

## 2

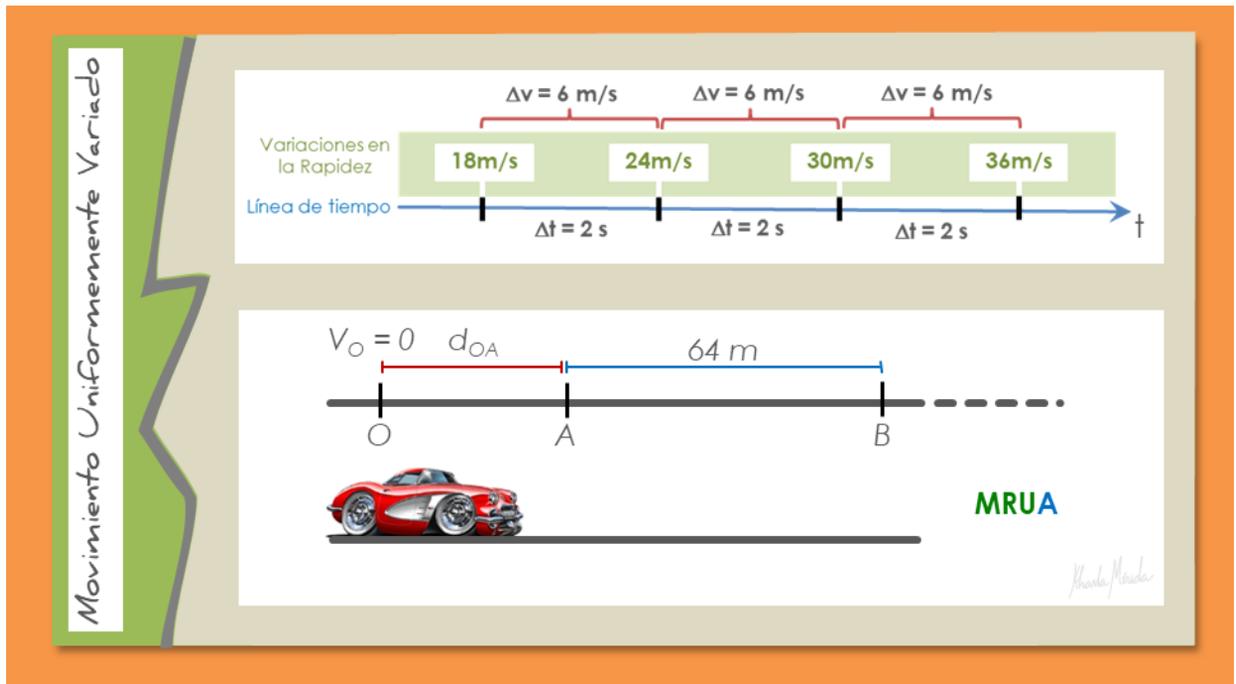
## 2da Unidad

## Cinemática

## 2.3 Movimiento Uniformemente Variado.

*Silencio... Maravilloso silencio en el que podemos escucharnos a nosotros mismos, escuchar en nuestra mente el aleteo de sueños que dibujan sonrisas y generan bien a muchos.*

## Descripción



Para las situaciones de nuestra cotidianidad contamos con métodos matemáticos, obtenidos a lo largo de siglos, que nos permiten entender y explicar sus procesos, así como desarrollar tecnología que mejore las formas en que ocurren o prever sucesos indeseables. Es así como pasamos de caminar, a carruajes, y ahora a vehículos con características que los hacen más eficientes en cuanto a desplazamiento y rendimiento, entre otras cosas.

En esta lección aprenderemos un poco más acerca del movimiento uniformemente variado, sus elementos y las ecuaciones matemáticas que los relacionan. Acompáñanos

## Conocimientos Previos Requeridos

Movimiento, Elementos del movimiento, Movimiento rectilíneo, Movimiento uniforme, Números Reales, Relación de Orden, tipos de rectas, despeje.

## Contenido

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado y Ejercicios.

