8

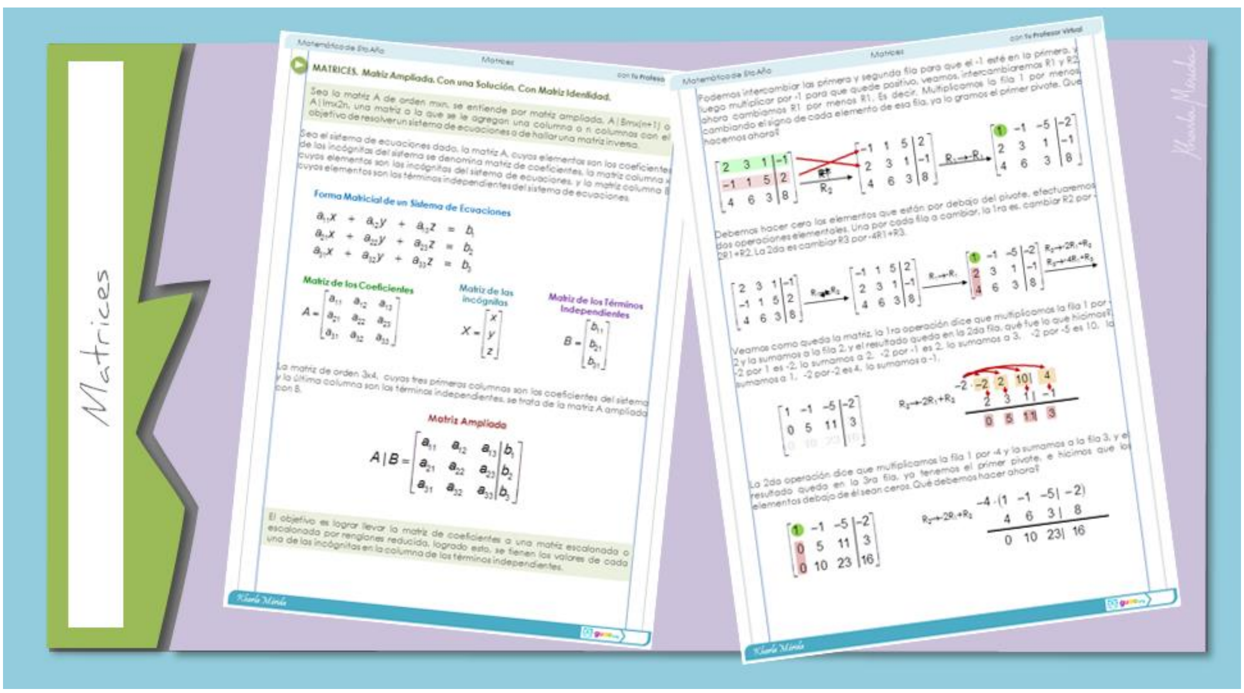
8va Unidad

Matrices

8.3 Aplicaciones

Las veces que caemos se hacen valiosas en la medida en que las transformemos en saberes útiles y edificantes. Entonces el que las caídas sean una ganancia depende totalmente de nosotros.

Descripción



Reducción de Matrices, y el cálculo de la Matriz inversa son indispensables operaciones para la resolución de sistemas de ecuaciones. Lo que tiene ilimitadas aplicaciones a la industria y a variados ámbitos del acontecer tecnológico y social. Acompáñanos a conocer estos procedimientos.

Conocimientos Previos Requeridos

Definición de Matrices, Operaciones entre Números Reales.

Contenido

Reducción de Matrices, Operaciones Elementales de Fila, Matriz Ampliada, Con Columna de Solución, Con Matriz Identidad, Resolución de Sistema de Ecuaciones, Hallar Matriz Inversa.

Videos Disponibles

MATRICES. Reducción de Matrices. Operaciones Elementales de Filas

MATRICES. Matriz Ampliada. Con Columna Solución, Con Matriz Identidad

MATRICES. Resolución de Sistemas de Ecuaciones. Parte I

MATRICES. Resolución de Sistemas de Ecuaciones. Parte II

MATRICES. Hallar Matriz Inversa

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para familiarizarse con los conceptos nuevos y fortalecer el lenguaje operativo.

