4

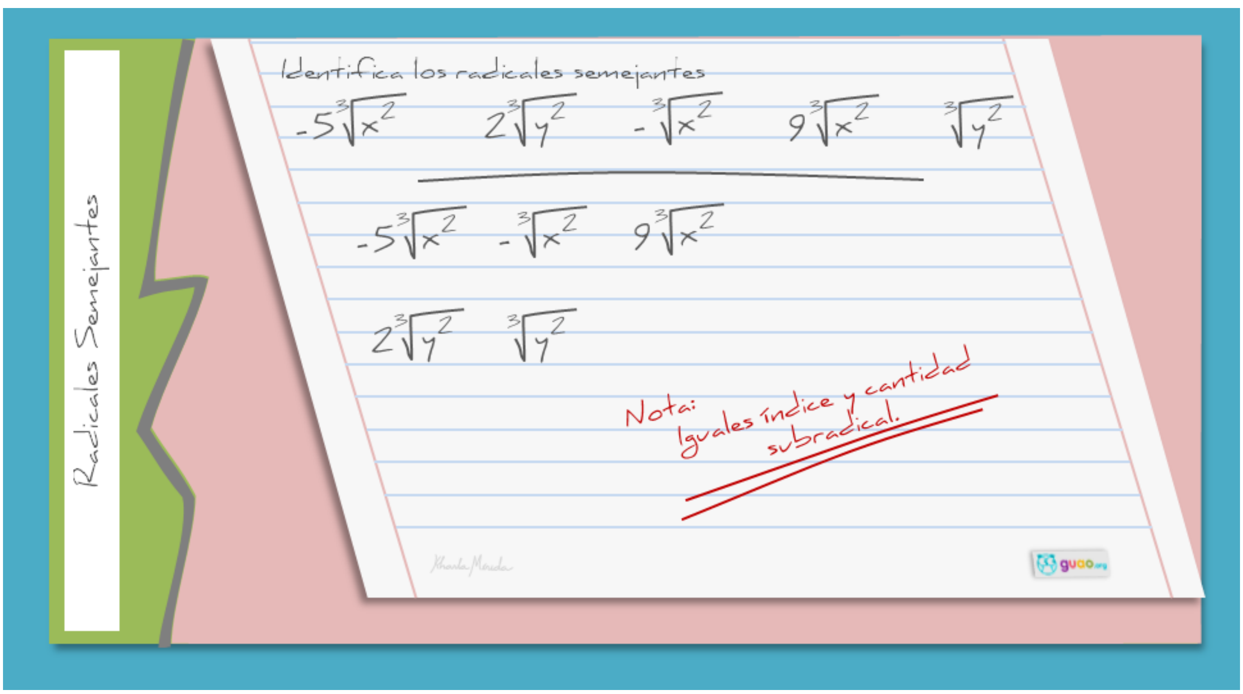
4ta Unidad

Números Reales

4.3 Radicales Semejantes.

Respiro suave y profundamente, cierro mis ojos y encuentro un fascinante universo que descubrir. Cada temor, cada duda, es una nueva frontera que conquistar. Las conquistas internas me hacen sentir viva.

Descripción



Los radicales son ahora elementos fundamentales en las operaciones entre números reales. Cuando estudiamos polinomios conocimos el concepto *Término Semejante*, que nos permitió simplificar expresiones a través de la suma algebraica. Este concepto se extiende a la presencia de radicales con el concepto de Radicales Semejantes. Veamos cómo identificarlos y operar con ellos.

Conocimientos Previos Requeridos

Operaciones y Propiedades de los Números Naturales y los Números Enteros.

Contenido

Radicales Semejantes, Identificación y Suma Algebraica de Radicales Semejantes.

Videos Disponibles

NÚMEROS REALES. Radicales Semejantes. Identificación y Suma Algebraica de Radicales Semejantes

NÚMEROS REALES. Suma Algebraica de Radicales Semejantes

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

NÚMEROS REALES. Radicales Semejantes. Identificación y Suma Algebraica de Radicales Semejantes.