## Videos Disponibles

[CINEMÁTICA. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado](#)

[CINEMÁTICA. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado. Ejercicio 1](#)

[CINEMÁTICA. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado. Ejercicio 2](#)

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para familiarizarse con los conceptos nuevos y fortalecer el lenguaje operativo.

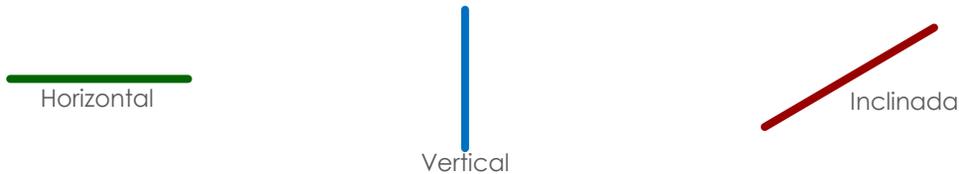
## Guiones Didácticos

### ▶ CINEMÁTICA. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado.

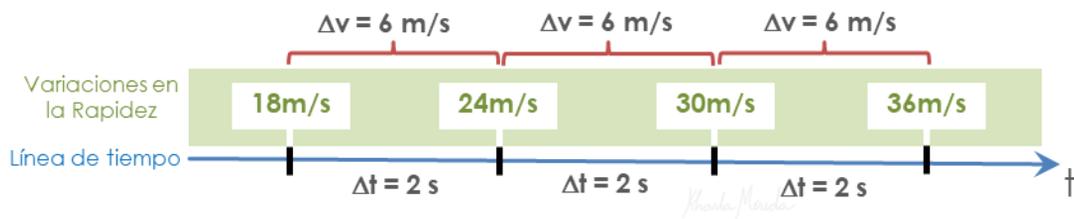
#### MRUV: Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado.

Este movimiento se caracteriza por:

1. **El desplazamiento ocurre siguiendo una línea recta.** Puede ser: vertical, horizontal o inclinada.



2. **La rapidez varía a razón constante.** Iguales cambios de rapidez para intervalos de tiempo iguales.



Las Cantidades que se estudian en este movimiento son:

Cantidades que se estudian en este movimiento

$d$  = distancia recorrida

$t$  = tiempo en recorrer  $d$

$V$  = Rapidez

$a$  = Aceleración

Las leyes matemáticas que rigen este movimiento son tres:

$$V_f = V_o \pm a \cdot t \quad (1)$$

**Rapidez final igual a rapidez inicial mas o menos aceleración por tiempo.**

**Nota:** La presencia del  $\pm$  en la fórmula considera las dos posibilidades de movimiento variado: movimiento uniformemente acelerado y movimiento uniformemente retardado.

$$V_f = V_o + a \cdot t$$

MRUA

$$V_f = V_o - a \cdot t$$

MRUR

$$V_f^2 = V_o^2 \pm 2ad \quad (2)$$

**Rapidez final al cuadrado igual a rapidez inicial al cuadrado mas o menos dos veces la aceleración por la distancia.**

$$d = V_o t \pm \frac{1}{2} at^2 \quad (3)$$

**Distancia igual a rapidez inicial por tiempo mas o menos un medio de la aceleración por tiempo al cuadrado.**

Veamos un ejemplo de cómo aplicar estas leyes o fórmulas del movimiento variado

### Ejemplo

Calcular la rapidez final de un móvil Si cuando iba a 5 m/s acelera a razón de 2m/s<sup>2</sup> durante 6s.

**1ro.** Interpretación del enunciado, extracción de Datos y Representación Gráfica.

#### Datos

**Calcular la rapidez final de un móvil**, esto indica que rapidez final es la incógnita.

$$V_f = ?$$

**Si cuando iba a 5 m/s**, esta cantidad es una rapidez, y da referencia al inicio del intervalo de estudio, por tanto se toma como rapidez inicial 5 m/s.

$$V_o = 5 \text{ m/s}$$

**Acelera a razón de 2m/s<sup>2</sup>**, aceleración igual a 2 m/s cuadrados

$$a = 2 \text{ m/s}^2$$

**Durante 6 s**, tiempo igual a 6 s.

$$t = 6 \text{ s}$$

**2do.** Selección de fórmula a utilizar

Veamos los valores que se conocen respecto a las tres formulas de movimiento variado, así podemos seleccionar la que se usara para calcular la rapidez final.