Guiones Didácticos

MATRICES. Reducción de Matrices. Operaciones Elementos de Filas.

En lecciones anteriores aprendimos lo que son matrices escalonadas y matrices escalonadas por renglones reducida. En esta lección aprenderemos cómo reducir una matriz a la forma escalonada y a la forma escalonada por renglones reducida, a través de las **Operaciones Elementales de Filas**.

Existen tres **Operaciones Elementales de Renglones**. Es importante aclarar que, para efecto de estas operaciones, los renglones (filas) se representan con R mayúscula, y se pone de subíndice el número de la fila que se va a transformar. para esta operación con renglones se indican los dos renglones a intercambiar y se coloca entre ellos dos flechas horizontales con sentidos opuestos.

Intercambiar dos renglones o filas. $R_a \leftrightarrows R_b$

Esta operación con renglones se representa indicando los dos renglones a intercambiar, y se coloca entre ellos dos flechas horizontales con sentidos opuestos.

Ejemplo

Intercambiar las filas o renglones 1 y 2.

Colocamos una flecha, seguida de la matriz con la operación aplicada, sobre flecha se coloca la representación de la operación, en este caso intercambio de las filas 1 y 2.

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 \rightleftarrows R_2} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Cambiar un renglón , R_a, por el renglón multiplicado por un escalar. $k \cdot R_a \longrightarrow k \cdot R_a$

De forma sencilla a esta operación se le dice "***multiplicar la fila 1 por 1/3***", y se representa simbólicamente como R_1 flecha $1/3\, R_1$.

Se efectúa multiplicando cada elemento de la fila 1 por 1/3.

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 \to \frac{1}{3}R_1} \begin{bmatrix} \frac{1}{3}\cdot 3 & \frac{1}{3}\cdot 0 & \frac{1}{3}\cdot 5 \\ 1 & -2 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{5}{3} \\ 1 & -2 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Cambiar un renglón b, R_b, por el producto de un escalar, k, por un renglón a, R_a, más el renglón b

$$R_b \longrightarrow k \cdot R_a + R_b$$

En términos sencillos se dice "***Multiplicar la fila a por k y sumar a la fila b***", y se efectúa cambiando la fila b por el resultado de la operación indicada.

Ejemplo

Multiplicar la fila 2 por -7 y sumar a la fila 3.

Se representa simbólicamente como R_3 flecha $-7R_2 + R_3$,

Se efectúa multiplicando cada elemento de la fila 2 por -7 y sumándose a la fila 3.

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & 4 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 \to -7R_2 + R_3} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & 4 \\ -7\cdot1+7 & -7\cdot(-2)+8 & -7\cdot4+9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & 4 \\ 0 & 22 & -19 \end{bmatrix}$$

MATRICES. Matriz Ampliada. Con una Solución, Con Matriz Identidad.

Matriz Ampliada. Sea la matriz A de orden mxn, La matriz $A|B_{mx(n+1)}$ o $A|I_{mx2n}$, es una matriz a la que se le agrega una columna, o n columnas, con el objetivo de resolver un sistema de ecuaciones, o de hallar una matriz inversa.

Sea el sistema de ecuaciones dado,

$$\begin{matrix} a_{11}x & + & a_{12}y & + & a_{13}z & = & b_1 \\ a_{21}x & + & a_{22}y & + & a_{23}z & = & b_2 \\ a_{31}x & + & a_{32}y & + & a_{33}z & = & b_3 \end{matrix}$$

Forma Matricial de un Sistema de Ecuaciones

- La matriz A, cuyos elementos son los coeficientes de las incógnitas del sistema se denomina **Matriz de Coeficientes**.
- La matriz columna x, cuyos elementos son las incógnitas del sistema de ecuaciones, es la **Matriz de las Incógnitas**.
- La matriz columna B, cuyos elementos son los términos independientes del sistema de ecuaciones, es la **Matriz de Términos Independientes**.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \end{bmatrix}$$

