

## 4

## 4ta Unidad

# Números Enteros

## 4.3 Multiplicación y División

Las reglas claras presentadas de forma sencilla aligera en gran medida la comprensión de un conocimiento, y aligera también la ejecución de las operaciones o procedimientos.

### Descripción

**Guiones Didácticos**

**NÚMEROS ENTEROS. Reglas de la Multiplicación de Signos.**

Son dos las reglas que distinguen a los números enteros **negativos** de los positivos. El signo **más**, +, y el signo **menos**, -.

Cuando se trata de multiplicar números enteros debemos considerar cómo operará la multiplicación de los signos para obtener el producto.

Hay dos casos notables en la multiplicación de signos: que se multipliquen signos iguales y que se multipliquen signos distintos.

**Caso 1: Multiplicación de Signos Iguales.**  
Cuando se multiplican signos iguales el resultado es **positivo**.  
Es decir, **más por más es más** y **menos por menos es más.**

**Caso 2: Multiplicación de Signos Distintos.**  
Cuando se multiplican signos diferentes el resultado es **negativo**.  
Es decir, **más por menos es menos** y **menos por más es menos.**

Veamos una sencilla demostración de la regla  $(-)(-) = +$  para eso utilizaremos las propiedades de los números.

Partimos de la igualdad  $1 + (-1) = 0$  porque 1 y -1 son **números opuestos**, y el resultado de la suma es **cero**.

Multipliquemos ambos lados de la igualdad por -1

Aplicamos Propiedad Distributiva

\* Todo número multiplicado por 1 resulta en el mismo número. Entonces, -1 por 1 es -1. Y todo número multiplicado por 0 es 0. Entonces, -1 por 0 es 0.

Sumamos 1 en ambos lados de la igualdad.

Aplicamos Propiedad Asociativa

Suma de Opuestos:  $1 + (-1) = 0$

Elemento Neutro:  $0 + (-1) = (-1)$ ;  $(-1) + 1 = 0$

Hemos llegado a la igualdad que nos da el valor del producto  $(-)(-)$ , que es 1. Entonces la multiplicación de **menos por menos** debe ser **más**, para que el producto de  $(-)(-)$  resulte positivo.

**NÚMEROS ENTEROS. Multiplicación.**

Para efectuar la multiplicación de números enteros debemos realizar dos operaciones: La multiplicación de signos y la multiplicación de los valores absolutos de los números.

En primer lugar efectuamos la **multiplicación de los signos**, lo cual dará el signo del producto de los números enteros. En segundo lugar efectuamos la **multiplicación de los valores absolutos** de los números.

Vamos a la práctica para aprender a efectuar la multiplicación de números enteros y algunas propiedades aprendidas hasta ahora.

**Ejercicios.** Calcular el valor resultante de las operaciones indicadas.

- $(-2) + (+7) - (-5)$
- $(+4) - (-9) + (-1) - (-13)$

1. Tenemos la multiplicación de tres números enteros.

Propiedad Asociativa de la Multiplicación:

Multiplicación de Números Enteros de Distintos Signos

$(-2) + (+7) = 14$

Multiplicación de Números Enteros de Iguales Signos

$(-14) \cdot (-5) = 70$

**Recordemos:** cuando se multiplican **signos diferentes** resulta **negativo** y cuando se multiplican **signos iguales** resulta **positivo**.

2. Tenemos la suma de productos. Esto quiere decir que cada sumando es el resultado de una multiplicación. Calculamos el producto en cada sumando.

Multiplicación de Números Enteros de Distintos Signos

$(+4) \cdot (-9) = -36$

Multiplicación de Números Enteros de Iguales Signos

$(-1) \cdot (-13) = 13$

**Recordemos:** los casos de suma de números enteros con iguales y con distintos signos.

$(-2) + (+7) - (-5)$	$(-2) + (+7) - (-5)$
$(-2) + (+7) - (-5)$	$(-2) + (+7) - (-5)$
$(-14) \cdot (-5) = 70$	$(-14) \cdot (-5) = 70$
$(+4) \cdot (-9) = -36$	$(+4) \cdot (-9) = -36$
$(-1) \cdot (-13) = 13$	$(-1) \cdot (-13) = 13$
	$-36 + 13$
	$-23$

Nuevas reglas se agregan a las operaciones de multiplicación y división que conocemos. Si bien, no aprenderemos a multiplicar o dividir, pues ya lo sabemos, si aprenderemos a manejar los signos en cada operación.

Las reglas de signos para la multiplicación y división son vitales en el resto de los estudios de Matemática, y futuramente Física y Química. El dominio de éstas determina la facilidad para trabajar con expresiones numéricas y algebraicas,

Cada tema de estudios de los próximos niveles, utiliza de una u otra manera los principios de estas reglas. Así que, a aprenderlas y dominarlas para para avanzar sin dificultades en los próximos objetivos.

