Materia: Matemáticas de 4to año

Tema: Propiedades la Función Logarítmica

Propiedades inversas de funciones logarítmicas

Objetivo

Para entender las propiedades inversa de una función logarítmica.

Marco Teórico

La definición de un logaritmo es el inverso de un exponente. Por lo tanto, una función logarítmica es la inversa de una función exponencial. Recordemos lo que significa ser la inversa de una función.

Función Exponencial: $Y = a^{X}$

Función Logarítmica: $Lg_{a}\ Y = X$

Y como son equivalentes, definen a la misma función g:

$$g(X) = Lg_{a}\ Y = X$$

Por ser funciones inversas, sabemos que el dominio y el rango se intercambian, veamos la siguiente tabla de valores:

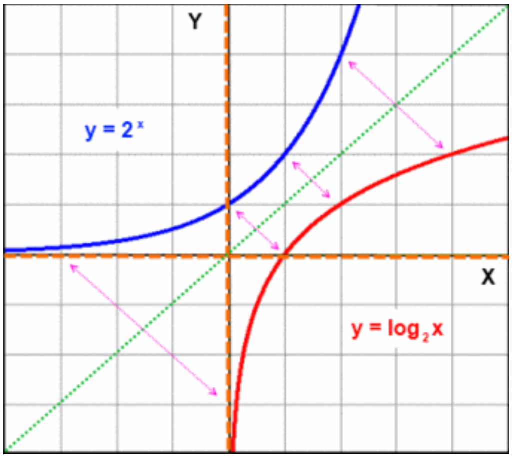
Para la función $f(X) = 2^{x}$

X	Y
-2	$\frac{1}{4}$
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4

Para la función $f(X) = \text{Log}_{2} Y$

X	Y
$\frac{1}{4}$	-2
$\frac{1}{2}$	-1
1	0
2	1
4	2

Su representación gráfica es la siguiente:



Propiedades generales de la función logarítmica

1.- El DOMINIO (posibles valores de X), son todos los números reales positivos

D = (0 , + ∞).

2.- El RANGO (posibles valores de Y), son todos los números reales

R = (+ ∞ , - ∞).

3.- Siempre pasa por el punto (1 , 0). $\mathrm{Log}_a 1 = 0$

4.- Es una función biunívoca, si $\mathrm{Log}_a(x_1) = \mathrm{Log}_a(x_2)$, entonces $X_1 = X_2$

5.- El eje Y es asíntota vertical. La gráfica nunca cortará al eje Y, se acercará infinitesimalmente a ella.

6.- $\log_a(a^X) = X$ $\quad y \quad$ $a^{\log_a X} = X$

Propiedades particulares de la función logarítmica

7.- Si a > 1 es creciente. Ejemplo $\log_2 Y = X$

8.- Si 0 < a < 1 es decreciente $\log_{1/2} Y = X$

Ejemplo A

Encontrar:

a) $10^{\log 56} = X$

Aplicando la definición de los logaritmos podemos decir que X = 56

b) $\log_2 64 = X$

$$Log_2 64 = X$$

$$2^X = 64$$

$$2^X = 2^6$$ Potencias de igual base, se igualan los exponentes

$$X = 6$$

c) $\log_3(1/243) = X$

$$Log_3 1/243 = X$$

$$3^X = \frac{1}{243}$$

$$3^X = \frac{1}{3^5}$$

$$3^X = 3^{-5}$$ Potencias de igual base, se igualan los exponentes

$$X = -5$$

Ejemplo B

Despejemos la variable indicada:

a) $Y = \log_9 27$

$$Y = Log_9 27$$

$$9^Y = 27$$

$$3^{2Y} = 3^3$$ Potencias de igual base, se igualan los exponentes

$$2Y = 3$$

$$Y = \frac{3}{2}$$

b) $\log_b 8 = \frac{3}{4}$

$$Log_b 8 = \frac{3}{4}$$

$$b^{3/4} = 8$$

$$\left(b^{3/4}\right)^{4/3} = \left(2^3\right)^{4/3}$$ Se eleva ambos lados de la ecuación a $4/3$

$$b = 2^4$$

$$b = 16$$

Ejemplo C

Encuentre la inversa de $f(x) = 2e^{x-1}$.

Solución: Consulte la *Encontrar el Inverso* concepto de los pasos a seguir para encontrar la inversa.

Cambiar $f(x)$a y. A continuación, cambie xy y.

3. Siga los pasos del ejemplo C para encontrar la inversa.

Se cambian las variables X y Y

Se despeja la variable Y

$$\begin{aligned} f(x) &= 4^{x+2} - 5 \\ y &= 4^{x+2} - 5 \\ x &= 4^{y+2} - 5 \\ x + 5 &= 4^{y+2} \\ \log_4(x+5) &= y + 2 \\ \log_4(x+5) - 2 &= y \end{aligned}$$

Palabras Claves

Propiedades inversas de los logaritmos

y $b^{\log_b x} = x, b \neq 1$

Utilice las propiedades inversas de los logaritmos para simplificar las expresiones siguientes.

1. $\log_3 27^x$
2. $\log_5 \left(\frac{1}{5}\right)^x$
3. $\log_2 \left(\frac{1}{32}\right)^x$
4. $10^{\log(x+3)}$
5. $\log_6 36^{(x-1)}$
6. $9^{\log_9(3x)}$

Encontrar la inversa de cada una de las siguientes funciones exponenciales.

10. $y = 3e^{x+2}$
11. $f(x) = \frac{1}{5}e^{\frac{x}{7}}$
12. $y = 2 + e^{2x-3}$
13. $f(x) = 7^{\frac{3}{x}+1-5}$
14. $y = 2(6)^{\frac{x-5}{2}}$
15. $f(x) = \frac{1}{3}(8)^{\frac{x}{2}-5}$