

# 4

4ta Unidad

## Números Enteros

### 4.5 Símbolos de Agrupación, Eliminación de Símbolos de Agrupación.

Resolver una situación a veces implica desvanecer las barreras que nos separan de ella, para quedar con la esencia y poder atenderla de forma simple.

### Descripción

**Símbolos de agrupación**

**Nota:** hay dos exponentes que son resta, debemos colocarlos entre paréntesis porque es la forma correcta de indicar que ambos términos de la resta son parte de la suma total.

Aunque pueda parecer innecesario, será de gran utilidad que te habilites a escribir de forma correcta para evitar errores cuando haya variaciones, en el siguiente ejercicio verás a lo que nos referimos.

Efectuamos las operaciones del exponente:  
Operamos las sumandos que contienen  $x$  entre sí y los sumandos enteros entre sí  
 $3x + x$  es  $4x$ , menos  $4x$  es cero. Y  $3 + 2$  es  $5$ .

Operaciones del Exponente  
 $3x + (x - 3) + (2 - 4x) = 3x + x - 3 + 2 - 4x$   
 $= 4x - 1 - 4x$   
 $= -1$

Colocamos  $-1$  como exponente resultante.  $(-a)^{3x + (x - 3) + (2 - 4x)} = (-a)^{-1}$

**3. Potencia con Exponente Negativo:** toda potencia con exponente negativo es igual al inverso con exponente positivo.  
 $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

**4. Multiplicación de Potencias con Igual Base:** Cuando se multiplican potencias de igual base, se coloca la misma base y se suman los exponentes.  
 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Efectuamos las operaciones del exponente.  
Operamos las sumandos que contienen  $x$  entre sí y los sumandos enteros entre sí, en el numerador y denominador.

**Corchete:**  $-1$  y  $-6$  tienen signos diferentes. Aplica la suma de enteros con distintos signos.  
Suma  $-1 + (-6) = -7$

**Multiplicación por Corchete:**  $-3$  y  $+7$  tienen signos diferentes. Aplica el producto de enteros con distintos signos.  
Producto  $-3 \cdot (-7) = 21$

**NÚMEROS ENTEROS. Eliminación de Símbolos de Agrupación.**

Ya aprendimos que los símbolos de agrupación asocian cantidades de tal manera que la operación que se encuentra dentro de ellos tiene prioridad. Para agrupar varios términos o factores independientes se utiliza **paréntesis**. Para agrupar varios términos o factores con paréntesis se utiliza **corchete**. Para agrupar términos o factores compuestos con paréntesis, corchete y términos sencillos se utiliza **llave**.

**Eliminación de Símbolos de Agrupación.** Es un procedimiento, basado principalmente en la **Propiedad Distributiva de la Multiplicación Respecto a la Suma**, cuya objetivo es eliminar todos los símbolos de agrupación presentes en una expresión.

**Ejemplo 1.** Elimine símbolos de agrupación y calcule el valor:  $(-5) \cdot [4 + (-7) + 1]$

Tenemos un **paréntesis** multiplicando a un **corchete** que contiene una suma de tres sumandos.

**Nota:** El paréntesis que está dentro del corchete no está agrupando sumandos a factores, está para separar el signo  $+$  de operación del signo  $-$  del número negativo  $(-7)$ .

Aplicaremos **Propiedad Distributiva de  $(-5)$  respecto a la suma del corchete**.

**¿Qué tenemos ahora?**

Tenemos tres sumandos, cada uno es un producto de dos números enteros. Aplicamos las reglas para multiplicación de enteros en cada caso.

$(-5) \cdot 4 = -20$ ,  $(-5) \cdot (-7) = 35$ ,  $(-5) \cdot 1 = -5$

Ahora efectuamos la suma de enteros. Primero las **negativas** entresí y luego con el positivo.

Hemos desarrollado el proceso de **Eliminación de Símbolos de Agrupación** y calcula de valor.

Conocimos los símbolos de agrupación cuando empezamos a trabajar con las propiedades de los números naturales. Ellos nos permiten asociar números estableciendo la prioridad de las operaciones que los relacionan. De esta manera sabemos que las operaciones contenidas dentro de un signo de agrupación se ejecutan primero.

Pero, ¿Qué sucede si no queremos en primer lugar ejecutar las operaciones contenidas en ellos? ¿Qué sucede si en lugar de números son letras las que están relacionadas mediante operaciones elementales y contenidas en ellos?

Es hora de aprender a eliminar los símbolos de agrupación. Lo que nos dará las herramientas necesarias para trabajar con expresiones algebraicas algunos temas más adelante.

