

8

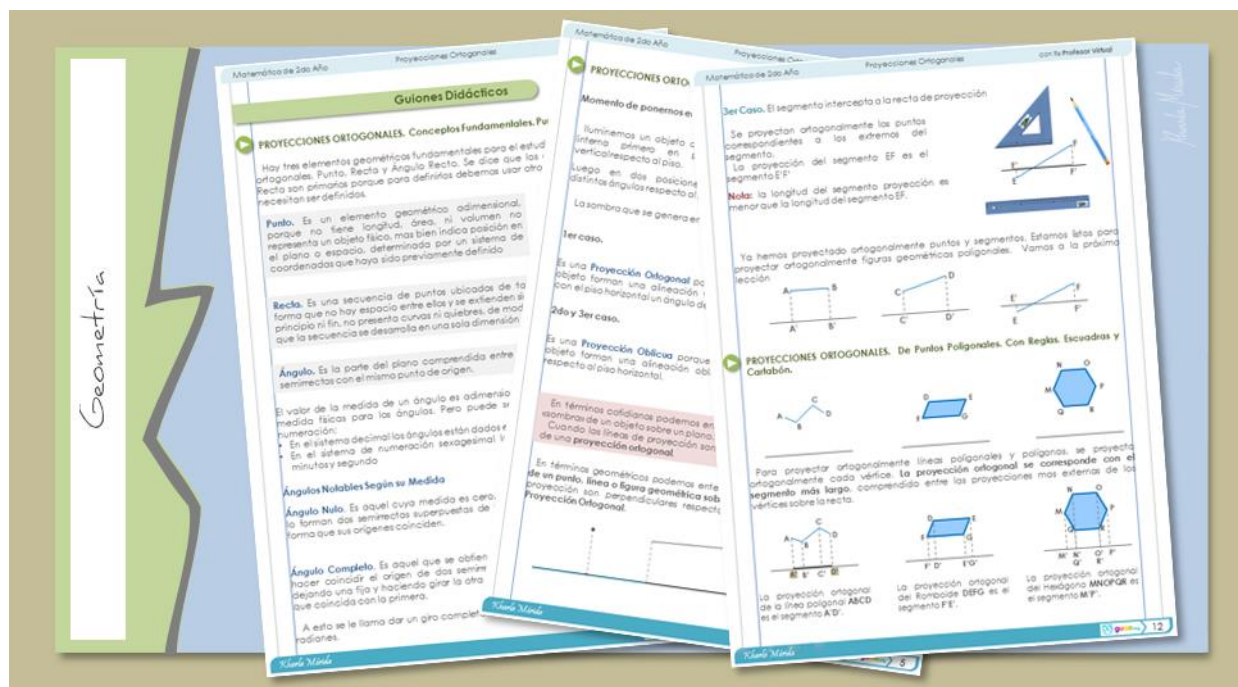
8va Unidad

Geometría

8.1 Proyecciones Ortogonales

Para llegar al último piso de un edificio es necesario pasar por cada piso anterior, y la estabilidad que sentimos al estar en un piso superior está soportada por cada bloque y viga de los niveles anteriores.

Descripción



Las proyecciones son tan cotidianas como las sombras que nos acompañan donde quiera que vamos, a menos que no haya luz. La versión ideal de este fenómeno físico es las proyecciones ortogonales, que son fundamentales para trazado de gráfico de funciones y lugares geométricos, así como el correcto estudio gráfico de fenómenos físicos. Aprendamos a proyectar.

Conocimientos Previos Requeridos

Definiciones Básica de Geometría (Geometría de Matemática de Primer Año).

Contenido

Conceptos Fundamentales de Punto, Recta, Ángulo, Definición de Idea Física e Idea Gráfica, Instrumentos Geométricos, Regla, Escuadra, Cartabón, Transportador, De Punto y Segmento con Regla, Escuadra y Cartabón, De Punto Poligonales con Reglas, Escuadra y Transportador.

