FUNCIÓN AFÍN. PENDIENTE DE UNA RECTA

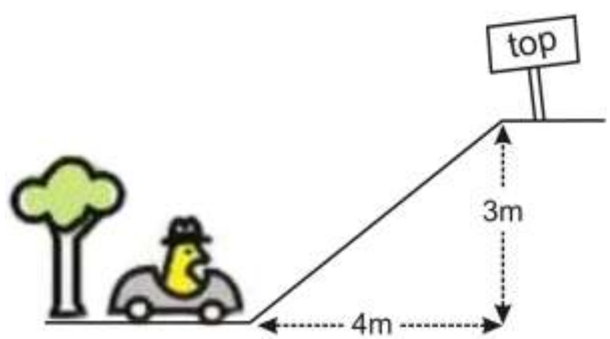
Suponga que tiene un avión de juguete sobre el despegue, que se eleva 5 pies por cada 6 metros que recorre a lo largo de la horizontal. ¿Cuál sería la pendiente de su ascenso? ¿Sería un valor positivo o un valor negativo? En esta guía, usted aprenderá cómo determinar la pendiente de una línea a través del análisis y el cambio vertical cambio horizontal, de modo que usted puede manejar problemas como éste.

Marco Teórico

El paso de un techo, la inclinación de una escalera contra una pared, la pendiente de la carretera, e incluso su caminadora inclinada, son ejemplos de la pendiente.
La **pendiente** de una recta mide su pendiente (negativa o positiva).

Por ejemplo, si alguna vez ha conducido a través de una cadena de montañas, puedes haber visto un cartel que decía: "10% de inclinación." El porcentaje se explica cómo la pendiente es pronunciada. Usted probablemente ha visto esto en una cinta de correr demasiado. La inclinación en una cinta mide la empinada usted está caminando cuesta arriba. A continuación se muestra una definición más formal de la pendiente.
La **pendiente** de una línea es el cambio vertical dividido por el cambio horizontal.

En la figura siguiente, un coche empieza a subir por una colina. La altura de la colina es de 3 metros y la longitud de la colina es de 4 Metros. Usando esta definición, la pendiente de la colina se puede escribir como $\frac{3\,metros}{4\,metros} = \frac{3}{4}$ .Porque $\frac{3}{4} = 75\%$, podemos decir que este cerro tiene una pendiente positiva 75%.



Del mismo modo, si el coche empieza a descender *por* una colina, todavía se puede determinar la pendiente.

$$\text{Pendiente} = \frac{\text{cambio vertical}}{\text{cambio Horizontal}} = \frac{-3}{4}$$

La pendiente en este caso es negativa debido a que el coche está viajando cuesta abajo.

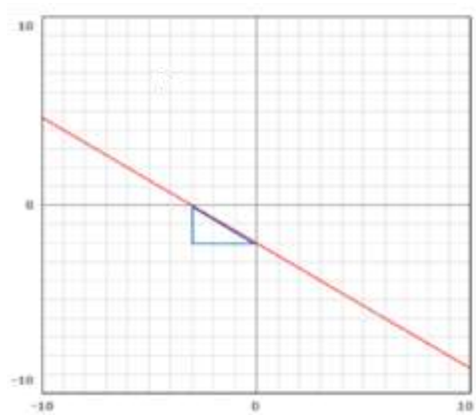
Otra forma de pensar de la pendiente es: $Pendiente = \frac{Subida}{bajada}$.

Al graficar una ecuación, la pendiente es una herramienta muy poderosa. Proporciona las instrucciones sobre cómo llegar de un par ordenado a otro. Para determinar la pendiente, es útil para dibujar una ***pendiente-triángulo***.

EJEMPLO 1:

Usando el siguiente gráfico, elegir dos pares ordenados que tienen valores enteros tales como (-3, 0) y (0, -2). Ahora dibuja el triángulo de pendiente mediante la conexión de estos dos puntos.

