RECTAS PARALELAS Y SECANTES

¿Alguna vez has pensado en el diseño de tu propio parque de patinaje?

Marco e Isaac están trabajando en un diseño para un nuevo parque de patinaje. La alcaldía ha acordado que el parque de patinaje está en necesidad de renovación. Marco e Isaac se han ofrecido a ayudar presentando algunos nuevos planes en la próxima reunión. Están un poco nerviosos por su diseño y por su presentación. La madre de Isaac ofrece dejarles usar algunas hojas de diseño y los dos chicos empiezan a esbozar su plan en la mesa de la cocina.

"Sin duda necesita más rieles", dice Isaac.

"¿Qué es un riel?" Pregunta la madre de Isaac quién mira el diseño sobre el hombro de su hijo.

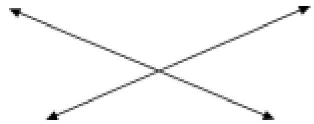
"Los dos rieles nunca se intersectan o cruzan mamá" Dice Isaac.

"Bueno, si eso es lo que quieres entonces el diseño no es correcto."

Isaac mira el dibujo. Su madre tiene razón. Los rieles no parecen ser correctos.
Para dibujar estos rieles Isaac y Marco tendrán que entender los conceptos básicos de rectas paralelas y secantes. Al final de esta lección podrás entenderlo tú también**.**

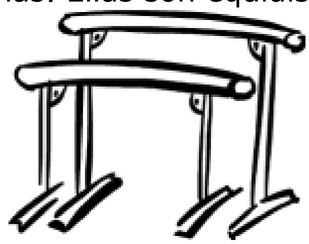
Cuando dos rectas se cruzan, necesitas describir la forma en que lo hacen. Dos de las formas de describirlas es decir que las rectas se ***intersectan*** o que las rectas son ***paralelas*****. Las rectas secantes** son rectas que en algún punto se cruzan y **las rectas paralelas** son las que nunca se cruzarán**.** Piensa en ejemplos de autopistas y rieles de tren que tengas en tu mente para entenderlo mejor**.**

En la imagen se puede ver que las calles de esta autopista se cruzan. He aquí un ejemplo de intersección de rectas que se ven en la geometría.



Las rectas se intersectan o se cruzan en un punto. Llamamos a este punto el ***punto de intersección***. A veces las rectas se cruzan con otras rectas en más de un punto.

Las *líneas paralelas* no se cruzan jamás. Ellas son equidistantes.



En la gimnasia, los gimnastas utilizan barras paralelas. Ten en cuenta que las barras nunca se conectan. Así es como se deberían ver dos rectas paralelas en geometría.

Para expresar que dos rectas son paralelas se utiliza la siguiente expresión**:** $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$. Esto significa que la recta AB es paralela a la recta CD .

Identifiquemos qué rectas son paralelas y que rectas son secantes en las siguientes figuras.

Ejemplo A

Respuesta: Rectas paralelas

Ejemplo B

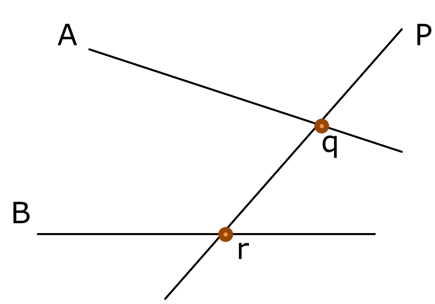
Respuesta: Rectas secantes

Ejemplo C

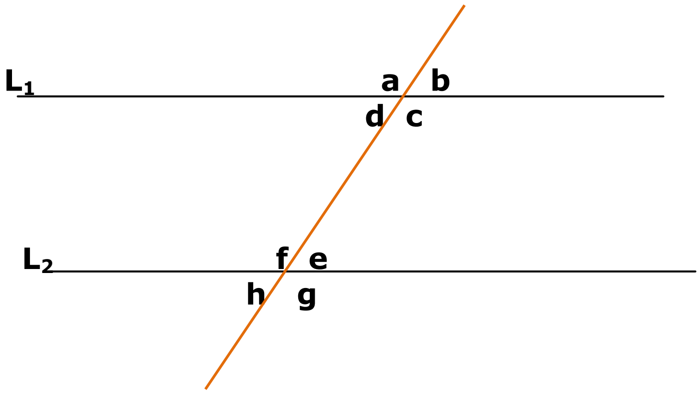
Respuesta: Rectas secantes y rectas paralelas

Secante a dos rectas.