## Conocimientos Previos Requeridos

Manejo con destreza de Operaciones Aritméticas, Múltiplos y Divisores, Números Naturales, Operaciones y Propiedades.

## Contenido

Números Negativos, Significado, Constitución de los Números Enteros, Representación en la Recta, Operaciones y Propiedades, Manejo y operaciones con Símbolos de Agrupación y Relaciones de Orden entre los Números Enteros.

## Videos Disponibles

[NÚMEROS ENTEROS. Reglas de la Multiplicación de Signos](#)

[NÚMEROS ENTEROS. Multiplicación](#)

[NÚMEROS ENTEROS. Propiedad Conmutativa de la Multiplicación](#)

[NÚMEROS ENTEROS. Propiedad Asociativa de la Multiplicación](#)

[NÚMEROS ENTEROS. Elemento Neutro de la Multiplicación](#)

[NÚMEROS ENTEROS. División](#)

[NÚMEROS ENTEROS. Realizar Operaciones Entre Números Enteros. Grupo 1. Ejercicios 1, 2 y 3](#)

[NÚMEROS ENTEROS. Realizar Operaciones Entre Números Enteros. Grupo 2. Ejercicio 1](#)

[NÚMEROS ENTEROS. Realizar Operaciones Entre Números Enteros. Grupo 2. Ejercicio 2](#)

## Guiones Didácticos

### ▶ NÚMEROS ENTEROS. Reglas de la Multiplicación de Signos

Son dos los signos que distinguen a los números enteros **negativos** de los **positivos**. El signo **más**, + , y el signo **menos**, - .

Cuando se trata de multiplicar números enteros debemos considerar cómo operar la multiplicación de los signos para obtener el producto.  $(+) \cdot (-)$

Hay dos casos notables en la multiplicación de signos: que se multipliquen signos iguales, y que se multipliquen signos distintos.

**Caso 1:** Multiplicación de Signos Iguales.

Cuando se multiplican signos iguales el resultado es **positivo**. Es decir, **más** por **más** es **más** y **menos** por **menos** es **más**.

$$(+)\cdot(+)=+$$

$$(-)\cdot(-)=+$$

**Caso 2:** Multiplicación de Signos Diferentes.

Cuando se multiplican signos diferentes el resultado es **negativo**. Es decir, **más** por **menos** es **menos** y **menos** por **más** es **menos**.

$$(+)\cdot(-)=-$$

$$(-)\cdot(+)= -$$

Veamos una sencilla demostración de la regla  $(-)\cdot(-)=+$  para eso utilizaremos las propiedades de los números .

Partimos de la igualdad  $1 + (-1) = 0$  porque **1** y **-1** son **números opuestos**, y el resultado de la suma es **cero**.

Multiplicamos ambos lados de la igualdad por -1

Aplicamos Propiedad Distributiva

\* Todo número multiplicado por **1** resulta en el mismo número. Entonces, **-1** por **1** es **-1**. Y todo número multiplicado por **0** es **0**. Entonces **-1** por **0** es **0**.

Sumamos **1** en ambos lados de la igualdad.

Aplicamos Propiedad Asociativa

Suma de Opuestos:  $1 + (-1) = 0$

Elemento Neutro:  $0 + (-1) \cdot (-1) = (-1) \cdot (-1)$  y  $1 + 0 = 1$

$$1 + (-1) = 0$$

$$(-1) \cdot [1 + (-1)] = (-1) \cdot 0$$

$$\underline{(-1) \cdot 1} + (-1) \cdot (-1) = \underline{(-1) \cdot 0}$$

$$(-1) + (-1) \cdot (-1) = 0$$

$$1 + (-1) + (-1) \cdot (-1) = 1 + 0$$

$$(1 + (-1)) + (-1) \cdot (-1) = 1 + 0$$

$$0 + (-1) \cdot (-1) = 1 + 0$$

$$(-1) \cdot (-1) = 1$$

Hemos llegado a la igualdad que nos da el valor del producto  $(-1) \cdot (-1)$ , que es **1**.

Entonces la multiplicación de **menos** por **menos** debe ser **más**, para que el producto de  $(-1) \cdot (-1)$  resulte **positivo**.

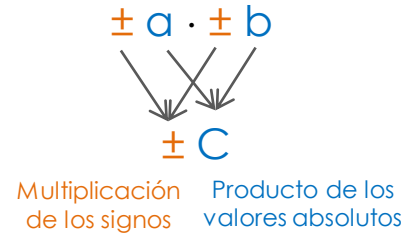


## NÚMEROS ENTEROS. Multiplicación.

Para efectuar la multiplicación de números enteros debemos realizar dos operaciones: La multiplicación de signos y la multiplicación de los valores absolutos de los números.

