4

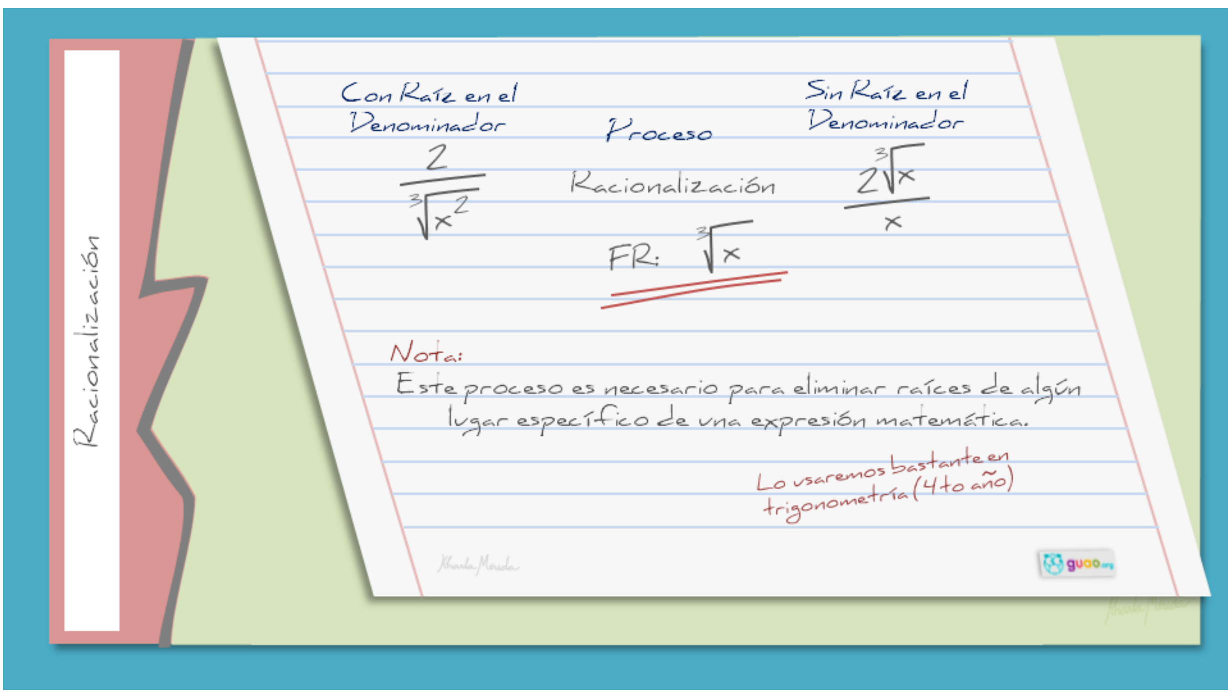
4ta Unidad

Números Reales

4.4 Racionalización.

Decidí usar lentes policromáticos, así que veo cada panorama de mi vida con luz y muchos colores. Esto es Alta Definición para mí.

Descripción



Con este objetivo agregamos otra herramienta valiosa para la transformación y simplificación de expresiones matemáticas, ahora conteniendo radicales, Racionalización. Recordemos que cada herramienta nos prepara para nuevas exigencias, y para acercar el estudio aplicado de las matemáticas a la realidad, de modo que es importante asegurarnos de comprenderlas y manejarlas de forma eficiente. Avancemos.

Conocimientos Previos Requeridos

Operaciones y Propiedades de los Números Naturales y los Números Enteros.

Contenido

Racionalización. Parte I, II, III, Racionalización de Monomios, Racionalización de Binomios, Ejercicios.

