

2

2da Unidad

Múltiplos y Divisores

2.4 Máximo Común Divisor

Y encontraron que la satisfacción de ser agradecidos, útiles, considerados, disciplinados y voluntarios, los hacía desarrollarse en armonía. Todos diferentes pero con esos principios vitales en común.

Descripción

Guiones Didácticos

MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Definición Máximo Común Divisor.

Máximo Común Divisor. Es el mayor divisor común a varios números.

Vamos de forma práctica lo que esto significa para dejar clara esta definición que es fundamental para las operaciones en los números racionales, y en otros temas de los niveles siguientes.

Ejemplo. Calcular el M.C.D. de 12, 18 y 20

Primero, visualicemos los divisores de cada uno de estos números.

Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12.
 Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18.
 Divisores de 20: 1, 2, 4, 5, 10, 20.

Estos tres números tienen sólo 2 divisores comunes el 1 y el 2, el mayor de estos divisores comunes es el 2, entonces 2 es el Máximo Común Divisor de 12, 18 y 20.

M.C.D. de $n_1, n_2, \dots, n_k = 2$

Nota: Cuando dos o más números tienen como máximo común divisor el 1, se denominan primos relativos. Este tipo de números y su cualidad es también de gran importancia para diversos procesos de simplificación de expresiones. Un ejemplo de ello lo constituyen el 4 y el 9 son números compuestos cuyo máximo común divisor es el 1.

Números Primos Relativos. Son números cuyo Máximo Común Divisor es 1.

Para hallar el máximo común divisor de varios números, existe una regla que debemos aprender y manejar con gran destreza. Veamos a la próxima lección.

MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Regla Para Calcular Máximo Común Divisor.

Para calcular el M.C.D. de un grupo de números lo primero que debemos hacer es descomponer cada uno de los números dados, y luego aplicar la regla que dice:

Regla de M.C.D. Se toman los factores comunes con su menor exponente.

Vamos a la práctica para visualizar con claridad esta regla.

Ejemplo. Calcular el M.C.D. de 24, 36 y 40.

Primero hallaremos la descomposición en factores primos de cada número.

MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Ejercicio 1

Calcular el Máximo Común Divisor de 425, 350 y 3575

Lo primero que hagamos es descomponer en factores primos cada uno de los números dados.

1ra: Descomponemos el 425

- 425 no es divisible entre 2, ni entre 3, **¡por qué!**, 425 es divisible entre 5. El cociente es 85. lo colocamos a la izquierda de 425.
- 85 es divisible entre 5. El cociente es 17. que se coloca debajo del 85.
- 17 es divisible entre 17. El cociente es 1, que se coloca debajo del 17.

$425 = 5^2 \cdot 17$

2da: Descomponemos el 350

- 350 es divisible entre 2, **¡por qué!**. El cociente es 175.
- 175 no es divisible entre 2 ni entre 3. Es divisible entre 5. El cociente es 35. y se coloca debajo del 175.
- 35 es divisible entre 5. El cociente es 7. y se coloca debajo del 35.
- 7 es divisible entre 7. El cociente es 1. que se coloca debajo del 7. y terminamos la descomposición.

$350 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7$

3ra: Descomponemos el 3575

- 3575 no es divisible entre 2 ni entre 3, **¡por qué!**. Es divisible entre 5. El cociente es 715. lo colocamos a la izquierda de 3575.
- 715 es divisible entre 5. El cociente es 143. que se coloca debajo del 715.
- 143 no es divisible entre 5 ni entre 7, **¡por qué!**. Es divisible entre 11. el cociente es 13. y se coloca debajo del 143.
- 13 es divisible entre 13. El cociente es 1. que se coloca debajo del 13. y terminamos la descomposición.

$3575 = 5^2 \cdot 11 \cdot 13$

¡Por qué!