En primer lugar efectuamos la **multiplicación de los signos**, lo cual dará el signo del producto de los números enteros. En segundo lugar efectuamos la **multiplicación de los valores absolutos** de los números.

$\pm$  a  
signo Valor absoluto  
del número



Vamos a la práctica para aprender a efectuar la multiplicación de números enteros y algunas propiedades aprendidas hasta ahora.

**Ejercicios.** Calcular el valor resultante de las operaciones indicadas.

- $(-2) \cdot (+7) \cdot (-5)$
- $(+4) \cdot (-9) + (-1) \cdot (-13)$

**1:** Tenemos la multiplicación de tres números enteros.

Propiedad Asociativa de la Multiplicación

$$(-2) \cdot (+7) \cdot (-5)$$

$$((-2) \cdot (+7)) \cdot (-5)$$

Multiplicación de Números Enteros de Distintos Signos

$$(-2) \cdot (+7) = -14$$

$$(-14) \cdot (-5)$$

Multiplicación de Números Enteros de Iguales Signos

$$(-14) \cdot (-5) = 70$$

$$70$$

**Recordemos:** cuando se multiplican **signos diferentes** resulta **negativo** y cuando se multiplican **signos iguales** resulta **positivo**.

**2:** Tenemos la suma de productos. Esto quiere decir que cada sumando es el resultado de una multiplicación. Calculamos el producto en cada sumando.

$$(+4) \cdot (-9) + (-1) \cdot (-13)$$

Multiplicación de Números Enteros de Distintos Signos

$$(+4) \cdot (-9) = -36$$

$$-36 + 13$$

Multiplicación de Números Enteros de Iguales Signos

$$(-1) \cdot (-13) = 13$$

$$-23$$

**Recordemos:** los casos de suma de números enteros con iguales y con distintos signos.

## NÚMEROS ENTEROS. Propiedad Conmutativa de la Multiplicación

Existen 3 propiedades de la multiplicación de números enteros que son:

- **Propiedad Conmutativa**
- **Propiedad Asociativa**
- **Elemento Neutro**

En la 3ra Unidad, Números Naturales página 7, dimos a conocer la propiedad conmutativa de la multiplicación. Esa misma regla aplica en los números enteros, considerando los dos casos posibles.

La Propiedad Conmutativa de la multiplicación de enteros dice. El orden de los factores no altera el producto

### Propiedad Conmutativa de la Multiplicación.

El orden de los factores no altera el producto

Aplicemos Propiedad Conmutativa a estas 4 multiplicaciones para dejar claro cómo funciona esta propiedad en los números enteros

**Ejercicios.** Calcular el valor resultante de las operaciones indicadas.

$$(5) \cdot (-8)$$

$$(-7) \cdot (4)$$

$$(3) \cdot (9)$$

$$(-6) \cdot (-10)$$

**1ra:** Los factores de la 1ra operación son 5 y -8.  
Aplicando la regla  
"el orden de los factores no altera el producto",  
obtenemos la igualdad:

Efectuamos el cálculo del producto en ambos lados. Los factores tienen **distintos signos**, el producto es **negativo**, y 5 por 8 es 40.

Factores: 5 y -8

$$(5) \cdot (-8) = (-8) \cdot (5)$$

$$(-40) = (-40)$$

**2da:** Los factores de la 3ra operación son -7 y 4.  
Aplicando la regla  
"el orden de los factores no altera el producto",  
obtenemos la igualdad:

Efectuamos el cálculo del producto en ambos lados. Los factores tienen **distintos signos**, el producto es **negativo**, y 7 por 4 es 28.

Factores: -7 y 4

$$(-7) \cdot (4) = (4) \cdot (-7)$$

$$(-28) = (-28)$$

**3ra:** Los factores de la 3ra operación son 3 y 9.  
Aplicando la regla  
"el orden de los factores no altera el producto",  
obtenemos la igualdad:

Efectuamos el cálculo del producto en ambos lados. Los factores tienen **iguales signos**, el producto es **positivo**, y 3 por 9 es 27.

Factores: 3 y 9

$$(3) \cdot (9) = (9) \cdot (3)$$

$$(27) = (27)$$

**4ta:** Los factores de la 4ta operación son **-6** y **-10**.

Aplicando la regla

“el orden de los factores no altera el producto”, obtenemos la igualdad:

Efectuamos el cálculo del producto en ambos lados. Los factores tienen **iguales signos**, el producto es **positivo**, y **6** por **10** es **60**.

Factores: -6 y -10

$$(-6) \cdot (-10) = (-10) \cdot (-6)$$

$$(60) = (60)$$

## NÚMEROS ENTEROS. Propiedad Asociativa de la Multiplicación

Esta propiedad trata de la forma en que se calcula el producto de más de dos Factores.

