

OPERACIONES EN Q (NÚMEROS RACIONALES)

¿Alguna vez has tenido que sumar pequeñas medidas o fracciones para colocar algo junto?



Después de haber completado con éxito el proyecto de estimación, Tomas está libre para hacer un poco más de medición para su tío. El tío Enrique le ha dicho a Tomas que tiene que hacer algunas mediciones en una pared en donde estará ubicada la cocina. El tío Enrique le muestra a Tomas cuál es la pared que debe marcar y le da un lápiz y una regla.

"Necesito que hagas una pequeña marca en $\frac{1}{8}$ *unidad*, otra pequeña marca en $\frac{2}{8}$ *unidad* y una gran marca en $\frac{3}{8}$ *unidad*, dice el tío Enrique. "Luego continúa ese patrón a través de la pared. Las marcas más importantes son las grandes, por favor asegúrate de que esas marcas están en el lugar correcto. Las marcas grandes me indicarán donde tengo que poner los soportes luego".

"Está bien", dice Tomas sonriendo. Él confía en que él sabe lo que está haciendo.

El tío Enrique se va a trabajar en otro proyecto y deja a Tomas haciendo su trabajo. "Hmmm," piensa Tomas. "Si hago todas las marcas grandes primero estaré hecho mucho más rápido. Luego puedo volver y hacer las pequeñas. Puedo sumar estas fracciones y averiguar en qué medida tengo que dibujar las marcas grandes".

Tomas tiene un plan pero, ¿Funcionará su plan de trabajo? Si Tomas suma las fracciones, ¿En qué medida se dibujarán las marcas grandes? Este concepto te enseñará todo lo que necesitas saber para responder a cada una de estas preguntas.

Ya has aprendido a sumar números enteros, ahora vamos a aprender a sumar fracciones. En esta lección, aprenderás todo acerca de la adición de las fracciones con **denominadores iguales o comunes**.

¿Qué es un denominador común?

Un denominador común es un denominador que es el mismo en dos o más fracciones. Esto significa que el entero ha sido dividido en el mismo número de partes. Si el denominador de dos fracciones es un cinco, entonces, ambas fracciones se han dividido en cinco partes. Los numeradores pueden ser diferentes, pero los denominadores son iguales.

Esta imagen muestra dos fracciones con denominadores iguales.



$$= \frac{2}{6}$$



$$= \frac{4}{6}$$

Ahora supón que quieres sumar estas dos fracciones. Debido a que los denominadores son comunes, estas sumando partes iguales. Puedes simplemente sumar los numeradores y tendrás la nueva fracción.

$$\frac{2}{6} + \frac{4}{6} = \frac{6}{6}$$

Aquí puedes observarla como una imagen.



Has combinado estas dos fracciones para obtener una fracción que puedes llamar seis sextos.

¿Qué pasa con la simplificación?

Debes simplificar o reducir todas las respuestas. En este ejemplo, cuando tienes seis de seis partes, tienes un todo. Puedes ver que la figura completa está sombreada. Simplificas la respuesta y el trabajo estaría completo.

La respuesta final es $\frac{6}{6} = 1$

Echa un vistazo a otro. Puedes trabajar en esto sin mirar una imagen.

$$\frac{2}{8} + \frac{4}{8} = \underline{\quad}$$

El primer paso es asegurarte de que tienes denominadores comunes. En este ejemplo, los dos denominadores son 8, por lo que podemos sumar los numeradores.

El siguiente paso es sumar los numeradores.

$$2 + 4 = 6$$

Coloca ese número sobre el denominador común.

$$\frac{6}{8}$$

El último paso es ver si puedes simplificar la respuesta. En este ejemplo, 6 y 8 tienen como máximo común divisor al 2. Dividimos el numerador y el denominador entre 2 para simplificar la fracción.

$$\frac{6 \div 2}{8 \div 2} = \frac{3}{4}$$

La respuesta final es $\frac{3}{4}$

Ahora es el momento de que lo intentes por tu propia cuenta con los siguientes ejemplos. Asegúrate de que tu respuesta está en su mínima expresión.

Ejemplo A

$$\frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Respuesta: $\frac{3}{7}$

Ejemplo B

$$\frac{3}{9} + \frac{1}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Respuesta: $\frac{4}{9}$

Ejemplo C

$$\frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Respuesta: $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

Ahora vuelve y ayuda a Tomas con su dilema.