- 425 no es divisible entre 2, porque no es un número par. Y no es divisible entre 3, porque la suma de sus cifras $4+2+5=11$ no es múltiplo de 3.
- 350 es divisible entre 2, porque es un número par. Y no es divisible entre 3, porque la suma de sus cifras $3+5+0=8$ no es múltiplo de 3.
- 143 no es divisible entre 5, porque no termina en 0 o en 5. Y no es divisible entre 7, porque la división no es exacta $143 : 7 = 20$ con residuo 3.

El máximo valor que divide a varios números es, cuando menos, sumamente valioso cuando de simplificar expresiones y situaciones se trata.

Si sólo me quedan 108 canicas verdes y 120 canicas amarillas. Y quiero vender de cada color por separado, todo en paquetes de la misma cantidad. ¿Cuántas unidades debo colocar en cada paquete?

Debemos empaquetar de a 12 unidades. El mayor valor que divide exactamente a 108 y a 120 es 12. De modo que tendremos 9 paquetes de canicas verdes y 10 paquetes de canicas amarillas. Acompáñanos para aprender más de ésta valiosa herramienta.

Conocimientos Previos Requeridos

Dominio de Multiplicación y División, descomposición de números en factores primos, conceptos de múltiplos y divisores.

Contenido

Múltiplos, Divisores, Números Primos, Números Compuestos, Descomposición de Números en Factores Primos, Primos Relativos, m.c.m., M.C.D.

Videos Disponibles

[MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Definición de Máximo Común Divisor y Primos Relativos](#)

[MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Regla para Calcular Máximo Común Divisor](#)

[MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Calcular Máximo Común Divisor. Ejercicio 1](#)

[MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Calcular Máximo Común Divisor. Ejercicio 2](#)

[MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Verificar si los Números dados son Primos Relativos. Ejercicio 1](#)

[MÚLTIPLOS Y DIVISORES. Verificar si los Números dados son Primos Relativos. Ejercicio 2](#)

Guiones Didácticos

▶ MULTIPLOS Y DIVISORES. Definición Máximo Común Divisor.

Máximo Común Divisor. Es el mayor divisor común a varios números.

Veamos de forma práctica lo que esto significa para dejar clara esta definición, ya que es fundamental para las operaciones en los números racionales, y en otros temas de los niveles siguientes.

Ejemplo. Calcular el M.C.D. de **12, 18** y **20**

Primero, visualicemos los divisores de cada uno de estos números.

Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18.

Divisores de 20: 1, 2, 4, 5, 10, 20.

Estos tres números tienen sólo 2 divisores comunes el **1** y el **2**, el mayor de estos divisores comunes es el **2**, entonces **2** es el Máximo Común Divisor de **12, 18** y **20**.

$$\text{M.C.D.}_{\{12, 18, 20\}} = 2$$

Nota: Cuando dos o más números tienen como máximo común divisor el **1**, se denominan primos relativos. Este tipo de número y su cualidad es también de gran importancia para diversos procesos de simplificación de expresiones.

Un ejemplo de ello lo constituyen el **4** y el **9** son números compuestos cuyo máximo común divisor es el **1**.

Números Primos Relativos. Son números cuyo Máximo Común Divisor es **1**.

Para hallar el máximo común divisor de varios números, existe una regla que debemos aprender y manejar con gran destreza. Vayamos a la próxima lección para aprenderla.

▶ MULTIPLOS Y DIVISORES. Regla Para Calcular Máximo Común Divisor.

Para calcular el M.C.D. de un grupo de números lo primero que debemos hacer es descomponer cada uno de los números dados, y luego aplicar la regla que dice:

Regla de M.C.D. Se toman los factores comunes con su menor exponente.

Vamos a la práctica para visualizar con claridad esta regla.

Ejemplo. Calcular el M.C.D. de **24, 36** y **60**.

Primeramente hallaremos la descomposición en factores primos de cada número.

1ro: Descomponemos el **24**.

