Solución de las inecuaciones

Marco Teórico

¿Y si tuviera una desigualdad con una variable desconocida cómo $x - 12 > -5$? ¿Cómo has podido aislar la variable para encontrar su valor? Después de completar este concepto, serás capaz de resolver las desigualdades de un paso como éste.

Para resolver una desigualdad debemos aislar la variable en un lado del signo de desigualdad. Para aislar la variable, usamos las mismas técnicas básicas utilizadas en la resolución de ecuaciones.

Podemos resolver algunas desigualdades, añadiendo o restando una constante de un lado de la desigualdad.

Ejemplo A

Resuelve la desigualdad y representa gráficamente el conjunto de soluciones.

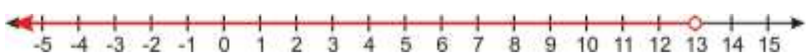
$x - 3 < 10$

Solución

La desigualdad de inicio: $x - 3 < 10$

Agregar **3** a ambos lados de la desigualdad: $x - 3 + 3 < 10 + 3$

Simplificar: $x < 13$



Ejemplo B

Resuelve la desigualdad y representa gráficamente el conjunto de soluciones.

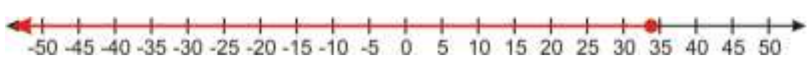
$x - 20 \leq 14$

Solución:

La desigualdad de inicio: $x - 20 \leq 14$

Añadir **20** a ambos lados de la desigualdad: $x - 20 + 20 \leq 14 + 20$

Simplificar: $x \leq 34$



Resuelve las desigualdades con uso de Multiplicación y División

También podemos resolver desigualdades multiplicando o dividiendo ambos lados por una constante. Por ejemplo, para resolver la desigualdad $5x < 3$, se divide ambos lados por 5 para llegar $x < \frac{3}{5}$.

Sin embargo, algo diferente ocurre cuando multiplicamos o dividir por un número negativo. Sabemos, por ejemplo, que 5 es mayor que 3. Pero si multiplicamos ambos lados de la desigualdad $5 > 3$por -2, obtenemos $-10 > -6$. Y sabemos que no es cierto; -10 es menor que -6.

Esto sucede cada vez que multiplicar o dividir una desigualdad por un número negativo, y por eso tenemos que darle la vuelta al signo de sitio para hacer verdadera la desigualdad. Por ejemplo, para multiplicar $2 < 4$por -3, primero que multiplicar el 2 y el 4 por cada -3, y luego cambiar el signo <a un signo>, por lo que terminan con $-6 > -12$.

El mismo principio se aplica cuando la desigualdad contiene variables.

Ejemplo C

Resuelve la desigualdad.

$4x < 24$

Solución:

Problema original: $4x < 24$

Divide ambos lados por 4: $\frac{4x}{4} < \frac{24}{4}$

Simplificar: $x < 6$

Ejemplo D

Resuelve la desigualdad.

$-5x \leq 21$

Solución:

Problema original: $-5x \leq 21$

Divide ambos lados entre -5: ***Da la vuelta al signo de desigualdad.*** $\frac{-5x}{-5} \geq \frac{21}{-5}$

<table>
<tr><td colspan="3">Simplificar: $x \geq -\frac{21}{5}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">EJERCICIOS RESUELTOS</td></tr>
<tr><td>1.</td><td>Resolver:
$$3x + 2 < x + \frac{2}{3}$$</td><td>Solución:
$$3x + 2 < x + \frac{2}{3}$$
$$3x + 2 < \frac{3x + 2}{3}$$
$$9x + 6 < 3x + 2$$
$$9x - 3x < 2 - 6$$
$$6x < -4$$
$$x < -\frac{2}{3}$$
Respuesta:
$$\boldsymbol{x < -\frac{2}{3}}$$</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Resolver:
$$\frac{2x + 3}{3} < \frac{5x + 1}{2}$$</td><td>Solución:
$$\frac{2x + 3}{3} < \frac{5x + 1}{2}$$
$$4x + 6 < 15x + 3$$
$$4x - 15 < 3 - 6$$
$$-11x < -3$$
$$x > \frac{3}{11}$$
Respuesta:
$$\boldsymbol{x > \frac{3}{11}}$$</td></tr>
</table>

3.	Resolver: $$x^2 - 4x - 5 < 0$$	Solución: $$x^2 - 4x - 5 < 0$$ Aplicando la resolvente para hallar las raíces, igualando a cero la inecuación: $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$ Donde: a=1 b=-4 c=0 $$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-5)}}{2(1)}$$ $$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2}$$ $$x = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2}$$ $$x = \frac{4 \pm 6}{2}$$ $$x_1 = -1 \qquad x_2 = 5$$ Como $a = 1 > 0$,la parábola tiene mínimo, por lo tanto los valores de x están comprendidos entre -1 y 5 **Respuesta:** $$\mathbf{-1} < x < 5$$