Respuesta:



El lado vertical del triángulo representa el *aumento* de la línea y el tramo horizontal del triángulo representa el *funcionamiento* de la línea. Una tercera forma de representar la pendiente es:

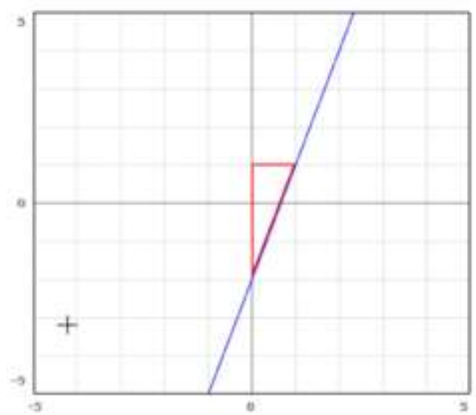
$$Pendiente = \frac{cambio\ vertical}{cambio\ Horizontal}$$

A partir de la izquierda la mayoría de las coordenadas, cuente el número de unidades verticales y unidades horizontales que se tardó en llegar a la derecha de las coordenadas.

$$Pendiente = \frac{cambio\ Vertical}{cambio\ Horizontal} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3}$$

EJEMPLO 2: Encuentre la pendiente de la línea graficada a continuación.

Respuesta: Comience por encontrar dos pares de pares ordenados de números enteros (1, 1) *y* (0, -2).



Dibuje el triángulo de pendiente.

Cuente el número de unidades verticales para llegar desde el par ordenado de izquierda a la derecha.

Cuente el número de unidades horizontales para llegar desde el par ordenado de la izquierda a la derecha.

$$Pendiente = \frac{cambio\ Vertical}{cambio\ horizontal} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3}$$

Una forma más algebraica para determinar una pendiente es mediante el uso de una fórmula. La fórmula para la pendiente es:

La pendiente entre dos puntos (x_1, y_1) y (x_2 , Y_2) es: m = $\frac{y2-y1}{X2-X1}$.

(x_1,y_1) representa uno de los dos pares ordenados y (x_2,Y_2) representa la otra. El ejemplo siguiente ayuda a mostrar esta fórmula.

Ejemplo 3

Usando la fórmula de la pendiente, determinar la pendiente de la ecuación representada gráficamente en el Ejemplo 2.

Respuesta: Utilice los pares ordenados de enteros utilizados para formar el triángulo de pendiente (1, 1) *y* (0, -2). Puesto que (1, 1) se escribe primero, se le puede llamar (x_1,y_1) Eso significa que (0,-2) = (x_2,Y_2)

Utilice la siguiente fórmula: m=$\frac{y2-y1}{X2-X1}$.= $\frac{-2-1}{0-1} = \frac{-3}{-1} = 3$

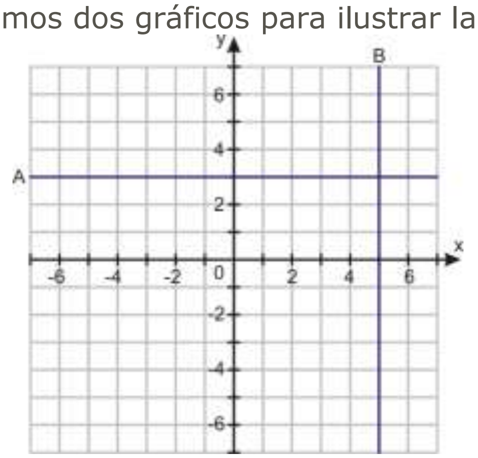
Como puede ver, la pendiente es la misma independientemente del método que utilice. Si los pares ordenados son fraccionados o están muy distantes, es más fácil utilizar la fórmula que a dibujar un triángulo de pendiente.

TIPOS DE PENDIENTES

Las pendientes son de cuatro tipos diferentes: negativo, cero positivo y definido. El primer gráfico de este concepto tenía una pendiente negativa. El segundo gráfico tenía una pendiente positiva. Laderas con pendientes cero son líneas sin ninguna inclinación, y pendientes por definir, no se pueden calcular.

- Cualquier línea con una pendiente de cero será una **horizontal** recta con ecuación Y.
- Cualquier línea con una pendiente indefinida será una **vertical de** acuerdo con la ecuación X.

Vamos a utilizar los próximos dos gráficos para ilustrar las definiciones anteriores.



Ejemplo 4

Para determinar la pendiente de *la línea* A , es necesario encontrar dos pares ordenados con valores enteros.
(-4, 3) *y* (1, 3). Elija una par ordenado para representar (x_1,y_1) y el otro para representar (x_2,y_2) .

