5

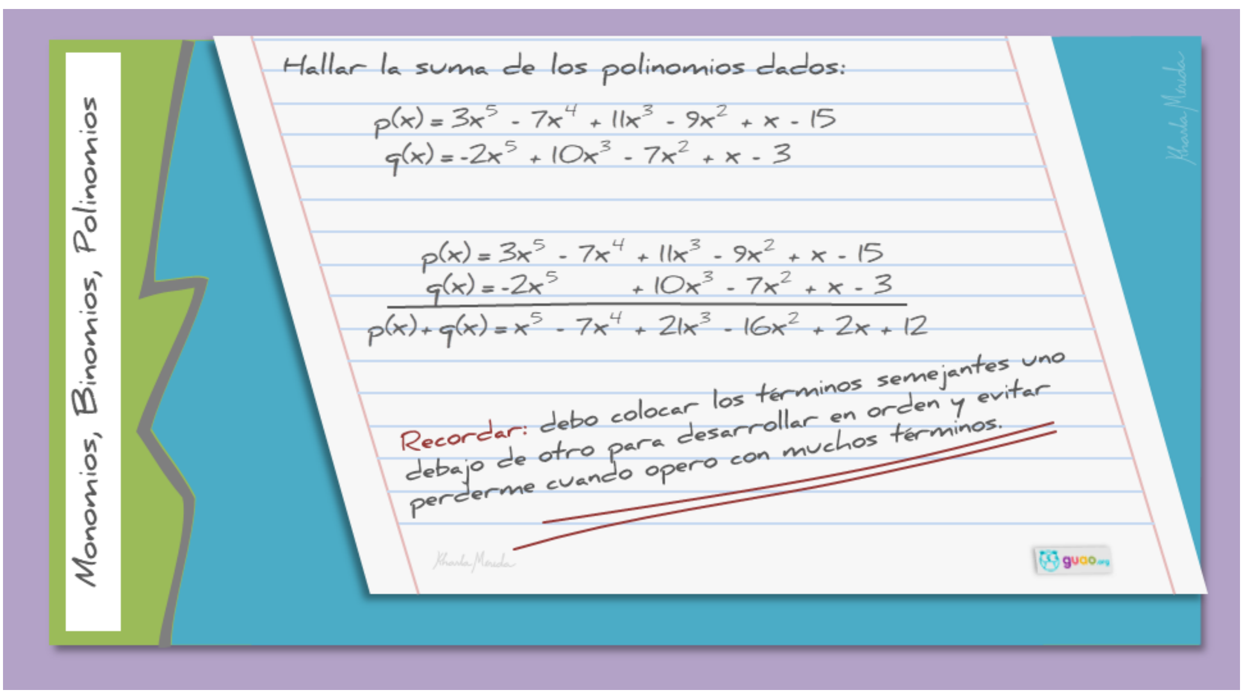
5ta Unidad

Polinomios

5.1 Términos, Monomios, Binomios, Trinomios, Suma de Monomios, Suma de Polinomios, Resta de Polinomios.

Cada persona con la que compartimos, cada situación que vivenciamos, es única. Cada una resulta de la combinación de elementos que nos resultan familiares, pero deben ser tratadas según las particularidades que las hacen únicas.

Descripción



Este tema da inicio al estudio de expresiones algebraicas más estructuradas. Los polinomios son esqueletos matemáticos con el que se representan situaciones o fenómenos en diversos ámbitos humanos. En cálculo superior, son la base de la representación de funciones complejas de forma sencilla, permitiendo así hallar valores determinantes en el desarrollo de procesos industriales. Entonces, conocer los polinomios, sus características, operaciones y propiedades, es sumamente importante para el desarrollo de modelos matemáticos que hacen nuestra vida más cómoda y nuestros trabajos más simples y eficientes.

Conocimientos Previos Requeridos

Operaciones Básicas, Propiedades de la Potenciación.

Contenido

Conceptos Fundamentales de Términos, Monomios, Binomios, Trinomios, Términos Semejantes, Suma de Términos, Suma de Polinomio, Resta de Polinomio, Ejercicios.

