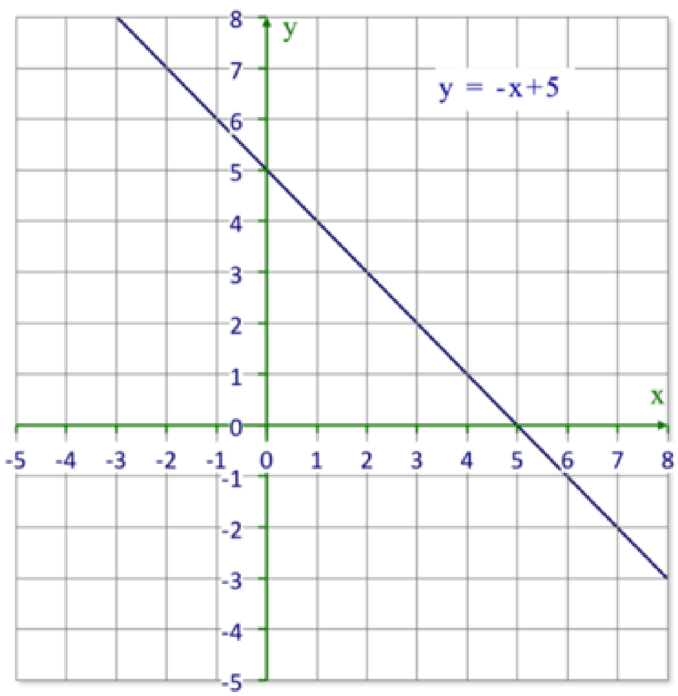
Usando las propi

Debido a que usa rma estándar en la forma pendien rcepto *y* **de cada ecuación. .**

Ahora usemos la

Grafica la recta d

Primero, podemo lemos graficar la recta usando esta

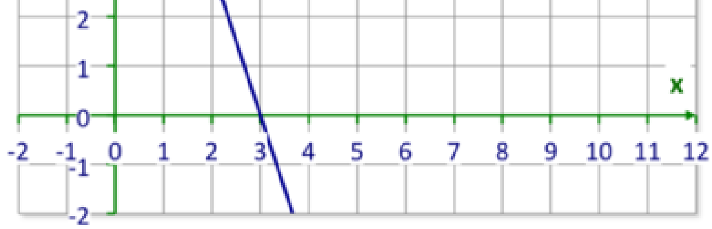


También podemos graficar rectas de otra forma. Primero necesitaremos reescribirlas en forma de pendiente-intercepto. Luego podemos graficar la ecuación.

Analicemos la situación.

Grafica la recta $3x + y = 9$

Primero, tenemos que reescribir esta ecuación de forma estándar en la forma pendiente-intercepto. Tenemos que hacerlo usando las operaciones inversas.



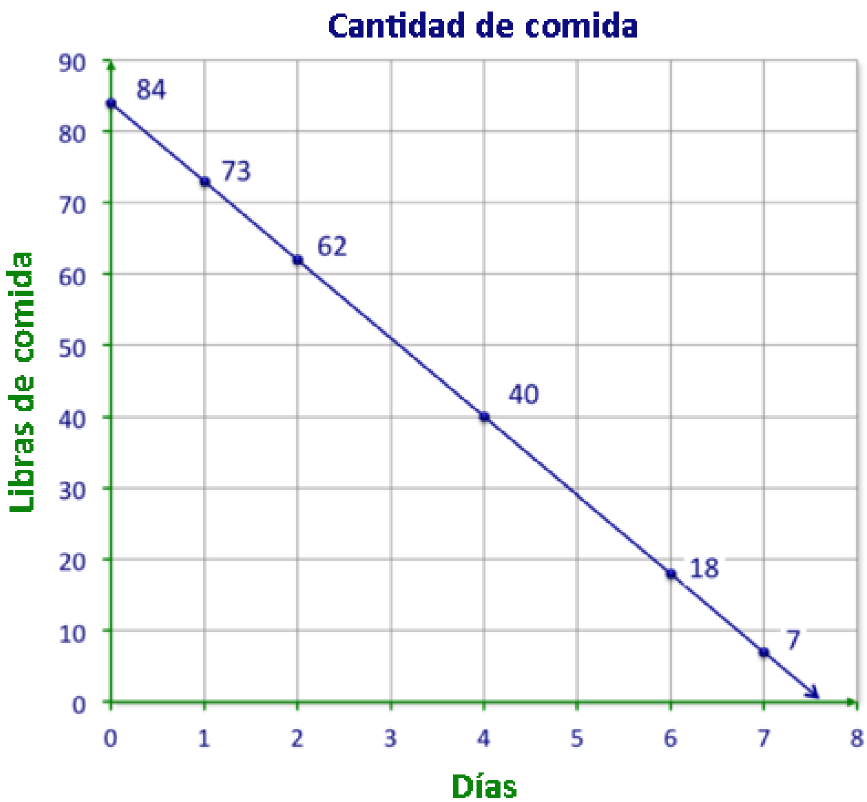
Ahora sabemos c ación de la recta.

Usa lo que has aprendido para responder cada pregunta.

Ejemplo A

Verdadero o falso. La pendiente de una recta horizontal es mayor que la pendiente de una recta vertical.

Solución: Falso.



Ejemplo B

Identifica la pend

$y = -2x + 7$

Solución: -2

Ejemplo C

Identifica la pend

$-3x - 3y = 18$

Solución: *slope =*

Ahora volvamos a

Primero tenemos $-11d + 84$ **donde** f **es la comida re**

La gráfica muest

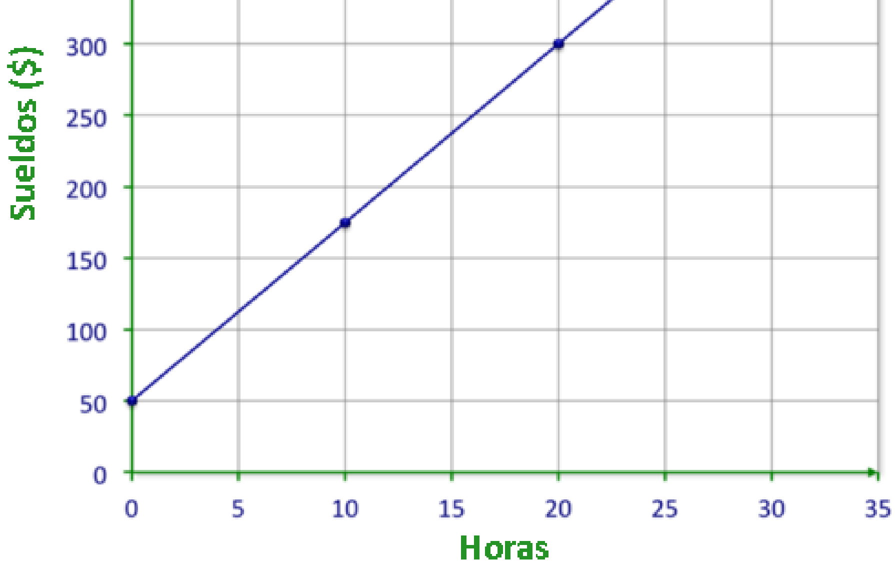
Vocabulario

Forma pendiente-intersecto
: *Forma de una ecuación* $y = mx + b$

Forma estándar
: *Forma de una ecuación* $Ax + By = C$

Pendiente
: *Inclinación de una recta, calculada con la proporción de elevación sobre el recorrido.*

Intercepto y
: *Punto en donde una recta cruza el eje* y *.*



Práctica guiad

Aquí tienes un eje

Un empleado de ... Asumiendo que el empleado llega a ... 10 horas? ¿Y 20 horas? ¿Y 30 hor

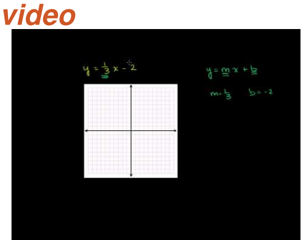
Solución

Primero, escribe l

Luego podemos g

La gráfica muestra que los sueldos por 10 horas serían de \$175, por 20 horas \$300 y por 30 horas \$425.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63317

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Graphing Linear Equations

**Este video solo está disponible en inglés*

Práctica

Instrucciones: Usa lo que has aprendido para completar cada tarea.

$2x+2y=8$

1. *Escribe esta ecuación en forma pendiente-intercepto.*
2. *¿Cuál es la pendiente?*
3. *¿Cuál es el intercepto en y ?*
4. *Grafica la ecuación.*

$3x+6y=2$

5. *Escribe esta ecuación en forma pendiente-intercepto.*
6. *¿Cuál es la pendiente?*
7. *¿Cuál es el intercepto en y ?*
8. *Grafica la ecuación.*

Instrucciones: Usa lo que has aprendido para resolver cada problema.

Miguel quiere ahorrar \$47 dólares para un videojuego. Recibe \$20 dólares como regalo y \$4 dólares semanales de mesada.

9. *Escribe una ecuación en forma pendiente-intercepto que represente esta situación.*

10. *¿Cuánto tiempo le tomará ahorrar el dinero?*

$y = .8x + 3$

11. *¿Cuál es la pendiente de esta recta?*
12. *¿En qué forma está escrita la ecuación?*
13. *¿Cuál es el intercepto de y de esta recta?*
14. *¿Cuál es la gráfica de esta recta?*
15. *¿Es una gráfica lineal? ¿Cómo lo sabes?*

9.11 E es

Aquí, aprenderás a escr ... s de , x e y la pendiente y el intercepto de y o ur

¿Alguna vez has estudi

El sr. Thomas dirige la clase sobre las selvas. Los estudiantes han estado investigando y ahora están listos para hablar sobre sus descubrimientos

"La vegetación de la selva era bastante interesante", comentó Carmen en la clase del sr. Thomas.

"Habían tantas cosas diferentes creciendo", agregó Mark

Los estudiantes comenzaron a hablar sobre las cosas que los habían intrigado en cuanto a la vegetación de la selva. Uno de los puntos fueron las plantas de la selva que no pueden encontrarse en ningún otro lugar del mundo. El sr. Thomas se dio cuenta de la oportunidad y escribió el siguiente problema.

Compras un árbol de plátanos de 8 pulgadas de altura. Crece 4 pulgadas por día. Su altura (en pulgadas) h **es una función del tiempo (en días)** d **.**

Puedes expresar esta función como una ecuación. Esta sección te mostrará cómo escribir ecuaciones lineales.

Orientación

La forma $y = mx + b$ *de una ecuación era más útil para identificar rápidamente la pendiente,* m *, y el intercepto de* y *,* b *. De hecho, si sabemos la pendiente de una ecuación y el intercepto de y entonces simplemente escribimos la ecuación sin más. Todo lo que tienes que hacer es sustituir m por la pendiente en la forma* $y = mx + b$ *y el intercepto de y por* b *.*

Analicemos la situación.

$m = 4, y - intercept = 3$

Ahora sabemos que vamos a usar la forma $y = mx + b$ **, de la ecuación, por lo que podemos incluir los valores en la ecuación y escribirla.**

$y = 4x + 3$

Esta es la respuesta. La clave es siempre buscar los signos negativos y estar seguros de incluirlos cuando escribes tu ecuación.

Algunas veces nos pueden dar la pendiente y un punto por el cual atraviesa la recta. Podemos usar esta información para escribir la ecuación de una recta.

$_{Slope} = -2$ *, la recta pasa por el punto (0,-3)*

Con este ejemplo conocemos la pendiente, de forma que podemos transformarla en la forma pendiente-intercepto. El punto tiene valor 0 para x **lo que significa que nos han dado la coordenada para el intercepto** y **.**

$y = -2x - 3$

Esta es la respuesta.

¿Qué pasaría si solo conocieras dos puntos y no supieras la pendiente? Es una operación similar que podemos usar para escribir la ecuación.

¿Recuerdas que la fórmula de la pendiente es $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ *? En otras palabras, dados dos puntos cualquiera* (x_1, y_1) *y* (x_2, y_2) *, podemos usar la fórmula de la pendiente para calcular la pendiente de la recta que pasa a través de esos puntos. Incluso cuando solo sabes dos puntos, encontrar la pendiente es solo cosa de aplicar la fórmula. ¿Pero después, qué ?*

Usaremos la siguiente notación.

Si $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ *entonces* $m = \frac{y-y_1}{x-x_1}$ *porque la pendiente es la misma en cualquier parte de la recta. En otras palabras, podemos usar una fórmula similar a la fórmula de la pendiente para encontrar la ecuación. Esta vez, sin embargo, dejaremos x e y como variables ya que la relación es verdadera para cualquier valor de x e y en dicha ecuación.*

Escribe la ecuación de la recta que pasa a través de los puntos $(3,7)$ *y* $(5,11)$ *. Primero escribiremos la pendiente usando la fórmula de la pendiente* $x_1 = 3, y_1 = 7, x_2 = 5, y_2 = 11$ *.*

Ahora incluye los valores conocidos de m, x_1 *, y* y_1 *.*

¿Ves que tenemos una proporción? Puede ser resuelta con una multiplicación cruzada.

Esta es la respuesta.

¿Qué pasa cuando nos dan una tabla de valores? Hay una forma bastante fácil de encontrar la ecuación cuando tienes una tabla de valores. Mira.

TABLE 9.34:

x	y
[illegible]	[illegible]

Primero, nota que el intercepto de y es el valor que tiene un valor en x de 0. Con un valor 0 en x sabemos que el intercepto en y es 5.

Ahora necesitamos encontrar la pendiente. Mira los valores de y en la tabla. ¿Puedes ver un patrón? Si observas detenidamente verás que los valores suman +2 cada vez. Esta es la pendiente. Piensa sobre cómo se movería la recta si se graficara. El patrón de los valores de y representa la pendiente de la recta.

$y = 2x + 5$

Esta es la respuesta.

¿Qué hay sobre la notación de funciones? Primero piensa sobre las variables independientes y las variables dependientes.

*En ciencias, una **variable independiente** es un parámetro manipulado o elegido por un científico mientras que una **variable dependiente** es un parámetro que es medido. Los científicos a veces buscan correlaciones entre una variable independiente y una variable dependiente-quieren saber si la variable dependiente* depende *de la variable independiente. Por ejemplo, un científico puede medir la velocidad a la que se mueve un auto y la fuerza del impacto cuando el auto choca una pared. El científico puede manipular la velocidad del auto-puede hacer que el auto se mueva más lento o más rápido Luego podría medir la fuerza del impacto en relación a la velocidad. Luego se puede sacar una conclusión sobre su relación y los autos, en este caso, pueden ser diseñados en base a esta relación.* **La variable independiente se mostrará en la columna de la izquierda de una tabla y en el eje x -de una gráfica. La variable dependiente se mostrará en la columna de la derecha de una tabla y en el eje y de una gráfica.**

$f(x) = 4x + 1$

Aquí ya sabemos que la función de x es dependiente 4 veces en dicho valor, x más uno .

Escribe una ecuación lineal usando la información dada.

Ejemplo A

$m = 2, y - intercept = 5$

Solución: $y = 2x + 5$

Ejemplo B

$m = -4, y - intercept = 6$

Solución: $y = -4x + 6$

Ejemplo C

$m = 8, y - intercept = -2$

Solución: $y = 8x - 2$

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección.

Primero tenemos que escribir la ecuación: Podemos usar la h para representar la altura de un árbol de plátanos. Podemos usar la d para representar el número de días. El 8 es la altura con la que comenzó el árbol. Esta es nuestra ecuación.

$h = 4d + 8$

Esta es nuestra respuesta.

Vocabulario

Variable independiente
Valor que no depende de otro. Es el valor de x en una tabla.

Variable dependiente
Valor que depende de la ecuación. Es el valor de y en una tabla.

Notación de funciones
Ecuación donde el valor de x depende de la ecuación que usa x .

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

Escribe una ecuación en forma pendiente-intercepto con una pendiente de -4 y un intercepto de y de 13.

Solución

Para hacerlo, podemos tomar la forma pendiente-intercepto y sustituirla con los valores dados.

$y = mx + b$

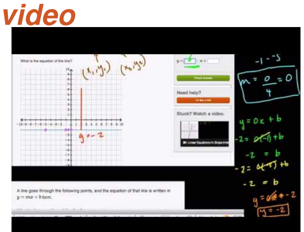
La m representa la pendiente.

La b representa el intercepto de y.

$y = -4x + 13$

Esta es nuestra respuesta.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63316

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Slope-Intercept Form

**Este video solo está disponible en inglés*

Práctica

Instrucciones: *Escribe la ecuación de una recta con las siguientes pendientes e interceptos de y .*

1. $_{slope} = 2,\ y_{\ int} = 4$

2. $slope = -3, \ y_{int} = 2$
3. $slope = -4, \ y_{int} = 4$
4. $slope = 3, \ y_{int} = -5$
5. $slope = \frac{1}{2}, \ y_{int} = -2$
6. $slope = -\frac{1}{3}, \ y_{int} = 2$
7. $slope = 1, \ y_{int} = 8$
8. $slope = -2, \ y_{int} = 4$
9. $slope = -1, \ y_{int} = -1$
10. $slope = 5, \ y_{int} = -2$

Instrucciones: Escribe las siguientes ecuaciones lineales horizontales o verticales.

11. *Una recta horizontal con un valor de 7 para b .*
12. *Una recta horizontal con un valor de -4 para b .*
13. *Una recta vertical con un valor de 2 para x .*
14. *Una recta vertical con un valor de -5 para x .*

Instrucciones: Escribe la ecuación de la recta que pasa a través de siguientes puntos.

15. *(3, -3) y (-3, 1)*
16. *(2, 3) y (0, -3)*

9.12 U s para g

Aquí, usarás la notació

¿Alguna vez has pensa problema sobre plantas de plátanos.

Supongamos que comp por día. Su altura (en pulgadas) h es una fun

Podemos escribir esa e

¿Puedes graficar esta f

Aprenderás a usar la

Orientación

En ciencias, una ***varia*** científico mientras que una ***variable dependie*** correlaciones entre una variable independiente depende de la variable independiente . Por ej un auto y la fuerza del impacto cuando el aut uto-puede hacer que el auto se mueva más len ón a la velocidad dada. Luego se puede sacar u er diseñados en base a esta relación.

La variable independi el eje x de una gráfica. La variable independi el eje y de una gráfica.

Piensa sobre esto; nota la ecuación. Entonces podemos usar la notaci

$f(x) = 4x + 1$

Aquí ya sabemos que la función de x es dependiente 4 veces en dicho valor, x más uno

Una vez que comprendes la conexión entre las variables independientes y las variables dependientes, podemos continuar con la gráfica de estas ecuaciones lineales.

Como con cualquier otra ecuación lineal, las funciones pueden ser graficadas usando una tabla o usando la forma pendiente-intercepto. Es importante poner la variable independiente en el eje x y la variable dependiente en el eje y o los resultados pueden ser malinterpretados. Veamos cómo hacerlo.

Un grupo de estudiantes mide el largo de los brazos y las piernas de sus compañeros de clase. Recopilaron los siguientes datos.

TABLE 9.25:

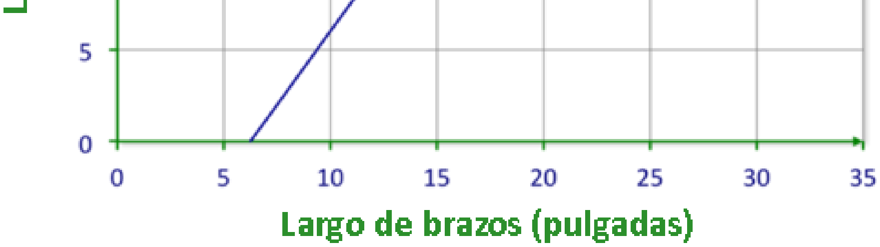
Brazo (pulgadas)	Piernas (pulgadas)
[illegible]	[illegible]

Asume que hay una relación lineal. Escribe y grafica la función lineal que representa estos datos.

Usa la tabla para determinar los pares ordenados. Luego puedes encontrar la pendiente. Encuentra la pendiente usando la fórmula de la pendiente para $x_1 = 25, y_1 = 30, x_2 = 27, y_2 = 33.2$.

Ahora incluye los valores conocidos de m, x_1, *y* y_1 .

Ahora podemos g



Determina cada pendiente e intercepto de y usando la información dada.

Ejemplo A

$f(x) = 3x + 2$

Solución: Pendiente = 3, intercepto de y = 2

Ejemplo B

$f(x) = -2x - 9$

Solución: Pendie

Ejemplo C

$f(x) = -x + 3$

Solución: Pendie

Ahora volvamos a

Aquí tenemos una *a de plátanos.*

$h = 4d + 8$

Usemos la forma

$m = 4, b = 8$

Nota que solo n **negativos no nos sirven.**

Vocabulario

Variable independiente
: *Valor que no depende de otro. Es el valor de x en una tabla.*

Variable dependiente
: *Valor que depende de la ecuación. Es el valor de y en una tabla.*

Notación de funciones
: *Ecuación donde el valor de x depende de la ecuación que usa x .*

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo

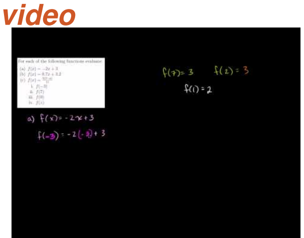
¿Tienes la información

Compras un naranjo de 12 pulgadas de altura. Crece 3 pulgadas por día. Su altura (en pulgadas) h es una función del tiempo (en días) d .

$h = 3d + 12$

Usemos la forma pendiente-intercepto para mostrar su gráfica. Sabemos que la pendiente es 3 y que el intercepto de y es 12. Esto nos da información suficiente para graficar esta recta.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/81

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Linear Función Graphs

**Este video solo está disponible en inglés*

Práctica

Instrucciones: Grafica cada función.

1. $f(x) = 3x+1$
2. $f(x) = 2x+2$
3. $f(x) = 5x-1$
4. $f(x) = x-3$
5. $f(x) = -2x+1$
6. $f(x) = -2x-5$
7. $f(x) = -4x+9$
8. $f(x) = 4x+8$
9. $f(x) = x-10$
10. $f(x) = 2x+6$

Instrucciones: *Usa lo que has aprendido para resolver cada problema.*

11. *Una mariposa monarca en migración viaja 1100 millas. Si viaja 30 millas por día, la distancia d que falta por recorrer es una función de los días t que ha viajado. Escribe una regla de función para este problema.*
12. *¿Cuál es la pendiente del problema?*
13. *Un escritor gana un monto $3000 por un libro más $1.50 por cada copia que se venda de dicho libro. Crea una regla de función para este problema.*
14. *¿Cuál es la pendiente del problema?*
15. *¿Cuántos libros tiene que vender para ganar un total de $10,000?*

9.13 Reconocimiento de sistemas lineales

Aquí, reconocerás sistemas lineales de ecuaciones con soluciones y sin soluciones.

¿Sabes cómo identificar un sistema lineal de ecuaciones?

Si lo piensas, ya estas familiarizado con las ecuaciones lineales.

$2x+3=11$

Aquí hay una ecuación lineal. Cuando tienes una ecuación lineal simplemente puedes resolver x *.*

También puedes tener una ecuación con dos variables presentes.

$2x+y=10$

Esta es una ecuación lineal en forma estándar.

¿Qué hay de los sistemas lineales de ecuaciones? ¿Sabes cómo identificar uno? ¿Sabes cómo resolverlo?

Esta sección te mostrará cómo trabajar con sistemas lineales. Sabrás cómo responder estas preguntas para el final esta sección.

Orientación

Las funciones lineales son útiles por sí mismas e incluso hay otras aplicaciones para ellas. En un sistema de ecuaciones lineales verás cómo las ecuaciones lineales pueden trabajar juntas en un sistema para resolver problemas aún más complejos. De hecho, hay varias formas de encontrar soluciones a estos problemas o encontrar que no hay solución alguna.

Si sumas dos números obtienes 13. ¿Puedes pensar en algún par ordenado que calce con esta descripción?

(1, 12), (3, 10), (-4, 17), (4.5, 8.5)

Estarás de acuerdo con que hay una cantidad infinita de pares de números cuya suma es 13. Puedes decir también que hay infinitos pares de números cuya resta es 7.

(9, 2), (11, 4), (37, 30), (95.8, 88.8), (-3, -10)

Sin embargo, ¿Cuál par ordenado es correcto para ambos casos al mismo tiempo? ¿Qué par suma 13 y como resta da 7?

Si haces una lista de pares ordenados, puedes revisarlos para ver cuál hace que las ecuaciones sean verdaderas.

Este es un ***sistema de ecuaciones*** **—dos o más ecuaciones al mismo tiempo.**

En la situación anterior la solución es (10, 3) ya que la suma de los dos números es 13 y la resta es 7.

El par (10, 3) hace que las dos ecuaciones sean verdaderas.

Una solución para un sistema de ecuación es un par ordenado que haga que las dos ecuaciones sean verdaderas. ¿Siempre hay una solución? ¿Puede haber más de una solución? Investiguémoslo.

Dos números suman 17. Si sumas dos números, el resultado es 15. Como sabes, hay infinidad de pares ordenados cuya suma es 17. También hay infinidad de pares ordenados cuya suma es 15. Pero, ¿Puede un solo par ordenado tener una suma de 17 y 15 al mismo tiempo?

Primero, escribamos las dos ecuaciones para ayudarnos a organizar la información de este sistema de ecuaciones. Hay dos ecuaciones y ambas tienen una suma distinta.

Si pensamos en estas dos ecuaciones veremos que no hay valores que sirvan para ambas.

Por lo tanto, este sistema no tiene soluciones.

Aquí hay otro ejemplo.

Dos números dan la suma de -8. Dos veces el primer número más dos veces el segundo número da 16.

Primero escribamos las dos ecuaciones descritas anteriormente. Luego podemos investigar las posibles soluciones.

¿Este sistema tiene solución? Piensa una solución para la primera ecuación. ¿Qué tal los pares (-3, -5)? ¿Funciona para la segunda ecuación? Sí. Piensa en otra solución como (9, -1). También es correcta para ambas ecuaciones.

Esta ecuación tiene un número infinito de soluciones.

Algunos sistemas de ecuaciones tienen soluciones infinitas porque todos los pares ordenados que hacen que una ecuación sea verdadera también harán que la otra sea verdadera.

Responde cada pregunta con verdadero o falso.

Ejemplo A

Un sistema lineal son dos ecuaciones donde el valor de x es la solución del sistema.

Solución: Falso.

Ejemplo B

La solución para un sistema lineal se escribe como un par ordenado.

Solución: Verdadero

Ejemplo C

Algunos sistemas lineales no tienen solución

Solución: Verdadero

Ahora volvamos al problema del comienzo de esta sección.

Identificar un sistema lineal significa que verás dos ecuaciones donde hay valores desconocidos tanto para x como para y .

Resolver un sistema lineal requiere que encuentres dos valores que sirvan como valores para x e y en ambas ecuaciones.

Esta solución se escribe luego como par ordenado.

Si no puedes encontrar una solución, entonces el sistema no tiene una.

Vocabulario

Sistema de ecuaciones
Dos o más ecuaciones al mismo tiempo. La solución será el par ordenado que funcione para ambas ecuaciones.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para practicar.

¿Qué par ordenado hace que ambas ecuaciones sean verdaderas?

1.

a. (2, 6)

b. (3, 15)

c. (4, 4)

d. (1, 7)

Probemos cada par y veamos qué par funciona:

a.

Solución

Los pares ordenados (2, 6) hacen que la primera ecuación sea verdadera, pero no lo hacen con la segunda. Debido a que no es verdadero para ambas ecuaciones, no es una solución para el sistema.

b.

El par ordenado (3, 15) ni siquiera hace que la primera ecuación sea verdadera. No hay solución para el sistema.

c.

El par ordenado (4, 4) hace que la primera ecuación sea verdadera, pero la segunda no. Debido a que no es verdadero para ambas ecuaciones, no es una solución para el sistema.

d.

El par ordenado (1, 7) hace que las dos ecuaciones sean verdaderas. Es una solución para el sistema.

Repaso en video

MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65508

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

**Este video solo está disponible en inglés*

Práctica

Instrucciones: Averigua qué par es una solución para cada sistema dado.

1. *¿Qué par ordenado es una solución para el siguiente sistema?*

(a) $(6,-1)$
(b) $(-1,-4)$
(c) $(0,7)$
(d) $(3,-2)$

2. *¿Qué par ordenado es una solución para el siguiente sistema?*

(a) $\left(3, \frac{2}{3}\right)$
(b) $(2, -1)$
(c) $(4, 7)$
(d) $(5, 8)$

Instrucciones: *Determina si cada sistema tiene soluciones infinitas o no tiene soluciones.*

3.

4.

5.

6.

7.

Instrucciones: Responde cada pregunta con verdadero o falso.

8. *Las rectas paralelas tienen la misma pendiente.*
9. *Un sistema lineal de ecuaciones no puede ser graficado en el plan coordenado.*
10. *Las rectas paralelas tienen soluciones infinitas.*
11. *Las rectas perpendiculares tienen una solución.*
12. *Las rectas con un número infinito de soluciones no son paralelas.*
13. *Algunos sistemas lineales no tienen solución*
14. *Para resolver un sistema lineal tienes que tener un valor para x e y.*
15. *Un par ordenado nunca es una solución para un sistema lineal.*

9.14 R diante gráfi-

Aquí, aprenderás a reso

¿Alguna vez has visto u

Dos trenes dejan la estación en una misma dirección. Un tren sale dos horas antes que el otro. La velocidad promedio del primer tren es de 65 mph, mientras que la del segundo tren es de 90 mph. ¿Cuánto tardará el segundo tren en alcanzar el primero?

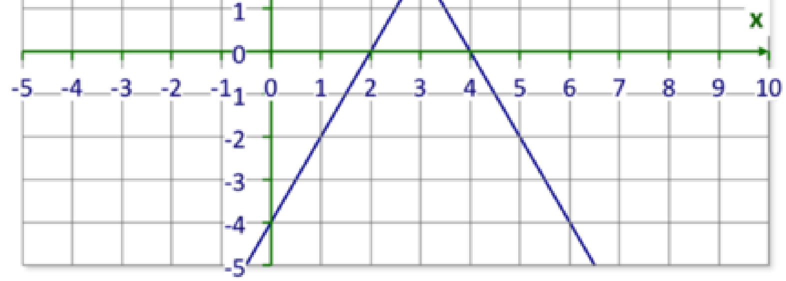
Los dos trenes pueden representar un sistema lineal. Puedes resolver este sistema lineal mediante gráficas. Aprenderás como resolverlo en esta sección.

Orientación

Cuando tenemos un sistema de ecuaciones podemos graficar las ecuaciones y resolver el sistema con las gráficas. Cuando graficas dos ecuaciones lineales se forman dos líneas. Estas dos líneas se intersectarán. El punto en donde las líneas se intersectan es la solución del sistema.

Mira.

Resuelve el siguiente sistema con gráficas.



Para trabajar en ... intersección. El punto de interse...

El punto de intersección es (3, 2).

Esta es la solución al sistema de ecuaciones.

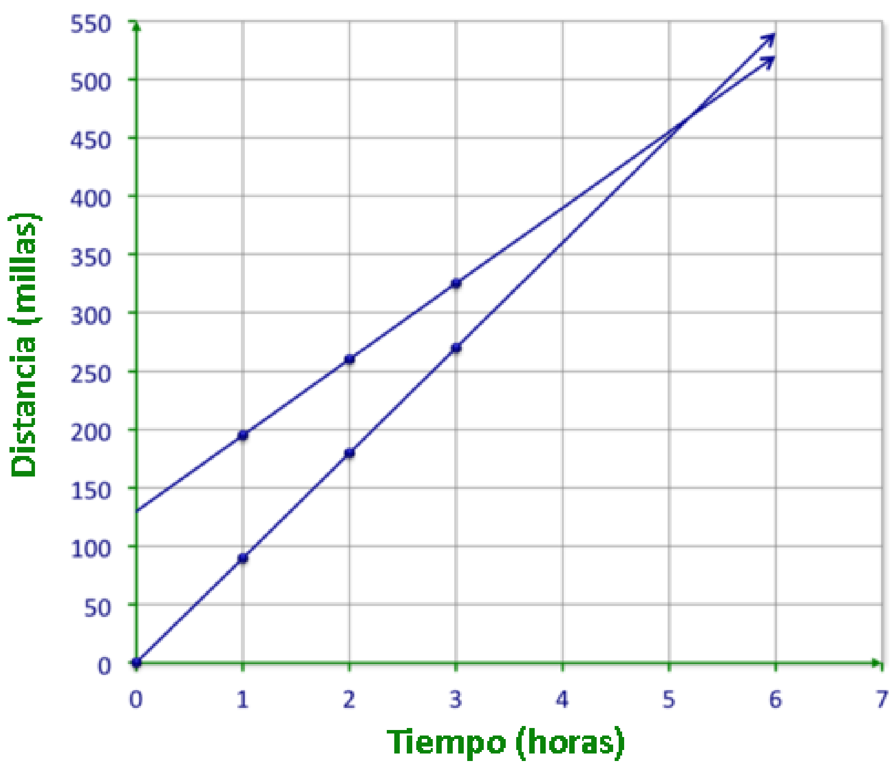
Puede que algunas veces dos ecuaciones no se intersecten. Si pasa esto, entonces sabrás que el sistema no tiene soluciones. Las rectas paralelas son un posible sistema que no tienen solución. Las rectas paralelas tienen la misma pendiente, por lo que puedes reconocer un sistema sin soluciones.

Responde cada pregunta con verdadero o falso.

Ejemplo A

Si dos rectas se intersectan en un punto, entonces las coordinadas de ese punto son la solución para el sistema lineal.

Solución: Verda...



Ejemplo B

Las rectas parale...

Solución: Verda...

Ejemplo C

Las rectas perpen...

Solución: Falso.

Ahora volvamos a...

Primero, pensem... una función del tiempo t . Puede...

Ya que el primer ... que el segundo tren. Sin embarg... ón $d = 65(t+2)$.

Resuelve el sisten...

A partir de la gráfica puedes ver que los trenes se encontrarán poco después de 5 horas.

Vocabulario

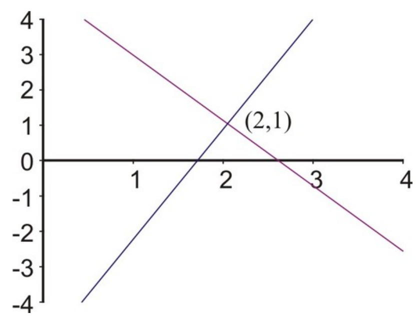
Sistema de ecuaciones

Dos o más ecuaciones al mismo tiempo. La solución será el par ordenado que funcione para ambas ecuaciones.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para trabajar por ti mismo.

¿Este gráfico muestra una solución para el siguiente sistema? ¿Por qué o por qué no?

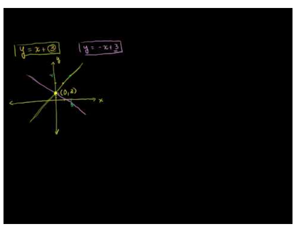


Solución

Este gráfico no muestra una solución para el siguiente sistema. La solución (2,1) sirve para la segunda ecuación, pero no para la primera.

Un par ordenado debe ser una solución para ambas ecuaciones de un sistema.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/98

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Solving Linear Systems by Graphing

**Este video solo está disponible en inglés*

Práctica

Instrucciones: Grafica los siguientes sistemas de ecuaciones. Identifica la solución, escribe que no hay solución o que hay infinitas soluciones según sea el caso.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

11.

12.

Instrucciones: Responde cada pregunta con verdadero o falso.

13. *Algunos sistemas lineales no tienen solución*
14. *Las rectas perpendiculares tienen una solución.*
15. *Las rectas con la misma pendiente e interceptos de y tienen soluciones infinitas.*

9.15 R es mediante S

Aquí, resolverás sistem

¿Alguna vez has ido al

A Kelly le gustó tanto la presentación del omni-teatro sobre las selvas que decidió ir a verla otra vez. Le preguntó a Tyler si quería ir con ella la tarde del sábado.

"¿Quieres ir conmigo?", preguntó Kelly

"Seguro, pero tengo clases de karate primero, así que te veré allí. ¿A qué hora es la función?" Preguntó Tyler.

"La función comienza a las 2:30 pm. Voy a salir a la una en punto para pasear un rato", dijo Kelly.

"Bueno, yo no termino mis clases hasta esa hora, por lo que probablemente no salga hasta las 2:00 pm", dijo Tyler.

El sábado, los dos cumplieron con sus rutinas y se fueron al museo. La madre de Kelly tiende a conducir despacio y con cuidado, así que iba por las calles a 45 mph. La clase de karate de Tyler es en el centro, así que podía tomar la carretera para llegar al omni-teatro. Su padre condujo a un promedio de 55 mph. ¿Se alcanzarán los dos autos?

Este problema es sobre ecuaciones y sistemas de ecuaciones. Tendrás que resolver un sistema de ecuaciones para encontrar la solución. Para hacerlo, necesitas encontrar una solución que sirva para ambas ecuaciones. Aprenderás todo lo anterior en esta sección.

Orientación

Recordemos que en un sistema de ecuaciones buscamos los mismos valores para x e y que hagan que la ecuación sea verdadera. Por lo tanto, la solución al sistema

Es el par ordenado (x, y) *que hace que la primera y la segunda ecuación sean verdaderas. En otras palabras, la* x *en la primera ecuación iguala la* x *de la segunda ecuación y la* y *en la primera ecuación iguala la* y *de la segunda ecuación. Ahora, mira la segunda ecuación,* $y - x = 4$ *.Es simple encontrar el valor de* y *suma* x *a ambos lados. Entonces,* $y = x + 4$ *. Bueno, si* y *es igual en ambas ecuaciones y* $y = x + 4$ *,entonces podemos sustituir* y *por* $x + 4$ *en la primera ecuación. Es por esto que se* método de sustitución .

$y - x = 4$

y $3y = x - 2$ por lo que sustituyes $3(x+4) = x - 2$

$y = x + 4$

Ahora que hemos sustituido, podemos resolver la ecuación porque tiene solo una variable.

Si $x = -7$ *, sustituye otra vez para encontrar* y *:*

Nuestra solución es (-7, -3).

Resuelve cada sistema usando la sustitución.

Ejemplo A

Solución: $x = \frac{4}{5}, y = 2\frac{2}{5}$

Ejemplo B

Solución: $x = -2, y = -8$

Ejemplo C

Solución: $x = 2, y = 6$

Ahora volvamos al problema del comienzo de la sección.

La primera ecuación que podemos escribir es para representar el tiempo de Tyler. Su padre viaja a 55 mph. Por lo tanto, la distancia es una función de la velocidad y el tiempo.

$d = 55t$

Kelly salió una hora antes que Tyler. Viaja a 45 millas por hora. Por lo tanto, la velocidad multiplicada por el tiempo de Tyler más una hora iguala al tiempo de Kelly.

$d = 45(t+1)$

Ahora veamos si hay una solución que sirva para ambas ecuaciones. Podemos intentar resolverla usando la sustitución.

Ahora vamos a Tyler.

La solución podrían ser los siguientes valores para d **y** t **. Sin embargo, cuando sustituyes dichos valores en ambas ecuaciones, la solución no sirve. Por lo tanto, no hay solución para este sistema. Kelly y Tyler no se encontrarán mientras viajan.**

Vocabulario

Sistema de ecuaciones
: *Dos o más ecuaciones al mismo tiempo. La solución será el par ordenado que funcione para ambas ecuaciones.*

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para trabajar por ti mismo.

La madre de Angélica salió a visitar a su abuela porque es su cumpleaños. Su abuela vive a 450 millas de distancia y su madre conduce a un promedio de 60 mph. Tres horas más tarde, el padrastro de Angelica nota que su madre olvidó el regalo de la abuela, así que decide intentar alcanzarla. Si conduce a un promedio de 50 mph, ¿Podrá alcanzarla antes de que llegue a la casa de su abuela?

Escribe un sistema de ecuaciones para modelar la situación y resuelve usando el método de sustitución.

Solución

Primero tenemos que saber cuánto le tomará a la madre de Angelica llegar a la casa de su abuela considerando la distancia.

$d = rt$

Viaja a 50 mph y su abuela se encuentra a 450 millas.

Le tomará ocho horas.

Ahora, escribamos y resolvamos un sistema de ecuaciones para ver si su padrastro podrá alcanzarla antes de que llegue a su destino.

$d = 60t$ *es la ecuación de la madre conduciendo.*

$d = 50t + 3$ *es la ecuación del padrastro conduciendo.*

$60t = 50t + 3$

Ahora resolvemos la ecuación para t, el tiempo.

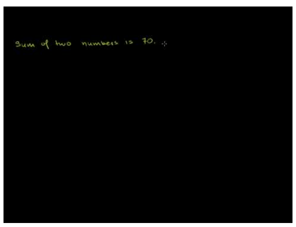
Ahora sustituimos este valor en el tiempo de la madre.

$60 \times \frac{3}{10}$

18

Le tomará al padrastro 18 horas alcanzarla. No llegará antes que la madre de Angélica.

Repaso en video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/99

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Solving Linear Systems by Substitution

**Este video solo está disponible en inglés*

Práctica

Instrucciones: Resuelve cada sistema lineal usando la sustitución.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

11.

12.

13.

14.

15.

9.16 R neales

Aquí, escribirás y resol

¿Alguna vez has ido a u

Irás a un viaje en jeep a. Está a 115 millas de distancia. Puedes com millas por galón, pero el etanol es más limpio rar cuántos galones de cada uno necesitarías.

Para escribir la inecua á todo lo que necesitas saber. Para el final de

Orientación

Nuestra tarea con las e e soluciones-que hacen que la ecuación sea ve emos que encontrar los valores que hace que la

Recuerda los símbolos de inecuación que has usado antes.

Menos que

$$<$$

#38;#60; " class="x-ck12-math" /#38;#62; mayor que

$$>$$

" class="x-ck12-math" /#38;#62; no es igual a $\neq$

Menos que o igual que $\leq$ *mayor que o igual que* $\geq$

Puede que veas una inecuación simple como "un número es menos que cinco" o

$$x < 5$$

#38;#60; 5 " class="x-ck12-math" /#38;#62; y pienses en los infinitos valores que harían que x fuera verdadera. También has resuelto inecuaciones como $3(x-4) \geq 7x+10$ *usando las propiedades de la ecuación.*

Tal como las ecuaciones pueden tener dos variables, las inecuaciones también pueden tenerlas. Sin embargo, debido a que hay cinco signos de inecuación, tenemos que estar atentos a su significado. Además, a menudo hay muchas formas de decir lo mismo-"es menos que" podría decirse "no es tanto como"-a pesar de que usan el mismo símbolo de inecuación.

Traduce las siguientes expresiones a inecuaciones:

1. *La suma de dos números es más de 10.*

$$x + y > 10$$

10 " class="x-ck12-math" /#38;#62;

2. *La diferencia entre dos números es al menos 32.* $x - y \geq 32$
3. *Cuatro menos un número es menos que un tercio de otro número.*

$$x - 4 < \frac{1}{3}y$$

#38;#60; { $\frac{}{1\}\{3\}y\text{"class="}x-ck12-math\text{"/\#38;\#62;}Cinconegativoporlasumadedosnmerosnoes18.}$ *-5(x+y)* $\neq 18$

Puedes ver que cada vez que hablamos de dos números o dos números desconocidos usamos dos variables en la ecuación. Esto nos permite expresar una inecuación en dos variables.

Igual que con las ecuaciones, la solución de una inecuación será el(los) valor(es) que hagan que la inecuación sea verdadera. Cuando viste la inecuación

4. $x < 5$

#38;#60;5" class="x-ck12-math" /#38;#62; , sabías que 4 era una solución, 2, 0, -3, -7.3, etc.

Hay una infinidad de valores que hacen que la inecuación sea verdadera.

Cuando tenemos ecuaciones con dos variables como $x + y = 7$ *, también vimos que hay infinitas soluciones. Las soluciones se mostraron como pares de números, pares ordenados, debido a que había más de una variable, como (3, 4) o (-1, 8).*

Por la misma razón mostraremos las soluciones a inecuaciones de dos variables como pares ordenados. Podemos encontrar soluciones adivinando y luego comprobando o usando un razonamiento matemático.

Mira este problema.

¿Cuál solución hace que la inecuación sea verdadera?

y" class="x-ck12

$(3, 5)$	$3 \cdot 3 + 2 > 5?$	si
$(-6, 0)$	$3 \cdot -6 + 2 > 0?$	no
$(-1, -1)$	$3 \cdot -1 + 2 > -1?$	no
$(10, 31)$	$3 \cdot 10 + 2 > 31?$	si

5? #38;#38;#38;#38; {yes}
& (-6, 0) #38;#38;#38;#38; 3 $\cdot - 6 + 2\#38;\#62;0?\#38;\#38;\#38;\#38;\{no\}$
& $(-1, -1)\#38;\#38;\#38;\#38;3 \cdot -1 + 2\#38;\#62;-1?\#38;\#38;\#38;\#38;\{no\}$
& $(10, 31)\#38;\#38;\#38;\#38;3 \cdot 10 + 2\#38;\#62;31?\#38;\#38;\#38;\#38;\{yes\}\text{"}class = \text{"}x - ck12 - block - math\text{"}/\#38;\#62;$

Aquí tenemos dos posibles soluciones para la inecuación. Recuerda que a menudo tendrás más de una solución.

También podemos resolver una inecuación de la misma forma que resolveríamos una ecuación lineal.

Mira.

$$4x < 16$$

#38;#60;16" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Podemos resolver esta inecuación dividiendo ambos lados por cuatro. Luego separamos la variable y buscamos el rango de valores que sería la solución para esta inecuación.

$$\frac{4x}{4} < \frac{16}{4}$$

$$x < 4$$

$$3x - 2 > 16$$

#38;#60; { 16}{4}#38;#38;#38;#60;4"class="x−ck12−block−math"/#38;#62;

$$3x > 16 + 2$$

Cualquier valor inferior a 4 será una solución para esta inecuación. Podemos escribirla como {......4}.

Las inecuaciones de varios pasos también pueden resolverse como las ecuaciones lineales.

$$3x > 18$$

$$x > 6$$

16
x #38;#38;#38;#62; 16+2
x #38;#38;#38;#62; 18
#38;#38;#38;#62; 6" class="x-ck12-block-math" /#38;#62;

Cualquier valor mayor a 6 será una solución para esta inecuación. Podemos escribirla como {......6}.

Escribe una inecuación para cada situación.

Ejemplo A

La diferencia entre un número y siete es mayor que 12.

Solución:

$$x - 7 > 12$$

12" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Ejemplo B

Un número multiplicado dos veces más seis es menos que veinte.

Solución:

$$2x + 6 < 20$$

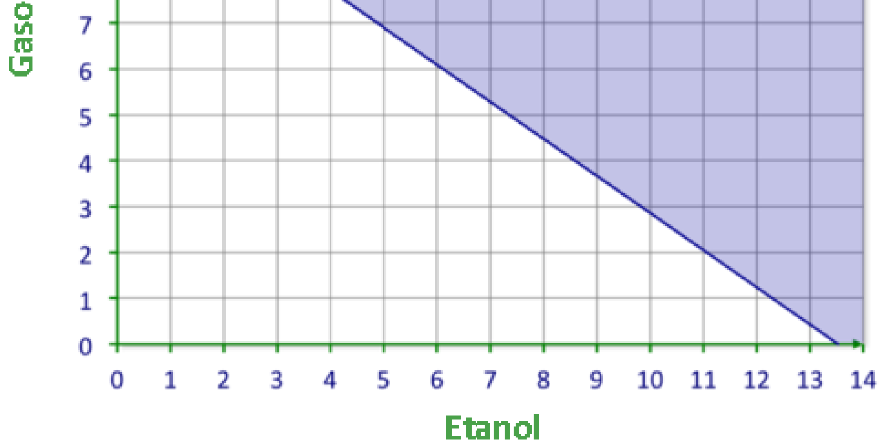
#38;#60;20" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Ejemplo C

Tres menos que cuatro multiplicado por un número que es mayor a 40.

Solución:

$$4x - 3 > 40$$



40" class="x-ck1

Ahora volvamos c

Para escribir la s para la gasolina. Escribimos el nú elta. Ya que está a 115 millas, la d

$21g + 17e \geq 230$

Usando el par ordenado (e, g) , podrías tener (13, 2), (12, 3), (6, 8). El primer valor de cada par representa el uso de etanol, el segundo valor representa el uso de bencina.

Vocabulario

Inecuación

Situación en la que dos cantidades no son iguales.

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para trabajar por ti mismo.

Resuelve esta inecuación.

$$-4x - 5 > 15$$

15" class="x-ck12-math" /#38;#62;

Solución

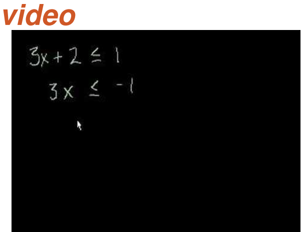
Primero, debemos separar la variable.

$$-4x - 5 + 5 > 15 + 5$$
$$-4x > 20$$
$$x > -5$$

15+5
4x #38;#38; #38;#62; 20
#38;#38; #38;#62; -5" class="x-ck12-block-math" /#38;#62;

El grupo de solución es {-5......}.

Repaso en video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63313

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Solving Inequalities

**Este video solo está disponible en inglés*

Práctica

Instrucciones: *Traduce cada oración a una inecuación.*

1. *La diferencia entre dos números es mayor que 8.*
2. *La mitad de un número es al menos 3 veces otro número.*
3. *Un cuarto de la suma de dos números es menos que 15.*
4. *Un número multiplicado siete veces más 3 menos otro número no es más que -16.*
5. *Un número multiplicado por seis es más que menos treinta.*
6. *Un número multiplicado por cinco más seis es menos o igual a 39.*
7. *Doce dividido por un número es menor a siete.*
8. *Un número multiplicado por seis más dos menos otro número es menos o igual a -12.*

Instrucciones: *¿Qué pares ordenados hacen que las inecuaciones sean verdaderas?*

$2x - 5y \geq 20$

9. *(10, 5)*
10. *(10, 4)*
11. *(-10, -10)*
12. *(0, 0)*

$$y > -4x - 2$$

-4x-2" class="x-ck12-math" /#38;#62;

13. *(1, 1)*
14. *(0, -6)*
15. *(2, -9)*
16. *(-1, 0)*

9.17 Representación de inecuaciones lineales

Aquí, aprenderás a representar inecuaciones lineales para encontrar las soluciones.

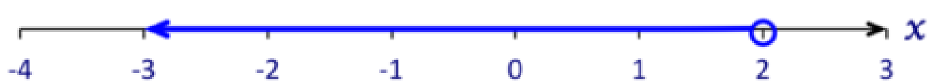
¿Sabías que puedes usar una inecuación para describir una situación cotidiana? Mira este problema.

¡Vas a una fiesta! Se supone que debes llevar bebidas y papas fritas pero solo tienes $20 para gastar. Las botellas de bebida cuestan $1,50 cada una y las papas fritas $2,50 por bolsa. ¿Cuántas de cada una puedes comprar?

Este problema puede ser modelado con una inecuación lineal. Aquí aprenderás a resolver esta inecuación mediante una gráfica.

Orientación

Listar las soluciones para las inecuaciones de una variable es útil pero, ya que hay una infinidad de soluciones, es imposible mostrar la solución completa con una lista así. Por esta razón usamos las líneas de números. Cuando

#38;#60;2" clas: 

Con los símbolos menos que

$$(<)$$

#38;#60;)" class="x-ck12-math" /#38;#62; , más que

$$(>)$$

)" class="x-ck12-math" /#38;#62; , y no es igual a $(\neq)$, hablamos de un círculo abierto, a pesar de que el grupo de solución es infinitamente más cercano al final, el final en sí no es realmente una solución . Con los símbolos de menor que o igual a $(\leq)$ y mayor que o igual a $(\geq)$ el punto de término es una solución, así que usamos un círculo cerrado.

Tal cual como graficamos ecuaciones lineales, también podemos graficar inecuaciones lineales. Graficaremos las inecuaciones lineales usando la forma pendiente-intercepto. Como el círculo en una recta numerada marca el fin del grupo de solución para una inecuación de una variable, de forma que la recta en el plano coordenado marca el límite de la solución para una inecuación lineal.

El grupo solución estará a un lado de la recta o del otro. Tomaremos un punto de referencia para encontrar qué lado hace que la inecuación sea verdadera y luego marcar esa mitad del plano coordenado para indicar el grupo solución.

Con los símbolos menos que

$$(<)$$

#38;#60;)" class="x-ck12-math" /#38;#62; , más que

)" class="x-ck12 **r de que el grupo de solución es inf** **Con los símbolos de menor que o i** **sí que usamos un círculo cerrado.**

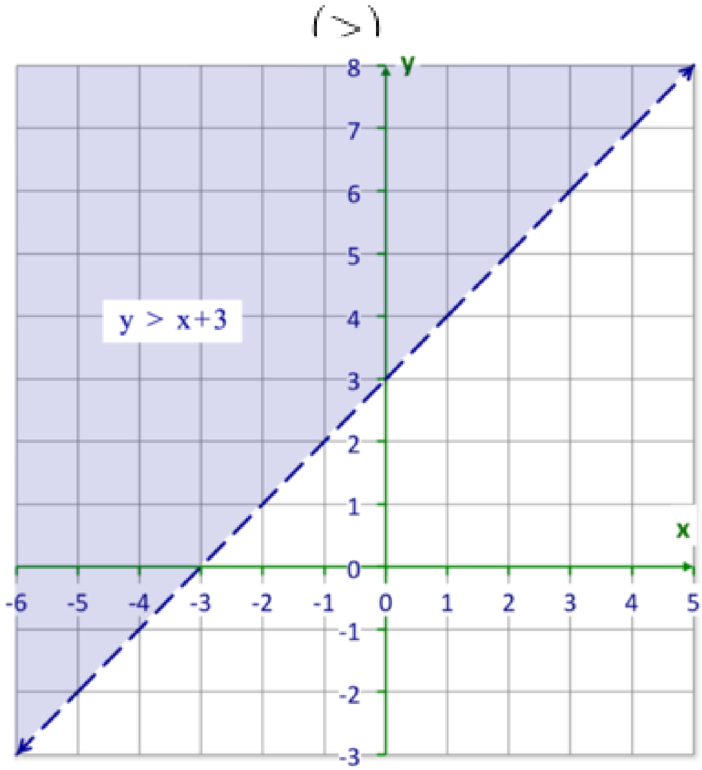
Mira este problen

Grafica el grupo s

x+3" class="x-ck

Grafica usando *n*

" class="x-ck12-



Ahora, el grupo solución estará a un lado de la línea o del otro. Para determinar en cuál lado está, tenemos que probar un punto que no sea la línea misma. Prueba, por ejemplo, (1, 1). ¿El punto hace que la inecuación

$$y > x+3$$

x+3" class="x-ck12-math" /#38;#62; sea verdadera?

$$1 > 1+3?$$

1+3?" class="x-ck12-math" /#38;#62; ¡ *l otro lado de la línea. Como puedes ver en la gráfica, marcamos el lado opuesto.*

Podemos graficar cualquier inecuació **ficamos la ecuación de la línea. Luego revisamos si es una línea sólida o si e** **ıos sobre la línea o bajo esta según el símbolo de inecuación.**

Escribe estos pasos en tu cuaderno.

Responde cada pregunta sobre la representación de inecuaciones.

Ejemplo A

Verdadero o falso. Si la inecuación es menor que, entonces la gráfica mostrará que el área bajo la línea punteada está sombreada.

Solución: Verdadero

Ejemplo B

Verdadero o falso ... la línea punteada está sombreada.

Solución: Falso.

Ejemplo C

Verdadero o falso ... artida por ambas inecuaciones.

Solución: Verda...

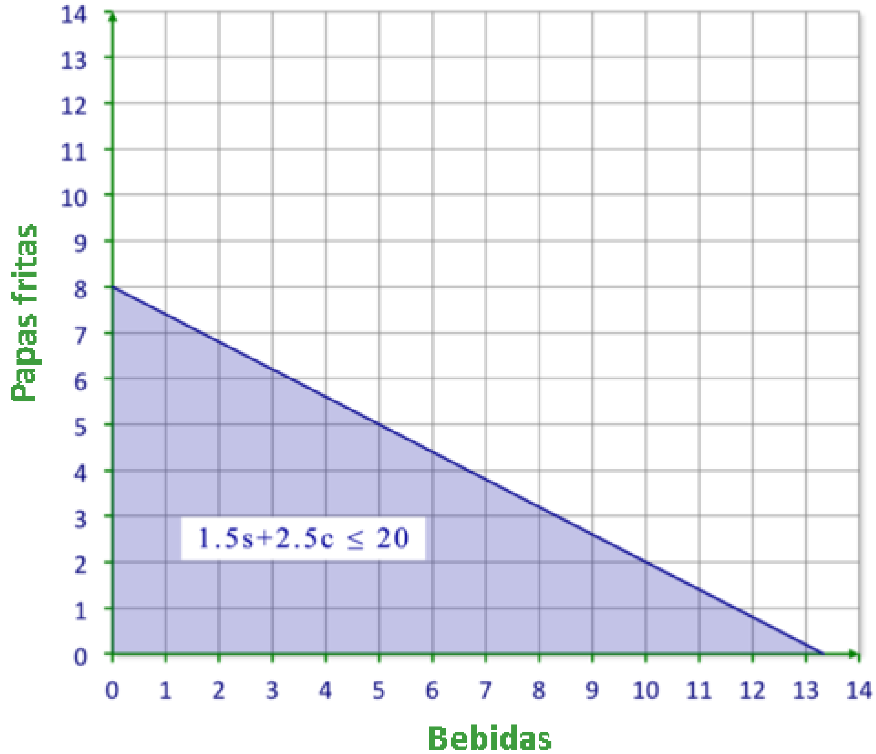
Ahora volvamos a ...

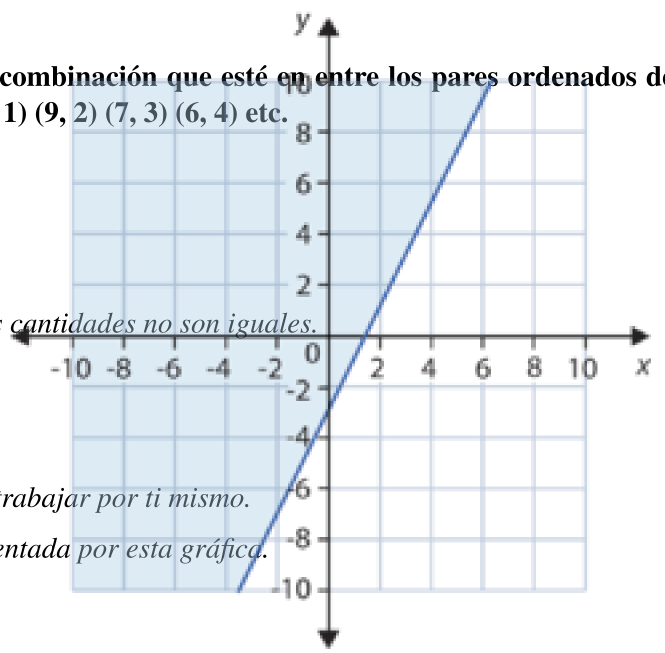
Este problema p...

Considera s com... ... pras.

La inecuación es ... debe superar los \$20.

Grafica la inecua... ... papas fritas que puedes comprar ...





Puedes comprar cualquier combinación que esté en entre los pares ordenados de la región oscurecida. Las respuestas posibles son (11, 1) (9, 2) (7, 3) (6, 4) etc.

Vocabulario

Inecuación
: *Situación en la que dos cantidades no son iguales.*

Práctica guiada

Aquí tienes un ejemplo para trabajar por ti mismo.

Escribe la inecuación representada por esta gráfica.

Solución

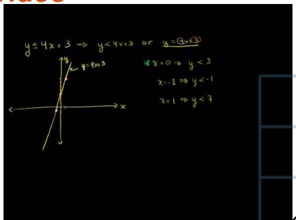
Primero, nota que el área oscurecida es más grande que la línea. También, es una línea sólida, así que sabemos que la solución de la inecuación está sobre la línea e incluye los valores en la línea.

La pendiente de la línea es 2 . *El intercepto de* y *es* -3 .

$y \geq 2x - 3$

Esta es nuestra respuesta.

Repaso en video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/97

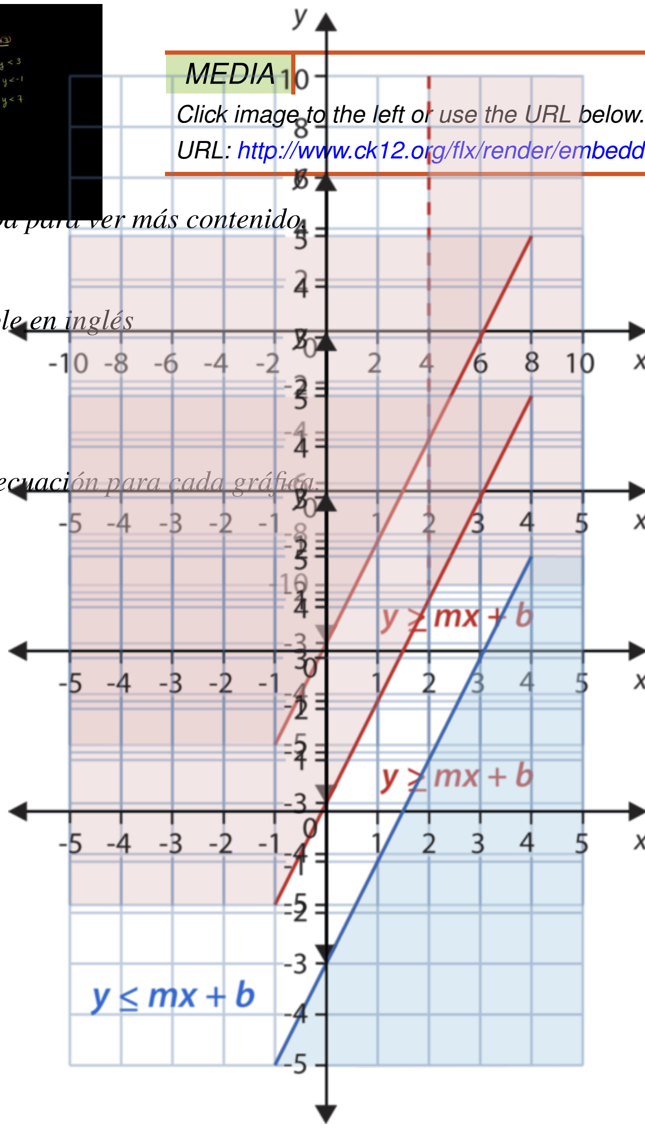
Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Graphing Linear Inequalities

**Este video solo está disponible en inglés*

Práctica

Instrucciones: Escribe una inecuación para cada gráfica.