Para que Tomas pueda seguir con su plan, tiene que sumar las fracciones para determinar qué fracción de una pulgada debe situarse entre las marcas grandes para los soportes.

$$\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Estas fracciones tienen denominadores comunes, por lo que Tomas puede simplemente sumar los numeradores.

$$1 + 2 + 3 = 6$$

A continuación, puedes poner esta respuesta sobre el denominador común.

$$\frac{6}{8}$$

Tomas tiene que hacer una gran marca cada seis octavos de unidad. Será mucho más fácil medir las marcas si Tomas simplifica esta fracción.

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Tomas tiene que hacer una marca grande cada $\frac{3}{4}$ *unid.* Confiado en sus cálculos, se pone a trabajar.

¿Alguna vez has pensado cuántas capas forman una pared?



Tomas está teniendo un gran tiempo de trabajo con su tío Enrique. En su segundo día de trabajo, Tomas y el tío Enrique trabajaron en las capas de una pared. "Cuando la ves por primera vez, no te das cuenta que la pared tiene muchas capas que aumentan su grosor" le dice el tío Enrique a Tomas.

"¿Cómo qué?" Tomas pregunta.

"Bueno, empezamos con los paneles de yeso que tienen $\frac{1}{4}$ de unidades de espesor. Luego añadimos el aislamiento. En este muro vamos a usar dos formas diferentes de aislamiento. Uno de ellos tiene $\frac{3}{4}$ de unidades de espesor y el otro tiene $\frac{1}{2}$ de unidades de espesor. Luego, añadimos una capa de $\frac{1}{2}$ de unidades de espesor para el revestimiento de la pared. Por último añadimos el apartadero, que tiene de $\frac{7}{8}$ de unidades de espesor", explica el tío Enrique.

"Guao, eso es bastante grueso.", dice Tomas.

¿Pero qué tan grueso es? Tomas no está seguro. Ten en cuenta que todas estas fracciones tienen denominadores diferentes. Para determinar el espesor de la pared, tendrás que saber sumar fracciones con diferentes denominadores.

Esta lección tiene toda la información que necesitas.

En la lección anterior, aprendiste a sumar fracciones que tenían el mismo denominador. Al sumar las fracciones con el mismo denominador, no tienes que hacer nada con el denominador, puedes simplemente sumar los numeradores. Por lo tanto, la adición de estas fracciones es muy simple.

No todas las fracciones tienen denominadores comunes. Cuando tenemos fracciones con distinto denominador, podemos sumar, pero tendremos que **cambiar el nombre** de las fracciones antes de poder sumarlas.

¿Cómo sumar fracciones con diferentes denominadores?

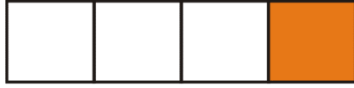
Para sumar fracciones con diferentes denominadores, tienes que **cambiar el nombre** de las fracciones para que sean iguales. Les cambias el nombre cambiando los diferentes denominadores de las fracciones a un denominador común.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

En este ejemplo, estas tratando de sumar un medio y un cuarto. Si algo se divide en mitades, entonces se divide en dos piezas. Si algo se divide en cuartos, entonces se divide en cuatro partes.



$$= \frac{1}{2}$$



$$= \frac{1}{4}$$

Aquí estas tratando de sumar cuartos y mitades. Son diferentes cantidades. Puedes ver que aunque la barra en ambos casos es del mismo tamaño, se divide en distintos pedazos. Tienes que reescribir estas fracciones para que tengan denominadores comunes.

¿Cómo puedes reescribir fracciones para que tengan un denominador común?

El primer paso para hacer esto es encontrar el **mínimo común múltiplo** de los dos denominadores.

Echa un vistazo a 2 y 4.

En primer lugar, nombra los múltiplos de 2: 2, 4, 6, 8, 10. . . .

Luego, nombra los múltiplos de 4: 4, 8, 12, 16. . . .

El mínimo común múltiplo de 2 y 4 es 4.