- Trazamos la línea vertical del lado derecho del **24**.
- **24** es divisible entre **2**. El cociente es **12**. Lo colocamos debajo del **24**.
- **12** es divisible entre **2**. El cociente es **6**, lo colocamos debajo del **12**.
- **6** es divisible entre **2**. El cociente es **3**, lo colocamos debajo del **6**.
- **3** es divisible entre **3**. El cociente es **1**, lo colocamos debajo del **3**, y terminamos la descomposición.

$$\begin{array}{r|l}
 24 & 2 \\
 12 & 2 \\
 6 & 2 \\
 3 & 3 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 24 \text{ es divisible entre } 2 \\
 24 \div 2 = 12 \\
 12 \text{ es divisible entre } 2 \\
 12 \div 2 = 6 \\
 6 \text{ es divisible entre } 2 \\
 6 \div 2 = 3 \\
 3 \text{ es divisible entre } 3 \\
 3 \div 3 = 1 \\
 24 = 2^3 \cdot 3
 \end{array}$$

2do: Descomponemos el **36**.

- Trazamos la línea vertical del lado derecho del **36**.
- **36** es divisible entre **2**. El cociente es **18**. Lo colocamos debajo del **36**.
- **18** es divisible entre **2**. El cociente es **9**, lo colocamos debajo del **18**.
- **9** es divisible entre **3**. El cociente es **3**, lo colocamos debajo del **9**.
- **3** es divisible entre **3**. El cociente es **1**, lo colocamos debajo del **3**, y terminamos la descomposición.

$$\begin{array}{r|l}
 36 & 2 \\
 18 & 2 \\
 9 & 3 \\
 3 & 3 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 36 \text{ es divisible entre } 2 \\
 36 \div 2 = 18 \\
 18 \text{ es divisible entre } 2 \\
 18 \div 2 = 9 \\
 9 \text{ es divisible entre } 3 \\
 9 \div 3 = 3 \\
 3 \text{ es divisible entre } 3 \\
 3 \div 3 = 1 \\
 36 = 2^2 \cdot 3^2
 \end{array}$$

3ro: Descomponemos el **60**.

- Trazamos la línea vertical del lado derecho del **60**.
- **60** es divisible entre **2**. El cociente es **30**. Lo colocamos debajo del **60**.
- **30** es divisible entre **2**. El cociente es **15**, lo colocamos debajo del **30**.
- **15** es divisible entre **3**. El cociente es **5**, lo colocamos debajo del **15**.
- **5** es divisible entre **5**. El cociente es **1**, lo colocamos debajo del **5**, y terminamos la descomposición.

$$\begin{array}{r|l}
 60 & 2 \\
 30 & 2 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 60 \text{ es divisible entre } 2 \\
 60 \div 2 = 30 \\
 30 \text{ es divisible entre } 2 \\
 30 \div 2 = 15 \\
 15 \text{ es divisible entre } 3 \\
 15 \div 3 = 5 \\
 5 \text{ es divisible entre } 5 \\
 5 \div 5 = 1 \\
 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5
 \end{array}$$

La regla del M.C.D. dice:

“se toman los factores comunes, con su menor exponente”.

La descomposición de los tres números es:

$$24 = \underline{2^3} \cdot \underline{3} \quad 36 = \underline{2^2} \cdot \underline{3^2} \quad 60 = \underline{2^2} \cdot \underline{3} \cdot 5$$

¿Cuáles son los factores comunes en las tres descomposiciones?

Los Factores Comunes a las tres descomposiciones son: **2** y **3**.

- En la descomposición del **24** el **2** tiene exponente **3**, en la descomposición del **36** tiene exponente **2** y en la descomposición del **60** tiene exponente **2**. El menor exponente es **2**, entonces para el **M.C.D.** tomaremos **2²**.
- En la descomposición del **24** el **3** tiene exponente **1**, en la descomposición del **36** tiene exponente **2** y en la descomposición del **60** tiene exponente **1**. El menor exponente es **1**, entonces para el **M.C.D.** tomaremos **3**.

$$\text{M.C.D.}_{\{24, 36, 60\}} = 2^2 \cdot 3 \quad \text{entonces} \quad \text{M.C.D.}_{\{24, 36, 60\}} = 12$$

MULTIPLOS Y DIVISORES. Calcular Máximo Común Divisor. Ejercicio 1

Calcular el Máximo Común Divisor de **625**, **350** y **3575**

Lo primero que haremos es descomponer en factores primos cada uno de los números dados.