Matriz de los Coeficientes | **Matriz de las incógnitas** | **Matriz de los Términos Independientes**

Resolución de Sistemas de Ecuaciones

En la matriz de orden 3x4, las tres primeras columnas representan los coeficientes de un sistema de ecuaciones, y la última columna los términos independientes. se trata de la matriz A ampliada con B, A | B.

$$A\,|\,B = \left[\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array}\right]$$

El objetivo es llevar la matriz de coeficientes a una matriz escalonada, o escalonada por renglones reducida. Logrado esto, se tienen los valores de cada una de las incógnitas en la columna de los términos independientes.

$$A\,|\,B = \left[\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array}\right]$$

Llevar a
Matriz Identidad

Se Obtiene
La Solución del Sistema

Cálculo de Matriz Inversa

Sea la matriz A de orden n, se amplia con la matriz identidad.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \qquad A\,|\,B = \left[\begin{array}{ccc|ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 1 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

El objetivo es lograr que del lado izquierdo de la barra quede la matriz identidad aplicando operaciones elementales de fila, la matriz que se obtiene del lado derecho es la matriz inversa.

$$A\,|\,B = \left[\begin{array}{ccc|ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 1 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Llevar a
Matriz Identidad

Se Obtiene
Matriz Inversa

MATRICES. Resolución de Sistema de Ecuaciones . Parte I.

En la lección anterior presentamos las dos matrices ampliadas fundamentales, veamos con un ejemplo cómo se resuelven sistemas de ecuaciones aplicando operaciones elementales de fila a matrices de coeficientes ampliadas con los términos independientes.

Hallar la solución del sistema de ecuaciones

$$\begin{array}{ccccccc} 2x & + & 3y & + & z & = & -1 \\ -x & + & y & + & 5z & = & 2 \\ 4x & + & 6y & + & 3z & = & 8 \end{array}$$

Establecemos la matriz de coeficientes ampliada.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 5 & 2 \\ 4 & 6 & 3 & 8 \end{array}\right]$$

El objetivo es que la matriz de coeficientes quede en forma escalonada por renglones reducida, aplicando operaciones elementales de fila.

Es decir, debemos lograr que:

- Los primeros elementos distintos de cero en cada fila sean 1, a estos 1 se les llama **pivotes**.
- Por debajo y por encima de los pivotes se tengan ceros, y
- Cada pivote se encuentre a la derecha del pivote de la fila anterior.

$$\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}$$

El orden a seguir para obtener la matriz escalonada por renglones reducida es:

1ro. lograr el pivote de la primera fila,
2do. hacer que los elementos debajo de este pivote sean ceros.

$$\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}$$

No existe una operación estricta para lograr el primer pivote, en este caso podemos observar un -1 como primer elemento de la segunda fila.

Podemos intercambiar las primera y segunda fila para que el -1 esté en la primera, y luego multiplicar por -1 para que quede positivo.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 5 & 2 \\ 4 & 6 & 3 & 8 \end{array}\right]$$

Intercambiamos R_1 y R_2.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 5 & 2 \\ 4 & 6 & 3 & 8 \end{array}\right] \xrightarrow{R_1 \rightleftarrows R_2} \left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 5 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 4 & 6 & 3 & 8 \end{array}\right]$$

Cambiamos R_1 por $-R_1$. Es decir. Multiplicamos la fila 1 por menos, cambiando el signo de cada elemento de esa fila.

$$\xrightarrow{R_1 \to -R_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -5 & -2 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 4 & 6 & 3 & 8 \end{array}\right]$$

Ya lo gramos el primer **pivote**.

La secuencia de pasos en la hoja de desarrollo debe verse como sigue

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 5 & 2 \\ 4 & 6 & 3 & 8 \end{array}\right] \xrightarrow{R_1 \rightleftarrows R_2} \left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 5 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 4 & 6 & 3 & 8 \end{array}\right] \xrightarrow{R_1 \to -R_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -5 & -2 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 4 & 6 & 3 & 8 \end{array}\right]$$

¿Qué hacemos ahora?