Videos Disponibles

[PROYECCIONES ORTOGONALES. Concepto Fundamentales. Punto, Recta, Ángulo](#)

[PROYECCIONES ORTOGONALES. Definición. Idea Física, Idea Gráfica](#)

[PROYECCIONES ORTOGONALES. Instrumentos Geométricos. Regla, Escuadra, Cartabón y Transportador](#)

[PROYECCIONES ORTOGONALES. De Puntos y Segmentos. Con Reglas, Escuadras y Cartabón](#)

[PROYECCIONES ORTOGONALES. De Puntos Poligonales. Polígonos. Con Reglas, Escuadras y Cartabón](#)

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

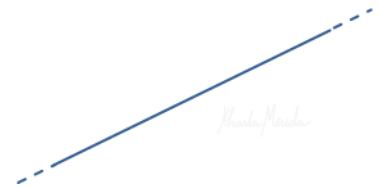
▶ PROYECCIONES ORTOGONALES. Conceptos Fundamentales. Punto, Recta, Ángulo.

Hay tres elementos geométricos fundamentales para el estudio de las proyecciones ortogonales, Punto, Recta y Ángulo Recto. Se dice que los conceptos de Punto y Recta son primarios porque para definirlos debemos usar otros términos que también necesitan ser definidos.

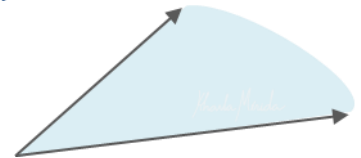
Punto. Es un elemento geométrico adimensional, porque no tiene longitud, área, ni volumen no representa un objeto físico, mas bien indica posición en el plano o espacio, determinada por un sistema de coordenadas que haya sido previamente definido



Recta. Es una secuencia de puntos ubicados de tal forma que no hay espacio entre ellos y se extienden sin principio ni fin, no presenta curvas ni quiebres, de modo que la secuencia se desarrolla en una sola dimensión



Ángulo. Es la parte del plano comprendida entre dos semirrectas con el mismo punto de origen.



El valor de la medida de un ángulo es adimensional, es decir, no hay unidades de medida físicas para los ángulos. Pero puede ser expresada en dos sistemas de numeración:

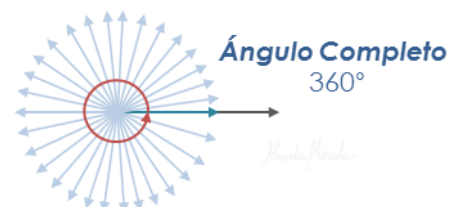
- En el sistema decimal los ángulos están dados en radianes y
- En el sistema de numeración sexagesimal los ángulos están dados en grados minutos y segundo

Ángulos Notables Según su Medida

Ángulo Nulo. Es aquel cuya medida es cero, y lo forman dos semirrectas superpuestas de tal forma que sus orígenes coinciden.

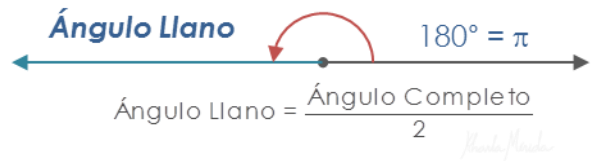


Ángulo Completo. Es aquel que se obtiene de hacer coincidir el origen de dos semirrectas, dejando una fija y haciendo girar la otra hasta que coincida con la primera.



A esto se le llama dar un giro completo, la medida de este ángulo es de 360° , o 2π radianes.

Ángulo Llano. Es aquel formado por dos semirrectas cuyos orígenes coinciden y que se desarrollan alejándose de éste en sentido contrario una de la otra.



La medida de este ángulo es la mitad de la medida del ángulo completo, porque para obtenerlo se recorre exactamente la mitad del giro completo. Entonces, el ángulo llano es de 180° o π radianes.

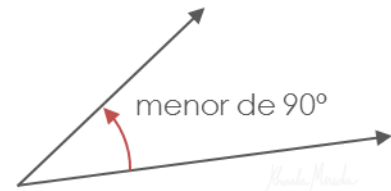
Ángulo recto. Es el que se forma cuando ubicamos las semirrectas de tal forma que sus orígenes coinciden, y una de ellas está horizontal y la otra vertical.