1.
2.
3.
4.

Instrucciones: Grafica las siguientes inecuaciones en el plano coordenado.

5. $y < 2x + 1$

#38;#60;2x+1" class="x-ck12-math" /#38;#62;

6. $y \geq 3x - 2$
7. $y \geq -1/2x$
8. $y \leq 1/4x + 2$
9. $y < -2x$

#38;#60;-2x" class="x-ck12-math" /#38;#62;

10. $y \leq 4$

Instrucciones: Responde cada pregunta con verdadero o falso.

11. No puedes sombrear menos que una línea vertical.
12. Una línea punteada solo puede usarse en una inecuación con mayor que.
13. Se usa una línea punteada cuando el signo de inecuación no incluye un igual.
14. Puedes oscurecer menos que o más que en una línea horizontal.
15. Puedes graficar una inecuación lineal con dos variables.

Resumen

Primero, aprendiste sobre las funciones. Aprendiste cómo identificarlas, cómo resolver las reglas de la función y cómo usar las tablas de dominio/rango. También, aprendiste cómo encontrar soluciones para las ecuaciones de dos variables y cómo graficar funciones.

Luego aprendiste sobre la pendiente. Aprendiste a identificar la pendiente en una ecuación y en una gráfica. Aprendiste a escribir ecuaciones en diferentes formas, incluyendo la forma estándar y la forma pendiente-intercepto. Además, viste cómo identificar la pendiente y el intercepto de y tanto para las ecuaciones como para las gráficas.

Por último, aprendiste sobre los sistemas lineales de ecuaciones e inecuaciones. Con respecto a los sistemas lineales de ecuaciones, aprendiste a identificarlos y resolverlos mediante la sustitución y la creación de gráficas. Luego aprendiste a resolver inecuaciones lineales y a graficarlas en el plano coordenado.

CHAPTER 10 Análisis de Datos

Chapter Outline

Introducción

En este capítulo explorarás información y analizarás datos. Comenzarás con las medidas de tendencia central y dispersión. Aprenderás cómo encontrar la media, la mediana y la moda y rango de conjuntos de datos. Luego, explorarás la media de manera más profunda al aprender cómo calcular desviaciones estándar desde la media. Después, aprenderás a exponer los datos en muchas maneras diferentes incluidas las tablas de frecuencia, los diagramas de tallos y hojas, los histogramas, los diagramas de dispersión y los diagramas de caja y bigotes. A continuación, continuarás expandiendo tus conocimientos de datos con el aprendizaje de estadísticas, estadísticas engañosas, encuestas, ejemplos y sesgos. Finalmente, verás interpretación de los datos.

10.1 Media, Mediana, Moda y Rango

En esta sección, comprenderás las Medidas de Tendencia Central al encontrar la media, mediana, moda y rango de conjuntos de datos.

¿Alguna vez has estado en un parque de diversiones? Observa este dilema.

Un parque de diversiones está diseñando una nueva sección para niños de más de 3 años de edad y menos de 8 años. Como parte de su investigación, utilizaron un sondeo de las alturas y pesos de cientos de niños en ese grupo etario. ¿Qué medida de tendencia central deber&iautean usar para acomodar el gran número de niños en una montaña rusa?

En esta sección, aprenderás todo sobre cómo identificar y encontrar cada medida diferente. Al final de esta Sección, podrás responder esta pregunta.

Orientación

En el mundo real, hay muchas situaciones en que se colecciona un grupo grande de datos. Para que tenga sentido, utilizamos un número de ***medidas estadísticas*** *. Estas medidas nos ayudan a generalizar un grupo de datos, a hacer inferencias sobre ellos, y a compararlo con otros grupos de datos.*

Las medidas estadísticas incluyen media, mediana, moda y rango. Dependiendo de la situación, ciertas medidas pueden ser más útiles q

Miremos estas medidas

La. ***media, mediana*** *y* ***l*** *ramientas matemáticas que se utilizan frecuent*

La *media* , referida co **los datos divido por el número de datos. La** **na de menor a mayor. Si hay un número par** **encontrar la mediana. Finalmente, la *moda* e**

Observa este dilema.

Un gerente de una pequeño cine estaba analizando el número de personas que van al cine durante la semana. Después de nueve días, encontró los siguientes datos: 81, 89, 92, 85, 93, 62, 85, 105 y 90. Encuentra la media, la mediana y la moda de los datos.

Primero, encontremos la media. Recuerda que la media es lo mismo que el promedio.

Media: Suma todos los elementos de datos y divídelos por los elementos.

El promedio o media es 86,8 que se puede redondear en 87.

Luego, encontraremos la mediana.

Mediana: El número medio cuando los datos se ordenan de menor a mayor.

Primero reordena los datos del más pequeño al más grande.

La mediana es 89.

Finalmente, encontrar

La moda es el número q ... *otros números aparecen solo una vez. El númer*

La moda es 85.

Ahora es importante que aprendas estas definiciones para que puedas encontrar la media, la mediana y la moda de cualquier conjunto de datos.

¿Qué sucede con el rango?

El rango es la diferencia entre el valor más alto y el valor más bajo en un conjunto de datos.

Observa.

Encuentra el rango del conjunto de datos: {12, 14, 18, 22, 30, 35}.

Para hacerlo, necesitamos encontrar la diferencia entre el valor más alto, 35, y el valor más pequeño, 12.

$35 - 12 = 23$

El rango es 23.

Encuentra cada Medida de Tendencia Central de este conjunto de datos. {12, 14, 18, 22, 30, 35}.

Ejemplo A

Encuentra la media del conjunto de datos.

Solución: 21.8

Ejemplo B

Encuentra la mediana del conjunto de datos.

Solución: 20

Ejemplo C

Encuentra la moda del conjunto de datos.

Solución: No hay moda.

Ahora, miremos otra vez el dilema que estaba al principio de esta Sección.

Para atraer más compradores, ellos deberían acomodar tantos niños como sea posible. Por esta razón, deberían utilizar el rango que incluye la altura de los niños desde el más alto al más bajo.

Vocabulario

Medidas Estadísticas:
: *Estas medidas nos ayudan a generalizar un grupo de datos, a hacer inferencias sobre este, y a compararlo con otros grupos de datos.*

Medidas de Tendencia Central

:
Herramientas matemáticas utilizadas para analizar datos.

Media:
El promedio de un conjunto de datos.

Mediana:
tEl punto medio en un conjunto de datos que ha sido dispuesto desde el más pequeño al más grande.

Moda
El valor que aparece más veces en un conjunto de datos.

Rango
La anchura de los datos. La diferencia entre los valor más grandes y más pequeños.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que trates tú mismo.

Encuentra la media, mediana, moda y rango del siguiente conjunto de datos.

$12, 13, 15, 18, 22, 25, 30, 31, 32, 34, 40$

Solución

Primero, encontramos la media al sumar todos los valores en el conjunto de datos y luego dividimos por el número de valores en el conjunto.

La media es 24.72 .

La media es el punto medio. Ya que los valores ya están en orden de menor a mayor, simplemente podemos encontrar el valor medio.

La mediana es 25 .

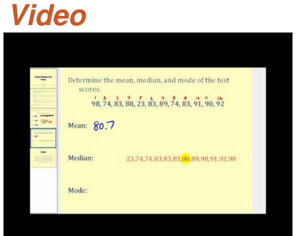
No hay moda.

Para encontrar el rango, encontramos la diferencia entre el valor más alto y el valor más bajo.

$40 - 12 = 28$

El rango es 28 .

Revisión en Video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5315

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Mean, Median and Mode

**este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

<u>Instrucciones:</u> *la media, la mediana, la moda y el rango. Redondea todas las respuestas a la decena más cercana. Fíjate que cada pregunta tiene cuatro respuestas.*

$13, 18, 24, 21, 16, 24, 14, 17, 24$

1. Media:

2. Mediana:

3. Moda

4. Rango

$116, 137, 120, 75, 98, 98, 137, 139, 139$

5. Media:

6. Mediana:

7. Moda

8. Rango

$22, 24, 25, 30, 32, 34, 37, 22, 22, 38, 40$

9. Media:

10. Mediana:

11. Moda

12. Rango

$123, 150, 163, 150, 163, 150, 180, 200, 201$

13. Media:

14. Mediana:

15. Moda

16. Rango

10.2 C

En esta sección, compr

¿Alguna vez has partici

"¡Es tiempo de prepararse para la competencia!" Le dijo el Sr. Watson, entrenador del equipo, a su equipo de atletismo la tarde del lunes.

"¿Qué significa eso, entrenador?" Preguntó Marco con una gran sonrisa.

Los Hawks estaban muy emocionados de que su temporada haya sido tan buena y ahora estaban preparados para las regionales.

"Significa que todos debemos resolver en que situación estamos y liego establecer metas para mejorar. Es por eso que debemos hacer una gran demostración en las regionales" explicó el Sr. Watson.

Tan pronto como escucho esto, Alfredo comenzó a resolver su situación. Alfredo es saltador de alturas en su escuela. Tiene 8 compañeros de equipo cuyos records son 172 cm, 174 cm, 175 cm, 179 cm, 181 cm, 181 cm, 182 cm y 185 cm. Si el récord de Alfredo es de 176 cm, ¿cómo se compara al resto del equipo?

Puedes ayudar a Alfredo a resolver esto con la comprensión de las estadísticas y los datos. Toma especial atención durante esta Sección y verás cómo puedes resolver este dilema.

Orientación

*IEn el mundo real, hay muchas situaciones en que se colecciona un grupo grande de datos. Para que tenga sentido, utilizamos un número de **medidas estadísticas**. Estas medidas nos ayudan a generalizar un grupo de datos, a hacer inferencias sobre ellos, ... s incluyen la media, la mediana, la moda, el r... lia. Dependiendo de la situación, ciertas medic*

Miremos estas medidas

*La **media** , **mediana** y lc ... ramientas matemáticas que se utilizan frecuent* **... nte como el promedio, es la suma de todos l ... le datos. La *mediana* es el número medio e ... ay un número par de datos, tomamos el pro ... ıalmente, la *moda* es el número que aparece n**

¿Qué sucede si querem ... dilema.

En un restaurant, los camareros declaran cuánto dinero de propinas pueden ganar en una noche. Un día sábado, los camareros declaran las siguientes propinas: $45, $37,50, $51, $89, $47 y $55. Greg es el camarero más reciente y él declaró $51. Él quiere saber qué tan bien lo hizo comparado con los otros.

¿Sabes cómo resolver esto?

Una forma de hacerlo es encontrando la ***desviación de la media*** **. Esto te dice cuán lejos de la media, o del promedio, estuvo cada camarero.**

Estos son los pasos.

Primero, encontremos la media.

Luego encuentra la diferencia entre cada número y la media con la sustracción. Ya que queremos encontrar "cuán lejos" está cada persona (es como encontrar una distancia) utilizamos solo números positivos.

Paso 1: encontremos la media.

La propina promedio de los camareros fue de $54,08.

Paso 2: Encuentra la diferencia de cada propina de los camareros con la media. Esta es la desviación de la media. Fíjate que el valor de Greg siempre se utiliza porque estamos buscando la desviación entre las propinas de los otros camareros y las de Greg.

TABLE 10.1:

Diferencia de la media	Desviación de la media
[illegible]	[illegible]

Cuando restamos, ubicamos el número n *ara que la diferencia sea positiva.*

La desviación de la media puede hacer *ios estuvo del promedio de propinas ese día.*

Greg ganó $51. El promedio fue de $5 **te cerca del promedio aunque un poco bajo.**

Escribe estos pasos en tu cuaderno.

Recuerda que cuando buscamos la desviación de la media, estamos buscando la diferencia entre un promedio y un valor.

¿Sabes lo que significa desviación absoluta?

Primero, pensemos en el rango.

El *rango* se encuentra **una idea del alcance o anchura de los datos.**

Por ejemplo, si eres co *iboral, podría ayudarte saber que el precio me* *para ti, pero la media realmente no te entrega* *ntre $10,500 y $89,900, entonces tienes una me* *tu nivel de ingresos. El rango de los precios de* *igo amplio que debería permitirte comprar un*

Una segunda medida e *. . Ya encontramos la desviación de la media,* *a que solo encontramos la diferencia positiva, e* ***de la media**, entonces, es* **la media de esas de**

Sé que parece confuso

Supongamos que un pro *parece bien, ¿verdad? ¿Eso significa que el pr* *viación media absoluta es alta, significa que el* *. Indica un gran rango de notas. Por otra par* *ón que el grupo entero funciona cerca del nive*

Un topógrafo tomó medidas de elevación alrededor de una ciudad costera que ha reportado elevación media de 35 pies sobre el nivel del mar. Él fue a numerosas casas y recopiló los siguientes datos: 152, 316, 26, 64, 20, 506, 210 y 89. Encuentra el rango y la desviación absoluta de la media.

Paso 1: Encuentra el rango. Resta el número más pequeño del más grande.

$506 - 20 = 486$

Paso 2: Encuentra la desviación de la media (media de 35 que ya fue dada)

TABLE 10.2:

Diferencia de la media	Desviación de la media
[illegible]	[illegible]

Paso 3: Encuentra la media de las desviaciones de la media.

La desviación media absoluta es cerca de 143,9.

Utiliza la siguiente información para responder cada pregunta.

Se obtuvieron las siguientes notas en una prueba de matemáticas: 65, 70, 82, 83, 50, 90 y 88. Kara obtuvo un 82.

Ejemplo A

¿Cuál es la media de las notas?

Solución: 75

Ejemplo B

Encuentra la desviación de la media cada nota.

Solución: $10, 5, 7, 8, 25, 15, 13$

Ejemplo C

¿Cómo se compara la nota de Kara?

Solución: La nota de Kara está sobre la media por 7 puntos.

Ahora, miremos otra vez el dilema que estaba al principio de esta Sección.

En este caso, encontrar la desviación de la media sería más útil para responder la pregunta porque él quiere comprar su record individual con el de su grupo.

Paso 1: Encuentra la media.

Paso 2: calcula su desviación de la media: $178.6 - 176 = 2.6cm$.

El record de Alfredo es de 2,6 cm más bajo que la media. Debería continuar trabajando para mejorar su salto de altura. Ahora que Alfredo comprende su lugar en el equipo, él puede trabajar con el entrenador en un plan para mejorar.

Fíjate que cuando comparamos con otros, utilizamos la desviación de la media.

Vocabulario

Medidas Estadísticas
Estas medidas nos ayudan a generalizar un grupo de datos, a hacer inferencias sobre este, y a compararlo con otros grupos de datos.

Medidas de Tendencia Central
Herramientas matemáticas utilizadas para analizar datos.

Media:
El promedio de un conjunto de datos.

Mediana:
El punto medio en un conjunto de datos que ha sido dispuesto desde el más pequeño al más grande.

Moda
El valor que aparece más veces en un conjunto de datos.

Desviación de la media
Cuán lejos un valor está de la media o el promedio.

Rango
La anchura de los datos. La diferencia entre los valores más grandes y más pequeños.

Desviación Media Absoluta
La media de las desviaciones.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que trates tú mismo.

La ciudad mantienes estadísticas en sus carreras locales. | Estos son los tiempos de una reciente carrera de 5 kilómetros. El tiempo promedio era de 23 minutos.

$21, 21, 22, 18, 19, 23, 25, 27, 30$

¿Sabes lo que significa la desviación media absoluta?

Solución

Para resolver esto, primero debemos encontrar el rango.

$30 - 21 = 9$

Luego, encontramos cada desviación de la media. Hacemos esto al restar cada tiempo de la media de 23 minutos.

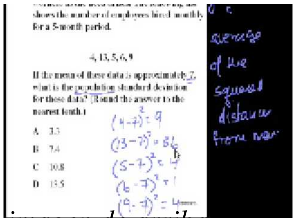
$2, 2, 1, 5, 4, 0, 2, 4, 7$

Ahora, encontramos la media de las desviaciones.

3

La desviación media absoluta de los tiempos es de 3 minutos.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63330

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Mean and Standard Deviation

**este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Instrucciones: Define cada término.

1. *Media:*
2. *Mediana:*
3. *Moda :*
4. *Desviación de la media*
5. *Rango*

Instrucciones: Utiliza esta información para completar las siguientes preguntas.

Se pesaron dos grupos de focas hembras adultas de diferentes partes del mundo; un grupo era del Océano Pacífico y el otro del Océano Atlántico.

El grupo del Océano Pacífico presentó los siguientes pesos: 126kg, 130kg, 135kg, 136kg, 137kg, 140kg y 148kg y 150kg. El grupo del Océano Atlántico presentó los siguientes pesos: 117kg, 119kg, 122kg, 123kg, 130kg, 131kg, 141kg, 149kg y 152kg. Un biólogo marino decidió recopilar los datos para comparar los dos grupos.

Comenzando con el Grupo del Océano Pacífico.

6. *¿Cuál es la media del conjunto de datos?*
7. *¿Cuál es la mediana?*
8. *¿Cuál es la moda?*
9. *¿Cuál es el rango?*
10. *Si se pesa una nueva foca con un peso de 137kgs, ¿cuál sería la desviación de la media?*

Ahora, con el Grupo del Océano Atlántico.

11. *¿Cuál es la media del conjunto de datos?*
12. *¿Cuál es la mediana?*
13. *¿Cuál es la moda?*
14. *¿Cuál es el rango?*
15. *Si se pesa una nueva foca con un peso de 137kgs, ¿cuál sería la desviación de la media?*

10.3 Diagrama de Tallos y Hojas

En esta sección, utilizarás el diagrama de tallos y hojas para mostrar los datos.

¿Alguna vez has visto un chimpancé? Observa este dilema.

Un zoólogo toma los pesos de chimpancés machos y hembras de 1 año de edad. Ella encuentra los siguientes datos, en libras, y los ordena dé menor a mayor.

Hembras: 14, 17, 19, 19, 20, 21, 23, 24

Machos: 18, 22, 24, 25, 26, 28, 31, 32, 34

Haz un diagrama de tallos y hojas doble que represente estos datos para que podamos comparar los machos y las hembras en la misma demostración de datos. Presta atención y sabrás cómo hacerlo al final de esta Sección.

Orientación

Las medidas de tendenc... datos. Sin embargo, los humanos tienden a ser... mejor manera cuando las pueden ver. Por esa... un conjunto de datos. Estas herramientas inc... ventajas y el mejor tipo e diagrama o gráfico d... preferencias como cada gráfico diferente se pue...

Pensemos en los diagra...

Considera un tallo y sus hojas. El tallo es una base sólida de donde brotan las hojas. Esta es la idea de un diagrama de tallos y hojas. Nos permiten ver grupos de datos y tendencias de manera rápida mientras que al mismo tiempo nos muestran cada parte de los datos.

Organizamos un diagrama de tallos y hojas de acuerdo a una gran base de valores de diez y una base más pequeña de valores de diez.

Observa este dilema.

Un contador debe considerar los costos de seguros de salud para los empleados de una compañía. Los costos del seguro de salud se basan en la edad de los empleados. Ella se da cuenta que las edades de los empleados son las siguientes: 32, 19, 37, 22, 25, 46, 58, 35, 41, 45, 35, 27, 29, 42, 53, 70, 56, 34, 29, 30, 21, 24, 27 y 45.

Estos datos son difíciles de entender en una lista que no está organizada. Las medidas de tendencia central se pueden calcular, pero no ayudarían a determinar los costos del seguro de salud. Un diagrama de tallos y hojas dará una mejor idea de números de empleados por grupo de edad.

Para crear un diagrama de tallos y hojas, primero debemos colocar los datos en orden de menor a mayor.

19, 21, 22, 24, 25, 27, 27, 29, 29, 30, 32, 34, 35, 35, 37, 41, 42, 45, 45, 46, 53, 56, 58, 70.

Ahora, elige los valores del tallo. Eso significa elegir valor que será el primer dígito (o los primeros dígitos) de las agrupaciones apropiadas. En este caso, ya que nuestro empleado más joven tiene 19 y el mayor tiene 70, podemos utilizar el lugar de las decenas como nuestro tallo. *Construimos los tallos de manera vertical entonces,* *como se ve más abajo. Luego, ubicamos cada parte de la información, las hojas, en el diagrama, al lado de su tallo. Ubicamos las hojas en orden, separadas solamente por una columna. El tallo, los lugares de la decena, no se repite.*

El diagrama de tallos y hojas está completo.

Ahora, mira el diagrama. ¿Qué tendencias puedes ver?

La mayor parte de empleados está entre los 20 y l *umerar, puedes encontrar la mediana rápidamente. También puedes notar la importancia de alinear lo olumnas para que puedas ver rápidamente cuántos elementos de datos hay por fila.*

Si nuestra situación ha utilizado números en l ntonces las centenas serán el tallo más grande. Si hubiese estado en las centenas de mil, ento las enas de mil hubiesen sido el tallo más grande. ¡Entiendes la idea!

Si nos hubiesen dado dos conjuntos de datos, entonces ¡podríamos haber realizado un diagrama de tallos y hojas doble!

Utiliza estos datos para responder las siguientes preguntas.

$22, 23, 24, 25, 33, 34, 40, 51, 52, 52, 60, 61, 62$

Ejemplo A

¿Qué tallo tendría la mayor cantidad de hojas?

Solución: 20's

Ejemplo B

¿Utilizarías tallos en las unidades o en las decenas?

Solución: Decenas

Ejemplo C

¿Qué tallo tendría la menor cantidad de hojas?

Solución: 40's

Ahora, miremos otra vez el dilema que estaba al principio de esta Sección.

En este diagrama, los datos de las hembras a la izquierda comienzan con el dato más pequeño del tallo y aumenta mientras avanzas a la izquierda. Puedes ver en el diagrama de tallos y hojas que la tendencia es que los machos pesen más que las hembras después de un año. También podemos ver que hay más machos que hembras en este grupo.

Vocabulario

Diagrama de Tallos y Hojas
Una demostración visual de datos que toma la base más grande de valores de diez y se separa por grandes bases y valores más pequeños en los datos.

Diagrama de Tallos y
Los diagramas d *isma demostración con la organización d*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio p

Crea un diagrama de tallos y hojas de la masa de geodas encontradas en un sitio volcánico. Los científicos midieron 24 geodas en kilogramos y obtuvieron los siguientes datos: .8, .9, 1.1, 1.1, 1.2, 1.5, 1.5, 1.6, 1.7, 1.7, 1.7, 1.9, 2.0, 2.3, 5.3, 6.8, 7.5, 9.6, 10.5, 11.2, 12.0, 17.6, 23.9, 26.8.

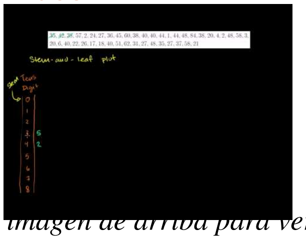
Solución

Ahora necesitamos construir un diagrama de tallos y hojas. Podemos empezar con la organización de los datos.

El tallo para este diagrama puede tener lugares de unidades o decenas. Si utilizamos las unidades, necesitará 24 filas. Eso es demasiado para que sea útil Deberíamos, entonces utilizar las decenas.

El diagrama de tallos y hojas está completo.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/38

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Stem-and-Leaf Plots

**este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Instrucciones: Utiliza cada situación para responder las preguntas.

Los estudiantes pasaron el siguiente número total de minutos haciendo tareas el pasado jueves en la tarde: 45, 45, 40, 43, 36, 50, 60, 55, 55, 45, 60, 63, 90, 75, 80

1. *Haz un diagrama de tallos y hojas que represente los datos.*
2. *¿Qué tallo tiene el mayor número de valores?*
3. *¿Qué tallo tiene el menor número de valores?*
4. *¿Qué puedes interpretar a partir del diagrama?*
5. *Explica los intervalos que escogiste.*
6. *¿Por qué es necesario mostrar los intervalos que no tenían datos?*

Un auto híbrido y un auto que solo utiliza gasolina llenan sus estanques en los mismos días del mes. Los conductores reportan los costos de la gasolina para ambos autos.

Híbrido: $17, $24, $19, $21, $10, $12, $15, $20, $6, $16

Auto a gasolina: $34, $27, $15, $31, $29, $27, $24, $14, $35, $28

7. *Crea un diagrama de tallos y hojas doble para representar los datos.*
8. *¿Qué tallo tiene el mayor número de valores para el auto híbrido?*
9. *¿Qué tallo tiene el mayor número de valores para el auto que utiliza gasolina?*
10. *¿Qué puedes concluir a partir del diagrama de tallos y hojas?*

Kelly ganó las siguientes cantidades de dinero trabajando como niñera: $30.00, $10.00, $15.00, $20.00, $18.00, $22.00, $35.00, $40.00 y $58.00.

11. *Haz un diagrama de tallos y hojas que represente los datos.*
12. *¿Qué tallo tiene el mayor número de valores?*
13. *¿Qué tallo tiene el menor número de valores?*
14. *¿Qué puedes interpretar a partir del diagrama?*
15. *¿Cuál fue la mediana de la cantidad de dinero que ella ganó?*

10.4 T amas

En esta sección, utiliza

¿Alguna vez has partici

Una tarde, el Sr. Watson tenía a todos los chicos del equipo de carreras de larga distancias alineados en la cancha.

"¡Hola, entrenador! ¿Qué sucede?" Preguntó Manuel tomando su lugar en el equipo.

"Estoy revisando las alturas", explicó el Sr. Watson mientras tomaba cinta de medir. Él comenzó a medir a cada chico en centímetros.

"¿Por qué?" Preguntó Carl, curioso.

"Bueno, tengo las alturas del equipo de Markswell y quiero comparar nuestras alturas con las de ellos. Me preguntó si hay una correlación entre la velocidad y la altura. Por lo que voy a empezar con las alturas", explicó el Sr. Watson.

El Sr. Watson escribió las siguientes alturas desde la más baja a la más alta.

Markwell Cougars: 170, 172, 175, 176, 176, 176, 178, 181, 182, 183, 183, 183, 185, 185, 187, 188, 188, 189, 190, 195

Hawks: 169, 175, 176, 176, 178, 179, 180, 183, 183, 186, 186, 186, 187, 187, 187, 187, 187, 188, 190, 191, 192

Hay muchas maneras diferentes para mostrar estos datos. En esta Sección, aprenderás sobre los histogramas y al final de ella, serás capaz de crear una demostración de las alturas de ambos equipos.

Orientación

Las medidas de tendenc *datos. Sin embargo, los humanos tienden a ser* *mejor manera cuando las pueden ver. Por esa* *r un conjunto de datos. Estas herramientas inc* *entajas y el mejor tipo de diagrama o gráfico* *preferencias como cada gráfico diferente se pue*

Observemos las tablas

¿Qué significa la pala *algo sucede. Cuando pensamos en la palabra*

Podemos utilizar una **ces que el valor de un dato aparece.**

Observa esta situación.

Un profesor se está preparando para una conferencia con padres. Para entregar a los padres la mayor información posible sobre sus hijos, él quiere organizar las notas de la clase para que ellos puedan compararlas con el resto de las clases.

Se han calculado los porcentajes matemáticos y sus alumnos obtuvieron las siguientes notas: 88, 86, 92, 65, 72, 75, 81, 84, 85, 93, 99, 50, 78, 80, 86, 76, 74, 95, 81, 87, 90, 72, 76, 61, 85, 84, 78, 83.

Las notas se determinan por porcentaje, donde 0-59% es un F, 60-69% es una D, 70-79% es una C, 80-89% es una B, 90-100% es una A, por lo que eso hace los intervalos *más lógicos.*

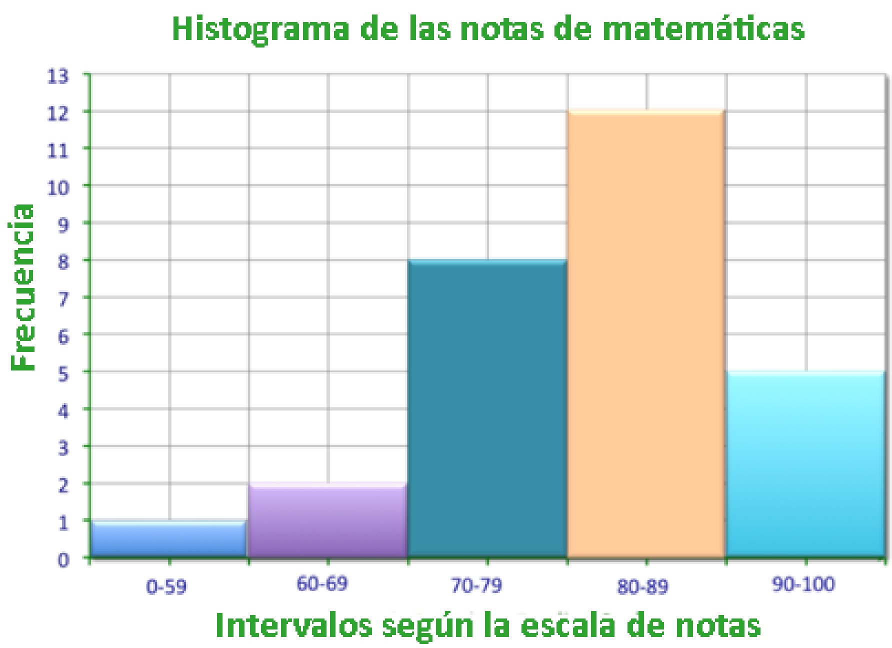
Los intervalos siempre se eligen dependiendo del rango de los datos. Él hará una tabla de frecuencia *para ilustrar la información.*

Para cada estudiante q

Intervalo

Este conteo es útil porq ... *una nota en el rango A, rango B, etc. No* ... *nte si pueden ver el número total d* ... *el niño está en la categoría en la q* ... *dicaría que están bajo el nivel gene*

Fíjate que una ta ... **Podemos verlo de manera visual.** ... **lizar líneas para las marcas de co**



Esta es una gran

Un histograma e ... **datos en ejes** x **- e** y **En un histogra** ... **frecuencia. Las barras en el hist**

El histograma muestra la misma información que la tabla de frecuencia. Sin embargo, el histograma es un tipo de gráfico, lo que significa que es una representación visual. Por su puesto, miramos a todos los datos con nuestros ojos, todos los datos son visuales. Pero las barras en un histograma se interpretan más fácil por tamaño que por datos numéricos.

Responde cada pregunta sobre los histogramas y las tablas de frecuencia.

Ejemplo A

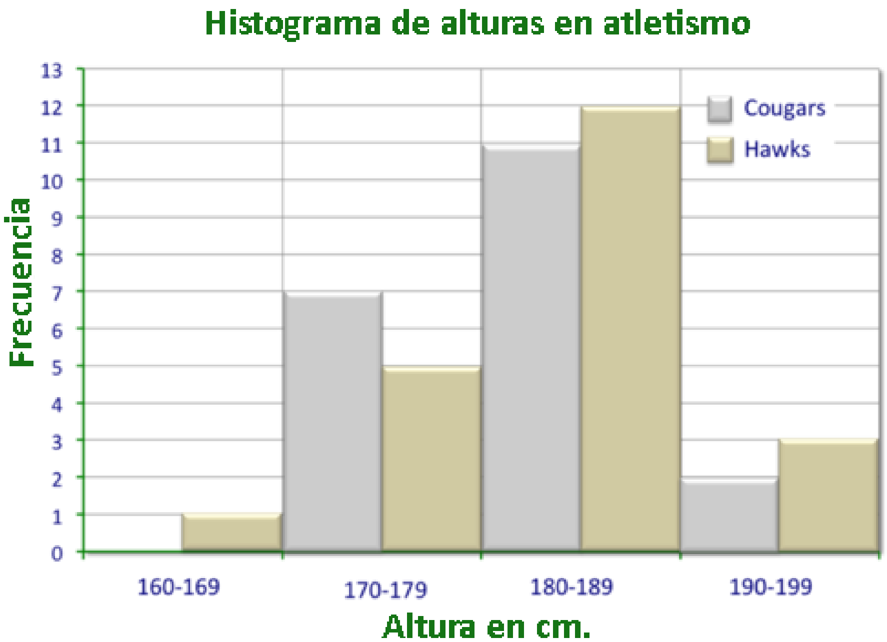
Verdadero o Falso. Un intervalo es la frecuencia en que sucede un evento.

Solución: Falso.

Ejemplo B

Verdadero o Falso. Para crear un histograma, primero necesitas una tabla de frecuencia.

Solución: Verdadero.



Ejemplo C

Verdadero o Fals... el pueblo el fin de semana, primero ... to en el día como en la noche.

Solución: Verda...

Ahora, miremos o...

Lo primero que l...

Intervalo		Frecuencia

Ahora, puedes u...

Puedes ver a partir del histograma que ambos equipos tienen más jugadores en el intervalo 180 - 189. Sin embargo, mientras que los Cougars tienen más jugadores en los intervalos 170 - 179, los Hawks tienen ligeramente más en el intervalo más alto. Los Hawks tienen una leve ventaja con respecto a la altura.

Vocabulario

Histogramas
: *Una demostración visual de datos que utilizas barras, ejes , x e y sin espacios entre los intervalos.*

Tabla de Frecuencia
: *Una tabla que muestra cuántas veces aparecen los valores en un conjunto de datos. Se disponen utilizando marcas de conteo o X.*

Histogramas Dobles
: *Una demostración visual de datos que utiliza barras e intervalos para comparar conjuntos de datos que contienen dos conjuntos de valores diferentes.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que trates tú mismo.

Crea un histograma de la masa de geodas encontradas en un sitio volcánico. Los científicos midieron 24 geodas en kilogramos y obtuvieron los siguientes datos: .8, .9, 1.1, 1.1, 1.2, 1.5, 1.5, 1.6, 1.7, 1.7, 1.7, 1.9, 2.0, 2.3, 5.3, 6.8, 7.5, 9.6, 10.5, 11.2, 12.0, 17.6, 23.9, 26.8.

Solución

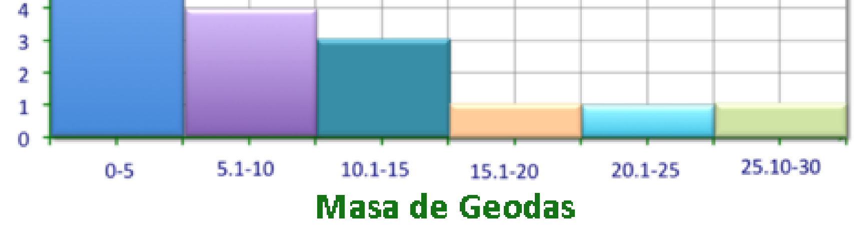
Primero, pensemos en los intervalos.

El elemento mínimo es de 8 kg y el máximo es de 26, 8. Para tener una idea de los datos, podemos utilizar los intervalos que incluyen quizás intervalos de 4 kg, intervalos de 5 kg o intervalos de 6 kg. Intentemos con un intervalo de 5.

Comienza con una tabla de frecuencia.

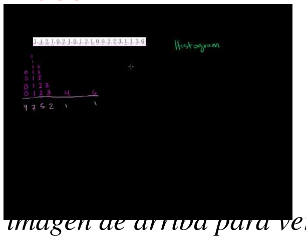
TABLE 10.5:

Intervalo	Conteo	Frecuencia
[illegible]	XXXXXXXXXXXXXX	[illegible]



Ahora podemos c

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/39

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Histograms

**este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Instrucciones: Utiliza lo aprendido sobre los histogramas para responder cada pregunta.

TABLE 10.6: Horas Dormidas Cada Noche

Número de Horas Dormidas	Conteo	Frecuencia
[illegible]	*I I I I*	[illegible]

1. *Crea un histograma que ilustre estos datos.*
2. *Explica por qué escogiste esos intervalos.*
3. *¿Qué puedes interpretar a partir de tu histograma?*

Compara el diagrama de tallos y hojas con el histograma de gastos en regalos de navidad de Melanie. Ella le dijo a su esposo: "La mayoría de los regalos valían alrededor de $60".

4. *¿Está diciendo la verdad?*
5. *¿Qué herramienta es más útil para tomar una decisión acerca de su honestidad?*

6. *Mirando este histograma, ¿puedes concluir que la mayoría de las personas ejercitan entre 6 - 11 horas por semana?*
7. *¿Cuál es la mínima cantidad de número de horas?*
8. *¿Cuál es el rango de horas?*
9. *¿Por qué crees que ellos escogieron esos intervalos?*

10 – 15 Haz tu propia encuesta y recolecta los datos. Elige los índices de asistencia en tu clase o en días de vacaciones por año, por ejemplo. Luego, crea una tabla de frecuencia, un histograma y analiza tus datos. Explica por qué escogiste esos intervalos y qué conjuntos de datos tienen los resultados más grandes y más pequeños.

10.5 D

En esta sección, aprend os.

¿Alguna vez has hecho

Un entrenador del equipo de atletismo, el Sr. Watson, estaba midiendo las distancias de la bala para su equipo titular y secundario. Estos son los datos, en pies, que él puso en orden de menor a mayor.

Equipo Titular: 36.8, 43.5, 45.8, 46.2, 49.1, 50.7, 52.7, 54.3, 54.4, 55.8, 56.0, 58.5

Equipo Secundario: 33.2, 35.4, 36.2, 37.0, 37.6, 39.4, 40.6, 40.8, 41.3, 42.1, 44.5, 50.3

El Sr. Watson quiere presentar esta información a ambos equipos. Quiere compararlos. ¿Cómo se comparan? ¿Cómo puede crear, el Sr. Watson, una demostración que comunicará lo que él quiere decirle a su equipo?

Para completar esta tarea, necesitarás saber sobre los diagramas de caja y bigotes. Presta especial atención y serás capaz de ayudar al Sr. Watson al final de esta Sección.

Orientación

Algunas veces, es útil obtener una idea general de cómo se agrupan los datos.

Los diagramas *de caja y bigotes* muestran la distribución de los elementos de los datos a lo largo de una línea numérica.

Los datos se dividen en cuatro partes iguales, separadas por puntos llamados ***cuartiles.*** .

También puedes ver el punto de datos más pequeño, el extremo mínimo y el punto de datos más grande, el extremo máximo.

Un diagrama de caja y bigotes se crea por la determinación de cinco puntos.

Primero, ubicaremos los datos en orden de menor a mayor.

Luego, crearemos una línea numérica que demuestre el rango de los datos utilizando intervalos iguales. Utilizaremos la mediana como nuestro punto medio en el diagrama de caja y bigotes y para separar en la mitad los datos.

Luego, se calcular la mediana de cada mitad, el cuartil. *Esto separara los datos en cuartos.*

Finalmente, utilizamos los datos más altos y los datos más bajos como nuestras puntas o extremos . *Las cajas se dibujan entre los cuartiles y los bigotes en los extremos.*

Ahora, apliquemos estos pasos al dilema.

Dibuja un diagrama de caja y bigotes para los datos que se han entregado.

16, 51, 32, 16, 24, 37, 7, 22, 19, 40, 10, 31, 29, 38, 21, 11

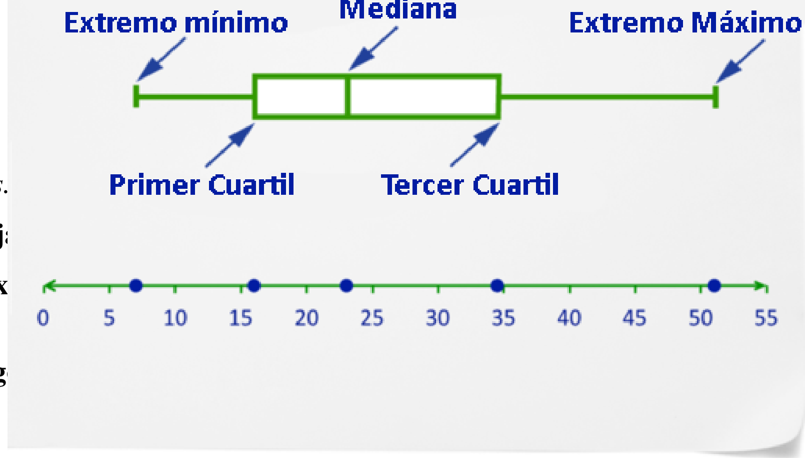
Paso 1: Pone los datos en orden de menor a mayor.

7, 10, 11, 16, 16, 19, 21, 22, 24, 29, 31, 32, 37, 38, 40, 51

Paso 2: Dibuja una línea numérica que incluya tus extremos, 7 y 51. En este caso, utilizaremos una línea numérica desde 5 a 55 utilizando intervalos de 5.

Paso 3: Determina la mediana de los datos. *Los puntos medios en los datos son 22 y 24, por lo que la mediana es 23. Marca la median con un punto bajo la línea numérica.*

Paso 4: La mediana separa los datos en dos grupos, como se muestra abajo:



Encuentra la mediana … *34,5. Estos dividen los datos en cuatro grupos.*

Paso 5: Dibuja las caj…

Paso 6: Marca los ex… **tos.** *En este caso, los extremos son 7 y 51.*

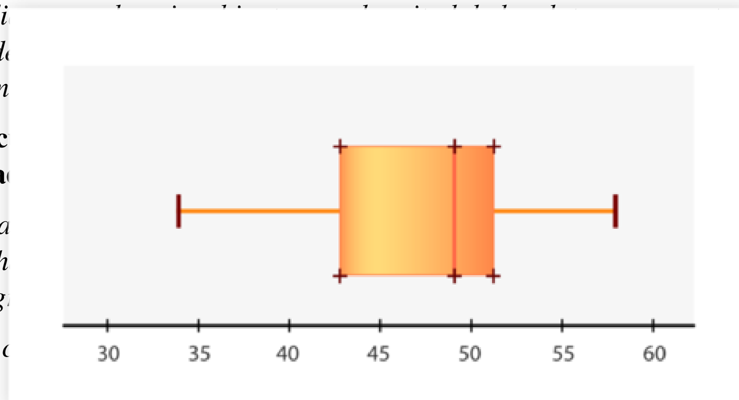
Paso 7: Dibuja los big… **emos.**

Puedes ver a partir del di… *rán entre el primer cuartil y el tercero. Un cuarto d*… *cuarto está entre el tercer cuartil y el máximo. La m*…

IEn esta situación partic… **ás grande que la primera mitad y cerca de la mita**…

Podemos hacer diagrama… *. Un diagrama de caja y bigotes dobles se puede h*… *os permitirá mirar ambos factores en el mismo diag*…

Utiliza este diagrama de c…



Ejemplo A

¿Cuál es el extremo mínimo de este diagrama de caja y bigotes?

Solución: 34

Ejemplo B

¿Cuál es el extremo má…

Solución: 58

Ejemplo C

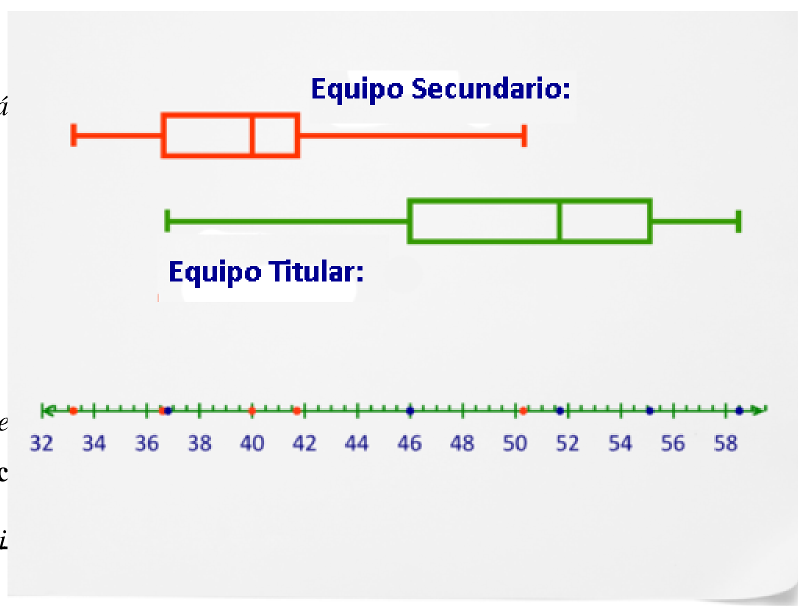
¿Cuál es la mediana?

Solución: 49

Ahora, miremos otra ve…

Haz un diagrama de c… **os?** … **ndario:**

tercer cuarti…



A partir de este diagrama de caja y bigotes, el entrenador puede decir que los resultados del equipo son los esperados: el equipo titular es generalmente mejor que el equipo secundario. Hay un número de jugadores cuyos resultados se superan: el jugador con más alto rendimiento del equipo titular es mejor que el primer cuartil completo *del equipo titular. Quizás se necesita hacer algunos ajustes. Sin embargo, el entrenador también debe considerar sus resultados en otros eventos antes de hacer cambios. El jugador con más bajo rendimiento del equipo titular también es el mejor en las carreras de larga distancia. También es aparente que los resultados son más dispersos, o extendidos, en el equipo titular que en el equipo secundario.*

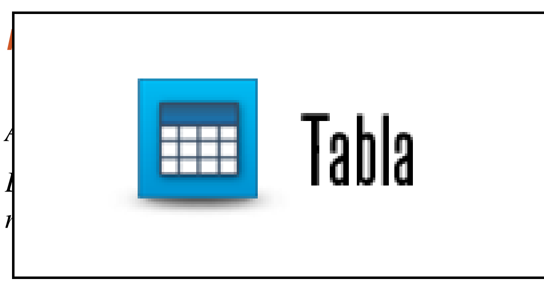
Vocabulario

Diagrama de Caja y Bigotes
Demostración visual de los datos en una línea numérica.

Cuartiles
Cuando los datos se dividen en cuatro secciones iguales.

Mediana:
El valor medio en una conjunto de datos.

Extremos
Los primeros y últimos puntos en un conjunto de datos.



A ... ó.

E ... estran el número de televisiones vendida en una tienda por departa-
r ... agrama de caja y bigotes para demostrar los datos.

Haz clic en la imagen de arriba para ver la tabla.

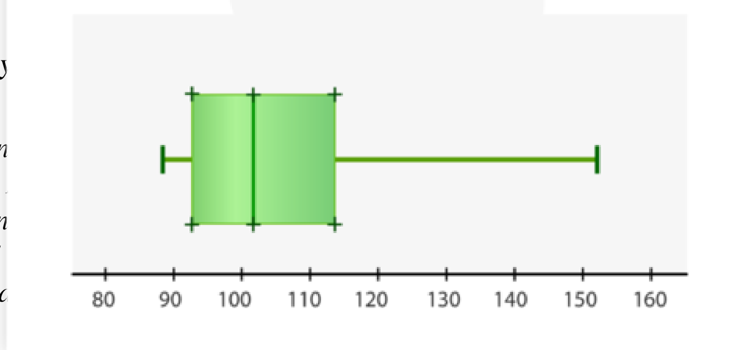
Solución

Paso 1: *para determinar la mediana del conjunto de datos, dispone los datos en orden de menor a mayor. Identifica los valores de datos en el medio del conjunto de datos. Para este conjunto de datos, la mediana es 102.*

89, 91, 95, 98, 102, 108, 110, 118, 152

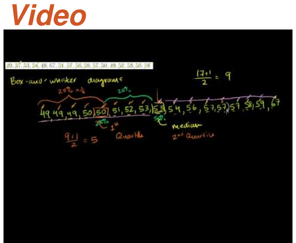
Paso 2: *Identifica la mediana para el cuartil inferior. Otra vez, ya que dos valores de datos comparten la posición media, encuentra la media. La mediana para el cuartil inferior es 93.*

Paso 3: *Identifica la mediana para el cuartil superior. Recuerdan encontrar la media de los valores de datos que comparten la posición media. La mediana del cuartil superior es 114.*



Paso 4: Dibuja un línea n del número más pequeño en el conjunto de datos. ínea numérica comenzará en 80. El último valor en el conjunto de datos. El número más grande en el nará en 160. En este caso, etiqueta la línea numérica

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/40

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Box-and-Whisker Plots

*este video solo está disponible en inglés.

Práctica

Instrucciones: Utiliza cad

90, 104, 98, 156, 140, 85,

1. Crea un diagrama d
2. Identifica el extrem
3. Identifica el extrem
4. Identifica la median

El peso de los oso varía resultado del hábitat y la dieta. El diagrama de caj rosos osos negros a través del país. Utiliza este diag

5. ¿Cuál es el extremo
6. ¿Cuál es el extremo
7. ¿Cuál es la median
8. ¿Cuál es el valor d
9. ¿Cuál es el valor d

Un grupo de perros de tri que lideran los equipos de trineo. Aquí están los dato

10. ¿Cuál es el extremo mínimo?
11. ¿Cuál es el extremo máximo?

12. *¿Cuál es la mediana?*
13. *¿Cuál es el valor del primer cuartil?*
14. *¿Cuál es el valor del tercer cuartil?*
15. *¿Cuántos perros tienen la mayoría de los equipos de trineo?*

10.6 Utilización del Diagrama de Caja y Bigotes para Comprender los Datos

y bigotes para interpretar y comprender los datos.

biar las ventas? Observa este dilema sobre la venta de televisores.

estran el número de televisores vendidos en una tienda por departa-
agrama de caja y bigotes para demostrar los datos.

Haz clic en la imagen de arriba para ver la tabla.

¿Sabes cómo crear esta demostración de datos? Presta atención y esta Sección te enseñará todo lo que necesitas saber.

Orientación

Algunas veces, es útil obtener una idea general de cómo se agrupan los datos.

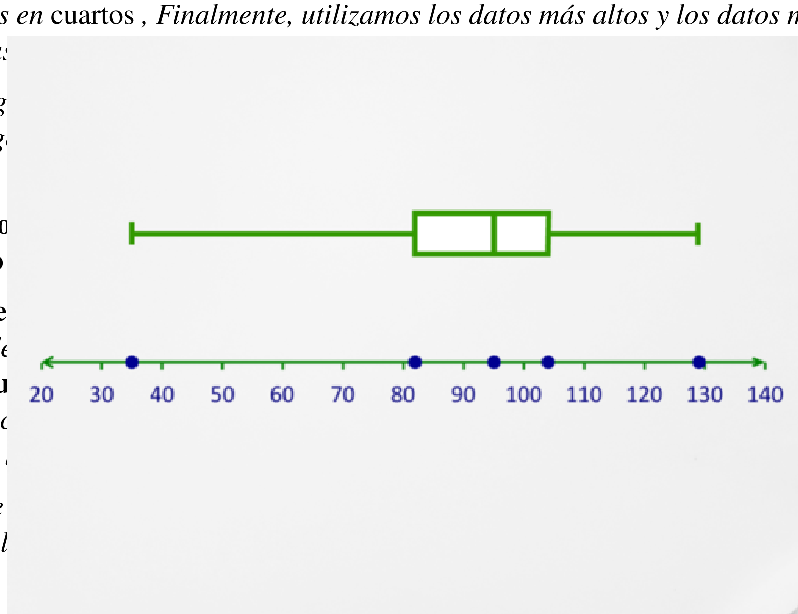
Los diagramas de caja y bigotes muestran la distribución de los elementos de los datos a lo largo de una línea numérica.

Los datos se dividen en cuatro partes iguales, separadas por puntos llamados ***cuartiles.***

También puedes ver el punto de datos más pequeño, el extremo mínimo y el punto de datos más grande, el extremo máximo.

Un diagrama de caja y bigotes se crea por la determinación de cinco puntos.

Primero, ubicaremos los datos en orden de menor a mayor. Luego, crearemos una línea numérica que demuestre el rango de los datos utilizando intervalos iguales. Utilizaremos la mediana como nuestro punto medio en el diagrama de caja y bigotes y para separar en la mitad los datos. Luego, se calcula la mediana de cada mitad, el cuartil. Esto separara los datos en cuartos *, Finalmente, utilizamos los datos más altos y los datos más bajos como nuestras puntas o* extremos *. Las*



Para construir un diag ... ticas. Sin embargo, un diagrama de caja y big ... estadísticas al mirar a los cinco puntos.

Los primeros y último ... cero te da la *mediana* . Y el segundo y cuarto

El *rango intercuartil* e ... *de está la mitad media de los datos. Se puede ... , los* ***valores atípicos*** *,* **elementos de datos qu** ... *tremos que causan que los bigotes sean excep ... s. Si hay un punto que está excepcionalmente*

Utiliza el diagrama de ... , c) los cuartiles, d) el rango intercuartil y e) l

a) **Los extremos en este conjunto de datos son aproximadamente 35 y 129.**

b) **La mediana es de a**

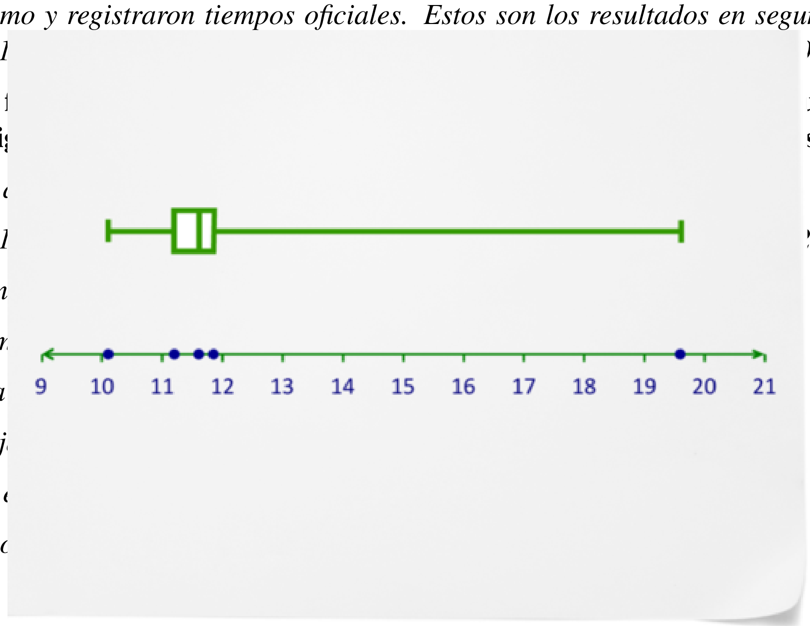
c) **El primer cuartil es**

d) **Entonces, el rango i**

e) **Finalmente, el míni** **zquierdo es muy largo comparado a los demá**

Como sabes, los valore *mparados con el resto de los datos. Cuando* *iana, la moda, también debemos recordar que* *ando consideramos los datos, quizás tenemos q* *latos, de mejor manera. Observa cómo eliminar*

Shanda corre en el equipo de atletismo de su colegio. Recientemente corrieron una carrera de 100 metros en una competencia de atletismo y registraron tiempos oficiales. Estos son los resultados en segundos: 11.7, 10.8, 11.1, 10.9, 11.7, 11.6, 12.0, 1 *.1.*



El tiempo de Shanda **ipo. Ella utilizará un diagrama de caja y bi** **so.**

Paso 1: *Ella ubica los*

10.1, 10.8, 10.9, 11.0, 1 *.0, 12.2, 12.3, 19.6*

Paso 2: *Dibuja un núm*

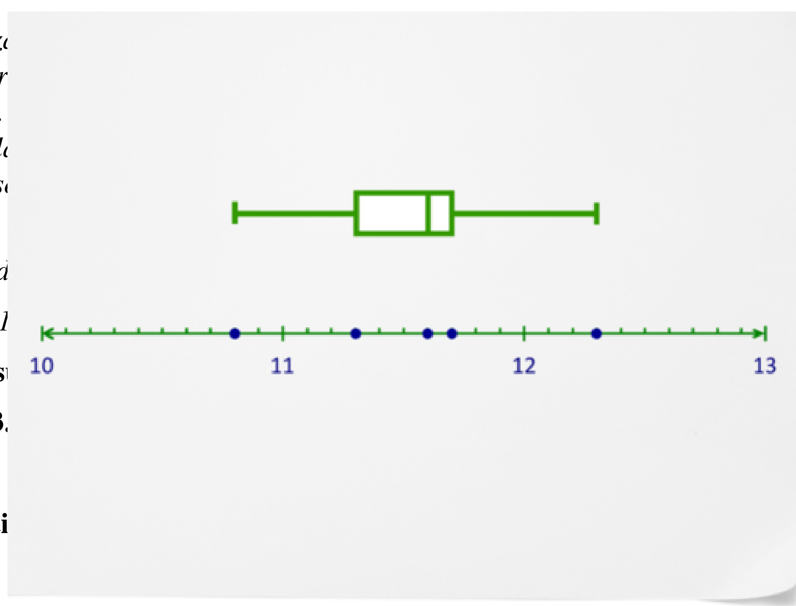
Paso 3: *Encuentra la m*

Paso 4: *Ella encuentra*

Paso 5: *Ella dibuja caj*

Paso 6: *Ella ubica los*

Paso 7: *Dibuja los big*



Cuando Shanda analiz *gundos, es apenas más bajo que el primer cuar* *lo becas de atletismo de grandes universidades.* *compañera del equipo, Lisa, se cayó durante l* *e que ni las marcas de Teresa ni las de Lisa s* *tos pero eliminar esos valores atípicos.*

Aquí están los nuevos d

10.8, 10.9, 11.0, 11.1, 1 *.2, 12.3*

Ella calcula otra vez s **es.**

Extremos: 10,8 y 12,3.

Mediana: 11,6

Primer y tercer cuarti

Cuando se eliminar los dos valores atípicos, Shanda puede ver que la mayoría de los datos se agrupan muy cercanamente. Su tiempo, 11,1, aún está en el primer cuartil. *Sin embargo, su competición está apretada porque el resto del equipo no está muy atrás. Está orgullosa de su tiempo y motivada para seguir adelante con el equipo.*

Responde cada pregunta sobre el diagrama de caja y bigotes.

Ejemplo A

¿Cómo se llama a un valor cuando se encuentra muy lejos de la mediana?

Solución: Un valor atípico.

Ejemplo B

¿Cambiará la media o la mediana si se elimina un valor atípico?

Solución: Ambos cambiarían. El valor de la media será diferentes, y la media se verá afectada porque el valor atípico no será calculado como parte del promedio.

Ejemplo C

¿Un diagrama de caja y bigotes siempre tiene cuartiles?

Solución: Sí. Se organiza alrededor de los cuartiles y la mediana.

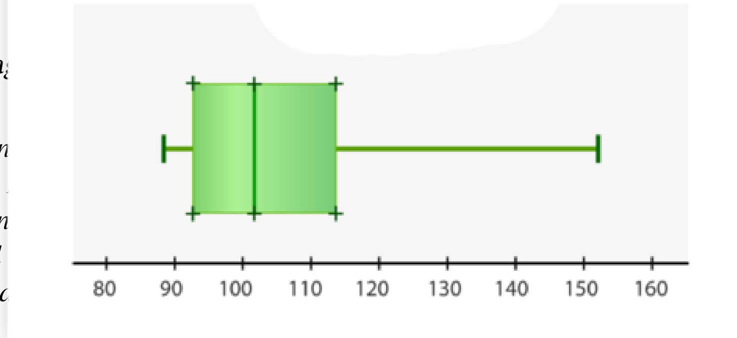
Ahora, miremos otra vez el dilema que estaba al principio de esta Sección.

Paso 1: *para determinar la mediana del conjunto de datos, dispone los datos en orden de menor a mayor. Identifica los valores de datos en el medio del conjunto de datos. Para este conjunto de datos, la mediana es 102.*

89, 91, 95, 98, 102, 108, 110, 118, 152

Paso 2: *Identifica la mediana para el cuartil inferior. Otra vez, ya que dos valores de datos comparten la posición media, encuentra la media. La mediana para el cuartil inferior es 93.*

Paso 3: *Identifica la mediana para el cuartil superior. Recuerda encontrar la media de los dos valores de datos que comparten la posición media. La mediana del cuartil superior es 114.*



Paso 4: *Dibuja un línea n[...] del número más pequeño en el conjunto de datos. [...]ínea numérica comenzará en 80. El último valor en [...] el conjunto de datos. El número más grande en el [...]ará en 160. En este caso, etiqueta la línea numéric[...]*

El valor más pequeño, 89, se marca con una "I" al final del bigote en el cuartil inferior. El valor más pequeño, 151, se marca con una "I" al final del bigote en el cuartil superior.

La mediana del primer, segundo y tercer cuartil se marca con una "+".

Vocabulario

Diagrama de Caja y Bigotes
: *Demostración visual de los datos en una línea numérica.*

Cuartiles
: *Cuando los datos se dividen en cuatro secciones iguales.*

Mediana:
: *El valor medio en un conjunto de datos.*

Extremos
: *Los primeros y últimos puntos en un conjunto de datos.*

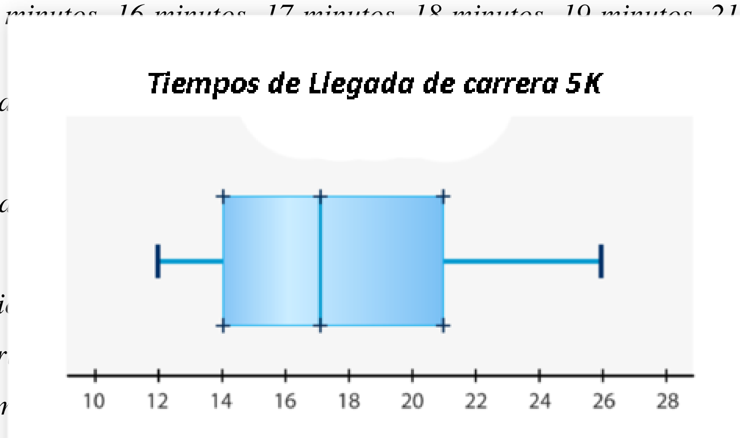
Rango Intercuartil
: *El rango entre el primer y el tercer cuartil.*

Valor Atípico
: *Valores de datos que están muy lejos de la tendencia general de los datos.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que trates tú mismo.

La municipalidad realizó su carrera anual de 5 kilómetros. Estos son los tiempos de los finalistas: 12 minutes, 12 minutos, 14 minutos, 15 minutos, 16 minutos, 17 minutos, 18 minutos, 19 minutos, 21 minutos, 23 minutos y 26 minutos.



Crea un diagrama de caja[...]

Solución

Primero, analicemos los d[...]

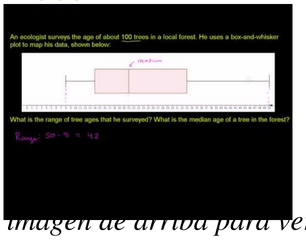
17 es el tiempo mediano.

12 - 16 es el cuartil inferi[...]

18 - 26 es el cuartil super[...]

Aquí está nuestro diagram[...]