Videos Disponibles

NÚMEROS REALES. Racionalización. Parte I

NÚMEROS REALES. Racionalización. Parte II

NÚMEROS REALES. Racionalización de Monomios. Ejercicio 1

NÚMEROS REALES. Racionalización de Monomios. Ejercicio 2

NÚMEROS REALES. Racionalización de Monomios. Ejercicio 3

NÚMEROS REALES. Racionalización. Parte III

NÚMEROS REALES. Racionalización de Binomios. Ejercicio 1

NÚMEROS REALES. Racionalización de Binomios. Ejercicio 2

NÚMEROS REALES. Racionalización de Binomios. Ejercicio 3

NÚMEROS REALES. Racionalización de Binomios. Ejercicio 4

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

NÚMEROS REALES. Racionalización. Parte I

Racionalización. Es el proceso que se aplica para eliminar las raíces del denominador de una fracción.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \frac{1}{5\sqrt{6}} \qquad \frac{1}{\sqrt[3]{a}} \qquad \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} \qquad \frac{1}{\sqrt{a}+2\sqrt{b}}$$

Consiste en multiplicar numerador y denominador de la fracción por un Factor denominado **Factor Racionalizante**.

$$\frac{1}{\sqrt[n]{a}} \cdot \frac{FR}{FR} \qquad \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \cdot \frac{FR}{FR}$$

¿Por qué se multiplica numerador y denominador de la fracción por un mismo número?

En las lecciones de **Números Racionales** aprendimos que si se multiplica numerador y denominador de una fracción por un mismo número, no se altera el valor de la fracción dada. Es decir, la fracción que se obtiene es equivalente.

Números Racionales

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{c}$$

Entonces, si multiplicamos y dividimos la fracción dada por una misma expresión, llamada **factor racionalizante**, no se altera el valor de esta ahora bien. ¿Qué es el Factor Racionalizante y cómo obtenerlo?.

¿Qué es el Factor Racionalizante y cómo obtenerlo?

Se le denomina **Factor** porque multiplica, y **Racionalizante** porque su función es eliminar la raíz, o las raíces, que se encuentren en el denominador o en el numerador de una fracción.

El objetivo general del proceso es desaparecer la raíz de algún sector específico de una expresión.

$$\sqrt[n]{a} \cdot FR \longrightarrow a$$

Para lograrlo debemos ocuparnos del **objetivo específico**, que es **igualar el exponente de las cantidades subradicales al índice** de la o las raíces, y así poder simplificar la raíz.

$$\sqrt[n]{a} \cdot FR \longrightarrow \sqrt[n]{a^n} = a$$

En este nivel de estudio se estudian dos casos fundamentales: **Racionalización de Monomios**, y **Racionalización de Binomios**.

Recordemos. que monomios son expresiones matemáticas que tienen un solo término (sumando) y binomios son expresiones matemáticas que tienen dos términos (sumandos).

Acompáñanos a la próxima lección para aprender cómo racionalizar monomios.

NÚMEROS REALES. Racionalización. Parte II

Racionalización de Monomios. consiste en lograr que el exponente de la cantidad subradical sea igual al índice de la raíz.

$$\sqrt[n]{a^m}$$

Para lograr esto, el factor racionalizante se trata de una raíz de igual índice, y cuya cantidad subradical sea la potencia que complete a la potencia de la raíz dada, para obtener la igualdad fundamental, $\sqrt[n]{a^n} = a$

$$\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{a^{n-m}}$$

Esto es, una potencia que tenga la misma base y de exponente la diferencia $n - m$.

$$FR = \sqrt[n]{a^{n-m}}$$

De esta manera, al efectuar la multiplicación de radicales con iguales índices nos queda el producto de potencias de igual base.

Al sumar algebraicamente los exponentes obtenemos n, que es el índice de la raíz.

