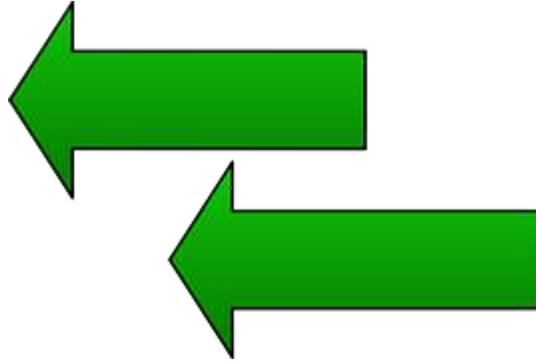


## OPERACIONES COMBINADAS CON VECTORES

Imagina dos vectores paralelos  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  si existe un escalar  $n$ , tal que se verifique que  $n\vec{u} = \vec{v}$ . Partiendo de esta definición ¿cómo calcularías el valor de  $n$  si tienes  $\vec{u} = (2,3)$  y  $\vec{v} = (-1,-3)$ . Pronto resolverás este problema.



Con los conocimientos obtenidos sobre vectores puedes efectuar ejercicios combinando varias operaciones entre sumas, restas y producto de vectores, presta atención a los siguientes ejemplos.

### Ejemplo A

Dados los vectores  $\vec{a} = (1,3)$ ,  $\vec{b} = \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$  y  $\vec{c} = (-2,3)$  Calcula  $2\vec{a} - \vec{c} + 3\vec{b}$

Efectúa los productos  $2\vec{a} = 2(1,3) = (2,6)$

$$3\vec{b} = 3\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) = (-1,2)$$

$$-\vec{c} = (2, -3)$$

$$2\vec{a} - \vec{c} + 3\vec{b} = (2,6) + (2, -3) + (-1,2) = [2 + 2 + (-1), 6 + (-3) + 2] = (3,5)$$

**Respuesta:** (3,5)

### Ejemplo B

Dados el vector  $\vec{w} = (-3,2)$  y los números  $a=2$  y  $b=-3$  Calcula  $a \cdot b \cdot \vec{w}$

$$a \cdot b \cdot \vec{w} = 2 \cdot (-3) \cdot (-3,2) = (-6) \cdot (-3,2) = (18, -12)$$

**Respuesta:** (18, -12)

**Ejemplo C**

Dados los vectores  $\vec{a} = (2,2)$ ,  $\vec{b} = (-1,2)$  y  $\vec{c} = (-1,-3)$  Calcula  $2\vec{b} + 3(\vec{a} + \vec{c}) + 2\vec{a}$

$$\begin{aligned} 2\vec{b} + 3(\vec{a} + \vec{c}) + 2\vec{a} &= 2(-1,2) + 3[(2,2) + (-1,-3)] + 2(2,2) \\ &= (-2,4) + 3(2,2) + 3(-1,-3) + (4,4) \\ &= (-2,4) + (6,6) + (-3,-9) + (4,4) \\ &= [(-2) + 6 + (-3) + 4, 4 + 6 + (-9) + 4] \\ &= (5,5) \end{aligned}$$

**Respuesta:** (5,5)

Volviendo al problema inicial tienes dos vectores paralelos  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  si existe un escalar n, tal que se verifique que  $n\vec{u} = \vec{v}$ . Partiendo de esta definición ¿cómo calcularías el valor de n si tienes  $\vec{u} = (2,3)$  y  $\vec{v} = (-1,-3)$

$$\begin{aligned} \text{Si } n\vec{u} = \vec{v} \quad n(2,3) &= (-1,-3) \\ (2n, 3n) &= (-1,-3) \quad \text{por lo tanto} \quad \begin{array}{l} 2n = -1 \quad n = -\frac{1}{2} \\ 3n = -3 \quad n = -1 \end{array} \end{aligned}$$

**Respuesta:**  $n = -\frac{1}{2}$  y  $n = -1$

**EJERCICIOS RESUELTOS**

1. Se dan los vectores  $\vec{a} = (2,5)$ ,  $\vec{b} = (-1,3)$  y  $\vec{c} = \left(2, \frac{21}{2}\right)$ . Encuentra el valor de n para que se cumpla que  $n\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$
- $$\begin{aligned} n\vec{a} + \vec{b} &= \vec{c} \\ n(2,5) + (-1,3) &= \left(2, \frac{21}{2}\right) \\ (2n, 5n) + (-1,3) &= \left(2, \frac{21}{2}\right) \\ (2n - 1, 5n + 3) &= \left(2, \frac{21}{2}\right) \end{aligned}$$
- Igualando componentes
- $$\begin{array}{l} 2n - 1 = 2 \quad 2n = 2 + 1 \quad 2n = 3 \quad n = \frac{3}{2} \\ 5n + 3 = \frac{21}{2} \quad 5n = \frac{21 - 6}{2} \quad 5n = \frac{15}{2} \quad n = \frac{3}{2} \end{array}$$

