NÚMEROS RACIONALES.

Una mañana en el barco de buceo, Carlos comenzó a hablar con otro niño llamado Víctor. Víctor y su familia eran de Falcón y Víctor era apenas dos años mayor que Carlos. Los chicos entablaron una gran conversación sobre el buceo, los peces y las cosas que habían visto en sus viajes.

Después de un rato, vieron algunos delfines nadando con el barco. Esto es algo que sucede a menudo ya que a los delfines les encanta el agua que empuja los motores del barco por la parte trasera.

"¿Sabías que se puede nadar 0,83 Km en un minuto?" le pregunta Víctor a Carlos.

"Realmente no sabía, pero si sabía que el pez espada puede nadar casi un kilometro en un minuto. Creo que el número exacto es $\frac{9}{20}$ de Km".

"Wow, cual puede nadar más rápido en un minuto?" pregunto Víctor mientras pensaba en los cálculos.

En el momento en que llegaron a la zona de buceo, Carlos se había dado cuenta de cuál es el que puede nadar más rápido.

¿Lo has hecho? Los números que los niños están usando se llaman números racionales. Cuando entiendas los números racionales, también sabrás cómo averiguar qué puede nadar más lejos en un minuto. Presta atención, y esta lección te enseñara todo lo que necesitas saber sobre los números racionales.

LO QUE APRENDERÁS

En esta lección, aprenderás a hacer lo siguiente:

- Identificar un número racional como la relación de dos números enteros.
- Comparar y ordenar números racionales en la recta numérica.
- Identificar conmutativa, asociativa, inversa y las propiedades de identidad de la suma y la multiplicación de los números racionales.
- Aplicar las propiedades y el uso de orden de operaciones para evaluar expresiones numéricas y variables.

TIEMPO DE ENSEÑAR

I. IDENTIFICAR UN NÚMERO RACIONAL COMO EL COCIENTE DE DOS NÚMEROS ENTEROS

Algunos números se consideran ***números racionales***. Un número racional es un número que puede ser escrito como una ***relación***, todo número que puede representarse como el ***cociente*** de dos números enteros (más precisamente, un entero y un natural positivo) es decir; una fracción común *a/b* con numerador *a* y denominador *b* distinto de cero.

¿QUÉ ES UNA RELACIÓN?

Una *relación* es una comparación de dos números. Por ejemplo, podrías descubrir que la proporción de niños y niñas en tu clase es de 12 a 13.Esa misma relación podría expresarse utilizando dos puntos, 12: 13, o como una fracción $\frac{12}{13}$.

De hecho, cualquier número que puede ser escrito como una relación de dos números enteros se clasifica como un número racional. Echemos un vistazo más de cerca a la forma de identificar un número racional.

¿QUÉ ES UN COCIENTE?

Se conoce como cociente al **resultado al que se llega tras dividir un número por otro**. En este sentido, el cociente sirve para indicar qué cantidad de veces el **divisor** está contenido en el **dividendo.**

¿CÓMO PODEMOS DETERMINAR SI UN NÚMERO ENTERO ES UN NÚMERO RACIONAL?

Esa es una buena pregunta. Veamos un ejemplo a ver si podemos escribirlo como una razón.

EJEMPLOS:

a) El número 10

Este número puede ser escrito como una relación. Cada número entero se puede escribir más de 1. Eso significa que se puede escribir como una relación (10:1) ó $\frac{10}{1}$, observe que la barra de fracción es una manera de saber si el número entero se puede escribir como una relación. En otras palabras, si puede ser escrito como una fracción, es un número racional; entonces 10 es un número racional.

b) La fracción $\frac{-2}{3}$

Esta fracción es un número racional, ya está escrita como una relación. Estamos comparando el numerador y el denominador. Sí, es negativa. Eso está bien, porque podemos tener fracciones negativas y todavía son consideradas números racionales; entonces $\frac{-2}{3}$ es un número racional.

c) El número decimal 0.687

Este decimal puede ser escrito como un número racional sobre 1000 ($\frac{687}{1000}$). Este es un número racional también.