Veamos un ejemplo para aclarar dudas.

$$\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{a^{n-m}} = \sqrt[n]{a^{m+n-m}} = \sqrt[n]{a^n} = a$$

Ejemplo

Racionalicemos la expresión dada $\dfrac{3}{\sqrt[5]{a^3}}$

El factor racionalizante de la raíz del denominador es:

$$\frac{3}{\sqrt[5]{a^3}} \qquad \sqrt[5]{a^3} \longrightarrow FR = \sqrt[5]{a^{5-3}} = \sqrt[5]{a^2}$$

Multiplicamos numerador y denominador por el FR.

$$\frac{3}{\sqrt[5]{a^3}} \cdot \frac{FR}{FR}$$

Sustituimos FR por su expresión matemática.

$$= \frac{3}{\sqrt[5]{a^3}} \cdot \frac{\sqrt[5]{a^2}}{\sqrt[5]{a^2}}$$

Multiplicamos fracciones.

$$= \frac{3\sqrt[5]{a^2}}{\sqrt[5]{a^3} \cdot \sqrt[5]{a^2}}$$

Multiplicamos radicales con iguales índices

$$= \frac{3\sqrt[5]{a^2}}{\sqrt[5]{a^{3+2}}}$$

Multiplicamos radicales con iguales índices

$$= \frac{3\sqrt[5]{a^2}}{\sqrt[5]{a^5}}$$

Aplicamos igualdad fundamental $\sqrt[n]{a^n} = a$ $\quad = \dfrac{3\sqrt[5]{a^2}}{\sqrt[5]{a^5}} = \dfrac{3\sqrt[5]{a^2}}{a}$

$$\boxed{\dfrac{3}{\sqrt[5]{a^3}} = \dfrac{3\sqrt[5]{a^2}}{a}}$$

NÚMEROS REALES. Racionalización de Monomios. Ejercicio 1

Racionalizar la siguiente fracción $\dfrac{3}{\sqrt[3]{6x^2y}}$

Primero que nada hallemos el factor racionalizante.

Sabemos que es una raíz de igual índice que la raíz de la expresión dada.

$$\dfrac{3}{\sqrt[3]{6x^2y}} \qquad \sqrt[3]{6x^2y} \longrightarrow FR = \sqrt[3]{6^{3-1}x^{3-2}y^{3-1}} = \sqrt[3]{6^2xy^2}$$

Mantenemos las bases de los factores de la cantidad subradical, y los exponentes se obtienen restando el índice menos los exponentes de la cantidad subradical.

multiplicamos numerador y denominador de la fracción por el FR.

$$\dfrac{3}{\sqrt[3]{6x^2y}} \cdot \dfrac{\sqrt[3]{6^2xy^2}}{\sqrt[3]{6^2xy^2}}$$

Multiplicamos numerador por numerador y denominador por denominador.

$$= \dfrac{3\sqrt[3]{6^2xy^2}}{\sqrt[3]{6x^2y} \cdot \sqrt[3]{6^2xy^2}}$$

En el numerador hay la multiplicación de un número por un radical y en el denominador hay la multiplicación de radicales con iguales índices.

$$= \dfrac{3\sqrt[3]{6^2xy^2}}{\sqrt[3]{6x^2y \cdot 6^2xy^2}}$$

Multiplicamos las potencias de la cantidad subradical. En el denominador nos queda la raíz de un producto.

$$= \dfrac{3\sqrt[3]{6^2xy^2}}{\sqrt[3]{6^3x^3y^3}}$$

Se distribuye la raíz para cada factor, y aplicamos la igualdad fundamental.

$$= \dfrac{3\sqrt[3]{6^2xy^2}}{\sqrt[3]{6^3}\sqrt[3]{x^3}\sqrt[3]{y^3}}$$

$$= \dfrac{3\sqrt[3]{6^2xy^2}}{6xy}$$

$$\boxed{\dfrac{3}{\sqrt[3]{6x^2y}} = \dfrac{3\sqrt[3]{6^2xy^2}}{6xy}}$$

NÚMEROS REALES. Racionalización de Monomios. Ejercicio 2

Racionalizar el siguiente monomio $\dfrac{4xy}{3\sqrt[5]{16x^3y^2}}$

Observamos que en el denominador se tiene el producto de un número por una raíz. Este número es el coeficiente del radical.