Consiste en calcular el Producto de dos de ellos y luego el Producto del valor obtenido con el siguiente factor.

### Propiedad Asociativa de la Multiplicación.

El valor del producto de varios factores no se altera si se reemplaza dos o más de ellos por su producto

$$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Para ver esto con claridad apliquemos la propiedad de forma práctica

**Ejercicio.** Obtener el producto de  $(-2) \cdot (+3) \cdot (-1) \cdot (5)$

Esta operación no se hace realizando el cálculo de todos en forma simultánea. Aunque se haga mentalmente, el proceso de cálculo se ejecuta como sigue:

**En nuestra mente:** Hallamos la suma de  $(-2) \cdot (+3)$

En términos sencillos, primero calculamos el producto  $(-2) \cdot (+3)$ , que se indica colocándolo entre paréntesis.

Es el producto de factores con signos diferentes:

**Signo:** **negativo**,

**Valor:** el producto de **2** y **3**: **6**.

Ahora calculamos el producto  $(-6) \cdot (-1)$

Nuevamente indicamos esto colocando entre paréntesis los dos factores.

Es el producto de factores con signos Iguales:

**Signo:** **positivo**,

**Valor:** el producto de **6** y **1**: **6**.

Finalmente, calculamos la suma de  $(6) \cdot (5)$ .

Es el producto de factores con signos Iguales:

**Signo:** **positivo**,

**Valor:** el producto de **6** y **5**: **30**.

Hemos obtenido **30** como producto de los 4 factores presentados.

**Nota:** El orden en que realizamos la asociación de los sumandos no altera el resultado.

$$(-2) \cdot (+3) \cdot (-1) \cdot (5)$$

$$= ((-2) \cdot (+3)) \cdot (-1) \cdot (5)$$

$$= (-6) \cdot (-1) \cdot (5)$$

$$= ((-6) \cdot (-1)) \cdot (5)$$

$$= (6) \cdot (5)$$

$$= (6) \cdot (5)$$

$$= 30$$

Podemos asociar los últimos dos y seguir operando con los factores de la izquierda como lo mostramos en el desarrollo anterior.

$$(-2) \cdot (+3) \cdot ((-1) \cdot (5))$$

Podemos empezar calculando el producto de los factores centrales e igualmente obtendremos al final el mismo resultado

$$(-2) \cdot ((+3) \cdot (-1)) \cdot (5)$$

La Propiedad Asociativa es entonces la manera formal de representar cómo realizamos el cálculo de varios factores, aún sin darnos cuenta.

conozcamos ahora los dos elementos notables de los números enteros, y que se identifican como parte de las propiedades de ellos.

## NÚMEROS ENTEROS. Elemento Neutro de la Multiplicación

Hemos visto la idea general y la definición formal de Elemento Neutro. En los Números Naturales y en la Suma de Números Enteros. Veamos ahora el Elemento Neutro de la Multiplicación en los Enteros.

**Elemento Neutro.** Sea  $a$  un número entero cualquiera, para el  $1$  de los números enteros se cumple que:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

En términos sencillos, el elemento neutro de la multiplicación en los números enteros es el uno,  $1$ , porque multiplicado por cualquier número entero resulta dicho número entero.

### Ejemplos.

$$(-7) \cdot 1 = -7$$

$$1 \cdot (23) = 23$$

$$11 \cdot 1 \text{ es } 11.$$

No importa el orden en que escribamos los factores, el producto de un número entero cualquiera con uno, resulta el mismo número entero.

**Nota:** A este elemento también se le conoce como Identidad Multiplicativa. La palabra Identidad se le asigna porque cualquier número,  $a$ , multiplicado por  $1$  resulta  $a$  mismo.

La Identidad Aditiva, es el Elemento Neutro de la Suma, y la Identidad Multiplicativa es el Elemento Neutro de la Multiplicación.

En Resumen podemos decir que en la suma y multiplicación de números enteros tenemos las siguientes propiedades

### Propiedades de los Números Enteros

#### En la Suma

Propiedad Conmutativa  
Propiedad Asociativa  
Elemento Neutro  
Elemento Opuesto

#### En la Multiplicación

Propiedad Conmutativa  
Propiedad Asociativa  
Elemento Neutro  
Elemento Opuesto

#### Propiedad Distributiva

## NÚMEROS ENTEROS. División

En los números enteros aplican los mismos elementos de la división que aprendimos en los números naturales: Dividendo, Divisor, Cociente y Residuo.

Ahora el dividendo y el divisor pueden tener signos iguales o diferentes.