El siguiente paso es volver a escribir cada fracción como una **fracción equivalente** que tiene a cuatro como denominador.

$$\frac{1}{2} = \frac{\quad}{4}$$

Para escribir una mitad en términos de cuartos, tienes que multiplicar el numerador y el denominador por el mismo número. $2 \times 2 = 4$, por lo que se multiplica el numerador por 2 también. $1 \times 2 = 2$.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

La segunda fracción $\frac{1}{4}$, ya está escrita en términos de cuartos por lo que no hay que cambiar nada en absoluto.

A continuación, puedes sumar las fracciones renombradas.

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

La respuesta es $\frac{3}{4}$. Esta respuesta está en su mínima expresión, por lo que el trabajo está completo.

Siempre que cambies el nombre de las fracciones con el mínimo común múltiplo, podrás sumar

cualquier fracción con distinto denominador.

Prueba algunos de estos por tu cuenta. Por favor, escribe tu respuesta en su mínima expresión.

Ejemplo A

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Respuesta: $\frac{5}{6}$

Ejemplo B

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Respuesta: $\frac{7}{9}$

Ejemplo C

$$\frac{4}{5} + \frac{1}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Respuesta: $\frac{17}{15}$

Ahora vuelve al problema original.

Tomas tiene que sumar todas las fracciones para determinar el grosor de la pared. Para ello, tiene que escribir una expresión numérica como las que has trabajado durante la lección. La expresión es la siguiente.

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{7}{8}$$

Esta expresión muestra las diferentes capas de la pared. Para encontrar una medida para el espesor de la pared, Tomas debe sumar todas estas fracciones. Para ello, tendrá que cambiar el nombre de la fracción por el mínimo común múltiplo.

¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 4, 2 y 8? Sí, es 8.

Hay que cambiar la fracción a términos de octavos.

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$$

A continuación, reescribe la expresión.

$$\frac{2}{8} + \frac{6}{8} + \frac{4}{8} + \frac{4}{8} + \frac{7}{8}$$

Ahora puedes sumar los numeradores.

$$2 + 6 + 4 + 4 + 7 = 23$$

$$\frac{23}{8}$$

Ahora Tomas puede ver que la pared tiene casi tres unidades de espesor.

Tomas ha estado esparciendo un poco de techo de yeso, y es demasiado grueso. ¿Cómo hacer que algo se haga más delgado? Echa un vistazo.

Tomas ha mezclado un poco de yeso y practica esparciéndolo. Sin embargo, el yeso es demasiado grueso. Cuando se esparce hacia fuera, mide $\frac{5}{8}$ de unidades y necesita que mida $\frac{3}{8}$ de unidades. Tomas tiene que restar para obtener la diferencia.

Esta es la expresión.

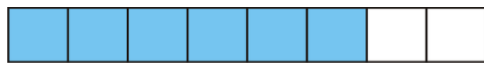
$$\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$$

El único problema es que no puede recordar cómo restar fracciones con denominadores comunes.

Esta lección te enseñará todo lo que necesitas para restar fracciones con denominadores comunes.

También puedes restar fracciones con denominadores comunes para encontrar la **diferencia** entre las fracciones. Siempre y cuando los denominadores sean iguales, las fracciones son iguales, y simplemente se restan los numeradores.

Aquí hay un ejemplo con imágenes.



$$= \frac{6}{8}$$



$$= \frac{3}{8}$$

$$\frac{6}{8} - \frac{3}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Para solucionar este problema, sólo hay que restar los numeradores. La diferencia entre seis y tres es tres. Coloca la respuesta sobre el denominador común.

La respuesta final . $\frac{3}{8}$

No necesitas simplificar esta fracción. Ya tres octavos está en su mínima expresión.

Prueba algunos de ellos por tu cuenta. Simplifica la diferencia si es necesario.

Ejemplo A

$$\frac{6}{7} - \frac{2}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Respuesta: $\frac{4}{7}$

Ejemplo B

$$\frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Respuesta: $3\frac{1}{9}$

Ejemplo C

$$\frac{8}{10} - \frac{4}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Respuesta: $6\frac{3}{10}$

Ahora, de vuelta a Tomas. Aquí está el problema original una vez más.

$$\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Ahora vas a ver cuál es la diferencia. Resta los numeradores. Los denominadores quedan iguales.

La respuesta es $\frac{2}{8}$, que simplificada es $\frac{1}{4}$.