**Respuesta:**  $n = \frac{3}{2}$

2. Dados los vectores  $\vec{u} = (2, -3)$ ,  $\vec{v} = (\frac{1}{2}, -3)$  y  $\vec{w} = (-3, -2)$  Calcula  $2\vec{u} - (\frac{2}{3}\vec{v} - \vec{w})$

$$\begin{aligned} 2\vec{u} - \left(\frac{2}{3}\vec{v} - \vec{w}\right) &= \\ 2(2, -3) - \left[\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}, -3\right) - (-3, -2)\right] &= \\ (4, -6) - \left[\left(\frac{1}{3}, -2\right) + (3, 2)\right] &= \\ (4, -6) - \left(\frac{1}{3} + 3, 0\right) &= \\ (4, -6) + \left(-\frac{10}{3}, 0\right) &= \\ \left(\frac{12 - 10}{3}, -6\right) = \left(\frac{2}{3}, -6\right) & \end{aligned}$$

**Respuesta:**  $\left(\frac{2}{3}, -6\right)$

3. Si  $\vec{v} = (a, b)$  y  $\vec{u} = (-1, 3)$  que valores deben tener a y b para que se cumpla la igualdad  $\vec{v} + \vec{u} = 0$

$$\begin{aligned} \vec{v} + \vec{u} &= 0 \\ (a, b) + (-1, 3) &= 0 \\ (a - 1, b + 3) &= 0 \\ a - 1 = 0 \text{ por tanto } a &= 1 \\ b + 3 = 0 \text{ donde } b &= -3 \end{aligned}$$

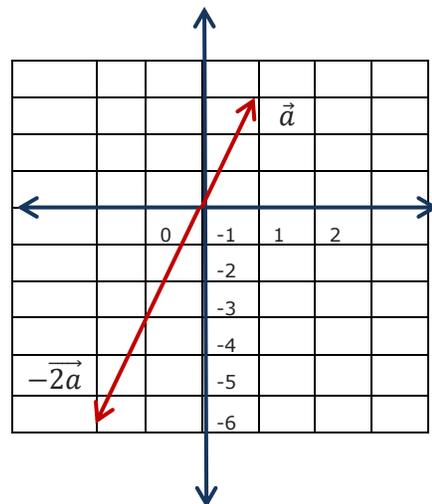
**Respuesta:**  $a = 1$  y  $b = -3$

4. Dados los vectores  $\vec{x} = (2, -1)$ ,  $\vec{y} = (-3, 2)$ ,  $\vec{w} = (-1, -2)$  y los escalares  $n=2$  y  $m=-1$  Calcula  $n\vec{w} - m\vec{x} + m\vec{y}$

$$\begin{aligned} n\vec{w} - m\vec{x} + m\vec{y} &= \\ 2(-1, -2) - (-1)(2, -1) + (-1)(-3, 2) &= \\ (-2, -4) + (2, -1) + (3, -2) &= \\ [(-2) + 2 + 3, (-4) + (-1) + (-2)] &= \\ (3, -7) & \end{aligned}$$

**Respuesta:**  $(3, -7)$

5. Dado el vector  $\vec{a} = (1, 3)$  grafica el vector  $-2\vec{a}$



$$-2\vec{a} = -2(1, 3) = (-2, -6)$$

**Respuesta:**  $(-2, -6)$

6. Dados los vectores  $\vec{u} = (x, y)$ ,  $\vec{v} = (-1, -2)$  y  $\vec{w} = (4, 2)$  halla los valores de  $x$  e  $y$  para que se cumpla  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$
- $$\vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$$
- $$(x, y) + (-1, -2) = (4, 2)$$
- $$(x - 1, y - 2) = (4, 2)$$
- Igualando componentes  
 $x - 1 = 4$  por lo tanto  $x = 5$   
 $y - 2 = 2$  luego  $y = 4$

**Respuesta:  $x=5, y=4$**

7. Se dan los vectores  $\vec{r} = (-2, 1)$ ,  $\vec{s} = (0, -3)$  y  $\vec{t} = (4, -1)$ . Calcula los valores de  $m$  y  $n$  para que se cumpla  $\vec{t} = m\vec{r} + n\vec{s}$
- $$\vec{t} = m\vec{r} + n\vec{s}$$
- $$(4, -1) = m(-2, 1) + n(0, -3)$$
- $$(4, -1) = (-2m, m) + (0, -3n)$$
- $$(4, -1) = (-2m, m - 3n)$$
- Igualando  
 $4 = -2m$        $m = -2$   
 $-1 = m - 3n$   
 $-1 = -2 - 3n$   
 $1 = -3n$        $n = -\frac{1}{3}$

**Respuesta:  $m=-2, n=-\frac{1}{3}$**

8. Se tiene un vector  $\vec{p} = (x, y)$ . Si la primera componente de dicho vector se aumenta en 4 y la segunda componente se duplica se obtiene un vector  $\vec{q} = (-2, -3)$ . ¿Cuáles son las componentes  $x$  e  $y$ ?
- Planteando la ecuación  
 $x + 4 = -2$        $x = -6$   
 $2y = -3$        $y = -\frac{3}{2}$

**Respuesta:  $(-6, -\frac{3}{2})$**

Profesor Danesa Padilla

Versión Fecha 2015-10-12

## Glosario

**Magnitud:** es la longitud, distancia o módulo de un vector.

**Escalar:** es un número real.

**Vector:** es una cantidad matemática que tiene sentido, magnitud y dirección

## Otras Referencias

[http://www.vitutor.com/geo/vec/a\\_7.html](http://www.vitutor.com/geo/vec/a_7.html)

<http://www.rena.edu.ve/cuartaEtapa/matematica/tema3/Tema3d.html>