Una secante a dos rectas que están en un mismo plano, es una recta que las intersecta en dos puntos diferentes. La recta P de la figura intersecta a las rectas A y B en los puntos r y q.



Ángulos formados al trazar una recta secante a dos paralelas.

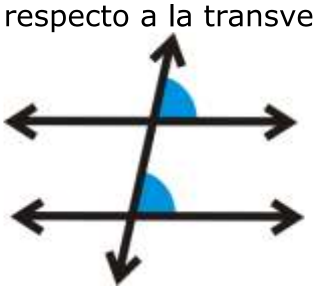


Los ángulos internos son los cuatro ángulos comprendidos entre las rectas cortadas por la secante. Son ángulos internos c, d, e y f.

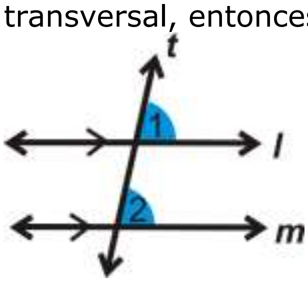
Los ángulos externos son los cuatro ángulos ubicados fuera de las rectas paralelas. Son ángulos externos a, b, h y g.

Los ángulos colaterales son ángulos que están ubicados de un mismo lado de la secante. Son ángulos colaterales b, c, e y g por un lado y a, d, f y h por el otro lado

Los ángulos correspondientes son dos ángulos que están en el "mismo lugar" con respecto a la transversal pero en diferentes rectas.

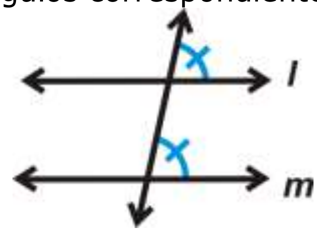


Teorema de los ángulos correspondientes: Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces los ángulos correspondientes son congruentes.



Si l // m, entonces $\angle 1 \cong \angle 2$.

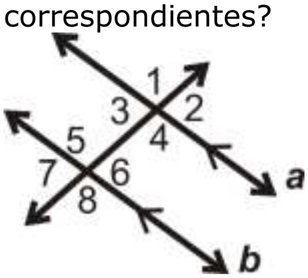
Si ves el teorema de otra forma: si dos rectas son cortadas por una transversal y los ángulos correspondientes son congruentes, entonces las rectas son paralelas.

Si 

entonces l // m.

Ejemplo C

Si a // b, ¿qué pares de ángulos son congruentes según el teorema de los ángulos correspondientes?

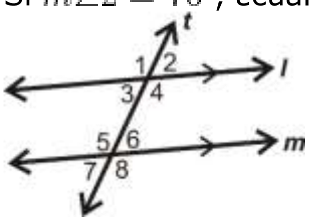


Hay 4 pares de ángulos correspondientes congruentes:

$\angle 1 \cong \angle 5,\ \angle 2 \cong \angle 6,\ \angle 3 \cong \angle 7$ y $\angle 4 \cong \angle 8$.

Ejemplo D

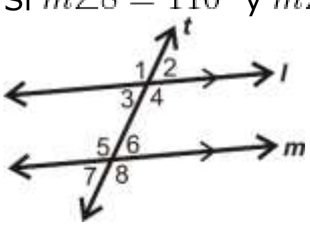
Si $m\angle 2 = 76^\circ$, ¿cuál es la medida de $m\angle 6$?



$\angle 2$ y $\angle 6$ son ángulos correspondientes y l // m. Según el teorema de los ángulos correspondientes $\angle 2 \cong \angle 6$, lo que significa que $m\angle 6 = 76^\circ$.

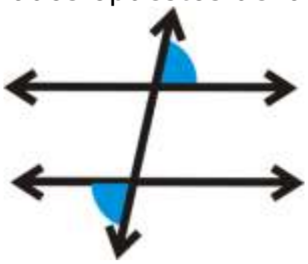
Ejemplo E

Si $m\angle 8 = 110^\circ$ y $m\angle 4 = 110^\circ$, ¿qué sabes acerca de las rectas l y m?