## Conocimientos Previos Requeridos

Manejo con destreza de Operaciones Aritméticas, Múltiplos y Divisores, Números Naturales, Operaciones y Propiedades.

## Contenido

Números Negativos, Significado, Constitución de los Números Enteros, Representación en la Recta, Operaciones y Propiedades, Manejo y operaciones con Símbolos de Agrupación y Relaciones de Orden entre los Números Enteros.

## Videos Disponibles

[NÚMEROS ENTEROS. Símbolos de Agrupación](#)

[NÚMEROS ENTEROS. Eliminación de Símbolos de Agrupación](#)

[NÚMEROS ENTEROS. Eliminar Símbolos de Agrupación. Ejercicio 1](#)

[NÚMEROS ENTEROS. Eliminar Símbolos de Agrupación. Ejercicio 2](#)

[NÚMEROS ENTEROS. Eliminar Símbolos de Agrupación. Ejercicio 3](#)

[NÚMEROS ENTEROS. Eliminar Símbolos de Agrupación. Ejercicio 4](#)

## Guiones Didácticos

### ▶ NÚMEROS ENTEROS. Símbolos de Agrupación.

**Símbolos de Agrupación.** Son símbolos utilizados para reunir dos o más números que estén relacionados a través de alguna de las operaciones fundamentales.

Los Símbolos de agrupación son 4: **Paréntesis**, **Corchetes**, **Llaves** y **Vínculo**.

La presencia de ellos indica que debe realizarse en primer lugar la operación que esté encerrada entre ellos.

**Paréntesis:** ( )      **Corchetes:** [ ]      **Llaves:** { }

**Vínculo:** —

**Nota:** El vínculo comúnmente se relaciona como símbolo operador de la división. Pero además de representar esta operación, tiene la propiedad de agrupar operaciones en el numerador y denominador.

**División**

$$\frac{2}{7} \quad \frac{4 \cdot 9}{5}$$

$$\frac{-3 + 4}{10}$$

**Ejemplo 1.** El vínculo reúne dos números enteros que se suman en el numerador.

**Dividendo:** la suma  $-3 + 4$

**Divisor:** 10.

**Ejemplo 2.** Para efectuar el cálculo, se calcula primero la suma que está entre paréntesis, y luego la multiplicación.

4 y -7 tienen signos diferentes. Aplica la regla de suma de enteros con distintos signos. Suma  $4 + (-7)$ : -3

9 y -3 tienen signos diferentes, el producto de signos diferentes es negativo. Producto  $9 \cdot (-3)$ : -27.

Cuando en una operación se tiene dos o tres de estos símbolos, se opera primero lo que esté entre paréntesis, luego lo que esté entre corchetes y luego lo que está entre las llaves, así

{ [ ( ) ] }

**Ejemplo 3.** Para efectuar el cálculo seguimos el orden **Paréntesis**, **Corchetes**, **Llaves**.

**Paréntesis:** 4 y -7 tienen signos diferentes. Aplica la regla de suma de enteros con distintos signos. Suma  $4 + (-7)$ : -3

**Multiplicación por Paréntesis:** 2 y -3 tienen signos diferentes. Aplica el producto de enteros con distintos signos. Producto  $2 \cdot (-3)$ : -6

$$-3 \cdot [-1 + 2 \cdot (4 + (-7))]$$

$$= -3 \cdot [-1 + 2 \cdot (-3)]$$

$$= -3 \cdot [-1 + (-6)]$$

**Corchete:** -1 y -6 tienen signos diferentes. Aplica la suma de enteros con distintos signos.

Suma  $-1 + (-6)$ : -7

**Multiplicación por Corchete:** -3 y -7 tienen signos diferentes. Aplica el producto de enteros con distintos signos.

Producto  $-3 \cdot (-7)$ : 21

$$= -3 \cdot [-7]$$

$$= 21$$

## ▶ NÚMEROS ENTEROS. Eliminación de Símbolos de Agrupación.

Ya aprendimos que los símbolos de agrupación asocian cantidades de tal manera que la operación que se encuentra dentro de ellos tiene prioridad.

Para agrupar varios términos o factores independientes se utiliza **paréntesis**.

Para agrupar varios términos o factores con **paréntesis** se utiliza **corchete**.

Para agrupar términos o factores compuestos con **paréntesis**, **corchetes** y términos sencillos, se utiliza **llaves**.