Revisión en Video



MEDIA

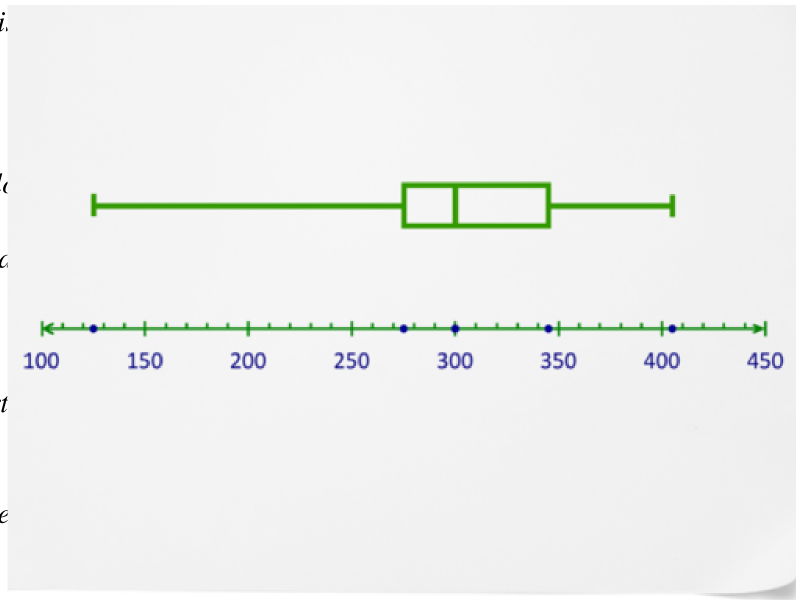
Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5456

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Reading Box-and-Whisker Plots

**este video solo está di*



Práctica

Instrucciones: Define l

1. *diagrama de caja*
2. *cuartiles*
3. *Mediana:*
4. *Extremos*
5. *Rango Intercuart*
6. *Valor Atípico*

Instrucciones: Utiliza e ... s.

7. *¿Cuál es el valor de la mediana?*
8. *Identifica los cuartiles*
9. *Identifica el rango intercuartil*
10. *Identifica cualquier extremo*
11. *Identifica cualquier valor atípico.*

Instrucciones: Utiliza los datos para responder cada pregunta.

26, 27, 29, 30, 32, 35, 41, 42, 44

12. *¿Cuál es el valor de la mediana?*
13. *Identifica la mediana para el cuartil inferior.*
14. *Identifica la mediana para el cuartil superior.*
15. *Identifica el extremo inferior.*
16. *Identifica el extremo superior.*

10.7 Realización de un Diagrama de Dispersión para Representar los Datos

En esta sección, aprenderás a realizar un diagrama de dispersión para representar los datos.

¿Alguna vez has pensado en la altura y la velocidad? Observa este dilema.

El Sr. Watson ha determinado que hay una correlación entre la velocidad y la altura de los estudiantes. Él está seguro de eso, por lo que juntó datos para apoyar su argumento. Cuando miraba a los estudiantes que corren los 800 metros, el recopiló las siguientes alturas y tiempos

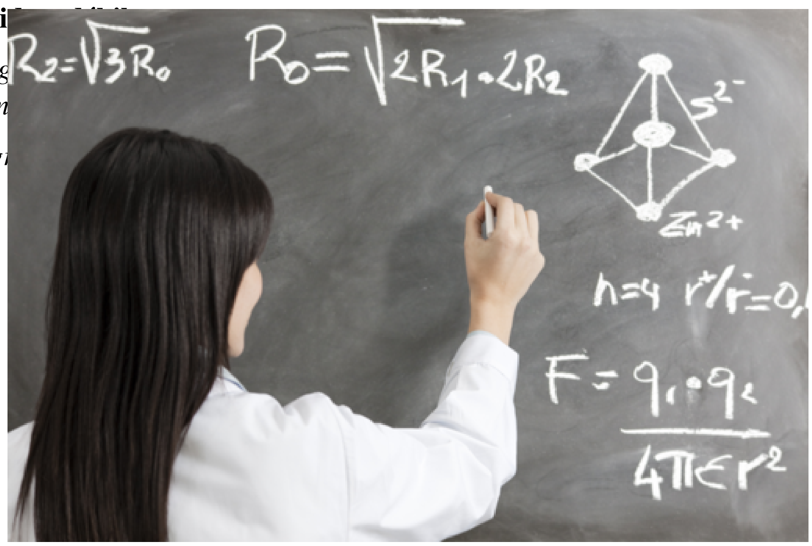
¿Puedes crear un diagrama de dispersión con estos datos? Aprenderás cómo hacerlo en esta Sección.

Orientación

En el mundo real, muchas cosas se relacionan entre sí. Por ejemplo, entre más fumas, menor es tu esperanza de vida. O entre más años estés en el colegio tus ingresos serán mayores en el futuro. Muchos campos tratan de encontrar la relación entre dos variables.

Una herramienta que nos ayuda a lograr esto son los diagramas de dispersión.

Un *diagrama de dispersión* es un tipo de gráfico donde los valores correspondientes de un conjunto de datos se ubican como puntos de un plano cartesiano. Una relación entre los puntos se muestra, algunas veces, como positiva, negativa, sóli



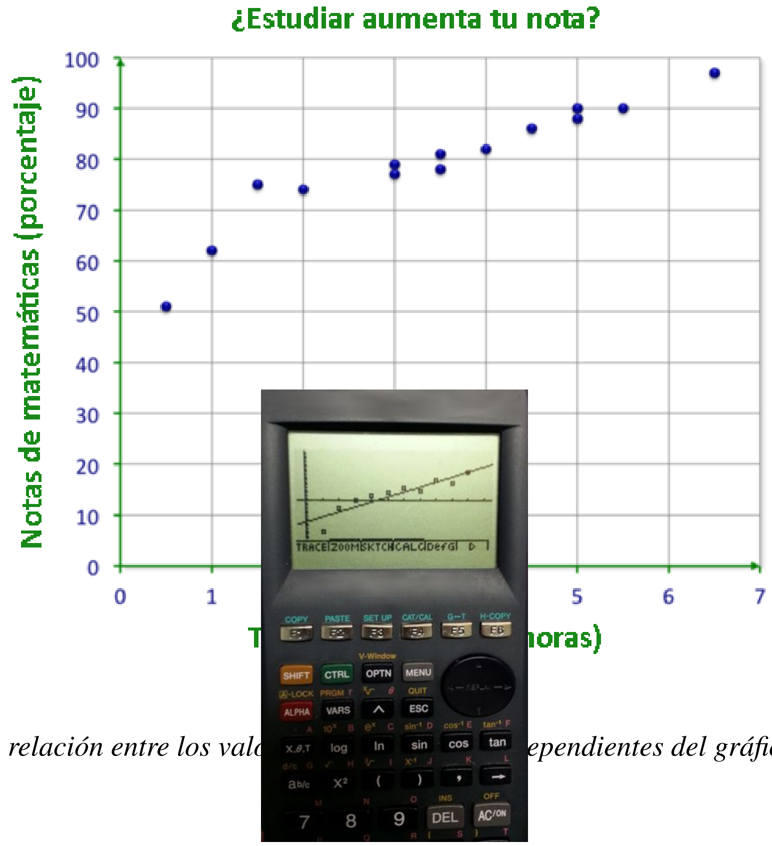
Algunas veces un diag ... Aparte de encontrar relaciones, los diagram ... relación que se reveló.

Miremos cómo un diag

Un estudiante tiene una hipótesis para un proyecto de ciencias. Él creía que entre más estudiantes estudien matemáticas, mejores serán sus notas en ese ramo. Realizó una encuesta en la que preguntó a los estudiantes el número promedio de horas por semana que ellos estudian en un semestre. Luego, descubrió el porcentaje general que ellos reciben en sus clases de matemáticas. Sus datos se muestran en la tabla abajo.

Para comprender esto

En este caso, nuestra v   *esis es que las notas de matemáticas dependen*   *variable dependiente o* ***salida de datos*** *. Ubica*   *Además, las escalas e intervalos en los ejes se*   *s 6,5, podemos utilizar intervalos de 1 hasta q*   *es un porcentaje, tiene sentido avanzar hasta e*   *diagrama de dispersión una forma más trabaja*



Ahora podemos grafica   *mostraremos cada uno en un par ordenado (h*   *uja cada uno de los 14 puntos. Recuerda, se ne*

Puedes ver que hay una relación entre los val   *ependientes del gráfico.*

<u>*Calculadora gráfica*</u>

Si entendiste la idea básica verás que los diagramas de dispersión son herramientas muy poderosas. Estoy seguro que sabes que los computadores y la tecnología son mucho más poderosas algunas veces. Los científicos del mundo real raramente crean diagramas de dispersión en un pedazo de papel y ecuaciones computarizadas a mano. Utilizan programas computacionales que pueden aproximar la línea tendencial de manera mucho más exacta que tú y yo con nuestros ojos.

Puedes realizar diagramas de dispersión en tu calculadora gráfica si es que tienes una. Luego, puedes computarizar la línea tendencial llamada regresión linear *en algunos modelos. Tu calculadora gráfica puede colocar la ecuación en forma de* $y = mx + b$ *form or* $Ax + By = C$ *dependiendo del modo que escoges. Después, puedes elegir cualquier valor de entrada para el que tu calculadora te dirá los valores de salida.*

Cada calculadora gráfica es diferentes. Las combinaciones claves necesarias para estas operaciones se muestran en tu guía. Se requieren estas operaciones cuando estudias matemáticas más avanzada. Inténtalo ahora y fíjate cuán cerca está tu respuesta de tu calculadora gráfica de la que tú hiciste a mano.

Responde las siguientes preguntas sobre los diagramas de dispersión.

Ejemplo A

Si los puntos de un diagrama de dispersión no muestran un patrón, ¿hay una conexión entre los datos?

Solución: No, no hay conexión.

Ejemplo B

Si los puntos de un diagrama de dispersión tienden a la derecha, ¿hay una conexión entre los datos?

Solución: Sí, se le llama correlación positiva.

Ejemplo C

Si los puntos de un diag *los datos?*

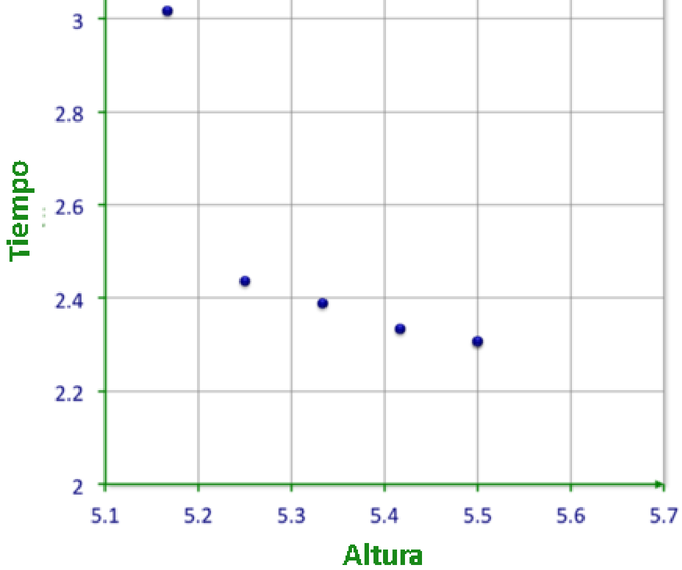
Solución: Sí, se le llam

Ahora, miremos otra ve

Primero, pongamos lo

Altura
5′8″

Este es el diagrama de



Vocabulario

Diagrama de Dispersión
: *Un gráfico donde los valores correspondientes se ubican en un plano cartesiano y donde se puede determinar la relación entre los valores.*

Valor de entrada
: *El valor x Es el valor independiente.*

Valor de Salida
: *El valor y Es el valor dependiente.*

Correlación Positiva
: *Un diagrama de dispersión donde los puntos graficados van hacia arriba de izquierda a derecha.*

Correlación Negativa
: *Un diagrama de dispersión donde los puntos graficados van hacia abajo de izquierda a derecha.*

Sin Correlación
: *Un diagrama de dispersión donde no está clara la relación entre los valores dependientes e independientes.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que trates tú mismo.

Crea un diagrama de dispersión de los datos.

Después de una clase de circo, se recopilaron los siguientes datos. Sigue el número de gente que se puede balancear en una cuerda elástica para las longitudes específicas de tiempo.

1 persona = 7 minutos

3 personas = 15 minutos

7 personas = 20 minutos

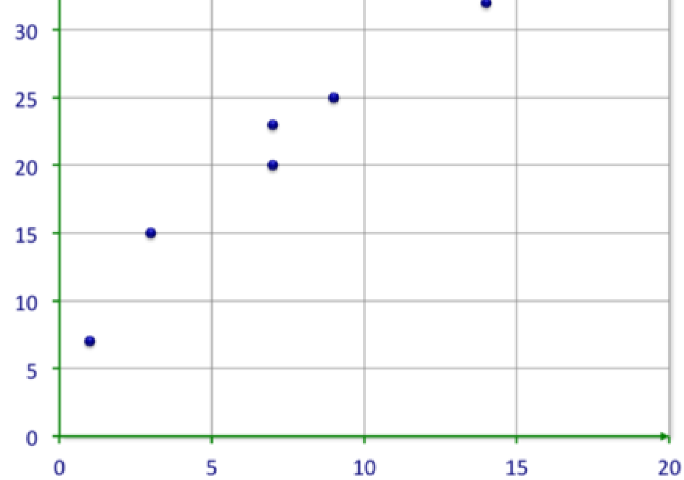
9 personas = 25 minutos

14 personas = 32 minutos

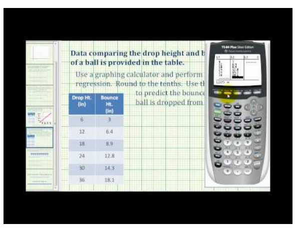
18 personas = 39 minu

Solución

Este es el diagrama de



Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/57655

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

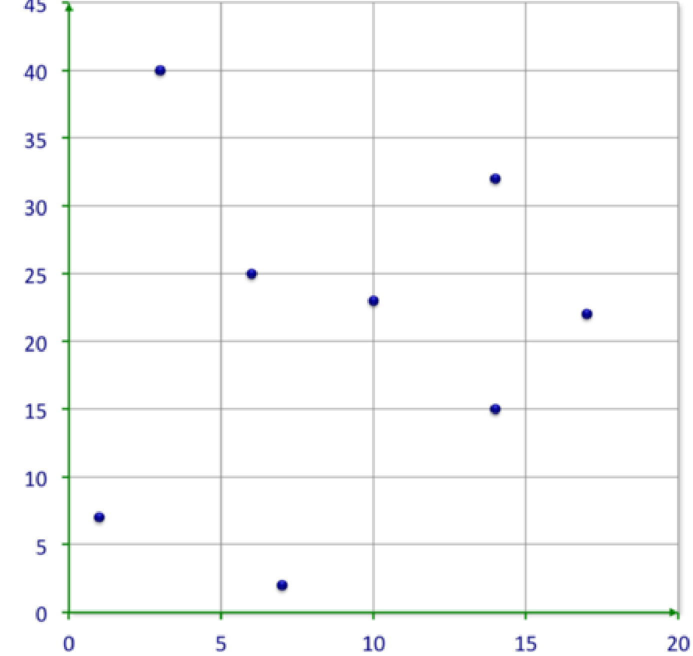
Scatterplots

**este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Instrucciones: *Utiliza lo que has aprendido para responder cada pregunta o completar cada tarea.*

1. *Haz un diagrama de dispersión para mostrar el conjunto de datos en la tabla.*



Instrucciones: ¿Qué ti ositiva, negativa o sin relación?

2. Altitud vs la cant
3. Número de comp
4. Número de herm
5. Horas de estudio
6. Horas de manejo
7. Velocidad de un
8. Horas en el trab
9. Edad de una pers

Instrucciones: Utiliza e

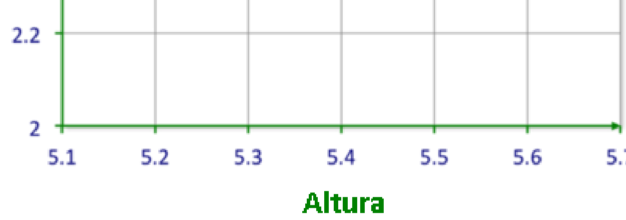
10. Verdadero o Falso. Estos datos muestran una correlación positiva.
11. Verdadero o Falso. Estos datos muestran una correlación negativa.
12. Verdadero o Falso. Estos datos no muestran correlación.
13. Verdadero o Falso. Los datos se grafican en un diagrama de dispersión con la utilización de pares ordenados.
14. Verdadero o Falso. Un ejemplo de correlación negativa puede ser la cantidad de tiempo en el colegio y el aumento de la inteligencia.

10.8 Utilización del Diagrama de Dispersión para Interpretar los Datos

En esta sección, aprenderás a utilizar un diagrama de dispersión para interpretar los datos.

¿Alguna vez has tenido un entrenador? Bueno, ser un entrenador de atletismo es un trabajo duro. Observa este dilema.

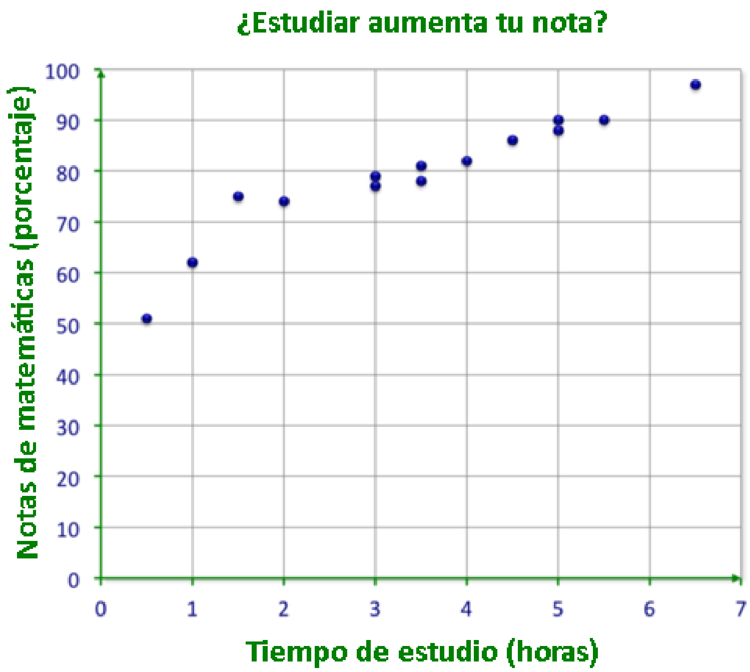
El Sr. Watson está tratando de evaluar a su equipo y sus fortalezas. Él ha determinado que hay una correlación entre la velocidad y la altura de los estudiantes. Él está tan seguro de eso que juntó datos para apoyar su argumento. Cuando miraba a los estudiantes que corren los 800 metros, el recopiló las siguientes alturas y tiempos.



El Sr. Watson tomó sus

El Sr. Watson está seguro de que hay una correlación positiva entre la velocidad y la altura.

¿Puede probarlo con **utilizar un diagrama de dispersión para int**



Orientación

En el mundo real, much *es tu esperanza de vida. O entre más años estés* *os tratan de encontrar la relación entre dos va*

Una herramienta que n

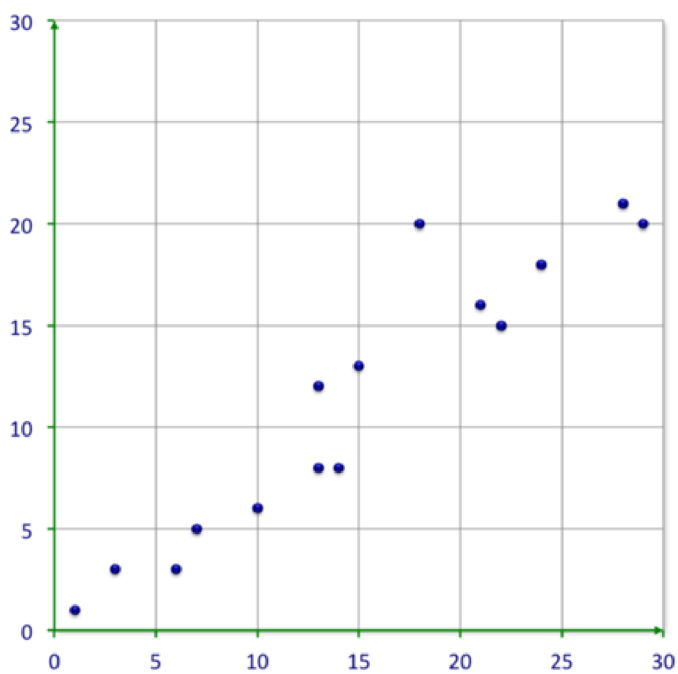
Un *diagrama de dispe* **un conjunto de datos se ubican como puntos** **a, algunas veces, como positiva, negativa, sóli**

Algunas veces un diag *Aparte de encontrar relaciones, los diagram* *relación que se reveló.*

Observa este diagrama

Puedes ver que hay una relación entre los valores independientes y dependientes del gráfico. Miremos cómo podemos examinar estas relaciones.

Como habrás adivinado, los diagramas de dispersión son útiles porque sus formas podrían indicar una relación entre las variables. Considera lo siguiente: ¿qué sucede con la cuenta de gas de las personas cuando la temperatura exterior aumenta *do aumentan las millas recorridas?*

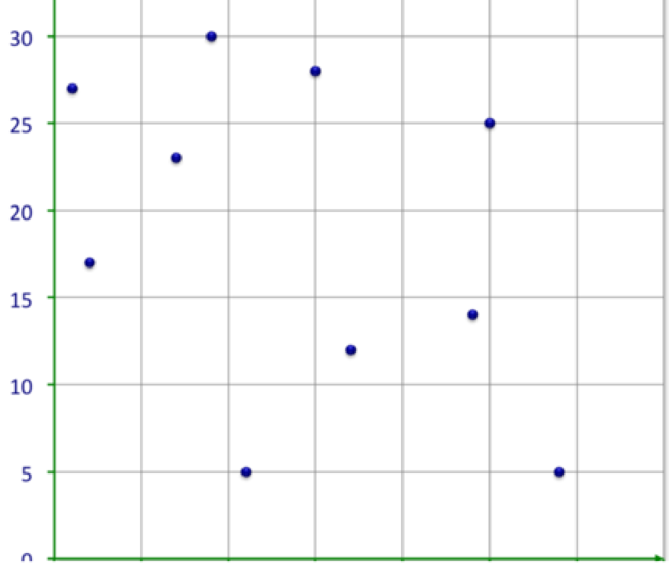


Para la primera pregun *, la cuenta de gas de las personas baja porque u* *lisminuye. ¿Qué sucede con la segunda pregunt* *mentan, la cantidad de gasolina también lo ha* *nta.*

Podemos decir que es **a. Cuando miramos a un diagrama de dispe** **ón.**

En la situación menci *ble aumenta y la otra disminuye. La segund* *otra también. Bien, si no hay ninguna relaci* *uir, quedarse igual, la segunda variable es in* *e es un ejemplo en que no se presentan relacio* *de accidentes. Las dos variables no tienen rela*

Estas tres tendencia, p *lispersión. Así es como lucen.*

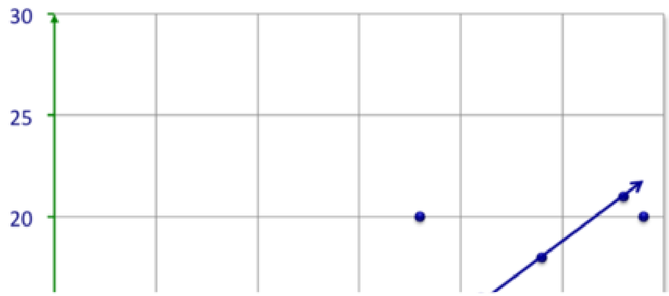


Relación Positiva

Mientras los valores de *guen un patrón exacto, pero la* tendencia , *glo* *a inferior a la derecha superior del gráfico.*

Relación Negativa

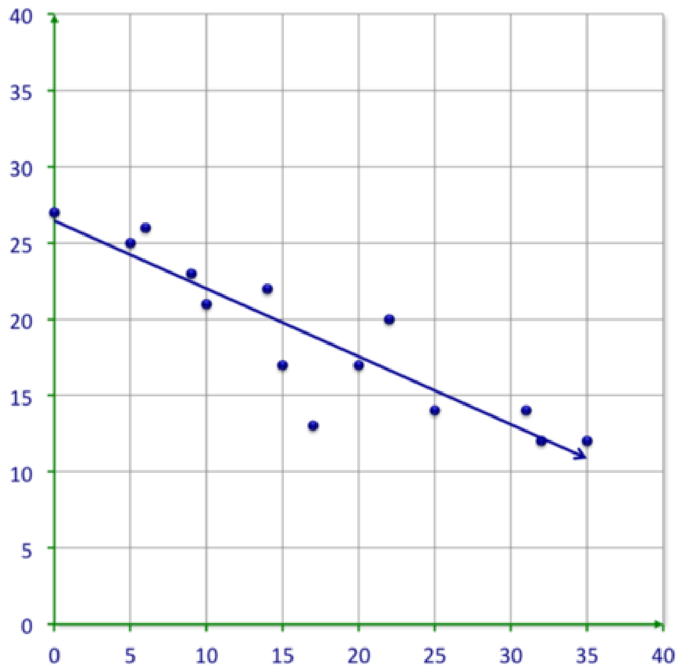
En este caso, mientras *nentar que la pendiente no es tan inclinada, lo* *áfico se mueve desde la izquierda superior a la*



Sin relación

Algunas veces, no relac *iones no mostrarán una tendencia. En otras pa* *puedes ver que se tome ninguna dirección en p*

Los diagramas de disp *ue están ahí para hacer predicciones. Aquí, ha* **tos en un diagrama de dispersión** *,para estim*



Una línea de tendencia *diagrama de dispersión. La línea de tendencia* *esa todos. La línea de tendencia se utiliza pa* *mostrar una tendencia positiva o una tendenci* *ibujar ninguna línea de tendencia de manera a*

Tu línea de tendencia e. *os.*

La línea en este gráfic **s. Casi la mitad de los puntos deben en estar**

Podrás notar que los **la línea de tendencia. Esta línea de tenden** **muestra una relación positiva.**

Fíjate que esta tendencia desciende e indica una correlación o relación negativa. También puedes ver que se pasa del gráfico. Por lo tanto, podemos usar un gráfica como esta para predecir la tendencia. Es como si la tendencia continuara descendiendo.

Utiliza lo aprendido para responder estas preguntas.

Ejemplo A

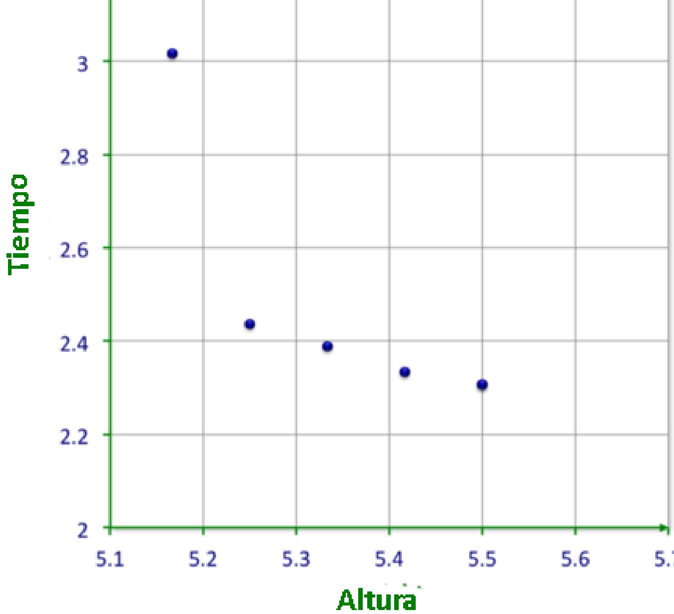
Si los datos no siguen un patrón, ¿Qué tipo de correlación describiría este diagrama de dispersión?

Solución: Sin Correlación

Ejemplo B

Si los datos ascienden ... *ué tipo de correlación describirían estos datos*

Solución: Correlación



Ejemplo C

Si la distancia de un au ... *endrían los datos?*

Solución: Correlación

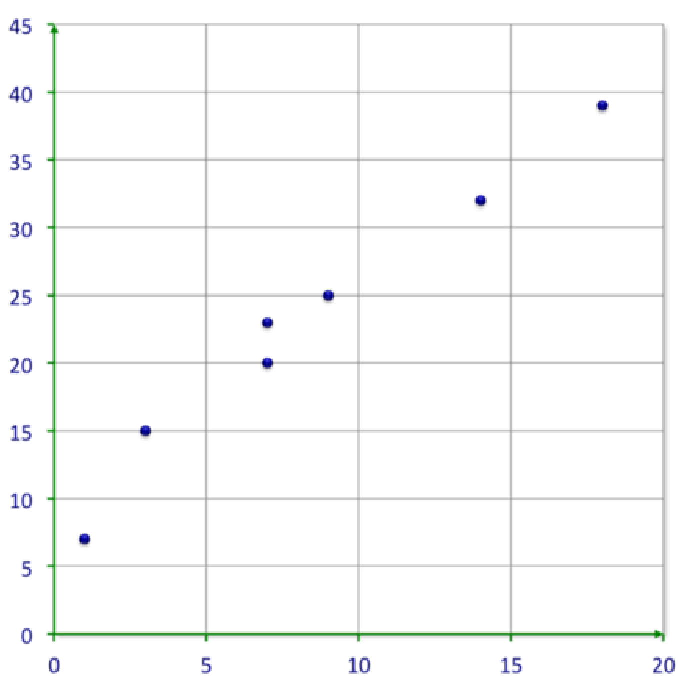
Ahora, miremos otra ve

La tendencia de estos datos muestra que mientras la altura de los corredores aumenta, su tiempo disminuye, lo que significa que la persona que corre es más rápida. Por lo tanto, el Sr. Watson puede probar que sí hay una relación entre la altura y la velocidad.

Vocabulario

Diagrama de Dispersión
Un gráfico donde los valores correspondientes se ubican en un plano cartesiano y donde se puede determinar la relación entre los valores.

Valor de entrada
El valor x Es el valor independiente



Valor de Salida
El valor y Es el v

Correlación Positiva
Un diagrama de ... *a derecha.*

Correlación Negativa
Un diagrama de ... *a derecha.*

Sin Correlación
Un diagrama de ... *ntes e independientes.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio p

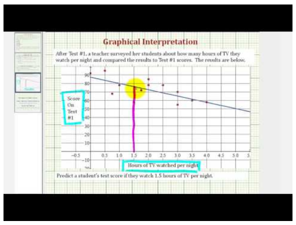
¿Qué tipo de relación m

Solución

Mientras una variable aumenta, la otra variable también lo hace.

Este diagrama de dispersión muestra una correlación positiva en los datos.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

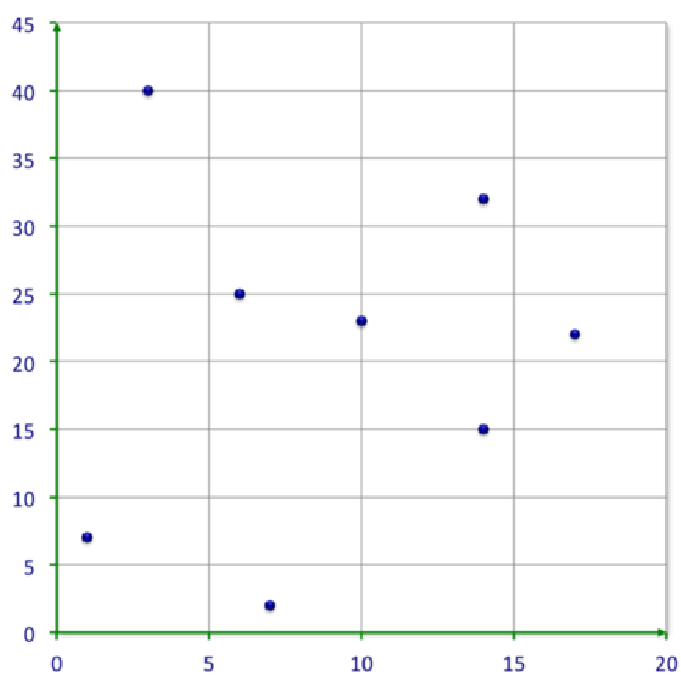
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63328

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Scatterplots and Lines of Best Fit

**este video solo está disponible en inglés.*

Práctica



Instrucciones: *¿Qué tipo d*

1. *Si los datos disminu ?*
2.
3. *Utiliza la siguiente tabla para hacer un diagrama de dispersión.*

4. *Dibuja una línea de tendencia.*
5. *Identifica el tipo de relación.*

Una zoólogo estudió la relación entre los kilometres desde un lago y el número de felinos por 100 kilómetros cuadrados. Ella encontró los siguientes datos:

6. *Haz un diagrama de dispersión que ilustre estos datos.*
7. *Dibuja una línea de tendencia.*
8. *¿Cuál es la correlación?*
9. *Estima el número de felinos en 1,5 kilómetros desde el lago.*

Instrucciones: Define los siguientes términos.

10. *Valor de entrada*
11. *Valor de Salida*
12. *Correlación Positiva*
13. *Correlación Negativa*
14. *Sin Correlación*
15. *Conjunto de datos*

10.9 Co ticas En-
gar

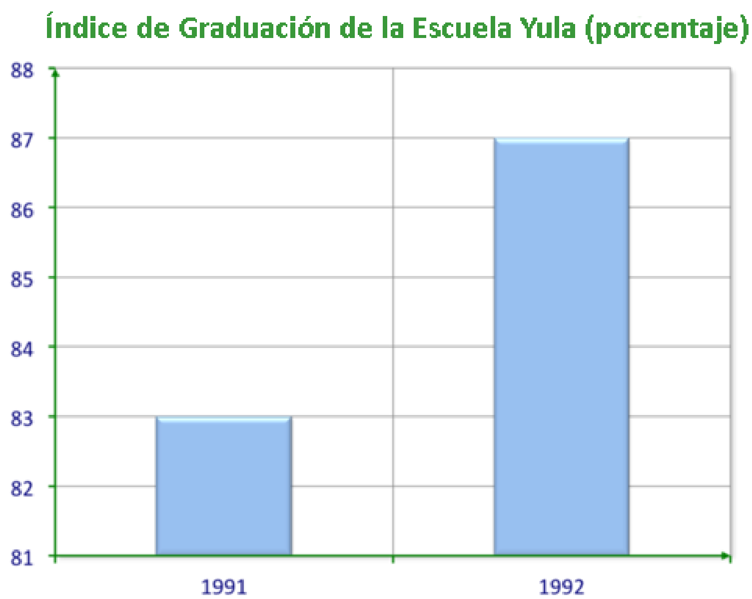
En esta sección, aprenderás

¿Alguna vez has vendidos du ste dilema.

Ya que el equipo de atletismo irá a las regionales, ellos necesitan juntar algo de dinero para el bus y el hotel. Los chicos del equipo han decidido trabajar en la venta de barras de chocolate. Se dieron cuenta de que sería una opción excelente para un montón de estudiantes.

"Son fáciles de vender y no son costosos", dijo Chris mientras vendía barras de dulce en la hora del almuerzo.

Al final de la recolección de fondos, el equipo comenzó a contar sus totales. Mark vendió 72 barras y Clint, 65. Mark quiere hacerlo pa o puede hacerlo?



Para lograr esta meta stadísticas engañosas. Esto sucede todo el tie mostrar cómo la gente puede llevar por el ca

Orientación

¿Qué significa engañ en algo distinto a la verdad. Algunas veces nsemos en esto.

Cuando realizamos gr s sea correcta. Esto lo hacemos con la elecci en que los gráficos se pueden mostrar de man mbargo, otras veces la gente puede tratar de no respalda los datos. Debemos tener un ojo

Considera los gráficos

Utilizamos gráficos de barras porque son dispositivos visuales que nos permiten comparar el tamaño de las barras para interpretar los datos.

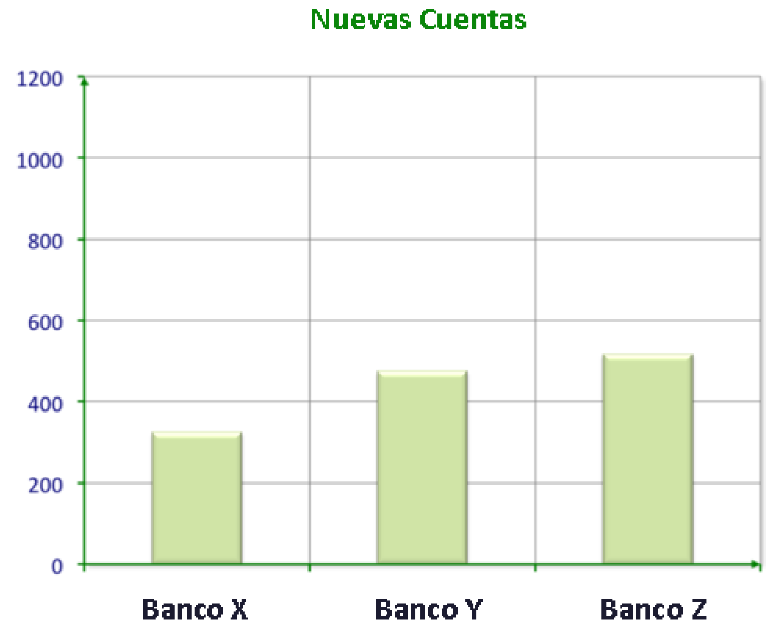
¿Qué muestran las barras sobre el índice de graduación en la escuela Yula?

Parece que el índice de graduación se disparó. Sin embargo, si miras la escala del eje y puedes ver que el gráfico completo no se representa. La escala solo representa un rango de 81 a 88 porciento. Esto exagera la diferencia en los datos. ¿Hubo una mejora entre 1991 y 1992? Sí. Pero la mejora fue de solo un 4% donde las barras pueden engañar y hacer pensar que la mejora fue mucho mayor.

Así que puedes ver que el tamaño de los intervalos y las barras pueden impactar la forma en que interpretamos los datos.

Aquí hay otra situación.

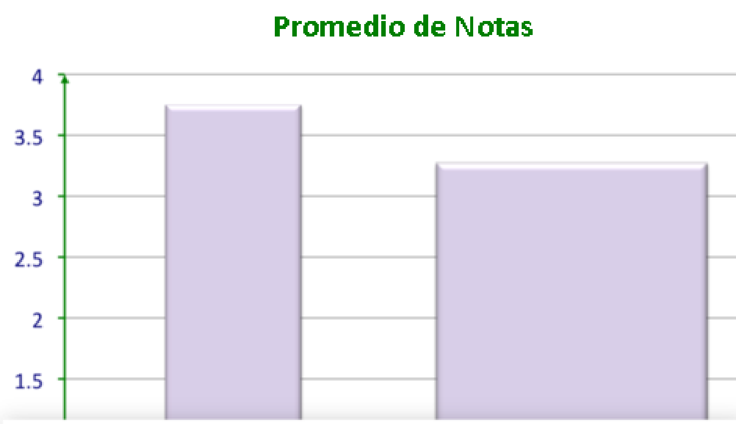
Un gerente de ventas del Banco X prepararon un informa del número de nuevos clientes que ellos tienen en el cuarto comparado con sus competidores. Él preparó un gráfico y declaró que, a pesar de que tenían menos nuevos clientes, no están tan detrás. ¿Qué piensas?



El gráfico es engañoso. ... *os:*

Banco X

325

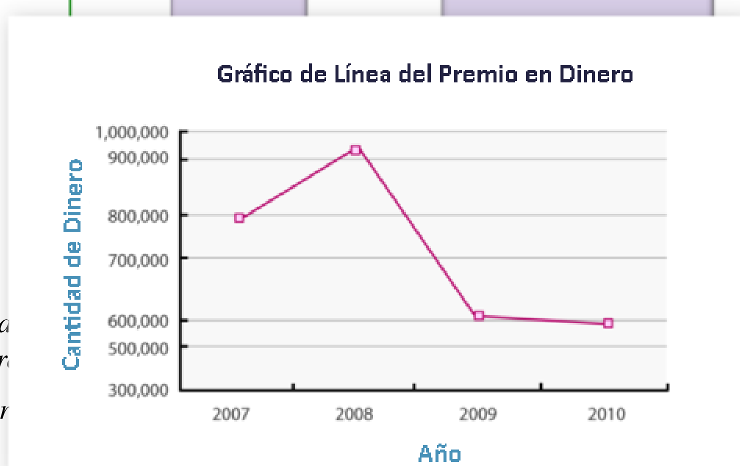


El Banco Y tiene 46% n ... *que el Banco X. ya que la escala en el eje y sul* ... *escala apropiada no se extendería hasta más d* ...

Una vez más, tenemos ... **engañosos o no.**

Como puedes ver, es i ... *tan. Para mejorar tus habilidades en la locali* ... *ación de los datos para exagerar o minimizar i* ...

Mei Ling sabe que su p ... *Bajó de 3,75 a 3,25 en un semestre. ¿Cómo p* ... *cambiar la anchura de las barras para hacer q* ...



En este gráfico, las barr ... *. Por supuesto, no es tan alta. ¿Crees que sus padr* ... *n tu compañero.*

Utiliza este gráfico para r ...

Ejemplo A

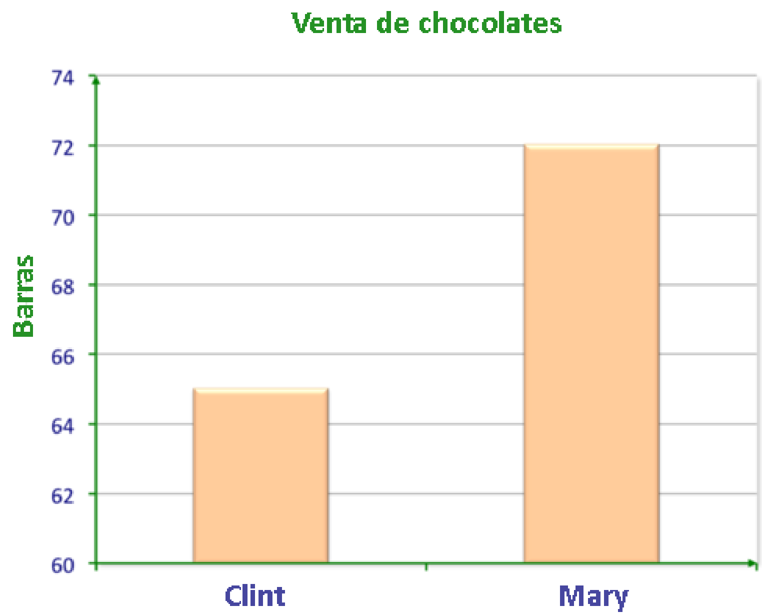
¿Hay algo engañoso en los datos del eje x?

Solución: No, los datos están igualmente separados.

Ejemplo B

¿Hay algo engañoso en

Solución: Sí, la cantid



Ejemplo C

¿Cómo podrías arregla

Solución: Asegúrate **otra vez la línea para representar de maner**

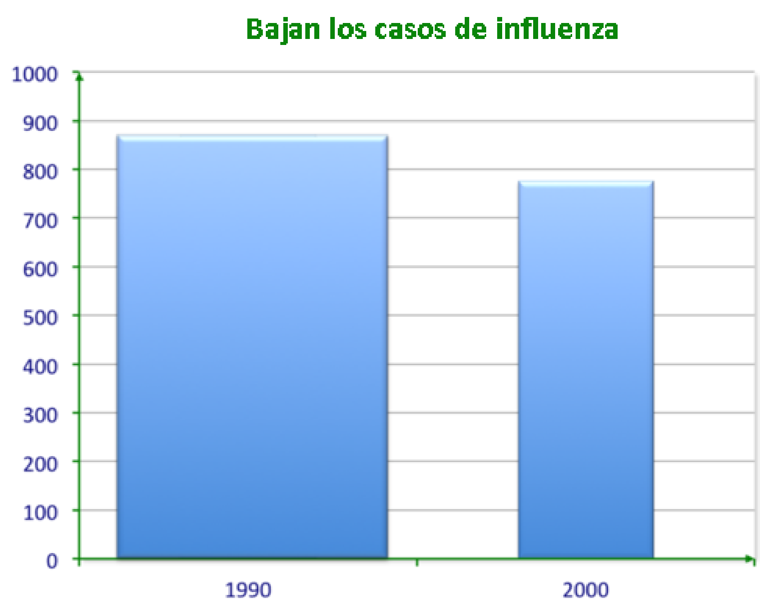
Ahora, miremos otra ve

Así es como creamos u

Crea un gráfico de ba **ado, una escala puede alcanzar el 75 u 80, co** **u escala, las barras se verán extremadament**

En este gráfico, aparece que Mark vendió mucho más barras que Clint cuando en verdad fueron solo 7 barras más. Puedes ver cómo **le los datos.**

Ahora trabaja con un **lint vendió más barras que Mark.**



Vocabulario

Estadísticas Engañosa
Estadísticas dise *os datos.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio p

El director de un hospi *yudado a la comunidad en sus años de trabajo.* *cómo su trabajo había ayudado a reducir los c*

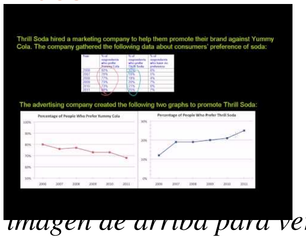
¿Verdadero o Falso? ¿Disminuyeron los casos de influenza? Sí. ¿Disminuyeron mucho?

Solución

No. ¿Qué truco utilizó para engañar al comité? Él no cambió la escala pero sí cambió el tamaño de las barras. La barra de 1990 es muy ancha: da la apariencia de ser mucho más grande que la del 2000. Por supuesto, la anchura de la barra no hace una diferencia con lo que significa el gráfico. Los casos de influenza bajaron desde casi 875 a casi 775. Es una disminución de casi un 12%.

Puedes ver que incluso si la comparación parece verdad, tenemos que examinar los datos reales para ver si su demostración es exacta o engañosa.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: *http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5457*

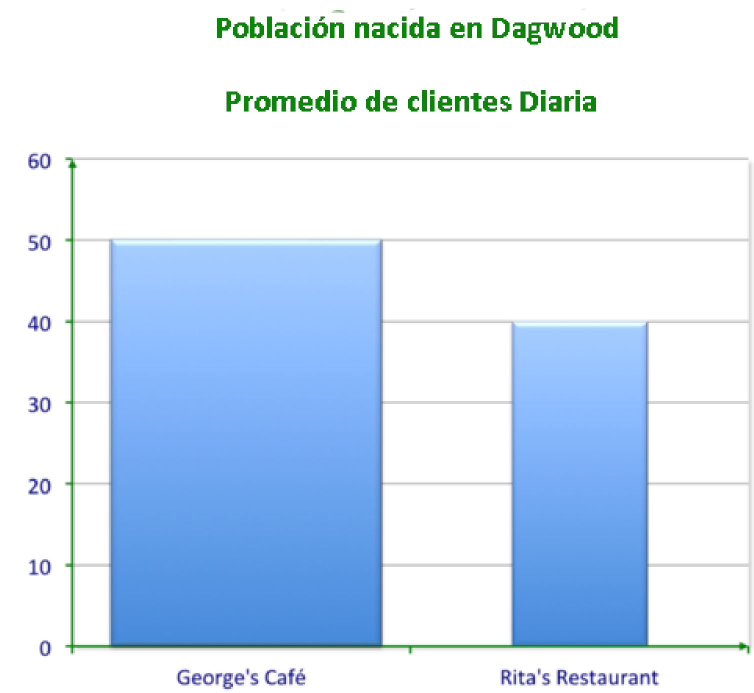
Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Misleading Line Graphs

**este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Instrucciones: Responde c



1. *Para vender más un ... a los consumidores.*
2. *Puedes crear un gr ... oducto de lo que en realidad vendiste.*
3. *Las estadísticas eng*
4. *Los gráficos en reali*
5. *Puedes crear un grá*
6. *Puedes crear un grá*
7. *La altura de las bar*
8. *Si las barras de un g*
9. *Debes ser cuidados ... e que los datos son exactos.*

Instrucciones: ¿Por qué lo ... ón sacada según los gráficos?

10. *Conclusión: "¡La pc*
11. *Conclusión: "El café de George es mucho más exitoso que el de Rita".*
12. *Dibuja un gráfico para exagerar, de manera intencional, los datos. "Desde 2002 a 2004, el número promedio de semestres que los estudiantes tuvieron para completar su grado de Licenciatura aumentó de un 4,1 a 4,5".*
13. *Explica la conclusión incorrecta que se puede obtener de este gráfico.*
14. *Dibuja un gráfico para minimizar, de manera intencional, los datos. "Mike tuvo 110 compradores en su reparto de periódicos en marzo y en junio son tuvo 75".*
15. *Explica la conclusión incorrecta que se puede obtener de este gráfico.*
16. *Revisa tu gráfico en el número 3 para representar los datos de manera exacta.*
17. *Revisa tu gráfico en el número 5 para representar los datos de manera exacta.*

10.10 Utilización de las Muestras de Datos

En esta sección, crearás muestras de datos para analizar y obtener conclusiones sobre los diferentes conjuntos de datos.

¿Alguna vez has tenido problemas probándote ropa? Bien, entonces observa este dilema.

"¡No lo puedo creer!" Exclamó Jacob probándose su nueva camiseta del equipo de mangas largas del equipo de atletismo.

"¿Cuál es el problema?" Preguntó su amigo Matías.

"Esta camiseta no me queda buena y eso siempre me sucede. Voy a descubrir por qué", dijo Jacob sacándose la camiseta que tenía las mangas muy cortas otra vez.

Después de que acabó la ira de Jacob, él comenzó a pensar en esta pregunta. ¿Era el único con este problema? Jacob decidió descubrirlo al medir la altura de sus compañeros y la longitud de sus brazos. Utilizó las pulgadas y creó una tabla como esta:

Ahora que Jacob tiene listos sus datos, necesita crear una muestra. ¿Cuál debe crear? Piensa en esta pregunta mientras realizas esta Sección y al final ayudarás a Jacob a crear la muestra apropiada para sus datos.

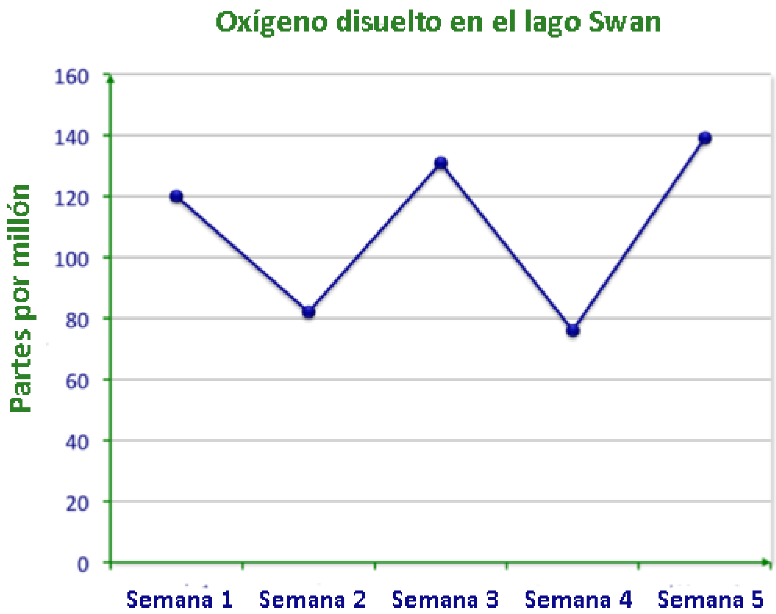
Orientación

Los datos pueden exist… …atos es la obtención de conclusiones basados … …ue muestran los datos. Dependiendo de los d… …ás efectivas que otras. Debemos hacer buenas … …, en un mundo tan lleno de datos, deben colecci… …ecisiones apropiada.

Algunas veces, dos pers… …diferentes. Los gráficos pueden mostrarnos muc… …ependen, algunas veces, de las opiniones. La id… …ncias deben basarse en los datos.

Observa esta situación.

Algunos científicos de l… …go por varias semanas. Este gráfico se creó co…



Estudiaron el gráfico y …

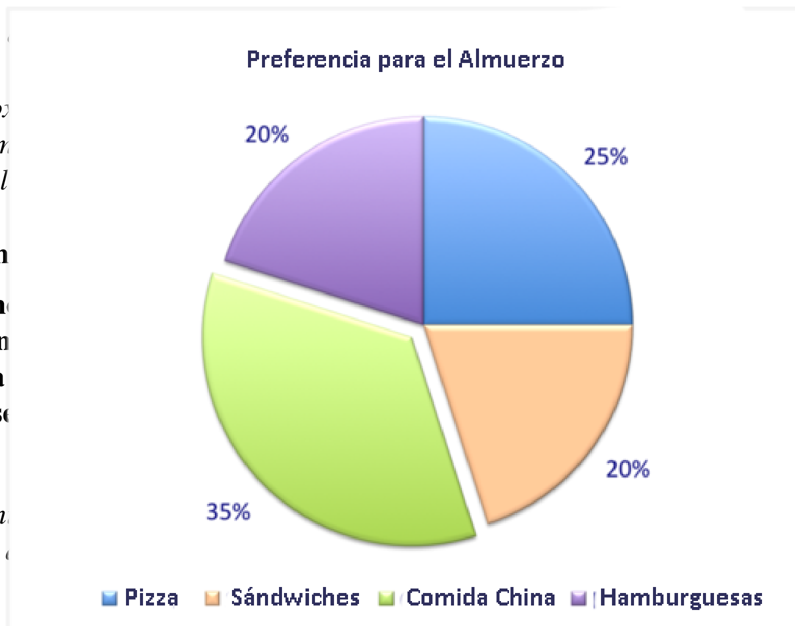
1. *La cantidad de o…*
2. *La cantidad prom… …últimas 5 semanas.*
3. *El oxígeno disuel…*

¿Estás de acuerdo con…

Las primeras dos con… …predicción alrededor de la semana 6, la con… …vel de oxígeno disuelto sí parece fluir y se ha… …, pero no es evidencia suficiente para estar s…

Aquí hay otra.

El jefe de una oficina h… …que él quiso llevar a los miembros de la oficina … …n.



Él obtiene las siguientes conclusiones:

1. *A mucha gente le gusta la comida china.*
2. *A nadie le gusta la comida italiana.*
3. *Si ordeno sándwiches, entonces el 80% del equipo estará infeliz.*
4. *Si ordena algunas pizzas y algo de comida china, la mayoría lo preferirá.*

¿Estás de acuerdo con sus conclusiones?

De acuerdo con el gráfico, se respalda la conclusión 1 porque el número más grande de gente seleccionó la comida china.

El gráfico no respalda la conclusión 2. Quizás la comida italiana no era una opción en la encuesta. Además, solo porque tú tienes una preferencia no significa que no te gustan las otras opciones.

Por la misma razón, tampoco no se respalda la conclusión 3. Solo porque prefieres la comida china no significa que no te gustan los sándwiches.

La conclusión 3 se respalda porque el 25% prefiere sándwiches y el 35% prefiere la comida china, por lo que el 60%, la mayoría, tendrá su preferencia.

Hay muchas formas de demostrar los datos, por lo tanto ¿cómo sabrás cuál es la mejor manera de mostrar los datos dados? Algunas opciones son simples preferencias, pero la mayoría de los tipos de datos tienen tipos de muestras que se adaptan mejor.

<u>Tipos de Datos</u>

Dos grandes tipos de datos son datos categóricos y datos numéricos. *Los datos categóricos* se refieren a los datos en que se le asigna un nombre a la variable independiente, no un número. *Por ejemplo, puedes tomar los datos basados en los meses mayo, junio, julio y agosto o puedes contar a las personas según masculino y femenino. Algunas veces, las categorías pueden ser números que se utilizan para nombrar las categorías. Por ejemplo, los jugadores de un equipo tienen números en sus camisetas. Esos números solo se usan para clarificar quién es quién. Tendría sentido utilizar operaciones matemáticas con los números. Generalmente, los datos categóricos son contados de manera simple.*

El segundo tipo de datos es el numérico. ***Los datos numéricos* miden algunas características de la variable. Ejemplos de datos que se miden de manera numérica son el tiempo, la altura, el peso, la longitud, el volumen, la densidad, la fuerza, etc. Cualquier cosa que se pueda medir con un sistema numérico es un dato numérico.**

<u>Tipos de Muestras</u>

Podemos utilizar diferentes muestras de datos dependiendo de estos mismos. Podemos utilizar gráficos lineales, diagramas de dispersión, gráficos circulares, gráficos de barras, diagramas de tallos y hojas, diagramas de caja y bigotes e histogramas.

Hay muchos más tipos de muestras de datos, pero quedémonos con esos por ahora. A pesar de que hay algunas reglas exactas sobre las muestras de datos, cada tipo de muestra tiene ciertos ejemplos para que sean ideales. Además, hay ejemplos donde ciertas muestras son inapropiadas. Más aún, la mejor muestra de datos depende de qué información esperas obtener de ella.

Los gráficos lineales *se usan, generalmente, para mostrar cambios a través del tiempo.*

Los diagramas de dispersión *se usan para mostrar una tendencia o relación (correlación) entre las variables.*

Los gráficos circulares *son mejores para mostrar datos que representan un entero o cien por ciento de algo.*

Los gráficos de barras *son excelentes para los datos categóricos.*

El diagrama de tallos y hojas *es útil ... de utilizar para ilustrar rangos de dos variables.*

El diagrama de caja y bigotes *se utiliz ... datos y dónde se encuentran la mayoría de los datos.*

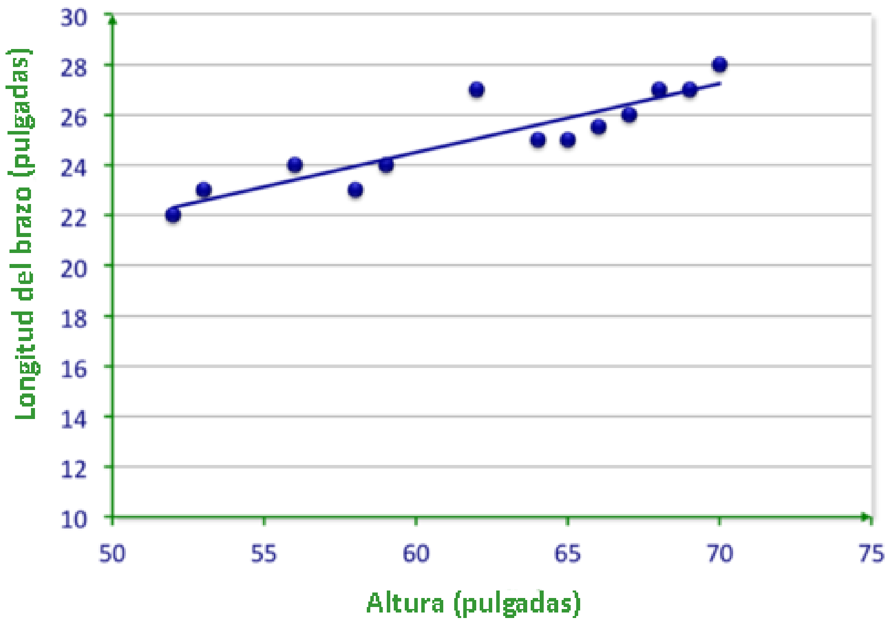
Escribe cada ejemplo de muestra de datos y el mejor uso para cada uno.

Responde cada pregunta sobre las diferentes muestras de datos.

Ejemplo A

¿Qué muestra de

Solución: Gráfic



Ejemplo B

¿Qué muestra de

Solución: Gráfic

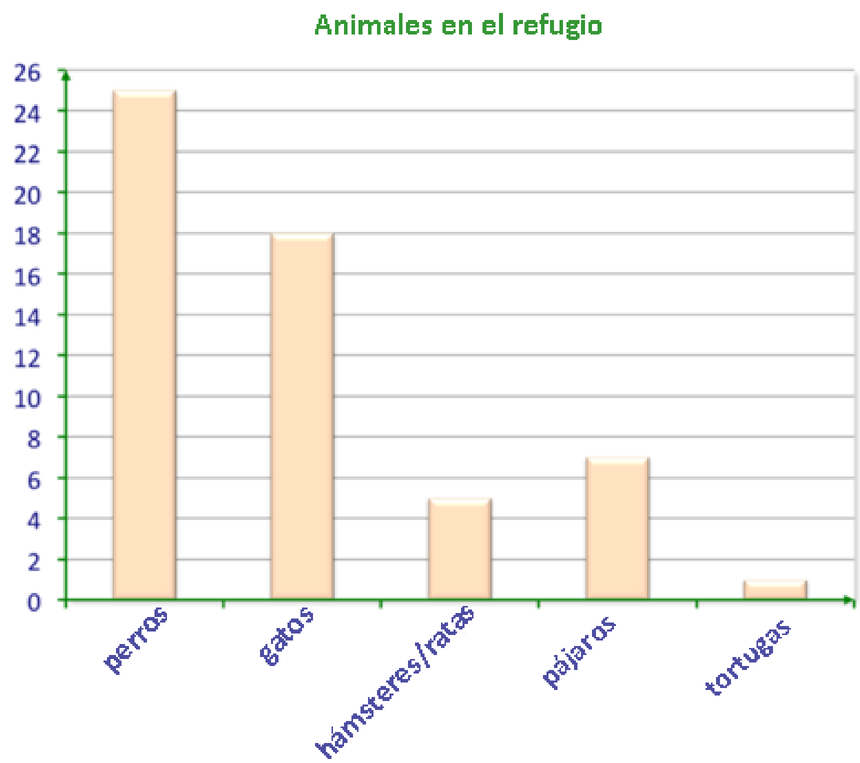
Ejemplo C

Si tuviera datos q

Solución: Diagra

Ahora, miremos o

Al utilizar un dia **uméricos, de una vez para ver si h**



Las medidas de **es que las de un estudiante norm**

Vocabulario

Datos numérico
Cualquier

Datos categóric
Datos a los

Práctica Guiad

Aquí hay un ejerc

Se hizo un conteo *ver. Estos son los resultados.*

Cuando los niños miraron los gráficos de barras, ellos gritaron:

Bobby: "¡A nadie le gustan los perros!"

Lisa: "¡No sabía que los hámster y las ratas eran lo mismo!"

Miguel: "¡Todos deben haberse llevados todas las tortugas!"

Mona: "¡Ellos deben tener más comida para perros y gatos!"

¿Cómo podría responder un profesor? ¿Estaban bien las conclusiones de los niños?

Solución

El profesor respondió pacientemente a sus comentarios:

"Bobby, solo porque tienen muchos perros no significa que a las personas no les gustan. Ya que los que los perros son las mascotas más comunes, tiene sentido que hayan más perros en el refugio".

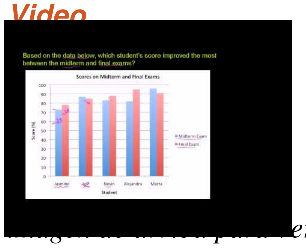
"Lisa, parece que los hámsteres y las ratas se contaron en la misma categoría, quizás porque se mantienen en la misma jaula o les dan comida similar. Además, este gráfico de barras no demuestran que sean lo mismo."