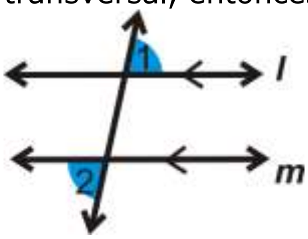


Los ángulos dados son correspondientes, por lo que podemos concluir que l // m.

Los **ángulos alternos externos** son dos ángulos que están en el exterior de l y m pero en lados opuestos de la transversal.

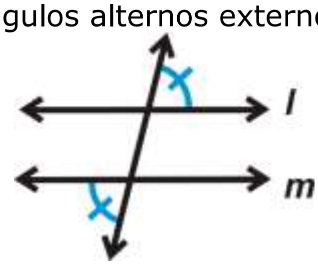


Teorema de los ángulos alternos externos: Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces los ángulos alternos externos son congruentes.



Si l // m, entonces $\angle 1 \cong \angle 2$.

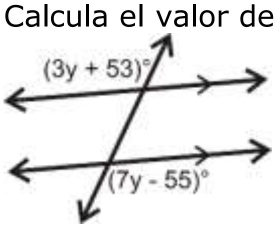
Si ves el teorema de otra forma: si dos rectas son cortadas por una transversal y los ángulos alternos externos son congruentes, entonces las rectas son paralelas.

Si 

entonces $l || m$.

Ejemplo F

Calcula el valor de y y luego el valor de cada ángulo.



Los ángulos son ángulos alternos externos. Debido a que las rectas son paralelas, los ángulos deben ser iguales.

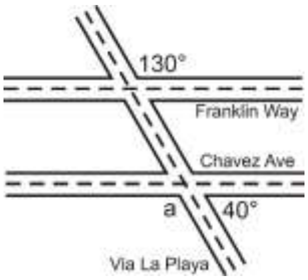
$$(3y + 53)^\circ = (7y - 55)^\circ$$
$$108 = 4y$$
$$27 = y$$

Si $y = 27$ cada ángulo mide $[3(27) + 53]^\circ = 134^\circ$.

Ejemplo G

El siguiente mapa muestra tres carreteras de una ciudad y *quieres saber si la avenida Franklin es paralela a la avenida Chávez*.

.



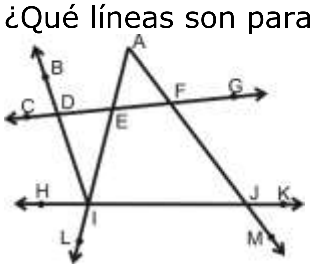
Los ángulos 130° y $\angle a$ son ángulos alternos externos. Si $m\angle a = 130^\circ$, entonces las rectas son paralelas.

Por algo que ya sabes, a + 40º = 180º. Por lo que a = 140º.

$140^\circ \neq 130^\circ$, por lo que las avenidas Franklin y Chávez no son paralelas.

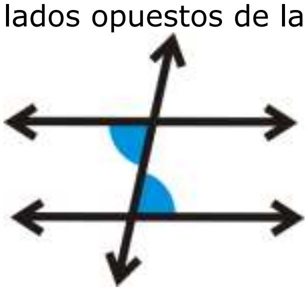
Ejemplo H

¿Qué líneas son paralelas si $\angle AFG \cong \angle IJM$?

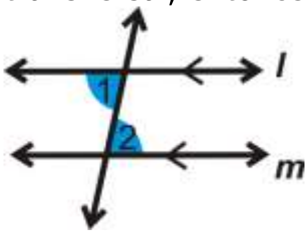


Estos dos ángulos son ángulos alternos externos, por lo que si son congruentes significa que $\overleftrightarrow{CG} || \overleftrightarrow{HK}$.

Los **ángulos alternos internos** son dos ángulos que están en el interior de l y m pero en lados opuestos de la transversal.

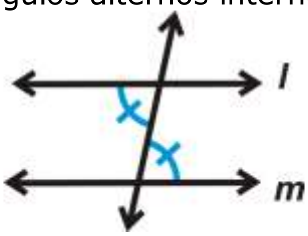


Teorema de los ángulos alternos internos: Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces los ángulos alternos internos son congruentes.