1ro: Descomponemos el **625**.

- **625** no es divisible entre **2**, ni entre **3**, ¿por qué?.
- Es divisible entre **5**. El cociente es **125**, lo colocamos debajo del **625**.
- **125** divisible entre **5**. El cociente es **25**, que se coloca debajo del **125**.
- **25** es divisible entre **5**. El cociente es **5**, que se coloca debajo del **25**.
- **5** divisible entre **5**. El cociente es **1**, que se coloca debajo del **5**, y terminamos la descomposición.

$$\begin{array}{r|l} 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$625 = 5^4$$

625 es divisible entre **5**

$$625 \div 5 = 125$$

125 es divisible entre **5**

$$125 \div 5 = 25$$

25 es divisible entre **5**

$$25 \div 5 = 5$$

5 es divisible entre **5**

$$5 \div 5 = 1$$

2do: Descomponemos el **350**.

- **350** es divisible entre **2**, ¿por qué?. El cociente es **175**, lo colocamos debajo del **350**.
- **175** no es divisible entre **2** ni entre **3**. Es divisible entre **5**. El cociente es **35**, y se coloca debajo del **175**.
- **35** divisible entre **5**. El cociente es **7**, y se coloca debajo del **35**.
- **7** es divisible entre **7**. El cociente es **1**, que se coloca debajo del **7**, y terminamos la descomposición.

$$\begin{array}{r|l} 350 & 2 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$350 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7$$

350 es divisible entre **2**

$$350 \div 2 = 175$$

175 es divisible entre **5**

$$175 \div 5 = 35$$

35 es divisible entre **5**

$$35 \div 5 = 7$$

7 es divisible entre **7**

$$7 \div 7 = 1$$

3ro: Descomponemos el **3575**.

- **3575** no es divisible entre **2** ni entre **3**, ¿por qué?. Es divisible entre **5**. El cociente es **715** y lo colocamos debajo del **3575**.
- **715** es divisible **5**. El cociente es **143**, que se coloca debajo del **715**.
- **143** no es divisible entre **5** ni entre **7**, ¿por qué?. Es divisible entre **11**, el cociente es **13**, y se coloca debajo del **143**.
- **13** divisible entre **13**. El cociente es **1**, que se coloca debajo del **13**, y terminamos la descomposición.

$$\begin{array}{r|l} 3575 & 5 \\ 715 & 5 \\ 143 & 11 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$$3575 = 5^2 \cdot 11 \cdot 13$$

3575 es divisible entre **5**

$$3575 \div 5 = 715$$

715 es divisible entre **5**

$$715 \div 5 = 143$$

143 es divisible entre **11**

$$143 \div 11 = 13$$

7 es divisible entre **7**

$$13 \div 13 = 1$$

¿Por qué?

- **625** no es divisible entre **2**, porque no es un número par. Y no es divisible entre **3** porque la suma de sus cifras ($6 + 2 + 5 = 13$) no es múltiplo de **3**.
- **350** es divisible entre **2**, porque es un número par.
- **3575** no es divisible entre **2**, porque no es un número par. Y no es divisible entre **3** porque la suma de sus cifras ($3 + 5 + 7 + 5 = 20$) no es múltiplo de **3**.
- **143** no es divisible entre **5**, porque no termina en **0** o en **5**. Y no es divisible entre **7** porque la división no es exacta ($143 \div 7 = 20$ con residuo **3**).

La regla del M.C.D. dice:

“se toman los factores comunes, con su menor exponente”.

La descomposición de los tres números es:

$$625 = \underline{5}^4$$

$$350 = 2 \cdot \underline{5}^2 \cdot 7$$

$$3575 = \underline{5}^2 \cdot 11 \cdot 13$$

¿Cuáles son los factores comunes en las tres descomposiciones?