<b>Dividendo</b>	<b>divisor</b>
<b>Residuo</b>	<b>Cociente</b>

**Nota:** Igual que en los Números Naturales, la división entre dos números enteros puede ser exacta o inexacta.

Veamos como se comportan los signos en la división

Para la división de números enteros aplican los mismos casos y la misma relación de signos que aplica en la multiplicación:

### Caso 1: División de Signos Iguales.

Cuando se multiplican signos iguales el resultado es **positivo**.  
Es decir, **más por más es más** y **menos por menos es más**.

$$\frac{+}{+} = + \quad \frac{-}{-} = +$$

### Caso 2: División de Signos Diferentes.

Cuando se multiplican signos diferentes el resultado es **negativo**.  
Es decir, **más por menos es menos** y **menos por más es menos**.

$$\frac{+}{-} = - \quad \frac{-}{+} = -$$

Entonces:

Si el dividendo es **positivo** y el divisor es **positivo** el cociente es **positivo**.

Si el dividendo es **negativo** y el divisor es **negativo** el cociente es **positivo**.

Si el dividendo es **positivo** y el divisor es **negativo** el cociente es **negativo**.

Si el dividendo es **negativo** y el divisor es **positivo** el cociente es **negativo**.

El resumen de las reglas dice así:

**Caso 1.** El cociente de signos iguales es positivo.

**Caso 2.** El cociente de signos diferentes es negativo

**Ejercicio.** Calcular el cociente de las siguientes divisiones:

$$(24) \div (12)$$

$$(-10) \div (-2)$$

$$(16) \div (-8)$$

$$(-27) \div (3)$$

**24** y **12** tienen igual signo, el cociente de signos iguales es **positivo**, y **24** entre **12** es **2**.

$$(24) \div (12) = 2$$

**-10** y **-2** tienen igual signo, el cociente de signos iguales es **positivo**, y **10** entre **2** es **5**.

$$(10) \div (2) = 5$$

**16** y **-8** tienen distinto signo, el cociente de signos distintos es **negativo**, y **16** entre **8** es **2**.

$$(16) \div (-8) = -2$$

**-27** y **3** tienen distinto signo, el cociente de signos distintos es **negativo**, y **27** entre **3** es **9**.

$$(-27) \div (3) = -9$$





## NÚMEROS ENTEROS. Realizar Operaciones entre Números Enteros. Grupo 1. Ejercicio 1, 2 y 3

Realiza las siguientes operaciones de números enteros y obtén el resultado

1.  $4 - (-5) + (-8) - (-7)$
2.  $-3 + (-4) - 9 - (-1)$
3.  $-(-10 + 5) - (1 + 8)$

$$4 - (-5) + (-8) - (-7)$$

Lo primero que debemos hacer es transformar las restas en sumas sustituyendo **-5** y **-7** por sus opuestos.

$$4 \ominus (-5) + (-8) \ominus (-7)$$

$$4 + 5 + (-8) + 7$$

Tenemos 4 sumandos, aplicaremos propiedad asociativa para hallar las sumas parciales, hasta obtener la suma total

$$4 + 5 + (-8) + 7$$

**4** y **5** son positivos, entonces la suma es positiva y su valor es **9**

$$(4 + 5) + (-8) + 7$$

$$9 + (-8) + 7$$

Asociamos **9** y **(-8)**

$$(9 + (-8)) + 7$$

**9** y **-8** tienen signos distintos, el signo de la suma es **positivo** porque el **9** es **positivo** y su valor es la diferencia entre **9** y **8**, que es **1**.

$$1 + 7$$

Finalmente calculamos la suma de **1** y **7**.

**1** y **7** son **positivos**, la suma es positiva y su valor es **8**.

$$8$$

**Nota:** Si tienes dudas en las reglas de la suma de números enteros, revisa las lecciones correspondientes a operaciones de números enteros

$$-3 + (-4) - 9 - (-1)$$

Transformaremos las **restas** en **sumas** cambiando **9** y **-1** por sus opuestos.

$$-3 + (-4) - 9 - (-1)$$

$$-3 + (-4) + (-9) + 1$$

Asociamos los primeros dos sumandos, **-3** y **-4** son **negativos**, la suma es **negativa** y su valor es **7**.

$$(-3 + (-4)) + (-9) + 1$$

$$(-7) + (-9) + 1$$

Asociamos **-7** y **-9**.

$$(-7 + (-9)) + 1$$

**-7** y **-9** son **negativos**, la suma es **negativa**, y el valor es **16** ahora sumaremos **-16** y **1**

$$-16 + 1$$

Finalmente sumamos **-16** y **1**

$$-15$$

$$-(-10 + 5) - (1 + 8)$$

En este caso, tenemos dos sumandos, definidos por paréntesis primero debemos calcular las sumas que están contenidas en los paréntesis.