Si l // m, entonces $\angle 1 \cong \angle 2$

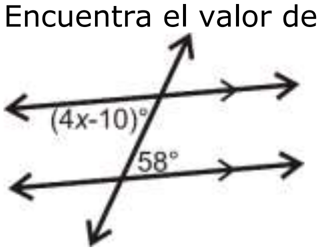
Si vemos el teorema de otra forma: si dos rectas son cortadas por una transversal y los ángulos alternos internos son congruentes, entonces las rectas son paralelas.

Si 

entonces l // m.

Ejemplo I

Encuentra el valor de x.



Los dos ángulos dados son ángulos alternos internos y congruentes. Por lo tanto:

$$
\begin{aligned}
(4x-10)^\circ &= 58^\circ \\
4x &= 68 \\
x &= 17
\end{aligned}
$$

Ejemplo J

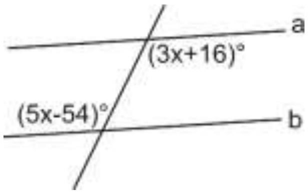
Verdadero o falso: los ángulos alternos internos son siempre congruentes.

Esta afirmación es falsa, pero es un error común. Recuerda que los ángulos alternos internos son congruentes sólo cuando las rectas cortadas son paralelas.

Ejemplo K

¿Qué valor debe tener x para que a // b?

Los ángulos son ángulos alternos internos. Esto quiere decir que deben ser iguales para que a // b. Iguala ambos ángulos y encuentra el valor de x.



$$3x + 16^\circ = 5x - 54^\circ$$

$$70 = 2x$$

$$35 = x$$

Para que a // b, x=35.

Problema dado al principio de la lección

Si el dibujo de Isaac es incorrecto, entonces los rieles en su dibujo no son paralelos. Recuerda que las líneas paralelas no se cruzan en ningún punto jamás. Cuando Isaac le describe los rieles a su madre, está claro que él quiere que los rieles sean paralelos. Por lo tanto, Isaac debe redibujar los rieles y demostrar que son paralelos.

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Indica si cada imagen muestra rectas paralelas o secantes.

Respuesta:
Hay rectas paralelas y secantes, la baranda está formada por dos barras paralelas sostenidas por otras que las corta

2. Indica si cada imagen muestra rectas paralelas o secantes.

Respuesta:
Se visualizan muchas barras paralelas

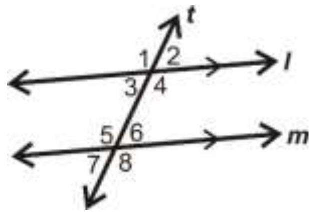
3. Indica si cada imagen muestra rectas paralelas o secantes.

Respuesta:
La vía está dividida por dos franjas paralelas amarillas.

4. Piensa por ejemplo en una telaraña, determina si describe rectas paralelas y/o secantes.

Respuesta:
Se observan muchas segmentos de rectas paralelas cortadas por unas secantes.

5. Si $m\angle 2 = 76^\circ$, ¿cuál es la medida de $m\angle 6$?, encuentra todas las demás medidas de los ángulos

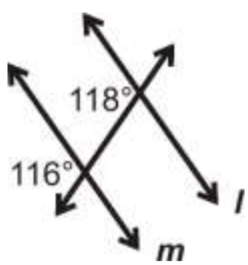


Respuesta:

Si $m\angle 2 = 76^\circ$, entonces $m\angle 1 = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$. $\angle 3 \cong \angle 2$ (ángulos verticales), por lo que $m\angle 3 = 76^\circ$. $m\angle 4 = 104^\circ$ (ángulo vertical$\angle 1$).

Por el teorema de los ángulos correspondientes sabes qué $\angle 1 \cong \angle 5,\ \angle 2 \cong \angle 6,\ \angle 3 \cong \angle 7$ y $\angle 4 \cong \angle 8$, por lo que $m\angle 5 = 104^\circ,\ m\angle 6 = 76^\circ,\ m\angle 7 = 76^\circ$, y $m\angle 104^\circ$.