Videos Disponibles

POLINOMIOS. Conceptos Fundamentales. Términos, Monomio, Binomio, Trinomio

POLINOMIOS. Conceptos Fundamentales. Términos Semejantes y Suma de Términos Semejantes

POLINOMIOS. Suma de Polinomios. Condiciones Necesarias y Operación

POLINOMIOS. Resta de Polinomios. Condiciones Necesarias y Operación

POLINOMIOS. Suma de Polinomios. Ejercicio 1

POLINOMIOS. Suma de Polinomios. Ejercicio 2

POLINOMIOS. Suma de Polinomios. Ejercicio 3

POLINOMIOS. Resta de Polinomios. Ejercicio 1

POLINOMIOS. Resta de Polinomios. Ejercicio 2

POLINOMIOS. Resta de Polinomios. Ejercicio 3

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

POLIMONIOS. Conceptos Fundamentales. Términos, Monomios, Binomio, Trinomio.

En matemática existen varias ramas o ámbitos de estudio. A nivel básico, algunos de los ámbitos de estudio son: Aritmética, que es la parte de las matemáticas que estudia los números, sus operaciones y propiedades.

Aritmética. Parte de las matemáticas que estudia los números, sus operaciones y propiedades.

Álgebra. Es la rama de la matemática que estudia las operaciones entre cantidades literales, así como las propiedades que rigen estas operaciones.

Geometría. Es una rama de las Matemáticas que estudia las propiedades y las características de las figuras en un plano o en el espacio y sus relaciones.

En álgebra, uno de los temas de relevante importancia, por su aplicación a todos los campos del conocimiento es, **Polinomios**. Para definir este término, debemos primero establecer algunos conceptos fundamentales. Veamos.

Términos. Son las cantidades que se operan en una suma algebraica.

Dicho en forma sencilla, son cantidades separadas por signo más o por signo menos.

En la expresión dada, **¿cuántos términos hay?**.

$$11x^5 + 4x^4 - x^3 - 3x^2 - x - 2$$

¿Cuántos términos tiene?

$$11x^5 + 4x^4 - x^3 - 3x^2 - x - 2$$

1 2 3 4 5 6

Tiene 6 términos

En esta otra expresión, **¿cuántos términos hay?**.

$$(x+y+2)^2$$

¿Cuántos términos tiene?

Si has considerado que hay 3 términos, es bueno aclarar que sólo hay uno.
¿Por qué?.

Visto desde fuera hacia adentro tenemos:

Una **potencia** cuya **base** es la suma de tres cantidades.

$$(x+y+2)^2$$

Al ser 1 **potencia** tenemos una sola cantidad, y es la **base** la que está constituida por 3 términos.

Monomio. Es la expresión algebraica más simple consta de un solo término y está estructurada por un factor numérico y un factor literal.

Al factor numérico se le denomina **coeficiente** y al factor literal se le llama **factor variable**,

Ejemplo

	$3x^2$	$\frac{1}{2}y^3$	$-9a$
Coeficiente	3	$\frac{1}{2}$	-9
Variable	x^2	y^3	a

Binomio. Es la expresión algebraica que consta de dos términos.

los siguientes son binomios.

$$x+y \qquad\qquad a^2+1$$

Si la expresión algebraica tiene 3 términos se denomina **Trinomio**.

De 4 términos en adelante, son **Polinomios**
En la expresión dada, tenemos un polinomio de 6 términos. El mayor exponente de la variable en este polinomio es 5.

$$11x^{\boxed{5}}+4x^4-x^3-3x^2-x-2$$

Al mayor exponente de la variable en un polinomio se le denomina **Grado del Polinomio**.

Nota: Un polinomio completo tiene un término más que el valor de su grado.

Polinomio Completo → **Número de términos = Grado del Polinomio + 1**

¿Por qué?

El exponente de los factores variables en un polinomio completo van disminuyendo desde el grado del polinomio hasta cero.