Hemos aprendido hasta ahora, qué es un radical, como símbolo y como expresión matemática. Hemos aprendido su significado operativo y cómo calcular raíces cuadradas.

Ahora debemos aprender cómo sumar algebraicamente radicales, y para ello debemos aprender qué son radicales semejantes.

Avancemos entonces hacia nuevos conocimientos.

En el **objetivo 1.3** vimos los elementos de un radical. Sabemos que está constituido por:

- Símbolo radical o raíz, $\sqrt{}$
- índice del radical, ***n***
- cantidad subradical, ***a***

El valor del índice, ***n***, puede ser cualquier numero natural a partir del dos.

$$\sqrt[n]{a}$$

$n \in N \qquad n \geq 2$

En las expresiones de la derecha, los números que acompañan al radical se denominan **Coeficiente del Radical**.

$$3\sqrt[5]{6} \quad 7\sqrt{2} \quad -\sqrt[5]{6} \quad \frac{1}{2}\sqrt[5]{6} \quad -9\sqrt{2} \quad \sqrt{2}$$

Cuando tenemos expresiones que se diferencian sólo por el coeficiente, esto es que el radical presente es exactamente igual en índice y cantidad subradical, **decimos que son radicales semejantes**.

En el grupo de radicales dados, son radicales semejantes:

$$3\sqrt[5]{6} \quad -\sqrt[5]{6} \quad \frac{1}{2}\sqrt[5]{6} \qquad\qquad 7\sqrt{2} \quad -9\sqrt{2} \quad \sqrt{2}$$

¿Qué hacer si tenemos la suma algebraica de todas esas cantidades?

En la expresión hay 6 términos para ejecutar la suma se deben reunir los términos semejantes, que son los correspondientes a radicales semejantes.

$$3\sqrt[5]{6} + 7\sqrt{2} - \sqrt[5]{6} + \frac{1}{2}\sqrt[5]{6} - 9\sqrt{2} + \sqrt{2}$$

Reunimos cada grupo de términos semejantes en un paréntesis, y los sumamos.

$$\left(3\sqrt[5]{6} - \sqrt[5]{6} + \frac{1}{2}\sqrt[5]{6}\right) + \left(7\sqrt{2} - 9\sqrt{2} + \sqrt{2}\right)$$

Para sumar algebraicamente radicales semejantes, realizamos la suma algebraica de sus coeficientes y acompañamos esta suma del radical común.

$$\left(3 - 1 + \frac{1}{2}\right)\sqrt[5]{6} + (7 - 9 + 1)\sqrt{2}$$

Efectuando las sumas algebraicas de los paréntesis obtenemos.

$$\frac{5}{2}\sqrt[5]{6}-\sqrt{2}$$

$$3\sqrt[5]{6}+7\sqrt{2}-\sqrt[5]{6}+\frac{1}{2}\sqrt[5]{6}-9\sqrt{2}+\sqrt{2}=\frac{5}{2}\sqrt[5]{6}-\sqrt{2}$$

NÚMEROS REALES. Suma Algebraica de Radicales Semejantes.

En la lección anterior aprendimos qué es un radical semejante, y cómo se opera la suma algebraica de radicales semejantes. Vamos a ver ahora un ejemplo en el que debemos simplificar raíces para identificar las que constituyen radicales semejantes y sumarlas algebraicamente.

