5

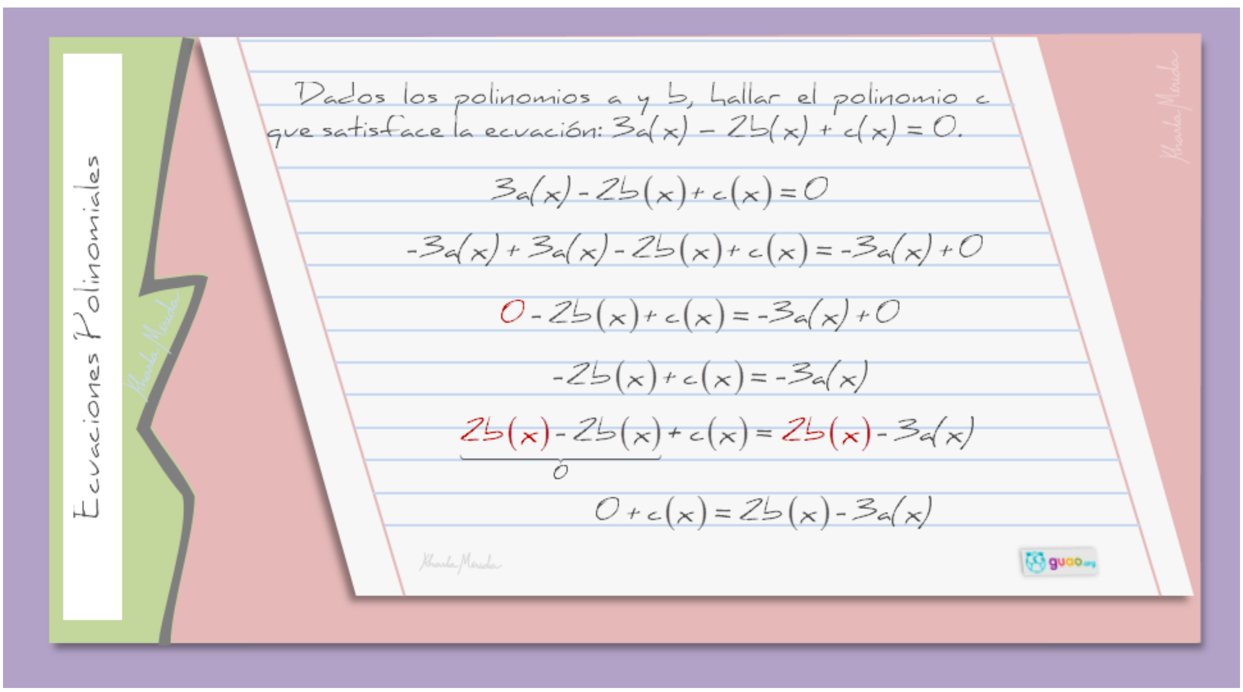
5ta Unidad

Polinomios

5.6 Ecuaciones Polinomiales.

Ante todo calma… aunque difícil pueda parecer, si hemos aprendido cada pieza de conocimiento previo, encontraremos la combinación adecuada para proceder y resolver lo que tenemos por resolver.

Descripción



Con este objetivo cerramos el primer estudio de los polinomios de forma general, abordamos un tipo de ecuaciones polinomiales en la que la incógnita es un polinomio en sí, donde las propiedades de las operaciones que hemos aprendido siguen siendo el mecanismo fundamental para desarrollar y simplificar expresiones. Hemos reunido una serie de herramientas que serán de gran utilidad a medida que avanzamos en el estudio de matemática básica.

Conocimientos Previos Requeridos

Operaciones en los Reales, Propiedades de la Potenciación, Simplificación de términos semejantes, Sustitución de Variable.

Contenido

Ecuaciones Polinomiales, Ejercicios.

Videos Disponibles

POLINOMIOS. Ecuaciones Polinomiales Ejercicio 1

POLINOMIOS. Ecuaciones Polinomiales Ejercicio 2

POLINOMIOS. Ecuaciones Polinomiales Ejercicio 3

POLINOMIOS. Ecuaciones Polinomiales Ejercicio 2. Opción 2

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

POLIMONIOS. Ecuaciones Polinomiales. Ejercicio 1.

Dados los polinomios a y b, hallar el polinomio c que satisface la ecuación: $3a(x) - 2b(x) + c(x) = 0$.

$$a(x) = x^3 + 7x^2 - 3x - 5 \qquad b(x) = x^2 + 3x - 2$$

Hay varias maneras de resolver este tipo de ecuaciones, modelaremos con cada uno de los 4 ejercicios una forma distinta de hacerlo.