¿HAY OTROS?

Sí. ***Terminación de decimales* y *decimales que se repiten* también son números racionales.**

- **Decimales terminales**, son decimales con un número determinado de dígitos, son siempre racionales. Por ejemplo, 0.007 es un decimal finito, por lo que es racional.
- **Decimales periódicos**, son aquellos decimales en los cuales uno o más dígitos se

repiten, son siempre racionales. Por ejemplo, 0.333… es un decimal periódico en el que el dígito 3 se repite indefinidamente, por lo que es racional.

¿HAY NÚMEROS QUE NO SON RACIONALES?

Sí, Algunos decimales no terminan y no se repiten, ellos simplemente siguen y siguen para siempre. Se trata de un grupo especial de números llamados ***números irracionales***. Usted aprenderá más sobre ellos en una lección posterior.

EJERCICIOS PARA PRACTICAR:

a) Determinar si cada uno de los siguientes números es un número racional.

1. -4
2. $\frac{1}{3}$
3. 0.89765…

b) Escriba la definición de un número racional. ¿Cómo se puede saber si un número es racional o no? Asegúrese de incluir esta información en su cuaderno y luego continúe.

Tómese unos minutos para revisar su trabajo con un compañero.

II. COMPARAR Y ORDENAR NÚMEROS RACIONALES EN LA RECTA NUMÉRICA

Ahora que sabes cómo identificar un número racional, es posible que necesites ordenarlos o calcularlos. Por ejemplo, ¿Qué pasa si se tiene una pérdida de $\frac{1}{2}$ comparada con una pérdida de 0,34. Usted tendría que determinar que pérdida es mayor. La colocación de los números en la recta numérica puede ayudarle a hacer esto.

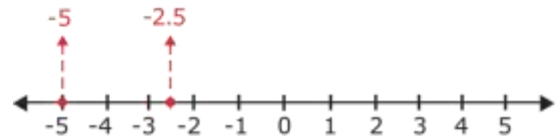
Repasemos los símbolos de desigualdad que pueden ayudar a comparar y ordenar números racionales:

$>$ Significa, *es mayor que*.
$<$ Significa, *es menor que*.
$=$ Significa, *es igual que*.

EJEMPLO 1: Determinar qué cantidad es mayor entre (-2.5 y -5) y representar estos valores en la recta numérica.

Solución:

Paso 1: Dibuje una recta numérica de -5 a 5, coloque los números -2.5 y -5 en la recta, dado que -2.5 no es un número entero este estará ubicado entre -2 y -3



Como -2,5 se encuentra más a la derecha en la recta numérica (está más cerca del cero que -5) significa que -2,5 es mayor que -5.

Paso 2: Seleccionamos el símbolo de desigualdad que va en el espacio en blanco para hacer esta declaración verdadera.

$$-2.5\underline{\ >\ }-5$$

EJEMPLO 2:

Ordene estos números racionales de menor a mayor: $\frac{4}{5}$, 0.6, 1, 0.6

Solución:

A menudo es bastante fácil de colocar decimales en la recta numérica que está dividida de 10 en 10. Por lo tanto, podemos dibujar una recta numérica de 0 a 1 y dividirla en décimas. Entonces podemos colocar los cuatro números en la misma recta numérica.

Resolvamos;

Hay que cambiar $\frac{4}{5}$ a una fracción con un denominador de 10, para eso multiplicamos arriba y abajo por dos (2).

$$\frac{4}{5} = \frac{4\,x2}{5x2} = \frac{8}{10} = 0.8$$

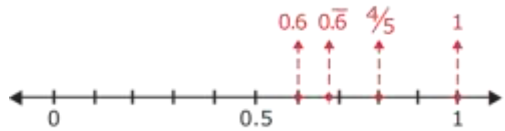
Como ocho décimas es equivalente a $\frac{4}{5}$, podemos encontrar ocho décimas en la recta numérica y colocamos $\frac{4}{5}$ allí.