Ahora echa un vistazo a este otro dilema.

Tomas está trabajando en una pieza de madera para convertirla en una placa y utilizarla en el frente de la casa. La madera tiene $\frac{6}{8}$ de unidades de espesor. Ha afeitado $\frac{1}{2}$ de unidades.

Teniendo en cuenta este trabajo, ¿Cuál es el nuevo grosor de la placa de madera?

Presta atención a este tema y aprenderás cómo restar fracciones con diferentes denominadores. Entonces, así sabrás cómo averiguar el nuevo grosor de la madera

Así como puedes sumar fracciones con diferentes denominadores renombrándolos con el mínimo común múltiplo, también puedes restar fracciones con diferentes denominadores haciendo lo mismo.

En primer lugar, debes recordar que para restar dos fracciones con diferentes denominadores, se les debe cambiar el nombre con un denominador común. Has esto mediante la búsqueda del mínimo común múltiplo y renombra cada fracción como una fracción equivalente con el mínimo común múltiplo como denominador.

$$\frac{6}{8} - \frac{1}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Encuentra el mínimo común múltiplo de 4 y 8. Para este caso es 8.
A continuación, cambia el nombre de cada fracción en términos de octavos.

Recuerda que el cambio de nombre es otra forma de decir que creas una fracción equivalente en términos de octavos. Es decir, el valor de la fracción no se altera.

$\frac{6}{8}$ ya está en términos de octavos. Lo dejas igual.

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$

Ahora puedes reescribir el problema y encontrar la diferencia.

$$\frac{6}{8} - \frac{2}{8} = \frac{4}{8}$$

Puedes simplificar cuatro octavos dividiendo el numerador y el denominador entre el MCD. El MCD en este caso es 4.

$$\frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{1}{2}$$

La respuesta final es $\frac{1}{2}$

Resta las siguientes fracciones. Asegúrate de que tu respuesta está en su mínima expresión.

Ejemplo A

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Respuesta: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Ejemplo B

$$\frac{1}{2} - \frac{4}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Respuesta: $\frac{1}{18}$

Ejemplo C

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Respuesta: $\frac{11}{20}$

Ahora, de vuelta a Tomas y la placa de madera. Aquí está el problema original una vez más. Para resolver su dilema, puedes escribir el problema de la siguiente forma.

$$\frac{6}{8} - \frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

En primer lugar, se puede cambiar el nombre de estas dos fracciones con el denominador común 8. Luego resta y simplifica.

$$\frac{6}{8} - \frac{4}{8} = \frac{1}{4}$$



Los estudiantes han ordenado sus suministros y el lunes tendrán la gran apertura de la tienda de la escuela. Para atraer a los estudiantes, han decidido hornear galletas para celebrar el día de la inauguración. Cada estudiante ha decidido hornear 5 lotes de galletas. Hay 24 galletas en un lote. Así que cada estudiante va a traer 120 galletas el lunes.

En su casa, Tony está trabajando fuerte para hornear sus galletas. El problema es que se ha dado cuenta que tiene sólo $6\frac{1}{2}$ tazas de harina. Cada lote de galletas necesita $1\frac{1}{2}$ tazas. En base a estos números, Tony tendrá que averiguar cuántos lotes necesitará para las galletas.

Luego, tendrá que averiguar cuántas galletas habrá horneado con estos suministros.

Tony comienza a realizar una división.

¿Sabes por qué está dividiendo? La división es una forma de partir en pedazos iguales las cosas. Tony tiene que dividir la harina. Para llevar a cabo esta tarea, tendrá que entender cómo dividir y multiplicar fracciones y números mixtos. Presta mucha atención y sabrás cómo resolver este dilema al final de la lección.

Multiplicar y dividir fracciones es mucho menos trabajo que sumarlas y restarlas.

Para multiplicar dos fracciones, simplemente multiplica los numeradores para obtener el producto del numerador, y multiplica los denominadores para obtener el producto del denominador.

Para dividir dos fracciones, primero tienes que encontrar el recíproco del divisor. Eso significa que necesitas voltear la segunda fracción. Luego multiplica los numeradores y denominadores.



Escribe estas notas en tu cuaderno.