Debemos hacer cero los elementos que están por debajo del pivote, efectuaremos dos operaciones elementales. Una por cada fila a cambiar.

La 1ra es, cambiar R_2 por $-2R_1+R_2$.
La 2da es cambiar R_3 por $-4R_1+R_3$.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -5 & -2 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 4 & 6 & 3 & 8 \end{array}\right] \xrightarrow[R_3 \to -4R_1+R_3]{R_2 \to -2R_1+R_2}$$

Veamos como queda la matriz,

1ra operación. Multiplicamos la fila 1 por -2 y la sumamos a la fila 2, y el resultado queda en la 2da fila.

En la matriz queda

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -5 & -2 \\ 0 & 5 & 11 & 3 \\ & & & \end{array}\right]$$

$$\begin{array}{rrrrcrl} & -2\cdot(1 & -1 & -5 & | & -2) & \\ & -2 & 2 & 10 & | & 4 & -2R_1 \\ + & 2 & 3 & 1 & | & -1 & R_2 \\ \hline -2R_1+R_2 & 0 & 5 & 11 & | & 3 & \end{array}$$

1ra operación. Multiplicamos la fila 1 por -4 y la sumamos a la fila 3, y el resultado queda en la 3ra fila.

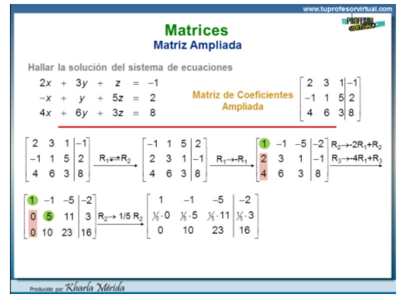
En la matriz queda

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -5 & -2 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 4 & 6 & 3 & 8 \end{array}\right]$$

$$\begin{array}{rrrrcrl} & -4\cdot(1 & -1 & -5 & | & -2) & \\ & -4 & 4 & 20 & | & 8 & -4R_1 \\ + & 4 & 6 & 3 & | & 8 & R_3 \\ \hline -4R_1+R_3 & 0 & 10 & 23 & | & 16 & \end{array}$$

Ya tenemos el primer pivote, e hicimos que los elementos debajo de él sean ceros.
¿Qué debemos hacer ahora?

MATRICES. Resolución de Sistema de Ecuaciones . Parte II.



Debemos obtener el pivote de la 2da fila.

¿Cómo transformamos el 5 en un 1?

Multiplicaremos la 2da fila por 1/5.

Efectuamos los productos, ya tenemos el segundo pivote, ahora debemos hacer cero el elemento de arriba y de abajo.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -5 & -2 \\ 0 & 5 & 11 & 3 \\ 0 & 10 & 23 & 16 \end{array}\right] \xrightarrow{R_2 \to 1/5\, R_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -5 & -2 \\ 0 & 1 & 11/5 & 3/5 \\ 0 & 10 & 23 & 16 \end{array}\right]$$

La fila 1 se cambiará por el resultado de la fila 2 más la fila 1, y la fila 3 se cambia por la suma de -10 veces la fila 2 + la fila 3.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -5 & -2 \\ 0 & 5 & 11 & 3 \\ 0 & 10 & 23 & 16 \end{array}\right] \xrightarrow{R_2 \to 1/5\, R_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -5 & -2 \\ 0 & 1 & 11/5 & 3/5 \\ 0 & 10 & 23 & 16 \end{array}\right] \xrightarrow[R_3 \to -10R_2+R_3]{R_1 \to R_2+R_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -14/5 & -7/5 \\ 0 & 1 & 11/5 & 3/5 \\ 0 & 0 & 1 & 10 \end{array}\right]$$

Ya tenemos los tres pivotes, cada uno a la derecha del pivote de la fila anterior.