El Factor Común a las tres descomposiciones es **5**. El menor exponente con el que está es **2**, entonces para el **M.C.D.** tomaremos **5²**.

$$\text{M.C.D.}_{\{625, 350, 3575\}} = 5^2 \quad \text{entonces} \quad \text{M.C.D.}_{\{625, 350, 3575\}} = 25$$

MULTIPLICOS Y DIVISORES. Calcular Máximo Común Divisor. Ejercicio 2

Calcular el Máximo Común Divisor de **3060**, **1734**.

Lo primero que haremos es descomponer en factores primos cada uno de los números dados.

1ro: Descomponemos el **3060**.

- **3060** es divisible entre **2**. El cociente es **1530**, lo colocamos debajo del **3060**.
- **1530** es divisible entre **2**. El cociente es **765**, que se coloca debajo del **1530**.
- **765** no es divisible entre **2**. Es divisible entre **3**, ¿Por qué?. El cociente es **255**, y se coloca debajo del **765**.
- **255** divisible entre **3**. El cociente es **85**, y se coloca debajo del **255**.
- **85** divisible entre **5**. El cociente es **17**, y se coloca debajo del **85**.
- **17** divisible entre **17**. El cociente es **1**, que se coloca debajo del **17**, y terminamos la descomposición.

$$\begin{array}{r|l} 3060 & 2 \\ 1530 & 2 \\ 765 & 3 \\ 255 & 3 \\ 85 & 5 \\ 17 & 17 \\ & 1 \end{array}$$

3060 es divisible entre **2**

$$3060 \div 2 = 1530$$

1530 es divisible entre **2**

$$1530 \div 2 = 765$$

765 es divisible entre **3**

$$765 \div 3 = 255$$

255 es divisible entre **3**

$$255 \div 3 = 85$$

85 es divisible entre **5**

$$85 \div 5 = 17$$

$$3060 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 17$$

2do: Descomponemos el **1734**.

- **1734** es divisible entre **2**. El cociente es **867**, lo colocamos debajo del **1734**.
- **867** es divisible entre **3**. El cociente es **289**, que se coloca debajo del **867**.
- **289** no es divisible entre **3**, **5**, **7**, **11**, **13**. Es divisible entre **17**, ¿Por qué?. El cociente es **17**, y se coloca debajo del **289**.
- **17** divisible entre **17**. El cociente es **1**, que se coloca debajo del **17**, y terminamos la descomposición.

$$\begin{array}{r|l} 1734 & 2 \\ 867 & 3 \\ 289 & 17 \\ 17 & 17 \\ & 1 \end{array}$$

625 es divisible entre **5**

$$625 \div 5 = 125$$

125 es divisible entre **5**

$$125 \div 5 = 25$$

25 es divisible entre **5**

$$25 \div 5 = 5$$

5 es divisible entre **5**

$$5 \div 5 = 1$$

$$1734 = 2 \cdot 3 \cdot 17^2$$

¿Por qué?

- **765** no es divisible entre **2**, porque no es un número par. Es divisible entre **3** porque la suma de sus cifras ($7 + 6 + 5 = 18$) es múltiplo de **3**.
- **289** no es divisible entre **3**, porque la suma de sus cifras no es múltiplo de **3**. No es divisible entre **5** porque no termina ni en **0** ni en **5**. No es divisible entre **7**, **11** y **13** porque la división no es exacta.

La regla del M.C.D. dice:

“se toman los factores comunes, con su menor exponente”.

La descomposición de los tres números es:

$$3060 = \underline{2^2} \cdot \underline{3^2} \cdot 5 \cdot \underline{17}$$

$$3575 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{17^2}$$

¿Cuáles son los factores comunes en las dos descomposiciones?

Los Factores Comunes a las dos descomposiciones son el **2**, **3** y **17**.

El menor exponente con el que aparece el **2** es **1** (sobre entendido), lo tomamos con este exponente, **2**.

El menor exponente con el que aparece el **3** es **1** (sobre entendido), lo tomamos con este exponente, **3**.