Ejemplo

$$11x^5 + 4x^4 - x^3 - 3x^2 - x - 2$$

Este polinomio tiene **Grado** 5, y 6 **términos**, en detalle tenemos:

Término de exponente 5: $11x^5$
Término de exponente 4: $4x^4$
Término de exponente 3: $-x^3$
Término de exponente 2: $-3x^2$
Término de exponente 1: $-x$
Término de exponente cero: 2

$$11x^5 + 4x^4 - x^3 - 3x^2 - x^1 - 2x^0$$

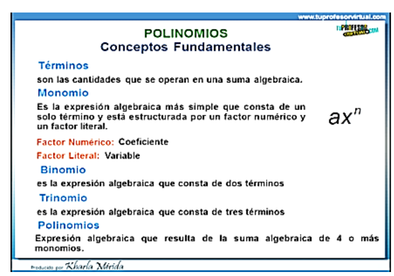
Nota: El término de exponente cero es llamado **Término Independiente**. En él la variable no está, recordemos que $x^0 = 1$.

Con estos conceptos fundamentales vamos a conocer mas de polinomios acompáñanos a la siguiente lección.

POLIMONIOS. Conceptos Fundamentales. Términos Semejantes y Suma de Términos Semejantes.

En la primera lección conocimos qué son términos, monomios, binomios, polinomios y grado de un polinomio.

Ahora veremos cómo seleccionar **términos semejantes** de un polinomio y las condiciones para que dos polinomios sean iguales.


www.tuprofesorvirtual.com
POLINOMIOS
Conceptos Fundamentales
Términos
son las cantidades que se operan en una suma algebraica.
Monomio
Es la expresión algebraica más simple que consta de un solo término y está estructurada por un factor numérico y un factor literal.
ax^n
Factor Numérico: Coeficiente
Factor Literal: Variable
Binomio
es la expresión algebraica que consta de dos términos
Trinomio
es la expresión algebraica que consta de tres términos
Polinomios
Expresión algebraica que resulta de la suma algebraica de 4 o más monomios.
Producido por Kharla Mérida

Términos Semejantes. Son dos o más términos en los que el factor (o factores) literales que contienen son iguales.

¿Son los términos dados términos semejantes?

$\frac{2}{3}x^2y \qquad -x^2y$

Los factores literales de ambos son exactamente iguales.
Son **Términos Semejantes**

$\frac{2}{3}x^2y \qquad -x^2y$

¿Son los términos dados términos semejantes?

$7mn^3$ $7mn^2$

Los factores literales de ambos no son iguales.
No son **Términos Semejantes**

$7mn^3$ $7mn^2$

En el siguiente polinomio, nos piden simplificar términos semejantes.

$$8x^2y + xy^3 - 6xy^3 + 3x^2y - 5x^2y + 4xy^3 + 7x^2y$$

Todos los términos tienen factores x y, pero se diferencian según sea el exponente de ellas en cada uno. semejantes.

Los términos 1ro, 4to, 5to y 7mo tienen exactamente los mismos factores literales, por lo tanto son términos semejantes.

$$8x^2y \;,\; 3x^2y \;,\; -5x^2y \;,\; 7x^2y$$

Y los términos 2do, 3ro y 6to término tienen exactamente los mismos factores literales, son términos semejantes.

$$xy^3 \;,\; -6xy^3 \;,\; 4xy^3$$

Asociamos ambos grupos de términos semejantes.

$$\left(8x^2y + 3x^2y - 5x^2y + 7x^2y\right) + \left(xy^3 - 6xy^3 + 4xy^3\right)$$

Para efectuar la suma de términos semejantes, sumamos sus coeficientes y multiplicamos por los factores literales.

$$(8+3-5+7)x^2y + (1-6+4)xy^3$$

Operamos las sumas de coeficientes y nos queda

$$13x^2y - xy^3$$

POLINOMIOS. Suma de Polinomios. Condiciones Necesarias y Operación

En las lecciones anteriores aprendimos que:

- **Los polinomios están constituidos por términos**,
- **Los términos tienen:**
  - **factores numéricos**, llamados coeficientes y
  - **factores literales**, llamados factores variables.
- **El grado de un polinomio es el mayor exponente que tiene la variable** en la expresión.
- **El número de términos de un polinomio completo es una unidad más que el grado de dicho polinomio**.