Para obtener este ángulo hacemos girar la segunda semirrecta exactamente la mitad del recorrido del ángulo llano, entonces su medida es 90° o π medio radianes.

Ángulo Agudo. Es todo ángulo cuya medida es menor de 90° .

Ángulo Agudo



Ángulo Obtuso. Es todo ángulo cuya medida es mayor de 90° pero menor que 180° .

Ángulo Obtuso



▶ PROYECCIONES ORTOGONALES. Definición. Idea física, Idea Grafica.

Momento de ponernos en acción, o imaginar un poco

Iluminemos un objeto con una linterna primero en posición vertical respecto al piso.

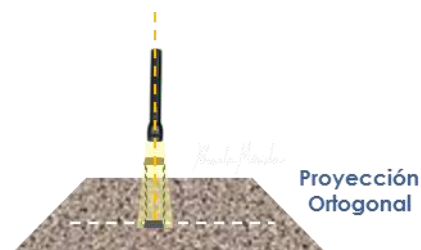
Luego en dos posiciones de distintos ángulos respecto al piso.



La sombra que se genera en el piso se denomina **Proyección**.

1er caso.

Es una **Proyección Ortogonal** porque la sombra y el objeto forman una alineación vertical, que forma con el piso horizontal un ángulo de 90° .



2do y 3er caso.

Es una **Proyección Oblicua** porque la sombra y el objeto forman una alineación oblicua (inclinada) respecto al piso horizontal.



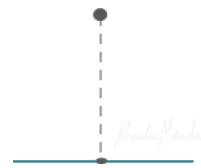
En términos cotidianos podemos entender entonces que proyectar es reflejar la «sombra» de un objeto sobre un plano.

Cuando las líneas de proyección son perpendiculares respecto al plano, se trata de una **proyección ortogonal**.

En términos geométricos podemos entender que **proyectar es reflejar la «sombra» de un punto, línea o figura geométrica sobre una recta o plano**. Cuando las líneas de proyección son perpendiculares respecto a la recta o plano, se trata de una **Proyección Ortogonal**.

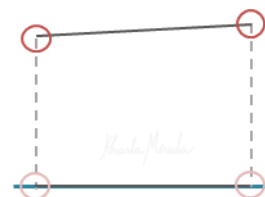


La proyección ortogonal de un punto respecto a una recta, se obtiene trazando una línea punteada (línea imaginaria) perpendicular, desde el punto a la recta. La intersección de la línea imaginaria y la recta es el punto correspondiente a la proyección ortogonal del punto dado sobre la recta



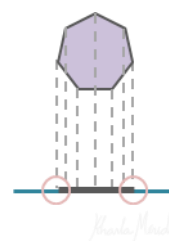
La proyección ortogonal de un segmento respecto a una recta, se obtiene trazando líneas punteadas (líneas imaginarias) perpendiculares, desde los extremos del segmento dado, a la recta.

La intersección de estas líneas imaginarias con la recta son los extremos de la proyección ortogonal del segmento dado sobre la recta.



La proyección ortogonal de una figura geométrica respecto a una recta, se obtiene trazando líneas imaginarias perpendiculares, desde los vértices de la figura dada a la recta.

De todas las intersecciones de las líneas con la recta tomaremos las dos que determinen el segmento más grande, y éste segmento es la proyección ortogonal de la figura dada sobre la recta.



¿Cómo hacemos para obtener estas proyecciones utilizando recursos geométricos como el juego de reglas y escuadras?

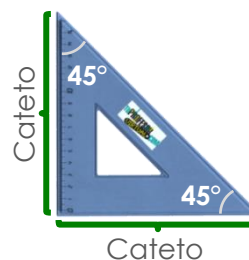
Vayamos a la siguiente lección para aprenderlo

PROYECCIONES ORTOGONALES. Instrumentos Geométricos. Regla, Escuadra, Cartabón y Transportador.

