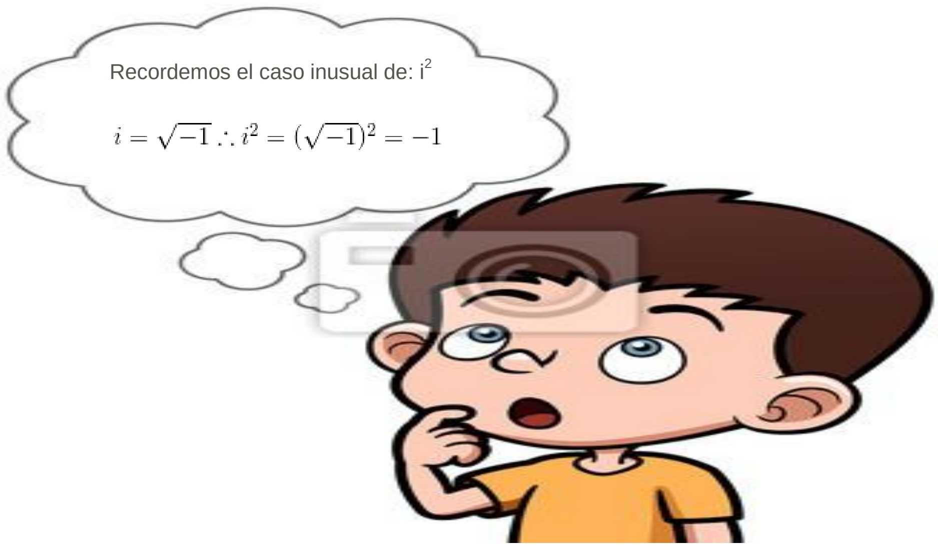
Multiplicación de números complejos

Marco Teórico

En esta lección vamos a explorar la multiplicación de números complejos. En general, las operaciones con números complejos se comportan igual que las operaciones en polinomios regulares: combinar términos semejantes, binomios, distribuir, y así sucesivamente. Las diferencias son generalmente evidentes cuando los productos y cocientes de números complejos se simplifican.



Dado que $i^2 = -1$, al multiplicar números complejos a menudo resulta en términos imaginarios convirtiéndose en términos reales.

Multiplicación de números complejos

Al multiplicar números complejos en forma rectangular, recordar el método para multiplicar dos binomios: (m + *n*) (*x* + *y*) = *mx* + *mi* + *nx* + *ny* . Usamos el mismo procedimiento para la multiplicación de números complejos:

(*a* + *bi*) + (*c* + *di*) = *ac* + *adi* + *bci* + *bdi* ^{2}

Pero, a diferencia de la expresión algebraica, la expresión anterior contiene el número, i.

Recordemos que i^2 = -1, por lo $bdi^2 = bd$ (-1) = - *bd* y *adi* + *bci* se puede combinar y luego factorizar como (*ad* + *bc*) *i* . Así tenemos que el resultado general,

(*a* + *bi*) + (*c* + *di*) = (*ac* - *bd*) + (*ad* + *bc*) *i*

Ejemplo A

Multiplique: $(6+3i)(2-3i)$

Solución

$$(6+3i)(2-3i) = 12 - 18i + 6i - 9i^2$$

$$= 21 - 12i$$

(Nota al combinar términos semejantes: -9 i^2 reduce a -9 (-1) o 9)

Ejemplo B

Multiplique: $(5-7i)(5+7i)$

Solución

$(5-7i)(5+7i)=25+35i-35i-49i^2$

o

$=25+0-49(-1)$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Resuelve: $Z_1.Z_2$
   Z_1=3-2i
   Z_2=-2+5i

$Z_1.Z_2=(3-2i).(-2+5i)=-6+15i+4i-10i^2=-6+19i-10(-1)=-6+19i+10=4+19i$

Respuesta:

$\boldsymbol{Z_1.Z_2=4+19i}$

2. Resuelve: $Z_1.Z_2$
   Z_1=5+i
   Z_2=1-i

$Z_1.Z_2=(5+i).(1-i)=5-5i+i-i^2=5-4i-1(-1)=5-4i+1=6-4i$

Respuesta:

$\boldsymbol{Z_1.Z_2=6-4i}$

3. Resuelve: $Z_1.Z_2$
   Z_1=-1+2i
   Z_2=1-i

$Z_1.Z_2=(-1+2i).(1-i)=-1+i+2i-2i^2=-1+i+2i-2(-1)=1+3i$

Respuesta:

$\boldsymbol{Z_1.Z_2=1+3i}$

4. Resuelve: $(Z_1)^2$
   Z_1=1-i

$(Z_1)^2=(1-i)^2=1-2i+i^2$
$=1-2i+1(-1)=-2i$

Respuesta:

$\boldsymbol{(Z_1)^2=-2i}$

5. Resuelve: $\frac{3}{2}Z_1.Z_2$
$Z_1=3i$
$Z_2=5+i$

$\frac{3}{2}Z_1.Z_2=\frac{3}{2}(3i).(5+i)=\left(\frac{9}{2}i\right).(5+i)=\frac{45}{2}i+\frac{9}{2}i^2=\frac{45}{2}i+\frac{9}{2}(-1)=\frac{45}{2}i-\frac{9}{2}$

Respuesta:

$$\boldsymbol{\frac{3}{2}Z_1.Z_2=-\frac{9}{2}+\frac{45}{2}i}$$

6. Resuelve: $2(Z_1)^2$
$Z_1=0,5$

$$\begin{aligned}2(Z_1)^2=2(0,5)^2&=2(0,5).(0,5)\\&=2(0-25,0+0)\\&=2(-25,0)=(-50,0)\end{aligned}$$

Respuesta:

$$\boldsymbol{2(Z_1)^2=(-50,0)}$$

7. Resuelve: $Z_1.Z_2.Z_3$
$Z_1=5+i$
$Z_2=-1+2i$
$Z_2=3i$

$$\begin{aligned}Z_1.Z_2.Z_3&=(5+i).(-1+2i).(3i)\\&=(-5+10i-i+2i^2).(3i)\\&=(-5+9i+2(-1).(3i)\\&=(-7+9i).(3i)\\&=-21i+27i^2\\&=-21i+27(-1)\\&=-27-21i\end{aligned}$$

Respuesta:

$$Z_1.Z_2.Z_3=(-27-21i)$$

8. Resuelve: $3(Z_1)^2.(Z_2)$
$Z_1=1,1$
$Z_2=0,5$

$3(Z_1)^2.(Z_2)=(1,1)^2.(0,5)=3(1,1).(1,1).(0,5)=3(1-1,1+1)(0,5)=3(0,2).(0,5)=3(0-10,0+0)=3(-10,0)=(-30,0)$

Respuesta:

$$\boldsymbol{3(Z_1)^2.(Z_2)=(-30,0)}$$

9. Resuelve: $(Z_1)^2$
$Z_1=-1+2i$

$$\begin{aligned}(Z_1)^2=(-1+2i)^2&=1-4i+4i^2\\&=1-4i+4(-1)\\&=-3-4i\end{aligned}$$

Respuesta:

$$\boldsymbol{(Z_1)^2=-3-4i}$$

10 Resuelve: $Z_1.Z_2$
$Z_1=0,5$
$Z_2=1,1$

$Z_1.Z_2=(0,5).(1,1)=(0-5,0+5)=(-5,5)$

Respuesta:

Glosario

Los conjugados son términos binomiales que son iguales a un lado de las operaciones inversas entre ellos, por ejemplo, (3 + 2x) y (3 - 2x).

Conjugados complejos tales como: (3 + 2i) y (3 - 2i) se traducen en números reales cuando se multiplica.

Otras Referencias

Videos.