1ra Opción

Sumamos el opuesto de $3a(x)$ a ambos lados de la igualdad.

$$3a(x) - 2b(x) + c(x) = 0$$
$$-3a(x) + 3a(x) - 2b(x) + c(x) = -3a(x) + 0$$

Nota: sumar la misma cantidad de ambos lados de la igualdad no altera la igualdad.

Los primeros dos términos son opuestos, por la propiedad del elemento simétrico resulta cero.

$$-3a(x) + 3a(x) - 2b(x) + c(x) = -3a(x) + 0$$
$$0 - 2b(x) + c(x) = -3a(x) + 0$$

Cero es el elemento neutro de la suma, de modo que cualquier polinomio sumado con cero resulta el mismo polinomio.

$$-2b(x) + c(x) = -3a(x)$$

Sumamos el opuesto de $-2b(x)$ de ambos lados. la suma de $2b(x)$ con su opuesto es cero,

$$\underbrace{2b(x) - 2b(x)}_{0} + c(x) = 2b(x) - 3a(x)$$
$$0 + c(x) = 2b(x) - 3a(x)$$

Cero sumado con el polinomio $c(x)$ es el polinomio $c(x)$.

$$c(x) = 2b(x) - 3a(x)$$

Tenemos despejado el polinomio $c(x)$, sustituyamos las expresiones de los polinomios $a(x)$ y $b(x)$ para hallar c.

$$c(x) = 2(x^2 + 3x - 2) - 3(x^3 + 7x^2 - 3x - 5)$$

Aplicamos propiedad distributiva en los dos términos.

Sumamos términos semejantes y nos queda.

$$c(x) = 2x^2 + 6x - 4 - 3x^3 - 21x^2 + 9x + 15$$
$$\boxed{c(x) = -3x^3 - 19x^2 + 15x + 11}$$

POLIMONIOS. Ecuaciones Polinomiales. Ejercicio 2.

Dados los polinomios a y b, hallar el polinomio c que satisface la ecuación: $5a(x)b(x) - 5a(x) - c(x) = 0$.

$$a(x) = 3x^2 - x + 9 \qquad b(x) = x^6 + 1$$

Necesitamos dejar c(x) sólo de un lado de la igualdad.

$$5a(x)b(x) - 5a(x) - c(x) = 0$$

Sumamos el opuesto de $-c(x)$ a ambos lados de la igualdad.

$$5a(x)b(x) - 5a(x) - c(x) + c(x) = 0 + c(x)$$

$-c(x)$ y $c(x)$ son opuestos, su suma es cero. La ecuación queda $5a(x)b(x) - 5a(x) = c(x)$.

$$5a(x)b(x) - 5a(x) + 0 = c(x)$$

$$5a(x)b(x) - 5a(x) = c(x)$$

Aplicando propiedad simétrica de la igualdad podemos decir que $c(x) = 5a(x)b(x) - 5a(x)$.

$$c(x) = 5a(x)b(x) - 5a(x)$$

La expresión $5a(x)b(x) - 5a(x)$ podemos escribirla como $5a(x)\cdot[b(x) - 1]$.

$$c(x) = 5a(x)\left[b(x) - 1\right]$$

Nota: Esta transformación no es necesaria, su objetivo es hacer más sencilla la simplificación.

Ahora vamos a sustituir cada polinomio para hallar c(x).

$$c(x) = 5\left(3x^2 - x + 9\right)\left[x^6 + 1 - 1\right]$$

Simplificamos los términos independientes dentro del corchete.

$$c(x) = 5\left(3x^2 - x + 9\right)x^6$$

Aplicaremos propiedad distributiva del 5 y de x^6 respecto a la suma algebraica del paréntesis nos queda.

$$\boxed{c(x) = 15x^8 - 5x^7 + 45x^6}$$

POLIMONIOS. Ecuaciones Polinomiales. Ejercicio 3.

Aquí presentaremos un desarrollo alterno para obtener c(x) en el ejercicio 1.