Ahora aplica la fórmula: m=$\frac{y2-y1}{X2-X1}$.= $\frac{3-3}{1-(-4)} = \frac{0}{5} = 0$

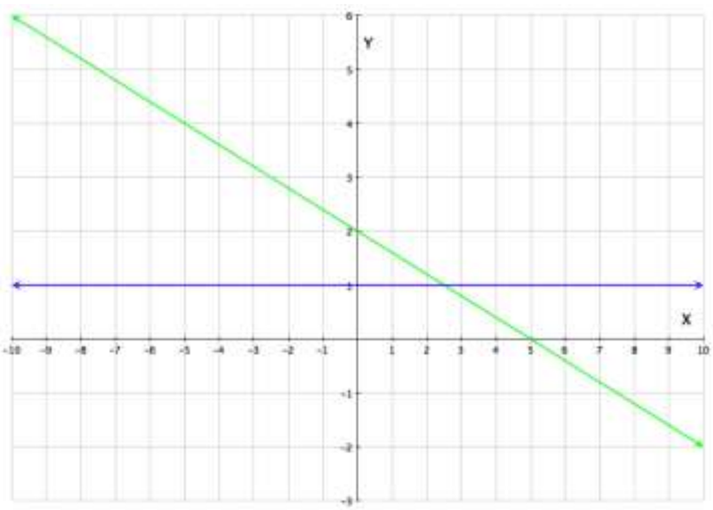
Para determinar la pendiente de *la línea* B , es necesario encontrar dos pares ordenados en esta línea con valores enteros y aplicar la fórmula.(5, 1) *y* (5, -6)

m=$\frac{y2-y1}{X2-X1}$.= $\frac{-6-1}{5-5} = \frac{-7}{0} = Indefinido$

No se puede dividir por cero, por lo que la pendiente de *la línea* B no puede ser determinado y se llama **indefinido**.

EJERCICIOS RESUELTOS

1 Encuentre la pendiente de cada línea en el siguiente gráfico:



Respuesta:

Para cada línea, identifique dos pares de coordenadas en la línea y utilícelos para calcular la pendiente.

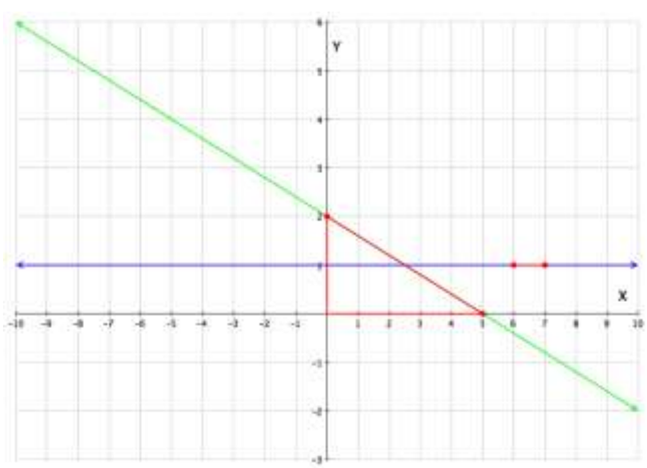
Para la línea verde, una opción es (0,2) y (5,0) . Esto se traduce en una pendiente de:

$$m = \frac{0-2}{5-0} = \frac{-2}{5}$$

Para la línea azul, una opción es(6,1) y (7,1) . Esto se traduce en una pendiente de:

$$m = \frac{1-1}{7-6} = \frac{0}{1} = 0$$

Las pistas se pueden ver en este gráfico:



2 Halla la pendiente de la recta que pasa por este par de puntos.

a. (-3 , -3) y (2, -3)

Respuesta:

La ecuación para encontrar la pendiente de la recta, viene dada por la siguiente fórmula

$$m=\frac{y2-y1}{X2-X1}.$$

Sustituyendo: $X_1= -3$, $Y_1= -3$ ¸ $X_{2=}$ 2, $Y_2= -3$
Tenemos que:

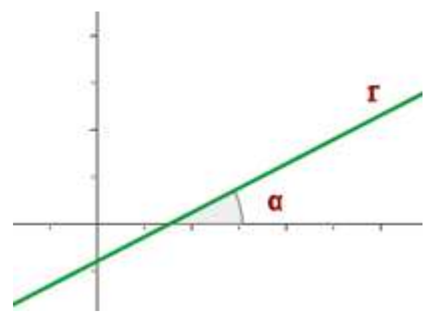
$$m=\frac{y2-y1}{X2-X1} = \frac{-3-(-3)}{2-(-3)} = \frac{0}{5} = 0$$