Radicales Semejantes

$$\sqrt[n]{a^p}\ ,\ k\sqrt[n]{a^p}$$

Cómo se suman algebraicamente

$$c\sqrt[n]{a^p}\pm k\sqrt[n]{a^p}$$

Ejemplo

Simplificar la expresión numérica

$$\sqrt{50}+\sqrt{27}-9\sqrt{50}+17\sqrt{3}-13\sqrt{75}$$

Lo primero que haremos es verificar cuáles de los radicales se pueden simplificar, para eso, primero descompondremos las cantidades subradicales en factores primos.

$$50=2\cdot 5^2 \qquad 27=3^3 \qquad 75=3\cdot 5^2$$

Sustituimos cada cantidad subradical por su descomposición.

$$=\sqrt{2\cdot 5^2}+\sqrt{3^2\cdot 3}-9\sqrt{2\cdot 5^2}+17\sqrt{3}-13\sqrt{3\cdot 5^2}$$

Distribuimos la raíz para cada factor, en cada término.

$$=\sqrt{2}\cdot\sqrt{5^2}+\sqrt{3^2}\cdot\sqrt{3}-9\sqrt{2}\cdot\sqrt{5^2}+17\sqrt{3}-13\sqrt{3}\cdot\sqrt{5^2}$$

Aplicamos la igualdad fundamental: $\sqrt[n]{a^n}=a$

$$=\sqrt{2}\cdot 5+3\sqrt{3}-9\sqrt{2}\cdot 5+17\sqrt{3}-13\sqrt{3}\cdot 5$$

Efectuamos el producto de los factores numéricos que acompañan a la raíz.

$$=5\sqrt{2}+3\sqrt{3}-45\sqrt{2}+17\sqrt{3}-65\sqrt{3}$$

Identificamos los términos semejantes.

$$=5\sqrt{2}+3\sqrt{3}-45\sqrt{2}+17\sqrt{3}-65\sqrt{3}$$

Efectuamos la suma de términos semejantes. $= (5-45)\sqrt{2} + (3+17-65)\sqrt{3}$

Efectuamos los Productos $= -40\sqrt{2} - 45\sqrt{3}$

$$\sqrt{50} + \sqrt{27} - 9\sqrt{50} + 17\sqrt{3} - 13\sqrt{75} = -40\sqrt{2} - 45\sqrt{3}$$

A Practicar

Simplificar la expresión

1. $\sqrt{48}+\sqrt{24}+\sqrt{75}+\sqrt{20}+\sqrt{150}$
2. $\sqrt{64a^3b}+\sqrt{98ab}-\sqrt{50ab}+a\sqrt{196ab}+13a\sqrt{ab}$
3. $\frac{1}{6}\sqrt[3]{54xy}+\frac{2}{3}\sqrt[3]{2xy}+\frac{5}{2}\sqrt[3]{24x^2y}-\frac{11}{3}\sqrt[3]{18xy}+10\sqrt[3]{81x^2y}$
4. $\frac{7}{3}\sqrt{20xy}+\frac{13}{2}\sqrt{5x^5y^7}-\frac{10}{9}\sqrt{45x^5y^7}+19\sqrt{180xy}-8\sqrt{125xy}$
5. $\frac{9}{2}\sqrt[3]{4mn}-\frac{17}{3}\sqrt[3]{32mn}+25\sqrt[3]{108mn}-\frac{10}{3}\sqrt[3]{64mn}+\frac{19}{6}\sqrt[3]{1000mn}$
6. $\frac{9}{2}\sqrt[3]{50a^2bc^2}-\frac{17}{3}\sqrt[3]{75a^2bc^2}+25\sqrt[3]{-150a^2bc^2}+\frac{10}{3}\sqrt[3]{-50a^2bc^2}+\frac{19}{6}\sqrt[3]{-100a^2bc^2}$

¿Lo Hicimos Bien?

1. $9\sqrt{3}+2\sqrt{5}+7\sqrt{6}$
2. $(35a+2)\sqrt{ab}$
3. $-\frac{59}{6}\sqrt[3]{2xy}+35\sqrt[3]{3x^2y}$
4. $\frac{236}{3}\sqrt{5xy}+\frac{57}{18}\sqrt{5x^5y^7}$
5. $\frac{409}{6}\sqrt[3]{4mn}+\frac{55}{3}\sqrt[3]{mn}$
6. $\frac{359}{6}\sqrt[3]{50a^2bc^2}$