El menor exponente con el que aparece el **17** es **1** (sobre entendido), lo tomamos con este exponente, **17**.

$$\text{M.C.D.}_{\{625, 350, 3575\}} = 2 \cdot 3 \cdot 17 \quad \text{entonces} \quad \text{M.C.D.}_{\{625, 350, 3575\}} = 102$$

MULTIPLICOS Y DIVISORES. Verificar si los Números Dados son Primos Relativos. Ejercicio 1

Ejercicio. Verificar si **139** y **120** son primos relativos:

Lo primero que haremos es descomponer en factores primos cada uno de los números dados.

Nota. Lo ideal cuando se realiza una descomposición es ir verificando y/o descartando los números primos divisores en orden ascendente. De esta manera cuando se descarta un número primo no es necesario volver atrás para probar divisibilidad.

1ro: Descomponemos el **139**.

- **139** no es divisible entre **2**, ni entre **3**, ni entre **5**, ¿por qué?
- Dividimos **139** entre cada uno de los números primos del **7** en adelante.

$$\begin{array}{r|l} 139 & 139 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 139 \text{ es divisible entre } 139 \\ 625 \div 5 = 125 \end{array}$$

Regla. Se divide entre cada número primo menor que el número estudiado.

- Si obtenemos división exacta con un número primo, éste es un divisor.
- Si el cociente se hace menor que el divisor sin obtener división exacta, el número estudiado es primo.

Probaremos con: ~~2~~, ~~11~~, ~~13~~, **17**, **19**, **23**, **29**, **31**, **37**, **41**, **43**, **47**, **53**, **59**, **61**, **67**, **71**, **73**, **79**, **83**, **89** y **97**.

$$\begin{array}{r|l} 139 & 7 \\ 69 & 19 \\ 6 & \end{array}$$

Cociente **19** > **7** Divisor
Residuo: **6**

$$\begin{array}{r|l} 139 & 11 \\ 29 & 12 \\ 7 & \end{array}$$

Cociente **12** > **11** Divisor
Residuo: **7**

$$\begin{array}{r|l} 139 & 13 \\ 29 & 12 \\ 3 & \end{array}$$

Cociente **12** > **13** Divisor
Residuo: **3**

El cociente se hizo menor que el divisor y no se obtuvo división exacta. Entonces, **139** no se descompone, sólo podemos decir que es el producto de **139** por **1**.

2do: Descomponemos el **120**.

- **120** es divisible entre **2**. El cociente es **60**, lo colocamos debajo del **120**.
- **60** es divisible entre **2**. El cociente es **30**, y se coloca debajo del **60**.
- **30** divisible entre **2**. El cociente es **15**, y se coloca debajo del **30**.
- **15** es divisible entre **3**. El cociente es **5**, y se coloca debajo del **15**.
- **5** es divisible entre **5**. El cociente es **1**, se coloca debajo del **5**, y terminamos la descomposición.

$$\begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

120 es divisible entre **2**

$$120 \div 2 = 60$$

60 es divisible entre **2**

$$60 \div 2 = 30$$

30 es divisible entre **2**

$$30 \div 2 = 15$$

15 es divisible entre **3**

$$15 \div 3 = 5$$

5 es divisible entre **5**

$$5 \div 5 = 1$$

El único divisor común entre **139** y **120** es **1** entonces **139** y **120** son primos relativos.

$$\text{M.C.D.}_{\{139, 120\}} = 1$$

Nota: Observa que 120 es un número compuesto, a pesar de ser primo relativo con 139.

Ser primos relativos es una propiedad que corresponde a dos o más números, independientemente de si éstos de forma individual son compuestos.

Si el máximo común divisor de dos o más números es **1**, esos números son primos relativos entre sí.



MULTIPLoS Y DIVISORES. Verificar si los Números Dados son Primos Relativos. Ejercicio 2

Ejercicio. Verificar si **100** y **441** son primos relativos:

Lo primero que haremos es descomponer en factores primos cada uno de los números dados.

1ro: Descomponemos el **100**.