Cuando se trata de sumar polinomios debemos observar algunas condiciones:

- El grado que tiene cada polinomio
- Si tienen todos los términos.
- Si están ordenados de la misma forma (de mayor a menor exponente o de menor a mayor exponente)

Entonces,

Si faltan términos deben completarse agregando monomios de coeficiente cero y grados correspondientes a los términos que faltan.

Efectuar la suma de los siguientes polinomios.

$$p(x) = 5x^3 - 11x^2 + 2x - 1 \qquad q(x) = x^3 + 10x^2 - 3x + 6$$

Observaciones:

$p(x) = 5x^3 - 11x^2 + 2x - 1$ **Grado de p(x): 3** **Nro de Términos p(x): 4**

el número de términos es una unidad mayor que el grado de p(x)
Entonces p(x) está completo

$q(x) = x^3 + 10x^2 - 3x + 6$ **Grado de q(x): 3** **Nro de Términos q(x): 4**

el número de términos es una unidad mayor que el grado de p(x)
Entonces q(x) está completo

Ambos polinomios están ordenados de mayor a menor exponente

Para sumar colocamos un polinomio debajo del otro, cuidando que cada término esté debajo del término semejante del otro polinomio.

$$\begin{array}{rrrr} 5x^3 & -11x^2 & +2x & -1 \\ x^3 & +10x^2 & -3x & +6 \\ \hline 6x^3 & -x^2 & -x & +5 \end{array}$$

$$\boxed{(p+q)(x) = 6x^3 - x^2 - x + 5}$$

POLIMONIOS. Resta de Polinomios. Condiciones Necesarias y Operación

Cuando se trata de restar polinomios debemos observar las mismas condiciones de la suma:

- El grado que tiene cada polinomio
- Si tienen todos los términos.
- Si están ordenados de la misma forma (de mayor a menor exponente o de menor a mayor exponente)

Entonces,

Si faltan términos deben completarse agregando monomios de coeficiente cero y grados correspondientes a los términos que faltan.

Efectuar la resta p(x) – q(x)

$p(x)=5x^3-11x^2+2x-1$ **Grado de p(x): 3** **Nro de Términos p(x): 4**

el número de términos es una unidad mayor que el grado de p(x)
Entonces p(x) está completo

$q(x)=x^3+10x^2-3x+6$ **Grado de q(x): 3** **Nro de Términos q(x): 4**

el número de términos es una unidad mayor que el grado de p(x)
Entonces p(x) está completo

Para restar multiplicamos por menos el polinomio sustraendo cambiando el signo a todos los términos, y lo Colocamos debajo del otro polinomio, cuidando que estén alineados los términos semejantes.

$$\begin{array}{rrrr} 5x^3 & -11x^2 & +2x & -1 \\ -x^3 & -10x^2 & +3x & -6 \\ \hline 4x^3 & -21x^2 & +5x & -7 \end{array}$$

$$p(x)-q(x)=4x^3-21x^2+5x-7$$

POLIMONIOS. Suma de Polinomio. Ejercicio 1

Efectuar la suma de los siguientes polinomios

$$p(x) = -7x^3 + 4x + 1 - 3x^2 - 6x^4 \qquad q(x) = 7x^4 - 6x^2 - 4$$

Escribiendo los polinomios en forma decreciente

$$p(x) = -6x^4 - 7x^3 - 3x^2 + 4x + 1$$ **Grado de p(x): 4** **Nro de Términos p(x): 5**

el número de términos es una unidad mayor que el grado de p(x)
Entonces p(x) está completo

$$q(x) = 7x^4 - 6x^2 - 4$$ **Grado de q(x): 4** **Nro de Términos q(x): 3**

el número de términos es una unidad menor que el grado de p(x)
Entonces p(x) no está completo, debemos agregar los términos faltantes con coeficiente cero.

Para sumar colocamos un polinomio debajo del otro, cuidando que cada término esté debajo del término semejante del otro polinomio.