Cuando se construye el factor racionalizante de los monomios no se toma el coeficiente del radical, el factor racionalizante se constituye sólo con la raíz.

Nota: El **Factor Racionalizante** de los Monomios no toma el coeficiente de la raíz.

Descomponemos el 16, $16 = 2^4$,

$$\frac{4xy}{3\sqrt[5]{16x^3y^2}} = \frac{4xy}{3\sqrt[5]{2^4x^3y^2}}$$

El factor racionalizante es una raíz 5ta, cuya cantidad subradical son potencias de iguales bases que las de la raíz dada.

Los exponentes se obtienen de restar el índice menos los exponentes de cada potencia.

$$FR = \sqrt[5]{2^{5-4}x^{5-3}y^{5-2}}$$

$$FR = \sqrt[5]{2^1x^2y^3} = \sqrt[5]{2x^2y^3}$$

Multiplicamos numerador y denominador por el FR.

$$= \frac{4xy}{3\sqrt[5]{2^4x^3y^2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{2x^2y^3}}{\sqrt[5]{2x^2y^3}}$$

Multiplicamos numerador por numerador y denominador por denominador.

$$= \frac{4xy \cdot \sqrt[5]{2x^2y^3}}{3\sqrt[5]{2^4x^3y^2} \cdot \sqrt[5]{2x^2y^3}}$$

Multiplicamos raíces con igual índice.

$$= \frac{4xy \cdot \sqrt[5]{2x^2y^3}}{3\sqrt[5]{2^4x^3y^2 \cdot 2x^2y^3}}$$

Multiplicamos las potencias de la cantidad subradical.

$$= \frac{4xy \cdot \sqrt[5]{2x^2y^3}}{3\sqrt[5]{2^5x^5y^5}}$$

simplificamos los factores xy de numerador y denominador. Y simplificamos 4 de numerador con 2 del denominador.

$$= \frac{4xy \cdot \sqrt[5]{2x^2y^3}}{3 \cdot 2xy}$$

$$= \frac{2\sqrt[5]{2x^2y^3}}{3}$$

$$\boxed{\frac{4xy}{3\sqrt[5]{16x^3y^2}} = \frac{2\sqrt[5]{2x^2y^3}}{3}}$$

NÚMEROS REALES. Racionalización de Monomios. Ejercicio 3

Racionalizar el denominador de la fracción $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-5}{2\sqrt{6}}$

Observamos que el denominador es el producto de un número por una raíz. Sabemos que el factor racionalizante sólo considera la raíz.

El índice es 2 y el exponente de la cantidad subradical inicial es 1, entonces la diferencia es 1.

$$FR=\sqrt[2]{6^1}=\sqrt[2]{6^{2-1}}$$
$$FR=\sqrt{6}$$

Multiplicamos el factor racionalizante por el numerador y denominador de la fracción.

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-5}{2\sqrt{6}}\cdot\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$$

En el numerador tenemos el producto de un trinomio por el factor racionalizante, en el denominador el producto $2\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}$.

$$=\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-5\right)\cdot\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}}$$

Aplicamos propiedad distributiva en el numerador.

$$=\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}-5\cdot\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}}$$

Efectuamos multiplicación de raíces con iguales índices.

$$=\frac{\sqrt{2\cdot 6}+\sqrt{3\cdot 6}-5\cdot\sqrt{6}}{2\sqrt{6\cdot 6}}$$

Multiplicamos las cantidades subradicales

$$=\frac{\sqrt{12}+\sqrt{18}-5\sqrt{6}}{2\sqrt{36}}$$

Descomponemos las cantidades subradicales para obtener factores de raíz cuadrada exacta.