**-10** y **5** tienen signos diferentes, la suma queda con el signo del mayor, **negativo**, y el valor de la diferencia entre **10** y **5**, que es **5**.

$$-(-10 + 5) - (1 + 8)$$

**1** y **8** son positivos, la suma es **positiva** y el valor es **9**.

$$-(-5) - (9)$$

Ahora sustituiremos **-5** y **9** por sus opuestos, **5** y **-9**, para transformar la expresión en una suma de enteros.

$$(5) + (-9)$$

**5** y **-9** tienen signos diferentes, la suma es **negativa**, ¿por qué?, y su valor es **4**.

$$-4$$

## NÚMEROS ENTEROS. Realizar Operaciones entre Números Enteros. Grupo 2. Ejercicio 1

Realiza las siguientes operaciones de números enteros y obtén el resultado

- $\{[(6 - 3) - 2] + [5 + (2 - 3)] - [(6 - 4) + 3]\}$
- $\{[(5 - 2) + (3 + 7)] + [(7 + 1) - 2]\}$

**Nota:** Cuando tenemos una expresión con llaves, corchetes y paréntesis, debemos efectuar primero las operaciones que están entre paréntesis, luego las que están entre corchetes y finalmente las que están entre llaves.

$$1. \{[(6 - 3) - 2] + [5 + (2 - 3)] - [(6 - 4) + 3]\}$$

Resaltado en color **marrón** pondremos los paréntesis:

$$\{[(6 - 3) - 2] + [5 + (2 - 3)] - [(6 - 4) + 3]\}$$

Efectuamos las operaciones contenidas en cada paréntesis. Lo hemos colocado en color **marrón** para hacer seguimiento de los cálculos

$$= \{[3 - 2] + [5 + (-1)] - [2 + 3]\}$$

Ahora tenemos los **corchetes**.  
Efectuamos las operaciones de los 3 corchetes:

$$= \{[3 - 2] + [5 + (-1)] - [2 + 3]\}$$

$$= \{1 + 4 - 5\}$$

Ahora tenemos la **llave**. Efectuamos las operaciones de los 3 corchetes:

$$= \{1 + 4 - 5\}$$

$$= 0$$

Hemos terminado, hallado el valor de la expresión.

$$\{[(6 - 3) - 2] + [5 + (2 - 3)] - [(6 - 4) + 3]\} = 0$$

**Nota:** Omitimos el paso a paso de los cálculos de las sumas entre números enteros porque cuantas ya con un buen repertorio de ejemplos de cómo hacerlo. Y puedes verlo el video correspondiente a esta lección. Al final de esta unidad tienes el link de cada video.

## NÚMEROS ENTEROS. Realizar Operaciones entre Números Enteros. Grupo 2. Ejercicio 2

Realiza las siguientes operaciones de números enteros y obtén el resultado

$$2. \{[(5 - 2) + (3 + 7)] + [(7 + 1) - 2]\}$$

**Recuerda:** Cuando tenemos una expresión con llaves, corchetes y paréntesis, debemos efectuar las operaciones que están entre paréntesis, luego las que están entre corchetes y finalmente las que están entre llaves.

Tenemos 3 **paréntesis** conteniendo sumas o restas de enteros. Efectuamos las operaciones y obtenemos los **resultados** parciales.

$$= \{[(5 - 2) + (3 + 7)] + [(7 + 1) - 2]\}$$

$$= \{[3 + 10] + [8 - 2]\}$$

Tenemos 2 **corchetes** conteniendo suma o resta de enteros. Efectuamos las operaciones y obtenemos los **resultados** parciales.

$$= \{[3 + 10] + [8 - 2]\}$$

$$= \{13 + 6\}$$

Tenemos 1 **llave** conteniendo una suma de enteros. Efectuamos la operación y obtenemos el **resultado** total.

$$= 19$$

$$\{[(5 - 2) + (3 + 7)] + [(7 + 1) - 2]\} = 19$$

Es muy importante que des cada paso sin prisa y teniendo en cuenta cada una de las propiedades que te hemos presentado en las lecciones.

Aprender a realizar correctamente este tipo de cálculos determina el que puedas entender y operar los siguientes temas que verás a lo largo de tus estudios de bachillerato.

En cambio, avanzar sin dominar esto, dificultará absolutamente todo intento de entender los nuevos temas de matemática, o los que verás en materias como física y química en próximos años de estudio.

## Emparejando el Lenguaje

**Símbolos de Agrupación.** Son símbolos matemáticos usados para agrupar números que están relacionados mediante operaciones elementales.

**Paréntesis.** El más simple de los símbolos de agrupación. Está representado por un par de arcos verticales, ( ), entre los que se coloca los números a agrupar.

**Corchetes.** El segundo de los símbolos de agrupación. Está representado por un par de cuadrantes verticales, [ ], entre los que se coloca los números y paréntesis a agrupar.