#### Valores Conocidos

- Rapidez inicial
- Aceleración
- Tiempo

#### Valores desconocidos

- distancia

#### Incógnita

Rapidez final

$$V_f = V_o \pm a \cdot t$$

$$V_f^2 = V_o^2 \pm 2ad$$

$$d = V_o t \pm \frac{1}{2} at^2$$

La rapidez final, que es el valor a calcular, esta en la primera y segunda fórmula solamente, la tercera fórmula no se necesita.

$$V_f = V_o \pm a \cdot t$$

$$V_f^2 = V_o^2 \pm 2ad$$

~~$$d = V_o t \pm \frac{1}{2} at^2$$~~

**1ra fórmula:** conocemos todos los valores que acompañan a la incógnita. Puede usarse para hallar la rapidez final.

$$V_f = V_o \pm a \cdot t \qquad V_f^2 = V_o^2 \pm 2ad$$

**2da fórmula:** conocemos la rapidez inicial y la aceleración, pero no la distancia. No puede usarse para hallar la rapidez final.

**3ro.** Sustituir los valores conocidos

$$V_f = V_o + a \cdot t \qquad V_o = 5 \frac{m}{s} \qquad a = 2 \frac{m}{s^2} \qquad t = 6s$$

$$V_f = 5 \frac{m}{s} + 2 \frac{m}{s^2} \cdot 6s$$

Efectuamos la multiplicación del 2do término y simplificamos los segundos.

$$V_f = 5 \frac{m}{s} + 12 \frac{m}{s}$$

Efectuamos la suma.

$$V_f = 17 \frac{m}{s}$$

Solución

## ▶ CINEMÁTICA. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado. Ejercicio 1

Un carro lleva un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Entre los puntos A y B de su trayectoria hay una distancia de 64 m que recorre en 4 s. Si su rapidez al pasar por el punto B es de 22 m/s, calcular : a) La rapidez que lleva al pasar por el punto A; b) La aceleración del movimiento; c) ¿A qué distancia de A parte del reposo?.

**1ro.** Interpretación del enunciado, extracción de Datos y Representación Gráfica.

**Un carro lleva un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.**



MRUA

Entre los puntos A y B de su trayectoria, esto define un tramo de la recta sobre la que se desplaza.



Hay una distancia de 64 m, indicaremos esta distancia como distancia AB.



Datos

$$d_{AB} = 64 \text{ m}$$

**Datos**

$$d_{AB} = 64 \text{ m}$$

$$t_{AB} = 4 \text{ s}$$

$$V_B = 22 \text{ m/s}$$

$$V_A = ?$$

$$a = ?$$

$$d_{OA} = ?$$

$$V_O = 0$$

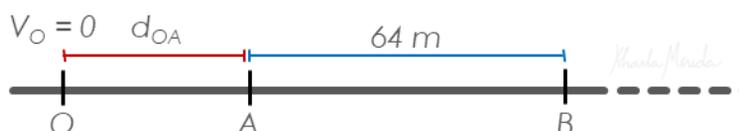
**Que recorre en 4 s**, esto es tiempo AB.

**Si su rapidez al pasar por el punto B es de 22 m/s**, esto es la rapidez que tiene en el punto final del tramo. Rapidez final

**Calcular :** a) **La rapidez que lleva al pasar por el punto A**, esto es la rapidez que tiene en el punto inicial del tramo. Rapidez inicial

b) **La aceleración del movimiento**, aceleración.

c) **¿A qué distancia de A parte del reposo?**, Esto significa que el punto en el que parte del reposo está antes de A, colocaremos un punto cualquiera de manera arbitraria e indicaremos la distancia desde este punto hasta A.



**2do.** Selección de fórmula a utilizar

¿Qué valores se conocen respecto a las tres formulas de movimiento variado para el tramo AB?