"Miguel, ya que las tortugas son mascotas menos comunes, el refugio probablemente tiene menos tortugas. No significa que tienen muchas que ya se llevaron.

"Sí, Mona. Tiene sentido que tener tantos perros y gatos comparado con otros animales requiere de más comida para ellos que para otros animales. Además, son animales más grandes que los otros, generalmente, por lo que comen más. ¿No es cierto?"

Una vez más, se utilizó una muestra de datos para hacer conexiones. Los niños utilizaron el gráfico del refugio animal para obtener conclusiones.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5290

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Reading Bar Graphs

**este video solo está disponible en inglés.*

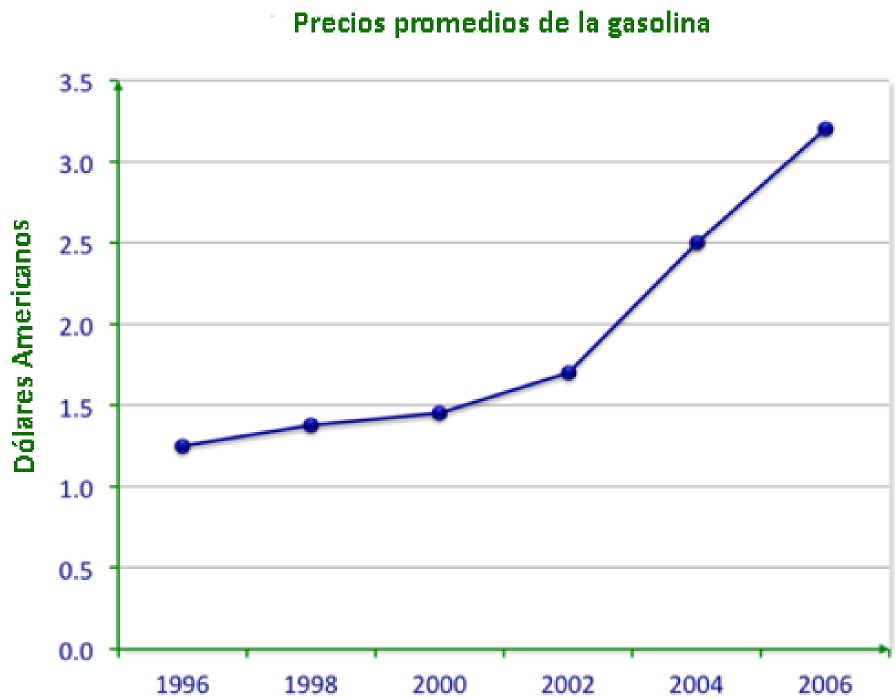
Práctica

Instrucciones: Responde cada pregunta sobre las muestras de datos.

1. *¿Qué se considera dato numérico?*
2. *¿Qué se considera dato categórico?*
3. *Si estuvieras buscando una relación entre dos valores, ¿utilizarías un diagrama de dispersión o un gráfico lineal?*
4. *Si hubiera una relación entre los datos ¿tendrías una correlación positiva o negativa?*
5. *Las palabras correlación positiva y correlación negativa ¿con qué tipo de muestras de datos se asocian?*
6. *Si tienes un valor atípico, entonces ¿tendrías un diagrama de dispersión o un diagrama de caja y bigotes?*
7. *¿Qué es un cuartil?*
8. *¿Con qué tipo de muestra de datos se asocia un cuartil?*
9. *Si estuvieras mirando una tendencia a través del tiempo, ¿utilizarías un gráfico lineal o un diagrama de dispersión?*
10. *Si estuvieras comparando dos tendencias y sus resultados ¿Qué muestra de datos tiene más sentido?*
11. *¿Qué es la media?*
12. *¿Qué es la mediana?*
13. *¿Qué es la moda? ?*

Instrucciones: Responde cada pregunta.

¿Las conclusiones son apropiadas para el gráfico? Explica tu razonamiento.



14\. *Conclusión 1: ... criaturas más peligrosas. Co*

15\. *Conclusión 1: Los precios han aumentado todos los años desde hace 10 años. Conclusión 2: los precios de la gasolina aumentaron más rápido después del año 2000. Conclusión 3: Los precios serán mucho más altos en 2008.*

10.11 Comprensión del Sesgo

En esta sección, comprenderás el sesgo en encuestas y muestreos.

¿Alguna vez has hecho una encuesta? Observa este dilema.

Los alumnos del octavo grado están realizando una encuesta. Quieren saber cuántas personas disfrutan la pizza comparado con el pollo. Karen escribe la encuesta. Ella solo se la dio a las niñas de la clase. Su mejor amigo, Kevin, le dijo que ella no podía hacer eso pues los resultados estarían sesgados. Karen no entiende por qué esto sería así.

¿Tú lo sabes?

Esa sección te enseña [illegible] r qué Kevin hizo esa declaración.

Orientación

Un asunto importante [illegible] as población completa. Esto le da validad al [illegible] argo, muchos métodos de muestreo están sesg[illegible] yen un segmento de la población, lo que no da[illegible]

Cualquier método de [illegible] babilidad pequeña está sesgado. Observa esta [illegible]

Una bióloga mide el crecimiento de las plantas, pero solo toma muestras de las plantas que están cerca de la entrada porque ella no alcanza las que están en el medio del invernadero.

El crecimiento de plantas puede no ser el mismo cerca de la puerta como en otras partes del invernadero. Ella utilizó muestreos convenientes, lo que no siempre es una buena opción para un muestreo.

¿Qué es el sesgo? El sesgo es cuando se apunta más a un grupo de personas que a otro. Esto entrega solo una mirada específica de la situación. Las preguntas de una encuesta pueden revelar sesgos en la misma encuesta. Algunas veces, las personas que crean las encuestas esperan ciertos resultados, por lo que crean preguntas para guiar las respuestas. Otras veces, se presentan sesgos culturales involuntarios relacionados con la religión, el idioma, la edad, el nivel económico, etc.

Podemos aprender a localizar sesgos potenciales en las preguntas de una encuesta al mirar aquellas que excluyen a un grupo particular o solo incluyen grupos específicos.

¿Puedes encontrar los sesgos en las siguientes preguntas?

TABLE 10.10:

Pregunta	Posible Sesgo
[illegible] la Independencia o el Voto Femenino?	*Hay una suposición* [illegible] *historia de EE. UU y que entienden las palabras.*

Si la persona que hace una encuesta no siente que las opciones disponibles para una pregunta no representan de manera exacta su verdadera respuesta, entonces se produce un sesgo. *Esto puede producir confusión o frustración. En algunos casos, quizás ni siquiera entiendan el significado de las pregunta porque su educación o sus antecedentes no los prepararon o incluso ni siquiera hablan el idioma en el que se escribió la encuesta.*

Finalmente, algunas personas no están dispuestas a decir la verdad por alguna razón u otra. Si a una persona le piden que se identifique y que luego revele información personal o confidencial, puede que esa persona no responda con la verdad. Puede que ni siquiera tomen la encuesta de manera seria y no respondan sinceramente.

Las siguientes encuestas ¿tienen sesgos? Explica tu respuesta.

Ejemplo A

Una encuesta sobre las preferencias de comida para perros donde solo se encuesta a las personas que tienen perros grandes.

Solución: Tiene sesgo. La encuesta debe incluir a las personas que tienen perros grandes y pequeños.

Ejemplo B

El número de niños que les gusta el helado de chocolate. Se hace la encuesta a todos los niños que van al puesto de helado. La encuesta se realiza durante tres días.

Solución: No, esta sería una encuesta imparcial.

Ejemplo C

El número de alumnos del décimo grado que cuidan niños. Se encuestaron al azar alumnos y alumnas del décimo grado.

Solución: Esta sería una encuesta imparcial.

Ahora, miremos otra vez el dilema que estaba al principio de esta Sección.

Kevin le dijo a Karen que los resultados de la encuesta estarían sesgados porque ella solo les preguntó a las niñas su opinión sobre la pizza en comparación con el pollo. Karen necesita preguntarle a los niños también ya que la encuesta es sobre los alumnos en general del octavo grado, no solo de las niñas. Preguntarles a los niños y niñas en la única forma de asegurar resultados exitosos.

Vocabulario

Encuesta
Un método para recopilar información sobre la población.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que trates tú mismo.

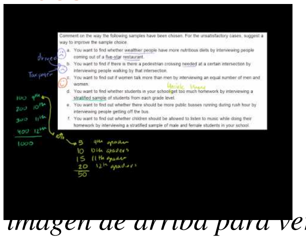
Una escuela encuesta a los padres sobre la congestión vehicular en la mañana. Les preguntan a los padres de cada tercer auto en el área donde dejan a los niños antes de que suene la campana del colegio. Quieren evaluar el tráfico.

Pensemos en este método de muestreo. ¿Es el mejor? ¿Está sesgado?

Solución

Si hay congestión vehicular, algunas personas pueden llegar tarde. Este método de muestreo está sesgado porque solo incluye a las personas que llegan a tiempo. Sus opiniones pueden ser distintas de las de aquellos que llegan tarde. Por lo tanto, no es la mejor forma para recopilar información.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/55

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Surveys and Samples

**este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Instrucciones: Las siguientes preguntas de encuesta ¿están sesgadas?

1. *¿Qué edad tiene tu esposa?*
2. *¿Cuántas veces vas al parque cada mes? a) 1-2, b) 3-5, c) 6-10, o d) más de 10.*
3. *¿Qué es más importante, la Primera o Segunda Enmienda o la Constitución?*
4. *¿Estás de acuerdo con que es importante la igualdad para todos los norteamericanos?*
5. *¿Crees que todas las personas deberían manejar un auto?*
6. *¿Cómo te sientes con respecto a las personas que son vegetarianas?*
7. *¿Cómo te sientes con respecto a tu jefe del trabajo?*

Instrucciones: Mira la siguiente encuesta y luego responde cada pregunta.

Se hizo una encuesta en una oficina veterinaria. Se encuestaron a los clientes durante una semana. Les preguntaron si disfrutaban el manejo de la oficina. En la semana en que se hizo la encuesta, 12 de 80 clientes tenían hora para atención. Los resultados globales fueron que los clientes les encantaban la manera en que se maneja la oficina.

8. *¿Es una encuesta sesgada?*
9. *¿Por qué? O ¿Por qué no?*
10. *¿Hay una estadística que respalde esta conclusión?*
11. *¿Crees que el resultado global de la encuesta es exacto?*
12. *¿Por qué? O ¿Por qué no?*
13. *¿Cómo podrían haber hecho la encuesta para lograr más clientes?*
14. *¿Qué tipo de muestreo se llevó a cabo?*
15. *¿Un muestreo al azar hubiese funcionado mejor en esta encuesta?*

10.12 Encuesta

En esta sección, compr

¿Alguna vez has medid

Un grupo de niños decidió practicar sus tiempos para los 400 metros un día después del colegio. Cinco de los niños en equipo de atletismo se juntaron y decidieron practicar. Resolvieron que las mejor forma para hacerlo era tener a cada persona iniciara en turnos. Una persona correría, luego la siguiente y la siguiente hasta que todos hubiesen corrido. Carla también fue por lo que ella podía partir el cronómetro y medir el tiempo.

Todos los niños corrieron y al final le preguntaron a Carla por los tiempos. A pesar de que cinco niños corrieron, ella solo midió el tiempo de tres niños.

"¿Por qué hiciste eso?" Preguntó Marco.

"Solo medí el tiempo de los primeros tres que cruzaron la línea final", explicó Carla. "En una carrera, esos serían los tres ganadores."

"Pero eso no es certero", dijo Marco.

¿Quién está en lo correcto? En esta sección, aprenderás sobre la recolección de datos. Al final de ella, serás capaz de determinar y crear un argumento que respalde a Carla o a Marco.

Orientación

Una herramienta común que utiliza la gente para recopilar información sobre la población es la encuesta.

Una población puede referirse a cualquier grupo del que se desee conseguir información. En otras palabras, si quiere saber sobre las opiniones de los estudiantes en tu colegio, entonces la población será el colegio completo. La población puede ser una ciudad entera, un país o incluso un grupo de plantas, animales o cosas. Como puedes imaginar, una población puede ser muy grande. Por esta razón, muchas veces es poco práctico o casi imposible obtener información de cada uno de los miembros de una población. Para ahorrar tiempo y recursos, podemos encuestar a solo un pequeño porcentaje de la población. Para asegurarnos que la información que recopilamos de un pequeño porcentaje es representativa de la población completa, utilizamos técnica para escoger a los miembros que encuestaremos.

Por supuesto, algunas veces las personas esperan ver un cierto resultado. Ellos desean probar que su hipótesis es correcta por alguna razón u otra. Es por eso que tenemos que cuidarnos de sesgos potenciales en una encuesta.

Cuando las encuestas se hacen de manera apropiada, la información que nos dan puede ser muy importante.

Observa esta situación.

Cada año, en la escuela secundaria de Monica, se hace una votación del estudiante con mejor sonrisa. Se honra a este estudiante con una fotografía de su cara en la portada del anuario. Monica quiere ganar. Ella está compitiendo contra otros cuatro estudiantes que están diferentes clases: Winthrop, Penelope, Giovanna y Oscar. Una semana antes de la votación oficial, ella quiere hacer una encuesta para ver por quién votarán los otros estudiantes. Sin embargo, hay 2000 estudiantes en su escuela, y ella sabe que no les puede preguntar a todos. Tendrá que hacer un muestreo, una pequeña parte de la población, y asumir que la información que le darán será la correcta para el resto de la escuela. Planea preguntarles a 50 personas. Para escoger a las 50 personas que le preguntará, puede utilizar una variedad de métodos.

Para ayudar a Monica, pensemos en los diferentes tipos de muestreos que se pueden recopilar.

Métodos de muestreo

Muestreo Aleatorio *: Mónica puede hacer un muestreo aleatorio al darle a cada estudiante en la escuela una oportunidad igualitaria de ser escogido. Como en una máquina de lotería que utiliza pelotas de ping-pong para elegir los números ganadores, Mónica tendría que seleccionar a los estudiantes completamente al azar. Por ejemplo, si tiene una lista de estudiantes, podría mezclar los nombres y escoger los primeros 50 con sus ojos cerrados.*

Muestreo Aleatorio Estratificado *: En este método Monica debe asegurarse de seleccionar un número igualitario de estudiantes en cierta .* Strata *significa estrato o nivel. En su escuela, los estudiantes están en niveles de grado. En este caso, la* strata *también puede referirse al género y al programa educacional. Si ella escoge de manera aleatoria 25 niñas y 25 niños, estaría utilizando un método aleatorio estratificado.*

Muestreo Sistemático *: Monica también puede decidir muestrear a los estudiantes de manera sistemática. Eso significa que puede pararse en el frente de su escuela o en la línea de almuerzo y muestrear cada* 20^{th} *estudiante. De esta forma, ella obtendría aproximadamente 50 estudiantes, asumiendo que todos asisten a la escuela en ese día y que todos entran por la misma puerta o van a almorzar. Si no lo hacen, entonces puede que ella no obtenga un muestreo representativo y estaría sesgado.*

Muestreo por Conveniencia *: Si Monica encuentra difícil estos métodos, puede hacerlo con una ruta más fácil: preguntarle a los primero 50 estudiantes que pasan por su aula, por ejemplo. A esto se le llama muestreo por conveniencia. Es el método más fácil porque selecciona a los miembros de una población a los que el realizador de la encuesta tiene más acceso. El problema es que este método no asegura una porción representativa de la población completa. Por ejemplo, si ella está en biología avanzada y les pregunta solo a los estudiantes en esa sala o solo a los estudiantes que pasan por esa sala, ellos pueden tener miradas diferentes a las de los estudiantes del resto de la escuela. Quizás, el hecho de que comparten una clase o un nivel de grado con ella harán más probable que voten por ella. Eso puede no ser verdadero para el resto de la escuela.*

Autoselección *: Hay muchas personas a las que les gusta que les pregunten. Les gusta que su opinión cuente, les gusta expresar sus puntos de vista, les gusta participar, les gusta ayudar o les gusta influenciar un resultado. Por cualquier razón, algunas personas ... das la oportunidad. Si Monica camina por la escuela con un cartel que dice "L ... ite que los miembros de la población se seleccionen a sí mismos. Habrás visto la ... erciales locales, por ejemplo, que tienen carteles que dicen: "escoge tu bebida fa ... an se autoseleccionan. Tal como con el muestreo por conveniencia, este puede n ... e la población. La gente que no se elige a sí misma para participar puede tener a ... sí participan.*

Escribe cada tipo de muestreo en tu cuaderno con la definición de cada uno.

Cuando se completa una encuesta, aún queda mucho trabajo por hacer. Como has visto en clases anteriores, los datos se pueden analizar con la utilización de la gran variedad de opciones de muestras y medidas estadísticas. Del análisis de estos datos, esperamos hacer algunas generalizaciones sobre la población general. También esperamos, algunas veces, tomar decisiones según los datos. Nombra cada método de muestreo descrito a continuación.

Ejemplo A

Se encuestaron cinco estudiantes en cada una de las salas de los séptimos grados.

Solución: Muestreo estratificado.

Ejemplo B

En un concierto, se le preguntó a la persona número veinte en cada una de las ocho líneas sobre cómo compró su boleto.

Solución: Muestreo Sistemático

Ejemplo C

En un partido de fútbol, solo se encuestaron las personas que querían ser encuestados.

Solución: Muestreo de autoselección.

Ahora, miremos otra vez el dilema que estaba al principio de esta Sección.

Marco lo hizo bien en esta parte. Todos los niños comenzaron en un tiempo diferente. Por lo tanto, el orden en que cruzaron la línea final no ayuda a determinar quién era más rápido. Debes calcular cada tiempo para resolverlo. Lo que hace la diferencia en esta situación es el tiempo, no el orden.

Vocabulario

Encuesta
: *Un método para recopilar información sobre la población.*

Muestreo Aleatorio
: *Todos tienen la misma oportunidad de ser escogidos porque no hay un método específico con el que se recopila la información.*

Muestreo estratificado.
: *Se selecciona el mismo número de cada nivel.*

Muestreo Sistemático
: *Hay un sistema que se ha desarrollado para recopilar cada ejemplo.*

Muestreo por Conveniencia
: *Se recopila un muestreo según el primero o el último.*

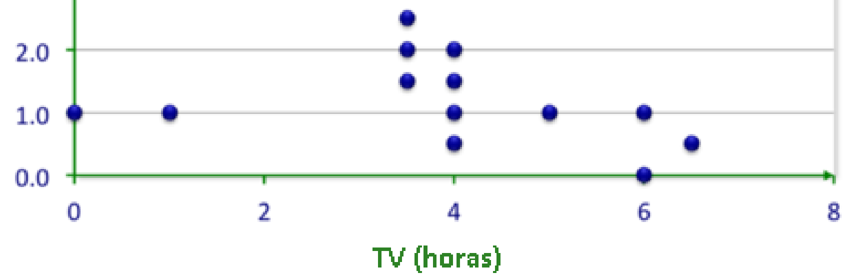
Muestreo de autoselección.
: *Muestreo de personas a quienes les gusta ser encuestadas.*

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que trates tú mismo.

...tidad de tiempo que ven televisión y la cantidad de tiempo que pasan ...uela particular subvencionada que se especializa en la preparación ... generación. Se escogieron aleatoriamente tres estudiantes de cada ...tados se muestran en la siguiente tabla:

Haz clic en la imagen de arriba para ver la tabla.



Claramente, estos ... ndo una relación entre el tiempo q ... elente muestra de datos.

Solución

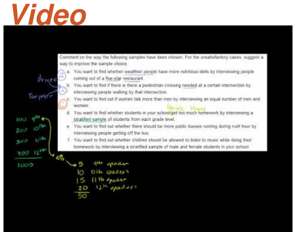
Ellos obtuvieron las siguientes conclusiones:

1. *Los estudiantes de la escuela particular subvencionada Montoya que miran más de 2 horas la televisión, no estudian.*
2. *Los niños de Estados Unidos miran mucha TV.*
3. *Los estudiantes que no estudian lo suficiente obtienen notas bajas.*
4. *La TV está causando que los estudiantes se interesen menos en la escuela.*

¿Cuál es el error en las conclusiones que se basan en los datos?

1. *Los datos muestran que muchos estudiantes que miran más de 2 horas de TV sí estudian aunque menos horas.*
2. *Este muestreo se hizo en una escuela particular subvencionada que solo toma en cuenta una población específica. No pueden generalizar estos datos con otras poblaciones como todo Estados Unidos.*
3. *No hay datos en este estudio que relacionen el tiempo de estudio con la notas.*
4. *Un diagrama de dispersión no implica causalidad, solo correlación. La variables se muestran con una relación negativa, pero eso no significa que una causa la otra. Si le quitas la televisión a los estudiantes, no significa que necesariamente estudiarán más o estarán más interesados en el colegio.*

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/55

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Surveys and Samples

**este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Instrucciones: Define los siguientes términos.

1. *Encuesta*
2. *Muestreo Aleatorio*
3. *Muestreo estratificado.*
4. *Muestreo Sistemático*
5. *Convenience sample*
6. *Muestreo por Conveniencia*

Instrucciones: Nombra cada método de muestreo descrito a continuación.

7. *Una madre le pregunta a todos en su oficina sobre el mejor restaurant de la ciudad.*

8. *Un policía de tráfico desvía hacia la cuneta cada* 3^{rd} *auto para revisar si tienen la protección adecuada.*
9. *Una compañía telefónica utiliza un computador para escoger un comprador para una encuesta de satisfacción. Se escoge 5% de cada región de manera aleatoria.*
10. *La gente llama a un número de teléfono que aparece en la boleta de un restaurant para responder sobre la limpieza y el servicio. Cada persona que llama puede entrar a una exposición de dibujos.*
11. *Un ganadero revisa la Enfermedad de las Vacas Locas al extraer sangre de 30 vacas que él escogió sacando el número de identificación de los animales del fondo de un sombrero.*
12. *Se pregunta a la quinta persona que compra gasolina sobre su automóvil.*
13. *Se menciona un anuncio de una encuesta en un cine. Cualquiera que elija participar puede hacerlo.*
14. *Se le pregunta a cada niño de quinto grado en la escuela Smith el número de horas que miran televisión a la semana.*
15. *Un computador llama a las personas desde la guía telefónica y les pregunta sobre sus opciones políticas.*

10.13

En esta sección, aprend

¿Alguna vez te has preg .

"¡Wow! Parece que tendremos una pista de atletismo en el colegio", dijo Sam al desayuno mientras leía el diario sobre el hombro de su papá. "Debe ser por qué ganamos las regionales".

Sí, el equipo de atletismo, Los Hawks, obtuvo el primer lugar en las regionales. Todo el pueblo lo hablaba y el artículo del diario parecía sugerir que pasarían grandes cosas como resultado.

"Bien, no quiero decepcionarte a Sam, pero 53% es para la nueva pista de atletismo pero hay un 5% de margen de error", le explicó su padre.

"¿Qué tiene que ver eso?"

"Mucho. Un margen de error puede significar que los resultados de la encuesta no son completamente precisos, o podrías decir que no lo puedes tomar como valor nominal", dijo su padre.

Sam está perplejo. 53% es 53%, ¿no es cierto?

En esta Sección, aprer erás cómo un margen de error puede impact

Orientación

Sacar conclusiones bas gunos datos pueden ser engañosos y algunas co atento a la información pública que puede no n el lugar de proviene la información ya que encuestas, métodos de muestra y conclusiones rmación valiosa.

Miremos cómo hacer pr

Una compañía de teléfonos celulares realiza una encuesta aleatoria en su área de servicio respecto de los problemas que aparecen en el servicio telefónico. Encuestaron a 700 personas que poseen celulares en una población de 125.000 personas. Encontraron los siguientes resultados.

TABLE 10.11: Peores Problemas con el Teléfono

Muy Costoso	Baja Señal	Pocas Aplicaciones	Diseño Desagradable
39%	33%	16%	12%

Según su encuesta, pueden extrapolar los datos a la población completa. *En otras palabras, cuando se llevó a cabo la encuesta de manera apropiada, pueden asumir que es precisa para toda la población. Si hay 125.000 personas en la población, pueden asumir que los mismos resultados de la encuesta serán verdaderos para todas las 125.000 personas.Entonces, ¿cuántas personas encontrarán costosos los celulares? ¿Baja calidad en la señal? ¿Muy pocas aplicaciones?*

Calcula el porcentaje encontrado en los datos de la población completa.

Como esto: $.39 \times 125000 = 48,750$

TABLE 10.12: Peores Problemas con el Teléfono

Muy Costoso	Baja Señal	Pocas Aplicaciones	Diseño Desagradable
39%	*33%*	*16%*	*12%*
48,750	*41,250*	*20,000*	*15,000*

También podemos calcular otras características como la media, la mediana y la moda.

Pensemos en el **margen de error** *. Ahora estamos buscando información que no es verdadera. Esta no es la forma común en que pensamos las cosas, por lo que tenemos que mantener esto en mente mientras trabajamos.*

Como sabes, el método para escoger muestreos es importante para escoger datos en cuyos resultados no pueden confiar. Entre mejor es el método de muestreo, mejor es la recolección de datos. Cuando los datos se recopilan de buena manera, sus resultados serán verdaderos para la población completa. Sin embargo, muchas compañías de investigación y encuestadores comprenden que es un poco difícil encontrar un muestreo perfecto.

Siempre habrá un *margen de error* , o un porcentaje en el que los números verdaderos para la población completa pueden diferir.

En otras palabras, una compañía de encuestas puede calcular un margen de error de $\pm 3\%$ *. Esto significa que las mediciones para la población completa pueden subir o bajar en un 3%.*

Observa esta situación.

Una compañía de encuestas informa que el 51% de las personas encuestadas dijeron que votarán por el Candidato X (con un margen de error de $\pm 3\%$ *).*

¿Podemos estar seguros de que el Candidato X ganará? No, ya que hay un margen de error de $\pm 3\%$ **, pueden ser tan alto como** $51+3$ **o** $\mathbf{54\%}$ **o puede ser tan bajo como** $51-3$ **o** $\mathbf{48\%}$**.**

En los medios modernos, particularmente los diarios y las revistas, es común encontrar informes basados en resultados de encuestas. Algunas veces se menciona el margen de error. Sin embargo, ten en cuenta que, a pesar de que las revistas y los diarios pueden intentar informar solo las noticias, algunas veces se produce un sesgo basado en las opiniones del autor, las creencias de los propietarios o gerentes de las compañías, o en el auténtico deseo de informar noticias emocionantes o reveladoras con la intención de vender más publicaciones. Es por esto que debemos poseer un punto de vista crítico cuando juntamos lo que un artículo quiere decir y lo que los datos nos dicen.

Observa esta situación.

Un artículo del diario local titulado "Más Betarraga que Carne" discute que mucha gente se está volviendo vegetariana. El artículo dice, "En cien personas encuestadas en 1998, 8% informó que eran vegetarianos. En una encuesta similar hecha en 2000, el número subió a 50% de 12% (margen de error en encuesta $\pm 3\%$ *). ¡es buen tiempo para invertir en compañías productoras porque el número sigue subiendo!"*

Ahora, examinamos el artículo. El artículo informa que el número de vegetarianos creció un $\mathbf{50\%}$**. Sin embargo, también reporta un margen de error** $\pm 3\%$ **.**

Esto significa que los verdaderos resultados pueden ser tan altos como 11% de vegetarianos en 1998 y tan bajos como 9% de vegetarianos en 2000. Es posible que el número de vegetarianos en verdad haya disminuido. Además, incluso si el número de vegetarianos aumentó en 50% durante esos dos años, no significa que el número continuaría aumentando en ese índice. Finalmente, no hay mención del método de muestreo. El método que utilizaron puede no haber sido representativo de la población completa.

Se encuestaron todos los 450 estudiantes de la clase a graduarse en la Escuela Springstead sobre las tareas para la casa. 27% dijo que querían más tareas para la casa, mientras que el 73% dijo que querían menos tareas.

Ejemplo A

Si el margen de error era 3%, ¿cómo impactaría a los porcentajes?

Solución: Más tareas pueden ser tan bajo como 24% o tan alto como 30%. Menos tareas pueden ser tan bajo como 70% o tan alto como 76%.

Ejemplo B

¿Cuántos estudiantes querían más tareas?

Solución: 121,5 o 122 estudiantes.

Ejemplo C

¿Cuántos estudiantes querían menos tareas?

Solución: 328,5 o 329 estudiantes.

Ahora, miremos otra vez el dilema que estaba al principio de esta Sección.

Primero, tenemos que mirar a la información dada y al margen de error. Sabemos que la encuesta dijo que el 53% estaba a favor de la nueva pista de atletismo. El margen de error es 5%. Esto significa que puede ser tan alto como 58% o tan bajo como 48% a favor de la nueva pista de atletismo. Dependiendo del porcentaje que la escuela piensa se necesita para distribuir los fondos para una nueva pista, este porcentaje puede impactar ya sea si se obtiene una nueva pista de atletismo o no.

Vocabulario

Margen de Error
Un porcentaje por el que el número verdadero puede diferir para la población completa.

Práctica Guiada

Aquí hay un ejercicio para que trates tú mismo.

Una escuela hace una encuesta para su programa de idioma extranjera. Necesitan saber cuántas secciones necesitan de cada clase. Hay 3400 estudiantes en la escuela y cada clase puede tener un máximo de 35 estudiantes en ella. De 200 estudiantes encuestados, encontraron las respuestas del siguiente número de estudiantes:

TABLE 10.13: ¿Qué idioma extranjero te gustaría tomar?

Clase	Español	Francés	Alemán	Chino	Ninguno
# de Respuestas	*85*	*35*	*39*	*23*	*18*

IPara aplicar esta información al cuerpo estudiantil completo, se calculan los porcentajes. Entonces, cada porcentaje se aplica a la población estudiantil completa.

TABLE 10.14: ¿Qué idioma extranjero te gustaría tomar?

Clase	Español	Francés	Alemán	Chino	Ninguno
Porcentaje	*42.5%*	*17.5%*	*19.5%*	*11.5%*	*9%*
Total para la población	*1445*	*595*	*663*	*391*	*306*

Según estos datos, ¿cuántas clases de cada uno deberían ofrecer?

Solución

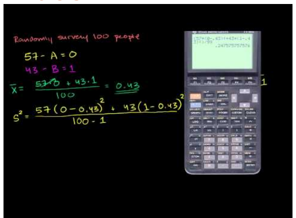
Divide el número de estudiantes para cada curso por 35 estudiantes en cada sección.

TABLE 10.15:

Clase	Español	Francés	Alemán	Chino	Ninguno
# de clases que se necesitan	*42*	*17*	*14*	*12*	*0*

Ya que 35 es el número máximo de estudiantes, el número de clases debe redondearse hacia arriba hasta el siguiente número entero. Las clases no pueden pasarse de 35 alumnos y no se ofrecen clases fraccionales.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

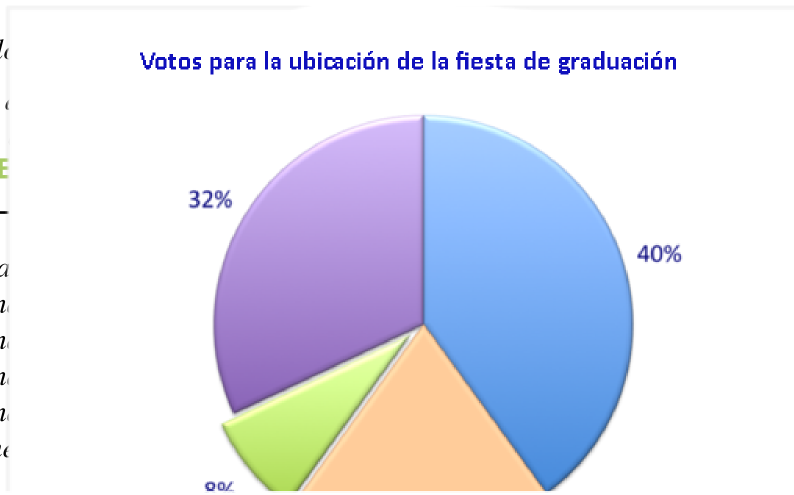
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63329

Haz clic en la imagen de arriba para ver más contenido.

Margin of Error

**este video solo está disponible en inglés.*

Práctica



Instrucciones: Utiliza l

Se hace una encuesta ... ndustria de autos. Los resultados se muestran

Muy insatisfecho	...	Satisfecho
16%		

1. *Basados en el ma ... categoría.*
2. *Asumiendo que h ... fechas?*
3. *Asumiendo que h ... chas?*
4. *Asumiendo que h ... atisfechas?*
5. *Asumiendo que h ... satisfechas?*
6. *¿Qué conclusione*

Instrucciones: Mi ... margen de error de ±5% .

7. *Si la escue ... estudiantes que prefieren ca*
8. *¿Cuántos e*
9. *¿Cuántos e*
10. *¿Cuántos e*
11. *¿Cuántos e*
12. *¿Qué concl*

El diario de una u

"Desde que el nu ... por el Equipo de Voleibol Femenin ... rd actual es de 14 partidos ganados ... r el nuevo estadio ¡y estimula a la u

13. *¿Qué conclusiones ha sacado el escritor de este artículo?*
14. *¿Estás de acuerdo con ellos? ¿Por qué? O ¿Por qué no?*
15. *¿Qué sesgos puede tener el escritor?*

Resumen

Primero, aprendiste todo sobre las medidas de tendencia central. Aprendiste cómo encontrar la media, la mediana, la moda y rango de un conjunto de datos. También aprendiste a comprender la media a través de la desviación de la media y desviación media absoluta.

Luego aprendiste sobre las diferentes muestras de datos. Aprendiste a organizar los datos de manera visual y como aplicar las medidas de tendencia central para cada muestra diferente. También aprendiste qué muestra de datos es mejor para diferentes situaciones.

Finalmente, aprendiste cómo trabajar con datos a través de encuestas y muestreos. Estas encuestas y muestres se analizan con el sesgo. Viste cómo reconocer estadísticas engañosas y cómo ajustar los datos para representar hallazgos precisos. Finalmente, aprendiste cómo interpretar los datos con la utilización de porcentajes y margen de error.

CHAPTER 11 Usar Probabilidades

Chapter Outline

Introducción

En este capítulo, examinarás las probabilidades en muchas formas diferentes. Para comenzar, calcularás los resultados usando diagramas de árbol y el Principio de Conteo. A continuación, aprenderás cómo se calculan las probabilidades cuando se trabaja con permutaciones y combinaciones. Esto incluirá el uso de un tipo específico de notación para evaluar permutaciones y combinaciones. A continuación, aprenderás a distinguir entre una probabilidad experimental y una probabilidad teórica. Cuando tengas que comparar eventos múltiples, aprenderás la diferencia que hay entre los eventos superpuestos, los eventos mutuamente excluyentes y los eventos complementarios. Aprenderás a calcular las posibilidades a favor y en contra de que un evento suceda. Posteriormente, aprenderás a reconocer eventos independientes y dependientes. Finalmente, comprenderás lo que es una probabilidad condicional y una probabilidad geométrica antes de usar las simulaciones para examinar las probabilidades experimentales.

11.1 Usar Diagramas de Árbol

En esta sección, calcularás probabilidades usando diagramas de árbol.

¿Has tenido problemas alguna vez al momento de decidir entre diferentes opciones de sándwich? Échale un vistazo a este dilema.

Luis tiene las siguientes alternativas para armar su sándwich.

¿Cuántos diferentes tipos de sándwiches puede hacer Luis?

Una forma de calcular esto es a través del uso de un diagrama de árbol. Al final de esta sección, sabrás cómo ayudar a Luis a resolver este dilema.

Orientación

Una probabilidad es una forma matemática de calcular qué tan probable es que ocurra un evento.

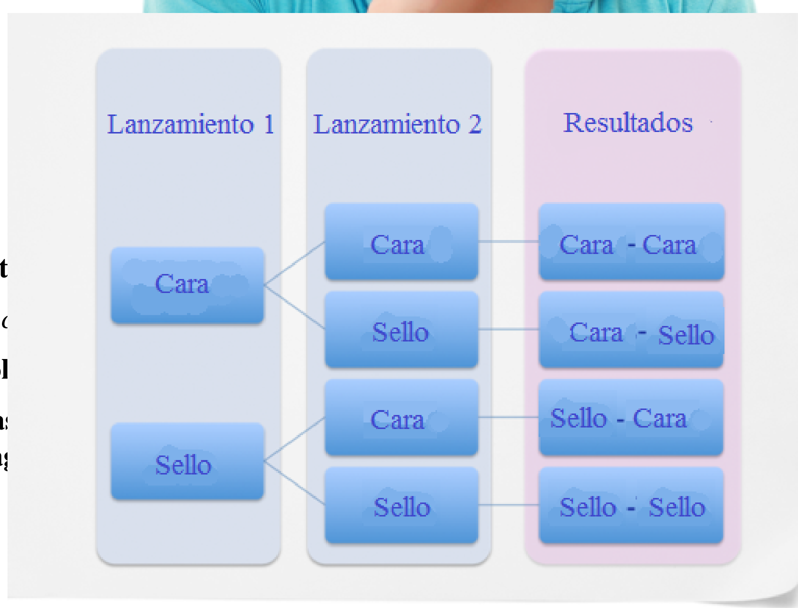
Un *evento* es un resultado de un experimento o actividad *entre los que se podrían incluir cosas como:*

- *echar cara o sell*
- *girar una ruleta*
- *rodar un dado*
- *elegir un artículo*

Un concepto important *ilidad es pensar en los resultados.*

Un *resultado* es una p *moneda, "cara" es un resultado; sello es un s*

*Los **resultados totales** s*



Es una buena pregunt

Una buena manera de ***ma de árbol*** *.*

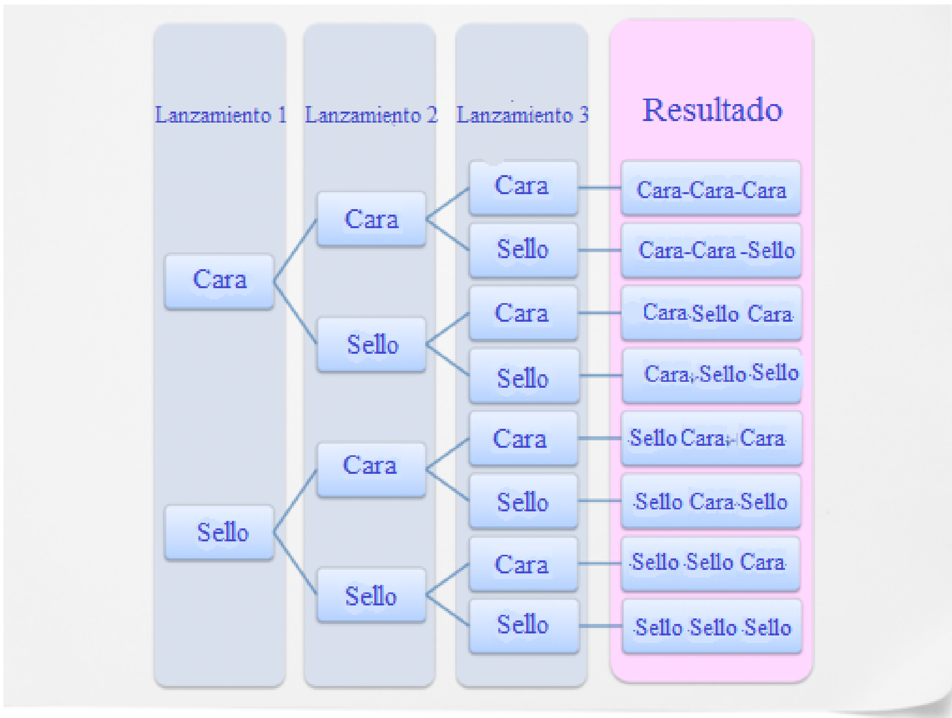
Un diagrama de árbol **les de un evento.**

Por ejemplo, si lanza **sibles? Para hacer el cálculo, dibuja un dia**

Para hacer un diagrama de árbol, divide los diferentes eventos en dos opciones excluyentes. La primera opción descompone al primer lanzamiento en cara o sello. Cada resultado del lanzamiento 1 se descompone otra vez en el lanzamiento 2.

El cuadro rosado muestra el número total de resultados para ambos lanzamientos:

¿Qué sucede cuando aumentas a tres el número de lanzamientos? Solamente, añades otra sección al diagrama de árbol.



Ahora hay en total 8 resultados.

Usa un diagrama de árbol para calcular el total de resultados posibles.

Ejemplo A

Un auto tiene cuatro asientos. ¿Cuántas opciones diferentes hay si tres personas se suben al auto?

Solución: 12 op

Ejemplo B

Candice tiene dc *rear?*

Solución: 12 op

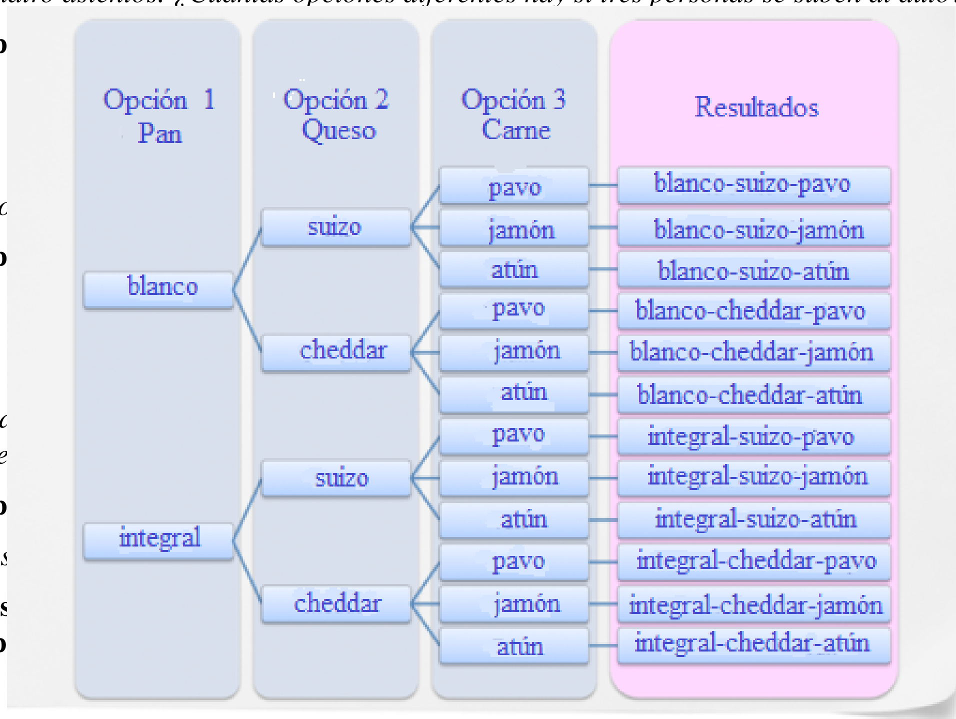
Ejemplo C

Sam está tratanc *es de quesos y 8 ingredientes dife* *rediente?*

Solución: 64 op

Ahora, volvamos

Para resolver es **ciones y calcule los resultados p**



Como ves, el diagrama de árbol comienza con las opciones de pan, a continuación se añade la segunda capa con las opciones de quesos y finalmente se añaden las opciones de carne.

Existen doce posibles resultados de sándwich para Luis.

Vocabulario

Probabilidad
: *La forma matemática de calcular qué tan probable es que un evento ocurra, la razón entre los resultados favorables y los resultados totales.*

Evento
: *Un resultado de un experimento o actividad.*

Resultado
: *Un posible resultado de que un evento ocurra.*

Diagrama de Árbol
: *Un diagrama de ramas que muestra todos los posibles resultados de un evento.*

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

¿Cuál es la probabilidad de que todos ganen?

Solución

Puedes ver que cuando descomponemos todas las opciones, hay una opción en la que todos ganan.

Revisión en Video

MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65529

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información.

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Instrucciones: *Usa un diagrama de árbol para calcular todos los resultados diferentes.*

1. *La tienda de arriendos de esquí Jeff's Jet Ski tiene 3 modelos diferentes de esquís: simples, dobles y de carrera. Se pueden arrendar por media hora o una hora. ¿Cuántas opciones de arriendos hay?*

2. *CambleCom ofrece los siguientes servicios de televisión por cable: básico, premium y súper premium. CableCom le ofrece estos servicios a los hogares, empresas pequeñas o empresas grandes. ¿Cuántas opciones diferentes de servicios de cable hay?*
3. *La empresa de periódicos* Gotham Gazette *ofrece a sus clientes las siguientes opciones:*
    - *reparto del periódico a domicilio o en la oficina*
    - *reparto solamente durante los días de semana, fin de semanas o los siete días de la semana*
    - *pagos mensuales o semanales*

    ¿Cuántas opciones diferentes puedes tener?
4. *En la Avenida principal, Jiri tiene que pasar por 4 semáforos que pueden estar en rojo o verde. ¿Cuántos resultados diferentes hay para los cuatro semáforos?*
5. *La tienda tecnológica de helados I-Cone ofrece las siguientes opciones.*
    - *cono: azúcar, wafle*
    - *tamaño: pequeñito, mega, gigante*
    - *sabores: arándano intenso, mango sorprendente, ataque de chocolate*

    ¿Cuántas opciones diferentes hay?
6. *Gretchen tiene las siguientes opciones para remodelar su cocina. Piso: baldosa o madera; Encimera: granito o formica; Lavaplatos: blanco, acero, piedra. ¿Cuántas opciones diferentes puede crear Gretchen?*
7. *Jeff tiene cinco pares de calcetines diferentes y tres pares de zapatos. ¿Cuántas combinaciones posibles hay?*
8. *Si Jeff tiene seis pares diferentes de calcetines y tres pares de zapatos. ¿Cuántas combinaciones posibles hay?*
9. *Si Jeff tiene seis pares diferentes de calcetines y cuatro pares de zapatos. ¿Cuántas combinaciones posibles hay?*
10. *Si Jeff tiene ocho pares diferentes de calcetines y tres pares de zapatos. ¿Cuántas combinaciones posibles hay?*
11. *Jessie tiene tres chalecos, dos chalecos de cuello alto y tres chaquetas. ¿Cuántas combinaciones posibles hay?*
12. *Y si Jessie tiene dos chalecos, tres chalecos de cuello alto y tres chaquetas. ¿Cuántas combinaciones posibles hay?*
13. *Y si Jessie tuviera cuatro chalecos, tres chalecos de cuello alto y tres chaquetas. ¿Cuántas combinaciones posibles hay?*
14. *Y si Jessie tuviera tres chalecos, dos chalecos de cuello alto, dos bufandas y tres chaquetas. ¿Cuántas combinaciones posibles hay?*
15. *Y si Jessie tuviera cuatro chalecos, dos chalecos de cuello alto, dos bufandas y tres chaquetas. ¿Cuántas combinaciones posibles hay?*

11.2 (

En esta sección, calcul

¿Has estado alguna vez *ilema.*

Telly y Carey trabajarán en una tienda de bicicletas durante las vacaciones de primavera. Están entusiasmadas porque la Srta. Kelley, la dueña, dejará que cada una elija una bicicleta al final de la semana. De esta manera, pueden trabajar y ganarse una bicicleta nueva al mismo tiempo.

Como hay tantos tipos diferentes de bicicletas, para Telly resulta muy difícil decidirse por una. Y para complicar aún más las cosas, la Srta.Kelley le dijo a Telly que la dejaría diseñar su propia bicicleta, por lo que puede elegir el color del asiento, el tipo de manubrio así como el color de la bicicleta. Telly sabe que quiere una bicicleta de montaña, así que al menos esa parte ya está resuelta. Aquí están todas las opciones que tiene Telly.

Mountain bike

Colores = rojo, verde, azul y morado

Asiento = normal o extra acolchado

Manubrio = recto o curvo

Telly tomó un pedazo de papel y trató de dibujar todas sus opciones. Se frustró casi inmediatamente.

Aquí es donde entras tú. Puedes ayudar a Telly a lidiar con este problema luego de aprender sobre el Principio de conteo. Pon atención porque verás este problema otra vez.

Orientación

Una probabilidad es u **un evento.**

Un *evento* es un result *cosas como:*

- *echar cara o sell*
- *echar cara o sell*
- *rodar un dado*
- *elegir un artícul*

Un concepto importan *ilidad es pensar en los resultados.*

Un *resultado* es una p *do lanzas una moneda, "cara" es un resultado,*

Los ***resultados totales*** *s*

Es una buena pregunta.

Podemos usar la aritmética para calcular resultados.

Fíjate en esta situación.

La empresa de lavado de autos Ichiro's Car Wash ofrece tres servicios de lavado diferentes: lavado exterior básico, limpieza interior, y finalmente, lavado manual detallado a la medida. Los clientes seleccionan una opción de lavado y además deciden si quieren con cera o sin cera. Puedes usar un diagrama de árbol para encontrar que hay 6 opciones o resultados diferentes para el lavado de un auto.

Podemos observar la situación en términos de resultados. En el caso de la primera opción hay tres resultados diferentes. En el caso de la segunda opción hay 2 resultados diferentes.

$3 \text{ outcomes} \cdot 2 \text{ outcomes} = 6 \text{ outcomes}$

¿Qué pasa si cambiamos las opciones? ¿Todavía funcionaría este método? Agreguemos más opciones al problema sobre el lavado de autos y veamos.

Veamos las opciones de cambio de aceite que ofrece la empresa. Los clientes pueden obtener aceite estándar o sintético, con o sin filtro, y pagar con un cupón de descuento o el precio normal. En el caso de cada opción hay dos resultados diferentes.

$2 \text{ outcomes} \cdot 2 \text{ outcomes} \cdot 2 \text{ outcomes} = 8 \text{ outcomes}$

Este método de cálculo del número de resultados totales se puede establecer como una regla general llamada el ***Principio de conteo*** *.*

El principio de conteo *: el número de opciones o resultados de dos eventos independientes events, A y B tomados juntos, es el producto del número total de resultados de cada evento.*

$\text{Total outcomes for } A \text{ and } B = (\text{number of outcomes for } A) \cdot (\text{number of outcomes for } B)$

Otra vez, el Principio de Conteo requiere que tomemos el número de opciones o resultados de dos eventos independientes y multiplicarlos. El producto de esos resultados nos dará el número total de resultados de cada evento.

Por ejemplo, en 2 lanzamientos de una moneda hay 2 resultados para cada lanzamiento. Usando el Principio de Conteo, puedes encontrar el número total de resultados como:

$2 \text{ outcomes} \cdot 2 \text{ outcomes} = 4 \text{ total outcomes}$

Puedes usar el Principio de Conteo para calcular las probabilidades de los eventos. *Por ejemplo, supongamos que quisieras saber la probabilidad de rodar dos dados y sumar 5. La* **probabilidad de cualquier evento es igual a la razón entre los resultados favorables y el número total de resultados posibles igualmente probables.**

Los ***resultados favorables*** **son los resultados que estás buscando.**

En este caso los resultados favorables son resultados que suman 5. Para encontrar el número de resultados totales de los dos lanzamientos, puedes usar el Principio de Conteo. Ya que cada lanzamiento de un cubo tiene 6 resultados diferentes.

Para resolver este problema en particular, debemos añadir otro paso. Ahora, haz una lista de esos 36 resultados y marca los resultados que dan como resultado una suma de 5.

Ya que hay cuatro resultados que suman 5:

$P(5) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

La probabilidad de lanzar dos dados que sumen 5 es $\frac{1}{9}$.

Calcula cada resultado.

Ejemplo A

Jake tiene dos camisetas, cuatros pares de pantalones y tres suéteres. ¿Cuántas tenidas diferentes puede crear?

Solución: 24 resultados

Ejemplo B

Y si Jake tuviera dos camisetas, cinco pares de pantalones y cuatro suéteres. ¿Cuántas tenidas diferentes podría crear?

Solución: 40 resultados

Ejemplo C

Y si Jake elige solamente un suéter. ¿Cuántas tenidas diferentes puede crear con cuatro pares de pantalones y dos camisetas.

Solución: 8 resultados

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Primero, enumeremos las opciones una vez más.

Mountain bike

Colores = rojo, verde, azul y morado

Asiento = normal o extra acolchado

Manubrio = recto o curvo

A continuación, podemos usar el Principio de Conteo para calcular el número total de opciones que Telly tiene para su bicicleta.

Hay cuatro colores = 4

Hay dos opciones de asiento = 2

Hay dos opciones de manubrio = 2

$4 \times 2 \times 2 = 16$ **opciones posibles de bicicleta**

Esta es la respuesta.

Vocabulario

Probabilidad

La forma matemática de calcular qué tan probable es que un evento ocurra, la razón entre los resultados favorables y los resultados totales.

Evento

Un resultado de un experimento o actividad.

Resultado

Un posible resultado de que un evento ocurra.

Resultados Totales

Todos los resultados posibles

Principio de Conteo

$\textit{Resultados} \times \textit{outcomes} = \textit{total outcomes}$

Resultados Favorables

Los resultados que buscas.

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

¿Cuál es la probabilidad de girar una ruleta dos veces y que se detenga sobre el mismo color ambas veces

Solución

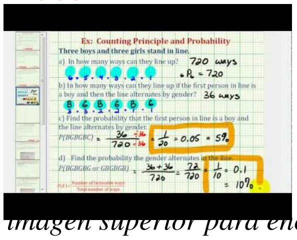
Paso 1 : en vez de dibujar un diagrama de árbol, usa el Principio de Conteo para encontrar el número de resultados totales. Ya que cada vuelta tiene 4 resultados:

Paso 2 : has una lista con los 16 resultados y encuentra el número de formas en que la ruleta pueda parar en el mismo color ambas veces:

Paso 3 : encuentra la razón de resultados favorables y resultados totales:

La probabilidad de que la flecha pare sobre el mismo color dos veces seguidas es $\frac{1}{4}$.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63332

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información.

**Este video solo está disponible en inglés.*

The Counting Principle

Práctica

Instrucciones: usa el principio de conteo para calcular el número de resultados.

1. *Nigel dejó caer 3 sándwiches de mantequilla de maní sin tapa que tenían la misma probabilidad de caer con la cara hacia arriba o hacia abajo. ¿Cuántas opciones diferentes hay?*
2. *La pasta de dientes Movie Star viene en 3 sabores diferentes: destellos, explosión y rayas, 3 tamaños diferentes y 2 estilos diferentes de tubo. ¿Cuántas opciones de pasta de dientes hay?*
3. *Dave hizo 3 predicciones sobre los partidos de fútbol del domingo. ¿Cuántos resultados diferentes de aciertos o equivocaciones hay?*
4. *Bridget hizo 4 predicciones sobre los partidos de fútbol del domingo. ¿Cuántos resultados diferentes de aciertos o equivocaciones hay?*
5. *¿Cuántos resultados más habrán si Bridget agrega una predicción extra en el problema 4 de arriba?*
6. *Las sandalias Sandy's vienen en 4 modelos diferentes: deportivas, súper deportivas, casuales y chic, 5 colores diferentes y 9 tallas diferentes. ¿Cuántas opciones hay?*
7. *Las bicicletas de Mike tienen tres estilos diferentes de bicicleta: de montaña, carrera y de trucos. Puedes elegir 6 sistemas diferentes de velocidades, 4 aleaciones para marcos y 4 colores. ¿Cuántas opciones de bicicletas hay?*
8. *En el problema 7 de arriba, Mike obtiene un nuevo color de bicicleta, pero ahora tiene solo 5 sistemas diferentes de velocidad. ¿Ahora tiene más o menos opciones? ¿Cuántas más o cuántas menos?*
9. *Tilly gira 3 veces una ruleta que tiene secciones rojas, azules y amarillas. ¿Cuántos resultados diferentes son posibles?*
10. *Tilly gira una ruleta que tiene secciones rojas, azules y amarillas y lanza un dado. ¿Cuántos resultados diferentes son posibles?*
11. *Tilly lanza un dado 2 veces. ¿Cuántos resultados diferentes son posibles?*
12. *Tilly lanza un dado 3 veces. ¿Cuántos resultados diferentes son posibles?*

Instrucciones: usa el principio de conteo para calcular las probabilidades de una ruleta con cuatros colores: rojo, amarillo, azul y verde.

13. *Kalyani gira una ruleta 2 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que la flecha se detenga sobre el verde ambas veces?*
14. *Kalyani gira una ruleta 2 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que la flecha se detenga en el mismo color ambas veces?*
15. *Kalyani gira una ruleta 2 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que la flecha se detenga en un color diferente cada vez?*

11.3 Re

En esta sección, reconocerás rtante.

¿Has tenido alguna vez un c a.

El martes en la mañana, Telly estaba sentada en medio de una pila de candados con combinación cuando llegó Carey.

"¿Qué estás haciendo?", preguntó Carey y se sentó junto a la pila de candados.

"Estoy revisando y asegurándome de que todos estos candados funcionen", explicó Telly. "Aquí hay una pila de candados para ti."

Carey comenzó a revisar los candados también. Alrededor de cinco minutos más tarde, ella se detuvo y miró a Telly.

"Sabías que estos candados ni se deberían llamar candados con combinación. No se trata realmente de una combinación, sino que se trata de una permutación", dijó Carey riéndose.

Telly miró a su amiga como si tuvi ndida.

"¿De qué estás hablando?", pregu

¿Sabes de qué está hablando Car esta sección. Y luego entenderás qué son las permutaciones.

Orientación

El orden *es importante en algunas si seguimos la receta de una torta, el orden de cada paso es importan clarlos con la harina. De la misma manera, el glaseado se pone sobre rneada.*

Por otro lado, el orden no es importante al momento de comprar los ingredientes para hacer una torta. ¿Importa si compras la harina antes que los huevos o la lecha antes que el glaseado? No, por lo tanto, se podría decir que el orden no es importante al momento de comprar los ingredientes de una torta.

Para resolver problemas en los que el orden sí importa, puedes usar ***las permutaciones*** *.* **Una *permutación* es una selección de elementos en el cual *el orden* es importante.** *Para usar permutaciones en la resolución de problemas, necesitas saber identificar los problemas en los cuales el orden, o la disposición de los elementos importan.*

Fíjate en esta situación.

Francis Imelda Guzmán quiere saber de cuántas formas puede ordenar sus iniciales, F, I, N . ¿Importa el orden en este problema?

Debido a que quiere disponer cada letra de una manera particular, el orden sí importa. Se trata de una permutación y no de una combinación.

Paso 1 : *escribe un único orden o permutación.*

FIG

Paso 2 : *Ahora* **reorde** *el resultado? Si es así, entonces el orden sí im*

NGI $\Longleftarrow$ *diferente del*

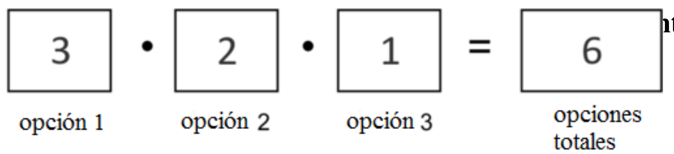
Cada disposición de la

También podemos co **lar el número de permutaciones posibles d**

Para contar el número de ***permutaciones*** *en un problema, tienes que mirar al problema como una serie de opciones.*

Podemos encontrar el número de permutaciones de un grupo si se incluyen todos los miembros de ese grupo. Supongamos que hay 3 taxis frente a un hotel: Acme, Bluebird y Checker.

Si los 3 se alinean para espe **ntes de alinearse o permutaciones de 3 elementos toma**



Otra vez, esta es la permutación de los 3 taxis puestos en fila al mismo tiempo. Podríamos decir también que se trata de tres objetos tomados de a tres a la vez.

¿Qué sucede cuando 4 taxis llegan al hotel, pero solamente hay espacio para que 3 taxis formen una fila? Por ejemplo, ¿cuántas filas diferentes de 3 taxis habrían si comenzaras con 4 taxis: Acme, Bluebird, Checker y Decker?

Ahora, en el caso de la

En el caso de la opción *pciones en vez de 1.*

El cálculo final nos da

Esta es la respuesta cu

Sí. Es verdad. Los contamos regresivamente Así es como podemos multiplicarlos para encontrar el número exacto de permutaciones.

Ejemplo A

Si cinco personas quieren ir al cine, pero hay solamente dos asientos disponibles. ¿De cuántas formas se pueden sentar las personas si se pueden sentar solamente dos a la vez?

Solución: $5 \times 4 = 20$

Ejemplo B

¿De cuántas formas diferentes se podría sentar la gente si hubiese tres asientos?

Solución: $5 \times 4 \times 3 = 60$

Ejemplo C

¿De cuántas formas diferentes se podría sentar la gente si hubiese cuatro asientos?

Solución: $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Carey dijo que el candado se debería considerar como un candado de permutación, ya que una permutación es una serie de números con un orden específico. Si no pones los números en ese orden, entonces el candado no se abrirá.

Vocabulario

Permutación
: *Una selección de elementos en el que el orden es importante.*

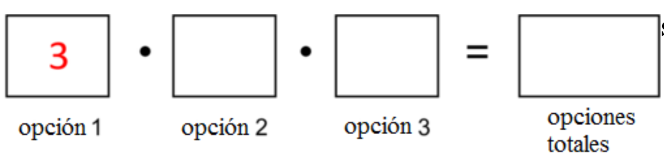
Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

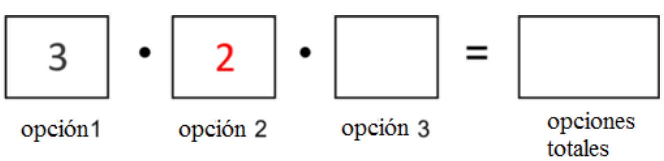
Tres taxis: un taxi Acme, una limusina Bluebird y un Checker, todos llegan a las afueras del Hotel BigWig al mismo tiempo. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden poner en una fila las tres compañías de taxis?

Solución

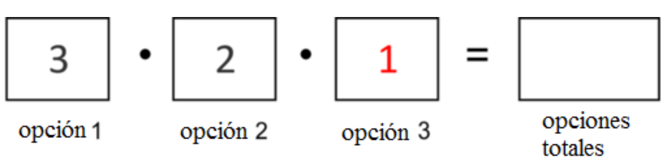
Una manera de mirar este **s. En el caso de la opción 1 puede seleccionar cualquier**



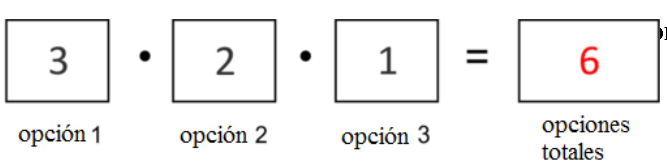
En el caso de la opción 2, tu **que ahora solamente tienes 2 taxis para elegir.**



Finalmente, en el caso de la

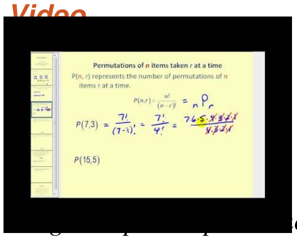


Puedes multiplicar las tres **nes o permutaciones, como 6.**



Aquí están las 6 maneras diferentes en que las compañías de taxis se pueden poner en fila.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5305

Haz clic en la [illegible] contrar más información.