Para sumar se suman los coeficientes de cada par de términos semejantes y esta suma se acompaña del factor variable.

$$\begin{array}{rl} p(x) = & -6x^4 - 7x^3 - 3x^2 + 4x + 1 \\ q(x) = & 7x^4 + 0x^3 - 6x^2 + 0x - 4 \\ \hline & 1x^4 - 7x^3 - 9x^2 + 4x - 3 \end{array}$$

$$p(x) + q(x) = x^4 - 7x^3 - 9x^2 + 4x - 3$$

POLIMONIOS. Suma de Polinomio. Ejercicio 2

Efectuar la suma de los siguientes polinomios:

$$p(x) = x^5 + 2x^4 - x^2 - 6x + 5 \qquad q(x) = x^5 + 11x^3 - 10x^2 - 8$$

$$p(x) = x^5 + 2x^4 - x^2 - 6x + 5$$ **Grado de p(x): 5** **Nro de Términos p(x): 5**

el número de términos es igual que el grado de p(x)
Entonces p(x) no está completo, le falta el término de grado 3.

$q(x) = x^5 + 11x^3 - 10x^2 - 8$ **Grado de q(x): 5** **Nro de Términos q(x): 4**

el número de términos es una unidad menor que el grado de q(x)
Entonces q(x) no está completo, faltan los términos de grado 4 y 1.

Completaremos los términos de p(x) agregando un monomio de grado 3, y a q(x) agregando monomios de grados 4 y 1 y coeficiente.

$p(x) = x^5 + 2x^4 + 0x^3 - x^2 - 6x + 5$ $q(x) = x^5 + 0x^4 + 11x^3 - 10x^2 + 0x - 8$

Para sumar colocamos un polinomio debajo del otro, cuidando que cada término esté debajo del término semejante del otro polinomio.

Para sumar se suman los coeficientes de cada par de términos semejantes y esta suma se acompaña del factor variable.

$$\begin{array}{r} p(x) = x^5 + 2x^4 + 0x^3 - x^2 - 6x + 5 \\ q(x) = x^5 + 0x^4 + 11x^3 - 10x^2 + 0x - 8 \\ \hline 2x^5 + 2x^4 + 11x^3 - 11x^2 - 6x - 3 \end{array}$$

$$\boxed{p(x) + q(x) = 2x^5 + 2x^4 + 11x^3 - 11x^2 - 6x - 3}$$

POLIMONIOS. Suma de Polinomio. Ejercicio 3

Efectuar la suma de los siguientes polinomios.

$$p(x) = \frac{8}{5}x^4 - \frac{1}{5}x^3 - \frac{2}{5}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{3}{7} \qquad q(x) = \frac{2}{5}x^4 + \frac{9}{5}x^3 - \frac{11}{5}x^2 + x - 1$$

Grado de p(x): 4 **Grado de q(x): 4**

Número de Términos p(x): 5 **Número de Términos q(x): 5**

p(x) y q(x) son del mismo grado, están completos y ordenados en forma decreciente, estamos listos para efectuar la suma.

Colocamos un polinomio debajo del otro, cuidando que cada término esté debajo del término semejante del otro polinomio. Y efectuamos la suma de coeficientes término a término.

$$\begin{array}{r} p(x) = \frac{8}{5}x^4 - \frac{1}{5}x^3 - \frac{2}{5}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{3}{7} \\ q(x) = \frac{2}{5}x^4 + \frac{9}{5}x^3 - \frac{11}{5}x^2 + x - 1 \\ \hline p(x) + q(x) = \frac{10}{5}x^4 + \frac{8}{5}x^3 - \frac{13}{5}x^2 + \frac{5}{4}x - \frac{4}{7} \end{array}$$

Simplificando la fracción del primer coeficiente

$$p(x)+q(x)=2x^4+\frac{8}{5}x^3-\frac{13}{5}x^2+\frac{5}{4}x-\frac{4}{7}$$

POLIMONIOS. Resta de Polinomio. Ejercicio 1

Efectuar la resta de los siguientes polinomios.

$$p(x)=-\frac{1}{6}x^3-\frac{3}{2}x^2+4x \qquad q(x)=-\frac{1}{6}x^4-\frac{7}{3}x^3+\frac{4}{3}x^2-x+2$$

Grado de p(x): 3

Número de Términos p(x): 3

Grado de q(x): 4

Número de Términos q(x): 5

p(x) es de grado 3 y tiene 3 términos, falta el término independiente. Mientras que q(x) es de grado 4, tiene 5 términos, entonces está completo. Ambos están ordenados de forma decreciente.