Multiplica: $\frac{2}{7} \times \frac{3}{5}$

Multiplica los numeradores y los denominadores.

$$\frac{2}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{7 \times 5} = \frac{6}{35}$$

Ahora echa un vistazo a dividir fracciones.

Divide: $4\frac{3}{10} \div \frac{1}{2}$

¡Guao! Éste tiene un número mixto y una fracción. ¡No dejes que esto te enrede! Puedes trabajar con números mixtos con bastante facilidad. Sólo recuerda que debes convertirlos a fracciones impropias primero.

Primero, transforma el número mixto a una fracción impropia.

$$4\frac{3}{10} = \frac{4 \times 10 + 3}{10} = \frac{43}{10}$$

Luego, voltea la segunda fracción y multiplica.

$$\frac{43}{10} \div \frac{1}{2} = \frac{43}{10} \times \frac{2}{1} = \frac{86}{10}$$

Por último, simplifica la fracción.

$$\frac{86}{10} = 8\frac{6}{10} = 8\frac{3}{5}$$

Ejemplo A

$$9\frac{1}{4} \div \frac{1}{3}$$

Respuesta: $27\frac{3}{4}$

Ejemplo B

$$\frac{1}{4} \times \frac{5}{6}$$

Respuesta: $\frac{5}{24}$

Ejemplo C

$$2\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$$

Respuesta: $7\frac{1}{2}$

Ahora vuelve al dilema del principio.
Recuerda que hay tres partes en este problema.

En primer lugar, tienes que averiguar cuántos lotes de galletas puede hacer Tony con la cantidad de harina. Comienza con la división.

$$6\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2} = \frac{13}{2} \div \frac{3}{2} = \frac{13}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$$

Hay 24 galletas en un lote. Multiplica el número de lotes por el número de galletas por lotes.

$$4\frac{1}{3} \times 24 = \frac{13}{3} \times \frac{24}{1} = 104 \text{ Galletas}$$

A Tony le falta $\frac{2}{3}$ de un lote de galletas. Debido a esto, tendrá que hornear otro lote de galletas. De esta manera tendrá un total de 129 galletas.

A Tony le sobrarán 9 galletas para comer con su familia.

Supón que deseas conocer el volumen de un cubo y el área de una de sus bases. Si la longitud de uno de sus bordes es s , ¿Cuál sería el volumen del cubo? ¿Cuál sería el área de su base? Sabiendo que podrías encontrar la altura del cubo dividiendo su volumen entre el área de su base, ¿Qué expresión podrías escribir para representar este cociente? En esta lección, aprenderás acerca de las propiedades potenciales que implican fracciones de modo que puedas resolver este tipo de problemas. En esta lección, aprenderás cómo simplificar fracciones de números y variables.

Cociente de potencias de igual base: Para todos los números reales x , $\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$.

Al dividir expresiones con la misma base, la base se mantiene y se resta el exponente del numerador con el exponente del denominador. Cuando tienes problemas con diferentes bases, puedes aplicar la regla por separado para cada base.

Ejemplo A

Simplifica $\frac{x^7}{x^4}$.

Respuesta: Para simplificar $\frac{x^7}{x^4}$, podemos usar multiplicación repetida.

$$\frac{x^7}{x^4} = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x}{x \cdot x \cdot x \cdot x} = \frac{x \cdot x \cdot x}{1} = x^3$$

$$\frac{x^5 y^3}{x^3 y^2} = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x}{x \cdot x \cdot x} \cdot \frac{y \cdot y \cdot y}{y \cdot y} = \frac{x \cdot x}{1} \cdot \frac{y}{1} = x^2 y \quad \text{ó} \quad \frac{x^5 y^3}{x^3 y^2} = x^{5-3} \cdot y^{3-2} = x^2 y$$

Ejemplo B

Simplifica cada una de las siguientes expresiones usando el **cociente de potencias de igual base**.

(A) $\frac{x^{10}}{x^5}$

(B) $\frac{x^5 \gamma^4}{x^3 \gamma^2}$

Respuesta:

(A) $\frac{x^{10}}{x^5} = x^{10-5} = x^5$

(B) $\frac{x^5 \gamma^4}{x^3 \gamma^2} = x^{5-3} \cdot \gamma^{4-2} = x^2 \gamma^2$

Potencia de un cociente: $\left(\frac{\chi^n}{\gamma^m}\right)^p = \frac{\chi^{n \cdot p}}{\gamma^{m \cdot p}}$

Los exponentes dentro del paréntesis se multiplican por el exponente fuera del paréntesis.