**Este video solo está disponible en inglés.*

Permutations

Práctica

Instrucciones: calcula cada permutación o cada resultado.

1. *Cuatro ranas diferentes entraron a una competencia de saltos: Spots, Dots, Slimey y Croaky. ¿De cuántas maneras pueden las 4 terminar en primer, segundo, tercer y cuarto lugar?*
2. *Denise tiene las letras A, R, X, O, G, I y L. ¿Cuántos arreglos diferentes puede hacer con cuatro letras?*
3. *Seis personas se inscribieron para jugar Scrabble: Tim, Jim, Kim, Pam, Sam y Cam. Solo 4 personas pueden jugar a la vez. ¿Cuánto juegos diferentes con 4 jugadores son posibles?*
4. *Arnold imprimió su informe de 8 páginas sin poner los números de páginas en las páginas. Ahora estas se han mezclado. ¿De cuántas maneras diferentes puede Arnold ordenar las 8 páginas?*
5. *El especial de almuerzo en el Restaurante Bamboo ofrece una opción de won-ton o sopa agripicante, una opción de camarón kung pao o pollo con brócoli y una opción de arroz o fideos. ¿Cuántos almuerzos especiales diferentes hay?*
6. *Rex olvidó la contraseña del cajero de su tarjeta bancaria. Sabe que la contraseña está compuesta por los 4 dígitos de su cumpleaños, 24 de octubre o 1, 0, 2, 4? ¿Cuántas contraseñas diferentes necesita probar para estar seguro que obtendrá su contraseña?*
7. *Javier anotó las letras del nombre de Jasmine sobre 7 cupcakes y los puso en una caja. ¿De cuántas maneras diferentes puede sacarlos de la caja uno por uno?*
8. *En el nuevo reality show, llamado Lazybones, los cinco finalistas: Snoozin' Betty, Lounge Man, The Yawn Meister, Lana Later y Bob el Procrastinador, compiten para ver quién es la persona más perezosa. En el episodio de hoy, se seleccionarán los 3 súper finalistas de los cinco. ¿De cuántas maneras distintas se pueden escoger a los 3 súper finalistas?*
9. *Cuatro amigos imprimieron las letras M, E, T, S en la parte delantera de sus camisetas. Van al juego de los Mets y se sentarán en 4 asientos el uno al lado del otro. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar los 4?*
10. *¿Cuántos números diferentes de 3 dígitos puedes formar con los dígitos 4, 5 y 6?*

Instrucciones: usa las permutaciones para resolver cada problema.

11. *¿Cuántos números diferentes de 3 dígitos puede escribir Blanche usando los dígitos 7, 8 y 9?*
12. *¿Cuántas secuencias de 4 letras puede escribir Blanche usando las letras A, B, C, D?*
13. *El encargado de programación del canal Oddball-TV tiene 5 programas nuevos de media hora que quiere transmitir los martes por la noche: Strange Days, Slightly Off, Odd Rod, Bent e Icky the Great. ¿De cuántas maneras diferentes puede presentar los programas?*
14. *Un tren tiene 6 carros diferentes: un carro de pasajeros, un carro de equipaje, un carro para el correo, un carro comedor, un carro de carga y un furgón de cola. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ordenar los carros?*
15. *Los últimos 5 dígitos del teléfono de Beryl son 34567. ¿Cuántos números tienen estos mismos 5 dígitos?*
16. *Mía tiene 7 colgantes para su pulsera: un corazón, una luna, una tortuga, un cubo, un pájaro, un aro y un auto. ¿De cuántas maneras diferentes puede ordenar los 7 colgantes?*

11.4 Evaluar Permutaciones usando Notación de Permutación

En esta sección, evaluarás las permutaciones usando la notación de permutación.

¿Sabes cómo calcular una permutación en notación de permutación? Échale un vistazo a este dilema.

Encuentra $_8P_2$

Para calcular esta permutación, tendrás que comprender qué es la notación de permutación. Pon atención y aprenderás todo lo que necesitas saber en esta sección.

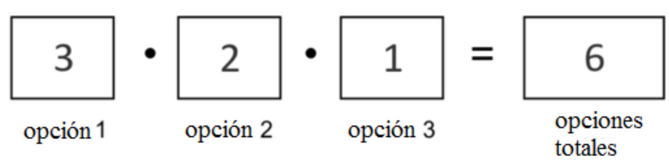
Orientación

El orden *es importante en algunas situaciones y no lo es en otras. Por ejemplo, si seguimos la receta de una torta, el orden de cada paso es importante. Tienes que quebrar los huevos* antes *de mezclarlos con la harina. De la misma manera, el glaseado se pone sobre la torta únicamente* después *de haber sido horneada.*

Por otro lado, el orden no es importante al momento de comprar los ingredientes para hacer una torta. ¿Importa si compras la harina antes que los huevos o la lecha antes que el glaseado? No, por lo tanto, se podría decir que el orden no es importante al momento de comprar los ingredientes de una torta.

Para resolver problemas en los que el orden sí importa, puedes usar ***las permutaciones*** . **Una *permutación* es una selección de elementos en el cual el *orden* es importante.** *Para usar permutaciones en la resolución de problemas, necesitas saber identificar los problemas en los cuales el orden, o la disposición de los elementos importan.*

Podemos encontrar el número de permutaciones de un grupo si se incluyen todos los miembros de ese grupo. Por ejemplo, supongamos que hay 3 taxis frente a un hotel, Acme, Bluebird y Checker. **Si los 3 se ponen en una fila para esperar al próximo cliente, el número de las diferentes formas de ponerse en fila o permutaciones de 3 elementos tomados de a 3 es:**



Otra vez, esta es la permutación de las 3 compañías de taxis puestas en fila al mismo tiempo. Podríamos decir también que se trata de tres objetos tomados de tres a la vez.

La manera más eficiente de calcular los números de usos de permutaciones se llama ***factoriales*** .

Los factoriales son números especiales que representan el producto de una serie de números descendentes.

El símbolo de un factorial es un signo de exclamación. Échale un vistazo.

Para calcular los valores de los factoriales, simplemente multiplica la serie de números.

Podemos usar factoriales para calcular permutaciones.

Supongamos que tienes 6 elementos y quieres saber cuántos arreglos puedes hacer con 4 de los elementos.

En este problema el orden importa, por lo que tendrás que encontrar el número de permutaciones que hay en 6 elementos tomados de a 4. En notación de permutación escribes lo siguiente.

${}_{6}P_{4} \Longleftarrow$ *6 elementos tomados de a 4*

En general, las permutaciones se escriben como:

${}_{n}P_{r} \Longleftarrow n$ *elementos tomados* r *por vez*

Para hacer el cálculo ${}_{n}P_{r}$ *escribes:*

Para hacer el cálculo $_6P_4$ *solo reemplaza con los números:*

$\frac{720}{2}$

360

Como verás, es el producto de los valores en orden descendiente el que nos dice cuántas permutaciones son posibles.

Puedes usar este método para resolver cualquier número de permutaciones.

Calcula cada permutación.

Ejemplo A

Encuentra $_4P_3$

Solución: 24 **options**

Ejemplo B

Encuentra $_{12}P_2$

Solución: 132 **opciones**

Ejemplo C

Encuentra $_8P_6$

Solución: $20,160$ **opciones**

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Encuentra $_8P_2$

Es lo mismo que decir 8 opciones tomadas de a 2.

Podemos multiplicar para resolver la permutación.

$8 \times 7 = 56$

Hay 56 opciones.

Vocabulario

Permutación
Una selección de elementos en el que el orden es importante.

Factorial
Un número especial que representa el producto de una serie de valores descendentes.

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

Encuentra $_7P_3$

Solución

Paso 1 : *entender qué significa* $_7P_3$.

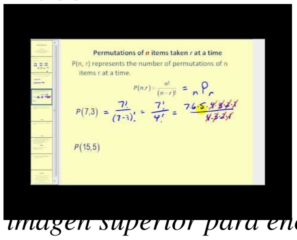
${}_7P_3 \Longleftarrow$ *7 elementos tomados de a 3.*

Paso 2 : *establece el problema.*

Paso 3 : *reemplaza con los números y simplifica.*

Hay 210 permutaciones posibles.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5305

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información.

**Este video solo está disponible en inglés.*

Permutations

Práctica

Instrucciones: Calcula cada permutación.

1. *Encuentra* $_7P_2$
2. *Encuentra* $_6P_3$
3. *Encuentra* $_5P_4$
4. *Encuentra* $_5P_5$
5. *Encuentra* $_9P_3$
6. *Encuentra* $_9P_7$
7. *Encuentra* $_{11}P_3$
8. *Encuentra* $_{12}P_3$
9. *Encuentra* $_6P_2$
10. *Encuentra* $_{14}P_3$
11. *Encuentra* $_{15}P_3$
12. *Encuentra* $_{11}P_4$
13. *Encuentra* $_{16}P_2$

Instrucciones: usa las permutaciones para resolver cada problema.

14. *Mia tiene 7 colgantes para su pulsera: un corazón, una luna, una tortuga, un cubo, un pájaro, un aro y un auto. ¿De cuántas maneras diferentes puede ordenar los 7 colgantes?*
15. *Uno de los colgantes de la pulsera de Mia del problema 6 se cayó. ¿Cuántos arreglos menos hay ahora?*

11.5 F

Aquí, reconocerás com

¿Has estado alguna vez

"Vamos chicas, ustedes pueden ayudarme a hacer esta lista", La Srta. Kelley llamó a Carey y a Telly.

Se trataba del tercer día de trabajo de las niñas y estaban comenzando a ayudarle a la Srta. Kelley a organizar una gran corrida en bicicleta. La tienda recibió a un grupo de ciclistas de todas partes de la zona para ayudar a recaudar dinero para obras de caridad. Ciclistas de todas partes ya se habían registrado y ahora solo faltaba que la Srta. Kelley organizara la lista en orden de partida en la competencia.

"¿Cómo decides quien va al frente?", preguntó Carey.

"¿Te refieres al líder del grupo?", preguntó la Srta. Kelley.

"Si, supongo", respondió Carey.

"Pues bien, es totalmente al azar. Esta no es una carrera profesional, por lo tanto, no importa en dónde parte alguien. Todos tendrán la misma oportunidad, y además, todo el dinero recaudado irá para obras de caridad", explicó la Srta. Kelly.

Carey miró a Telly.

"Una combinación, no una permutación", dijo Carey.

Telly lo entendió esta vez. Ahora, después de la situación con los candados, entendió la definición de una permutación.

¿Entiendes cómo una permutación es diferente de una combinación? ¿Por qué Carey dijo que esto era una combinación? Pon atención y sabrás cómo responder estas preguntas al final de esta sección.

Orientación

El orden *es importante para algunos grupos de elementos, pero no es importante para otros. Fíjate en una lista de las palabras: POTS, STOP, SPOT y TOPS.*

- *Para deletrear cada palabra individual, el orden es importante. Las palabras POTS, STOP, SPOT y TOPS todas usan las mismas letras*
- *En el caso de la propia lista* ... *alabras se presenten con un orden, como por ejemplo POTS, ST* ... *P, SPOT, TOPS, POTS; o un tercer orden como TOPS, POTS, S* ... *la lista incluya a las 4 palabras, el orden de las 4 palabras no i*

Una *combinación* es un arreglo d ... **lenen los elementos, no es importante.** *La colección de un orden de* ... *que cualquier otro orden.*

Piensa en una pizza. No importa el orden en el cual pones los ingredientes para cubrir la pizza una vez que están todos sobre ella. Puedes poner una *combinación* de ingredientes sobre una pizza.

Algunas veces el orden sí importa. Cuando el orden sí importa, entonces usa una **permutación.**

Fíjate en esta situación.

Seis personas: Larry, Sherry, Terri, Carrie, Mary y Harry, todas quieren subirse a un bote que tiene espacio para solo 4 pasajeros. ¿Cuántos grupos diferentes de 4 personas pueden subirse al bote?

Paso 1 : *escribe un único orden.*

Larry, Sherry, Terri.Harry

Paso 2 : *Ahora* **cambia** *el orden. ¿El cambio de orden de los elementos alteró el resultado? Si es así, entonces el orden sí importa.*

Sherry, Harry, Larry, Terri $\Longleftarrow$ *diferente orden, los mismos 4 pasajeros*

El orden NO es relevante en el caso de este problema. Usa combinaciones.

4 bailarines de tap entraron en el Show Star Power Talent: Debbie, Maurice, Minnie y Ronnie. Los 4 aparecerán por separado en el escenario. ¿De cuántas maneras diferentes pueden los 4 estar programados para aparecer en el escenario?

Paso 1 : *escribe un único orden.*

Debbie, Ronnie,

Paso 2 : *Ahora c*

Maurice, Debbie

El orden SÍ es r ... ones.

Al resolver probl ... importante. Una manera de encon

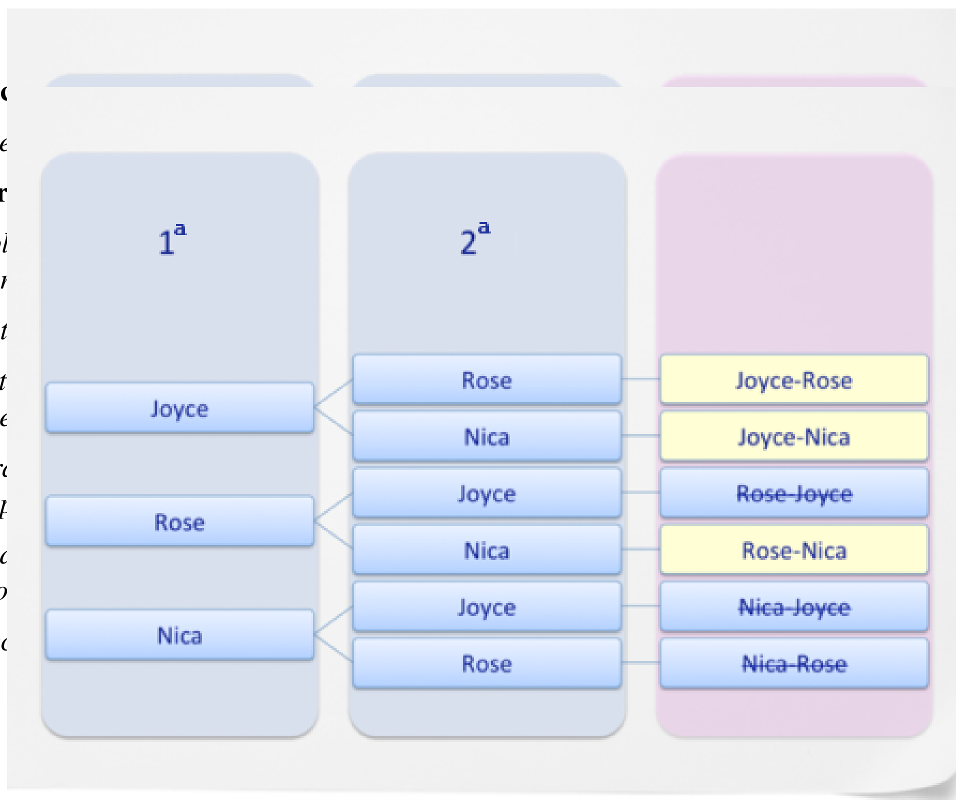
Fíjate en esta sit

Para su equipo t ... Nica. ¿Cuántos equipos de doble

El primer diagr ... rgo, el orden no importa en este p ... ipo Rose-Joyce.

Así, en el segund ... 3 que combina-ciones que no so

Joyce-Rose, Joyc



Este método de hacer un diagrama de árbol y tachar las repeticiones es confiable, pero no es la única forma para encontrar combinaciones. También las puedes enumerar.

Evalúa cada combinación.

Ejemplo A

¿Cuántas disposiciones diferentes de letras puedes hacer si tiene seis letras pero solo usas 3 cada vez?

Solución: 20 **arreglos**

Ejemplo B

¿Cuántas disposiciones diferentes de letras puedes hacer si tiene seis letras pero solo usas 4 a la vez?

Solución: 15 **arreglos**

Ejemplo C

¿Cuántas disposiciones diferentes de letras puedes hacer si tienes siete letras pero solo usas 3 a la vez?

Solución: 35 **arreglos**

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

La clave aquí es que el orden de los ciclistas no importa. La Srta. Kelley dijo que era al azar. Cualquiera puede estar al frente, y por lo tanto, se trata de una combinación. Una combinación es una serie donde el orden no importa. Si esta fuera la situación donde el orden sí importa, entonces se trataría de una permutación.

Vocabulario

Combinación
Una disposición de elementos o eventos donde el orden no importa.

Permutación
Una disposición de elementos o eventos donde el orden sí importa.

Factorial
Un número especial que representa el producto de números en orden descendente.

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

¿Cuántos dúos de violines diferentes pueden Ben, Jen, Ren, Wen y Ken formar?

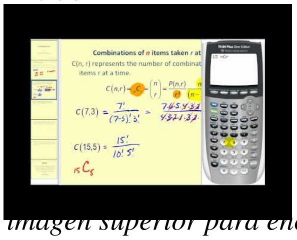
Solución

Paso 1 : *comienza con Ben. Añade todas las combinaciones que comienzan con Ben a tu lista.*

Paso 2 : *cubriste todas las combinaciones que comienzan con Ben. Ahora pasa por todas las combinaciones que comiencen con Jen, Ren y Wen.*

Ahora tu lista está completa. En total, hay 10 combinaciones.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5306

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información.

**Este video solo está disponible en inglés.*

Combinations

Práctica

Instrucciones: resuelve cada combinación.

1. *En el Rancho Dudley's Dude hay 6 jinetes pero solo 4 caballos. ¿De cuántas maneras diferentes puede un grupo de 4 salir a andar a caballo?*
2. *Con 4 vueltas más, Dale Earnhardt Jr., Robbie Gordon, Kyle Busch y Kasey Kahne están todos compitiendo para ganar una carrera de NASCAR. ¿De cuántas maneras diferentes pueden terminar los tres mejores conductores?*
3. *Un As, un Rey, una Reina, una Jota, un Diez y un Nueve de trébol están boca abajo sobre una mesa. ¿Cuántas manos diferentes de 3 cartas puedes sacar de una vez?*
4. *Una bolsa tiene 4 bolitas: roja, azul, amarillo y verde. ¿De cuántas maneras diferentes puedes meter la mano en la bolsa y sacar 2 bolitas de una vez y tirarlas en una copa?*
5. *¿Cuántas bandas diferentes de 4 cornos puedes elegir en una clase con 10 músicos que tocan este instrumento?*
6. *Ocho candidatos están compitiendo en las primarias presidenciales. ¿Cuántos pares de presidente y vicepresidente son posibles?*
7. *Quince estudiantes compiten en el concurso de geografía Geography Bee. ¿De cuántas maneras diferentes pueden tres personas ser escogidas como ganadores?*
8. *Nueve personas quieren andar en un bote con forma de banana, pero solamente hay 4 chalecos salvavidas. ¿Cuántos grupos diferentes pueden andar en el bote cada vez?*
9. *Las últimas 5 personas en el cine deben competir por los últimos 3 asientos vacíos. ¿Cuántos grupos diferentes de 3 pueden sentarse y ver la película?*

Instrucciones: usa lo que has aprendido para encontrar las combinaciones.

10. *Leah juntó 3 flores diferentes para un ramillete: una rosa, un tulipán y un narciso. ¿Cuántos ramilletes de 2 flores puede crear?*
11. *Leah le agregó un lirio a sus flores. ¿Cuántos ramilletes de 2 flores puede crear con una rosa, un tulipán, un narciso y un lirio?*
12. *¿Cuántos ramilletes de 3 flores puede crear con una rosa, un tulipán, un narciso y un lirio?*
13. *¿Cuántos ramilletes de 3 flores puede crear Leah con una rosa, un tulipán, un narciso, un lirio y una violeta?*
14. *¿Cuánto ramilletes de 3 flores puede crear Leah con una rosa, un tulipán, un narciso, un lirio y una violeta?*
15. *En el Rancho Dudley's Dude hay 5 personas interesadas en montar un caballo: Peg, Greg, Meg, Sue y Drew; sin embargo, tan solo hay 4 caballos. ¿Cuántos grupos diferentes de 4 caballos pueden salir a cabalgar?*

11.6 Evaluar Combinaciones usando Notación de Combinación

En esta sección, usarás la notación de combinación para evaluar combinaciones.

¿Sabes cómo usar la notación de combinación? Échale un vistazo a este dilema.

Evalúa la siguiente combinación.

Calcula $_8C_3$

Para calcular esto, tendrás que comprender qué es la notación de combinación. Pon atención y sabrás cómo evaluar esta combinación al final de esta sección.

Orientación

El orden *es importante para algunos grupos de elementos, pero no es importante para otros. Fíjate en una lista de las palabras: POTS, STOP, SPOT, y TOPS.*

- • *Para deletrear cada palabra individual, el orden es importante. Las palabras POTS, STOP, SPOT y TOPS todas usan las mismas letras*
- • *En el caso de la propia list* … *alabras se presenten con un orden, como por ejemplo POTS, ST* … *P, SPOT, TOPS, POTS; o un tercer orden como TOPS, POTS, S* … *lista incluya todas las 4 palabras, el orden de las 4 palabras n*

Una *combinación* es un arreglo d … **lenen los elementos, no es importante.** *La colección de un orden d* … *que cualquier otro orden.*

Piensa en una pizza. No importa el orden en el cual pones los ingredientes para cubrir la pizza una vez que están todos sobre ella. Puedes poner una *combinación* de ingredientes sobre una pizza.

Al momento de evaluar una combinación, puedes usar un diagrama de árbol. Sin embargo, usar un diagrama de árbol puede quitar mucho tiempo y la notación de combinación es una opción mucho más simple.

Para usar notación de combinación, primero debes entender sobre factoriales. ¿Te acuerdas sobre los factoriales?

Una *factorial* es un número especial que representa el producto de un conjunto de valores con orden descendente.

Fíjate en este problema.

5!

Para evaluar 5! Podemos decir que se trata del producto de valores que empiezan con 5 en orden descendente.

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

La respuesta es 120.

Podemos usar factoriales y la notación de combinación para evaluar combinaciones sin usar listas o diagramas de árbol. Veamos cómo funciona.

La notación de combinaciones es parecida a la notación de permutaciones. *Para representar el número de combinaciones que hay para 6 elementos tomados de a 4, escribe:*

$_6C_4 \Longleftarrow$ *6 elementos tomados de a 4.*

En general, las combinaciones se escriben como:

$_nC_r \Longleftarrow n$ *elementos tomados* r *por vez*

Para hacer el cálculo $_nC_r$ *usa la fórmula:*

$_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

Aquí hay otra.

Encuentra $_5C_2$

Paso 1 : *entender qué significa* $_5C_2$ *.*

$_5C_2 \Longleftarrow$ *5 elementos tomados de a 2.*

Paso 2 : *establece el problema.*

$_5C_2 = \frac{5!}{2!(5-2)!}$

Step 3 : *reemplaza con los números y simplifica.*

$_5C_2 = \frac{5!}{2!(3!)} = \frac{5 \times \cancel{4}^{2} \times \cancel{3 \times 2 \times 1}}{\cancel{2} \times \cancel{1} \times \cancel{(3 \times 2 \times 1)}} = \frac{5 \times 2}{1} = 10$

Hay 10 combinaciones diferentes posibles.

Evalúa cada combinación.

Ejemplo A

Encuentra $_6C_3$

Solución: 20 **arreglos**

Ejemplo B

Encuentra $_9C_2$

Solución: 36 **arreglos**

Ejemplo C

Encuentra $_5C_4$

Solución: 5 **arreglos**

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Encuentra $_8C_3$

Primero, podemos escribir el numerador.

$\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{(3 \times 2 \times 1)(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)}$

A continuación, simplificamos.

$\frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1}$

56 *arreglos*

Esta es nuestra respuesta.

Vocabulario

Combinación
Un arreglo de elementos o eventos donde el orden no importa.

Factorial
Un número especial que representa el producto de números en orden descendente.

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

Escribe la siguiente situación usando notación de combinación. A continuación evalúala.

Dieciséis estudiantes fueron al parque. Cuatro estudiantes pudieron ir en 4 autos. ¿Cuántas combinaciones diferentes de estudiantes podría haber?

Solución

Primero, usa la notación de combinación.

Encuentra $_{1}6C_{4}$

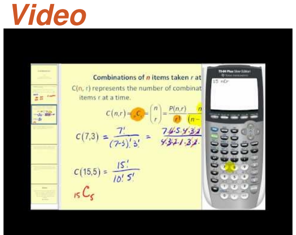
Ahora podemos evaluar la combinación al simplificar primero.

$\frac{16\times15\times14\times13}{4\times3\times2\times1}$

$\frac{43,680}{24}$

Puede haber $1,820$ **arreglos diferentes.**

Revisión en Video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5306

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información.

**Este video solo está disponible en inglés.*

Combinations

Práctica

Instrucciones: Evalúa cada combinación.

1. *Encuentra* $_5C_2$
2. *Encuentra* $_6C_5$
3. *Encuentra* $_7C_2$
4. *Encuentra* $_7C_3$
5. *Encuentra* $_8C_2$
6. *Encuentra* $_6C_4$
7. *Encuentra* $_9C_2$
8. *Encuentra* $_9C_4$
9. *Encuentra* $_8C_3$

10. *Encuentra* ${}_4C_4$

<u>*Instrucciones:*</u> *Usa la fórmula para resolver las diferentes combinaciones.*

11. *¿Cuántos pares de colores diferentes hay entre rojo, naranjo, amarillo, verde y azul?*
12. *¿Cuántos conjuntos de 3 colores hay entre rojo, naranjo, amarillo, verde y azul?*
13. *¿Cuántos pares de colores diferentes hay entre rojo, naranjo, amarillo, verde, azul y morado?*
14. *¿Cuántos conjuntos de 3 colores hay entre rojo, naranjo, amarillo, verde, azul y morado?*
15. *¿Cuántos conjuntos de 3 colores hay entre rojo, naranjo, amarillo, verde, azul, morado y blanco?*
16. *Diez jugadores de tenis son parte del equipo de la Copa Davis. Solamente dos jugadores pueden jugar en la final de dobles. ¿Cuántos equipos diferentes de dobles podrían jugar en la final?*

11.7 Probabilidad Teórica

Aquí, aprenderás a definir y calcular una probabilidad teórica.

¿Has pensando alguna vez en hacer girar una ruleta para calcular una probabilidad? Échale un vistazo a este dilema.

Jessie tiene una ruleta que está dividida en cuatro colores: azul, rojo, amarillo y verde. Sabe que la ruleta se puede usar para calcular probabilidades teóricas, sin embargo no se acuerda qué es una probabilidad teórica. Se pregunta cuál es la diferencia con la probabilidad experimental.

¿Sabes cuál es la diferencia

Pon atención y aprenderás todo lo que necesitas saber sobre las probabilidades teóricas en esta sección.

Orientación

La ***probabilidad*** **se define como una forma matemática de calcular qué tan probable es que ocurra un evento.**

La **probabilidad** *de que ocurra un evento se define como la razón entre los* ***resultados favorables*** *y el número de posibles* ***resultados totales*** *igualmente probables en una situación dada.*

En la forma de una razón, la probabilidad de un evento es:

$P_{(event)} = _{favorable\ outcomes} : _{total\ outcomes}$

La ***probabilidad teórica*** **es una probabilidad que se basa en una situación ideal.**

Por ejemplo, ya que una moneda lanzada tiene dos lados y cada lado tiene la misma posibilidad de caer mirando hacia arriba, la probabilidad teórica de que salga cara (o sello) es exactamente *1 de 2. Si la moneda cae en cara (o sello) 1 de cada 2 lanzamientos en el mundo real no afecta la probabilidad teórica. La probabilidad teórica de un evento permanece igual sin importar cómo se den los eventos en la vida real.*

Fíjate en esta situación.

Encuentra la probabilidad de lanzar un dado y que salga un "4".

Paso 1 : *encuentra el número total de resultados*

Paso 2 : *encuentra el número de resultados favorables.*

Paso 3 : *encuentra la razón de resultados favorables y resultados totales.*

Una *predicción* es una suposición razonable sobre lo que sucederá en el futuro.

Las buenas predicciones se deberían basar en hechos y probabilidades.

Las predicciones basadas en probabilidades teóricas: *estas son del tipo de predicciones más confiables, se basan en relaciones físicas que son fáciles de ver y medir y no cambian en el tiempo. Entre estas se incluyen cosas como:*

- *lanzamientos de monedas*
- *ruletas*
- *dados*

Calcula cada ejemplo de probabilidad teórica.

Ejemplo A

¿Cuál es la probabilidad de lanzar un dado y que salga un dos o un tres?

Solución: $2:6$

Ejemplo B

¿Cuál es la probabilidad de lanzar un dado y que salga un siete?

Solución: $3:6$

Ejemplo C

¿Cuál es la probabilidad de lanzar un dado y que salga un número menor que 6?

Solución: $5:6$

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

La ruleta se puede usar para calcular probabilidades teóricas cuando se consideran sin un experimento. Si miramos la misma ruleta, podemos calcular las posibilidades de que salgan uno o más colores. Todavía no hemos realizado un experimento con la ruleta, solamente estamos calculando la probabilidad mirando la ruleta. La probabilidad experimental se puede calcular una vez que la ruleta ha girado una o varias veces.

Vocabulario

Probabilidad
La probabilidad es una forma matemática de calcular la probabilidad de que ocurra un suceso.

Favorable Resultado
El resultado que buscas

Resultados Totales
Todos los resultado tanto los favorables como los no favorables.

Probabilidad Teórica
Probabilidad basada en una situación ideal que relaciona los resultados favorables con los resultados totales

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

Se han lanzado dos dados. ¿Cuál es la probabilidad teórica de lanzar un dado y que salga un número mayor que 8?

Solución

Primero, pensemos en la gama de combinaciones numéricas que podríamos obtener al lanzar los dados.

Podemos sacar números desde el 2 al 12. Hay 11 resultados posibles.

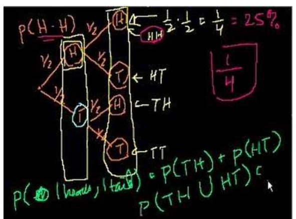
¿Cuántos son mayores que 8?

Los valores mayores que 8 son 9, 10, 11 y 12.

Hay cuatro valores mayores que 8.

La probabilidad teórica de obtener un número mayor que 8 es $4:11$ **.**

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/1403

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información.

**Este video solo está disponible en inglés.*

Probabilidad Part 2

Práctica

Instrucciones: *Resuelve cada problema.*

Una ruleta tiene cinco secciones: morado, amarillo, verde, azul y rojo.

1. *Encuentra la probabilidad de que la flecha se detenga sobre la sección azul:*
   a. *Haz una lista con cada resultado favorable.*
   b. *Calcula el número de resultados favorables.*
   c. *Anota el número total de resultados.*
   d. *Anota la probabilidad.*
2. *Encuentra la probabilidad de que la flecha se detenga sobre la sección roja o verde en la ruleta:*
   a. *Haz una lista con cada resultado favorable.*
   b. *Calcula el número de resultados favorables.*
   c. *Anota el número total de resultados.*
   d. *Anota la probabilidad.*
3. *Encuentra la probabilidad de que la flecha NO se detenga sobre la sección verde de la ruleta:*
   a. *Haz una lista con cada resultado favorable.*
   b. *Calcula el número de resultados favorables.*
   c. *Anota el número total de resultados.*
   d. *Anota la probabilidad.*
4. *4. Encuentra la probabilidad de lanzar un dado y obtener un 3 o un 4:*

a. *Haz una lista con cada resultado favorable.*
b. *Calcula el número de resultados favorables.*
c. *Anota el número total de resultados.*
d. *Anota la probabilidad.*

5. *5. Encuentra la probabilidad de lanzar un dado y obtener un valor mayor que 2:*

a. *Haz una lista con cada resultado favorable.*
b. *Calcula el número de resultados favorables.*
c. *Anota el número total de resultados.*
d. *Anota la probabilidad.*

11.8 E

Aquí, aprenderás a defi

¿Has querido alguna v ma entre dos amigos.

"No quiero trabajar el fin de semana", le dijo Carey a Telly un día durante el almuerzo.

"Pero eso era parte del trato. Las dos tenemos que trabajar un día del fin de semana", dijo Telly.

"Bien, ¿Qué día quieres trabajar?", le preguntó Carey.

"No sé. La verdad es que no lo he pensado", dijo Telly. "Pero podríamos hacerlo al azar."

"¿Cómo?", preguntó Carey.

Telly tomó dos papeles y anotó sábado en uno y domingo en el otro.

"Ahora podemos calcular la probabilidad de que trabajes el sábado o el domingo", dijo .

Aquí podemos detene de Telly es un ejemplo de una probabilidad e

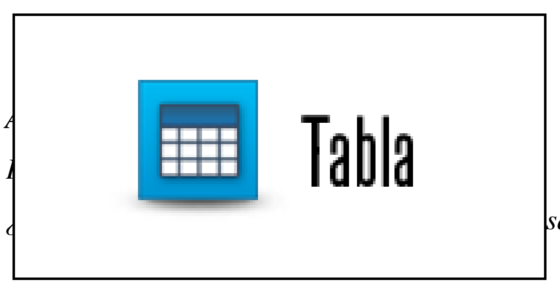
Orientación

La ***probabilidad exper nentos reales :*** *lanzar monedas, girar ruletas, bilidad experimental de que al lanzar un dado tuvieras que lanzar el dado 60 veces.*

Resultados Favorables :

Resultados totales : 60 lanzamientos

Probabilidad Experimental :



... salga 3 al lanzar el dado?

Haz clic en la imagen de arriba para ver la tabla

Los datos del experimento señalan que salió 3 en el dado 9 veces de 60. Si se simplifica, la razón se convierte en:

Como puedes ver, es posible calcular la probabilidad experimental solamente cuando realizas realmente experimentos y cuentas los resultados.

Se lanzó un dado veinte veces. El número 2 salió 3 veces y el número 5 salió seis veces. Usa esta información para contestar las siguientes preguntas.

Ejemplo A

¿Cuál es la probabilidad de que el número fuese un 2?

Solución: 2 : 20 **o** 1 : 10

Ejemplo B

¿Cuál es la probabilidad de que el número fuese un 5?

Solución: 6 : 20 **o** 3 : 10

Ejemplo C

¿Cuál es la probabilidad de que no salga un 5?

Solución: 7 : 10

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Carey tiene una posibilidad de trabajar el sábado o el domingo. Hay dos posibles resultados. Tiene una de dos posibilidades de trabajar el sábado y una de dos posibilidades de trabajar el domingo.

$\frac{1}{2}$

.50

Un 50% de posibilidad o probabilidad para cada resultado.

Vocabulario

Probabilidad
: *La probabilidad es una forma matemática de calcular la probabilidad de que ocurra un evento.*

Resultado Favorable
: *El resultado que buscas*

Resultados Totales
: *Todos los resultado tanto los favorables como los no favorables.*

Probabilidad Experimental
: *Probabilidad que se basa en realmente llevar a cabo los experimentos.*

Predicción
: *Una suposición razonable que se basa en una probabilidad*

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

Usa la tabla para calcular la probabilidad experimental de que salga un 6 al lanzar un dado.

TABLE 11.1:

ensayo	1	2	3	4	5	Total
lanzamientos totales	10	10	10	10	10	50
cantidad de números 6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	9

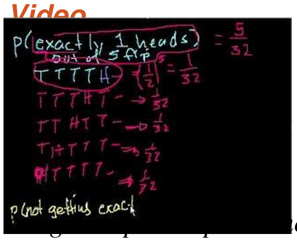
Solución

Puedes ver a partir del experimento que el dado fue lanzado 50 veces.

La cantidad de veces que apareció el número 6 durante el experimento fue de 9 veces.

La probabilidad experimental de rodar un 6 es 9 : 50 **.**

Revisión en Video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/54787

Haz clic en la ... contrar más información.

**Este video solo está disponible en inglés.*

Probabilidad Part 3

Práctica

Instrucciones: *Encuentra la probabilidad de que salga un valor menor que 4 al lanzar un dado.*

1. *Haz una lista con cada resultado favorable.*
2. *Calcula el número de resultados favorables.*
3. *Anota el número total de resultados.*
4. *Anota la probabilidad. Encuentra la probabilidad de lanzar un dado y obtener un 1 o un 6.*
5. *Haz una lista con cada resultado favorable.*
6. *Calcula el número de resultados favorables.*
7. *Anota el número total de resultados.*
8. *Anota la probabilidad. Una caja contiene 12 papeles numerados del 1 al 12. Calcula la probabilidad de escoger al azar un papel con un número menor que 4.*
9. *Haz una lista con cada resultado favorable.*
10. *...les.*

... preguntas. Simplifica todas las razones.

... erimental de que salga cara al lanzar una moneda.

Haz clic en la imagen de arriba para ver la tabla.

13. *¿Cuántos resultados favorables hubo en el experimento?*
14. *¿Cuántos resultados totales hubo en el experimento?*
15. *¿Cuál fue la probabilidad experimental de que saliera cara al lanzar la moneda?*

11.9 Escribir y Comparar Probabilidades como Fracciones, Decimales y Porcentajes

Aquí, aprenderás a escribir las probabilidades como fracciones, decimales y porcentajes.

¿Has expresado alguna vez las probabilidades en la forma de una fracción? ¿Y en la forma de un decimal o porcentaje? Échale un vistazo a este dilema.

Una ruleta está dividida en cuatro secciones: verde, azul, roja y amarilla. ¿Cuál es la probabilidad de girar una ruleta y que la flecha se detenga en la sección verde?

¿Puedes anotar la probabilidad en la forma de una fracción, decimal y porcentaje? Al final de esta sección, sabrás cómo realizar esto.

Orientación

Has visto como calcular probabilidades en términos de razones. Dado que una razón se puede transformar en una fracción, un decimal o un porcentaje, así también puedes transformar una probabilidad en una fracción, decimal o porcentaje.

Por ejemplo, cuando lanzar un dado, la probabilidad de que salga un "3" es:

Puedes anotar la misma probabilidad como una fracción simplemente al reescribir los dos números de la razón como el numerador y denominador de una fracción.

$P(3) = \frac{1}{6}$

Esta es la respuesta en forma de fracción.

¿Cómo podemos convertir esta fracción en un decimal?

Puedes convertir una fracción en un decimal al dividir el numerador por el denominador.

¿Cómo podemos convertir el decimal en un porcentaje?

Podemos convertir un decimal en un p  **cimal por 100, ya que un porcentaje es de 100. A continuación, podemos mov ara mostrar el porcentaje.**

$0.167 = 0.167 \times 100 = 16.7\%$

Para resumir, la probabilidad de que s de cada 6, o:

razón	fracción	porcentaje
1:6	$\frac{1}{6}$	16.7%

Por favor, anota estos ejemplos en tu cuaderno.

Escribe dos de cinco en formas diferentes.

Ejemplo A

Como una fracción

Solución: $\frac{2}{5}$

Ejemplo B

Como un decimal

Solución: $.4$

Ejemplo C

Como un porcentaje

Solución: 40%

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Primero, podemos escribir la fracción.

El verde es uno de cuatro colores. Esa es nuestra fracción.

$\frac{1}{4}$

Ahora, convirtámosla en un decimal.

$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = .25$

A continuación, un porcentaje.

$.25 = 25\%$

Ahora nuestro trabajo está terminado.

Vocabulario

Probabilidad

La probabilidad es una forma matemática de calcular la probabilidad de que ocurra un evento.

Resultado Favorable
El resultado que buscas

Resultados Totales
Todos los resultado tanto los favorables como los no favorables.

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

Kelly está jugando en un juego de una feria. Tiró cuatro de nueves aros sobre unos bolos. Si escribimos esto en la forma de una fracción $\frac{4}{9}$.

¿Cuál es la forma como decimal o como un porcentaje?

Solución

Primero, podemos dividir 4 por 9 para crear un decimal.

A continuación obtenemos .44444... .

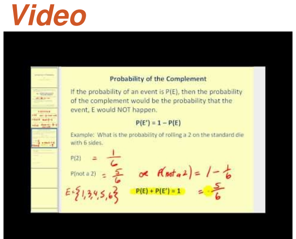
Podemos redondear ese número a .44 .

A continuación, convertimos el decimal en un porcentaje.

.44 *se convierte en* 44%

La probabilidad de Kelly es cercana a un 44%. Decimos "cercana" porque redondeamos nuestro número.

Revisión en Video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/5304

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información.

**Este video solo está disponible en inglés.*

Introduction to Probabilidad

Práctica

Instrucciones: *Usa lo que has aprendido sobre probabilidades, fracciones, decimales y porcentajes para responder cada pregunta.*

Una bolsa tiene 6 bolitas rojas, 5 bolitas azules, 7 bolitas verdes, 2 bolitas blancas y 5 cinco bolitas amarillas. Encuentra la probabilidad de elegir al alzar uno de las siguientes cosas.

1. *¿Cuál es la probabilidad en forma de fracción de elegir una bolita roja?*
2. *¿Cuál es la probabilidad en forma de decimal de elegir una bolita roja?*
3. *¿Cuál es la probabilidad en forma de porcentaje de elegir una bolita roja?*
4. *¿Cuál es la probabilidad en forma de fracción de elegir una bolita azul?*
5. *¿Cuál es la probabilidad en forma de decimal de elegir una bolita azul?*
6. *¿Cuál es la probabilidad en forma de porcentaje de elegir una bolita azul?*
7. *¿Cuál es la probabilidad en forma de fracción de elegir una bolita verde?*

8. *¿Cuál es la probabilidad en forma de fracción de elegir una bolita blanca?*
9. *¿Cuál es la probabilidad en forma de decimal de elegir una bolita verde?*
10. *¿Cuál es la probabilidad en forma de porcentaje de elegir una bolita verde o azul?*
11. *¿Cuál es la probabilidad en forma de fracción de elegir una bolita amarilla?*
12. *¿Cuál es la probabilidad en forma de decimal de elegir una bolita amarilla?*
13. *¿Cuál es la probabilidad en forma de porcentaje de elegir una bolita amarilla?*
14. *¿Cuáles 3 bolitas juntas tienen un 60 por ciento de posibilidad de ser elegidas?*
15. *¿Cuáles 2 bolitas juntas tienen un 40 por ciento de posibilidad de ser elegidas?*
16. *¿Cuáles 3 bolitas juntas tienen un 0,72 por ciento de posibilidad de ser elegidas?*

11.10 Identificar Eventos Sobrepuestos, Eventos Mutuamente Excluyentes y Eventos Complementarios

En esta sección, identificarás y distinguirás entre eventos sobrepuestos, mutuamente excluyentes y complementarios

¿Alguna vez has pensado sobre cómo un evento se conecta con otro evento? Échale un vistazo a este dilema.

Mary tiene un dado de un solo número y una ruleta. Si lanza el dado y luego rueda la ruleta ¿los eventos son complementarios o mutuamente excluyentes?

Para responder esta pregunta, tendrás que conocer sobre los diferentes tipos de eventos. Usa la información que hay en esta sección para aprender todo sobre los eventos mutuamente excluyentes, complementarios y sobrepuestos.

Orientación

Cuando giramos una ruleta o lanzamos un ... ilidad, algunas probabilidades tienen eventos en común y algunas no. Aquí es donc ... sobre identificar ***eventos mutuamente excluyentes*** *.*

Los ***eventos mutuament... ...ún.***

Fíjate en esta situación

Imagina que haces gira

- *Evento A: {amar*
- *Evento B: {azul}*

Los eventos A y B son ... ún: la flecha se puede detener en el azul o en ...

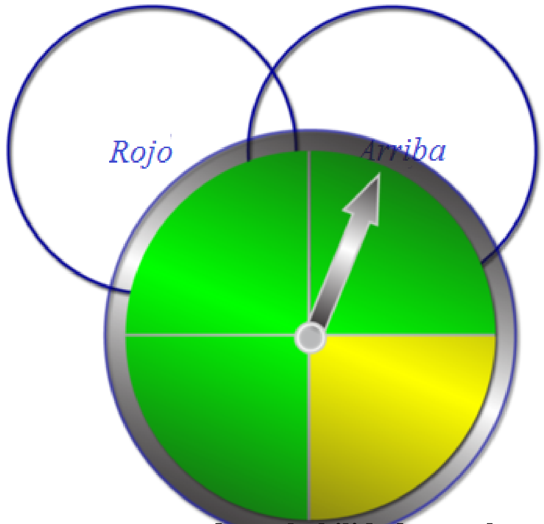
Podemos usar un diagra ... In diagrama de Venn es algo que ya debes habe ... bre otros. El diagrama de Venn de eventos mut

No todos los eventos ... conectan entre ellos. Miremos este problem

Fíjate en esta ruleta y e

- *Evento R: {* **rojo-arriba** *, rojo-abajo}*
- *Evento T: {* **rojo-arriba** *, azul-arriba}*

Claramente, ambos eventos comparten un resultado: rojo-arriba. Por lo tanto, los dos se llaman **eventos sobrepuestos** *. El diagrama de Venn de eventos sobrepuestos muestra que los dos eventos coinciden o comparten 1 o más resultados.*



Eventos Complementarios **son eventos cuya suma de probabilidad suma hasta 1 (decimal) o 100 porciento.**

Los eventos Y y G en esta ruleta de arriba son complementarios.

$P_{(yellow)} + P_{(green)} = 1$

Los eventos complementarios son eventos *con dos opciones* . La ruleta o se detiene en el verde o en el amarillo. Una de dos. No hay otros resultados.

Usa la ruleta amarilla y verde para responder las siguientes preguntas.

Ejemplo A

Si calcular la parte amarilla de la ruleta como un decimal, ¿qué decimal sería?

Solución: .25

Ejemplo B

¿Cómo sería como porcentaje?

Solución: 25%

Ejemplo C

¿Cómo sería la sección verde como un decimal?

Solución: .75

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Los eventos de Mary son mutuamente excluyentes, ya que un resultado no afectará al otro resultado.

Vocabulario

Eventos mutuamente
Eventos que no ti

Eventos complementa
Probabilidad que ... *entos complementarios.*

Práctica Guiada

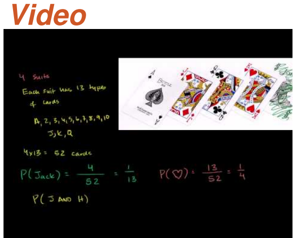
Aquí va un ejercicio pa

¿El evento rojo y el evento azul son complementarios o independientes ¿Por qué?

Solución

Estos eventos son eventos complementarios porque el 50% de la ruleta es roja y 50% es azul. Juntas, estas dos parten forman un todo o 100%.

Revisión en Video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63334

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información.

**Este video solo está disponible en inglés.*

Probabilidad with Playing Cards and Venn Diagrams

Práctica

Instrucciones: Resuelve los problemas. En el caso de eventos superpuestos, señala cuáles eventos se superponen.

1. *En el caso del lanzamiento de una moneda, ¿los eventos $H(_{heads})$ y $T(_{tails})$ son mutuamente excluyentes o sobrepuestos?*
2. *En el caso del lanzamiento de una moneda, ¿los eventos $H(_{heads})$ y $T(_{tails})$ son complementarios o no complementarios?*
3. *¿Por qué?*
4. *En el caso de un único lanzamiento de un dado, ¿los eventos $E(_{even})$ y $T(3)$ son eventos mutuamente excluyentes o sobrepuestos?*
5. *¿Por qué?*
6. *En el caso de un único lanzamiento de un dado, ¿los eventos $E(_{even})$ y $S(6)$ son eventos mutuamente excluyentes o sobrepuestos?*
7. *En el caso de un único lanzamiento de un dado, ¿los eventos $G3(_{greater\ than}\ 3)$ y $O(_{odd})$ son eventos mutuamente excluyentes o sobrepuestos?*
8. *En el caso de un único lanzamiento de un dado, ¿los eventos $E(_{even})$ y $O(_{odd})$ son eventos complementarios o no complementarios?*

9. *En el caso de una única vuelta, ¿los eventos* $B(_{blue})$ *y* $G(_{green})$ *son eventos mutuamente excluyentes o sobrepuestos?*
10. *En el caso de una única vuelta, ¿los eventos* $G(_{green})$ *y* $L(_{left})$ *son eventos mutuamente excluyentes o sobrepuestos?*
11. *En el caso de una única vuelta, ¿los eventos* $Y(_{yellow})$ *y* $R(_{red})$ *son eventos complementarios o no complementarios?*
12. *En el caso de una única vuelta, ¿los eventos* $R(_{right})$ *y* $L(_{left})$ *son eventos complementarios o no complementarios?*
13. *En el caso de un interruptor de luz, ¿Encendido y Apagado son eventos mutuamente excluyentes o sobrepuestos?*
14. *En el caso de un interruptor de luz, ¿Encendido y Apagado son eventos complementarios o no complementarios?*
15. *En el caso de un horno, ¿Encendido y Apagado son eventos mutuamente excluyentes o sobrepuestos?*

11.11 o Resultados

Aquí, calcularás posibi

¿Has pensado alguna v a este dilema.

Telly y Carey ya estaban concentradas en el trabajo cuando las Srta. Kelley vino a la tienda el jueves en la mañana. Faltaban tres días para la gran competencia y todavía quedaba un montón de trabajo por hacer.

"¡No lo puedo creer!", exclamó la Srta. Kelley mientras entraba en la tienda.

"¿Qué?", preguntaron ambas niñas alarmadas.

"Existe una posibilidad de 4 de 5 de que llueva el sábado. Acabo de oír el informe del tiempo", dijo la Srta. Kelley suspirando.

"Bueno, pero igual hay una pequeña posibilidad de que no llueva", dijo Telly tratando de animarla.

Cuando pensamos en chances y posibilidades, podemos calcular la probabilidad de que un evento ocurra o no. En este caso, hay posibilidades de que lloverá y posibilidades de que no lloverá. También podemos expresar esas posibilidades como una fracción o como un porcentaje. Aprende en esta sección sobre las posibilidades y así podrás calcular las posibilidades del temporal de lluvia al final de esta.

Orientación

Has visto que la probabilidad de un evento se define como una razón que compara los resultados favorables con los resultados totales. Podemos escribir esta razón en forma de fracción.

Algunas veces, la probabilidad de que suceda un evento se expresa en términos de **posibilidades** *en vez de probabilidades. Las* **posibilidades** *de que suceda un evento son iguales a la razón entre los resultados favorables y los* **resultados no favorables** .

Piensa sobre las posibilidades de que la flecha de la ruleta de arriba se detenga sobre el rojo:

Por lo tanto, la probabilidad *de que se detenga en el rojo es:*

Mientras que las posibilidades *a favor del rojo son:*

Las posibilidades en contra *de que suceda un evento se definen como:*

Puedes resolver cualquier problema desde la perspectiva de las posibilidades en vez de las probabilidades. Observa que la razón representa lo que está siendo comparado. Asegúrate de que tus números correspondan con la comparación.

Podemos usar posibilidades para calcular cuán probable es que suceda un evento. Podemos comparar las posibilidades a favor de un evento con la probabilidad de que el evento ocurra en realidad. Miremos un ejemplo.

Fíjate en esta situación.

Has visto que las posibilidades a favor de que un evento (E) *ocurra se muestran en esta razón.*

Y las posibilidades en contra *de que ocurra el mismo evento son:*

Puede usar estos dos h **e no suceden.**

Por ejemplo, supongamos que el informe del tiempo señala que:

- *Las posibilidades a favor de que llueva son: 7 a 3*

Estas posibilidades no solamente te dicen las posib **de que llueva, sino que también las posibilidades de que *no* llueva.**

Si las posibilidades a favor de la lluvia so *dades de que no llueva son:*

- *Posibilidades contra la lluvia: 3 a*

Otra forma de decirlo es:

- *La posibilidad de que NO llueva: 3 a*

Puedes usar esta idea en varias situacione **noces la posibilidad de que algo pase, entonces también conoces la posibilidad de que algo no pase.**

Usa esta ruleta para calcular las posibilidades.

Ejemplo A

Las posibilidades de que salga azul.

Solución: $\frac{1}{2}$

Ejemplo B

Las posibilidades de que salga rojo o azul.

Solución: $\frac{2}{1}$

Ejemplo C

Las posibilidades de que no salga rojo o azul.

Solución: $\frac{1}{2}$

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Responde las siguientes tres preguntas.

¿Cuáles son las posibilidades de que no llueva?

Sabemos que las posibilidades de que llueva son 4 a 5. Por lo tanto, hay una chance de 1 de 5 de que no llueva. Las posibilidades no son muy buenas.

¿Cuáles son las posibilidades de que llueva en forma de porcentaje?

4 de 5 se puede escribir como un porcentaje: 80% chance de lluvia.

¿Cuáles son las posibilidades de que no llueva en forma de porcentaje?

1 de 5 se puede escribir como un porcentaje: 20% chance de que no lloverá.

Vocabulario

Eventos mutuamente excluyentes
Eventos que no tienen resultados en común.

Eventos complementarios
Probabilidad que tienen una suma total de 100%. Los eventos con dos opciones son eventos complementarios.

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

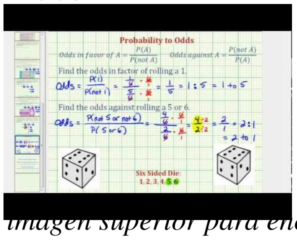
¿Cuáles son las posibilidades a favor de lanzar un dado y que salga un 4?

Paso 1 : *encuentra los resultados favorables y no favorables.*

Paso 2 : *escribe la razón entre los resultados favorables y no favorables.*

Las posibilidades a favor de sacar un 4 son 1 de 5.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63333

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información.

**Este video solo está disponible en inglés.*

Determining Odds

Práctica

Instrucciones: Resuelve los siguientes problemas.

1. *Si se lanza un dado, ¿cuáles son las posibilidades a favor de que salga un 2?*
2. *Si se lanza un dado, ¿cuáles son las posibilidades en contra de que salga un 2?*
3. *Si se lanza un dado, ¿cuáles son las posibilidades a favor de que salga un número mayor que 3?*
4. *Si se lanza un dado, ¿cuáles son las posibilidades a favor de que salga un número menor que 5?*
5. *Si se lanza un dado, ¿cuáles son las posibilidades en contra de que salga un número menor que 5?*
6. *Si se lanza un dado, ¿cuáles son las posibilidades a favor de que salga un número par?*
7. *Si se lanza un dado, ¿cuáles son las posibilidades en contra de que salga un número par?*

Instrucciones: En el caso de una ruleta con números del 1 al 10, responde las siguientes preguntas.

8. *Si giramos la ruleta, ¿cuáles son las posibilidades a favor de que la flecha se detenga sobre el número 10?*
9. *Si giramos la ruleta, ¿cuáles son las posibilidades a favor de que la flecha se detenga sobre el número 2 o 3?*
10. *Si giramos la ruleta, ¿cuáles son las posibilidades a favor de que la flecha se detenga sobre los números 7, 8 o 9?*
11. *Si giramos la ruleta, ¿cuáles son las posibilidades a favor de que la flecha NO se detenga sobre un número par?*
12. *Si giramos la ruleta, ¿cuáles son las posibilidades de que la flecha NO se detenga sobre el número 10?*
13. *Si giramos la ruleta, ¿cuáles son las posibilidades a favor de que la flecha se detenga sobre un número mayor que 2?*
14. *Si giramos la ruleta, ¿cuáles son las posibilidades a favor de que la flecha NO se detenga sobre un número mayor que 2?*
15. *Si giramos la ruleta, ¿cuáles son las posibilidades de que la flecha no se detenga sobre un número mayor que 3?*

11.12 Reconocer Eventos Independientes y Dependientes

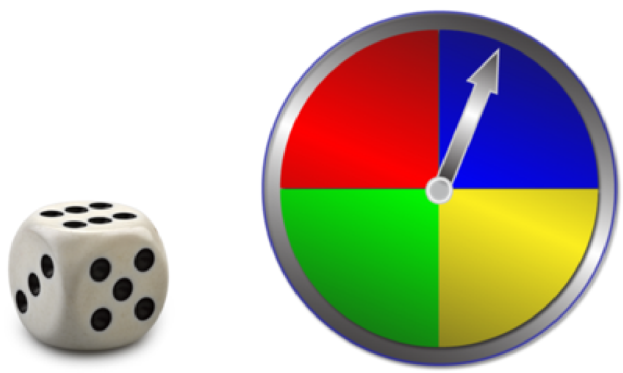
Aquí, reconocerás eventos independientes y eventos dependientes.

¿Has pensado alguna vez sobre cómo un evento puede afectar a otro evento?

¿Sabes cuál es la diferencia entre un evento dependiente y un evento independiente? Si alguien corre una milla en 5 minutos y otra persona corre una milla en 10 minutos, ¿son dependientes estos eventos entre sí?

Pon atención y aprenderás todo lo que necesitas saber en esta sección sobre eventos independientes y dependientes.

Orientación

Has estado aprendiend  *rentes y en cómo estos eventos se impactan mu*

Supongamos que tienes dos eventos:

Evento A: al lanzar un dado sale 5

Evento B: al girar la ruleta sale azul

La probabilidad de cada uno de estos mismos eventos es fácil de calcular. En general:

Si este es el caso, entonces podemos escribir las siguientes razones por sacar un 5.

Estos dos eventos se realizaron con una ruleta y con un dado.

Ahora surge una pregunta.

¿El evento A afecta de alguna forma la probabilidad del evento B?

En decir, ¿que al lanzar el dado salga 5 afecta donde se detiene la flecha en la ruleta? Si no lo hace, entonces se dice que estos dos eventos son ***eventos independientes*** *.*

Definición: *si el resultado de un evento no afecta al resultado de un segundo evento, quiere decir que los dos eventos son* ***eventos independientes.***

Los eventos A y B de arriba son eventos independientes. Sin importa qué sale al lanzar los dados, sus resultados no afectan el resultado de girar la ruleta.

Pensemos ahora en otro tipo de ejemplo diferente, uno donde el resultado de un evento sí tiene impacto sobre el resultado de otro evento.

Una bolsa tiene 3 bolitas rojas, 4 bolitas azules y 3 bolitas verdes. Irina saca 1 bolita verde de la bolsa. ¿Esto cambia la probabilidad de que la próxima bolita que saque Irina de la bolsa sea verde?

Solución : *aquí, el acto de sacar una bolita de la bolsa cambia la situación. En el caso de la primera bolita, la probabilidad de sacar una bolita verde era:*

En el caso de la segunda bolita, ahora quedan solamente 9 bolitas en la bolsa y solamente 2 son verdes. Por lo que la probabilidad ahora de sacar una bolita verde en la segunda vez es:

Claramente, en esta situación el primer evento afectó el resultado del segundo evento. Por lo tanto, los dos eventos NO son independientes. En otras palabras, se trata de ***eventos dependientes*** *.*

Definición: *si el resultado de un evento no afecta el resultado de un segundo evento, quiere decir que los dos eventos son* ***eventos independientes.***

Algunas veces, tenemos eventos mutuamente excluyentes and eventos que se sobreponen y que no son mutuamente excluyentes.

Los eventos $R(_{red})$ y el evento $T\left(_{top}\right)$ son ***eventos sobrepuestos*** *porque ambos comparten un resultado: rojo-arriba. El diagrama de Venn de eventos sobrepuestos muestra que los dos eventos coinciden o comparten 1 o más resultados.*

Para calcular la probabilidad de los eventos sobrepuestos, haz una lista del espacio muestral y encuentra los eventos favorables.

La probabilidad de rojo-arriba es:

¿Los siguientes eventos son independientes o dependientes?

Ejemplo A

Lanzar un dado y obtener un 1 y luego un 7.

Solución: eventos independientes.

Ejemplo B

Una bolsa tiene una bolita roja y dos bolitas azules. Primero, se saca una bolita azul y a continuación se reemplaza. A continuación se extrae un bolita roja. ¿Estos dos eventos son dependientes o independientes?

Solución: eventos independientes

Ejemplo C

¿Por qué?

Solución: debido a que la bolita azul fue reemplazada, esto no afecta el resultado de sacar una roja.

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Los corredores son independientes. La velocidad de uno no impacta la velocidad del otro.

Vocabulario

Eventos Independientes
: *El resultado de un evento no afecta el resultado de un segundo evento.*

Eventos Dependientes
: *Si el resultado de un evento tiene algún efecto sobre el resultado de otro evento, estos son eventos dependientes.*

Eventos Sobrepuestos
: *Eventos que comparten un resultado*

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

En el caso de un único lanzamiento de un dado, ¿cuál es la probabilidad de que el evento $E(_{even})$ y el evento $S(4)$ ocurran?

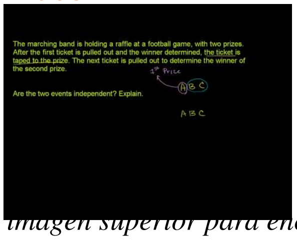
Solución

Paso 1 : *identificar los resultados sobrepuestos de ambos eventos.*

Paso 2 : *encuentra el número total de resultados.*

Paso 3 **:** *encuentra la probabilidad de los eventos sobrepuestos.*

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/57629

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información.

**Este video solo está disponible en inglés.*

Independent Eventos

Práctica

Instrucciones: Señala si los eventos A y B son dependientes o independientes.

1. *A: Doug lanza una moneda. B: Marlene escogió una carta de un mazo.*
2. *A: En una bolsa con 5 bolitas blancas y 5 bolitas negras, Sanjay saca una bolita blanca. B: Sin poner la bolita de vuelta en la bolsa, Sanjay saca una segunda bolita.*
3. *A: Eddie elige el color azul para su nueva bicicleta. B: Eddie escoge la lasaña del menú de la cena.*
4. *A: La probabilidad de que llueva mañana. B: La probabilidad de que el equipo de hockey Red Wings gane el juego de mañana.*
5. *A: La probabilidad de que llueva mañana. B: La probabilidad de que el equipo de beisbol tenga un retraso por la lluvia.*
6. *A: De un mazo de cartas, la probabilidad de que un jugador saque un corazón. B: En el turno del siguiente jugador, la probabilidad de sacar un carta de corazones.*
7. *A: La probabilidad de que una ruleta se detenga sobre el azul 6 veces seguidas. B: La probabilidad de que la ruleta se detenga sobre el azul en la siguiente vuelta.*
8. *A: La probabilidad de que al lanzar una moneda salga cara. B: La probabilidad de que al lanzar la moneda otra vez salga caras.*
9. *A: La probabilidad de que nieve mañana. B: La probabilidad de que no haya clases debido a la nieve.*
10. *A: La probabilidad de que hagan 90 grados. B: La probabilidad de disfrutar de un día caluroso en la playa.*
11. *A: La probabilidad de que llueva mañana. B: La probabilidad de sacarse un A en la prueba de matemáticas.*
12. *A: La probabilidad de que los Rockies lleguen a la final. B: La probabilidad de que los Rockies ganen la Serie Mundial.*
13. *A: La probabilidad de que esté soleado mañana. B: La probabilidad de que mañana haya luna llena.*
14. *A: La probabilidad de que esté soleado mañana. B: La probabilidad de que esté nublado mañana.*
15. *A: La probabilidad de que haga frío hoy. B: La probabilidad de que mañana haya luna llena.*

11.13 Condi-

Aquí, reconocerás y ap ... babilidades en espacios muestrales limitados.

