SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Un sistema de ecuaciones lineal es un conjunto de ecuaciones de la forma: $\begin{Bmatrix} Ax + By = C \\ Dx + Ey = F \end{Bmatrix}$, donde las variables están elevadas a la 1. Resolver un sistema de ecuaciones es encontrar el punto o los puntos donde dos o más rectas se encuentran en el plano real. Si el sistema no tiene soluciones, es porque las rectas nunca llegan a encontrarse (esto ocurre cuando las rectas tengan pendiente iguales).

Si la situación matemática me plantea dos incógnitas, obligatoriamente necesitaré dos o más ecuaciones. En ningún caso, podré tener más incógnitas que ecuaciones.

Los sistemas de ecuaciones son Compatibles cuando tienen solución. Esta solución puede ser ÚNICA, y entonces el sistema será Compatible Determinado. Si el sistema tiene soluciones INFINITAS, el sistema será Compatible Indeterminado. Si el sistema no tiene solución diremos que es Incompatible.

Para resolver los sistemas de ecuaciones aplicaremos tres métodos analíticos: Igualación, Sustitución y Reducción. También se puede solucionar un sistema de ecuaciones Graficando de las Rectas en el Plano Real. Veamos los métodos analíticos, y para ello nos valdremos de un único sistema:

$$\begin{Bmatrix} 5x - 2y = 4 \\ 2x + 3y = 13 \end{Bmatrix}$$

La ventaja de trabajar con un sistema cada uno de los métodos, en este momento inicial, es que nos permite darnos cuenta que, sin importar el método que escojamos para trabajar, siempre debemos llegar a los mismos resultados. La práctica de ejercicios, y mis cualidades cognitivas, me permitirán ir descubriendo cuál de los métodos manejo de mejor forma.

MÉTODO DE IGUALACIÓN:

Paso 1: Elijo una variable o incógnita y la despejo en ambas ecuaciones.

$$x = \frac{4 + 2y}{5}$$

$$x = \frac{13 - 3y}{2}$$

Paso 2: Siguiendo la propiedad de transitividad, IGUALO lo despejado, obteniendo entonces una sola ecuación con una sola incógnita.

$$\frac{2y+4}{5}=\frac{13-3y}{2}$$

Paso 3: Desarrollo la ecuación planteada hasta hallar el valor de la incógnita.

$$\frac{4y+8}{10}=\frac{65-15y}{10}$$

$$4y+15y=65-8$$

$$19y=57$$

$$y=\frac{57}{19}=\frac{3.19}{19}$$

$$y=3$$

Paso 4: Regreso a cualquiera de los despejes realizados en el paso 1, sustituyo el valor de la incógnita ya conocido y desarrollo la ecuación hasta hallar el valor de la segunda incógnita.

$$x=\frac{2y+4}{5}$$

$$x=\frac{2.(3)+4}{5}$$

$$x=\frac{6+4}{5}=\frac{10}{5}=\frac{2.5}{5}$$

$$x=2$$

El punto del plano real donde las dos rectas se encuentran es el punto (2,3). Es un sistema Compatible Determinado.

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN:

Paso 1: Elijo una incógnita y una ecuación. Despejo la incógnita elegida en la ecuación seleccionada.

$$x = \frac{2y+4}{5}$$

Paso 2: SUSTITUYO el valor del despeje realizado, en el lugar de la incógnita de la otra ecuación. Al hacer esto, obtengo una sola ecuación, con una sola incógnita.

$$2\left(\frac{2y+4}{5}\right) + 3y = 13$$

Paso 3: Desarrollo la ecuación planteada hasta hallar el valor de la incógnita.

$$\left(\frac{4y+8}{5}\right) + 3y = 13$$

$$\frac{4y+8+15y}{5} = \frac{65}{5}$$

$$19y = 57$$

$$y = \frac{57}{19} = \frac{3.19}{19}$$

$$y = 3$$

Paso 4: Regreso al despeje realizado en el paso 1, sustituyo el valor de la incógnita ya conocido, y desarrollo la ecuación hasta hallar el valor de la segunda incógnita.

$$x = \frac{2y+4}{5}$$

$$x = \frac{2.(3)+4}{5}$$

$$x = \frac{6+4}{5} = \frac{10}{5} = \frac{2.5}{5}$$

$$x = 2$$

El punto del plano real donde las dos rectas se encuentran es, efectivamente, el punto (2,3). Es un sistema Compatible Determinado.