- El primer pivote tiene ceros debajo de él,
- El segundo pivote tiene ceros por debajo y por encima de él,

Solo falta hacer cero los elementos que están por encima del tercer pivote.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -5 & -2 \\ 0 & 5 & 11 & 3 \\ 0 & 10 & 23 & 16 \end{array}\right] \xrightarrow{R_2 \to 1/5\, R_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -5 & -2 \\ 0 & 1 & 11/5 & 3/5 \\ 0 & 10 & 23 & 16 \end{array}\right] \xrightarrow[R_3 \to -10R_2+R_3]{R_1 \to R_2+R_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -14/5 & -7/5 \\ 0 & 1 & 11/5 & 3/5 \\ 0 & 0 & 1 & 10 \end{array}\right]$$

Cambiaremos la fila 1 por 14/5 veces la fila 3 más la fila 1. Y cambiaremos la fila 2 por -11/5 de la fila 3 más la fila 2, ahora tenemos la matriz identidad en el lugar de la matriz de coeficientes.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -14/5 & -7/5 \\ 0 & 1 & 11/5 & 3/5 \\ 0 & 0 & 1 & 10 \end{array}\right] \xrightarrow[R_2 \to -11/5\, R_3+R_2]{R_1 \to 14/5\, R_3+R_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -147/5 \\ 0 & 1 & 0 & -107/5 \\ 0 & 0 & 1 & 10 \end{array}\right]$$

Partimos de la matriz de coeficientes ampliada con la columna de términos independientes. En la matriz de coeficientes la primera columna son los coeficientes de x, la 2da columna son los coeficientes de y, y la 3ra columna son los coeficientes de z.

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & z \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 5 & 2 \\ 4 & 6 & 3 & 8 \end{array}\right] \end{array}$$

Si escribimos la matriz ampliada resultante como un sistema de ecuaciones, podemos ver que:

- En la 1ra ecuación sólo queda el término x igualado a -147/5,
- En la 2da ecuación sólo queda el término e igualado a -107/5, y
- En la 3ra ecuación queda sólo el término z igualado a 10.

$$\begin{array}{ccccccc} x & + & 0 & + & 0 & = & -\frac{147}{5} \\ 0 & + & y & + & 0 & = & -\frac{107}{5} \\ 0 & + & 0 & + & z & = & 10 \end{array}$$

Estos valores son las soluciones del sistema de ecuaciones dado.

$$x = -\frac{147}{5} \qquad y = -\frac{107}{5} \qquad z = 10$$

MATRICES. Hallar Matriz Inversa.

Sean la matriz A de orden n y la matriz identidad de orden n, la matriz ampliada A con la identidad es el punto de partida para hallar la matriz inversa de A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 5 & 1 & 6 \\ -3 & -4 & 8 \end{bmatrix} \qquad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad A|I = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 6 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Se aplica operaciones elementales de fila a la Matriz ampliada, hasta llegar a la matriz identidad del lado donde inicialmente está la matriz A. Mientras que del lado donde estaba la matriz identidad queda la matriz inversa.

"Se aplica operaciones elementales de filas a *A | I*, hasta llegar a *I | A*$^{-1}$"

Veamos con un ejemplo cómo se halla la inversa de una matriz.

Ejemplo

Hallar la matriz inversa de A

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 5 & 1 & 6 \\ -3 & -4 & 8 \end{bmatrix}$$

Lo primero que haremos es escribir la matriz A | I.

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 6 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

1ro. Logramos el pivote de la primera fila. En este caso, tenemos ya un 1 como primer elemento de la 1ra fila, así que ya tenemos el primer pivote.

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 6 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

¿Qué debemos hacer ahora?

Debemos hacer que los elementos que están por debajo sean ceros.

2do. Operamos la fila 1 con la fila 2 y la fila 1 con la fila 3.
$-5R_1 + R_2$, y $3R_1 + R_2$, con esto logramos que debajo del 1er pivote hayan ceros.

$$\xrightarrow[3R_1 + R_2]{-5R_1 + R_2} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 11 & -14 & -5 & 1 & 0 \\ 0 & -10 & 20 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Ahora debemos conseguir el pivote de la 2da fila.