Completamos p(x) con término de grado 4 y término independiente nulos, para emparejar los términos de q(x). Y a q(x) lo multiplicamos por menos para efectuar la resta como la suma de p(x) con el opuesto de q(x).

$$p(x)=0x^3-\frac{1}{6}x^3-\frac{3}{2}x^2+4x+0 \qquad -q(x)=+\frac{1}{6}x^4+\frac{7}{3}x^3-\frac{4}{3}x^2+x-2$$

Colocamos un polinomio debajo del otro, cuidando que cada término esté debajo del término semejante del otro polinomio. Y efectuamos la suma de coeficientes término a término.

$$p(x)=0x^3-\frac{1}{6}x^3-\frac{3}{2}x^2+4x+0$$

$$-q(x)=+\frac{1}{6}x^4+\frac{7}{3}x^3-\frac{4}{3}x^2+x-2$$

$$p(x)-q(x)=\frac{1}{6}x^3+\frac{13}{6}x^3-\frac{17}{6}x^2+5x-2$$

$$\boxed{p(x)-q(x)=\frac{1}{6}x^3+\frac{13}{6}x^3-\frac{17}{6}x^2+5x-2}$$

POLIMONIOS. Resta de Polinomio. Ejercicio 2

Efectuar la resta de los siguientes polinomios.

$$p(x) = 5x^3 + 1 \qquad q(x) = 6x^4 - x^3 + 8x^2 + 2$$

Grado de p(x): 3

Grado de q(x): 4

Número de Términos p(x): 2

Número de Términos q(x): 4

p(x) es de grado 3 y tiene 2 términos, faltan los términos de grado 2, y 1. Mientras que q(x) es de grado 4, tiene 4 términos, le falta el término de grado 1. Ambos están ordenados de forma decreciente.

Completamos p(x) con término de grados 4 y 2, nulos, para emparejar los términos de q(x). Y a q(x) lo multiplicamos por menos para efectuar la resta como la suma de p(x) con el opuesto de q(x).

Colocamos un polinomio debajo del otro, cuidando que cada término esté debajo del término semejante del otro polinomio. Y efectuamos la suma de coeficientes término a término.

$$\begin{array}{r} p(x) = 0x^4 + 5x^3 + 0x^2 + 1 \\ -q(x) = -6x^4 + x^3 - 8x^2 - 2 \\ \hline p(x) - q(x) = -6x^4 + 6x^3 - 8x^2 - 1 \end{array}$$

$$\boxed{p(x) - q(x) = -6x^4 + 6x^3 - 8x^2 - 1}$$

POLIMONIOS. Resta de Polinomio. Ejercicio 3

Efectuar la resta de los siguientes polinomios.

$$p(x) = x^5 - 3 \qquad q(x) = 2x^4 - 6x^3 + x^2$$

Grado de p(x): 5

Grado de q(x): 4

Número de Términos p(x): 2

Número de Términos q(x): 3

p(x) es de grado 5 y tiene 2 términos, faltan los términos de grado 4, 3, 2, y 1. Mientras que q(x) es de grado 4, tiene 3 términos, faltan los términos de grado 1 e independiente. Ambos están ordenados de forma decreciente.

Completamos p(x) con término de grados 4, 3 y 2, nulos, para emparejar los términos de q(x). Y a q(x) le agregamos el término independiente nulo y lo multiplicamos por menos para efectuar la resta como la suma de p(x) con el opuesto de q(x).

$$p(x) = x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 0x^2 - 3 \qquad -q(x) = 0x^5 - 2x^4 + 6x^3 - x^2 + 0$$

Colocamos un polinomio debajo del otro, cuidando que cada término esté debajo del término semejante del otro polinomio. Y efectuamos la suma de coeficientes término a término.

$$\begin{array}{r} p(x) = x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 0x^2 - 3 \\ -q(x) = 0x^5 - 2x^4 + 6x^3 - x^2 + 0 \\ \hline p(x) - q(x) = x^5 - 2x^4 + 6x^3 - x^2 - 3 \end{array}$$

$$\boxed{p(x) - q(x) = x^5 - 2x^4 + 6x^3 - x^2 - 3}$$

Emparejando el Lenguaje

Términos. Son las cantidades que se operan en una suma algebraica.