**Eliminación de Símbolos de Agrupación.** Es un procedimiento, basado principalmente en la **Propiedad Distributiva de la Multiplicación Respecto a la Suma**, cuyo objetivo es eliminar todos los símbolos de agrupación presentes en una expresión.

**Ejemplo 1.** Elimine símbolos de agrupación y calcule el valor.  $(-5) \cdot [4 + (-7) + 1]$

Tenemos un **paréntesis** multiplicando a un **corchete** que contiene una suma de tres sumandos.

$$(-5) \cdot [4 + (-7) + 1]$$

**Nota:** El paréntesis que está dentro del corchete no está agrupando sumandos o factores, está para separar el signo + de operación del signo - del número negativo (-7).

Aplicaremos Propiedad Distributiva de (-5) respecto a la suma del **corchete**.

$$(-5) \cdot [4 + (-7) + 1]$$

**¿Qué tenemos ahora?**

$$= (-5) \cdot 4 + (-5) \cdot (-7) + (-5) \cdot 1$$

Tenemos tres sumandos, cada uno es un producto de dos números enteros. Aplicamos las reglas para multiplicación de enteros en cada caso.

$$(-5) \cdot 4 = -20 \quad , \quad (-5) \cdot (-7) = 35 \quad , \quad (-5) \cdot 1 = 5$$

$$= \underline{-20} + 35 + \underline{(-5)}$$

Ahora efectuamos la suma de enteros. Primero los **negativos** entre sí, y luego con el positivo.

$$= \underline{-25} + \underline{35}$$

$$= 10$$

Hemos desarrollado el proceso de Eliminación de Símbolos de Agrupación y cálculo de valor.

$$(-5) \cdot [4 + (-7) + 1] = 10$$

## ▶ NÚMEROS ENTEROS. Eliminar Símbolo de Agrupación. Ejercicio 1

Elimine los símbolos de agrupación y calcule la suma total:

$$1. \{[(6 - 3) - 2] + [5 + (2 - 3)] - [(6 - 4) + 3]\}$$

Para eliminar símbolos de agrupación aplicaremos propiedad distributiva primero a los **paréntesis**, luego los **corchetes** y luego las **llaves**.

$$\{[(6 - 3) - 2] + [5 + (2 - 3)] - [(6 - 4) + 3]\}$$

$$\{[(6 - 3) - 2] + [5 + (2 - 3)] - [(6 - 4) + 3]\}$$

**Nota:** Debemos ser cuidadosos al observar qué hay justo antes del paréntesis, para establecer qué es lo que se va a distribuir.

En caso de no ver número o signo justo antes del paréntesis, se entiende que hay un signo positivo sobrentendido.

$$\{[(6 - 3) - 2] + [5 + (2 - 3)] - [(6 - 4) + 3]\}$$

↑                      ↑                      ↑

**Positivo Sobrentendido**

Aplicaremos propiedad distributiva multiplicando el positivo por cada sumando dentro del paréntesis.

$$= \{[6 - 3 - 2] + [5 + 2 - 3] - [6 - 4 + 3]\}$$

**Nota:** Multiplicar por signo **positivo** no altera a ningún número entero (ni en signo ni en valor).

Entonces, al multiplicar por el **positivo** todos los enteros del **paréntesis** quedan igual.

Ahora aplicaremos Distributiva para eliminar los **corchetes**. ¿Qué hay antes de cada **corchete**?

Los enteros que estaban en los **corchetes** precedidos de signo **positivo** salen exactamente igual.

Los enteros que estaban en los **corchetes** precedidos de signo **negativo** salen con signo contrario.

$$= \{[6 - 3 - 2] + [5 + 2 - 3] - [6 - 4 + 3]\}$$

↑                      ↑                      ↑

**Positivo**                      **Negativo**

$$= \{6 - 3 - 2 + 5 + 2 - 3 - 6 + 4 - 3\}$$

↑

**Positivo**

Por último nos queda las **llaves**. Antes de las **llaves** hay un signo positivo sobrentendido, que al multiplicarse por cada término dentro de las **llaves** los deja exactamente igual.

$$= 6 - 3 - 2 + 5 + 2 - 3 - 6 + 4 - 3$$

Nos queda una suma de enteros simple. Reuniremos y sumaremos los positivos entre sí, y los

La suma de los **positivos** resulta **17**, y la suma de **negativos** resulta **-17**. Sabemos que la suma de opuestos da **0**.

$$\begin{aligned} &= (6 + 5 + 2 + 4) + (-3 - 2 - 3 - 6 - 3) \\ &= 17 + (-17) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Hemos desarrollado el proceso de Eliminación de Símbolos de Agrupación y cálculo de valor.