0.6 significa seis décimas; así que podemos encontrar seis décimas en la recta numérica y colocar 0.6 allí.

1 se muestra en la recta numérica, por lo que puede añadir una línea de puntos para mostrar ese número también.

$0.\overline{6}$ Significa 0.666... Por lo tanto, $0.\overline{6}$ es un poco mayor que seis décimas, pero menos que siete décimas. Podemos colocar $0.\overline{6}$ más o menos donde debe estar en la recta numérica.

Entonces; La recta numérica se vería así cuando terminemos.



En la recta numérica, podemos ver que: $0.6 < 0.\overline{6} < \frac{4}{5} < 1$

Así que, ordenados de menor a mayor, los números son: $0.6, 0.\overline{6}, \frac{4}{5}, 1$

Sí. Pensando en las relaciones entre los números, en este caso, como es cada uno más grande o más pequeño en relación a los otros números le ayudará. Así es como se puede estar seguro de que los números están en el orden correcto. Recuerde, son todos números racionales.

III. **<u>IDENTIFICAR Y APLICAR PROPIEDADES CON NÚMEROS RACIONALES</u>**

A continuación, vamos a revisar algunas de las propiedades de los números. Usted puede recordar estas propiedades por el trabajo que ha hecho con los números enteros. En esta sección, veremos cómo estas propiedades pueden ayudar a hacer cálculos con números racionales, también.

Estas son las propiedades que vamos a utilizar en esta sección.

PROPIEDAD CONMUTATIVA

- ✓ ***De la suma*** establece que los números se pueden sumar en cualquier orden.
  Ejemplo: 0.3 + 7.5 =7.5 + 0.3
- ✓ ***De la multiplicación*** *establece* que los números se pueden multiplicar en cualquier orden.
  Ejemplo: $\frac{1}{2}\ x\ (-3) = (-3)x\ \frac{1}{2}$

PROPIEDAD ASOCIATIVA

- ✓ ***De la suma*** establece que la agrupación de los números que se están sumando no importa.
  Ejemplo: $\left(\frac{3}{10} + \frac{11}{5}\right) + \frac{1}{5} = \frac{3}{10} + \left(\frac{11}{5} + \frac{1}{5}\right)$
- ✓ ***De la multiplicación*** establece que la agrupación de los números que se multiplican no importa.
  Ejemplo: (-3 x 4) x 10 = -3 x (4 x 10)

PROPIEDAD INVERSA

- ✓ ***De la suma*** establece que cuando se añade un número a su opuesto (o ***inverso aditivo***), la suma es cero.

Ejemplo: ($\frac{1}{4} + \left(\frac{-1}{4}\right) = 0$

- ✓ ***De la multiplicación*** establece que cuando un número se multiplica por su ***recíproco*** (o ***inverso multiplicativo***), el producto es 1. Usted puede encontrar el recíproco de una fracción girándola. Por ejemplo, el inverso de $\frac{7}{5}$se puede encontrar volteando la fracción a $\frac{5}{7}$.

  Ejemplo: $\frac{7}{5} x \frac{5}{7} = 1$

PROPIEDAD DE IDENTIDAD

- ✓ **De *la suma*** establece que cuando se añade cero a cualquier número, la suma es ese número.

  Ejemplo: $3\frac{1}{25} + 0 = 3\frac{1}{25}$

- ✓ ***De la multiplicación*** establece que cuando un número se multiplica por 1, el producto es ese número.

  Ejemplo: $\frac{1}{4}\ x\ 1 = \frac{1}{4}$

IV. **APLICAR LAS PROPIEDADES Y ORDEN DE OPERACIONES PARA EVALUAR EXPRESIONES NUMÉRICAS Y VARIABLES.**

Las propiedades pueden ayudarle a evaluar expresiones numéricas. ¿Te acuerdas de lo que es una expresión numérica? **Una *expresión numérica* es una frase que contiene los números y las operaciones.** Ahora que usted sabe acerca de los números racionales, puede verlos en expresiones numéricas también.