Ejemplo C

Simplifica $\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^4$.

$$\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^4 = \left(\frac{x^3}{y^2}\right) \cdot \left(\frac{x^3}{y^2}\right) \cdot \left(\frac{x^3}{y^2}\right) \cdot \left(\frac{x^3}{y^2}\right) = \frac{(x \cdot x \cdot x) \cdot (x \cdot x \cdot x) \cdot (x \cdot x \cdot x) \cdot (x \cdot x \cdot x)}{(y \cdot y) \cdot (y \cdot y) \cdot (y \cdot y) \cdot (y \cdot y)} = \frac{x^{12}}{y^8}$$

¿Y si tuvieras una expresión fraccionaria como $\frac{x^5}{x^2}$, que tanto el numerador como el denominador tienen exponentes? ¿Cómo puedes simplificarlo? Después de completar esta lección, serás capaz de utilizar la propiedad del cociente de potencias de igual base.

Las reglas para simplificar potencias con cocientes son muy parecidas a las de la multiplicación

Ejemplo A

Echa un vistazo a lo que sucede cuando dividimos x^7 por x^4 :

$$\frac{x^7}{x^4} = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x}{x \cdot x \cdot x \cdot x} = \frac{x \cdot x \cdot x}{1} = x^3$$

Se puede ver que cuando divides dos potencias de x el número de x 's en la solución es el número de x 's en la parte superior de la fracción menos el número de x 's en la parte inferior. En otras palabras, cuando se dividen expresiones con la misma base, mantienen la misma base y sólo tienes que restar el exponente del numerador con el exponente del denominador.

Regla del cociente de potencias de igual base: $\frac{x^n}{x^m} = x^{(n-m)}$

Cuando tienes expresiones con más de una base, puedes aplicar la regla por separado para cada base:

Ahora ve qué pasa si el exponente en el denominador es mayor que el exponente en el numerador. Por ejemplo, ¿Qué sucede cuando aplicamos la regla a $\frac{x^4}{x^7}$?

La regla dice que debes restar los exponentes. 4 menos 7 es -3, por lo que nuestra respuesta es x^{-3} . ¡Un exponente negativo! ¿Qué significa eso?

Ejemplo B

$$\frac{x^5 y^3}{x^3 y^2} = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x}{x \cdot x \cdot x} \cdot \frac{y \cdot y \cdot y}{y \cdot y} = \frac{x \cdot x}{1} \cdot \frac{y}{1} = x^2 y$$

Ó mejor

$$\frac{x^5 y^3}{x^3 y^2} = x^{5-3} \cdot y^{3-2} = x^2 y$$

Bueno, echa un vistazo a lo que obtienes cuando haces la escritura corriente término a término:

$$\frac{x^4}{x^7} = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot x}{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x} = \frac{1}{x \cdot x \cdot x} = \frac{1}{x^3}$$

Incluso cuando el exponente del denominador es mayor que el exponente en el numerador, puedes restar las potencias. Las x 's que quedan después de que las otras se han anulado

terminaron en el denominador en lugar del numerador. Así como $\frac{x^7}{x^4}$ sería igual a $\frac{x^3}{1}$ (o simplemente x^3), $\frac{x^4}{x^7}$ es igual a $\frac{1}{x^3}$. Y también se puede ver que $\frac{1}{x^3}$ es igual a x^{-3} . Vas a aprender más sobre los exponentes negativos en breve.

Ejemplo C

Simplifica las siguientes expresiones, dejando todos los exponentes positivos.

a) $\frac{x^2}{x^6}$

b) $\frac{a^2b^6}{a^5b}$

Respuesta:

a) Se resta el exponente del numerador con el exponente del denominador y dejas las x 's en el denominador: $\frac{x^2}{x^6} = \frac{1}{x^{6-2}} = \frac{1}{x^4}$

b) Aplica la regla a cada base por separado: $\frac{a^2b^6}{a^5b} = \frac{1}{a^{5-2}} \cdot \frac{b^{6-1}}{1} = \frac{b^5}{a^3}$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Resuelve el ejercicio siguiente

$$\frac{3}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Respuesta: $\frac{7}{10}$

2. Suma las siguientes fracciones con denominadores comunes. Simplifica.

$$\frac{5}{11} + \frac{4}{11} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Respuesta: $\frac{9}{11}$

3. Suma las siguientes fracciones con denominadores distintos. Simplifica.

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$$

En primer lugar tenemos que encontrar un denominador común. El mínimo común múltiplo entre 7 y 9 es 63.