**Llaves.** El tercero de los símbolos de agrupación. Está representado por un par de curvas verticales, { }, entre los que se coloca los números, paréntesis y/o corchetes a agrupar.

**Vínculo.** El cuarto de los símbolos de agrupación. Es conocido como Raya de Fracción, \_\_\_\_\_, agrupa operaciones en el numerador y denominador.

**Reglas de Signos.** Son las reglas que definen el resultado de la multiplicación de signos, para poder efectuar la multiplicación o división de números y letras con signos.

## Ejercicios

### Efectúa las Operaciones Indicadas:

- $(-5) \cdot (-7) \cdot 8$
- $-2 \cdot (-9-6)$
- $3 \cdot (15 - 23) + (-2) \cdot (-1 + 9 - 13)$
- $9 \cdot \{7 + 5 \cdot [2 + (-16) + 5] - 11\}$
- $-3 + \{-15 + 6 \cdot [(-9) + 23 - 7] + 31\}$
- $(5 - 9) \cdot \{43 - [25 - 17 + 6] - 12\}$

Dominadas ya las operaciones en los naturales, estos ejercicios tienen como objetivo adquirir destrezas en las operaciones con números enteros. De ser necesario, se sugiere nutrir la cantidad de ejercicios, a fin de obtener el dominio general en el grupo.

### Aplicar las propiedades necesarias para que se cumpla la igualdad:

- $6 \cdot 5 - 4 \cdot 7 + 6 \cdot 11 = 6 \cdot (5 + 11) - 4 \cdot 7$
- $-3 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 2$
- $5 \cdot (-1) + 5 \cdot 3 + 5 \cdot (-3) + 5 \cdot 1 = 0$
- $6 \cdot 0 + 5 \cdot 1 + 5 \cdot 0 + 6 \cdot 1 = 5 + 6$
- $7 \cdot 2 + 7 \cdot (-2) + (-7) \cdot 2 + (-7) \cdot (-2) = 0 \cdot 0$
- $a \cdot m + b \cdot m + a \cdot n + b \cdot n = (a + b)(m + n)$

El valor de estos ejercicios está en desarrollarlos con el rigor de exclusivamente aplicar las propiedades hasta lograr que se cumpla la igualdad. No se busca obtener un resultado. Por tanto no se efectúa ningún cálculo. El objetivo es programar el reconocimiento y aplicación de las propiedades.

## Lo Hicimos Bien?

Comprueba que los resultados de tus cálculos estén correctos.