Por lo tanto la ecuación de la recta es m=0

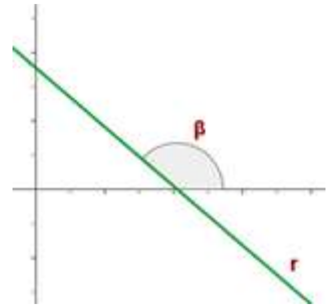
3 ¿Cuándo una función lineal es creciente y cuando es decreciente?

Respuesta:

Si **m>0 la función lineal es creciente** y el **ángulo** que forma la recta con la parte positiva del eje 0x es un **ángulo agudo.**



Si **m<0 la función lineal es decreciente** y el **ángulo** que forma la recta con la parte positiva del eje 0x es un **ángulo obtuso.**



4 Según los tipos de recta como debe ser una recta con:

a. Pendiente Positiva
b. Pendiente negativa
c. Pendiente cero
d. Pendiente Indefinida

Respuesta:

a. Una recta con pendiente positiva debe ser ascendente.
b. Una recta con pendiente negativa debe ser descendente
c. Una recta con pendiente cero es una recta horizontal
d. Una recta con pendiente indefinida es una recta vertical.

5 Dada la siguiente tabla calcula la pendiente de la recta:

Nombre	Par Ordenado	Coordenadas
Punto 1	(0, 2)	$x_1 = 0$ $y_1 = 2$
Punto 2	(−2, 6)	$x_2 = -2$ $y_2 = 6$

Respuesta:

La ecuación para encontrar la pendiente de la recta, viene dada por la siguiente fórmula:

$$m=\frac{y2-y1}{X2-X1}.$$

Así;

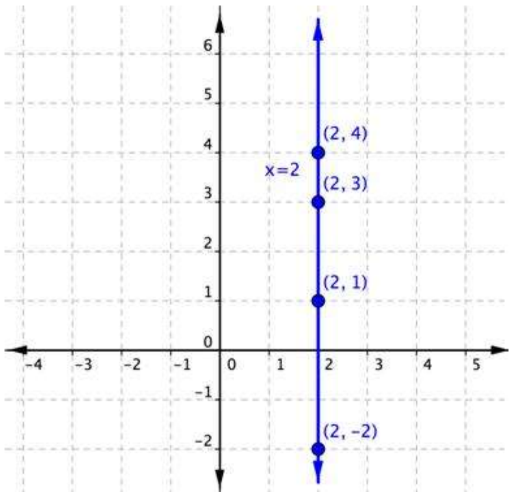
$$m=\frac{y2-y1}{X2-X1}. = \frac{6-2}{-2-0} = \frac{4}{-2} = -2$$

Por lo tanto; la pendiente de la recta es m=0

6 Observa el siguiente cuadro

Respuesta:

La ecuación para encontrar la pendiente de la recta, viene dada por la siguiente fórmula:



y calcula la pendiente entre los puntos (2,1) y (2,3)

$m = \frac{y2-y1}{X2-X1}$.

Entonces;

$m = \frac{y2-y1}{X2-X1} = \frac{3-1}{2-2} = \frac{2}{0}$ No esta definida.

Glosario

- La **pendiente** es la **inclinación** de la recta con respecto al eje de abscisas o eje de las x.
- El **eje de abscisas** o **eje X** es el **eje horizontal** de un sistema de coordenadas cartesianas
- El **eje de ordenadas** o **eje Y** es el **eje vertical** de un sistema de coordenadas cartesianas
- **Recta vertical** se expresa de la forma **x = a**, donde **a** es una constante. Recuerda que en una recta vertical la pendiente no está definida.

- **Recta horizontal** se expresa de la forma **y = b**, donde **b** es una constante. La pendiente de una recta horizontal es cero.

Otras Referencias 

- http://www.montereyinstitute.org/courses/DevelopmentalMath/TEXTGROUP-9-14_RESOURCE/U13_L2_T1_text_final_es.html
- http://www.ditutor.com/funciones/pendiente-recta.html
- https://es.wikipedia.org/wiki/Pendiente_(matem%C3%A1ticas)