4.	Resolver: $$x^2 - 4x - 5 < 0$$	Solución: $$-x^2 - 2x + 8 < 0$$ Aplicando la resolvente para hallar las raíces, igualando a cero la inecuación: $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$ Donde: a=-1 b=-2 c=8 $$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(-1)(8)}}{2(-1)}$$ $$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{-2}$$ $$x = \frac{2 \pm 6}{-2}$$ $$x_1 = -4 \qquad x_2 = 2$$ Como $a = -1 > 0$,la parábola tiene máximo, por lo tanto los valores de x están comprendidos entre: $-\infty$ y -4 y entre 2 y ∞ **Respuesta:** $$(-\infty < x < -4); (\mathbf{2} < x < \infty)$$
5.	Resolver: $$x^2 + x - 12 \geq 0$$	Solución: $$x^2 + x - 12 \geq 0$$ Aplicando la resolvente para hallar las raíces, igualando a cero la inecuación: $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$ Donde: a=1 b=1 c=-12 $$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4(1)(-12)}}{2(1)}$$

		$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2}$$ $$x = \frac{-1 \pm 7}{2}$$ $$x_1 = -4 \qquad x_2 = 3$$ Como $a = 1 > 0$,la parábola tiene mínimo, por lo tanto los valores de x están comprendidos entre: $-\infty$ y -4 y entre 3 y ∞ **Respuesta:** $(-\infty < x < -4); (\mathbf{3} < x < \infty)$
6.	Resolver: $$9 - 4x^2 \geq 0$$	Solución: $$9 - 4x^2 \geq 0$$ Aplicando la resolvente para hallar las raíces, igualando a cero la inecuación: $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$ Donde: a= -4 b=0 c=9 $$x = \frac{\pm\sqrt{-4(-4)(9)}}{2(-4)}$$ $$x = \frac{\pm\sqrt{144}}{-8}$$ $$x = \frac{\pm 12}{-8}$$ $$x = \frac{\pm 3}{-2}$$ $$x_1 = -\frac{3}{2} \qquad x_2 = \frac{3}{2}$$ Como $a = -4 < 0$,la parábola tiene máximo, por lo tanto los valores de x están

		comprendidos entre: $-\frac{3}{2}$ y $\frac{3}{2}$ **Respuesta:** $\left(-\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2}\right)$
7.	Resolver: $x^2 - 16 \geq 0$	Solución: $x^2 - 16 \geq 0$ Se aplica la resolvente para hallar las raíces, igualando a cero la inecuación: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x_1 = 4 \qquad x_2 = -4$ Como $a = 1 > 0$,la parábola tiene mínimo, por lo tanto los valores de x están comprendidos entre: $-\infty$ y - 4 y entre 4 y ∞ **Respuesta:** $(-\infty < x < -4); (4 < x < \infty)$
8.	Resolver: $\frac{3}{2x-6} \geq 0$	Solución: $\frac{3}{2x-6} \geq 0$ Como el denominador es una función de x y no conocemos su signo, no podemos quitarlo, por lo tanto, razonamos así: Como el quebrado tiene que ser positivo y el numerador también lo es, significa que el denominador es positivo. Por lo tanto, $2x - 6 > 0$

		$x > 3$ **Respuesta:** $\mathbf{3} < x < \infty$
9.	Resolver: $$\frac{2x-3}{x+2} \geq 0$$	Solución: Como el denominador es una función de x y no conocemos su signo, no podemos quitarlo, por lo tanto razonamos así: Para que un quebrado sea positivo, es necesario que el numerador y el denominador tengan el mismo signo, es decir: <u>Considerando el numerador y el denominador positivos</u> $\mathbf{N} \quad \rightarrow 2\mathrm{X}-3>0 \quad \rightarrow X>\frac{3}{2}$ $\mathbf{D} \quad \rightarrow \mathrm{X}+2>0 \quad \rightarrow X>-2$ Representando gráficamente deducimos que la parte común es desde: $\frac{3}{2}$ hasta ∞ $\frac{3}{2} < x < \infty$ <u>Considerando el numerador y el denominador negativos</u> $\mathbf{N} \quad \rightarrow 2\mathrm{X}-3>0 \quad \rightarrow X<\frac{3}{2}$ $\mathbf{D} \quad \rightarrow \mathrm{X}+2>0 \quad \rightarrow X<-2$ Representando gráficamente deducimos que la parte común es desde: -2 hasta $-\infty$ $-\infty < x < -2$ **Respuesta:** $\left(\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} < x < \infty\right);\ (-\infty < x < -2)$

10	Resolver: $4x + 8 < 2x + 4$	Solución: $4x + 8 < 2x + 4$ $4x - 2x < 4 - 8$ $2x < -4$ $x < -2$ **Respuesta:** $\boldsymbol{x < -2}$
Profesor: Militza Indaburo Fe y Alegría Versión: 2016-07-05		

Glosario

- La respuesta a una **desigualdad** es por lo general un **intervalo de valores** .
- Resolver desigualdades funciona igual que la solución de una ecuación. Para resolver, aislamos la variable en un lado de la ecuación.
- Al multiplicar o dividir ambos lados de una desigualdad por un número negativo, es necesario **revertir la desigualdad**.

Otras Referencias

Videos.