¿Has trabajado alguna

El jueves, Carey estaba a cargo de atender los teléfonos y reservar citas para reparar bicicletas. La tienda de bicicletas hace reparaciones los lunes, martes y miércoles en la mañana, y los jueves y viernes por la tarde. Todas las citas se reservan al azar. La persona que realiza la cita puede elegir o la persona que atiende el teléfono puede elegir.

Carey reservó dos citas.

¿Cuáles son las chances de que ambas citas se reservaran para un lunes, martes o miércoles en la mañana?

Para responder esta pregunta necesitarás entender qué es una probabilidad condicional. Esta sección te enseñará todo los que necesitas saber para poder encontrar la solución del problema al final de la sección.

Orientación

Algunas veces el resultado que obtienes cuando calculas una probabilidad es lo que llamamos "condicional". Esto significa que obtendremos un resultado si se dan las condiciones diseñadas para causar un resultado específico

Fíjate en esta situación.

Imagina un tarra con 4 bolitas negras y 6 bolitas blancas. Si sacas al azar 2 bolitas del tarro, una a la vez, sin reemplazar la primera bolita, ¿cuál es la probabilidad de que ambas bolitas sean blancas?

Comienza por aproximarte al problema de la misma forma que los harías con eventos independientes.

La probabilidad de que la primera bolita sea blanca es:

¿Qué hay de la segunda bolita?

Al haber extraído la primera bolita de la bolsa, ahora en vez de haber 6 bolitas blancas de un total de 10 bolitas, quedan solamente 5 bolitas blancas de un total de 9:

Esto nos da una probabilidad de que ambos eventos ocurran como:

El mismo método general funciona para calcular dos (o más) eventos dependientes cualesquiera.

Ahora, miremos una probabilidad condicional y los resultados.

Una ***probabilidad condicional*** **involucra situaciones en las cuales determinas la probabilidad de un evento basado en la ocurrencia de otro evento** .

Por ejemplo, supongamos que lanzas dos dados sobre una mesa. En el primer dado sale un 5. El segundo dado se cae de la mesa, por lo que no puedes ver qué número salió. A partir de los que sabes hasta ahora, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de los dados sea 9?

Para resolver este problema, considera todo el espacio muestral de lanzar dos dados.

Ya sabes que en el primer dado salió un 4, por lo que ahora tienes que considerar solamente los resultados marcados con rojo. Solamente 1 de esos 6 resultados es un 9, por lo tanto:

Ten en cuenta que anotamos la probabilidad condicional como $P(9|4)$ *. La puedes leer como:*

$P(9|4) \Longleftarrow$ *la probabilidad de 9, dado 4*

Aquí hay otras formas de leer esta notación.

$P(B|A) \Longleftarrow$ *la probabilidad de* B *, a partir de* A

$P(7|3) \Longleftarrow$ *la probabilidad de 7, a partir de 3*

$P(_{heads}|_{tails}) \Longleftarrow$ *la probabilidad de que salga cara, a partir de sellos*

$P(_{red}|_{blue}) \Longleftarrow$ *la probabilidad de que salga rojo, a partir de azul*

La probabilidad está determinada, ya que ciertos factores entran en juego.

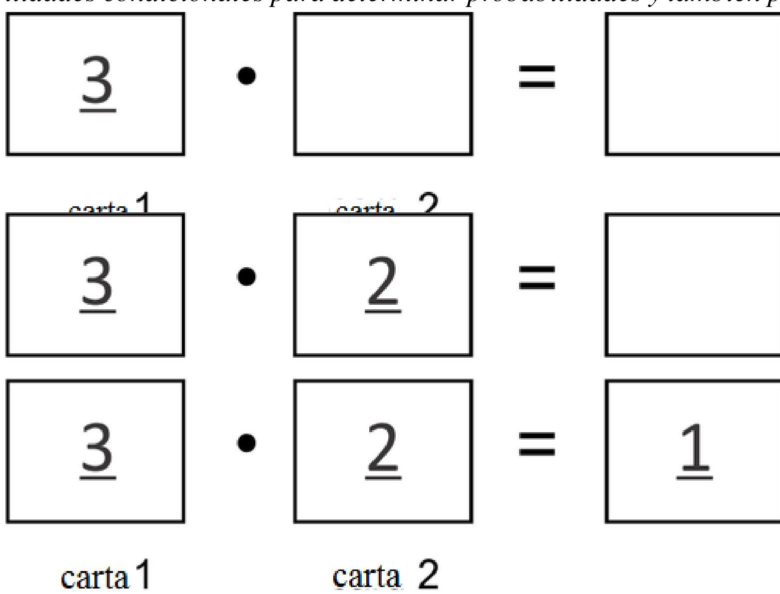
Podemos usar las probabilidades condicionales para determinar probabilidades y también para hacer predicciones.

Una pila de 12 cartas ... *y tréboles. ¿Cuál es la probabilidad de que al* ... *ión.*

Paso 1 : *sacar la prime*

Paso 2 : *ahora saca la* ... *lamente 12 cartas y tan solo dos de ellas son co*

Paso 3 : *calcula la pro*



Así $P(_{\textbf{heart and heart}}) = \frac{1}{22}$ **. Podrías predecir que ambas cartas serán de corazones** $\frac{1}{22}$ **de las veces.**

Un tarro contiene cuatro bolitas azules y ocho bolitas rojas.

Ejemplo A

¿Cuál es la probabilidad de sacar una azul, luego una bolita roja sin reponer la primera bolita?

Solución: $\frac{8}{33}$

Ejemplo B

¿Cuál es la probabilidad de sacar 2 bolitas rojas?

Solución: $\frac{7}{24}$

Ejemplo C

¿Cuál es la probabilidad de sacar una bolita roja, luego una azul sin reponer la primera?

Solución: $\frac{8}{33}$

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Para calcular esta probabilidad, primero debemos determinar la probabilidad de que la primera cita se reserve para el lunes, martes o miércoles. Hay cinco posibles días para hacer reservas, pero hay solo tres resultados favorables.

Probabilidad de que la primera cita sea el lunes, martes o miércoles $= \frac{3}{5}$

Probabilidad de que la segunda cita sea el lunes, martes o miércoles $= \frac{2}{4}$ **o** $\frac{1}{2}$

Ahora podemos multiplicarlas para obtener la probabilidad condicional.

$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$ *o 30%*

Hay una probabilidad del 30% de que las dos primeras citas se reserven para una mañana del lunes, martes o miércoles.

Vocabulario

Eventos Independientes
: *El resultado de un evento no afecta el resultado de un segundo evento.*

Eventos Dependientes
: *Si el resultado de un evento tiene algún efecto sobre el resultado de otro evento, estos son eventos dependientes.*

Eventos Sobrepuestos
: *Eventos que comparten un resultado*

Probabilidad Condicional
: *Probabilidad que se predice sobre la base de condiciones o criterios específicos.*

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

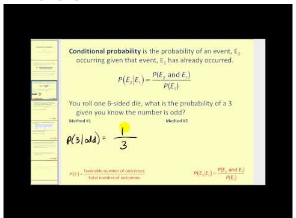
Un servicio de Catering acepta citas para los días de semana de lunes a jueves y los fines de semana de viernes a domingo. Si las citas se realizan al azar, ¿cuál es la probabilidad de que 2 días de semana sean los dos primeros días en ser reservados?

Solución

Solución : la probabilidad de que el primer día sea un día de semana es:

La probabilidad de que el segundo día reservado sea un día de semana es:

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63331

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información.

**Este video solo está disponible en inglés.*

Conditional Probabilidad

Práctica

Instrucciones: Resuelve los problemas.

1. *Una pila de 12 cartas tiene 4 ases, 4 reyes y 4 reinas. ¿Cuál es la probabilidad de sacar al azar 2 ases de la pila de cartas?*
2. *¿Cuál es la probabilidad de sacar un as y luego un rey de la fila de arriba?*
3. *¿Cuál es la probabilidad de sacar 3 reinas de la pila de cartas de arriba?*
4. *El cajón de las poleras de Stoyko tiene 4 poleras de colores y 4 poleras blancas. Si Stoyko saca dos poleras al azar, ¿cuál es la probabilidad de que las dos sean de colores?*
5. *Si Stoyko saca 2 poleras al azar del cajón, ¿cuál es la probabilidad de que la primera sea de colores y que la segunda sea blanca?*
6. *En un programa de juegos, hay 16 preguntas: 8 fáciles, 5 de mediana dificultad y 3 difíciles. Si a los participantes les dan las preguntas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que los primeros dos participantes tengan las preguntas fáciles?*
7. *En el programa de arriba, ¿cuál es la probabilidad de que el primer participante obtenga una pregunta fácil y que el segundo participante obtenga una pregunta difícil?*
8. *En el programa de arriba, ¿cuál es la probabilidad de que los dos primeros participantes obtengan pregunta difíciles?*
9. *En el caso de un único lanzamiento de un dado, ¿cuál es la probabilidad de que salga un número impar y mayor que 2?*
10. *En el caso de un único lanzamiento de un dado, ¿cuál es la probabilidad de que salga un número mayor que 2 y menor que 6?*
11. *En el caso de un único lanzamiento de un dado, ¿cuál es la probabilidad de que salga un número mayor que 1 y menor que 6?*
12. *¿Cuál es la probabilidad de que la suma de un par de dados sea 11 si en el primer dado salió un 5?*
13. *¿Cuál es la probabilidad de que la suma de un par de dados sea número impar si en el primer dado salió un 2?*
14. *¿Cuál es la probabilidad de que la suma de un par de dados sea un número par y mayor que 6 si en el primer dado salió un 4?*
15. *Si lanzas un dado, predice cuán probable es que salga un número menor que 6.*

11.14 ... Geométricas

En esta sección, usarás

¿Has visto alguna vez ... ste dilema.

"Mira esto," dijo Carey enseñándole a Telly un foto de un ciclista haciendo un truco.

La foto era de un ciclista bajando por una parte de un tubo. De hecho, el tubo estaba dividido en dos partes separadas y el ciclista podía andar por ambas partes del tubo.

"Yo hice uno de esos una vez", dijo la Srta.Kelley mirando el artículo.

""¿Cómo lo hiciste?" preguntó Telly.

"Bien, comienzas con una pieza de tubo de 10 pies. Luego la cortas en dos partes separadas. La idea es que tu trabajo sea preciso y terminar con una pieza que sea de alrededor de 7 pies o más larga. De esa manera puedes realmente bajar antes del giro rápido," dijo la Srta. Kelley mientras salía.

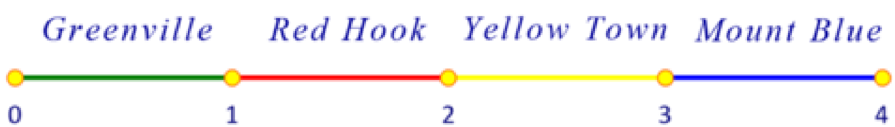
"Cuáles son las probabilidades de que el tubo quede dividido así?" preguntó Telly.

Este es otro lugar para calcular probabilidades. Aunque se trata de una probabilidad geométrica, así que pon mucha atención y serás capaz de resolver este problema.

Orientación

La mejor forma de pensar sobre una probabilidad geométrica es a través de situaciones cotidianas. Fíjate en esta situación.

Un bus viaja po ... y Mt. Blue. Hay una distancia de



Si alguien se sube al bus en algún punto al azar a lo largo de la ruta de 4 millas, ¿cuál es la probabilidad de que se suba al bus en Greenville?

Pensemos en cómo podemos resolver este problema. Para resolverlo, imagina que no se sube un solo pasajero al bus, sino que 100. Si cada pasajero se sube en un punto al azar, se esperaría que los pasajeros fuesen recogidos con una distribución pareja sobre los 4 pueblos diferentes.

TABLA 11.3:

Día	Greenville	Red Hook	Yellow town	Mt.blue
pasajeros esperados	25	25	25	25

Por supuesto que en la vida cotidiana, los datos pueden ser distintos, pero en general se podrían esperar que 25 de 100, o $\frac{1}{4}$ de los pasajeros, subirse en Greenville. En términos de probabilidades:

Esto es porque hay un lugar de cuatro posibles puntos donde una persona podría ser recogida por el bus.

En general:

La probabilidad de que un punto seleccionado al azar se encuentre en una sección "favorable" dada de una distancia es igual a la razón entre la longitud de la sección favorable y distancia completa.

Miremos otro problema donde usaremos el mismo diagrama de los pueblos de los cuatro colores.

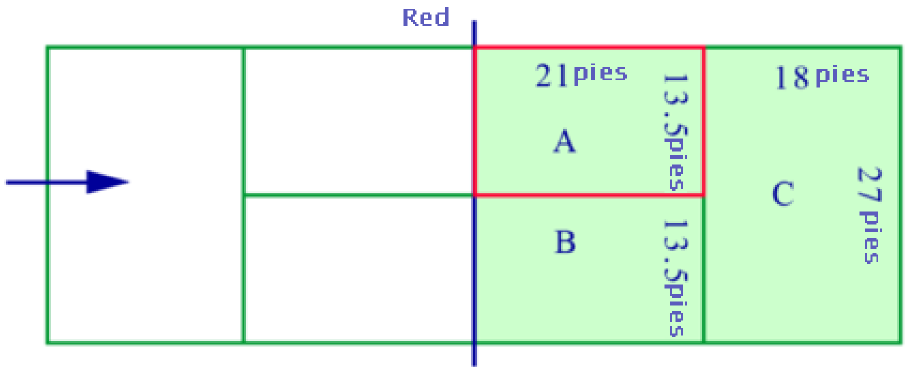
En el problema del bus de arriba, ¿cuál es la probabilidad de que un pasajero se suba al azar al bus en Red Hook o en Yellow Town?

Para resolver este problema, representa al pasajero como un punto que puede aparecer en cualquier parte a lo largo de la ruta.

Se podría esperar que el pasajero se suba al bus en Red Hook o en Yellow Town en alrededor $\frac{1}{2}$ del tiempo.

Estos dos escenarios se relacionan con la probabilidad espacial geométrica y con los resultados posibles. El espacio del camino es cuatro caminos. Hay cuatro resultados posibles dentro de los cuatro caminos.

Como una broma, un jugador de tenis en el lado izquierdo de la cancha que estaba tratando de poner su servicio en el cuadrado de saque A pega un servicio recto hacia el cielo tan alto como pudo. La pelota cayó en la parte verde de la cancha en un lugar al azar.



¿Cuál es la probabilidad de que servicio cayera en el cuadro de saque A ?

Acuérdate de la información que recién aprendiste en la sección anterior. En esta sección, aprendiste a determinar donde se puede localizar un punto al azar dentro de otras secciones dadas. Aquí tenemos resultados posibles y tenemos identificado nuestro resultado favorable. Se identifica físicamente en el espacio y no solo en forma numérica.

Una regla similar se aplica para un área.

La probabilidad de que un punto seleccionado al azar se encuentre en una sección de un **área** *es igual a la razón que hay entre el área de la sección "favorable" con el* **área** *entera.*

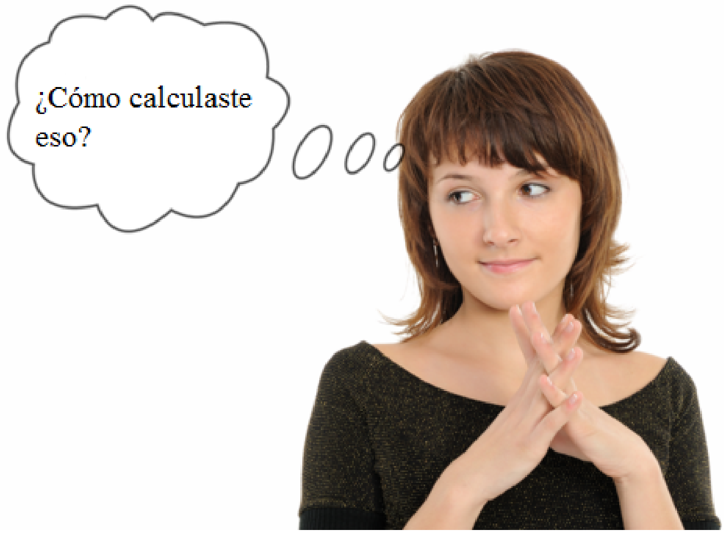
Anota esta razón de probabilidad en tu cuaderno.

Para encontrar la probabilidad de que la pelota caiga en el cuadrado de servicio, encuentra la razón del área del cuadrado A con el area completa del lado verde de la cancha.

Ahora calcula el área del cuadrado A , cuadrado B , y cuadrado C . Puedes mirar el diagrama para determinar esto. Recuerda que la fórmula para el área de un rectángulo es $A = lw$ y que las unidades de medida son unidades cuadradas. En este caso, serían pies cuadrados.

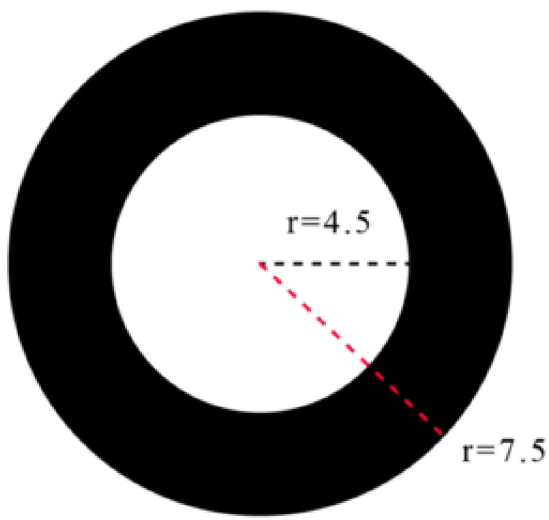
Así:

La pelota tiene un poc **.**



Buena pregunta **s un porcentaje final de 26,9%,** **n poco más que 1 en 4 de proba**

También podemo



Por lo tanto, a probabilidad de que un punto al azar se ubique en el círculo blanco es:

Usa la fórmula del área de un círculo, $A = \pi r^2$ **para encontrar el área del círculo blanco y el área total de la figura.**

Así:

Para encontrar la probabilidad de que un punto se ubique al azar en la región negra, primero calcular el área de la región negra.

Así:

Ten en cuenta que una manera fácil de encontrar el $P(_{black})$ *es reconocer que* $P(_{black})$ *y* $P(_{white})$ *son **eventos** complementarios.*

El punto debe estar o en el área negra o en el área blanca, por lo que las dos probabilidades deben sumar un 100 por ciento.

Esta es una forma en la que podemos revisar nuestro trabajo. Ten en cuenta que tendrás que usar la fórmula del área de un círculo para determinar la probabilidad geométrica relacionada con esta área.

Usa el cuadro de los pueblos Greenville, Red Hook, Yellow town y Blue Mountain para responder cada pregunta.

Ejemplo A

¿Cuál sería la probabilidad de que alguien se suba en Yellow town o en Blue Mt.?

Solución: $\frac{2}{4}$

Ejemplo B

¿Cómo sería como un decimal?

Solución: .50

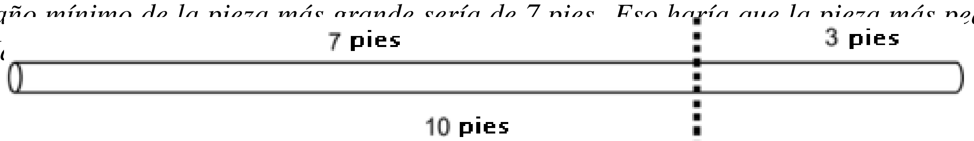
Ejemplo C

¿Cómo sería como porcentaje?

Solución: 50%

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Paso 1 : el tamaño mínimo de la pieza más grande sería de 7 pies. Eso haría que la pieza más pequeña tuviera 3 pies de largo. H

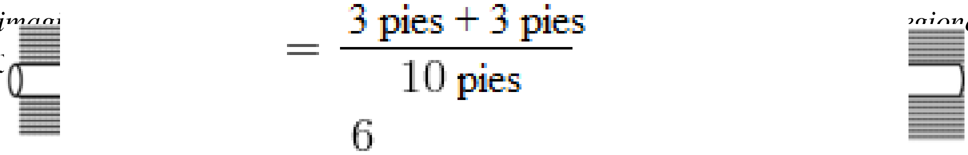


Paso 2 : ahora f *rojo.*

Con 3 pies en ca

$$P(>7 \text{ pies}) = \frac{\text{longitud de secciones favorables}}{\text{distancia tota}}$$
$$= \frac{3 \text{ pies} + 3 \text{ pies}}{10 \text{ pies}}$$
$$= \frac{6}{10}$$
$$= \frac{3}{5}$$

Paso 3 : ahora im *es donde una de las partes es ma*



Así, la probabilidad

7 ft) #38;#38;= {

{length of favorable sections}}{{total distance}}
&= {3 ft+3 ft}{10 ft}&={6}{10} #38;#38;={3}{5}"class="x−ck12−block−math"/#38;#62;

La probabilidad es de 60% de que una pieza de la tubería tenga 7 pies de largo o más.

Vocabulario

Probabilidad Geométrica

Usar geometría y fórmulas para calcular una probabilidad.

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

La compañía Ultra tiene un logo gigante desplegado en un cartel publicitario en el centro de la ciudad. El logo es iluminado por miles de pequeños pixeles LCD de alta definición- Los pixeles por lo general se dañan o queman. Predice dónde ser ubicar los próximos 60 pixeles dañados.

Solución

Para resolver esto, podemos usar la probabilidad geométrica para hacer una predicción.

Para encontrar la probabilidad de dónde se ubicará un pixel dañado, primero calcula el área de cada sección. Como lo muestra el diagrama, cada lado de la pantalla verde mide 20 pies, mientras que cada lado del diamante azul mide 28,2 pies

Ahora, el área total de los 4 triángulos del mismo tamaño es igual al área de la figura completa menos el cuadrado verde del centro.

Ya que hay 4 triángulos del mismo tamaño, cada triángulo tiene la siguiente área.

Así:

Para encontrar la probabilidad de cada área:

Ahora que tenemos todas las probabilidades resueltas, podemos hacer predicciones. Recuerda que antes de hacer una predicción, primero tendrás que calcular la probabilidad. La probabilidad te ayudará a calcular cada predicción.

Problema : *predice dónde se ubicarán los próximos 64 pixeles dañados en la figura de arriba.*

Paso 1 : *encuentra las probabilidades. (Ya las encontraste arriba).*

<u>Paso 2</u> : *multiplica cada probabilidad por el número de eventos. En este caso, el número total de eventos es 64, el número de pixeles dañados. Redondea cuando sea necesario*

Esta es la respuesta.

Revisión en Video

MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65530

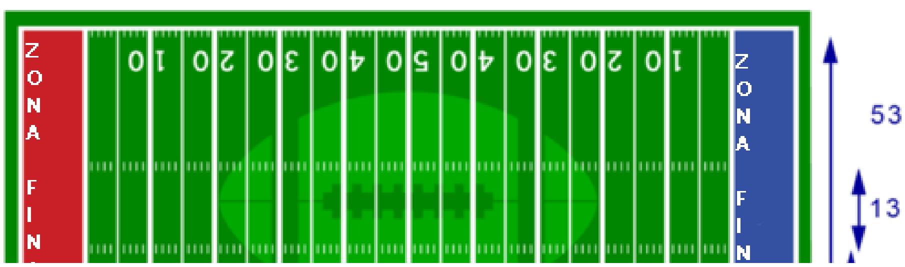
Haz clic en la imagen superior para encontrar más información.

**Este video solo está disponible en inglés.*

Práctica

Instrucciones: Dibuja diagramas para resolver los problemas.

1. *Geoff manejó su bicicleta a lo largo de un camino de 8 millas y perdió su celular en algun lugar a lo largo del camino. ... primera milla del camino?*
2. *En el probl ... caido el teléfono durante la ...*
3. *En el probl ... babilidad de que encuentre s ...*
4. *En el probl ... ro del camino. La torre tiene ... teléfono perdido, ¿cuál es la ...*
5. *En el probl ... seguros de que el teléfono pe ...*

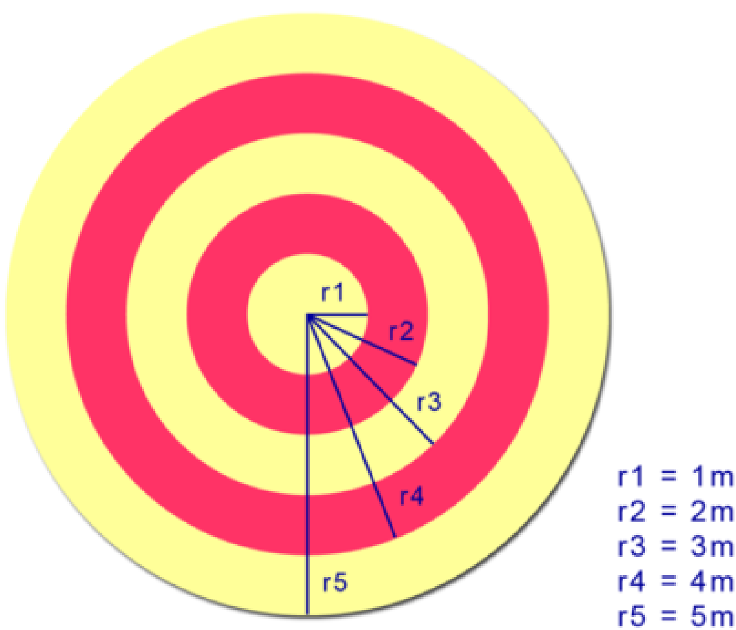


Indicaciones: Us ... guntas.

Una cancha de fú ... muestran en rojo y azul) y 53 yard ... cha se encuentran a 13 yardas de di ... y aterriza en un lugar al azar de l ...

6. *¿Cuál es la ...*
7. *¿Cuál es la ... arda 20 en el otro lado de la c ...*
8. *¿Cuál es la ... da 50?*
9. *¿Cuál es la ... a cancha?*

Instrucciones: M ... acionada con las probabilidades ge ...



10. *El radio del círculo 1 (el círculo interior más amarillo) es de 1 metro. Cada radio a partir de ahí aumenta en 1 m, como se señala. ¿Cuál es la probabilidad de que un dardo lanzado al azar caiga sobre el círculo 1?*

11. *¿Cuál es la probabilidad de que el dardo caiga en el círculo 2?*
12. *¿Cuál es la probabilidad de que el dardo caiga en el círculo 3?*
13. *¿Cuál es la probabilidad de que el dardo caiga en el círculo 4?*
14. *¿Cuál es la probabilidad de que el dardo caiga en el círculo 5?*
15. *¿Cuál es la probabilidad de que el dardo caiga sobre el área amarilla?*
16. *¿Cuál es la probabilidad de que el dardo caiga sobre el área roja?*

11.15 rar las Prob-

En esta sección, usarás

¿Has seleccionado algı

Telly se paró en frente de la vitrina y miró la bicicleta. Era perfecta. Ha discutido sobre todas las opciones diferentes que podría tener y todavía piensa que la bicicleta que está en la vitrina de la tienda de bicicletas es la perfecta para ella.

"Tengo que tenerla", dijo sonriendo.

"Supongo que ya tomaste una decisión", dijo Carey.

"Sí, imagínate que le hubiésemos preguntado a todos nuestros amigos cuál bicicleta debería tener, habría tenido un montón de respuestas distintas", dijo Telly.

Telly tiene razón, habría habido un montón de respuestas para tener en cuenta y contabilizar.

Esta es nuestra tarea. Diseñar una simulación en la cual Telly le habría preguntado a sus compañeros y calcular la probabilidad de que hubiese seleccionado esta bicicleta por sobre otras 16 opciones. Usa la información de esta sección para ayudarte.

Orientación

ntos sobre probabilidades usando objetos reales, tales como mon-

veces sale cara cuando lanzas una moneda 50 veces.

tra abajo. Realiza tu simulación en grupos de 10 lanzamientos. Deja
sultados. Escribe una predicción sobre cuántas veces saldrá cara.

tabla.

Contabiliza tus resultados. Hay algunos datos de muestra.

datos reales.

tabla

bla completa.

Haz clic en la imagen de arriba para ver la tabla

Ahora que estás lista y entiendes el proceso, realiza las simulaciones y resuelve los siguientes problemas. Registra tus datos. Haz una tabla y predicciones para cada simulación.

Simulación 1:

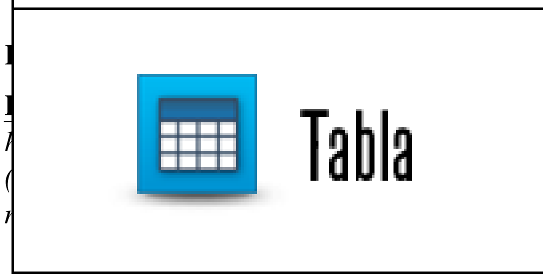
Realiza una simulación de 60 lanzamientos de una monedad para ver con qué frecuencia sale sello.

1. *¿Cuántas veces predijiste que saldría sello? ¿Cuántas veces salió uno de esos valores realmente?*
2. *¿Cómo se ajustan tus datos con tu predicción? Explica*

Trabaja esta simulación con un compañero. Registra tus datos y a continuación discute tus respuestas.

... generadores de números al azar y otras características que se pueden ... laciones. Aquí, usaremos el sitio de Internet http://www.random.org ... realizar una simulación de lanzamientos de una moneda.

... datos sobre el lanzamiento de la moneda como la que se muestra en ..., no tendrás que contabilizar datos: el computador lo hará por ti.



... tabla

...rg/ . Haz clic sobre "coin flipper" (lanzador de monedas). Aquí, ... onedas para lanzar en cada prueba. Haz clic sobre "Flip coin(s)" ... bla. Los datos de muestra recolectados de la página de Internet se ...

Haz clic en la imagen de arriba para ver la tabla

Paso 3 : *analiza tus datos. ¿Qué tan precisas fue nuestra predicción?*

Usa la página http://www.random.org/ (u otro simulador) para realizar las simulaciones y resolver los siguientes problemas. Registra tus datos. Haz una tabla y predicciones para cada simulación.

Simulación 1:

Realiza una simulación de 100 lanzamientos de una monedad para ver con qué frecuencia sale sello. Usa una tabla de registros como la de arriba.

1. *¿Cuántas veces predijiste que saldría sello? ¿Cuántas veces salió uno de esos valores realmente?*
2. *¿Cómo se ajustan tus datos con tu predicción? Explica*
3. *Intenta con otros 100 lanzamientos. ¿En qué medida se generaron cambios en tus resultados con los datos adicionales? Explica*

Tu respuesta variará. Trabaja con un compañero y calcula los resultados de cada simulación. Asegúrate de registrar tus datos.

Responde si cada pregunta es verdadera o falsa.

Ejemplo A

Una simulación es un experimento.

Solución: verdadero

Ejemplo B

Para examinar una probabilidad experimental, simplemente puedes girar una ruleta una vez.

Solución: Falso

Ejemplo C

Para usar una simulación con una moneda, tendrás que lanzar la moneda mucha, muchas veces.

Solución: verdadero

Ahora, volvamos al dilema que teníamos al principio de esta sección.

Para realizar esta tarea, Kelly podría anotar las 16 opciones de bicicletas. A continuación, podría salir y pedirle a sus amigos que evaluaran las bicicletas con un 1, 2 o 3. Uno sería la primera opción etc.

A continuación, Kelly podría calcular los puntajes y restringirlos a las bicicletas que recibieron más votos.

La bicicleta seleccionada más veces sería la bicicleta ganadora

Vocabulario

Simulación
: *Una manera de juntar datos usando objetos tales como ruletas, monedas o naipes.*

Práctica Guiada

Aquí va un ejercicio para que intentes resolver por tu cuenta.

Jessie decidió realizar un experimento con una ruleta. La ruleta está dividida en cuatro colores: rojo, azul, naranjo y verde. Jessie predijo que de las 30 vueltas saldría rojo el 10% de las veces.

Llevó a cabo el experimento y la ruleta se detuvo en rojo cuatro veces.

¿Su predicción es correcta?

Solución

Para calcular esto, primero, debemos escribir una probabilidad y a continuación compararla con el 10% que predijo Jessie.

El resultado real fue que salió rojo en la ruleta 4 veces de 30.

Podemos escribirlo como una fracción.

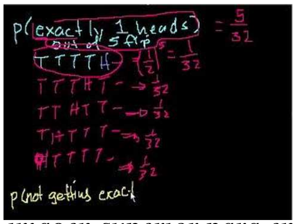
$\frac{4}{30}$

Ahora, la convertimos en un porcentaje.

$.133 = 13.3\%$

La predicción de Jessie fue muy baja. El resultado real fue mayor que 10%.

Revisión en Video



MEDIA

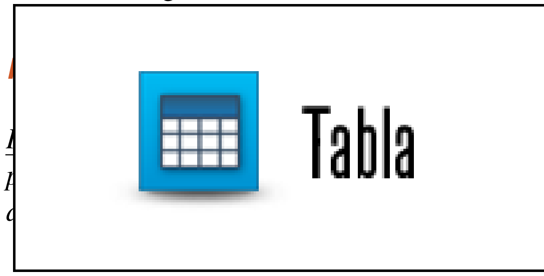
Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/54787

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información.

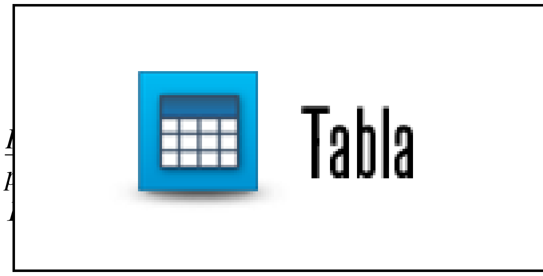
**Este video solo está disponible en inglés.*

Probabilidad Part 3



ando naipes. Haz una pila con un as, jota, rey, reina y diez de cada . Lleva a cabo una prueba de 60 en grupos de 10. Devuelve el naipe jas uno. Usa una tabla como la de abajo.

Haz clic en la imagen de arriba para ver la tabla



as? ¿Cuántas veces salió uno de esos valores realmente?

cción?

sando naipes. Haz una pila con un as, jota, rey, reina y diez de cada y, una reina y una jota. Lleva a cabo una prueba de 60 en grupos de aipes cada vez que elijas uno. Usa una tabla como la de abajo.

Haz clic en la imagen de arriba para ver la tabla

3. *¿Cuántas veces predijiste que saldría un rey? ¿Cuántas veces salió uno de esos valores realmente?*

a jota? ¿Cuántas veces salió uno de esos valores realmente?

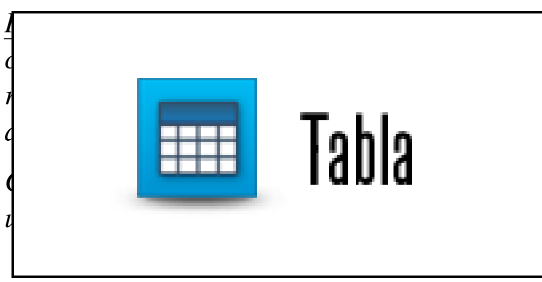
a reina? ¿Cuántas veces salió uno de esos valores realmente?

cción?

de 72 lanzamientos de dados en grupos de 12 para ver con qué e abajo.

Haz clic en la imagen de arriba para ver la tabla

7. *¿Cuántas veces predijiste que saldría 4 o 5? ¿Cuántas veces salió uno de esos valores realmente?*
8. *¿Cómo se ajustan tus datos con tu predicción?*
9. *Intenta con otro grupo de 36 lanzamientos. Suma los resultados de los 36 lanzamientos a tu 72 lanzamientos anteriores para hacer un total de 108 lanzamientos. ¿Cómo se ajustaron ahora tus datos con tu predicción? Explica.*



cada simulación. Lleva a cabo una simulación con un dado para ver http://www.random.org/ , haz clic sobre el vínculo que dice "dice l número de dados que quieres lanzar. Arregla una mesa como la de

que salieron y regístralos en la tabla. Sigue lanzando hasta completar

Haz clic en la imagen de arriba para ver la tabla.

10. *¿Cuántas veces predijiste que saldría cada número del dado en 96 lanzamientos?*
11. *¿Cuántas veces salieron esos valores realmente?*
12. *¿Cómo se ajustan tus datos con tu predicción?*
13. *Intenta con 96 lanzamientos adicionales. ¿En qué medida se generaron cambios en tus resultados con los datos adicionales? Explica*

Instrucciones: Ahora diseña tu propia simulación y usa una ruleta o dos dados.

Resumen

Primero, aprendiste a definir una probabilidad y a calcular resultados usando los diagramas de árbol y el Principio de Conteo. A continuación, aprendiste a distinguir entre las permutaciones y las combinaciones. Descubriste que usar una notación especial es muy útil al momento de evaluar una permutación o una combinación y usaste los factoriales en tu trabajo.

Luego, aprendiste a identificar que las probabilidades teóricas se diferencian de las probabilidades experimentales. Usando esta información, pudiste calcular estas probabilidades en diferentes situaciones. Aprendiste a escribir las probabilidades como fracciones, decimales y porcentajes. Aprendiste a calcular las posibilidades a favor y en contra de que un evento suceda.

Posteriormente, aprendiste sobre los diferentes tipos de eventos. Entre estos se incluyen los eventos sobrepuestos, eventos mutuamente excluyentes y eventos complementarios. También se usaron diagramas de Venn. Esto te llevó a aprender sobre los eventos independientes y dependientes.

Finalmente, aprendiste sobre las probabilidades condicionales y las probabilidades geométricas. Terminaste con una sección que se centró en explorar las probabilidades experimentales a través de simulaciones.

CHAPTER 12 Polinomios

Chapter Outline

Introducción

En esta sección, aprenderás sobre los polinomios. En un comienzo, aprenderás a identificar monomios, binomios, trinomios y polinomios. Entenderás cómo escribirlos en la forma estándar y cómo clasificarlos de acuerdo a su grado. Luego, verás la simplificación de polinomios, la evaluación de expresiones, y la suma y resta de polinomios. Tras esto, aprenderás a multiplicar monomios, lo que incluye aplicar diferentes propiedades a sus operaciones. Aprenderás cómo identificar una parábola. También, cómo multiplicar binomios mediante el uso del método FOIL. Luego, verás cómo las ecuaciones cuadráticas se conectan con parábolas y trabajarás con tablas, gráficos y ecuaciones cuadráticas. Aprenderás sobre las funciones cuadráticas y sus gráficos. A continuación, aprenderás sobre funciones exponenciales, que incluyen el crecimiento y decaimiento exponencial. Las Secciones finales de este capítulo se centrarán en secuencias geométricas y aritméticas.

12.1 Reconocer e Identificar Monomios, Binomios y Trinomios

En esta sección, reconocerás e identificarás monomios, binomios y trinomios

¿Has intentado alguna vez clasificar números? Observemos este problema.

Sam vio esta expresión en su libro de matemáticas.

$x^2 - 8$

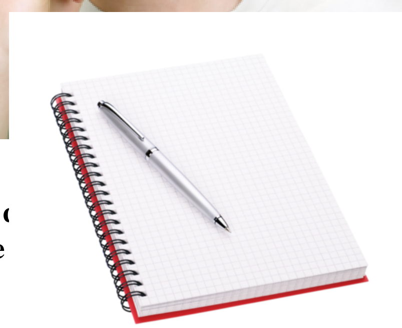
No está seguro cómo cl

Las expresiones como **y para el final sabrás cómo identificar esta e**

Orientación

A veces, verás una exp *presiones y ecuaciones pueden tener más de u* *ómo trabajar con estas variables y exponentes,*

Un *polinomio* es una e



Sí, son palabras nuevas. A medida **polinomios, tendrás que aprender a trabajar con palabras completamente**

Escribe en tu cuaderno cada palabra nueva y su definición.

Un *monomio* es una expresión en la que las variables y constantes pueden ser independientes o se pueden multiplicar. Un monomio no puede tener una variable en el denominador. Podemos pensar en un monomio como si fuera un término.

Para entender mejor estos términos nuevos, observemos algunos prefijos.

TABLE 12.1:

Palabra	Monopolio	Bicicleta	Triciclo	Polígono
Prefijo	*Mono significa "uno"*	*Bi significa "dos"*	*Tri significa "tres"*	*Poli significa "muchos"*
Definición	*Una situación en la que una compañía es propietaria de todo el mercado de un tipo de producto determinado.*	*Un vehículo con dos ruedas .*	*Un vehículo con tres ruedas.*	*Una forma con muchos lados.*

En matemáticas, también podemos utilizar estos prefijos. Cada prefijo nos dará una pista sobre el tipo de expresión con el que trabajamos.

A continuación, se muestran algunos monomios *:* $5 \quad x^3 \quad -2x^5 \quad x^2y$

Debido a que el prefijo mono *significa "uno", un monomio es una sola pieza o* término . *El prefijo* poli *significa "muchos". Así que la palabra* polinomio *se refiere a uno o más que un término en una expresión. La relación entre estos términos pueden ser sumas o restas.*

A continuación, se muestran algunos polinomios *:* $x^2+5 \qquad 3x-8+4x^5 \qquad -7a^2+9b-4b^3+6$

Llamamos *monomio* , a una expresión con un solo término *binomio* , a una expresión con dos términos, y *trinomio* . a una expresión con tres términos. Una expresión con más de tres términos es llamada según su

número de términos, por ejemplo, "polinomio de cinco términos".

A partir de la información anterior, podemos nombrar las expresiones como se muestra a continuación:

TABLE 12.2:

Número de Términos	**1**	**2**	**3**	**4**
Expresión	$2x^5$	b^2+5	$3x-8+4x^5$	$7b^2+9b-4b^3+6$
Nombre	*monomio*	*binomio*	*trinomio*	*polinomio de cuatro términos*

Identifica cada expresión.

Ejemplo A

$4x^3-8$

Solución: Binomio.

Ejemplo B

x^2+3x+9

Solución: Trinomio

Ejemplo C

$6xy$

Solución: Monomio

NoAhora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

x^2-8

Esta expresión tiene dos términos, por lo tanto, es un binomio.

Vocabulario

Polinomio
: *es una expresión algebraica que muestra la suma de monomios. Un polinomio también puede ser nombrado cuando se presentan más de tres términos.*

Monomio
: *es una expresión con un solo término.*

Binomio
: *es una expresión con dos términos.*

Trinomio
: *es una expresión con tres términos.*

Práctica Guiada

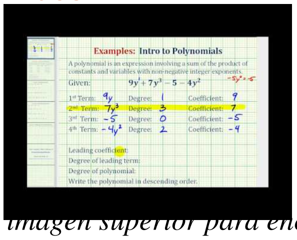
A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

¿Cómo identificarías la siguiente expresión?

$4x^2x-8y+4$

Esta expresión tiene muchos términos. Por lo tanto, recibe el nombre de polinomio.

Revisión en Video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/60114

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Introduction to Polynomials

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Utiliza la tabla para identificar cada término correctamente.

TABLE 12.3:

Number of Terms	1	2	3	4
Nombre	*monomio*	*binomio*	*trinomio*	*polinomio de cuatro términos*
Expresión	$2x^5$	b^2+5	$3x-8+4x^5$	$7a^2+9b-4b^3+6$

1. $4x^2$
2. $3x+7$
3. $9x^2+6y$
4. x^2+2y^2+8
5. $5c^3$
6. $3x^2+4x+3y^2+7$
7. $4x+3xy+9$
8. $2x^2+7y+9$
9. $14xy$
10. $4x^2+5x-9$
11. $5x^3-4x^2+3x-10$
12. $4x$
13. $16x+4$
14. $18x^2+5x-8$
15. $9xyz$
16. $5xy-6x$
17. $18x^2-9x$

12.2 Escribir y Clasificar Polinomios en Forma Estándar

En esta sección, escribirás y clasificarás polinomios en forma estándar

¿Sabes cómo medir el grado de un polinomio? Observemos este problema.

$4x^3+3x+9$

¿Qué pasaría si tuvieras este polinomio? ¿Lo puedes identificar por su grado? ¿Se encuentra en forma estándar?

¿Qué pasaría si tuvieras este polinomio? ¿Lo puedes identificar por su grado? ¿Se encuentra en forma estándar?

Orientación

A veces, verás una expresión o una ecuación que tiene exponentes y variables. Estas expresiones y ecuaciones pueden tener más de una variable y, algunas veces, más de un exponente. Para entender cómo trabajar con estas variables y exponentes, tenemos que entender los ***polinomios.*** *.*

Un *polinomio* es una expresión algebraica que muestra la suma de *monomios*. .

Polinomios *:* $x^2+5 \qquad 3x-8+4x^5 \qquad -7a^2+9b-4b^3+6$

Llamamos *monomio* ,a una expresión con un solo término *binomio* , a una expresión con dos términos, y *trinomio* .a una expresión con tres términos. Una expresión con más de tres términos es llamada según su número de términos, por ejemplo, "polinomio de cinco términos".

¿Sabías que puedes escribir y clasificar polinomios?

Primero, pensemos cómo podemos clasificar cada polinomio. Los clasificamos de acuerdo a los términos. Cada término se puede clasificar por su grado.

Primero, pensemos cómo podemos clasificar cada polinomio. Los clasificamos de acuerdo a los términos. Cada término se puede clasificar por su grado.

x^2 *tiene un exponente de 2, así que es un término de segundo grado.*

$-2x^5$ *tiene un exponente de 5, así que es un término de quinto grado.*

x^2y *tiene un exponente de 2 en la x y un exponente no escrito de 1 en la y ,*

así que es un término de tercer grado $(2+1)$ *. Fíjate que sumamos los dos grados, porque tiene dos variables.*

8 es un monomio que es constante y no tiene variable, su grado es cero.

También podemos trabajar en las formas en las que escribimos polinomios. Una forma de escribir un polinomio es la que llamamos forma estándar.

Para escribir cualquier polinomio en forma estándar, observamos el grado de cada término. Luego, ordenamos cada término por grado, desde el mayor al menor, de izquierda a derecha.

Observemos:

Escribe la expresión $3x-8+4x^5$ *en forma estándar.*

Este es un trinomio. 3x tiene un grado de 1, -8 tiene un grado de cero y $4x^5$ *tiene un grado de 5. Ordenamos estos por grado, del mayor al menor:*

$4x^5+3x-8$

El grado de un polinomio es el mismo que el grado de su término mayor, así que esta expresión recibe el nombre de "trinomio de quinto grado".

Nombra el grado de cada polinomio.

Ejemplo A

$5x^4+3x^3+9x^2$

Solución: Cuarto grado.

Ejemplo B

$6y^3+3xy+9$

Solución: Tercer grado.

Ejemplo C

$7x^2+3x+9y$

Solución: Segundo grado.

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

$4x^3+3x+9$

El exponente mayor aquí es un 3, así que podemos decir que este es un polinomio de tercer grado. Debido a que los valores se ordenan del grado mayor al menor, podemos decir que este polinomio ya se encuentra en forma estándar.

Vocabulario

Polinomio
: *es una expresión algebraica que muestra la suma de monomios. Un polinomio también puede ser nombrado cuando se presentan más de tres términos.*

Monomio
: *es una expresión con un solo término.*

Binomio
: *es una expresión con dos términos.*

Trinomio
: *es una expresión con tres términos.*

Constante
: *es un término que es solo un número, como 4 o 9.*

Coeficiente
: *es el factor numérico de una variable.*

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

Escribe los siguientes polinomios en la forma estándar.

$4x^3+3x^5+9x^4-2xy+11$

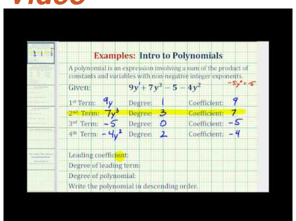
Solución

Para resolver esta tarea, reescribe los polinomios de forma que los exponentes se encuentren en orden decreciente.

$3x^5+9x^4+4x^3-2xy+11$

Esta es nuestra respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/60114

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Introduction to Polynomials

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: *Escribe los siguientes polinomios en la forma estándar y luego identifica su grado.*

1. $4x^2+5x^3+x-1$
2. $9+3y^2-2y$
3. $8+3y^3+8y+9y^2$
4. $y+6y^4-2y^3+y^2$
5. $-16y^6-18$
6. $3x+2x^2+9y+8$
7. $8y^4+y-7y^3-3y^2$
8. $-3+8x^2-2x^3-x$
9. $9-3y^2-2y^3+2y$
10. $14+6x^2-2x-8y$
11. $4x+3x^2-5x^3+8x^4$
12. $-8+3y^2-2y^3+y$
13. $9+8y^2+2y^3-8y$
14. $m^4-12m^7+6m^5-6m-8$
15. $-x^3y^2+5x^3y+8xy$

12.3 Simplificar Polinomios Combinando Términos Semejantes

En esta sección, simplificarás polinomios combinando términos semejantes.

¿Sabes cómo identificar términos semejantes? Observemos este problema.

Jessie está atascada en su tarea de matemáticas. Está confundida con el siguiente problema.

$5x-3y-9x+7y$

Las instrucciones le piden que simplifique el problema, pero no está segura de cómo hacer eso.

¿Lo sabes?

Esta Sección se centra totalmente en la combinación de términos semejantes. Aprenderás cómo resolver el problema de Jessie para el final de la Sección.

Orientación

Un *polinomio* es una expresión algebraica que muestra la suma de *monomios* .

Debido a que el prefijo mono *significa "uno", un monomio es una sola pieza o* término . *El prefijo* poli *significa "muchos". Así que la palabra* polinomio *se refiere a uno o más que un término en una expresión. La relación entre estos términos pueden ser sumas o restas.*

Polinomios *:* $x^2+5 \qquad 3x-8+4x^5 \qquad -7a^2+9b-4b^3+6$

Llamamos *monomio* , a una expresión con un solo término *binomio* , a una expresión con dos términos, y *trinomio* a una expresión con tres términos. Una expresión con más de tres términos es llamada según su número de términos, por ejemplo, "polinomio de cinco términos".

Podemos simplificar polinomios combinando términos semejantes. Observemos esta situación.

En un almacén, un refrigerador ubicado al fondo de la tienda contiene 52 cajas de leche y 65 latas de bebida. En el refrigerador que se encuentra cerca de la caja, hay 12 cajas de leche y 26 latas de bebida. ¿Cuántas hay en total?

Sí, hay 64 cajas de leche y 91 latas de bebida.

IEn este problema, probablemente sumaste separadamente las cajas de leche y las latas de bebida. Sabes que las cajas de leche son semejantes. Sabes que las latas de bebida son semejantes. Pero las cajas de leche y las latas de bebida no son semejantes. En matemáticas, somos capaces de combinar *términos semejantes* pero no combinamos *términos no semejantes.* .

Como ya vimos, **un término puede ser solo un número como 7 o -5.** *Estos reciben el nombre de* **constantes.** *.*

Cualquier término con una variable tiene un factor numérico llamado *coeficiente* . El coeficiente de $4x$ **es 4.** *El coeficiente de* $-7a^2$ *es -7. El coeficiente de yes 1, porque su factor numérico es no está escrito. Podrías escribir "* $1y$ *" para mostrar que el coeficiente de y es 1, pero no es necesario porque cualquier número multiplicado por 1 es el mismo número.*

Los términos son considerados *términos semejantes* si tienen exactamente las mismas variables con exactamente los mismos exponentes.

Observa algunos de estos.

$7n$ *y* $5n$ *son términos semejantes, porque ambos tienen la variable n con un exponente igual a 1.*

$4n^2$ *y* $-3n$ *no son términos semejantes, porque aunque ambos tienen la variable n , no tienen el mismo exponente.*

$5x^3$ *y* $8y^3$ *no son términos semejantes, porque aunque ambos tienen el mismo exponente, no tienen la misma variable.*

Los términos semejantes se pueden combinar mediante la suma de sus coeficientes.

Fíjate que el exponente no cambia cuando combinas términos semejantes. Si piensas en $7n$ *simplemente como una forma corta de escribir* $n+n+n+n+n+n+n$ *y* $5n$ *como una forma corta de escribir* $n+n+n+n+n$ *, entonces combinar estos dos términos semejantes para obtener* $12n$ *es una forma simple de escribir* $7n+5n$ *.*

Combina los términos semejantes.

Ejemplo A

$2x-8y-4x+7y+9$

Solución: $-2x-y+9$

Ejemplo B

$5a+3b-8b+a-7$

Solución: $6a-5b-7$

Ejemplo C

$5a-7b+8b-2a+8a-9+8$

Solución: $11a+b-1$

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

Este es problema en el que Jessie está atascada.

$5x-3y-9x+7y$

Puede combinar las x *y las* y *.*

Ahora, combinemos todo.

$-4x+4y$

Esta es nuestra respuesta.

Vocabulario

Polinomio
es una expresión algebraica que muestra la suma de monomios. Un polinomio también puede ser nombrado cuando se presentan más de tres términos.

Monomio
es una expresión con un solo término.

Binomio
es una expresión con dos términos.

Trinomio
es una expresión con tres términos.

Constante
es un término que es solo un número, como 4 o 9.

Coeficiente
es el factor numérico de una variable.

Términos Semejantes
son términos que tienen las mismas variables y los mismos exponentes.

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

Simplifica términos semejantes combinándolos.

$15x-12x+3y-8x+7y-1+5$

Solución

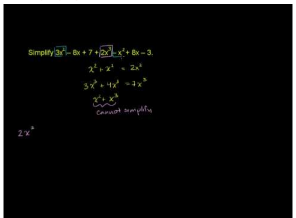
Primero, combinemos términos semejantes.

Ahora, combinemos todo.

$-5x+10y+4$

Esta es nuestra respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63319

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Simplify a Polinomio

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Simplifica los siguientes polinomios mediante la combinación de sus términos semejantes.

1. $6x+7-18x+4$
2. $5x-7x+5x+4-9$
3. $3x+8y-5x+3y$
4. $17x^2-7x^2-5x+3x+14$
5. $3xy-9xy-5x+4x-7+3$
6. $9x+7y-15x+4x-9y$
7. $3x+7-5x-8y+4x-2y+7$
8. $3xy-xy-15x+4-11$
9. $-8x+3x+7y-5x+4y-2$
10. $3x^2+6x-3y+2x-7$
11. $14xy-18xy+7y+8x-2x+9$
12. $3x+7-5x+4y-18y$
13. $6y^2-4y^3+y^2-8$
14. $-5q+q^2+7-q-7$
15. $n^2m-3n^2m+5n^2m^2+11n$

12.4 E cas

En esta sección, identif

¿Has pensado alguna v

El Sr. Travis lleva a un tour por el centro de la ciudad a la clase de Ciencias Sociales. Creó un juego de búsqueda para que los estudiantes lo resuelvan a medida que visitan la ciudad. El juego de búsqueda consiste en todos los tipos diferentes de arquitectura y monumentos, además de problemas que deben ser resueltos. El Sr. Travis pidió al chofer del bus que dejara a los estudiantes en frente de la municipalidad. En la cuadra que se encuentra frente a la municipalidad hay una plaza que tiene tres cubos.

"Oye, hay un problema con estos cubos", dijo Tanya a su amigo Michael.

Aquí está el problema en la hoja.

Frente a ti hay un cubo. Utiliza la fórmula $A = 6s^2$ *para encontrar el área de superficie de un cubo cuyo lado mide 8 pies.*

Tanya y Michael se miraron. Ambos estudiantes comenzaron a trabajar en el problema en sus cuadernos.

Tú también puedes trabajar en este problema. En esta Sección aprenderás sobre polinomios. Para el final, serás capaz de resolver este problema.

Orientación

Un *polinomio* es una expresión algebraica que muestra la suma de *monomios* .

Debido a que el prefijo mono *significa "uno", un monomio es una sola pieza o* término . *El prefijo* poli *significa "muchos". Así que la palabra* polinomio *se refiere a uno o más que un término en una expresión. La relación entre estos términos pueden ser sumas o restas.*

Polinomios *:* $x^2+5 \qquad 3x-8+4x^5 \qquad -7a^2+9b-4b^3+6$

Llamamos *monomio* , a una expresión con un solo término *binomio* , y a una expresión con dos términos, y *trinomio* . a una expresión con tres términos. Una expresión con más de tres términos es llamada según su número de términos, por ejemplo, "polinomio de cinco términos".

Has aprendido el orden de las operaciones, llamado comúnmente PEMDAS. En otras palabras, las operaciones aritméticas se llevan a cabo en el siguiente orden:

1. *Primero, cualquier operación que se encuentre dentro de símbolos de agrupación o paréntesis (P).*
2. *Segundo, cualquier valor con exponentes (E).*
3. *Tercero, multiplicación y división en orden de izquierda a derecha (M y D).*
4. *Finalmente, adición y sustracción en orden de izquierda a derecha (A y S).*

Cuando analizamos expresiones, podemos evaluarlas *por medio de un valor dado. En otras palabras, podemos encontrar el valor total si conocemos cuánto vale la variable. Podemos reemplazar la(s) variable(s) con el valor dado y luego utilizar el orden de las operaciones para calcular el valor total.*

Observemos lo siguiente.

Evalúa $x^2 + 3x - 10$ *si* $x = 5$

Paso 1: *Reemplazar las variables con el valor dado, 5. .*

$5^2 + 3 \cdot 5 - 10$

Paso 2: *Encontrar el valor total utilizando el orden de las operaciones.*

Esta es nuestra respuesta. Podemos evaluar cualquier expresión cuando nos han dado un valor para la variable.

Evaluar cada expresión utilizando el valor dado.

Ejemplo A

Evalúa x^2+5x-1 *si* $x=3$

Solución: 13

Ejemplo B

Evalúa x^2+4x-9 *si* $x=2$

Solución: 3

Ejemplo C

Evalúa $2x^2+2x+5$ *si* $x=3$

Solución: 29

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

Puedes usar la fórmula y la información dada para resolver el área de superficie del cubo. La longitud dada del cubo es de 8 pies. Puedes reemplazar esto en la fórmula para la longitud de lado.

Esta es el área de superficie del cubo.

Vocabulario

Polinomio
: *es una expresión algebraica que muestra la suma de monomios. Un polinomio también puede ser nombrado cuando se presentan más de tres términos.*

Monomio
: *es una expresión con un solo término.*

Binomio
: *es una expresión con dos términos.*

Trinomio
: *es una expresión con tres términos.*

Constant
: *es un término que es solo un número, como 4 o 9.*

Coeficiente
: *es el factor numérico de una variable.*

Like Terms
: *son términos que tienen las mismas variables y los mismos exponentes.*

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

Evalúa $4x^2+2x+15$ *si* $x=3$

Solución

Primero, reemplaza el valor dado en la expresión para x *.*

$4(3)^2+2(3)+15$

Luego, simplifica se acuerdo al orden de las operaciones.

$4(9)+2(3)+15$

$36+6+15$

57

La respuesta es 57 **.**

Revisión en Video

MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/65510

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: *Evalúa las siguientes expresiones según el valor dado.*

1. $7x^3$ *si* $x = 2$
2. $6x^2$ *si* $x = 3$
3. $4x^3$ *si* $x = 2$
4. $8x^2$ *si* $x = 2$
5. $10xy$ *si* $x = 2, y = 3$
6. $7x^2 + 4x$ *si* $x = 2$
7. $6x^2 + 5x$ *si* $x = 2$
8. $3x^2 + 8x$ *si* $x = 3$
9. $7x^2 + 4x - 2$ *si* $x = 2$
10. $9x^2 + 5x - 3$ *si* $x = 3$
11. $5x^2 + 5x - 2$ *si* $x = 2$
12. $12x^2 + 8x + 11$ *si* $x = 2$
13. $6y^2 - 2y - 8$ *si* $y = 6$
14. $3(x - 7) + 5(x + 1)$ *si* $x = 10$
15. $-2y^3 + 6(y - 4) + y$ *si* $y = -3$

12.5 A

En esta sección, sumar

¿Has visto alguna vez u

¿Has visto alguna vez un edificio con forma de pirámide? Observemos este problema.

"Aquí vamos de nuevo", dijo Michael mientras leía el siguiente problema a sus compañeros.

"Un edificio con forma de pirámide tiene pisos rectangulares que se vuelven cada vez más pequeños a medida que subes el edificio. El piso 87 tiene una longitud de $6x+16$ *y un ancho de 28, y la longitud y ancho de cada piso disminuye en 4 unidades a medida que subes. Encuentra el área total de los pisos 87, 88 y 89.*

Este es el siguiente problema.

Para trabajar en este, necesitarás entender el área, además de la adición y sustracción de polinomios. Pon mucha atención a las reglas presentadas en esta Sección y para el final, serás capaz de resolver este problema.

Orientación

Un *polinomio* es una expresión algebraica que muestra la suma de *monomios* .

Debido a que el prefijo mono *significa "uno", un monomio es una sola pieza o* término . *El prefijo* poli *significa "muchos". Así que la palabra* polinomio *se refiere a uno o más que un término en una expresión. La relación entre estos términos pueden ser sumas o restas.*

Polinomios *:* $x^2+5 \qquad 3x-8+4x^5 \qquad -7a^2+9b-4b^3+6$

Llamamos *monomio* , a una expresión con un solo término *binomio* , a una expresión con dos términos, y *trinomio* . a una expresión con tres términos. Una expresión con más de tres términos es llamada según su número de términos, por ejemplo, "polinomio de cinco términos".

Ahora, vamos a sumar los polinomios, pero primero repasemos cómo sumar números enteros con muchos dígitos.

Suma los números 5026 y 3210.

Tal vez los sumes así, ¿verdad?

Si lo piensas, podrás notar que la misma suma también se puede hacer de esta forma.

Aquí, mostramos que 5026 es igual a $5000+20+6$ **. El número 3210 es igual a** $3000+200+10$ **.**

Cada una de las unidades similares se ha alineado verticalmente (una encima de la otra), de forma que 3000 se encuentra debajo de 5000 en la unidad de mil y 10 se encuentra debajo de 20 en las decenas. Además, el número 200 se encuentra solo, debido a que el primer número no tiene dígitos en la centena. De la misma forma, el número 6 se encuentra solo, debido a que el segundo número no tiene dígitos en la unidad. Aunque esta no es una forma práctica de escribir un problema simple de adición, demuestra la técnica que podemos utilizar para sumar polinomios.

¿Recuerdas cómo identificar términos semejantes?

Los términos Semejantes *tienen exactamente la(s) misma(s) variable(s) para la(s) misma(s) potencia(s).* **Cuando los términos son semejantes, podemos combinarlos a través de la suma de sus coeficientes.**

$5x^3+9x^3=14x^3$

También aprendimos que los ***polinomios*** **se definen como elementos que tienen uno o más términos en una expresión.** .