$$=\frac{\sqrt{4\cdot 3}+\sqrt{9\cdot 2}-5\sqrt{6}}{2\sqrt{36}}$$

La raíz de un producto es el producto de las raíces, esto es, distribuimos las raíces a cada factor.

$$=\frac{\sqrt{4}\cdot\sqrt{3}+\sqrt{9}\cdot\sqrt{2}-5\sqrt{6}}{2\sqrt{36}}$$

Tenemos que: $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{36}=6$

$$=\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-5\sqrt{6}}{2\cdot 6}$$

$$\boxed{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-5}{2\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-5\sqrt{6}}{12}}$$

¿Cómo vas hasta ahora con la racionalización de monomios?.

En estos temas se necesita aplicar todos los recursos aprendidos en los niveles de estudios anteriores, desde operaciones elementales, pasando por propiedades de los números enteros y racionales, potenciación y simplificación de números. Asegúrate de dominar cada tema estudiado para avanzar con mas claridad.

NÚMEROS REALES. Racionalización. Parte III

Racionalizar binomios de raíces cuadradas consiste en lograr que cada término quede elevado cuadrado, y así simplificar las raíces cuadradas.

Para eso utilizaremos un recurso que aprendimos en la sección de Productos Notables de Matemática de 2do año. **Producto de Conjugadas**.

$$\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \longrightarrow \left(\sqrt{a}\right)^2-\left(\sqrt{b}\right)^2$$

Productos Notables

$$(a-b)(a+b)$$

Producto de Conjugadas

Recordemos. El producto de un binomio por su conjugada, resulta en una diferencia de cuadrados.

Producto de Conjugadas $(a-b)(a+b)$

Diferencia de Cuadrados $=a^2-b^2$

Cada término del binomio inicial queda elevado al cuadrado. Entonces:

- Si el binomio es una suma, el factor racionalizante (su conjugada) es la resta.
- Si el binomio dado es una resta,, el factor racionalizante (su conjugada) es la suma.

Factor Racionalizante de Binomios

$$\sqrt{a}+\sqrt{b} \rightarrow FR=\sqrt{a}-\sqrt{b}$$

$$\sqrt{a}-\sqrt{b} \rightarrow FR=\sqrt{a}+\sqrt{b}$$

Veamos un ejemplo para aclarar .

Racionalizar el denominador de la fracción dada $\frac{6}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

En el denominador tenemos una suma de raíces cuadradas, el **factor racionalizante es la resta de las raíces cuadradas**.

$$\sqrt{5}+\sqrt{2} \rightarrow FR=\sqrt{5}-\sqrt{2}$$

Multiplicamos numerador y denominador por el factor racionalizante.

$$\frac{6}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{6}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$$

Nos queda:

En el numerador, el producto de un número por un binomio.

En el denominador, el producto de conjugadas.

$$=\frac{6\cdot\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}$$

El producto de conjugadas es igual a la diferencia de cuadrados de cada término.

$$=\frac{6\cdot\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}$$

Simplificamos los cuadrados con las raíces y nos queda una diferencia de enteros.

$$=\frac{6\cdot\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}{5-2}=\frac{6\cdot\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}{3}$$

Simplificamos los factores enteros

$$\boxed{\frac{6}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=2\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}$$

NÚMEROS REALES. Racionalización de Binomios. Ejercicio 1

Racionalizar el denominador de la fracción dada $\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+8\sqrt{3}}$

Una observación global de la expresión nos hace ver que el denominador es un binomio de raíces cuadradas.

¿Cómo es el factor racionalizante para binomios?.