Dados los polinomios a y b, hallar el polinomio c que satisface la ecuación: $5a(x)b(x)-5a(x)-c(x)=0$.

$$a(x)=3x^2-x+9 \qquad b(x)=x^6+1$$

En esta opción de desarrollo, primero sustituiremos las expresiones de los polinomios a(x) y b(x) en la ecuación.

$$3a(x)-2b(x)+c(x)=0$$

Aplicamos propiedad distributiva del 3 y del 2 respecto a las sumas algebraicas de los paréntesis correspondientes.

$$3(x^3+7x^2-3x-5)-2(x^2+3x-2)+c(x)=0$$

$$3x^3+21x^2-9x-15-2x^2-6x+4+c(x)=0$$

Ahora debemos simplificar términos semejantes en la expresión obtenida:

$$3x^3+21x^2-9x-15-2x^2-6x+4+c(x)=0$$

$$3x^3+19x^2-15x-11+c(x)=0$$

Para dejar a c(x) sola, sumaremos los opuestos de $3x^3$,$19x^2$, $-15x$ y -11 de ambos lados, asociaremos cada término del polinomio con su opuesto, y aplicamos la propiedad del elemento simétrico en cada caso nos queda cero + c(x).

De forma simple, pasamos cada uno de los términos al otro lado de la igualdad, dejando c(x) sola en el primer lado de la igualdad.

$$\boxed{c(x)=-3x^3-19x^2+15x+11}$$

POLIMONIOS. Ecuaciones Polinomiales. Ejercicio 2. Opción 2.

Aquí presentamos una segunda forma de desarrollar y resolver la ecuación polinomial $5a(x)b(x)-5a(x)-c(x)=0$.

$$a(x)=3x^2-x+9 \qquad b(x)=x^6+1$$

Aquí lo primero que haremos es sustituir los polinomios dados.

$$5a(x)b(x)-5a(x)-c(x)=0$$

1er Término: Aplicamos propiedad distributiva del 5 respecto a $3x^2-x+9$.

$$5(3x^2-x+9)(x^6+1)-5(3x^2-x+9)-c(x)=0$$

$$(5\cdot 3x^2-5\cdot x+5\cdot 9)(x^6+1)-5(3x^2-x+9)-c(x)=0$$

Nota: dejamos el resultado entre paréntesis porque el trinomio está multiplicándose todo por el factor (x^6+1). Sin el paréntesis sólo el 45 estaría multiplicado por dicho factor.

2do término: Aplicaremos propiedad distributiva de -5 respecto a $3x^2-x+9$.

$$(15x^2-5x+45)\cdot(x^6+1)-5(3x^2-x+9)-c(x)=0$$

$$(15x^2-5x+45)\cdot(x^6+1)-15x^2+5x-45-c(x)=0$$

Aplicaremos propiedad distributiva de cada término del primer paréntesis por la suma del segundo paréntesis.

$$\left(15x^2-5x+45\right)\cdot\left(x^6+1\right)-15x^2+5x-45-c\left(x\right)=0$$

$$15x^8+15x^2-5x^7-5x+45x^6+45-15x^2+5x-45-c\left(x\right)=0$$

Asociaremos $15x^2$ con su opuesto, -5x con su opuesto y 45 con su opuesto, recordemos que la suma de opuestos es cero.

$$15x^8-5x^7+45x^6+\underbrace{\left(15x^2-15x^2\right)}_{0}+\underbrace{\left(-5x+5x\right)}_{0}+\underbrace{\left(45-45\right)}_{0}-c\left(x\right)=0$$

Pasamos c(x) sumando al 2do lado de la igualdad.

$$15x^8-5x^7+45x^6-c\left(x\right)=0$$

$$15x^8-5x^7+45x^6=c\left(x\right)$$

Aplicamos propiedad simétrica de la igualdad.

$$\boxed{c\left(x\right)=15x^8-5x^7+45x^6}$$

A Practicar

Hallar los polinomios que satisfacen las ecuaciones planteadas para los polinomios dados:

$$P(x) = -2x^3 + 5x^2 - x + 13 \quad , \quad H(x) = x^3 + 125 \quad , \quad G(x) = x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x + 9$$

1. $-2P(x) + H(x) - G(x) = 11 + T(x)$
2. $7H(x) - P(x) + 5G(x) = 11x^4 - 10x^3 - 36x - T(x)$
3. $H(x) \cdot G(x) - T(x) = x^3 + 6$

Lo Hicimos Bien?

1. $T(x) = -x^4 + 2x^3 - 8x^2 + x + 79$
2. $T(x) = 6x^4 - 34x^3 + 15x^2 - 42x - 933$
3. $H(x) = x^7 + 3x^6 - 2x^5 + 126x^4 + 374x^3 - 250x^2 + 125x + 1128$