### Efectúa las Operaciones Indicadas:

1. 280

2. 30

3. -14

4. -441

5. 55

6. -68

### Aplicar las propiedades necesarias para que se cumpla la igualdad:

1.  $6 \cdot 5 - 4 \cdot 7 + 6 \cdot 11 = 6 \cdot (5 + 11) - 4 \cdot 7$

Transformando el lado derecho para hacer que se parezca al izquierdo

$$6 \cdot 5 - 4 \cdot 7 + 6 \cdot 11 = 6 \cdot (5 + 11) - 4 \cdot 7$$

$$6 \cdot 5 - 4 \cdot 7 + 6 \cdot 11 = 6 \cdot 5 + 6 \cdot 11 - 4 \cdot 7$$

Distributiva del 6 respecto a la suma

Asociativa

$$6 \cdot 5 - 4 \cdot 7 + 6 \cdot 11 = 6 \cdot 5 + (6 \cdot 11 - 4 \cdot 7)$$

Conmutativa

$$6 \cdot 5 - 4 \cdot 7 + 6 \cdot 11 = 6 \cdot 5 + (-4 \cdot 7 + 6 \cdot 11)$$

Variante de Asociativa

$$6 \cdot 5 - 4 \cdot 7 + 6 \cdot 11 = (6 \cdot 5 + (-4 \cdot 7)) + 6 \cdot 11$$

Transformando la suma en resta cambiando por el opuesto de  $-4 \cdot 7$

$$6 \cdot 5 - 4 \cdot 7 + 6 \cdot 11 = (6 \cdot 5 - 4 \cdot 7) + 6 \cdot 11$$

Reverso de Asociativa

$$6 \cdot 5 - 4 \cdot 7 + 6 \cdot 11 = 6 \cdot 5 - 4 \cdot 7 + 6 \cdot 11$$

2.  $-3 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 2$

Transformando el lado izquierdo para hacer que se parezca al derecho

$$-3 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 2$$

Asociativa

$$-3 \cdot 2 + (1 \cdot 2 + 3 \cdot 2) = 2$$

Conmutativa

$$-3 \cdot 2 + (3 \cdot 2 + 1 \cdot 2) = 2$$

Reverso de Asociativa

$$-3 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 2$$

Asociativa

$$(-3 \cdot 2 + 3 \cdot 2) + 1 \cdot 2 = 2$$

Suma de Opuestos:  $-3 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 0$

$$0 + 1 \cdot 2 = 2$$

Elemento Neutro de la Adición:  $0 + 1 \cdot 2 = 1 \cdot 2$

$$1 \cdot 2 = 2$$

Elemento Neutro de la Multiplicación:  $1 \cdot 2 = 2$

$$2 = 2$$

Comprobada la Igualdad

$$3. 5 \cdot (-1) + 5 \cdot 3 + 5 \cdot (-3) + 5 \cdot 1 = 0$$

Transformando el lado izquierdo para hacer que se parezca al derecho

$$5 \cdot (-1) + 5 \cdot 3 + 5 \cdot (-3) + 5 \cdot 1 = 0$$

$$(-1) \cdot 5 + 3 \cdot 5 + (-3) \cdot 5 + 1 \cdot 5 = 0$$

$$(-1) \cdot 5 + (3 \cdot 5 + (-3 \cdot 5)) + 1 \cdot 5 = 0$$

$$(-1) \cdot 5 + 0 + 1 \cdot 5 = 0$$

$$(-1) \cdot 5 + (0 + 1 \cdot 5) = 0$$

$$-1 \cdot 5 + 1 \cdot 5 = 0$$

$$0 = 0$$

Conmutativa de la Multiplicación

Asociativa

Suma de Opuestos:  $3 \cdot 5 + (-3 \cdot 5) = 0$

Asociativa

Elemento Neutro de la Suma

Suma de Opuestos:  $-1 \cdot 5 + 1 \cdot 5 = 0$

Comprobada la Igualdad

$$4. 6 \cdot 0 + 5 \cdot 1 + 5 \cdot 0 + 6 \cdot 1 = 5 + 6$$

Transformando el lado izquierdo para hacer que se parezca al derecho

$$6 \cdot 0 + 5 \cdot 1 + 5 \cdot 0 + 6 \cdot 1 = 5 + 6$$

$$6 \cdot 0 + (5 \cdot 1 + 5 \cdot 0) + 6 \cdot 1 = 5 + 6$$

$$6 \cdot 0 + 5 \cdot (1 + 0) + 6 \cdot 1 = 5 + 6$$

$$6 \cdot 0 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 1 = 5 + 6$$

$$5 \cdot 1 + 6 \cdot 0 + 6 \cdot 1 = 5 + 6$$

$$5 \cdot 1 + (6 \cdot 0 + 6 \cdot 1) = 5 + 6$$

$$5 \cdot 1 + 6 \cdot (0 + 1) = 5 + 6$$

$$5 \cdot 1 + 6 \cdot 1 = 5 + 6$$

$$5 + 6 = 5 + 6$$

Asociativa

Reverso de Distributiva

Elemento Neutro de la Suma

Conmutativa de la Suma

Asociativa de la Suma

Reverso de Distributiva

Elemento Neutro de la Suma

Elemento Neutro de la Multiplicación

$$5. 7 \cdot 2 + 7 \cdot (-2) + (-7) \cdot 2 + (-7) \cdot (-2) = 0 \cdot 0$$

Transformando el lado izquierdo para hacer que se parezca al derecho

$$7 \cdot 2 + 7 \cdot (-2) + (-7) \cdot 2 + (-7) \cdot (-2) = 0 \cdot 0$$

$$(7 \cdot 2 + 7 \cdot (-2)) + ((-7) \cdot 2 + (-7) \cdot (-2)) = 0 \cdot 0$$

$$7 \cdot (2 + (-2)) + (-7) \cdot (2 + (-2)) = 0 \cdot 0$$

$$7 \cdot 0 + (-7) \cdot 0 = 0 \cdot 0$$

$$(7 + (-7)) \cdot 0 = 0 \cdot 0$$

$$0 \cdot 0 = 0 \cdot 0$$

Asociativa

Reverso de Distributiva

Suma de Opuestos:  $2 + (-2) = 0$

Reverso de Distributiva

Suma de Opuestos:  $7 + (-7) = 0$

Comprobada la Igualdad

$$5. a \cdot m + b \cdot m + a \cdot n + b \cdot n = (a + b)(m + n)$$

Transformando el lado izquierdo para hacer que se parezca al derecho

$$a \cdot m + b \cdot m + a \cdot n + b \cdot n = (a + b)(m + n)$$

Asociativa

$$(a + b) \cdot m + (a + b) \cdot n = (a + b)(m + n)$$

Reverso de Distributiva

$$(a + b) \cdot (m + n) = (a + b)(m + n)$$

Comprobada la Igualdad

**Nota:** Los procedimientos que hemos desarrollado en estas comprobaciones son fundamentales en los métodos que conoceremos más adelante como Factorización. Practiquemos con disposición y ánimo cada tema que estudiemos, para hacer que el avance por los conocimientos sea cosa fácil.