Un juego básico de instrumentos geométricos está compuesto por:

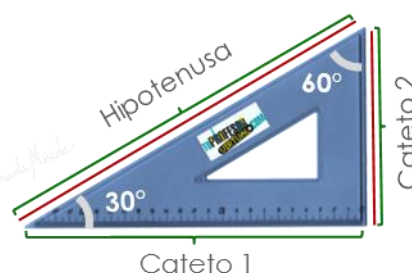
Una **Escuadra**, cuya forma es un triángulo rectángulo de catetos iguales, y dos ángulos de 45° .

En combinación con la regla o el cartabón sirve para: Trazar rectas paralelas, perpendiculares, y formar ángulos de 15° , 30° , 45° , 60° o múltiplos de ellos.



Un **Cartabón**, cuya forma es un triángulo rectángulo de catetos desiguales, un ángulo de 30° y un ángulo de 60° . El lado más largo (hipotenusa) mide el doble de lo que mide el lado más corto.

En combinación con la regla o la escuadra sirve para: Trazar rectas paralelas, perpendiculares, y formar ángulos de 15° , 30° , 45° , 60° o múltiplos de ellos.

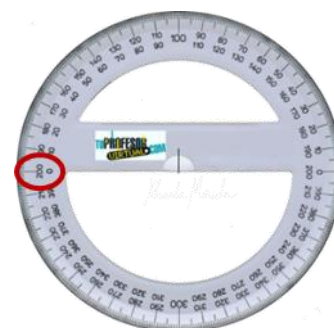


Una **Regla Graduada**, cuya forma es recta y su escala de medida está dada en centímetros, con las divisiones correspondientes a los milímetros.

Mide de cero a 30 centímetros. En combinación con la escuadra y el cartabón permite trazar rectas simples, rectas paralelas, perpendiculares, y formar los ángulos indicados en la escuadra y el cartabón, hacer proyecciones y figuras simples y complejas.

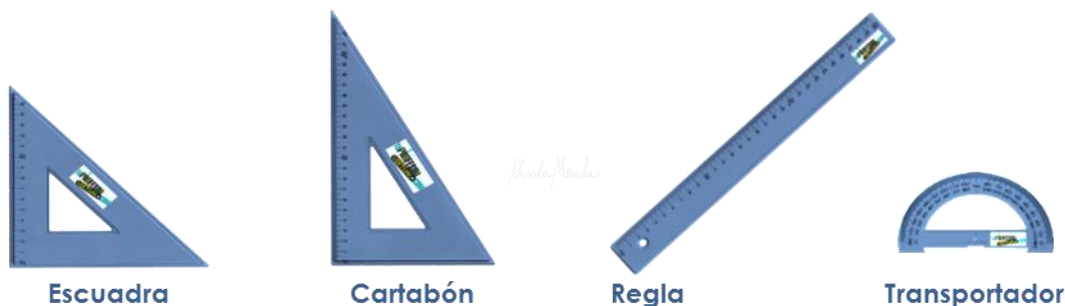


Un **Transportador**, su presentación viene en dos opciones. Una es semicircular, y la otra es circular completa. Sirve para medir ángulos en grados. Su escala está presentada en grados sexagesimales, y marca desde cero grados hasta 180 y 360 grados respectivamente



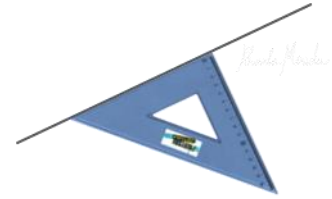
Nota: Es importante aclarar que hay países en donde la escala está dada en grados centesimales, de tal modo que la semicircunferencia tiene 200 divisiones de un grado centesimal cada una.

Ahora, veamos como usar estos instrumentos y la forma en que se combinan de acuerdo a la necesidad. Específicamente lo necesario para realizar proyecciones ortogonales, cuando avancemos a otros temas de geometría iremos conociendo más de sus usos combinaciones.

