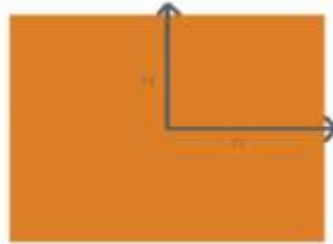


Suma de vectores

Estás con un amigo tirando de una caja por el suelo. Sin embargo, cada uno de ustedes está tirando en un ángulo diferente. Un diagrama de sus esfuerzos se ve así:



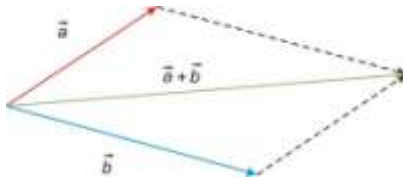
Cada una de estas fuerzas es un vector. ¿Se puede determinar la fuerza neta que tú y tu amigo están aplicando a la caja? Para saber el resultado neto del esfuerzo, es necesario sumar los vectores para cada una de las fuerzas. A final de este concepto, serás capaz de saberlo.

Marco Teórico

La suma de dos o más vectores se llama la **resultante** de los vectores. Hay dos métodos que podemos utilizar para encontrar la resultante: el método de paralelogramo y el método del triángulo.

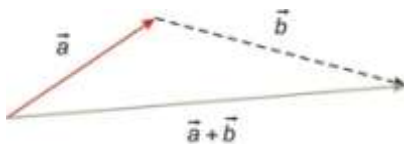
El método de paralelogramo: Para utilizar el método de paralelogramo, dibujamos los vectores para que sus puntos iniciales se encuentren. A continuación, trazamos las líneas para formar un paralelogramo. La resultante es la diagonal desde el punto inicial hasta el vértice opuesto del paralelogramo.

Es importante tener en cuenta que no podemos utilizar el método de paralelogramo para encontrar la suma de un vector con sí mismo.

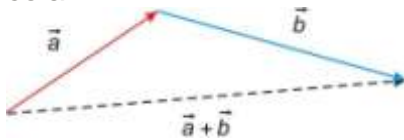


Para encontrar la suma del vector resultante, volveremos a utilizar una regla y un transportador para encontrar la magnitud y dirección.

Si se mira de cerca, te darás cuenta de que el método de paralelogramo es realmente una versión del triángulo o método de punta a cola. Si nos fijamos en la parte superior de la figura anterior, se puede ver que una parte de nuestro paralelogramo es realmente vector b trasladado.



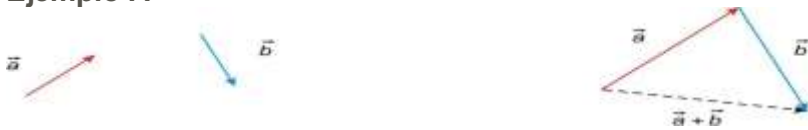
El método del triángulo: Para utilizar el método del triángulo, trazamos los vectores, uno tras otro, y colocamos el punto inicial del segundo vector en el punto donde el primer vector termina. A continuación, se dibuja el vector resultante desde el punto inicial del primer vector hasta el punto de la segunda terminal de vector. Este método también se conoce como el método de punta-a-cola.



Para encontrar la suma del vector resultante usaríamos una regla y un transportador para encontrar la magnitud y dirección.

El vector resultante puede ser mucho más largo que cualquiera de \vec{a} o \vec{b} , o puede ser más corto. A continuación, se presentan algunos ejemplos más del método del triángulo.

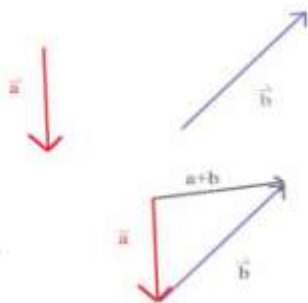
Ejemplo A



Ejemplo B

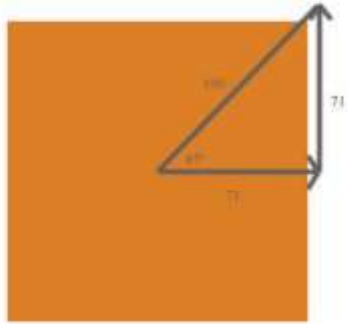


Ejemplo C



Solución del ejemplo inicial

Un diagrama método del triángulo de los vectores que se añade es la siguiente:



Como puede ver, la fuerza resultante tiene una magnitud de 100 Newton en un ángulo de 45°

Propiedades de la suma de vectores

1. Asociativa:

Para todo vector \vec{a} , \vec{b} y \vec{c} , independientemente de su espacio o dimensión, se cumple:

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

Ejemplo:

$$\vec{a} = (1, 0)$$

$$\vec{b} = (2, -1)$$

$$\vec{c} = (3, 1)$$

Solución:

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

$$[(1, 0) + (2, -1)] + (3, 1) = (1, 0) + [(2, -1) + (3, 1)]$$

$$(3, -1) + (3, 1) = (1, 0) + (5, 0)$$

$$(6, 0) = (6, 0)$$

2. Conmutativa

Para todo vector $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ el orden de efectuar la operación suma no cambia el resultado.