Cuando se trata de racionalización de binomios de raíces cuadradas, el factor racionalizante es la conjugada de binomio a racionalizar.

$$\sqrt{2}+8\sqrt{3} \rightarrow FR=\sqrt{2}-8\sqrt{3}$$

Multiplicamos por numerador y denominador de la fracción dada.

$$\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+8\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+8\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{2}-8\sqrt{3}}{\sqrt{2}-8\sqrt{3}}$$

Nos queda:
En el numerador, el producto de un número por un binomio.
En el denominador, el producto de conjugadas.

$$=\frac{5\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}-8\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{2}+8\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{2}-8\sqrt{3}\right)}$$

El producto de conjugadas es igual a la diferencia de cuadrados de cada término.

$$=\frac{5\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}-8\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(8\sqrt{3}\right)^2}$$

¿Qué propiedad aplica en la segunda potencia del binomio, $\left(8\sqrt{3}\right)^2$?

Esto es la potencia de un producto, es igual al producto de las potencias

$$\left(8\sqrt{3}\right)^2=8^2\left(\sqrt{3}\right)^2$$

$$=\frac{5\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}-8\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{2}\right)^2-8^2\left(\sqrt{3}\right)^2}$$

Simplificamos los cuadrados con las raíces.

$$=\frac{5\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}-8\sqrt{3}\right)}{2-8^2\cdot 3}$$

Efectuamos las operaciones del denominador y aplicamos propiedad distributiva en el numerador.

$$=\frac{5\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}-5\sqrt{2}\cdot 8\sqrt{3}}{-190}$$

Efectuar los productos del numerador, y simplificamos el cuadrado de la raíz.

$$=\frac{5\left(\sqrt{2}\right)^2-40\sqrt{6}}{-190}=\frac{5\cdot 2-40\sqrt{6}}{-190}$$

¿Observas en la fracción resultante la posibilidad de simplificar?

$$=\frac{10-40\sqrt{6}}{-190}$$

Efectuar los productos del numerador, y simplificamos el cuadrado de la raíz.

$$=\frac{10-40\sqrt{6}}{-190}$$

El 10 es un factor común entre los términos del numerador, y el denominador puede descomponerse como el producto 10·19.

$$=\frac{10-10\cdot4\sqrt{6}}{10\cdot(-19)}$$

Sacamos 10 factor común y simplificamos.

$$=\frac{10\cdot\left(1-4\sqrt{6}\right)}{10\cdot(-19)}$$

Pasamos el signo negativo frente a la fracción.

$$=-\frac{1-4\sqrt{6}}{19}$$

$$\boxed{\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+8\sqrt{3}}=-\frac{1-4\sqrt{6}}{19}}$$

NÚMEROS REALES. Racionalización de Binomios. Ejercicio 2

Racionalizar el denominador de la siguiente fracción $\frac{2\sqrt{3}+5\sqrt{7}}{2\sqrt{3}-5\sqrt{7}}$

El denominador es un binomio, el factor racionalizante es la conjugada.

$$2\sqrt{3}-5\sqrt{7} \rightarrow FR=2\sqrt{3}+5\sqrt{7}$$

Multiplicamos numerador y denominador por el factor racionalizante.

$$=\frac{2\sqrt{3}+5\sqrt{7}}{2\sqrt{3}-5\sqrt{7}}\cdot\frac{2\sqrt{3}+5\sqrt{7}}{2\sqrt{3}+5\sqrt{7}}$$

¿Qué tipos de productos tenemos en numerador y denominador?

$$=\frac{\left(2\sqrt{3}+5\sqrt{7}\right)\cdot\left(2\sqrt{3}+5\sqrt{7}\right)}{\left(2\sqrt{3}-5\sqrt{7}\right)\cdot\left(2\sqrt{3}+5\sqrt{7}\right)}$$

En el numerador tenemos dos factores iguales, así que queda la potencia cuadrada de una suma, **Cuadrado de la Suma**.