**Nota:** En el tramo AB los datos para el punto A son iniciales, y los datos para el punto B son finales.

Valores Conocidos	Incógnitas
• Distancia	Rapidez Inicial
• Tiempo	Aceleración
• Rapidez Final	

$$V_f = V_o \pm a \cdot t$$

$$V_f^2 = V_o^2 \pm 2ad$$

$$d = V_o t \pm \frac{1}{2} at^2$$

$$V_f = V_o \pm a \cdot t$$

$$V_f^2 = V_o^2 \pm 2ad$$

$$d = V_o t \pm \frac{1}{2} at^2$$

Hemos resaltado en verde los valores conocidos y en rojo las incógnitas. En cada fórmula conocemos dos valores y tenemos dos incógnitas. Entonces al sustituir los valores llegaremos a tres ecuaciones con dos incógnitas. Sólo necesitamos dos ecuaciones para resolver un sistema de dos incógnitas,

**Nota:** Sólo necesitamos dos ecuaciones para resolver un sistema de dos incógnitas. Ver la unidad de **Ecuaciones** en 3er Lapso de **Matemática de 3er Año**.

La **segunda fórmula** tiene rapidez inicial elevada al cuadrado, lo que puede dificultar las operaciones y cálculos, trabajaremos con la primera y la tercera fórmula.

$$V_f = V_o \pm a \cdot t$$

$$d = V_o t \pm \frac{1}{2} at^2$$

Sustituimos las cantidades conocidas en la 1ra ecuación.

$$V_B = V_A \pm a \cdot t \quad V_B = 22 \frac{m}{s} \quad t_{AB} = 4s$$

$$22 \frac{m}{s} = V_A + a \cdot 4s$$

Obviaremos las unidades, para efectos de simplificar las operaciones, y ajustaremos la ecuación.

$$V_A + 4a = 22 \quad (1)$$

Sustituimos las cantidades conocidas en la 2da ecuación.

$$d_{AB} = V_A t \pm \frac{1}{2} a t^2 \quad V_f = 22 \frac{m}{s} \quad t = 4s$$

$$64m = V_A 4s \pm \frac{1}{2} a (4s)^2$$

Igualmente obviaremos las unidades, para efectos de simplificar las operaciones, y ajustaremos la ecuación.

$$4V_A + 8a = 64$$

dividimos cada término de la ecuación entre 4 para simplificarla.

$$V_A + 2a = 16 \quad (2)$$

Esto es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

$$\begin{cases} V_A + 4a = 22 & (1) \\ V_A + 2a = 16 & (2) \end{cases}$$

La solución es:  $V_A = 10m/s$ , y  $a = 3m/s^2$ .

Si tienes dudas de como se resuelven el sistema de ecuaciones, visita la sección de sistemas de ecuaciones en matemática de 3er año.

Para calcular la **distancia OA** emplearemos la segunda formula sustituyendo los valores ya conocidos.

$$V_A^2 = V_o^2 + 2ad_{OA} \quad V_A = 10 \frac{m}{s} \quad V_o = 0 \frac{m}{s} \quad a = 3 \frac{m}{s^2}$$

$$\left(10 \frac{m}{s}\right)^2 = \cancel{(0)^2} + 2 \cdot 3 \frac{m}{s^2} d_{OA}$$

Distribuimos la potencia en el 1er lado de la igualdad y efectuamos el producto en el 2do,

$$100 \frac{m^2}{s^2} = 6 \frac{m}{s^2} d_{OA}$$

Para despejar  $d_{OA}$  pasamos  $6 \frac{m}{s^2}$ , que está multiplicando, dividiendo al otro lado de la igualdad.

$$\frac{100 \frac{m^2}{s^2}}{6 \frac{m}{s^2}} = d_{OA}$$

Simplificamos las unidades quedando sólo  $m$ . Efectuamos la potencia y la división.

$$d_{OA} = 16,67m$$

## ▶ CINEMÁTICA. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado. Ejercicio 2

Un móvil se desplaza con M.U. teniendo una rapidez  $30\text{ m/s}$  durante  $10\text{ s}$ . Finalizado este movimiento inicia M.U.A, con una aceleración de  $0.8\text{ m/s}^2$ , durante  $8\text{ s}$ . ¿Cuál es la distancia total recorrida por el móvil?