Polinomios *:* $x^2+5 \qquad 3x-8+4x^5 \qquad -7a^2+9b-4b^3+6$

Los polinomios se pueden sumar de la misma forma en la que sumamos 5026 y 3210.

Observemos:

Suma los polinomios $(7x^2+9x-5)$ *y* $(6x^2+3x+10)$.

Cada uno de los términos semejantes se alineó verticalmente, uno sobre el otro. Fíjate que el signo negativo en -5 se mantuvo con el número 5. Ten cuidado cuando sumes los enteros.

Un segundo método para sumar polinomios es hacerlo horizontalmente, en una sola línea. Puedes sumar polinomios igual que como sumarías $6+19=25$ *sin ponerlos uno sobre el otro.*

Paso 1: *Reescribe sin el paréntesis.*

Paso 2: *Combina los términos semejantes.*

En el Paso 1, el polinomio se puede escribir sin el paréntesis, porque este último solo sirve para mostrar la separación de los polinomios. Fíjate que no los alineamos verticalmente según los términos semejantes como lo hicimos anteriormente. Sin embargo, tenemos que tener cuidado para reconocer y combinar los términos semejantes correctamente.

Este método puede ser un poco más difícil. Si encuentras que te confunde, entonces vuelve y suma los polinomios verticalmente.

Suma los siguientes polinomios.

Ejemplo A

$(4x^2+7x-2)+(3x^2+2x-1)$

Solución: $7x^2+9x-3$

Ejemplo B

$(-4x^2+7x-2)+(-7x^2+3x-17)$

Solución: $-11x^2+10x-19$

Ejemplo C

$(4xy+7x-2)+(-19xy-17x-9)$

Solución: $-15xy-10x-11$

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

A continuación, se muestra la forma de encontrar el área de los otros tres pisos y también el área total.

Vocabulario

Polinomio
es uno o más términos en una expresión, a menudo, se refieren a los polinomios en situaciones en las que hay más de tres términos.

Términos Semejantes
son términos que tienen la misma variable y potencia.

Área
es el espacio que se encuentra dentro de un objeto o área. Se mide en unidades cuadradas.

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

Suma los polinomios $(-2x^3+9x^2-3)$ *y* $(8x^2+5x-14)$.

Solución

Nuevamente, se alineó verticalmente cada uno de los términos.

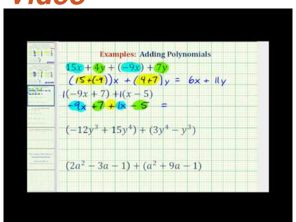
Fíjate que esta vez el espacio debajo de $-2x^3$ *se encuentra vacío. Esto sucede porque no había un término semejante en el segundo polinomio que pudiera combinarse con* $-2x^3$ *.*

Había un término semejante de $9x^2$ *.* $8x^2$ *es el término semejante que se podría combinar con* $9x^2$ *así que se colocó debajo.*

La suma fue $17x^2$ *. No había un término semejante de* $5x$ *, Pero -3 y -14, las constantes, eran términos semejantes, así que las alineamos y combinamos.*

El resultado fue $-2x^3+17x^2+5x-17$ **.**

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63324

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Adding Polynomials

**video disponible solo en inglés*

Práctica

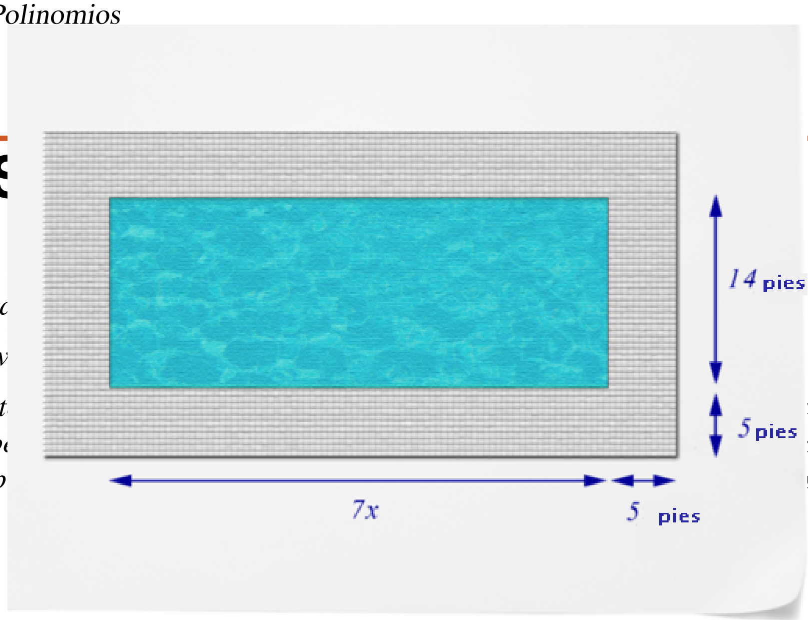
Instrucciones: Suma verticalmente los siguientes polinomios. Asegúrate de alinear los términos semejantes.

1. $(4x^2+7x-2)+(3x-17)$
2. $(-4x^4-x^3+8)+(-2x^3+5x+6)$
3. $(10x^3-4x^2-2x+5)+(-x^2+9x-5)$
4. $(6x^2+5x+9)+(4x^2+3x+6)$
5. $(9x^2-3x+4)+(6x^2-9x+2)$
6. $(3y^2+4x-9)+(-5y^2-6x+10)$
7. $(14x^2+6x-2)+(9x-1)$
8. $(-2x^2+7x-2)+(-3x^2-17)$
9. $(9x^2+7x-2y)+(3x^2-x+9y)$
10. $(4xy+7x-21)+(-12xy+4x-8)$
11. $(11x^2+9x-2y)+(3x^2-8x-5y-2)$

Instrucciones: Suma horizontalmente los siguientes polinomios.

12. $(-3x-8)+(15x+5)$
13. $(x^4+7x^3-2x+7)+(-8x^3+9x^2-4)$
14. $(4x^2y-3x^2y^2+7xy)+(9x^2y^2-5xy+3x^2)$
15. $(5xy-3x+19)+(4xy-9x-22)$

12.6 S



En esta sección, restar

¿Has pensado alguna v

Un camino de concret … mientos para concreto comprar, el dueño deb … ados del camino miden 5 pies de ancho. La p … unidades cuadradas de concreto tiene?

Para poder encontrar el área del concreto, primero tenemos que encontrar el área del rectángulo grande y luego restar el área de la piscina.

¿Sabes cómo resolver esto? Para lograrlo, necesitarás entender cómo restar polinomios. Aprenderás a hacer esto en esta Sección.

Orientación

Un *polinomio* es una expresión algebraica que muestra la suma de *monomios* .

Debido a que el prefijo mono *significa "uno", un monomio es una sola pieza o* término. . *El prefijo* poly *significa "muchos". Así que la palabra* polinomio *se refiere a uno o más que un término en una expresión. La relación entre estos términos pueden ser sumas o restas.*

Polinomios *:* $x^2+5 \qquad 3x-8+4x^5 \qquad -7a^2+9b-4b^3+6$

Llamamos *monomio* , a una expresión con un solo término *binomio* , a una expresión con dos términos, y *trinomio* . a una expresión con tres términos. Una expresión con más de tres términos es llamada según su número de términos, por ejemplo, "polinomio de cinco términos".

De la misma forma que podemos sumar … tarlos. Podemos realizar esta operación vertical u horizontalmente. Comencemos

Cuando restamos polinomios, podemos … l de la adición, podemos restar verticalmente. Sin embargo, recuerda que la sus … el negativo". En otras palabras, $5-8$ *es lo mismo que* $5+(-8)$ *. Podemos suma … r 8. Utilizaremos la misma idea con los polinomios.*

Recuerda que restar es lo mismo que sumar el negativo. Escribe esto en tu cuaderno.

Observemos lo siguiente.

$(9x^2+4x-7)-(2x^2+6x-4)$

Coloca el problema de manera vertical mediante la alineación de los términos semejantes.

Cuando sumas el negativo, el signo cambia en cada uno de los términos en el polinomio restado. Dentro del paréntesis, el coeficiente de $2x^2$ **es positivo. Pero cuando sumas el negativo, el signo cambia a negativo o** $-2x^2$ **. También cambiamos el signo de** $6x$ **a** $-6x$ **y de -4 a 4.**

Ahora, podemos ver cómo restar polinomios horizontalmente.

Cuando sumamos polinomios, utilizamos dos métodos, sumar vertical y horizontalmente. Acabas de aprender a restar polinomios verticalmente. Como imaginaste, también puedes restar polinomios horizontalmente. Primero, repasaremos la propiedad distributiva.

La propiedad distributiva: Para todos los números reales $a, b,$ *y* $c,$ $a(b+c) = ab+ac$.

Recuerda tener cuidado con los signos negativos cuando se usa la propiedad distributiva.

Ahora, recordemos que los coeficientes *son los factores numéricos de las variables. El coeficiente de* $3x$ *es 3. El coeficiente de* $9x^2$ *es 9. Cuando vemos el término* $-x$ *, el coeficiente es -1. Aunque podrías escribir* $-1x$ *, normalmente no lo hacemos, porque 1 se considera innecesario. ¿Cómo se relaciona esto con la propiedad distributiva? El signo negativo podría encontrarse en frente del paréntesis, así::* $-(3x-2)$ *. Esto es similar a* $-x$ *en donde el coeficiente es el -1 que no está escrito. Igual que como pudiste escribir* $-1x$ *, también puedes escribir* $-1(3x-2)$ *. La propiedad distributiva es más evidente y cada término será ahora multiplicado por -1.*

Observemos lo siguiente.

Luego, observemos esto.

Aquí puedes insertar -1 y luego multiplicar. Al igual que cuando sumas el negativo, el signo cambia en cada uno de los términos en el polinomio.

Ahora, podemos utilizar este método para restar polinomios horizontalmente. Primero, distribuiremos el signo negativo a cada uno de los términos en el polinomio restado y, luego, combinaremos los términos semejantes igual que cuando sumamos polinomios.

Aquí hay otro ejercicio.

Podría parecer confuso, pero si avanzas paso a paso y recuerdas que restar es sumar el negativo, entonces serás capaz de restar polinomios vertical y horizontalmente.

Resta los siguientes polinomios.

Ejemplo A

$(8x^2+4x-7)-(2x^2+9x+3)$

Solución: $6x^2-5x-10$

Ejemplo B

$(10xy+4x-7)-(3x-4)$

Solución: $10xy+x-3$

Ejemplo C

$(14x^2+8x-7y+1)-(2x^2+2x-4y+2)$

Solución: $12x^2+6x-3y-1$

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

La longitud del rectángulo grande es igual a $7x+5+5$ *. Su ancho es de* $14+5+5$ *.*

Por lo tanto, su área será $(7x+5+5)\cdot(14+5+5)$

El área de la piscina será su longitud multiplicada por su ancho o $7x\cdot 14$ **.**

El área de la piscina es $98x$ **.**

Para encontrar el área del concreto, resta el área de la piscina con el área total:

Esta es la respuesta.

Vocabulario

Polinomio
: *es uno o más términos en una expresión, a menudo, se refieren a los polinomios en situaciones en las que hay más de tres términos.*

Términos Semejantes
: *son términos que tienen la misma variable y potencia.*

Área
: *es el espacio que se encuentra dentro de un objeto o área. Se mide en unidades cuadradas.*

Práctica Guiada

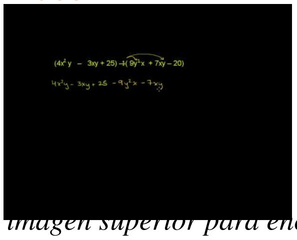
A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

$(-7x^3+3x^2-x+4)-(-6x^2+9)$

Solución

Esta es la respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63322

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Subtracting Polynomials

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Resta los siguientes polinomios verticalmente.

1. $(6x^2+5x)-(3x^2-14x+2)$
2. $(3x^2+5x+3)-(2x^2-x+4)$
3. $(5xy+5x+3)-(12xy-4x-8)$
4. $(5y^2+5y-2)-(3y^2-6y+5)$
5. $(8x+5y+1)-(9x+2y+5)$
6. $(7x^2+x-3)-(3x^2+3x+4)$
7. $(8x+5y+4)-(3x-9y-5)$
8. $(18x^3+2x^2+8x+2)-(3x^2-4x-9)$
9. $(8x+9y-20)-(3x-14)$
10. $(16x^2+5x-3y+7)-(3x-14y+10)$
11. $(18x^2+5xy-6x+21)-(3x^2-14xy-9x+1)$
12. $(7y^3+4y^2-3y-1)-(y^3+6y^2-4)$

Resta los siguientes polinomios horizontalmente.

13. $(m^2+17m-11)-(3m^2+8m+12)$
14. $(z^2+3z)-(3z^2+7z+16)-(4z-13)$
15. $(5x^2+3xy)-(3x^2+7xy+6)-(4xy-13)$

12.7 Multiplicación de Monomios

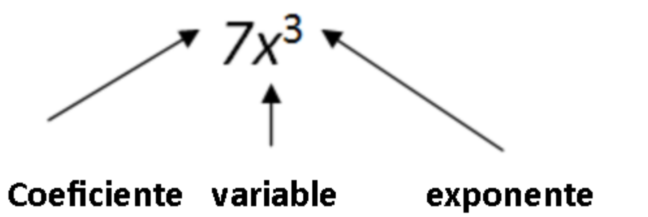
En esta sección, multiplicarás monomios mediante la expansión de la expresión, la reagrupación de factores y la multiplicación de los coeficientes.

¿Sabes cómo multiplicar monomios? Observemos lo siguiente.

$(6y^3)(8y^5)(-1xy)$

Esta Sección te mostrará cómo multiplicar expresiones de monomios.

Orientación

Ya has estudiado los exponen 

para que podamos empezar. Primero, observemos alguna.

En el monomio que se muestra en la parte superior, el **7 recibe el nombre de *coeficiente* , la** x **es la *variable* , y el 3 es el *exponente* .**

Podemos decir que el monomio $7x^3$ **tiene una potencia de 3 o está elevada a la** 3^{rd} **potencia.**

Recuerda lo que dijimos sobre el coeficiente de una variable como x Si no hay un coeficiente visible, entonces el coeficiente es un 1 que no está escrito. Podrías escribir " $1x$ *" pero no es necesario. De manera similar, si no hay un exponente sobre un coeficiente o variable, entonces puedes considerar que tiene un exponente de 1 que no está escrito. Así, 7 se puede escribir como* 7^1 *. Entonces, la constante 7 está elevada a la* 1^{st} *potencia.*

Además, el exponente se aplica a la constante, variable o cantidad que se encuentra directamente a su izquierda . Ese valor recibe el nombre de ***base*** *. En el monomio mostrado anteriormente, la base es x . El exponente, en este caso, no se aplica al 7, porque no se encuentra directamente a la izquierda del exponente.*

¿Qué es el *exponente* ? *Es un atajo. Es la forma de escribir muchas multiplicaciones de una forma más simple. En el monomio presentado,* $7x^3$ *, el 3 indica que la variable x se multiplica por sí misma tres veces.*

$7x^3 = 7 \cdot x \cdot x \cdot x$

Puedes ver que la cantidad de espacio que se ahorra mediante el uso del exponente. **Cuando escribimos todas las multiplicaciones, en vez de utilizar el exponente, el resultado es lo que llamamos la *forma expandida* .** *De hecho, puedes ver que es expandida, necesita mucho más espacio para escribirla. Imagina si el exponente fuera mayor, como* $7x^{27}$ *.*

El exponente de verdad ahorra mucho espacio.

Veamos cómo escribir una expresión en la forma expandida.

Aquí, hemos escrito la expresión en la forma extendida.

Ahora, utiliza la propiedad conmutativa de la multiplicación para cambiar el orden de los factores, de forma que los factores similares se encuentren juntos.

Esto puede parecer una forma larga y engorrosa de trabajar, pero es precisa.

También podríamos hacer esto de otra manera.

Cuando multiplicamos las expresiones, multiplicamos los coeficientes, pero sumamos los exponentes. Observemos.

$(7x^3)(4x^5)$

$7 \times 4 = 28$

$3 + 5 = 8$

$28x^8$

Fíjate que obtenemos la misma respuesta que cuando lo resolvemos con la manera larga.

Multiplica los siguientes monomios.

Ejemplo A

$(6x^2)(4x^4)$

Solución: $14x^6$

Ejemplo B

$(2x^3)(4x^9)$

Solución: $8x^{12}$

Ejemplo C

$(6y^3)(8y^5)$

Solución: $48y^8$

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

$(6y^3)(8y^5)(-1xy)$

Primero, multipliquemos los coeficientes.

$6 \times 8 \times -1 = -48$

Ahora, podemos sumar la x ya que no hay otra x para multiplicar con esta.

$-48x$

Luego, multiplicamos las $y's$ mediante la suma de los exponentes.

$-48xy^9$

Esta es nuestra respuesta.

Vocabulario

Monomio
es un término único de variables, coeficientes y potencias.

Coeficiente
es el número de partes de un monomio o término.

Variable
es la letra que acompaña a un término.

Exponente
es el número pequeño, la potencia, que nos dice cuántas veces multiplicar la base por sí misma.

Base
es el número que es afectado por el exponente.

Forma Expandida
es cuando escribimos toda la multiplicación sin el uso de un exponente.

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

Multiplica los siguientes monomios.

$(-6x^3)(8y^5)$

Solución

En este, podemos comenzar por multiplicar los coeficientes.

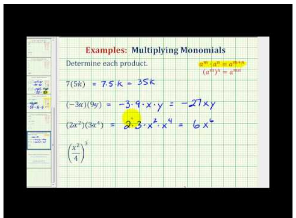
$-6 \times 8 = -48$

Ahora, simplemente juntamos los términos. No podemos sumar los exponentes, porque los términos no son semejantes.

$-48x^3y^5$

Esta es nuestra respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63320

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Multiplying Monomials

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Multiplica los siguientes monomios.

1. $(5x)(6xy)$
2. $(5x^2)(-6xy)$
3. $(-5x^2y)(2xy^2)$
4. $(-5x)(-9yz)$
5. $(18xy)(2xy^2z)$
6. $(2y^4)(6y^5)$
7. $(5x^3)(-5x^4y^3)$
8. $(-2y^5)(6y^3)(2y^2)$
9. $(5xy)(-2xy)(-x^2y^2)$
10. $(2ab)(6ab)(-4ab)$
11. $7x(6xy)$
12. $(15x^2)(-10x^3)$
13. $(5x)(6xy)(-9xy^5)$
14. $(-2x^3)(-4xy)(-5x^2y^4)$
15. $(-4abc)(-8a)(-4c)(d^2)$

12.8 Reconocer y Aplicar la Propiedad de la Potencia de un Producto

En esta sección, reconocerás y aplicarás la propiedad de la potencia de un producto cuando multipliques monomios.

¿Has tratado alguna vez de elevar al cuadrado un monomio? ¿Sabes cómo hacerlo? Observemos este problema.

Una plataforma cuadrada tiene una longitud de $6a^2$.

¿Cómo podemos encontrar el área de la plataforma?

Esta Sección te mostrará cómo utilizar la Potencia de un Producto en monomios. Luego, serás capaz de encontrar el área de la plataforma cuadrada.

Orientación

Cuando multiplicamos monomios, se aplica un exponente a la constante, variable o cantidad que se encuentra directamente a su izquierda. Sin embargo, solo aplicamos exponentes a variables simples.

Los exponentes también se pueden aplicar a productos mediante el uso de paréntesis.

Observa lo siguiente.

$(5x)^4$

Si aplicamos el exponente 4 a lo que sea que esté directamente a su izquierda, lo aplicaríamos al paréntesis, no solo a la x **. El paréntesis se encuentra directamente a la izquierda del 4. Esto indica que el producto completo en el paréntesis se eleva a la** 4^{th} **potencia. También podemos escribir esto en la forma expandida.**

Ahora, multiplicamos los monomios como ya hemos aprendido: juntando los factores semejantes, multiplicando los coeficientes y simplificando mediante el uso de los exponentes.

Esta es la *Propiedad de la Potencia de un Producto* que señala que para cualquier número distinto de cero a y b y cualquier entero n

$(ab)^n = a^n b^n$

Aquí hay otro ejercicio.

Puedes ver que aunque tengamos enteros positivos, negativos o ambos, aún podemos utilizar la Propiedad de Potencia de un Producto. Podrías haber notado un patrón entre los exponentes y el producto final. Cuando multiplicas bases semejantes, existe otro atajo: Puedes sumar los exponentes de las bases semejantes. Esta es otra forma de decirlo:

Observemos lo siguiente.

Escribe en tu cuaderno la definición de esta propiedad y un ejemplo.

Simplifica cada monomio.

Ejemplo A

$(6x^3)^2$

Solución: $36x^6$

Ejemplo B

$(2x^3y^3)^3$

Solución: $8x^9y^9$

Ejemplo C

$(-3x^2y^2z)^4$

Solución: $81x^8y^8z^4$

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

Aquí tenemos la longitud de lado de la plataforma cuadrada.

$6a^2$

Queremos encontrar el área de la plataforma. Para definirla, utilizaremos la siguiente fórmula:

$A = s^2$

Ahora, reemplazamos la longitud de lado en la fórmula.

$A = (6a^2)^2$

Luego, podemos elevar al cuadrado el monomio.

$36a^4$

Esta es nuestra respuesta.

Vocabulario

Monomio
: *es un término único de variables, coeficientes y potencias.*

Coeficiente

es el número de partes de un monomio o término.

Variable

es la letra que acompaña a un término.

Exponente

es el número pequeño, la potencia, que nos dice cuántas veces multiplicar la base por sí misma.

Base

es el número que es afectado por el exponente.

Forma Expandida

es cuando escribimos toda la multiplicación sin el uso de un exponente.

Propiedad de la Potencia de un Producto

$(ab)^n = a^n(b^n)$

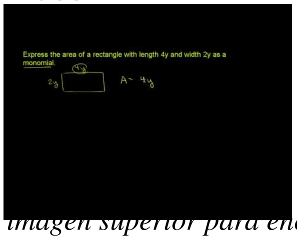
Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

$(-2x^4)^5$

Solución

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63321

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Multiplying Monomios

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: *Simplifica.*

1. $(6x^5)^2$
2. $(-13d^5)^2$
3. $(-3p^3q^4)^3$
4. $(10xy^2)^4$
5. $(-4t^3)^5$
6. $(18r^2s^3)^2$
7. $(2r^{11}s^3t^2)^3$
8. $(7x^2)^2$
9. $(2y^2)^3$
10. $(5x^2)^3$
11. $(12y^3)^2$
12. $(5x^5)^5$
13. $(2x^2y^2z)^3$
14. $(3x^4y^3z^2)^3$
15. $(-5x^4y^3z^3)^3$

12.9 … ad de la Po- t…

En esta sección, recono…

¿Has estado alguna vez…

Uno de los lugares que los estudiantes pudieron visitar cuando fueron al centro de la ciudad fue un laboratorio que se encontraba en la universidad de la ciudad. En el centro, la universidad tenía sus salas de clases y una de ellas era un laboratorio.

"Ella es una muy buena amiga mía, la profesora Smith", dijo el Sr, Travis presentando a los estudiantes una mujer rubia sonriente.

"Bienvenidos", dijo la profesora Smith, "¿están disfrutando su viaje al centro?"

Muchos de los estudiantes respondieron que sí y luego fueron llevados a una de las mesas del laboratorio, en donde se estaba llevando a cabo mucho trabajo.

"¿Qué está sucediendo …

"Bueno, comencé con u… alto y tomé un tercio de un tercio de un tercio d…

Los estudiantes comenz…

¿Puedes resolver esto… de esta Sección, serás capaz de resolver este…

Orientación

Esto podría sonar confuso, pero en matemáticas, podemos reescribir esto como $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ *o* $\left(\frac{1}{2}\right)^4$. *También podemos utilizar exponentes con fracciones o cocientes. Para responder la pregunta anterior, multiplicaríamos los numeradores y denominadores de forma cruzada, así:* $\frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{16}$. *La mitad de una mitad de una mitad de una mitad es uno partido por dieciséis. Una vez más, tenemos una multiplicación repetida del mismo número que podríamos escribir de forma más sencilla como* $\frac{1^4}{2^4} = \frac{1}{16}$.

La *Propiedad de la Potencia de un Cociente* señala que para cualquier número diferente a cero a y b y cualquier entero n :

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver.

$\left(\frac{5}{3}\right)^4 = \frac{5^4}{3^4} = \frac{625}{81}$

Puedes ver en esta situación que hemos simplificado las expresiones resolviendo cinco elevado a la cuarta y tres elevado a la cuarta. El próximo paso en este problema sería dividir.

Observemos lo siguiente.

$\left(\frac{3k}{2j}\right)^4 = \frac{(3k)^4}{(2j)^4} = \frac{(3k)(3k)(3k)(3k)}{(2j)(2j)(2j)(2j)} = \frac{81k^4}{16j^4}$

Este problema tiene variables diferentes, así que esto es lo más lejos que podemos llevar este problema.

Simplifica cada cociente.

Ejemplo A

$\left(\frac{4}{5}\right)^3$

Solución: $\frac{64}{125} = .512$

Ejemplo B

$\left(\frac{2a}{3b}\right)^2$

Solución: $\frac{4a^2}{9b^2}$

Ejemplo C

$\left(\frac{a}{5b}\right)^3$

Solución: $\frac{a^3}{125b^3}$

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

Para encontrar el número de gramos en la muestra, tenemos que usar lo que hemos aprendido sobre monomios y potencias.

La profesora Smith comenzó con 10 gramos.

Luego, tomó un tercio de un tercio de un tercio de un tercio de este. Esto es $\frac{1}{3}$ **elevado a la cuarta potencia.**

A continuación, se muestra cómo podemos representar el problema.

$10\left(\frac{1}{3}\right)^4 = 10\left(\frac{1^4}{3^4}\right) = 10\left(\frac{1}{81}\right) = \frac{10}{81}$ *grams*

Podemos convertir eso a decimal mediante la división del numerador y el denominador.

En decimales, nuestra respuesta es 0,12 gramos.

Vocabulario

Monomio
: *es un término único de variables, coeficientes y potencias.*

Coeficiente
: *es el número de partes de un monomio o término.*

Variable
: *es la letra que acompaña a un término.*

Exponente

es el número pequeño, la potencia, que nos dice cuántas veces multiplicar la base por sí misma.

Base

es el número que es afectado por el exponente.

Forma Expandida

es cuando escribimos toda la multiplicación sin el uso de un exponente.

Propiedad de la Potencia de un Producto

$(ab)^n = a^n(b^n)$

Propiedad de la Potencia de un Cociente

es cuando el exponente se aplica a los números superiores e inferiores en una expresión.

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

Simplifica el siguiente cociente.

$\left(\frac{-4x}{3y}\right)^3$

Solución

Primero, trabajemos con el numerador.

$(-4x)^3 = -64x^3$

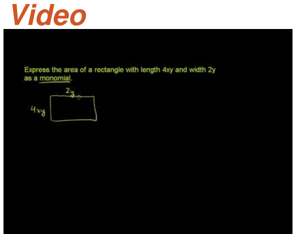
Ahora, trabajemos con el denominador.

$(3y)^3 = 27y^3$

Esta es nuestra respuesta final.

$\frac{-64x^3}{27y^3}$

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63325

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Multiplying y Dividing Monomios

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: *Simplifica.*

1. $\left(\frac{2}{3}\right)^4$
2. $\left(\frac{1}{3}\right)^3$

3. $\left(\frac{7}{8}\right)^2$
4. $\left(\frac{2}{5}\right)^4$
5. $\left(\frac{7k}{-2m}\right)^3$
6. $\left(\frac{3x}{-2y}\right)^3$
7. $\left(\frac{4x}{-3y}\right)^4$
8. $\left(\frac{5y}{-2z}\right)^5$
9. $\left(\frac{-2y}{4z}\right)^4$
10. $\left(\frac{4xy}{-2z^5}\right)^5$
11. $\left(\frac{12x^2y^4}{-6z^3}\right)^2$
12. $\left(\frac{7x^2y}{-2z^3}\right)^3$
13. $\left(\frac{2x^3y^2}{-2z^3}\right)^3$
14. $\left(\frac{x^{11}}{y^9}\right)^5$
15. $\left(\frac{-5x^3}{3h^2j^8}\right)^5$

12.10 Reconocer y Aplicar la Propiedad de la Potencia de una Potencia

En esta sección, reconocerás y aplicarás la propiedad de la potencia de una potencia.

¿Has intentado alguna vez multiplicar una potencia por una potencia en un monomio? Observemos este problema.

$(x^2y^3z^3)^3$

Esta es una expresión de monomio que se eleva a la tercera potencia. ¿Sabes cómo simplificar esta expresión?

Pon atención a esta Sección y para el final, sabrás cómo resolver este problema.

Orientación

Hemos elevado monomios a una potencia, productos a una potencia y cocientes a una potencia. Puedes notar que los exponentes son una herramienta útil para simplificar expresiones. Si sigues las reglas de los exponentes, los patrones se vuelven claros. Ya hemos visto potencias elevadas a una potencia. Por ejemplo, observa el cociente:

Si te fijas solo en el numerador, puedes notar que $(x^7)^4 = x^{28}$ *. Puedes obtener el exponente 28 mediante la multiplicación de 7 por 4.* **Este es un ejemplo de la *Propiedad de Potencia de una Potencia* que señala que para cualquier número distinto de cero** a **y** b **y cualquier entero** n **:**

Aquí hay otro ejercicio.

$(x^5)^3 = x^{5.3} = x^{15}$

Observemos lo siguiente:

$(x^6y^3)^7 = x^{6\cdot 7}y^{3\cdot 7} = x^{42}y^{21}$

Aplica la Propiedad de la Potencia de una Potencia a cada ejemplo.

Ejemplo A

$(x^7)^3$

Solución: x^{21}

Ejemplo B

$(x^3y^4)^3$

Solución: x^9y^{12}

Ejemplo C

$(a^7)^8$

Solución: a^{56}

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

$(x^2y^3z^3)^3$

Luego, tenemos que elevar cada parte del monomio a la tercera potencia.

$(x^2)^3 = x(2\times 3) = x^6$

$(y^3)^3 = y(3\times 3) = y^9$

$(z^3)^3 = z(3\times 3) = z^9$

Ahora podemos juntar todo.

$x^6y^9z^9$

Esta es nuestra solución.

Vocabulario

Monomio
: *aes un término único de variables, coeficientes y potencias.*

Coeficiente
: *es el número de partes de un monomio o término.*

Variable
: *es la letra que acompaña a un término.*

Exponente
: *es el número pequeño, la potencia, que nos dice cuántas veces multiplicar la base por sí misma.*

Base

es el número que es afectado por el exponente.

Forma Expandida

es cuando escribimos toda la multiplicación sin el uso de un exponente.

Propiedad de la Potencia de un Producto

es cuando el exponente se aplica a todos los términos dentro del paréntesis mediante la multiplicación de las potencias.

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

$(x^2y^4z^3)^4$

Solución

Primero, vamos a separar cada parte del monomio y elevarlo a la cuarta potencia.

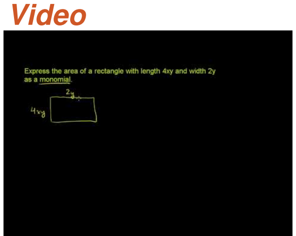
$(x^2)^4 = x^8$

$(y^4)^4 = y^{16}$

$(z^3)^4 = z^{12}$

Nuestra respuesta final es $x^8y^{16}z^{12}$.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63325

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Multiplying y Dividing Monomios

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: *Simplifica cada expresión de monomio mediante la aplicación de la Propiedad de Potencia de una Potencia.*

1. $(x^2)^2$
2. $(y^4)^3$
3. $(x^2y^4)^3$
4. $(x^3y^3)^4$
5. $(y^6z^2)^6$
6. $(x^3y^4)^5$
7. $(a^5b^3)^3$
8. $(a^4b^4)^5$
9. $(a^3b^6c^7)^3$

10. $(x^{12})^3$
11. $(y^9)^6$
12. $(a^2b^8c^9)^4$
13. $(x^4b^3c^3)^5$
14. $(a^4b^3c^7d^8)^6$
15. $(a^3b^{11})^5$
16. $(x^6y^{10}z^{12})^5$

12.11

En esta sección, multip *abla.*

¿Has estado alguna vez

A los estudiante *municipalidad.* *Todas las flores* *ncontraba allí y* *les presentó a lo* *Sr, Travis, tenía* *algo que ver con*

Un granjero tien $+5$*. Encuentra* *el área combina*

Para resolver esto, necesitarás entender la multiplicación de binomios. Entender los binomios será fundamental para resolver este problema, debido a que encontramos el área de un rectángulo a través de la multiplicación y ambos de estos campos tienen medidas escritas en binomios.

Orientación

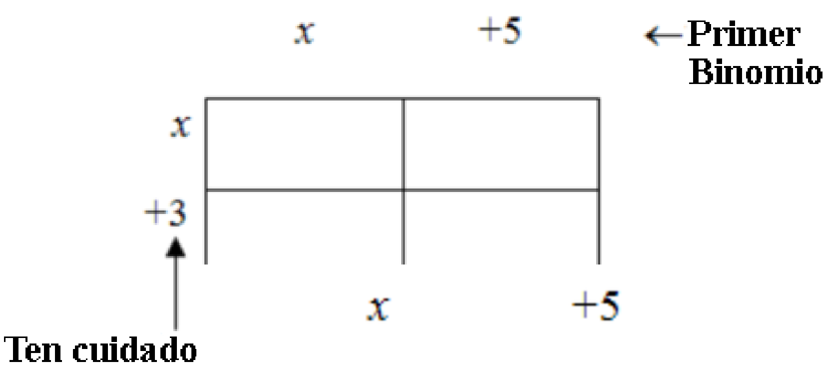
Definimos a los ***b***

Cuando sumamos *Cuando multipli-* *camos polinomios*

Cuando multipli **ener un seguimiento** **de la informació** **. Observemos.**

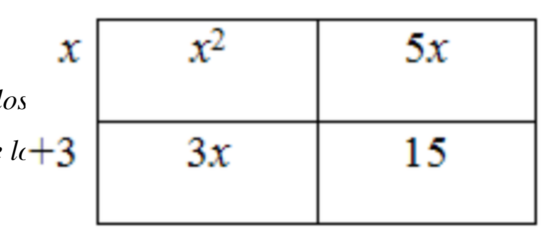
Multiplica los bin

Podemos utilizar *na dimensión del* *rectángulo.*



Insertamos los dos binomios en los

Ahora, encontraremos el área de l



La dimensión del primer rectángulo es $x\cdot x$ *, del segundo es* $5\cdot x$ *, del tercero es* $3\cdot x$ *, del cuarto es* $3\cdot 5$ *.*

Para poder encontrar el total, sumaremos las 4 áreas: $x^2+5x+3x+15$

Ahora, combinamos cuidadosamente los términos semejantes: $x^2+8x+15$ *.*

Esta es nuestra respuesta.

Aquí hay un ejercicio un poco diferente.

Multiplica $(5x-8)^2$.

Recuerda que el exponente se aplica al binomio completo, así $(5x-8)^2=(5x-8)(5x-8)$.

TABLE 12.4:

	$5x$	-8
$5x$	$25x^2$	$-40x$
-8	$-40x$	64

Un segundo método para multiplicar binomios es parecido al algoritmo que usamos comúnmente para multiplicar números con dos dígitos.

Cuando expandes la multiplicación como se muestra en el lado derecho de la imagen, puedes ver que en nuestro algoritmo para la multiplicación de números con dos dígitos, alineamos los números en posiciones parecidas.

Utilizaremos esta misma idea para multiplicar binomios, pero en vez de usar posiciones decimales, alinearemos los productos por términos semejantes.

Observemos lo siguiente.

Multiplica $(3x+2)(5x+4)$

Igual que en una multiplicación con numerales, primero multiplicamos 4 por 2 y obtenemos 8. Luego, multiplicamos 4 por $3x$ *y obtenemos* $12x$ *. Cuando multiplicamos* $5x$ *por 2, obtenemos* $10x$ *. Esto no es un término semejante de 8, sino de* $12x$ *así que se alineó el* $10x$ *debajo de* $12x$ *. Finalmente, el producto de* $5x$ *y* $3x$ *es* $15x^2$ *. Esto se encuentra elevado a la* 2^{nd} *potencia, así que no son términos semejantes. Nuestra suma en la parte inferior derecha de la imagen anterior muestra el producto final.*

Una tercera forma de multiplicar binomios es utilizar el método "FOIL". FOIL es un acrónimo que nos señala qué términos multiplicar para obtener nuestro producto:

F—Primeros términos en los binomios.

O—Términos externos en los binomios.

I—Términos internos en los binomios.

L—últimos términos en los binomios.

Multipliquemos $(2x+8)(5x-13)$ *utilizando el método FOIL.*

TABLE 12.5:

F	*Los primeros términos son* $2x$ *y* $5x$	$(\underline{\mathbf{2x}}+8)(\underline{\mathbf{5x}}-13)$	$10x^2$
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

La tabla anterior nos ayuda a ilustrar los términos que se tienen que multiplicar. Sin embargo, no necesitamos hacer una tabla como esa en cada multiplicación. Podemos mostrarlo así:

De los tres métodos que hemos visto para la multiplicación, estarás de acuerdo que este último es el más corto. Por supuesto, los tres métodos deberían generar el mismo producto.

Escribe en tu cuaderno el acrónimo FOIL y lo que significa cada letra.

Observa un ejercicio más.

Multiplica. $(5x^3+2x)(7x^2+8)$

Multiplica los siguientes binomios.

Ejemplo A

$(x+2)(x+4)$

Solución: x^2+6x+8

Ejemplo B

$(x-6)(x+5)$

Solución: x^2-x-30

Ejemplo C

$(x+3)(x-3)$

Solución: x^2-9

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

Recuerda que necesitamos descubrir el área de ambos rectángulos y luego la suma de esas dos áreas nos dará el área total. A continuación, se muestra cómo podemos resolver este problema.

Vocabulario

Binomios
: *son polinomios con dos términos.*

Trinomio Cuadrado Perfecto
: *es un trinomio en el que el primer y el último término son cuadrados perfectos, ya que el binomio se encuentra al cuadrado o a la segunda potencia.*

FOIL
: *es un orden para la multiplicación de binomios: primeros, externos, internos y últimos.*

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

Multiplica usando una tabla.

Multiplica $(x-4)(x+6)$

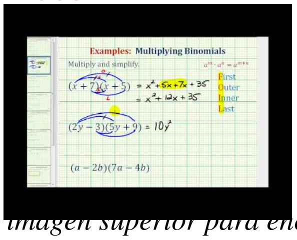
Solución

TABLE 12.6:

	x	-4
x	x^2	$-4x$
$+6$	$6x$	-24

Fíjate en lo cuidadoso que debes ser con los signos positivos y negativos.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63326

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Multiplying Binomials

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Utiliza una tabla para multiplicar los siguientes binomios.

1. $(x+3)(x+5)$
2. $(x-3)(x-5)$
3. $(x+3)(x-3)$
4. $(x+2)(x-8)$
5. $(3x^2+3x)(6x-2)$
6. $(2x-7y)(5x+4y)$
7. $(2x-9)^2$

Instrucciones: Multiplica verticalmente los siguientes binomios.

8. $(d+2)(4d-1)$
9. $(5x+7)(5x-7)$
10. $(4b^2+3c)(2b-5c^2)$

Instrucciones: Multiplica los siguientes binomios utilizando el método FOIL:

11. $(p+6)(5p+2)$
12. $(-7y^2-4y)(6y+2)$
13. $(x^3+3x)^2$
14. $(2x+1)(x-4)$
15. $(3x-3)(5x+9)$
16. $(x+5)^2$

12.12 Parábola

En esta sección, entend

¿Has visto alguna vez u

Los estudiantes en la clase del Sr. Nelson fueron a hacer un tour en el centro de la ciudad. Mientras admiraban las vistas, también aprendían sobre la ciudad en la que viven. Los estudiantes llegaron al parque y se detuvieron en la entrada. La entrada al parque era un hermoso arco decorado con hiedra y enredaderas con flores.

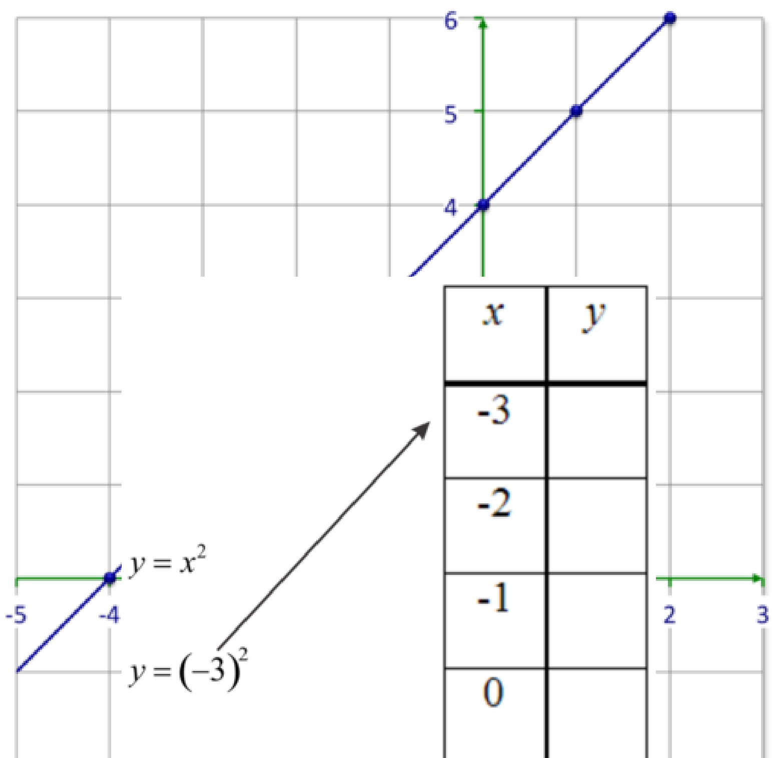
"Esto es hermoso", dijo Kelsey mirando la entrada.

"Sí, luce como una parábola", comentó Kenny.

"¿Una qué?, exclamó Kelsey.

"Una parábola, ¿No sabes lo que es una parábola?", preguntó Kenny.

¿Sabes lo que es una parábola? Esta sección aborda las parábolas. Pon mucha atención, porque al final de esta sección, tenc



Orientación

Los gráficos y la ... *pueden mostrar relaciones entre c* ... *de números, x y y , que hacen ver* ... *representan pares infinitos de tales r*

Has estudiado la ... *Pero no todos los gráficos serán lin*

Algunos gráficos ... ***parabolas*** **.**

En esta sección, a

Cuando graficam ... *uación dada. Por ejemplo, para la* ... *los valores de y correspondientes.*

$y = x^2$

$y = (-3)^2$

$y = 9$

x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

x

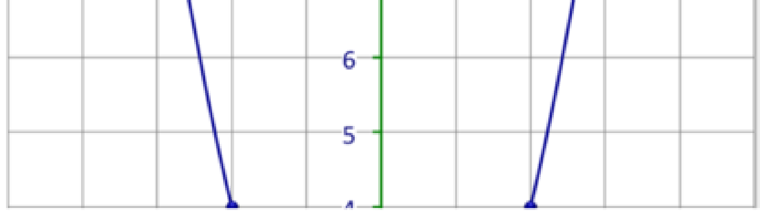
0

Luego, usamos la

Ahora que has visto tantos expone ... *ción anterior.*

Pero, ¿qué sucede si cambiamos la

Intentémoslo.



Comienza con u

Crea una tabla T

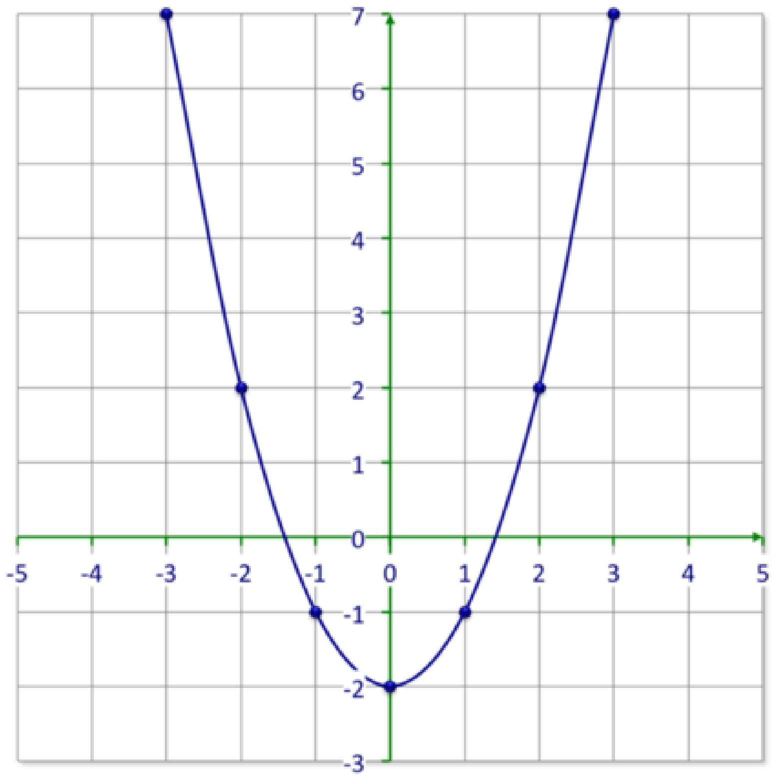
Asegúrate de in ... **alores de x en la ecuación para en**

Comienza con -3

Entonces, para e ... **tu tabla T.**

x	
0	

Ahora, puedes g



Observa la difere

Esta forma recibe

Las ecuaciones e ... **gráficos siempre son parábolas.**

Compara el gráfi

x	
0	

Aquí podemos ver que la forma es la misma, pero se mueve hacia abajo dos puntos sobre el eje y **Esto se debe a la constante -2.**

Es tu turno de graficar.

Primero, utiliza las ecuaciones dadas para completar una tabla T. *Asegúrate de incluir números negativos, ceros y números positivos en tu tabla T. Además, ten cuidado con el orden de tus operaciones al calcular los valores de* y .

Luego, grafica tus puntos sobre el plano cartesiano. *Puedes comprobar tus gráficos utilizando lo que sabes sobre los valores de* a, b, *y* c . *También sabemos que las parábolas deben ser simétricas.*

Si tu gráfico no se ajusta a lo que sabes sobre las parábolas, entonces podría indicar un error en tus cálculos o en el gráfico.

Grafica la ecuación $y = x^2 - 4$.

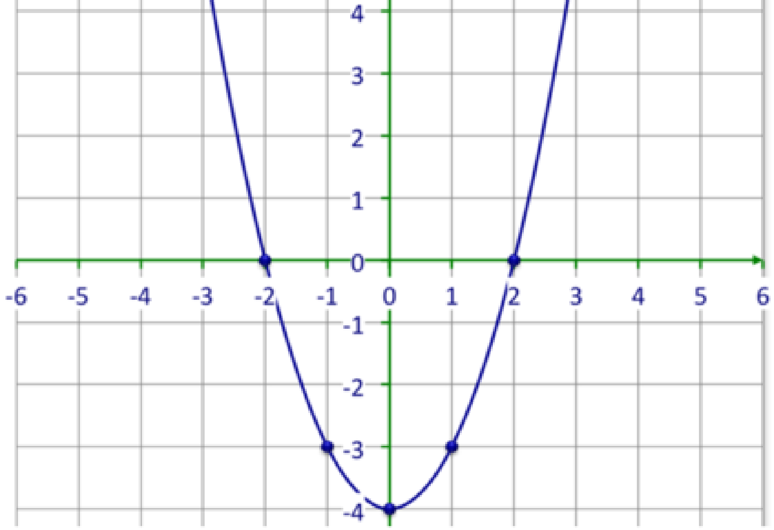
Comienza con una tabla T. Ingresa tus valores de x .

TABLE 12.10:

x	y
0	

Luego, sustituye tu primer valor de x *en la ecuación.*

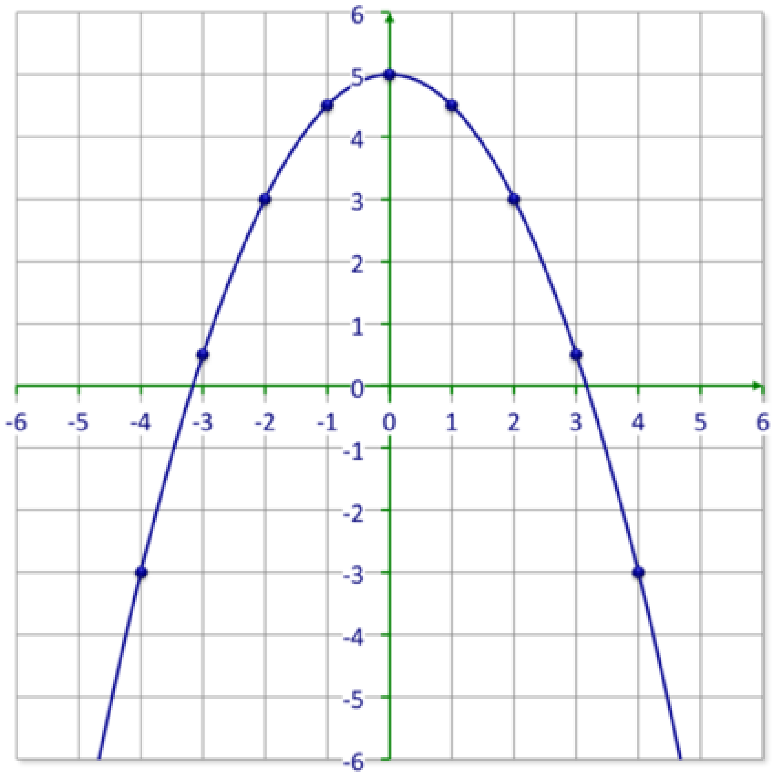
Has esto con todo



Ubica tus valores

Tu tabla T termin

Utiliza los puntos



Grafica todos los

Grafica la ecuaci

Ejemplo A

Primero, crea la t

Solución:

Ejemplo B

Ahora, grafica la

Solución:

Ejemplo C

¿En dónde se encuentra el vértice de esta parábola?

Solución: 5

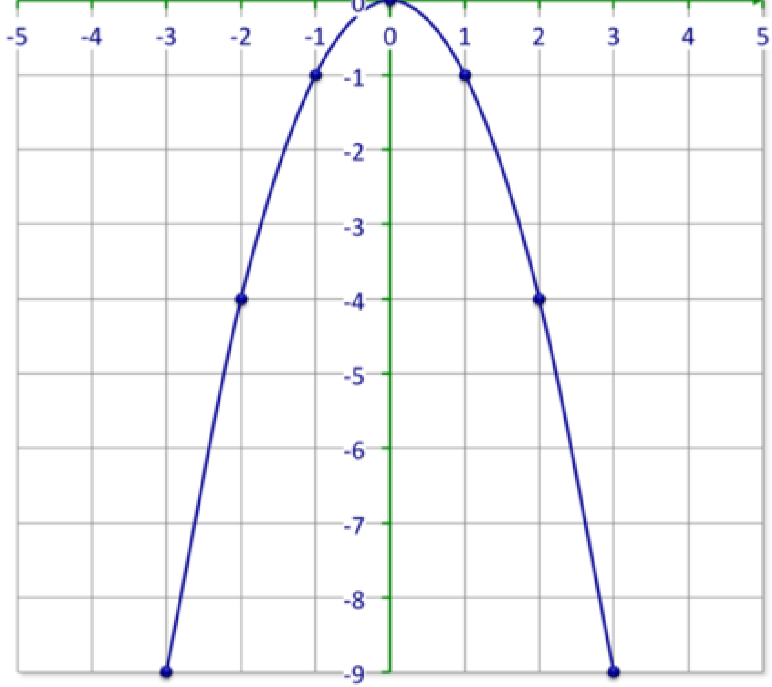
Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

Una parábola es la forma que se crea por una ecuación cuadrática. Forma un arco. Una parábola tiene un vértice que es un punto máximo o un punto mínimo. Si el valor al cuadrado es positivo, entonces la parábola se abre hacia arriba. Si el valor al cuadrado es negativo, entonces la parábola se abre hacia abajo.

Vocabulario

Parabola

es una gráfico en forma de U que no es lineal.



Ecuaciones Cua
son ecuacic

Vértice de una I
es el punto

Práctica Guiad

A continuación, h

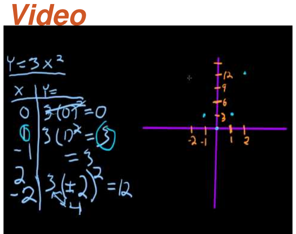
Crea el gráfico de

Solución

x

Esta vez, el gráfico se encuentra invertido. En vez de abrirse hacia arriba, se abre hacia abajo. Esto se debe al coeficiente -1.

Revisión en Video



MEDIA

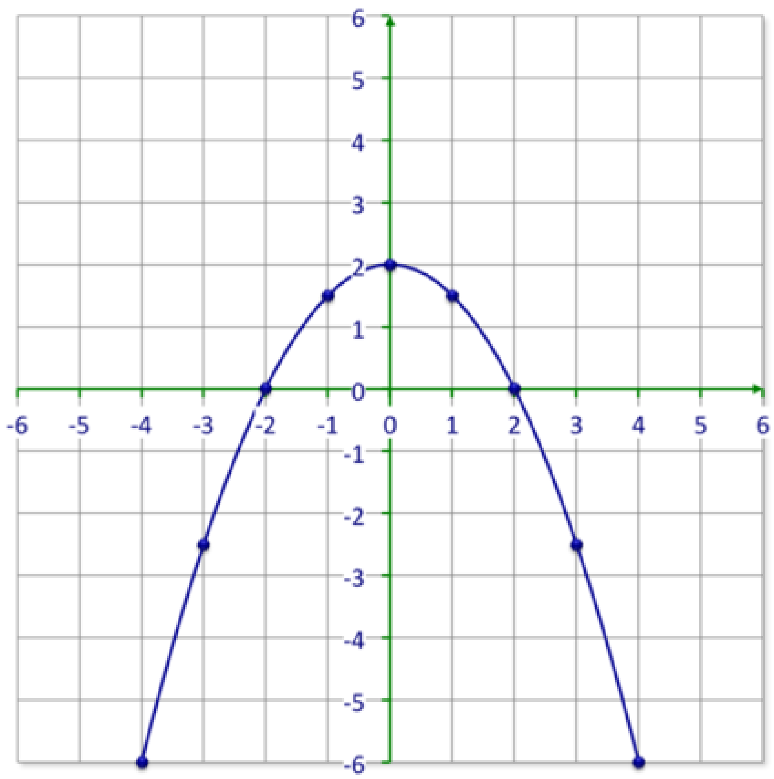
Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63318

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Basic Parabola G

**video disponible*



Práctica

Instrucciones: Re

1. *Verdadero*
2. *Verdadero*
3. *Verdadero*
4. *Verdadero*
5. *Verdadero*

Instrucciones: Ha

6. $y = 3x^2 - 2$
7. $y = x^2 + x$
8. $y = -\frac{1}{2}x^2 +$

Gráfico A

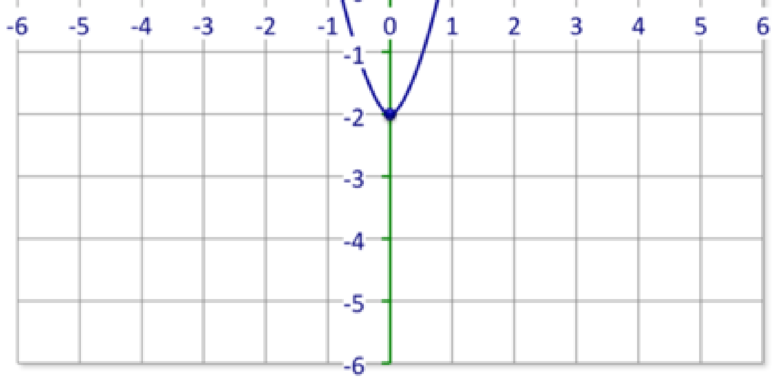


Gráfico B

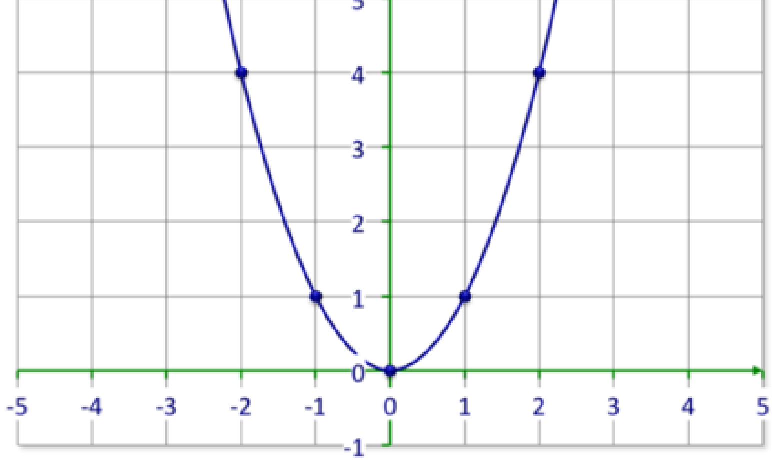
Gráfico C

Ahora, responde estas preguntas sobre los gráficos.

9. *¿Cuál es el vértice del gráfico A?*
10. *¿Cuál es el vértice del gráfico B?*
11. *¿Cuál es el vértice del gráfico C?*
12. *¿Cuál gráfico es el más angosto?*

Grafica las siguientes ecuaciones utilizando una tabla T:

13. $y = x^2 - 1$
14. $y = -x^2 + x$
15. $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$



12. ábolas

En esta sección, e

¿Has visto algunc s este problema.

Esta parábola fue creada gracias a una ecuación.

Utiliza esta Sección para aprender a identificar la ecuación de una parábola desde un gráfico.

Orientación

Las ecuaciones cuadráticas poseen gráficos que son parábolas.

Una parábola es un gráfico en forma de U. Las ecuaciones cuadráticas poseen gráficos que son parábolas.

A continuación, se muestra una ecuación cuadrática.

$y = x^2 - 2$

Las ecuaciones elevadas a la 2^{nd} potencia reciben el nombre de *ecuaciones cuadráticas* y sus gráficos siempre son parábolas.

El gráfico de una parábola puede cambiar de posición, dirección y ancho basado en los coeficientes de x^2 y x además de la constante. Debido a que esos pedazos de la ecuación son tan importantes, los nombramos en lo que se conoce como la forma estándar .

La forma estándar de una ecuación cuadrática: $y = ax^2 + bx + c$ (donde a debe ser distinta de cero). Nota que a, b y c serán coeficientes y pueden ser positivos o negativos. Esto también afectará a la parábola graficada.

Una vez más, el valor de a **puede gráfico y 2) si el gráfico se abre hacia arriba o hacia abajo.** *Gene ıtre el valor de a más angosto es el gráfico; mientras más cerca de cer gráfico. Además, un valor positivo de a nos dará un gráfico que se ab vo de a nos dará un gráfico que se abre hacia abajo.*

¿Qué pasa con el valor de b ? I las son simétricas, son iguales a ambos lados, como si se reflejara lio del gráfico.

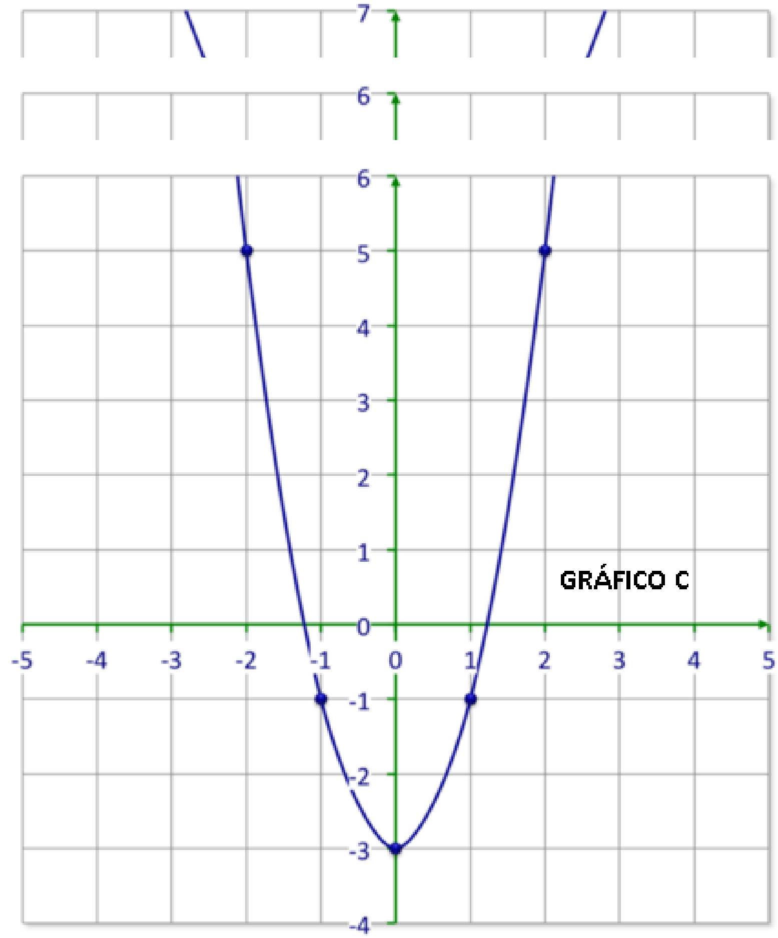
Esta recta de reflexión recibe el nombre mos en las lecciones siguientes.

El valor de b nos ayuda a predecir el e

Finalmente, el valor de c determina el ***gráfico tocará el eje y*** **.Cuando el valor de c era 3, el gráfico cruzó el eje y en e**

Escribe en tu cuaderno información sobre los valores de a, b y c de las ecuaciones cuadráticas.

Observemos algunos gráficos.



Podemos definir algunas cosas al observar estos gráficos y al utilizar nuestro conocimiento sobre lo que los valores de a, b y c de la ecuación cuadrática nos ayudan a determinar. A continuación, se muestra una tabla para ayudarte a entender lo que podemos determinar mediante estos gráficos.

TABLE 12.13:

Gráfico A	Gráfico B	Gráfico C
[illegible] $\frac{1}{2}x^2 + 3$	[illegible] del eje y	[illegible] $x^2 - 3$

Ahora, puedes ver cómo los gráficos de cada ecuación nos proporcionan información.