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Y en el denominador tenemos el **Producto de Conjugadas**.

$$=\frac{\left(2\sqrt{3}+5\sqrt{7}\right)^2}{\left(2\sqrt{3}-5\sqrt{7}\right)\cdot\left(2\sqrt{3}+5\sqrt{7}\right)}$$

Aplicamos los productos notables, y potencia de un producto.

$$=\frac{\left(2\sqrt{3}\right)^2+2\cdot2\sqrt{3}\cdot5\sqrt{7}+\left(5\sqrt{7}\right)^2}{\left(2\sqrt{3}\right)^2-\left(5\sqrt{7}\right)^2}$$

$$=\frac{2^2\left(\sqrt{3}\right)^2+20\sqrt{21}+5^2\left(\sqrt{7}\right)^2}{2^2\left(\sqrt{3}\right)^2-5^2\left(\sqrt{7}\right)^2}$$

Simplificamos las raíces con las potencias cuadradas. $=\dfrac{2^2\cdot 3+20\sqrt{21}+5^2\cdot 7}{2^2\cdot 3-5^2\cdot 7}$

Simplificamos términos semejantes $=\dfrac{12+20\sqrt{21}+175}{12-175}$

Simplificamos las raíces con las potencias cuadradas. $=\dfrac{187+20\sqrt{21}}{-163}$

Para simplificar más la expresión es necesario que 187, 20 y 163 tengan un M.C.D. diferente de 1. Pero 20 tiene como divisores primos 2 y 5, que no dividen a 187 ni a 163. La fracción no puede simplificarse más.

$$\boxed{\frac{2\sqrt{3}+5\sqrt{7}}{2\sqrt{3}-5\sqrt{7}}=\frac{187+20\sqrt{21}}{-163}}$$

NÚMEROS REALES. Racionalización de Binomios. Ejercicio 3

Racionalizar el denominador de la siguiente fracción $\dfrac{6\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

El denominador es un binomio, el factor racionalizante es la conjugada. $\sqrt{2}-\sqrt{3} \rightarrow FR=\sqrt{2}+\sqrt{3}$

Multiplicamos numerador y denominador por el factor racionalizante. $=\dfrac{6\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\cdot\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

En el numerador nos queda un producto de dos binomios, en el denominador, el producto de conjugadas. $=\dfrac{\left(6\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)}$

En el numerador se aplica distributiva y en el denominador resulta una diferencia de cuadrados. $=\dfrac{6\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}+6\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}-\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}-\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}$

Efectuamos producto de raíces en el numerador y simplificación de raíces en el denominador. $=\dfrac{6\left(\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{6}+6\sqrt{6}-\left(\sqrt{3}\right)^2}{2-3}$

Simplificamos raíces y términos semejantes en el numerador, y efectuamos la resta en el denominador. $=\dfrac{6\cdot 2+5\sqrt{6}-3}{-1}$

Simplificamos raíces y términos semejantes en el numerador, y efectuamos la resta en el denominador.

$$=\frac{5+5\sqrt{6}}{-1}$$

Simplificamos raíces y términos semejantes en el numerador, y efectuamos la resta en el denominador.

$$=-\left(5+5\sqrt{6}\right)$$

NÚMEROS REALES. Racionalización de Binomios. Ejercicio 4

Racionalizar el denominador de la fracción dada $\dfrac{\sqrt{2x}-\sqrt{x}}{\sqrt{2x}+\sqrt{x}}$

El denominador es un binomio, el factor racionalizante es la conjugada.

$$\sqrt{2x}+\sqrt{x} \rightarrow FR=\sqrt{2x}-\sqrt{x}$$

Multiplicamos numerador y denominador por el factor racionalizante.

$$=\frac{\sqrt{2x}-\sqrt{x}}{\sqrt{2x}+\sqrt{x}}\cdot\frac{\sqrt{2x}-\sqrt{x}}{\sqrt{2x}-\sqrt{x}}$$

En el numerador nos queda un producto de dos binomios iguales, en el denominador, el producto de conjugadas.

$$=\frac{\left(\sqrt{2x}-\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{2x}-\sqrt{x}\right)}{\left(\sqrt{2x}+\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{2x}-\sqrt{x}\right)}$$