**Un móvil se desplaza con M.U. teniendo una rapidez  $30\text{ m/s}$  durante  $10\text{ s}$ .** Esto nos dice que en la primera etapa de su movimiento tiene una rapidez fija e igual a  $30\text{ m/s}$ .



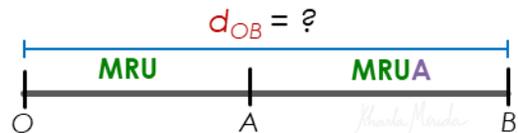
**Datos**

$$\left\{ \begin{array}{l} V = 30\text{ m/s} \\ t = 10\text{ s} \end{array} \right.$$

Finalizado este movimiento inicia M.U.A, con una aceleración de  $0.8\text{ m/s}^2$ , durante  $8\text{ s}$ . Esto significa que en la segunda etapa del movimiento su rapidez aumenta de forma constante, a razón de  $a = 0.8\text{ m/s}^2$ , y aplican las tres fórmulas del movimiento acelerado.

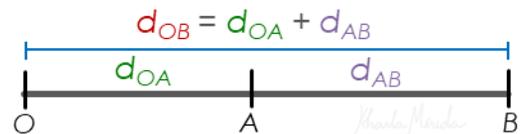
$$\left\{ \begin{array}{l} a = 0.8\text{ m/s}^2 \\ t_B = 8\text{ s} \end{array} \right.$$

¿Cuál es la distancia total recorrida por el móvil?



### Analicemos los datos tomados

La **distancia total recorrida** por el móvil es la **suma** de la  $d_{OA}$ , recorrida con movimiento uniforme, y  $d_{AB}$ , recorrida con movimiento uniformemente acelerado.



$$d_{OA} = V_{OA} \cdot t_{OA}$$

$$V = 30\text{ m/s} \quad t = 10\text{ s}$$

$$d_{OA} = 30\text{ m/s} \cdot 10\text{ s} \quad d_{OA} = 300\text{ m}$$

$$d_{AB} = V_A t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$V_{OA} = 30\text{ m/s} \quad a = 0.8\text{ m/s}^2 \quad t = 8\text{ s}$$

La distancia recorrida con movimiento uniforme se calcula multiplicando la rapidez por el tiempo.

De los **Datos** extraídos sabemos:

Sustituimos los valores conocidos, simplificamos unidades y efectuamos el producto.

La distancia recorrida con MRUA se calcula utilizando la 3ra fórmula.

La rapidez inicial de este recorrido es la que traía hasta el punto A, esto es  $30\text{ m/s}$ .

El tiempo es el que transcurre mientras esta acelerado, esto es  $8\text{ s}$ .

## A Practicar

En cada caso despejar las incógnitas indicadas:

1. Un móvil que se desplaza a  $12\text{m/s}$  inicia un M.R.U.A, que le permite recorrer  $600\text{ m}$ . Si al finalizar este recorrido tiene una rapidez de  $18\text{m/s}$ . ¿Cuál es la aceleración adquirida?
2. Un autobús frena bruscamente aplicando una aceleración retardatriz de  $25\text{m/s}^2$ . Si recorre  $25\text{m}$  hasta que se detiene. Calcular qué rapidez llevaba cuando se aplicaron los frenos.
3. Un aeroplano realiza un recorrido de  $500\text{m}$  para despegar de un campo de aterrizaje. Si parte del reposo, se mueve con aceleración constante y realiza el recorrido en  $30\text{s}$ , ¿Cuál será en  $\text{m/s}$  su velocidad de despegue?
4. Un móvil parte con una rapidez de  $3\text{m/s}$  y recorre  $50\text{m}$  en el transcurso del cuarto segundo. Calcular: a) la distancia recorrida en los  $8$  primeros segundos; b) ¿cuánto tardará en alcanzar una rapidez de  $30\text{m/s}$ ?

## Lo Hicimos Bien?

1.  $a = 0,15\text{m/s}^2$
2.  $V_o = 35,35\text{m/s}$
3.  $V_f = 33.33\text{m/s}$
4.  $d(8\text{s}) = 453,44\text{m/s}$  ,  $t = 2\text{s}$