MÉTODO DE REDUCCIÓN (O ELIMINACIÓN):

Paso 1: En caso de ser necesario, reorganizar el sistema de ecuaciones, de tal manera que queden perfectamente alineadas las variables correspondientes y el término independiente.

$\begin{Bmatrix} 5x - 2y = 4 \\ 2x + 3y = 13 \end{Bmatrix}$ En este caso, no era necesario. Ya estaban alineadas.

Paso 2: Elijo una variable a reducir, y multiplico ambas ecuaciones por números que me permitan eliminar esa variable a través de una suma algebraica. Es importante tener en cuenta que debo multiplicar TODA LA ECUACIÓN por el número seleccionado. Recordemos que una Ecuación es una Igualdad, y en ningún caso debo alterar esa igualdad.

$$\begin{Bmatrix} (3)5x - 2y = 4 \\ (2)2x + 3y = 13 \end{Bmatrix} \qquad \begin{Bmatrix} 15x - 6y = 12 \\ 4x + 6y = 26 \end{Bmatrix}$$

Paso 3: Realizo la suma algebraica. De ahí la importancia de alinear perfectamente variables y términos independientes. Entonces, obtengo una ecuación, con una sola incógnita.

$$19x = 38$$

Paso 4: Desarrollo la ecuación planteada hasta hallar el valor de la incógnita.

$$x = \frac{38}{19} = \frac{2.19}{19}$$
$$X = 2$$

Paso 5: Regreso a cualquiera de las ecuaciones iniciales, sustituyo el valor de la incógnita ya conocido, y desarrollo la ecuación hasta hallar el valor de la segunda incógnita.

$$y = \frac{13 - 2x}{3} = \frac{13 - 2(2)}{3} = \frac{13 - 4}{3} = \frac{9}{3} = \frac{3.3}{3}$$
$$y = 3$$

Por tercera ocasión, el punto del plano real donde las dos rectas se encuentran es el punto (2,3). Es un sistema Compatible Determinado.

EJERCICIOS PARA SER RESUELTOS POR TI. Presta atención al método que se solicita.

$$\left.\begin{cases} 3x - 10 = 4y \\ 4x + 3y = -2 \end{cases}\right\}\textbf{IGUALACIÓN}$$

$$\left.\begin{cases} 2(x-3) = 4y - 1 \\ \dfrac{3 + (x-1)}{2} = \dfrac{2y}{3} - 4 \end{cases}\right\}\textbf{SUSTITUCIÓN}$$

$$\left.\begin{cases} 3m - 4t = 2 + 3\left(\dfrac{m}{5} + t\right) \\ 6t = 12m - 2(t+1) \end{cases}\right\}\textbf{REDUCCIÓN}$$

$$\left.\begin{cases} \dfrac{-1}{2}u - \dfrac{1}{3}w = \dfrac{1}{6} \\ 4u + 9w = \dfrac{-1}{5} \end{cases}\right\}\textbf{SUSTITUCIÓN}$$

$$\left.\begin{cases} 4h - 2f = \dfrac{3}{2}(-x + f - 6) \\ 12h = \dfrac{2}{3}(4 - 3f) \end{cases}\right\}\textbf{REDUCCIÓN}$$

Lo ideal sería que, una vez realizado el ejercicio por el método solicitado, lo resuelvas también por los otros dos métodos no solicitados.