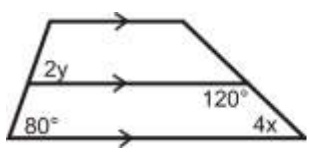
6. ¿En la siguiente figura es l // m?



Respuesta:

Los dos ángulos correspondientes deben ser iguales para que l // m. $116^\circ \neq 118^\circ$, por lo que l no es paralelo a m.

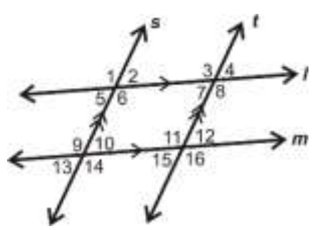
7. Encuentra el valor de y para la figura dada.



Respuesta:

Las rectas horizontales son paralelas y el ángulo $2y$ corresponde a 80. Esto significa que $2y = 80$ y por lo tanto $y = 40$.

8. Da tres ejemplos de pares de ángulos alternos externos en el siguiente diagrama:

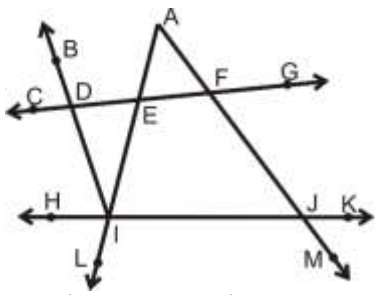


Respuesta:

Hay muchos ejemplos de ángulos alternos externos en el diagrama. He aquí algunas respuestas posibles:

1. $\angle 1$ y $\angle 14$
2. $\angle 2$ y $\angle 13$
3. $\angle 12$ y $\angle 13$

9. Utiliza la información suministrada para determinar qué rectas son paralelas. Si no hay ninguna, escribe ninguna. Considera cada pregunta de forma individual.

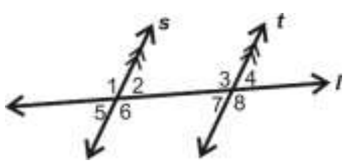


1. $\angle EAF \cong \angle FJI$
2. $\angle EFJ \cong \angle FJK$
3. $\angle DIE \cong \angle EAF$

Respuestas:

1. Ninguna.
2. $\overleftrightarrow{CG} || \overleftrightarrow{HK}$
3. $\overleftrightarrow{BI} || \overleftrightarrow{AM}$

10 ¿Los ángulos $\angle 6$ y $\angle 3$ son congruentes?



Respuesta:
Si son ángulos alternos internos

Profesor Danesa Padilla Versión Fecha 2015-10-22

Glosario

Punto. Es un lugar en el espacio que no tiene forma o tamaño.

Recta. Es un conjunto de puntos conectados sin puntos finales.

Segmento. Es un conjunto de puntos conectados con dos puntos finales.

Punto de intersección. Es el punto donde dos rectas se cruzan.

Rectas secantes. Son rectas que se cruzan en algún punto del espacio.

Rectas paralelas. Son rectas que no se cruzan en ningún punto del espacio y son equidistantes.

Una secante a dos rectas que están en un mismo plano, es una recta que las intersecta en dos puntos diferentes.

Los ángulos internos son los cuatro ángulos comprendidos entre las rectas cortadas por la secante. Son ángulos internos c, d, e y f.

Los ángulos externos son los cuatro ángulos ubicados fuera de las rectas paralelas. Son ángulos externos a, b, h y g.

Los ángulos colaterales son ángulos que están ubicados de un mismo lado de la secante. Son ángulos colaterales b, c, e y g por un lado y a, d, f y h por el otro lado

Los ángulos correspondientes son dos ángulos que están en el "mismo lugar" con respecto a la transversal pero en diferentes rectas.

Los **ángulos alternos externos** son dos ángulos que están en el exterior de l y m pero en lados opuestos de la transversal.

Los **ángulos alternos internos** son dos ángulos que están en el interior de l y m pero en lados opuestos de la transversal.

Otras Referencias

http://es.slideshare.net/piros200320/rectas-paralelascortadasporunasecante-ejercicios

http://www.aulafacil.com/cursos/l11136/ciencia/matematicas/geometria/angulos-determinado-por-rectas-paralelas-cortadas-po-una-secante