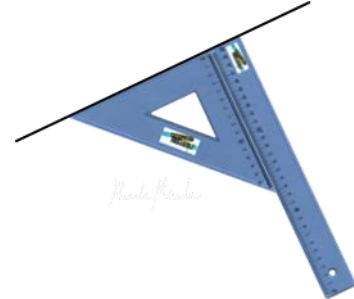


Trazo de rectas paralelas

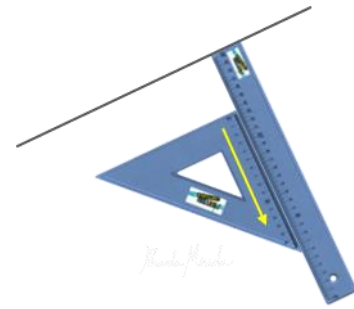
1ro. Partimos de la recta que sirve como patrón de referencia, alineamos el cateto sin escala de la escuadra, o del cartabón, con la recta de referencia.



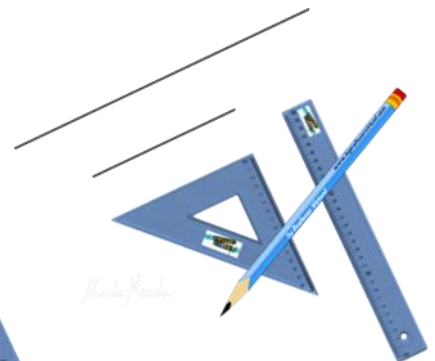
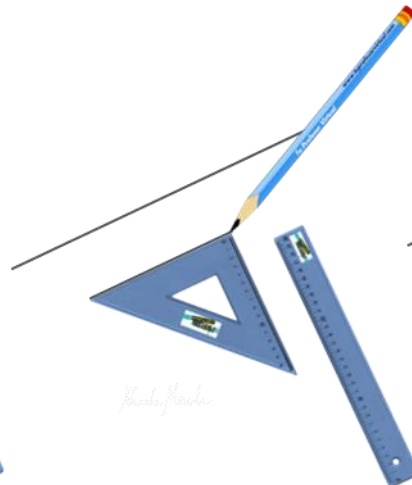
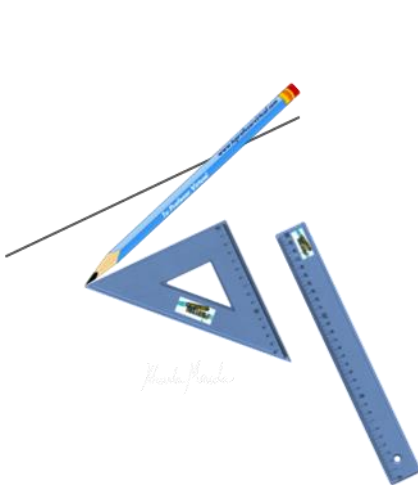
2do. Acoplamos la regla al otro cateto de la escuadra o cartabón, y una vez así podemos comenzar a desplazar la escuadra guiada por la regla para trazar las rectas paralelas



3ro. Desplazamos la escuadra, guiada por la regla.

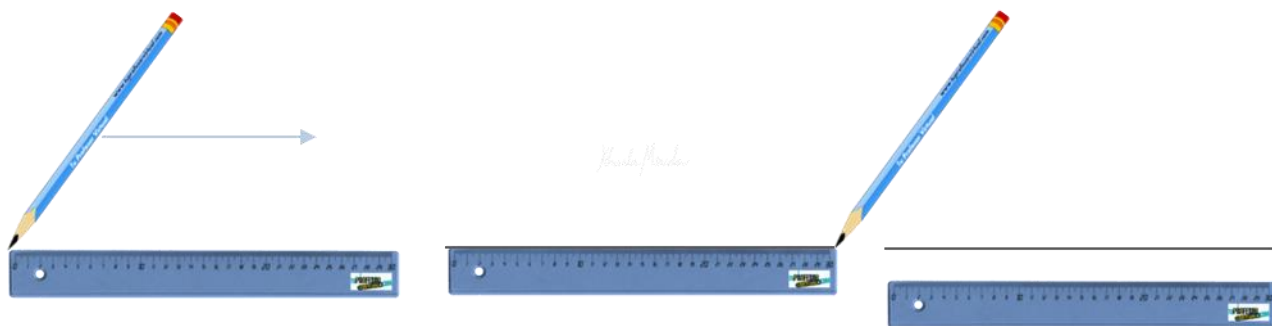


4to. Retiramos la regla y trazamos la línea paralela.