Echemos un vistazo a la aplicación de las propiedades en un ejemplo que es una expresión numérica.

EJEMPLO: Utilice una o varias propiedades de los números para que puedas encontrar el valor de esta expresión (0.3892 X 7) X $\frac{1}{7}$

Solución: Debemos tener en cuenta que estos números racionales se pueden multiplicar fácilmente. Multiplicar un número decimal de cuatro dígitos, como 0,3892, llevaría mucho tiempo. Por lo tanto, utilizaremos la **propiedad asociativa** para agrupar los números de manera diferente.

$$(\,0.3892\ x\ 7)\ x\ \frac{1}{7} = 0.3892\ x\ (7\ x\ \frac{1}{7})$$

Se multiplica la expresión dentro de los paréntesis $(7\ x\ \frac{1}{7})$ en primer lugar, 7 es el recíproco de $\frac{1}{7}$; así que, de acuerdo con la ***propiedad inversa de la multiplicación***, el producto de los dos números será 1, de esta forma $0.3892\ x\ \left(7\ x\ \frac{1}{7}\right) = 0.3892\ x\ 1$.

Ahora, es necesario multiplicar el decimal por 1. La ***propiedad de identidad de la***

multiplicación establece que cualquier número multiplicado por 1 es igual a sí mismo.

Entonces; 0.3892 x 1 = 0.3892, así el valor de la expresión (0.3892 X 7) X $\frac{1}{7}$ es **0.3892.**

¿Podría haber multiplicado ese decimal por 7 y luego multiplicar ese producto por $\frac{1}{7}$ para encontrar la respuesta? Sí. Usted puede resolverlo sin aplicar lo que sabe acerca de las propiedades, pero el uso de las propiedades es definitivamente más simple en este ejemplo.

Al evaluar expresiones, también es importante tener en cuenta el ***orden de las operaciones***. Repasemos este orden a continuación.

- ✓ En primer lugar, los cálculos que están agrupando dentro de símbolos, como paréntesis.
- ✓ En segundo lugar, evaluar los exponentes.
- ✓ En tercer lugar, multiplicar y dividir en orden de izquierda a derecha.
- ✓ Por último, sumar y restar en orden de izquierda a derecha.

También podemos aplicar propiedades cuando se evalúan expresiones variables. Recuerde que una expresión variable es una expresión con números, variables y operaciones.

EJEMPLO: Encuentre el valor de esta expresión $-12 \div (8-6)\, x\, p$. Asegúrese de utilizar el orden correcto de las operaciones.

Solución: De acuerdo con el orden de las operaciones, debe hacer el cálculo entre paréntesis primero. Por lo tanto, se debe restar.

$$-12 \div (8-6) x\, p = -12 \div 2\, x\, p.$$

No hay exponentes para evaluar. Por lo tanto, el siguiente paso consiste en multiplicar y dividir en orden de izquierda a derecha.

$$-12 \div 2\, x\, p = -6\, x\, p = -6p$$

El valor de la expresión es -6p.

EJERCICIOS RESUELTOS

1. **Compara los siguientes números racionales.**

$-7 \ y \ \frac{-7}{10}$

Solución:

El -7 es menor que la fracción $\frac{-7}{10} = -o.7$, ya que este se encuentra más lejos de el cero en el lado izquierdo donde van ubicados los números negativos en la recta numérica. Así; $-7 < \frac{-7}{10}$

2. $34 \text{ y } \frac{1}{2}$

Solución:

El 34 (número entero) es mayor que el número fraccionario $\frac{1}{2}$ ya que este se encuentra más lejos de el cero en el lado derecho donde van ubicados los números positivos en la recta numérica. Así; $34 > \frac{1}{2}$

3. $\frac{1}{4} \ y \ \frac{1}{2}$

Solución:

El número fraccionario $\frac{1}{4}$ = o.25 es menor que el número fraccionario $\frac{1}{2}$ = 0.5 ya que este se encuentra más cerca del cero en el lado derecho donde se ubican los números positivos en la recta numérica. Así; $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$

