

Materia: Matemática de Octavo

Tema: Operaciones en \mathbb{Q} – Sustracción de fracciones con igual denominador

La sustracción de fracciones con igual denominador la podemos definir como:

Sean $\frac{a}{c}, \frac{b}{c} \in \mathbb{Q}$, $c \neq 0$, entonces $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$, donde “ c ” es un denominador común.

esto es “para restar dos o más fracciones con un mismo denominador, se coloca el mismo denominador y se restan los numeradores”

Por ejemplo: si el denominador de dos fracciones es seis, entonces, ambas fracciones se han dividido en seis partes iguales.

Gráficamente si queremos representar las fracciones $\frac{4}{6}$ y $\frac{2}{6}$ tenemos:



Si ahora las restamos

$$\frac{4}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4-2}{6} = \frac{2}{6} \quad \text{[Diagram: 6 segments, 2 purple, 4 white]} \quad = \quad \frac{1}{3} \quad \text{[Diagram: 3 segments, 1 purple, 2 white]}$$

Es importante destacar que $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a}{c} + \left(-\frac{b}{c}\right)$, lo que es una suma algebraica de racionales con signos diferentes.

Debemos recordar que al igual que en las operaciones en \mathbb{Z} , los racionales con igual signo se suman y con diferente signo se restan. Cuando restamos, debemos colocar el signo del número que tiene mayor valor absoluto.

Ejemplos: efectúa y simplifica siempre que sea posible:

$$(1.) \frac{7}{8} - \frac{3}{8} - \frac{5}{8} = \frac{7-3-5}{8}$$

colocamos el mismo denominador que es 8 y en el numerador colocamos los números de los numeradores con los signos respectivos

$$= \frac{7-8}{8}$$

sumamos los números con signos iguales -3 y -5

$$= -\frac{1}{8}$$

restamos los números con signos diferentes 7 y -8 y colocamos signo "menos" al resultado ya que $8 > 7$

$$(2.) 5\frac{5}{9} - 2\frac{1}{9}$$

Este ejercicio lo podemos resolver de dos maneras:

- (i.) Escribimos los números mixtos como una suma, restamos los números enteros y las fracciones entre sí, respectivamente, y finalmente escribimos el resultado como un número mixto, así:

$$\begin{aligned} (a.) \quad 5 + \frac{5}{9} - \left(2 + \frac{1}{9}\right) &= 5 + \frac{5}{9} - 2 - \frac{1}{9} \\ &= (5 - 2) + \left(\frac{5}{9} - \frac{1}{9}\right) = 3 + \frac{4}{9} \\ &= 3\frac{4}{9} \end{aligned}$$

¿Qué ocurre si el minuendo es mayor que el sustraendo al realizar la resta de enteros?

Veamos:

$$(b.) \quad 2\frac{5}{9} - 5\frac{1}{9}$$

el minuendo 2 es menor que el sustraendo 5

$$= 2 + \frac{5}{9} - \left(5 + \frac{1}{9}\right)$$

escribimos los números mixtos como una suma

$$= (2 - 5) + \left(\frac{5}{9} - \frac{1}{9}\right)$$

agrupamos a los enteros y a las fracciones y restamos

$$= -3 + \frac{4}{9}$$

Debido a que la expresión $-3 + \frac{4}{9}$ no es un número mixto, hacemos lo siguiente:

$$= -\frac{27}{9} + \frac{4}{9}$$

hallamos una fracción equivalente a -3 , tal que el denominador sea 9, o lo que es lo mismo, amplificamos por 9

$$= \frac{-27 + 4}{9}$$

restamos y colocamos el signo del número que tiene mayor valor absoluto ($27 > 4$)

$$= -\frac{23}{9}$$

convertimos la fracción impropia a número mixto

$$= -2\frac{5}{9}$$

NOTA IMPORTANTE

No debe confundirse: $-3 + \frac{4}{9} \neq -3\frac{4}{9} \Rightarrow -\frac{23}{9} \neq -\frac{31}{9}$

¿Qué ocurre si el minuendo es mayor que el sustraendo al realizar la resta de las fracciones?

Veamos:

$$(c.) \quad 5\frac{1}{9} - 2\frac{5}{9}$$

el minuendo $\frac{1}{9}$ es menor que el sustraendo $\frac{5}{9}$

$$= 5 + \frac{1}{9} - \left(2 + \frac{5}{9}\right)$$

escribimos los números mixtos como una suma

$$= (5 - 2) + \left(\frac{1}{9} - \frac{5}{9}\right)$$

agrupamos a los enteros y a las fracciones y restamos

$$= 3 - \frac{4}{9}$$

hallamos una fracción equivalente a 3, tal que el denominador sea 9, o lo que es lo mismo, amplificamos por 9

$$= \frac{27}{9} - \frac{4}{9}$$

restamos y colocamos el signo del número que tiene mayor valor absoluto ($27 > 4$)

$$= \frac{27-4}{9} = \frac{23}{9}$$

convertimos la fracción impropia a número mixto

$$= 2\frac{5}{9}$$

- (ii.) Convertimos los números mixtos en fracciones impropias y luego sumamos, así:

$$\begin{array}{l} 5\frac{5}{9} = \frac{50}{9} \\ 2\frac{1}{9} = \frac{19}{9} \end{array} \rightarrow \frac{50}{9} + \frac{19}{9} = \frac{50 + 19}{9} = \frac{69}{9}$$

Si convertimos la fracción impropia obtenida $\frac{69}{9}$ a número mixto, tenemos que es igual a $7\frac{6}{9}$ (resultado (i.) (a.)).

EJERCICIOS PROPUESTOS

Efectúa y simplifica siempre que sea posible:

(a.) $\frac{2}{9} - \frac{4}{9} - \frac{6}{9}$

(b.) $16\frac{1}{5} - 4\frac{3}{5} - 2\frac{2}{5}$

(c.) $\frac{23}{84} - \frac{9}{84} - \frac{11}{84}$

(d.) $1\frac{1}{8} - 1\frac{5}{8}$

(e.) $\frac{15}{4} - \frac{9}{4} - \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$

(f.) $83\frac{11}{74} - 19\frac{21}{74}$

(g.) $\frac{19}{18} - \frac{8}{18} - \frac{6}{18}$

(h.) $27\frac{5}{18} - 32\frac{7}{18} - 8\frac{9}{18}$

(i.) $\frac{16}{50} - \frac{25}{50} - \frac{3}{50} - \frac{30}{50}$

(j.) $5\frac{3}{12} - 2\frac{7}{12} - 3\frac{4}{12}$

(k.) $\frac{11}{11} - \frac{4}{11} - \frac{2}{11} - \frac{5}{11}$

(l.) $7\frac{15}{20} - 5\frac{1}{20} - 3\frac{2}{20}$

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

(a.) $-\frac{8}{9}$

(b.) $9\frac{1}{5}$

(c.) $\frac{1}{28}$

(d.) $-\frac{1}{2}$

(e.) $\frac{1}{2}$

(f.) $63\frac{32}{37}$

(g.) $\frac{5}{18}$

(h.) $-13\frac{11}{18}$

(i.) $-\frac{21}{25}$

(j.) $-\frac{2}{3}$

(k.) 0

(l.) $-\frac{2}{5}$