$$\{[(6 - 3) - 2] + [5 + (2 - 3)] - [(6 - 4) + 3]\} = 0$$

## ▶ NÚMEROS ENTEROS. Eliminar Símbolo de Agrupación. Ejercicio 2

Elimine los símbolos de agrupación y calcule la suma total:

$$- \{3 + 8 - [-15 + 6 - (-3 + 2) - (5 + 4)] - 29\}$$

Tenemos dos **paréntesis** dentro de un **corchete**, y el **corchete** con otros sumandos dentro de **llaves**.

$$- \{3 + 8 - [-15 + 6 - (-3 + 2) - (5 + 4)] - 29\}$$

Justo antes de los **paréntesis** tenemos signos **menos**, para eliminar los paréntesis multiplicaremos el signo por cada sumando contenido en ellos.

El signo **menos** cambia el signo de cada número entero que sale de los **paréntesis**.

$$= - \{3 + 8 - [-15 + 6 + 3 - 2 - 5 - 4] - 29\}$$

**Recordemos:**

$$- \cdot - = +$$

$$- \cdot + = -$$

$$= - \{3 + 8 - [-15 + 6 + 3 - 2 - 5 - 4] - 29\}$$

Justo antes del **corchete** tenemos signo **menos**, para eliminar el **corchete** multiplicaremos el signo por cada sumando contenido en él.

El signo **menos** cambia el signo de cada número entero que sale del **corchete**.

$$= - \{3 + 8 + 15 - 6 - 3 + 2 + 5 + 4 - 29\}$$

Antes de la **llave** tenemos signo **menos**, para eliminar la **llave** multiplicaremos el signo por cada sumando contenido en ella.

El signo **menos** cambia el signo de cada número entero que sale del **llave**.

$$= -3 - 8 - 15 + 6 + 3 - 2 - 5 - 4 + 29$$

Reunimos los sumandos positivos y los sumandos negativos.

$$= (6 + 3 + 29) + (-3 - 8 - 15 - 2 - 5 - 4)$$

Efectuamos las sumas parciales y la suma total, obtenemos **1**.

$$= 38 + (-37)$$

$$= 1$$

$$- \{3 + 8 - [-15 + 6 - (-3 + 2) - (5 + 4)] - 29\} = 1$$

### ▶ NÚMEROS ENTEROS. Eliminar Símbolo de Agrupación. Ejercicio 3

Elimina los símbolos de agrupación y simplifica

$$-2 \cdot \{5 + 3 - [7 - (6 + 2) + (3 - (-2) + 9)]\}$$

Tenemos dos **paréntesis** dentro de un **corchete**, y el **corchete** con otros sumandos dentro de **llaves**.

$$-2 \cdot \{5 + 3 - [7 - (6 + 2) + (3 - (-2) + 9)]\}$$

Antes de los **paréntesis** tenemos signos **negativo** y **positivo**, para eliminar los paréntesis multiplicaremos el signo por cada sumando contenido en ellos.

$$-2 \cdot \{5 + 3 - [7 - (6 + 2) + (3 - (-2) + 9)]\}$$

$$= -2 \cdot \{5 + 3 - [7 - 6 - 2 + 3 - (-2) + 9]\}$$

Antes del **corchete** tenemos signo **negativo**, para eliminar el **corchete** multiplicaremos el signo por cada sumando contenido en él.

$$= -2 \cdot \{5 + 3 - 7 + 6 + 2 - 3 + (-2) - 9\}$$

Antes de la **llave** tenemos **-2**, para eliminar el **corchete** multiplicaremos **-2** por cada sumando contenido en él.

$$= -2 \cdot 5 + (-2) \cdot 3 - (-2) \cdot 7 + (-2) \cdot 6 + (-2) \cdot 2 - (-2) \cdot 3 + (-2) \cdot (-2) - (-2) \cdot 9$$

Nos ha quedado 8 sumandos, en cada sumando un producto. Efectuamos cada producto

$$= -10 + (-6) - (-14) + (-12) + (-4) - (-6) + (-4) - (-18)$$

Transformaremos las restas de los términos sombreados en sumas cambiando por los opuestos.

$$= -10 + (-6) + 14 + (-12) + (-4) + 6 + (-4) + 18$$

Efectuamos la suma de los positivos y de los negativos entre sí.

$$= 38 + (-36)$$

$$= 2$$

$$-2 \cdot \{5 + 3 - [7 - (6 + 2) + (3 - (-2) + 9)]\} = 2$$

## ▶ NÚMEROS ENTEROS. Eliminar Símbolo de Agrupación. Ejercicio 4

Elimine los símbolos de agrupación y calcule la suma total:

$$-3\{9 - [-1 - (3 + 7) + 4\cdot(5 + (-1) + 3)]\}$$

Antes del 1er **paréntesis** hay signo **negativo** y antes del 2do **paréntesis** hay un **+4**. Para eliminar los paréntesis aplicaremos propiedad distributiva.