Luego de eso, cambia el nombre de las fracciones y suma.

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{9} = \frac{18}{63} + \frac{21}{63} = \frac{39}{63}$$

Respuesta: $\frac{39}{63}$

4. Resuelve la siguiente sustracción de fracciones

$$\frac{9}{12} - \frac{5}{12} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Respuesta: $\frac{4}{12}$

5. Resuelve la siguiente sustracción de fracciones

$$\frac{3}{4} - \frac{6}{12} = \underline{\hspace{2cm}}$$

En primer lugar, cambia el nombre de las fracciones en términos de doceavos. Luego resta y simplifica.

$$\frac{9}{12} - \frac{6}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Respuesta: $\frac{1}{4}$

6. Resuelve el producto de fracciones

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{6}$$

Multiplica los numeradores y los denominadores.

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{6} = \frac{8}{18}$$

$$\frac{8}{18} = \frac{8 \div 2}{18 \div 2} = \frac{4}{9}$$

Respuesta: $\frac{4}{9}$

7. Divide las siguientes fracciones. Asegúrate de simplificar tu respuesta cuando sea necesario.

$$\frac{5}{6} \div \frac{1}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{5}{6} \div \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \times \frac{3}{1} = \frac{15 \div 3}{6 \div 3} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

Respuesta: $2\frac{1}{2}$

8. Simplifica la siguiente expresión.

$$\left(\frac{x^{10}}{\gamma^5}\right)^3$$

$$\left(\frac{x^{10}}{\gamma^5}\right)^3 = \frac{x^{10 \cdot 3}}{\gamma^{5 \cdot 3}} = \frac{x^{30}}{\gamma^{15}}$$

Respuesta: $\frac{x^{30}}{\gamma^{15}}$

9. Simplifica la siguiente expresión, dejando todos los exponentes positivos

$$\frac{x^2}{x^6}$$

Se resta el exponente del numerador con el exponente del denominador y dejamos las x 's en

el denominador: $\frac{x^2}{x^6} = \frac{1}{x^{6-2}} = \frac{1}{x^4}$

Respuesta: $\frac{1}{x^4}$

- 10 Simplifica la siguiente expresión, dejando todos los exponentes positivos

$$\frac{a^2 b^6}{a^5 b}$$

Aplicamos la regla a cada base por separado:

$$\frac{a^2 b^6}{a^5 b} = \frac{1}{a^{5-2}} \cdot \frac{b^{6-1}}{1} = \frac{b^5}{a^3}$$

Respuesta: $\frac{b^5}{a^3}$

Glosario

Cambiar el nombre de las fracciones. Reescribir la fracción con un denominador diferente sin alterar su valor.

Mínimo común múltiplo. El múltiplo más bajo que dos o más números tienen en común.

Fracciones equivalentes. Fracciones iguales. Se obtiene multiplicando el numerador y el denominador de una fracción por el mismo número.

Denominadores Comunes. Cuando los denominadores de las fracciones que se suman o se restan son los mismos.

Simplificación. Dividir el numerador y el denominador de una fracción por su máximo común divisor. El resultado es una fracción en su forma más simple.

Diferencia. La respuesta a un problema de resta

Máximo común divisor. Es el número que divide uniformemente al numerador y al denominador de una fracción.

Producto. La respuesta a un problema de multiplicación.

Cociente. La respuesta a un problema de división.

Fracción. La parte de un todo.

Número mixto. Un número que posee un número entero y una fracción.

Fracción impropia. Un número que es mayor que un todo. Con un numerador más grande y un denominador más pequeño.

Cociente de potencias de igual base: Para todos los números reales x ,

$$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m} .$$

Otras Referencias

http://www.academia.edu/5122365/MATEMATICAS_OPERACIONES_CON_NUMEROS_RACIONALES

http://www.vitutor.com/di/r/ejercicios_fracciones.html