- **100** es divisible entre **2**. El cociente es **50**, lo colocamos debajo del **100**.
- **50** es divisible entre **2**. El cociente es **25**, y se coloca debajo del **50**.
- **25** divisible entre **5**. El cociente es **5**, y se coloca debajo del **25**.
- **5** es divisible entre **5**. El cociente es **1**, se coloca debajo del **5**, y terminamos la descomposición.

$$\begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$100 = 2^2 \cdot 5^2$$

100 es divisible entre **2**

$$100 \div 2 = 50$$

50 es divisible entre **2**

$$50 \div 2 = 25$$

25 es divisible entre **5**

$$25 \div 5 = 5$$

5 es divisible entre **5**

$$5 \div 5 = 1$$

2do: Descomponemos el **441**.

El detalle de esta descomposición lo dejaremos en tus manos, considerando que has contado con una gran variedad de modelos. Estamos listos para avanzar.

$$\begin{array}{r|l} 441 & 3 \\ 147 & 3 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$441 = 3^2 \cdot 7^2$$

La regla del M.C.D. dice:

“se toman los factores comunes, con su menor exponente”.

Las descomposiciones de los dos números son:

$$100 = 2^2 \cdot 5^2$$

$$441 = 3^2 \cdot 7^2$$

¿Cuáles son los factores comunes en las dos descomposiciones?

No hay Factores Primos Comunes a las dos descomposiciones. De modo que el único divisor común entre **100** y **441** es el **1**.

$$\text{M.C.D.}_{\{100, 441\}} = 1$$

Emparejando el Lenguaje

Divisor. Hay dos conceptos asociados a esta palabra:

Por posición: el que ocupa la posición de divisor en una división

Por propiedad: El que divide a un número exactamente.

División Exacta. División en la que el residuo es cero.

Múltiplo. Número que contiene a otro una cantidad entera de veces.

Números Primos. Números que tienen exactamente 2 divisores.

Criterios de Divisibilidad. Son propiedades de los números que podemos utilizar para identificarse si un número **a** es divisible por otro **b**.

Números Compuestos. Números que tienen más de dos divisores.

Exponente. Número pequeño que se coloca en la parte superior derecha de un número para indicar cuántas veces se repite como factor (a^e , **e**: exponente).

Algoritmo. Secuencia de pasos ordenados para la ejecución de una tarea.

Mínimo Común Múltiplo. Es el menor de los Múltiplos Comunes a varios números enteros.

Máximo Común Divisor. Es el Mayor de los divisores comunes a varios números.

Primos Relativos. Son números que tienen como único divisor común el 1.

A Practicar

Los siguientes ejercicios se sugieren como opción para ejemplos, desarrollo de Prácticas Guiadas y/o prueba exploratoria de habilidades logradas.

Seleccione en cada caso los múltiplos de los números dados

1. Indique todos los divisores comunes de:

- 108 y 90
- 216 y 360
- 250 y 60

Halle el Máximo Común Divisor en cada caso aplicando la regla y compare con los divisores obtenidos antes.

2. Halle el M.C.D. en los siguientes grupos de números:

- | | |
|------------------|-----------------|
| a. 24, 32, 16 | d. 54, 150, 180 |
| b. 28, 42, 21 | e. 35, 56, 40 |
| c. 112, 234, 348 | f. 66, 108, 165 |

Lo Hicimos Bien?

Comprueba que los resultados de tus cálculos estén correctos. Aquí tienes los resultados de las operaciones planteadas:

1. divisores comunes de:

- **108 y 90: 1, 2, 3, 6, 9, 18** ; M.C.D. de **108 y 90: 18**
- **216 y 360: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36** ; M.C.D. de **216 y 360: 36**
- **250 y 60: 1, 2, 10, 15** ; M.C.D. de **216 y 360: 15**

2. M.C.D.:

1. M.C.D._{24, 32, 16} = **8**
2. M.C.D._{28, 42, 21} = **7**
3. M.C.D._{112, 234, 348} = **2**