Nota: El procedimiento habitual es multiplicar la fila 2 por 1/11, pero esta vez tomaremos un atajo para reducir el uso de las fracciones tanto como podamos.

3ro. Intercambiamos las filas 2 y 3.

$$\xrightarrow{R_1 \rightleftarrows R_2} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 20 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 11 & -14 & -5 & 1 & 0 \end{array}\right]$$

4to. Multiplicamos la fila 2 por -1/10. Ya tenemos el pivote de la 2da fila.

$$\xrightarrow{-\frac{1}{10}R_2} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -\frac{3}{10} & 0 & -\frac{1}{10} \\ 0 & 11 & -14 & -5 & 1 & 0 \end{array}\right]$$

Haremos cero los elementos de superior e inferior al pivote.

5to. Multiplicamos R_2 por 2 y sumamos a R_1, Multiplicamos R_2 por -11 y sumamos a R_3.

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -\frac{3}{10} & 0 & -\frac{1}{10} \\ 0 & 11 & -14 & -5 & 1 & 0 \end{array}\right]$$

Dejamos fija la fila 2, la. Ya hicimos que el 2do pivote tenga ceros arriba y abajo. Ahora debemos obtener el pivote de la 3ra fila.

$$\xrightarrow[-11R_2 + R_3]{2R_2 + R_1} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{2}{5} & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 1 & -2 & -\frac{3}{10} & 0 & -\frac{1}{10} \\ 0 & 0 & 8 & -\frac{17}{10} & 1 & \frac{11}{10} \end{array}\right]$$

Ahora debemos conseguir el pivote de la 3ra fila.

6to. Multiplicamos por 1/8 la R_3.

ya tenemos el 3er pivote.

¿qué nos queda por hacer?.

$$\xrightarrow{\frac{1}{8}R_2} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{2}{5} & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 1 & -2 & -\frac{3}{10} & 0 & -\frac{1}{10} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{17}{80} & \frac{1}{8} & \frac{11}{80} \end{array}\right]$$

Debemos hacer cero los elementos que están por encima del pivote, en este caso sólo falta por hacer cero el elemento que está en la fila 2.

7mo. R_2 ahora será $2R_3 + R_2$. Quedan iguales R_1 y R_3.

$$\xrightarrow{2R_3 + R_2} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{2}{5} & 0 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{29}{40} & \frac{1}{4} & \frac{7}{40} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{17}{80} & \frac{1}{8} & \frac{11}{80} \end{array}\right]$$

Hemos obtenido la matriz identidad del lado izquierdo, la matriz que quedó del lado derecho es la matriz inversa de A, A^{-1}.

A Practicar

Hallar las soluciones de los sistemas de ecuaciones dados.

1. $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 3x + y - z = 2 \\ 4x - 2y + z = 3 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x + y + z = 34/15 \\ x - y - z = -16/15 \\ 5x - 3y + z = 8 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x + 6y + z = 7 \\ -x - 2y + z = 1 \\ 5x + 7y - 4z = 9 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 3x + 3y + z = 2 \\ x + z = 0 \end{cases}$

Hallar la matriz inversa en cada caso que la tenga

$$D = \begin{bmatrix} -7 & 1 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ -6 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Lo Hicimos Bien?

Hallar las soluciones de los sistemas de ecuaciones dados.

1. $x = 1 \quad y = 2 \quad z = 3$

2. $x = \frac{3}{5} \quad y = \frac{5}{3} \quad z = 0$

3. $x = 10 \quad y = -3 \quad z = 5$

4. $x = 1 \quad y = 0 \quad z = -1$

Hallar la matriz inversa en cada caso que la tenga

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} -2/15 & -41/60 \\ 1/15 & 7/15 \end{bmatrix} \qquad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad C^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 6 & 12 & 5 \\ -2 & -5 & -2 \end{bmatrix}$$