4. Identificar la propiedad numérica que cada ecuación ilustra

$-159 + 0 = -159$

Solución:

En esta ecuación se suma un número entero negativo a cero y la suma es igual al número entero negativo. Este es un ejemplo de la ***propiedad de la identidad de la suma.***

5. $(0.3 + 1.2) + 0.8 = 0.3 + (1.2 + 0.8)$

Solución:

En esta ecuación los paréntesis indican que las cantidades permanecen iguales incluso cuando los números se agrupan de diferentes maneras. Este es un ejemplo de la ***propiedad asociativa de la suma.***

6. $8 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \, x \, 8$

Solución:

En esta ecuación el orden de los números que se multiplican se ha cambiado, pero siguen siendo iguales. Este es un ejemplo de la ***propiedad conmutativa de la multiplicación.***

7. $6 \times \frac{1}{6} = 1$

Solución:

En esta ecuación el número entero 6 se multiplica por su recíproco $\frac{1}{6}$. Dado que 6 = $\frac{6}{1}$, su recíproco es $\frac{1}{6}$. Este es un ejemplo de la ***propiedad inversa de la multiplicación***

8. Encuentre el valor de esta expresión $-12 \div (8-6)\, x\, p$. Asegúrese de utilizar el orden correcto de las operaciones.

Solución:

De acuerdo con el orden de las operaciones, debe hacer el cálculo entre paréntesis primero. Por lo tanto, se debe restar.

$$-12 \div (8-6) x\, p = -12 \div 2\, x\, p.$$

No hay exponentes para evaluar. Por lo tanto, el siguiente paso consiste en multiplicar y dividir en orden de izquierda a derecha.

$$-12 \div 2\, x\, p = -6\, x\, p = -6p$$

El valor de la expresión es -6p.

Glosario

1. **NÚMERO RACIONAL:** Cualquier número positivo o negativo que puede ser escrito como una relación.
2. **PROPORCIÓN:** Una comparación entre dos cantidades. Puede ser escrito usando la palabra "hasta", con dos puntos, o el uso de una barra de fracción
3. **DECIMAL EXACTO:** Un decimal que tiene un final definitivo

4. **DECIMAL PERIÓDICO:** Un decimal, donde algunos de los dígitos se repiten.

5. **NÚMERO IRRACIONAL:** Un decimal que no tiene fin y no se repite, pero continúa indefinidamente.

6. **PROPIEDAD CONMUTATIVA DE LA SUMA:** Establece que el orden en que se suman los números no cambia su resultado.

7. **PROPIEDAD CONMUTATIVA DE LA MULTIPLICACIÓN:** Establece que el orden en que se multiplican los valores no cambia el producto.

8. **PROPIEDAD ASOCIATIVA DE LA SUMA:** Las agrupaciones de los números que se suman no cambia el resultado.

9. **PROPIEDAD ASOCIATIVA DE LA MULTIPLICACIÓN:** Las agrupaciones de los números que multiplicados no cambia el producto.

10. **PROPIEDAD INVERSA DE LA SUMA:** Cualquier número sumando a su contrario es cero.

11. **PROPIEDAD INVERSA DE LA MULTIPLICACIÓN:** Cualquier número multiplicado por su recíproco es uno.

12. **RECÍPROCO:** Un número volteado o invertido

13. **PROPIEDAD DE IDENTIDAD DE LA SUMA:** Cualquier número más cero da como resultado el mismo número

14. **PROPIEDAD DE IDENTIDAD DE LA MULTIPLICACIÓN:** Cualquier número multiplicado por uno da como resultado el mismo número

15. **EXPRESIÓN NUMÉRICA:** Una frase que contiene números y operaciones

16. **EXPRESIÓN VARIABLE:** Una frase que contiene números, variables y operaciones.

Otras Referencias

- ✓ http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_racional
- ✓ https://www.youtube.com/watch?v=HmF9YBHpd30
- ✓ https://www.youtube.com/watch?v=uEMB5SlooQA
- ✓ http://numerosracionales.com/