En el numerador se aplica **Cuadrado de la suma** y en el denominador **Producto de Conjugadas**.

$$=\frac{\left(\sqrt{2x}-\sqrt{x}\right)^2}{\left(\sqrt{2x}+\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{2x}-\sqrt{x}\right)}$$

Efectuamos simplificación y producto de raíces en el numerador y simplificación de raíces en el denominador.

$$=\frac{\left(\sqrt{2x}\right)^2-2\sqrt{2x}\sqrt{x}+\left(\sqrt{x}\right)^2}{\left(\sqrt{2x}\right)^2-\left(\sqrt{x}\right)^2}$$

Efectuamos simplificación y producto de raíces en el numerador y simplificación de raíces en el denominador.

$$=\frac{2x-2\sqrt{2x^2}+x}{2x-x}$$

En el segundo término del numerador separamos la raíz para cada factor. Sumamos términos semejantes en el numerador y efectuamos la resta en el denominador.

$$=\frac{3x-2\sqrt{2}\sqrt{x^2}}{x}$$

Simplificamos la raíz del numerador con el cuadrado.

$$=\frac{3x-2\sqrt{2}x}{x}$$

Sacamos x factor común en el numerador,

$$=\frac{\left(3-2\sqrt{2}\right)x}{x}$$

Simplificamos x de numerador y denominador.

$$=3-2\sqrt{2}$$

$$\boxed{\frac{\sqrt{2x}-\sqrt{x}}{\sqrt{2x}+\sqrt{x}}=3-2\sqrt{2}}$$

Emparejando el Lenguaje

Racionalización. Es el proceso que se aplica para eliminar las raíces del denominador de una fracción.
Racionalización de Monomios. consiste en lograr que el exponente de la cantidad subradical sea igual al índice de la raíz.
Racionalización de Binomios. consiste en lograr que cada término quede elevado cuadrado, y así simplificar las raíces cuadradas.

A Practicar

Racionalizar y llevar a la mínima expresión

1. $\dfrac{1}{\sqrt{3a}}$
2. $\dfrac{6a}{\sqrt[3]{2a^2}}$
3. $\dfrac{5a^2b}{\sqrt[3]{9a^2b}}$
4. $\dfrac{2a^2b^7}{\sqrt[5]{4a^3b^2}}$
5. $\dfrac{12ab}{\sqrt[4]{27a^3b^2}}$
6. $\dfrac{21a^5b^3}{\sqrt[5]{81ab^4}}$

---

7. $\dfrac{1}{\sqrt{m}+\sqrt{n}}$
8. $\dfrac{2a-b}{\sqrt{2a}+\sqrt{b}}$
9. $\dfrac{a-4}{\sqrt{a}-2}$
10. $\dfrac{x^2-16y^2}{\sqrt{x}-2\sqrt{y}}$
11. $\dfrac{(9x-4y)^2}{3\sqrt{x}+2\sqrt{y}}$
12. $\dfrac{16a^2b^2-625}{2\sqrt{ab}-5}$

¿Lo Hicimos Bien?

Racionalizar y llevar a la mínima expresión

1. $\dfrac{\sqrt{3a}}{3a}$
2. $3\sqrt[3]{2^2a}$
3. $\dfrac{5}{3}a\sqrt[3]{3ab^2}$
4. $ab^6\sqrt[5]{2^3a^2b^3}$
5. $4\sqrt[4]{3ab^2}$
6. $7a^4b^2\sqrt[5]{3a^4b}$

---

7. $\dfrac{1}{\sqrt{m}+\sqrt{n}}$
8. $\sqrt{2a}-\sqrt{b}$
9. $\sqrt{a}+2$
10. $(x+4y)\left(\sqrt{x}+2\sqrt{y}\right)$
11. $(9x-4y)\left(3\sqrt{x}-2\sqrt{y}\right)$
12. $(4ab+25)\left(2\sqrt{ab}+5\right)$