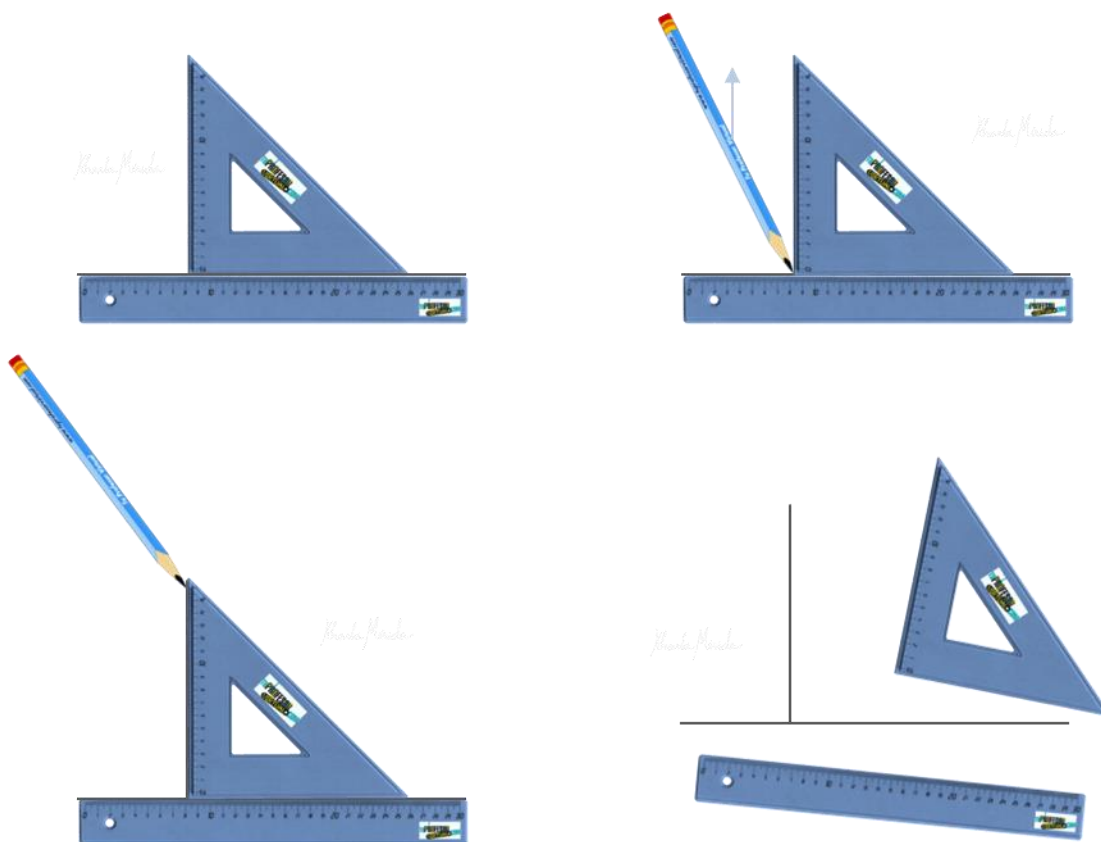


Trazo de perpendiculares

1ro. partimos trazando la recta base luego acoplamos un cateto de la escuadra con la regla graduada, y ahora trazamos la perpendicular



2do. Acoplamos un cateto de la escuadra (o cartabón) a la regla alineada con la recta base, y trazamos la línea guiados por el cateto libre de la escuadra.



Con estos dos procedimientos tenemos lo necesario para trazar proyecciones ortogonales de puntos, segmentos y figuras. Vamos a poner manos a la obra

▶ PROYECCIONES ORTOGONALES. De Puntos y Segmentos. Con Reglas, Escuadras y Cartabón.