Monomio. Es la expresión algebraica más simple consta de un solo término y está estructurada por un factor numérico y un factor literal.

Binomio. Es la expresión algebraica que consta de dos términos los siguientes son binomios. Si la expresión algebraica tiene 3 términos se denomina trinomio.

Trinomio. Es la expresión algebraica que consta de tres términos.

Polinomio. Es una expresión algebraica que resulta de la suma de varios monomios de distintos grados.

Variable. Es la letra que constituye la estructura de un polinomio se denomina variable y debe esta denominación al hecho de que se le pueden asignar distintos valores según sea la necesidad.

Grado de un Polinomio. Es el mayor exponente que tiene la variable en el polinomio.

A Practicar

Efectuar las operaciones indicadas para los polinomios dados

$p(x) = -2x^3 + 7x^2 + 3x + 1$ $\quad q(x) = 11x^5 - 6x^4 + 5x^3 - 4x + 9$ $\quad h(x) = -x^5 + 8x^3 - 10$

1. p(x) + q(x)
2. q(x) + h(x)
3. h(x) – p(x)
4. p(x) + h(x)
5. q(x) – h(x)
6. q(x) – p(x)

$$p(t) = -\frac{12}{5}t^4 + \frac{1}{5}t^3 - 9t^2 + \frac{2}{7}t + \frac{1}{6} \qquad q(t) = \frac{4}{15}t^5 - \frac{1}{3}t^4 + \frac{11}{14}t^3 - \frac{7}{6}t + \frac{2}{9}$$

$$h(t) = -\frac{3}{7}t^5 + \frac{4}{15}t^4 + \frac{1}{21}t^3 - \frac{5}{6}t^2 + 6t + 1$$

7. p(t) + q(t)
8. q(t) + h(t)
9. h(t) – p(t)
10. p(t) + h(t)
11. q(t) – h(t)
12. q(t) – p(t)

¿Lo Hicimos Bien?

1. $p(x) + q(x) = 11x^5 - 6x^4 + 3x^3 + 7x^2 - x + 10$
2. $q(x) + h(x) = 10x^5 - 6x^4 + 13x^3 - 4x - 1$
3. $h(x) - p(x) = -x^5 + 10x^3 - 7x^2 - 3x - 11$
4. $p(x) + h(x) = -x^5 + 6x^3 + 7x^2 + 3x - 9$
5. $q(x) - h(x) = 12x^5 - 6x^4 - 3x^3 - 4x + 19$
6. $q(x) - p(x) = 13x^5 - 6x^4 + 5x^3 - 7x^2 - 7x + 8$
7. $p(t)+q(t) = \frac{4}{15}t^5 - \frac{41}{15}t^4 + \frac{69}{70}t^3 - 9t^2 - \frac{37}{42}t + \frac{7}{18}$
8. $q(t)+h(t) = -\frac{17}{105}t^5 - \frac{1}{15}t^4 + \frac{35}{42}t^3 - \frac{5}{6}t^2 + \frac{29}{6}t + \frac{11}{9}$
9. $h(t)-p(t) = -\frac{3}{7}t^5 + \frac{8}{3}t^4 - \frac{16}{105}t^3 + \frac{49}{6}t^2 + \frac{40}{7}t + \frac{5}{6}$
10. $p(t)+h(t) = -\frac{3}{7}t^5 - \frac{32}{15}t^4 + \frac{26}{105}t^3 - \frac{59}{6}t^2 - \frac{44}{42}t + \frac{7}{6}$
11. $q(t)-h(t) = -\frac{73}{105}t^5 - \frac{3}{5}t^4 + \frac{31}{42}t^3 + \frac{5}{6}t^2 - \frac{43}{6}t - \frac{7}{9}$
12. $q(t)-p(t) = \frac{4}{15}t^5 + \frac{31}{15}t^4 + \frac{41}{70}t^3 + 9t^2 - \frac{61}{42}t - \frac{1}{18}$