Ejemplo:

$$\vec{a} = (3, 2)$$

$$\vec{b} = (2, -2)$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

$$(3,2) + (2, -2) = (2, -2) + (3,2)$$

$$(5,0) = (5,0)$$

3.Elemento neutro: Existe un **vector** $\vec{0} = (0,0)$, llamado vector nulo o elemento neutro en la suma de adición de vectores, tal que para todo vector \vec{a} independientemente de las componentes de \vec{a} , se cumple que: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$
Ejemplo:

Dados los vectores $\vec{a} = (3,0)$, $\vec{b} = (-3,0)$ la suma $\vec{a} + \vec{b} = (0,0)$ es el vector nulo.

4.Elemento opuesto: Para todo vector \vec{a} existe otro vector $-\vec{a}$ tal que se cumple:

$$\vec{a} + (-\vec{a}) = 0$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Dados los vectores

$$\vec{a} = (1,0); \vec{b} = (2,0)$$

Halla:

$$\vec{a} + \vec{b}$$

Solución:

$$\vec{a} + \vec{b} = (1,0) + (2,0)$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (3,0)$$

2. Dados los vectores

$$\vec{a} = (1,0); \vec{c} = (1,2)$$

Halla:

$$\vec{a} + \vec{c}$$

Solución:

$$\vec{a} + \vec{c} = (1,0) + (1,2)$$

$$\vec{a} + \vec{c} = (3,2)$$

3. Dados los vectores

$$\vec{b} = (2,0); \vec{d} = (4,3)$$

Halla:

$$\vec{b} + \vec{d}$$

Solución:

$$\vec{b} + \vec{d} = (2,0) + (4,3)$$

$$\vec{b} + \vec{d} = (6,3)$$

4. Dados los vectores

$$\vec{b} = (2,0); \vec{c} = (1,2)$$

$$\vec{b} + \vec{c}$$

Solución:

$$\vec{b} + \vec{c} = (2,0) + (1,2)$$

$$\vec{b} + \vec{c} = (3,2)$$

5. Dados los vectores, aplica la propiedad conmutativa de la adición de vectores que corresponde.

$$\vec{b} = (2,0); \vec{c} = (1,2)$$

Solución:

$$\vec{b} + \vec{c} = \vec{c} + \vec{b}$$

$$(2,0) + (1,2) = (1,2) + (2,0)$$

$$(3,2) = (3,2)$$

6. Dados los vectores, aplica la propiedad conmutativa de la adición de vectores que corresponde.

$$\vec{b} = (3,0); \vec{c} = (1,2)$$

Solución:

Solución:

$$\vec{b} + \vec{c} = \vec{c} + \vec{b}$$

$$(3,0) + (1,2) = (1,2) + (3,0)$$

$$(4,2) = (4,2)$$

7. Dados los siguientes vectores, aplica la propiedad asociativa.

$$\vec{a} = (4,0)$$

$$\vec{b} = (3,-2)$$

$$\vec{c} = (4,1)$$

Solución:

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

$$[(4,0) + (3,-2)] + (4,1) = (4,0) + [(3,-2) + (4,1)]$$

$$(7,-2) + (4,1) = (4,0) + (7,-1)$$

$$(11,-1) = (11,-1)$$

8. Dados los siguientes vectores, aplica la propiedad asociativa.

$$\vec{a} = (3,2)$$

$$\vec{b} = (-2,1)$$

$$\vec{c} = (3,1)$$

Solución:

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

$$[(3,2) + (-2,1)] + (3,1) = (3,2) + [(-2,1) + (3,1)]$$

$$(1,3) + (3,1) = (3,2) + (1,2)$$

$$(4,4) = (4,4)$$

9. Dados los vectores

$$\vec{a} = (2,0), \vec{b} = (-2,0).$$

Aplica la propiedad de la adición.

Solución:

$$\vec{b} + \vec{c} = \vec{c} + \vec{b}$$

$$(2,0) + (-2,0) = (-2,0) + (2,0)$$

$$(0,0) = (0,0)$$

la suma $\vec{a} + \vec{b} = (0,0)$ es el vector nulo o elemento neutro.

10. Dados los vectores, aplica la propiedad conmutativa de la adición de vectores que corresponde.

$$\vec{b} = (4,1); \vec{c} = (1,2)$$

Solución:

$$\vec{b} + \vec{c} = \vec{c} + \vec{b}$$

$$(4,1) + (1,2) = (1,2) + (4,1)$$

$$(5,3) = (5,3)$$

Glosario

Método Paralelogramo: El *método de paralelogramo* es un método de adición de vectores mediante la creación de un paralelogramo de los dos vectores que se añaden.

Resultante: Un *resultante* es un vector que representa la suma de dos o más vectores.

Método Triángulo: El *método del triángulo* es un método de adición de vectores mediante la conexión de la cola de un vector a la cabeza de otro vector.

Otras Referencias

Videos.