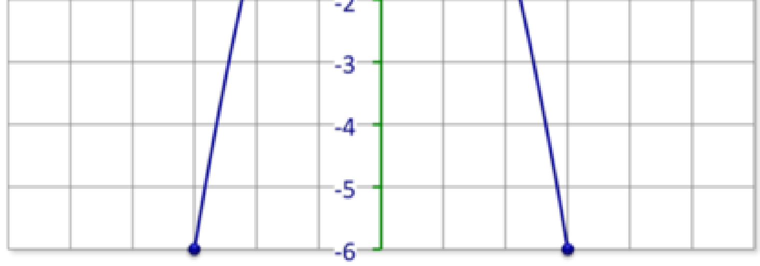
Has aprendido a escribir ecuaciones lineales basado en gráficos lineales, también podemos encontrar ecuaciones cuadráticas basándonos en la parábola.

Sabemos que el valor de a nos dice si el gráfico se abre hacia arriba o hacia abajo. Entonces, si el gráfico se abre hacia abajo, el valor de a tiene que ser negativo. Si el gráfico se abre hacia arriba, el valor de a tiene que ser positivo.

También sabemos que el valor de c nos dice el intercepto en y sobre el gráfico. Así, si conocemos el intercepto en y entonces conocemos el valor de c .

Si tenemos un gráfico, entonces ta[illegible] trabajar en retroceso; podemos llenar una tabla T utilizando los puntos que vemos sobre[illegible]ego, [illegible] un patrón en la tabla, podemos derivar la ecuación.

¡Es como ser un detective cuando tienes que encontrar la ecuación!



Observemos lo si

Escribe la ecuaci

El gráfico se abre hacia abajo, así que

$$a < 0$$

#38;#60; 0" class="x-ck12-math" /#38;#62; .

El intercepto en y es 3, así que $c = 3$.

TABLE 12.14:

x	y
[illegible]	[illegible]

Forma estándar: $y = ax^2 + bx + c$

$c = 3$ *así que* $y = ax^2 + bx + 3$

El gráfico se abre hacia abajo y vemos el mismo patrón que con $y = -x^2$.

La ecuación podría ser $y = -x^2 + 3$ **.**

Prueba el punto (1, 2) $\rightarrow$ *¿* $2 = (-1)^2 + 3$ *?*

¡Sí! Nuestra ecuación es correcta.

Responde cada pregunta sobre parábolas.

Ejemplo A

Si el valor de c es

Solución: 4

Ejemplo B

Si el valor de a es

Solución: Hacia

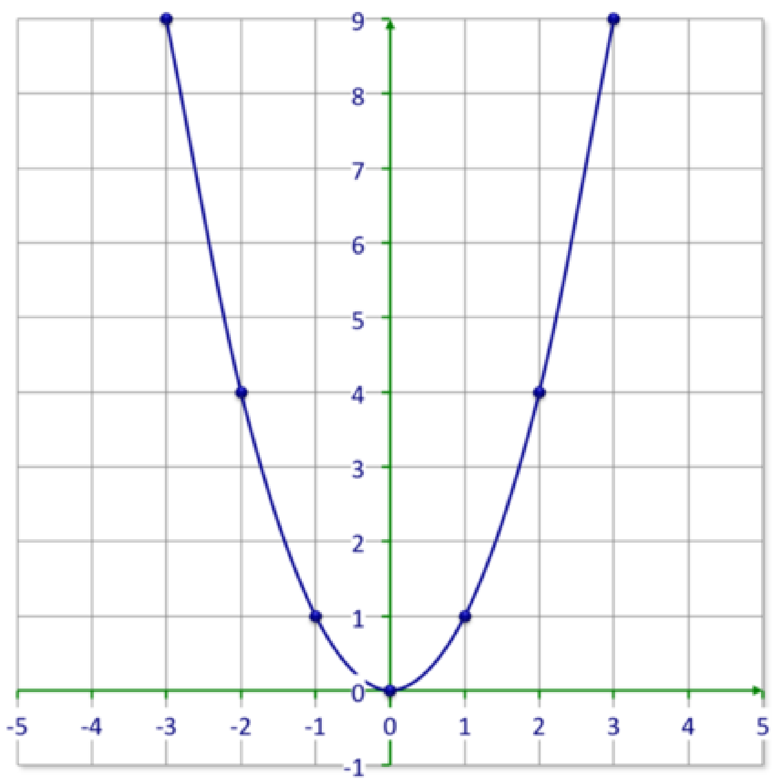
Ejemplo C

Si la parábola se

Solución: a

Ahora, volvamos

Aquí está nuevam



La parábola se abre hacia arriba, así que sabemos que el valor de a será positivo.

La parábola es simétrica sobre el eje Y. El intercepto en Y es cero.

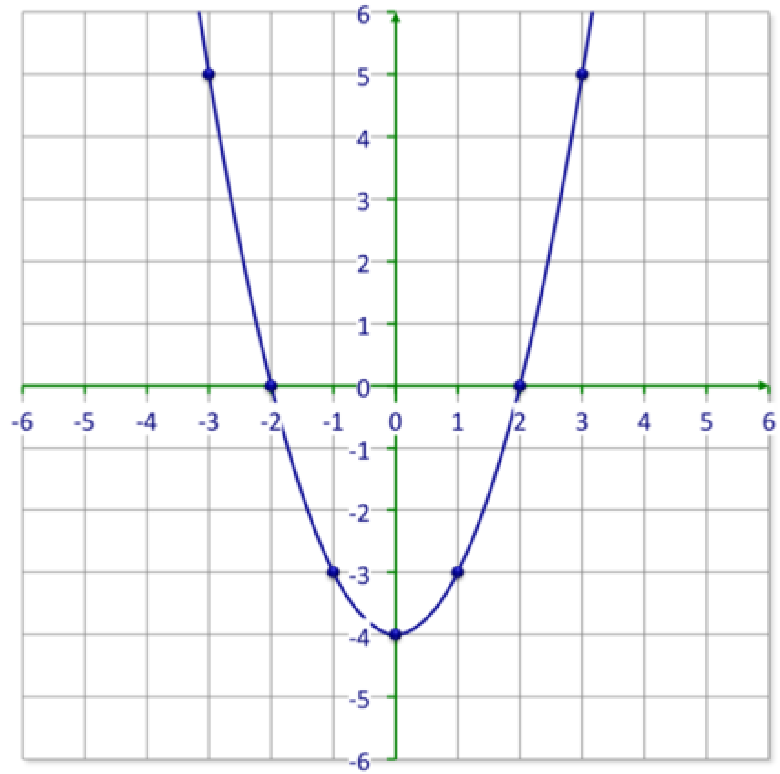
La ecuación es $y = x^2$.

Si reemplazamos un par ordenado en la ecuación, podemos comprobar nuestro trabajo.

$4 = -2^2$

$4 = 4$

¡Nuestra ecuació



Vocabulario

Parábola

es una gráf

Ecuaciones Cua

son ecuacic

Vértice de una I

es el punto

Práctica Guiad

A continuación, h

Encuentra la ecu

Solución

Primero, nota que el intercepto en Y es -4.

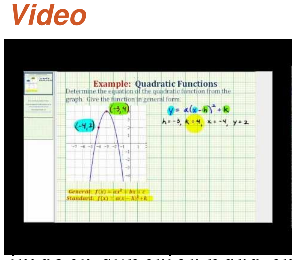
También puedes ver que el gráfico es simétrico al eje Y *. Esto significa que la primera parte de nuestra ecuación es* x^2 .

Ahora, podemos escribir la ecuación completa.

$y = x^2 - 4$

Esta es nuestra respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

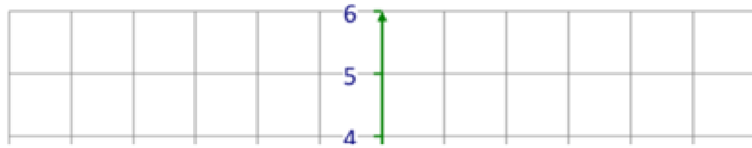
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58471

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Determining the Equation of a Parabola from a Graph

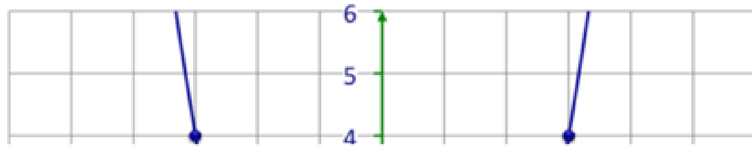
**video disponible solo en inglés*

Práctica

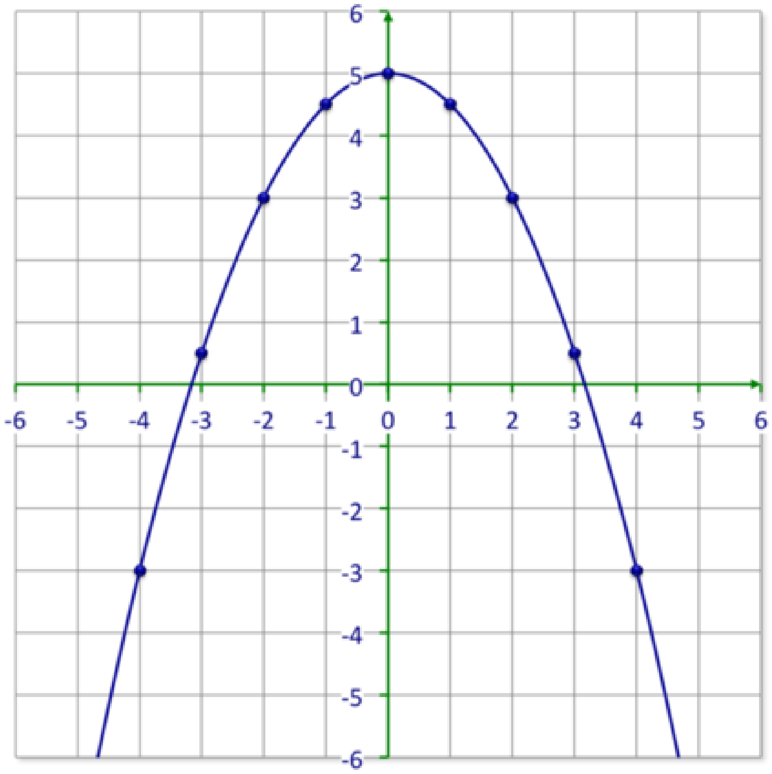


Instrucciones: res

1. Verdadero o
2. Verdadero o
3. Una parábo



4. Una parábo
5. ¿Cuál es el
6. Verdadero o



7. Verdadero o … arábola.
8. Verdadero o … parábola.
9. Verdadero o
10. ¿Qué indica
11. Verdadero o
12. Verdadero o … ar.

Escribe las ecuaci … udarte.

13.

14.

15.

12.14 Reconocer Funciones Cuadráticas

En esta sección, reconocerás una función cuadrática como una ecuación con dos variables con una forma específica.

¿Has pensado alguna vez en la velocidad? Observemos este problema.

Travis encontró la siguiente ecuación en su libro de matemáticas.

$d = rt - 16t^2$

Es una ecuación para calcular la velocidad. De hecho, es una función. Siendo un ávido jugador de beisbol, Travis estaba muy interesado en descubrir cómo utilizar la ecuación, pero ni siquiera está seguro de qué tipo de función es. Este es el problema de Travis.

¿Puedes identificar esta función?

Pon atención a esta Sección y para el final serás capaz de identificar la función.

Orientación

¿Recuerdas lo que es una parábola?

Una parábola es una figura en forma de U cuya ecuación es cuadrática.

Comencemos con las ecuaciones cuadráticas y la forma estándar.

Para graficar una ecuación cuadrática, necesitas valores de entrada, a menudo valores de x para calcular los valores de y correspondientes. En esos casos, **nuestros valores de entrada son conocidos como el *dominio* ,mientras que los valores de salida son conocidos como el *rango* .** *Estos valores también son llamados a veces* ***variable independiente*** *y* ***variable dependiente.***

A continuación, se muestra una tabla que podría ser usada para graficar una ecuación cuadrática.

TABLE 12.15:

Valores de x	**Valores de** y
Dominio	*Rango*
Variable independiente	*Variable dependiente*

Ahora, analicemos las funciones.

Una función es una relación que asigna exactamente un valor del dominio a cada valor del rango.

Entonces, cuando decimos ***función cuadrática*** **, nos referimos a cualquier función que se pueda escribir en la forma**

$y = ax^2 + bx + c$ *, donde* $a, b,$ *y* c *son constantes* $a \neq 0$ *. Esta es la forma estándar.*

¿Por qué a **no puede ser igual a cero? ¿Qué pasa si es igual a cero?**

Si el valor de a es cero, podrías notar que haría desaparecer el primer término ax^2 *porque cualquier cosa multiplicada por cero es cero. Simplemente, te quedarías con* $y = bx + c$ *. Aunque esta es todavía una función, ya no es cuadrática. Esta es una función lineal. Todas las funciones cuadráticas se encuentran elevadas a la* 2^{nd}*potencia. .*

Observemos algunas funciones cuadráticas.

Determina si las siguientes ecuaciones son funciones cuadráticas. Si lo son, colócalas en la forma estándar e identifica los valores de $a, b,$ **y** c **.**

1. $y = x^2 - 3x + 5$

Sí, es una función cuadrática. La forma estándar es $y = x^2 - 3x + 5;\ a = 1, b = -3, c = 5$ *.*

2. $y = -7x^2 + 4x$

Sí, es una función cuadrática. La forma estándar es $y = -7x^2 + 4x$; $a = -7, b = 4, c = 0$.

3. $y - 6 = x^2$

Sí, es una función cuadrática. La forma $0, c = 6$.

4. $3x^2 + y = 3x^2 + 4x - 2$

Esta función tenemos que reescribirla e stándar tendría el valor de Y en el lado izquierdo del signo igual y los valores a ıra completar esta tarea, tendremos que restar $3x^2$ *a ambos lados. Debido a estc que si restas* $3x^2$ *a ambos lados, el valor de a será cero.*

Escribe en tu cuaderno la definición y la forma de una función cuadrática.

Identifica si cada función es cuadrática.

Ejemplo A

$y - 8 = x^2$

Solución: Sí, esta es una función cuadrática.

Ejemplo B

$y + 2x^2 = 2x^2 + 1$

Solución: No, esta no es una función cuadrática.

Ejemplo C

$y + 4 = 2x^2$

Solución: Sí, esta es una función cuadrática.

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

$d = rt - 16t^2$

Esta es una función cuadrática, ya que "d" es dependiente del lado derecho de la función. Un valor tendrá impacto en los otros. La ecuación cuadrática tendrá un valor en el rango para cada valor en el dominio. Lo anterior, hará a la ecuación una función cuadrática.

Vocabulario

Dominio
: *es el valor de entrada, valor independiente.*

Rango
: *es el valor de salida, valor dependiente.*

Función

es la relación que asigna un valor del dominio a cada valor de rango.

Función Cuadrática

crea una parábola y es una ecuación de 2^{nd} *grado en forma estándar.*

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

¿Es esta función cuadrática? Si lo es, escríbela en forma estándar.

$3y-9=3x^2$

Solución

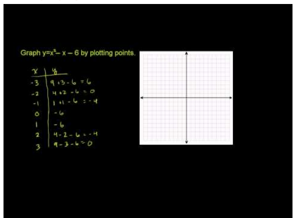
Primero, tenemos que aislar el valor de y Sumemos 9 a ambos lados para comenzar.

Luego, necesitamos aislar y Podemos hacerlo al dividir por 3 a ambos lados.

$y = x^2 + 3$

Ahora, observando la forma de la función, podemos notar que es una función cuadrática.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58467

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Quadratic funcións 1

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Determina si las siguientes ecuaciones son funciones cuadráticas. Si lo son, identifica los valores de a, b, y c .

1. $y = 3x^2 - x + 4$
2. $y = 2x^2 + 4$
3. $2y = 4x^2 + 4$
4. $3y = 6x^2 + 12$
5. $4y = 2x^2 - 12$
6. $3y - 1 = 6x^2 + 11$
7. $2y + 2 = 2x^2 + 4$
8. $y + 2x^2 = 2x^2 + 4$
9. $y - 2x^2 = 2x^2 + 4$
10. $y = 2x^2 - 3x + 4$
11. $y = 4x - 18 + x^2$
12. $y + x^2 - 6 = x^2 + 4x - 5$
13. $3y + 3 = 9x^2 - 12x$
14. $6y = 3x^5 + 3x^4 + 6x - 18$
15. $4y + 3x = 8x^2 + 3x - 12$

12.15 Eval  ráticas

En esta sección, evaluarás y grafic ... tablas.

¿Has pensado alguna vez en la vel ... este problema.

Mientras pasaban por el campo de béisbol, el Sr. Travis le entregó a los estudiantes el siguiente problema escrito en un pedazo de papel con forma de pelota de béisbol. Esto es lo que decía:

Cuando se lanza un objeto al aire con una velocidad inicial de r pies por segundo, su distancia d en pies, sobre su punto de inicio t en segundos luego de ser lanzada, es aproximadamente $d = rt - 16t^2$ *. Utiliza la tabla de valores para mostrar la distancia de un objeto desde su punto de inicio que tiene una velocidad inicial de 80 pies por segundo. Luego, grafica la velocidad de la pelota.*

Para resolver este problema, necesitarás saber sobre las funciones cuadráticas y sus gráficos. Pon atención, porque al final de esta Sección, tendrás que resolver este problema.

Orientación

Una ***función*** **es una relación que asigna exactamente un valor del dominio a cada valor de rango.** *Cuando decimos* ***función cuadrática*** **, nos referimos a cualquier función que se pueda escribir en la forma** $y = ax^2 + bx + c$ *, donde* $a, b,$ *y* c *son constantes y* $a \neq 0$ *. Definimos esto como la forma estándar.*

¿Por qué a no puede ser igual a cero? ¿Qué pasa si es igual a cero? Si el valor de a es cero, podrías notar que haría desaparecer el primer término ax^2 *porque cualquier cosa multiplicada por cero es cero. Simplemente, te quedarías con* $y = bx + c$ *. Aunque esta es todavía una función, ya no es cuadrática. Esta es una función lineal. Todas las funciones cuadráticas son de* 2^{nd} *grado.*

Observemos funciones cuadráticas en mayor detalle.

Sabes que la palabra ***dominio*** *se refiere a valores de entrada y la palabra* ***rango*** *se refiere a valores de salida. Recuerda que una* ***función*** *es una relación que asigna exactamente un valor del dominio a cada valor del rango. Esto quiere decir que para cada valor de x existe solo un valor de y .*

Podemos encontrar los valores de y al reemplazar los valores de x ven la función. Organizamos la información utilizando una tabla de valores o tabla T. En la mayoría de los casos, los valores de entrada pueden ser cualquier número. Sin embargo, para nuestra conveniencia, utilizaremos números negativos, cero y números positivos.

Completa una tabla de valores para la función $y = x^2 + 3x + 2$ *.*

TABLE 12.16:

x	y
0	

Para encontrar los valores de y sustituimos los valores de x en la ecuación.

La tabla T completa debería lucir así:

TABLE 12.17:

x	y
0	0

Evaluar una función cuadrática es siempre igual. Reemplazas los valores de x **en la ecuación y resuelves los valores de** y

Los valores de a, … *, vamos a utilizar esta información* … *,b, y c nos ayuda a entender la abe*…

Valor … $+x-2$

textgreater,aleja … *abajo*

Si a es cercana … *ejemplo2a*

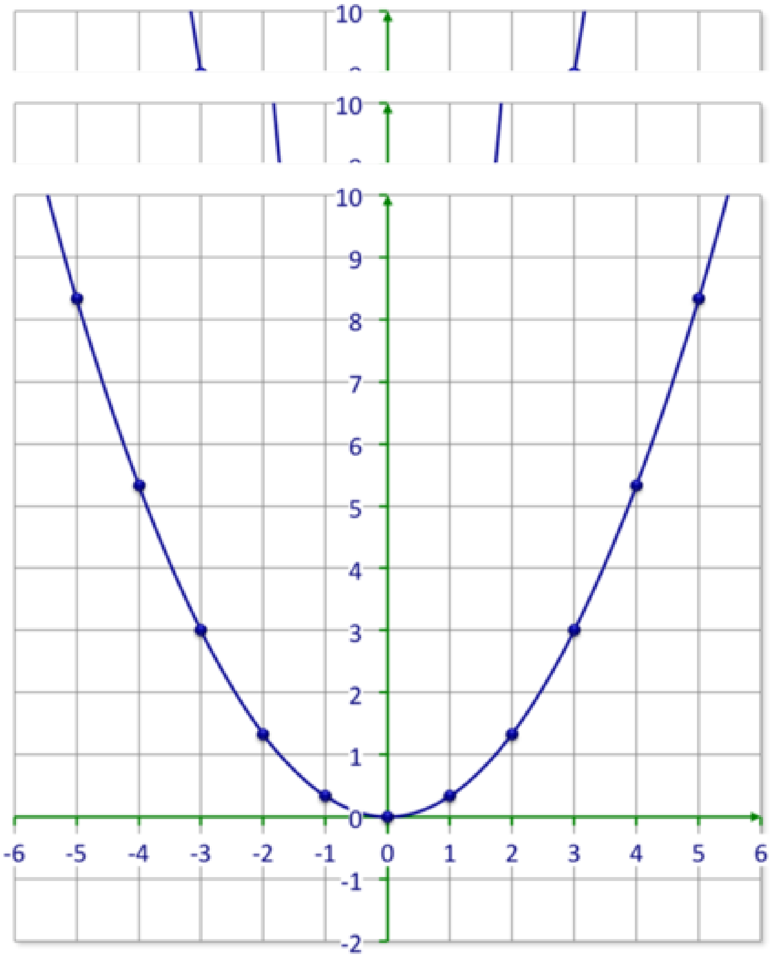
Sabemos que el … **es una figura en forma de U que** … *ajo. Además, una parábola no es* … *nto, no puede ser vertical.*

es el gráfico … *Si a está alejada* … *cho es el gráfico*

Si quisiéramos p … **bemos que** a **nos ayuda a determi**…

Observemos.

0 #38;#38;#38;#3 … *ensupward}#38;#38;#38;#38;{graphope*



Ahora que entiendes cómo lucen estos gráficos y cómo la ecuación del gráfico afecta su forma, es tiempo de hacer algunas predicciones.

¿Qué predecirías sobre el gráfico de $y = 7x^2$ *?*

Debido a que el valor de a **es 7, sería muy estrecho. Además, debido a que**

$$a > 0$$

0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , se abriría hacia arriba.

Responde las siguientes preguntas haciendo predicciones.

Ejemplo A

Predice la abertura de $-3x^2+4$.

Solución: Se abriría hacia abajo, ya que el valor de a **es negativo.**

Ejemplo B

En la función cuadrática del Ejemplo A, ¿dónde estará el vértice?

Solución: En el punto 4

Ejemplo C

¿Qué gráfico tendrá una abertura más ancha: uno con vértice en 0 o uno con vértice en 8?

Solución: Uno con vértice en 0.

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

Primero, pensemos en la información que tienes y la ecuación que puedes escribir.

Luego, podemos hacer una tabla de valores.

Finalmente, pod guiente gráfico.

Vocabulario

Dominio
es el valor de entrada, valor independiente.

Rango
es el valor de salida, valor dependiente.

Función
es la relación que asigna un valor del dominio a cada valor de rango.

Función Cuadrática
crea una parábola y es una ecuación de 2^{nd} grado en forma estándar.

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

¿Qué predecirías sobre el gráfico de $y = -\frac{1}{4}x^2$?

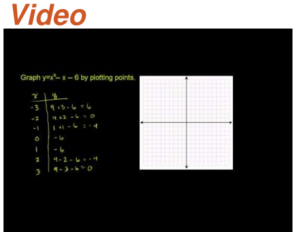
Solución

Debido a que el valor de a es $-\frac{1}{4}$, sería muy ancho. Además, debido a que

$$a < 0$$

#38;#60; 0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , se abriría hacia abajo.

Revisión en Video



MEDIA
Click image to the left or use the URL below.
URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/58467

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Quadratic Functions 1

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Utiliza tablas para graficar las siguientes funciones.

1. $y = x^2 - 8$
2. $y = 3x^2 - x + 4$
3. $y = 2x^2 + 4$

4. $2y = 4x^2 + 4$
5. $3y = 6x^2 + 12$
6. $4y = 2x^2 - 12$
7. $3y - 1 = 6x^2 + 11$
8. $2y + 2 = 2x^2 + 4$
9. $y = -2x^2 + 5x$
10. $y = -x^2 + 3x - 7$
11. $y = \frac{2}{3}x^2 + 2x - 1$
12. $y = x^2 + 8$
13. $y = -2x^2 + 5x$
14. $y = -x^2 + 3x - 1$
15. $y = 3x^2 + 2x + 1$

12.16

En esta sección, recono

¿Has estado alguna vez *os este problema.*

"Mi amiga, la profesora Smith, nos ha dado un problema", dijo el Sr. Travis cuando los estudiantes regresaron a la sala de clases.

"¿Cuál es?", preguntó Janet.

"Aquí vamos, vean lo que pueden hacer con esto", dijo el Sr. Travis y escribió el siguiente problema sobre la pizarra.

En un laboratorio, una cepa de bacterias puede doblarse en número cada 15 minutos. Suponiendo que un cultivo comienza con 60 células, utiliza una calculadora gráfica o una tabla de valores para mostrar el crecimiento de la muestra después de 2 horas. Utiliza la función $b = 60 \cdot 2^q$ *donde b es el número de células que hay luego de cuartos de hora q .*

Para trabajar en este problema, tienes que entender las funciones exponenciales. Pon atención a esta Sección y para el final sabrás cómo resolver este problema.

Orientación

Pensemos en las funciones exponenciales al analizar la siguiente situación.

Dos chicas de un pequeño pueblo una vez compartieron un secreto solo entre ellas. Aunque no lo pudieron soportar y cada una de ellas le contó el secreto a tres amigas. Por supuesto, ninguna de sus amigas pudo guardar el secreto y cada una de ellas lo contó a tres de sus amigos. Esos amigos lo contaron a tres amigos y estos últimos lo contaron a tres amigos y así sucesivamente, y muy pronto todo el pueblo conocía el secreto. ¡Ya no había nadie a quien contárselo!

Estas chicas experimentaron los sorprendentes efectos de una función exponencial.

Si comienzas con las dos chicas que contaron el secreto a tres amigas, puedes notar que lo contaron a 6 personas o $2 \cdot 3$.

Cada una de esas seis personas lo contó a otras tres, de forma que $6 \cdot 3$ *o* $2 \cdot 3 \cdot 3$ *lo contaron a 18 personas.*

TCada una de esas 18 personas lo contó a otras tres, de forma que ahora tenemos $18 \cdot 3$ *o* $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ *personas.*

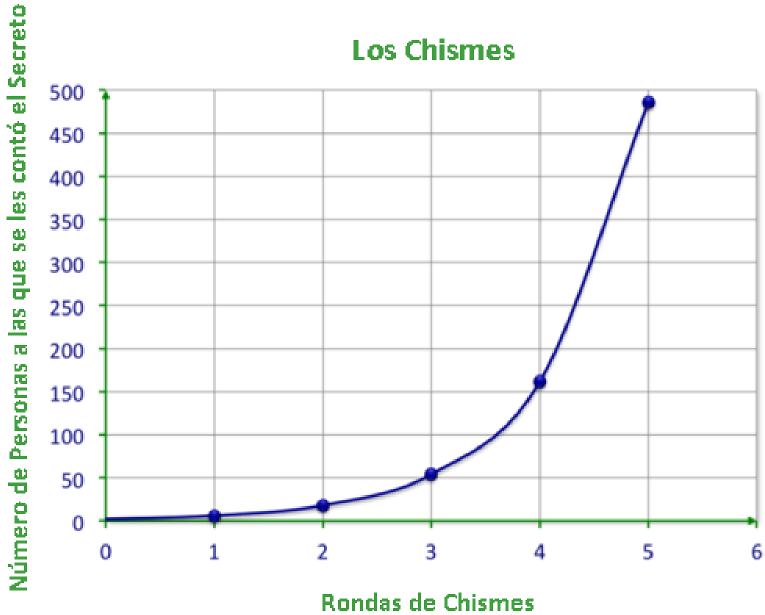
Puedes ver cómo esto va creciendo y podrías mostrar con una función el número de personas a las que se les contó el secreto en cada ronda de chismes: $y = ab^x$ *donde y es el número de personas a las que se les contó, a son las dos chicas que comenzaron el chisme, b es el número de amigos a los que cada una de ellas les contó, y x es el número de rondas de chismes que ocurrieron.*

Esto recibe el nombre de *función exponencial* —cualquier función que se puede escribir en la forma $y = ab^x$, donde a y b son constantes, siendo ,

$$a \neq 0, b > 0$$

0" class="x-ck12-math" /#38;#62; , y $b \neq 1$.

Como lo hicimos con las funciones lineales y cuadráticas, podríamos hacer una tabla de valores y calcular el número de personas a las que se les contó el secreto luego de cada ronda de chismes. Utiliza la función $y = 2 \cdot 3^x$ *donde* y *es el número de personas a las que se les contó el secreto y* x *es el número de rondas de chismes que ocurrieron.*



¿Cómo puedes saber si una función es una función exponencial?

Si la función se puede escribir en la forma $y = ab^x$ *, donde a y b son constantes, siendo*

$$a \neq 0, b > 0,$$

0," class="x-ck12-math" /#38;#62; y $b \neq 1$ *, entonces tiene que ser exponencial. En ecuaciones cuadráticas, las funciones siempre eran elevadas a la* 2^{nd} *potencia. En funciones exponenciales, el exponente es una variable. Sus gráficos tendrán una curva característica hacia arriba o abajo.*

Funciones Expor

1. $y = 2^x$
2. $c = 4 \cdot 10^d$
3. $y = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x$
4. $t = 4 \cdot 10^u$

Funciones No Ex

#38;#60;0 #38;#3

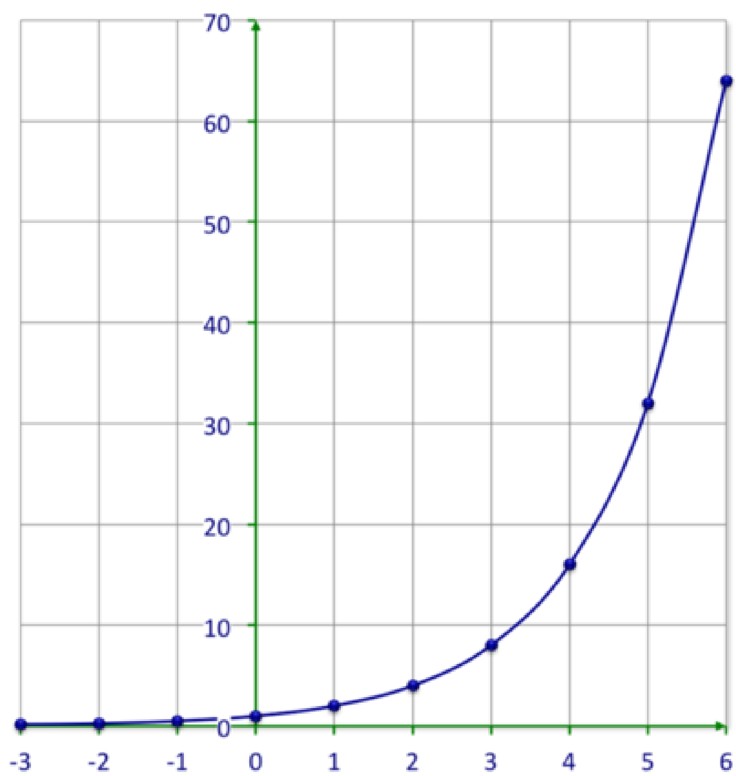
Las funciones exp ... *la que utilizamos para las funcione* ... *de y .*

Observemos lo si

Grafica $y = 2^x$ *.*

Aquí está la tabla

x



Fíjate que las formas de los gráficos no son de parábolas como en los gráficos de funciones cuadráticas. Además, a medida que el valor de x disminuye, el valor de y se acerca a cero, pero nunca lo alcanza. A medida que el valor de x disminuye aún más, el valor de y podría acercarse infinitamente a cero, pero nunca cruzará el eje x .

Identifica cada función.

Ejemplo A

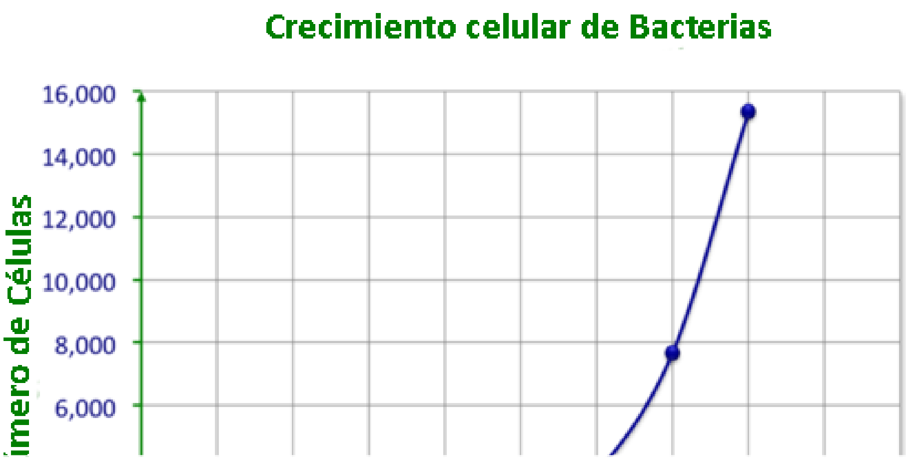
$y = 4^x$

Solución: Función exponencial.

Ejemplo B

$f(x) = 2x - 1$

Solució



Ejemplo C

$y = ax^2 - bx + c$

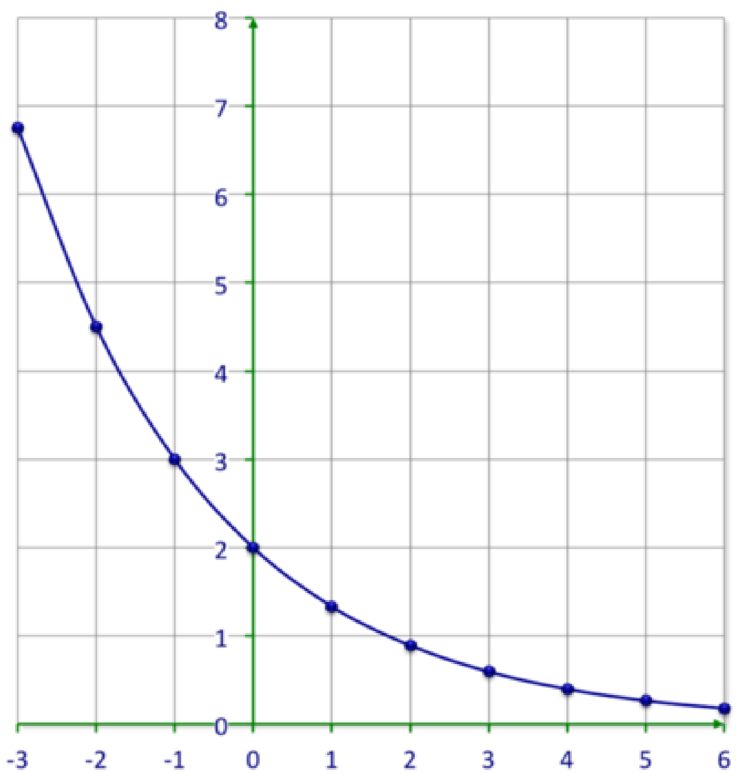
Solució

Ahora, volvamos

Primero, podem **an los valores en esa tabla.**

q

A continuación, s



Vocabulario

Funciones Expo

son resulta

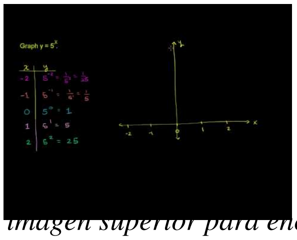
Práctica Guiad

A continuación, h

Grafica $y = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right.$

x

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63323

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Graphing Exponential Functions

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Clasifica las siguientes funciones como exponenciales o no exponenciales. Si no es exponencial, explica por qué.

1. $y = 7^x$
2. $c = -2 \cdot 10^d$
3. $y = 1^x$
4. $y = 4^x$
5. $n = 0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$
6. $y = 5 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^x$
7. $y = (-7)^x$
8. *Utiliza una tabla de valores para graficar la función* $y = 3^x$.
9. *Utiliza una tabla de valores para graficar la función* $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.
10. *¿Qué tipo de gráfico hiciste en el ejercicio número 7?*
11. *¿Qué tipo de gráfico hiciste en el ejercicio número 8?*
12. *Utiliza una tabla de valores para graficar la función* $y = -2^x$.
13. *Utiliza una tabla de valores para graficar la función* $y = 5^x$.
14. *Utiliza una tabla de valores para graficar la función* $y = -5^x$.
15. *Utiliza una tabla de valores para graficar la función* $y = 6^x$.

12.17 Crecimiento o Decaimiento Exponencial

En esta sección, distinguirás entre crecimiento y decaimiento exponencial.

¿Has estado alguna vez en un condominio? Observemos este problema.

Un complejo de condominios cobra $185 mensuales como tarifa de la asociación de propietarios. Las tarifas pueden crecer cada año debido a la inflación, pero prometen no elevar la tarifa más de 10% cada año. Aunque recuerda que si elevan la tarifa 10% el primer año, el segundo año será ahora más costoso. Si elevan la tarifa al máximo nuevamente, están aumentando en 10% la tarifa original de $185 más el ajuste del primer año. Grafica la situación en un periodo de 10 años.

¿Cuánto podría ser la tarifa de propietarios en 10 años? Utiliza la función $f = 185 \cdot 1.1^t$ *donde* f *es la tarifa luego de* t *años.*

Entender el crecimiento y decaimiento exponencial te ayudará a resolver este problema. Pon atención y abordarás este problema nuevamente al final de esta Sección.

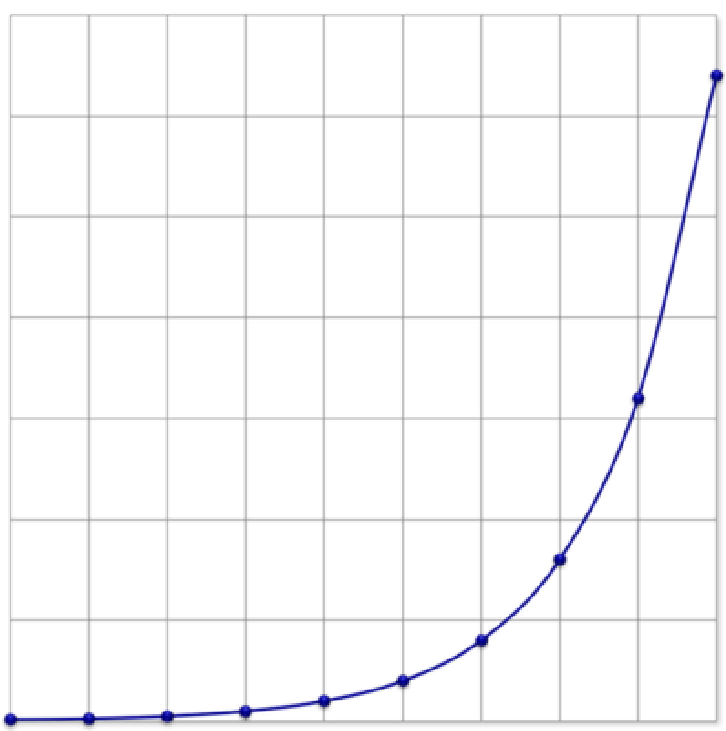
Orientación

¿Sabe cómo identificar si una función es exponencial?

Si la función se puede escribir en la forma $y = ab^x$ *, donde* a *y* b *son constantes, siendo ,*

$$a \neq 0, b > 0,$$

0," class="x-ck12-math" /#38;#62; y $b \neq 1$ *, entonces tiene que ser exponencial. En ecuaciones cuadráticas, las funciones siempre* … *una variable. Sus gráficos tendrán* …



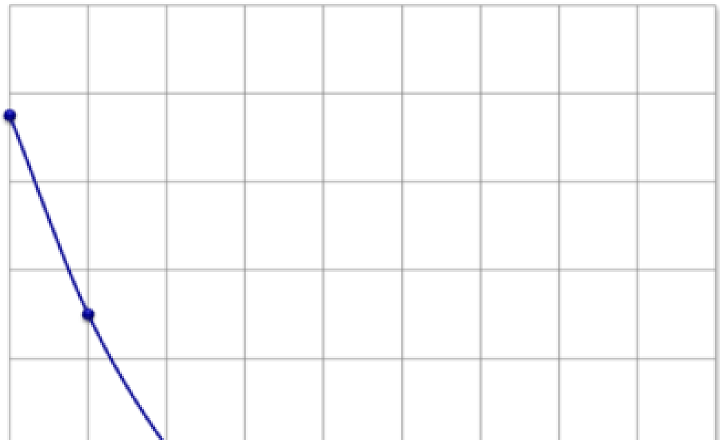
Funciones Expo…

1. $y = 2^x$
2. $c = 4 \cdot 10^d$
3. $y = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x$
4. $t = 4 \cdot 10^u$

Funciones No Ex…

#38;#60;0 #38;#3…

En algunos casos … *menta el valor de* y *.* **Esta es una r**… *lor de x aumenta, el valor de y crec* … *que el valor de x aumentó, el valor* … *gráficos de estas funciones son opu*…



También podemos anali *s.*

Una historia famosa nos cuenta sobre un cortesano que le presentó a un rey persa un hermoso tablero de ajedrez hecho a mano. El rey le preguntó que le gustaría recibir a cambio de su regalo y el cortesano sorprendió al rey al pedirle un grano de arroz en el primer cuadrado del tablero de ajedrez, dos granos de arroz en el segundo, cuatro granos en el tercero y así sucesivamente. El rey accedió y ordenó que trajeran el arroz. Ya en el cuadrado 21^{st} *se habían utilizado sobre un millón de granos de arroz y para el cuadrado* 41^{st} *se necesitó más de un cuatrillón de granos de arroz. Simplemente, no había suficiente arroz en el mundo para completar los cuadrados finales.*

Esta historia nos recuerda los aumentos drásticos que podemos ver en las funciones exponenciales. Aunque está historia es una fábula, existen muchas situaciones cotidianas en las que se puede ver el crecimiento exponencial.

Grafica cada función y determina si representará crecimiento o decaimiento exponencial.

Ejemplo A

$y = \frac{1}{2}^x$

Solución: Decaimiento exponencial.

Ejemplo B

$y = 4^x$

Solución: Crecimiento exponencial.

Ejemplo C

$y = 5^x$

Solución: Crecin

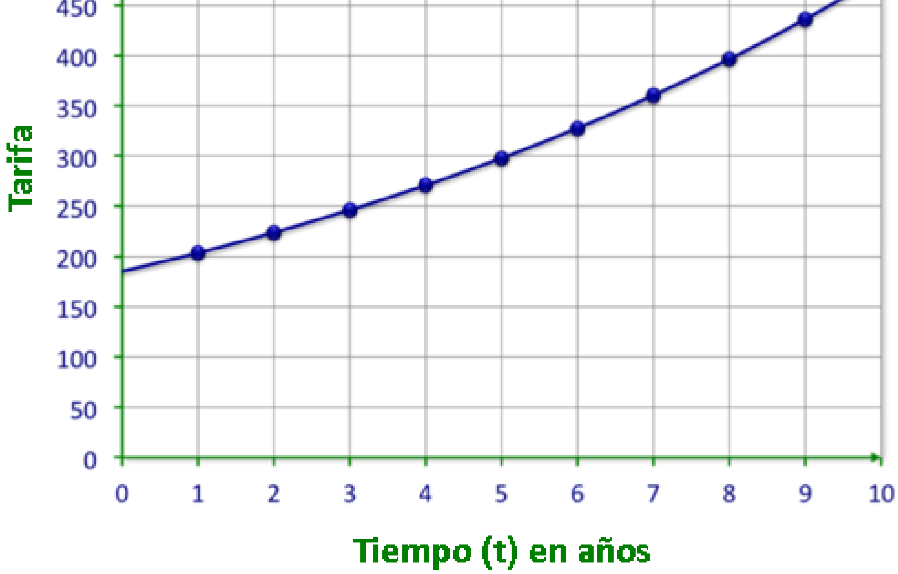
Ahora, volvamos

Primero, has una

t

0

Ahora, grafica la



Vocabulario

Funciones Exponenciales
: *son resultados que se expanden exponencialmente. El gráfico se curva hacia arriba o abajo.*

Gráfico de Crecimiento Exponencial
: *es un gráfico de relación directa en la que cada variable aumenta.*

Gráfico de Decaimiento
: *es un gráfico de relación indirecta en la que una variable aumenta a medida que la otra disminuye.*

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

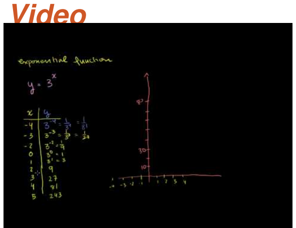
¿Representa la siguiente función una función exponencial?

$y = 3 \times 1^x$

Solución

No, no representa una función exponencial porque el valor de b es 1.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/111

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Exponential Growth Functions

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: *Instrucciones: Grafica cada función. Luego, determina si representa crecimiento o decaimiento exponencial. Habrá dos respuestas para cada problema.*

1. $y = 4^x$
2. $y = \frac{1}{2}^x$
3. $y = \frac{1}{3}^x$
4. $y = 7^x$
5. $y = 5^x$
6. $y = 2^x$
7. $y = \frac{1}{4}^x$
8. $y = \frac{3}{4}^x$
9. $y = 6^x$
10. $y = 11^x$
11. $y = 9^x$
12. $y = \frac{1}{8}^x$
13. $y = 12^x$
14. $y = \frac{2}{5}^x$
15. $y = 13^x$

12.18 Secuencias Aritméticas

En esta sección, reconocerás, extenderás y graficarás secuencias aritméticas.

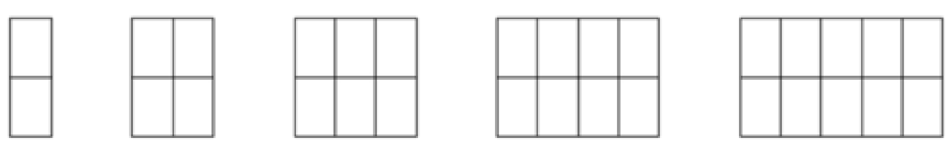
¿Sabes cómo encontrar un patrón? Observemos este problema.

$34, 38, 42, 46, 54$

Utiliza esta Sección para resolver la siguiente secuencia aritmética.

Orientación

Observa esta secuencia.



Probablemente, notes inmediatamente un patrón. Si hubiera otro grupo de cajas, probablemente adivinarías cuántas cajas debería tener.

Si vieras este mismo patrón en términos de números, se vería así:

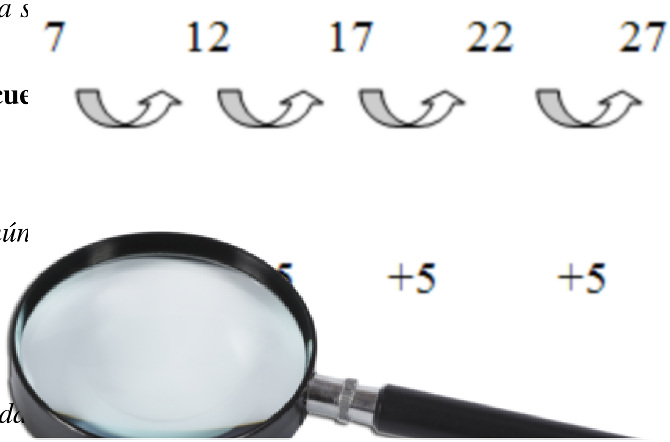
Este grupo de números recibe el nombre de ***secuencia*** **; es una serie de números que siguen un patrón.**

Si hubiera otro grupo de cajas, probablemente adivinarías que debería tener 12 cajas, ¿verdad? Igual que si agregaras otro número a la s *ia de 2 entre cada número o* términos, *,en la secuencia.*

Cuando tenemos una secue **nos, la llamamos** ***secuencia aritmética.*** **.**

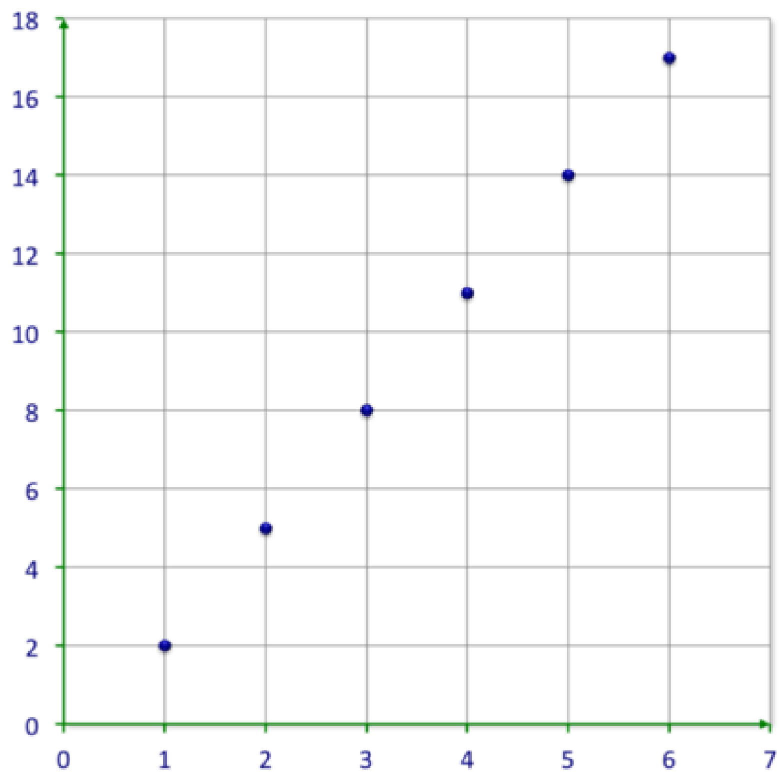
Observemos lo siguiente.

¿Cuál es la diferencia común



La diferencia es 5 entre cad

Esta es una secue **trar los patrones de números.**



Encontrar la dife *cuencias. Hemos utilizado tablas d* *útiles, porque son representaciones* *s aumentar sobre un gráfico. Enton*

Observemos lo si

Grafica la secuen

Primero, conviért *del término y los valores dependie*

Utiliza esta tabla

Puedes ver claramente el patrón sobre el gráfico. Esta es una de las cosas increíbles de graficar secuencias aritméticas.

En el gráfico que creamos en el ejemplo, cada término se expresó en un único punto. Esto recibe el nombre de ***datos discretos*** **—solo se muestran los puntos exactos.** *Este tipo de datos usualmente involucra cosas que se cuentan en números enteros, como personas o cajas. Dependiendo del tipo de situación que grafiques, podrías escoger conectar los puntos con una recta. La recta muestra que hay puntos de datos entre los puntos que hemos graficado. Esto recibe el nombre de* ***datos continuos*** **y usualmente involucra cosas como la temperatura o la longitud que puede cambiar de manera fraccional.**

Así, podemos graficar secuencias y clasificarlas como datos discretos o continuos. Aunque otra posibilidad es continuar una secuencia en cualquier dirección al agregar términos que siguen el mismo patrón.

Identifica el patrón en las siguientes secuencias.

Ejemplo A

$3, 7, 11, 15$

Solución: Sumar cuatro.

Ejemplo B

$18, 8, -2$

Solución: Restar 10.

Ejemplo C

$81, 86, 91, 96$

Solución: Sumar cinco.

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

$34, 38, 42, 46, 54$

Si observamos la diferencia entre los valores, verás que cada valor tiene sumado 8 para igualar el siguiente valor.

El patrón es sumar 8.

Esta es nuestra respuesta.

Vocabulario

Secuencia
: *es una serie de números que sigue un patrón.*

Secuencia Aritmética
: *es un número fijo entre cada uno de los términos de una secuencia.*

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

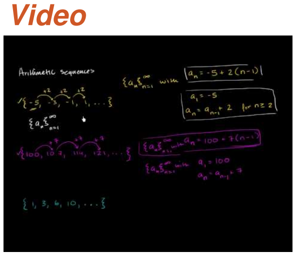
¿Cuál es la diferencia común en la siguiente secuencia?

$-15, -13, -11, -9...$

Solución

Puedes notar que se suma un dos positivo al primer valor para encontrar el segundo valor. Esto sucede en cada uno de los valores de la secuencia.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/63327

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Arithmetic Sequences

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Escribe la diferencia común para cada secuencia. Si no hay patrón, indica esto en tu respuesta.

1. -9, -7, -5, -3, -1
2. 5.05, 5.1, 5.15, 5.2, 5.25
3. 3, 6, 10, 15, 21, 28
4. 17, 14, 11, 8, 5, 2
5. 10, 9, 8, 7, 6
6. 3, 5, 7, 9, 11
7. 3, 9, 27
8. 4, 8, 16, 32
9. 2, 3, 5, 9
10. 5, 11, 23, 47
11. 16, 8, 4, 2
12. 5, 10, 15, 20
13. 3, 6, 9, 12

Instrucciones: Resuelve este problema utilizando lo que sabes de las secuencias aritméticas.

Una colonia de hormigas invade los caramelos en una tienda de dulces. El primer día, comen $\frac{1}{4}$ de un caramelo, el segundo día $\frac{1}{2}$ de un caramelo y el tercer día $\frac{3}{4}$ de un caramelo.

14. ¿Cuál es la diferencia entre cada día?
15. ¿Cuánto crees que comerán en el cuarto, quinto y sexto día?

12.19

En esta sección, recono

¿Has estado alguna vez

En el camino a casa desde la escuela el día del tour al centro de la ciudad, un montón de estudiantes se detuvo en la sala de videojuegos. Siempre era entretenido conversar, pedir algo para comer y jugar a uno o dos videojuegos. Sam y Henry comenzaron a jugar su videojuego favorito que tenía extraterrestres.

"Eso tiene mucha matemática", comentó Sasha mientras Henry estaba en su turno.

"¿Cómo lo sabes?", preguntó Henry.

"Porque la tiene", dijo Sasha de manera convincente. "Piensalo, en este videojuego un extraterrestre se divide en dos extraterrestres que luego se dividen en dos extraterrestres más cada 10 minutos"

"Buen punto, ¿cuántos extraterrestres habrían luego de que se dividieran 10 veces?", preguntó Henry.

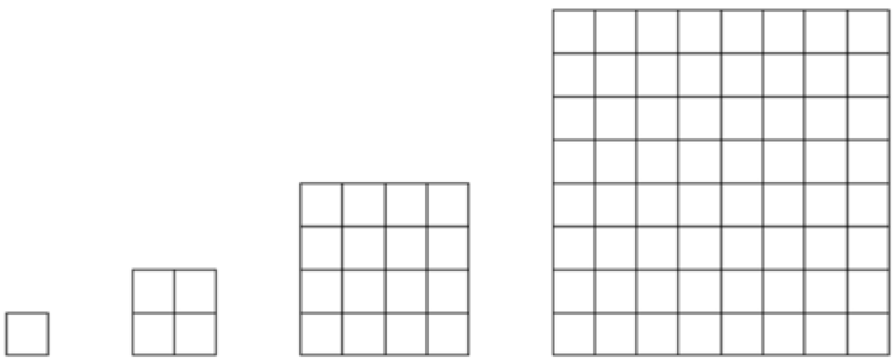
Podemos comenzar por analizar esto como un patrón de números. Esta Sección aborda los patrones y secuencias. Piensa en el videojuego, ya que tendrás que resolver la secuencia para el final de esta Sección.

Orientación

¿Has visto algun *ncias que siguen patrones.*

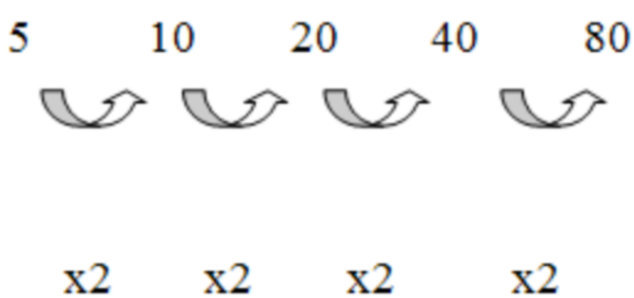
Una secuencia a

Ahora, observa la



¿Puedes ver un patrón? Las cajas aumentan cada vez. Utilizando números, la secuencia se podría escribir como 1, 4, 16, 64. Incluso podrías adivinar lo que sigue. ¿Existe una diferencia común entre los términos? No realmente. Existe una diferencia de 3 entre los dos primeros términos, 12 entre el segundo y tercer término, y 48 entre el tercer y cuarto término. Si adivinaste que lo que seguiría es 256 es porque encontraste el patrón. Notaste que para obtener el siguiente término, tienes que **multiplicar por 4** *en vez de sumar un número determinado.*

Esta es una ***secuencia geo*** **se encuentran mediante la multiplicación de un núme** *situación anterior, la razón común es 4.*



Una vez que conoces la razó *ón.*

Observemos lo siguiente.

¿Cuál es la razón común ent

La razón es 2 entre cada número.

Puedes ver cómo saber la razón común nos ayuda a resolver problemas.

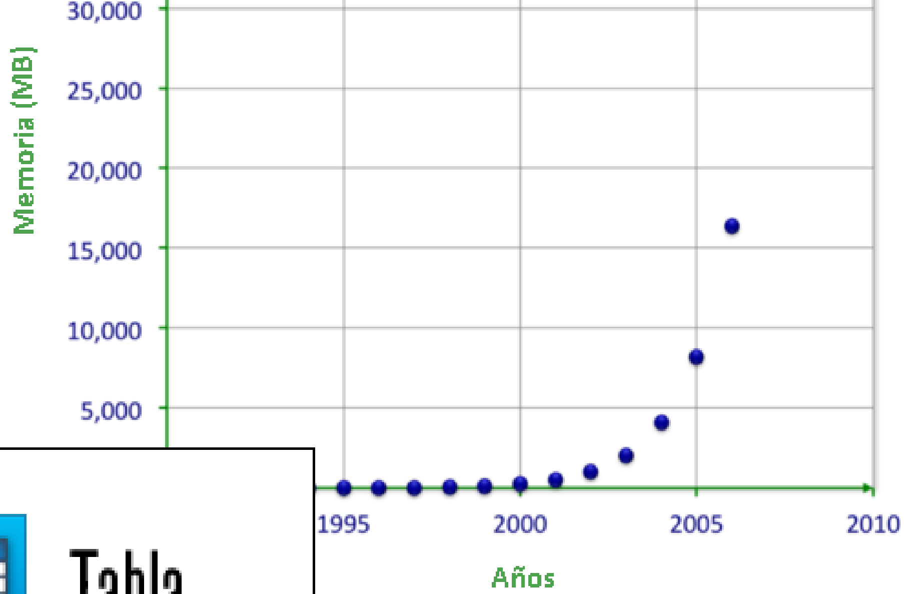
Considera la siguiente secuencia:

¿No intenta tu ce ... ón común aquí es 3. Así que el sigu ... smo proceso para encontrar el térm ...

Igual que como l ... cias geométricas. Utilizaremos el n ... cartesiano para ubicar los puntos ...

Observemos esta

La cantidad de m ... lad de espacio se ... abla de valores y ...



Haz clic en la imagen superior para ver la tabla

Encuentra la razón común para cada secuencia.

Ejemplo A

$2, 4, 8, 16$

Solución: 2 **es la razón común.**

Ejemplo B

$1, 7, 49, 343$

Solución: 7 **es la razón común.**

Ejemplo C

$400, 100, 25$

Solución: $\frac{1}{4}$ **es la razón común.**

Ahora, volvamos al problema del comienzo de esta Sección.

Podemos escribir un patrón de números.

2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024

Habrá 1024 extraterrestres luego de 10 divisiones.

Esta es la respuesta al problema.

Vocabulario

Secuencia
es una serie de números que sigue un patrón.

Secuencia Geométrica

es una secuencia en la que encuentras los términos mediante la multiplicación de un número fijo por una razón común.

Práctica Guiada

A continuación, hay un ejercicio para que lo intentes resolver solo.

Encuentra la razón común en la secuencia.

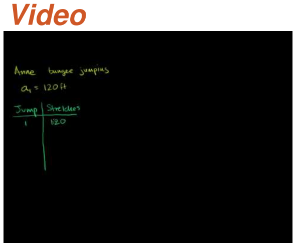
$\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$

Solución

Cada uno de los valores se dividió en la mitad. Por lo tanto, la razón común es $\frac{1}{2}$.

Esta es la respuesta.

Revisión en Video



MEDIA

Click image to the left or use the URL below.

URL: http://www.ck12.org/flx/render/embeddedobject/113

Haz clic en la imagen superior para encontrar más información

Geometric Sequences

**video disponible solo en inglés*

Práctica

Instrucciones: Encuentra la razón común entre cada término.

1. $-4, 20, -100, 500, -2500$
2. $60, 15, \frac{15}{4}, \frac{15}{16}$
3. $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$, *1, 2*
4. $3, 6, 12, 18$
5. $4, 2, 1, .5, .25$
6. $12, 24, 48$
7. $\frac{1}{2}, 1, 2$
8. $100, 50, 25, 12.5$

Instrucciones: Identifica las siguientes secuencias como aritméticas, geométricas o ninguna de ellas. En las secuencias aritméticas, encuentra la diferencia común. En las secuencias geométricas, encuentra la razón común.

9. *1, 4, 7, 10, 13*
10. *180, 60, 20,* $6\frac{2}{3}$
11. *102, 94, 86, 78*
12. *18, 27, 35, 43, 50*
13. *5, -50, 500, -5000, 50000*
14. $\frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{24}, \frac{1}{48}$
15. $99, 33, 11$

Resumen

Iniciaste este capítulo aprendiendo sobre los polinomios. En un comienzo, aprendiste a identificar monomios, binomios, trinomios y polinomios. Los escribiste en forma estándar y los clasificaste de acuerdo a su grado. Luego, viste la simplificación de polinomios, la evaluación de expresiones, y la suma y resta de polinomios. A continuación, aprendiste a multiplicar monomios y aplicaste las propiedades para calcularlo. Esto te ayudó a aprender diferentes reglas. También aprendiste a multiplicar binomios mediante el método de FOIL.

Identificaste parábolas, sus gráficos y ecuaciones. Aprendiste cómo las ecuaciones cuadráticas están conectadas con parábolas y completaste problemas que involucraban ecuaciones cuadráticas, tablas y gráficos. Luego, aprendiste sobre las funciones cuadráticas y sus gráficos.

Finalmente, exploraste las funciones exponenciales, incluyendo crecimiento y decaimiento exponencial. Luego, aprendiste la diferencia entre secuencias aritméticas y geométricas. Aprendiste cómo identificar estas secuencias, encontrar diferencias en patrones e identificar razones comunes. Esto concluyó tu trabajo en este capítulo.