Efectuamos los productos. Y aplicamos distributiva para eliminar **corchete**.

Aplicamos distributiva de **-3** para eliminar **llave**,

$$= -3\cdot 9 + (-3)\cdot 1 + (-3)\cdot 3 + (-3)\cdot 7 - (-3)\cdot 20 + (-3)\cdot 4 - (-3)\cdot 12$$

Efectuamos los productos cada sumando

$$= -27 + (-3) + (-9) + (-21) - (-60) + (-12) - (-36)$$

Transformamos las restas en sumas, sustituyendo **-60** y **-36** por sus opuestos

$$= -27 + (-3) + (-9) + (-21) + 60 + (-12) + 36$$

Reunimos los sumandos positivos, y los negativos, entre sí

$$= (60 + 36) + (-27 + (-3) + (-9) + (-21) + (-12))$$

$$= 96 + (-72)$$

$$= 24$$

$$-3\{9 - [-1 - (3 + 7) + 4\cdot(5 + (-1) + 3)]\} = 24$$

$$\begin{aligned} & -3\{9 - [-1 - (3 + 7) + 4\cdot(5 + (-1) + 3)]\} \\ &= -3\{9 - [-1 - 3 - 7 + 4\cdot 5 + 4\cdot(-1) + 4\cdot 3]\} \\ &= -3\{9 - [-1 - 3 - 7 + 20 - 4 + 12]\} \\ &= -3\{9 + 1 + 3 + 7 - 20 + 4 - 12\} \end{aligned}$$



## Emparejando el Lenguaje

**Símbolos de Agrupación.** Son símbolos matemáticos usados para agrupar números que están relacionados mediante operaciones elementales.

**Paréntesis.** El más simple de los símbolos de agrupación. Está representado por un par de arcos verticales, ( ), entre los que se coloca los números a agrupar.

**Corchetes.** El segundo de los símbolos de agrupación. Está representado por un par de cuadrantes verticales, [ ], entre los que se coloca los números y paréntesis a agrupar.

**Llaves.** El tercero de los símbolos de agrupación. Está representado por un par de curvas verticales, { }, entre los que se coloca los números, paréntesis y/o corchetes a agrupar.

**Vínculo.** El cuarto de los símbolos de agrupación. Es conocido como Raya de Fracción, \_\_\_\_\_, agrupa operaciones en el numerador y denominador.

**Eliminación de Símbolos de Agrupación.** Proceso que sigue una secuencia de pasos, basado en la Propiedad Distributiva.

## Ejercicios

Los siguientes ejercicios se sugieren como opción para ejemplos, desarrollo de Prácticas Guiadas y/o prueba exploratoria de habilidades logradas. Se deja a criterio del instructor la distribución de los mismos para cada objetivo.

### Aplica los Principios de Eliminación de Símbolos de Agrupación y Calcula:

- $7 - [-5 + (2 - 9 + 13) - 25]$
- $- \{31 + [17 - (12 - 43) - 19] + 21\}$
- $18 + \{26 - [35 - (1 - 13)] + 14\} + 67$
- $-1 + \{-1 + 1 - 1 - [1 - 1 + (1 - 1)]\} + 1$
- $[-3 + (-2)] - \{57 - [23 - 49] + [38 - 12]\}$
- $74 - \{(3 + 34 - 1) + (5 + 11 + 17) - 50\}$
- $-(31 + 16) + \{4 - [6 + (37 - 69)] + 75\}$
- $15 + [(27 - 3) + (9 + 85) - (44 - 22)] - 85$

El estudio de las reglas de Eliminación de Signos de Agrupación es fundamental para desarrollar destrezas operativas de ampliación y simplificación de expresiones algebraicas. Es importante hacer del conocimiento de los estudiantes lo determinante que son estas reglas para poder trabajar con los procedimientos matemáticos por ver.

## Lo Hicimos Bien?

Comprueba que los resultados de tus cálculos estén correctos.

**Aplica los Principios de Eliminación de Símbolos de Agrupación y Calcula:**

1. 31

2. -81

3. 78

4. -1

5. -114

6. 55

7. 58

8. 26