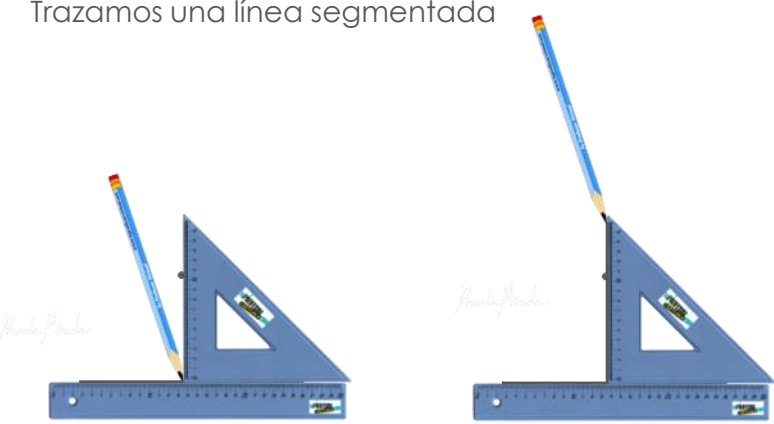
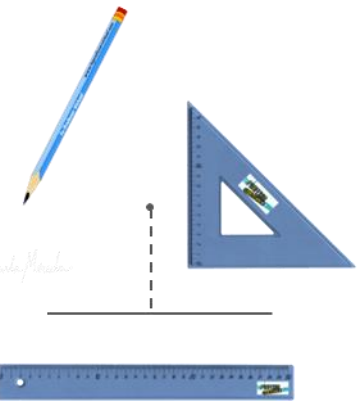
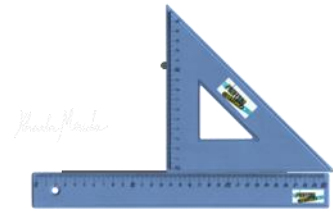
Veamos tres casos de proyección ortogonal de un punto sobre una recta. El primer caso sobre una recta horizontal el segundo caso, sobre una recta vertical y el tercer caso sobre una recta inclinada

1er Caso. Sobre una recta horizontal.

Lo primero que hacemos es alinear la regla a la recta de proyección

Acoplamos un cateto de la escuadra a la regla, y el otro cateto se alinea con el punto.

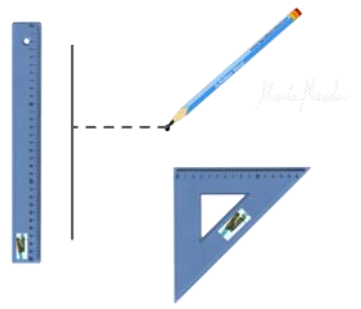
Trazamos una línea segmentada



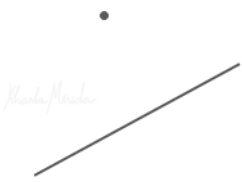
2do Caso. Sobre una recta horizontal.

Seguimos el mismo procedimiento:

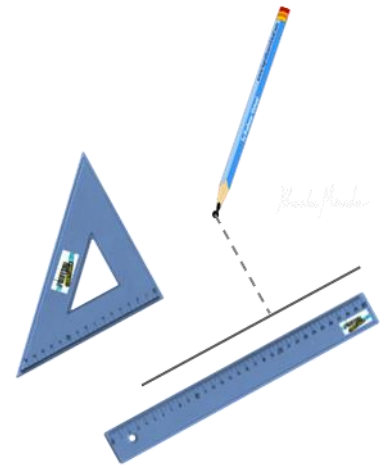
- Alineamos la regla a la recta de proyección
- Acoplamos un cateto de la escuadra a la regla, y el otro cateto se alinea con el punto
- Trazamos una línea segmentada



2do Caso. Sobre una recta horizontal.



- Seguimos el mismo procedimiento:
- Alineamos la regla a la recta de proyección
 - Acoplamos un cateto de la escuadra a la regla, y el otro cateto se alinea con el punto
 - Trazamos una línea segmentada



Proyección Ortogonal de Segmentos Sobre Una Recta

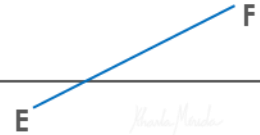
Tenemos tres casos a la hora de proyectar segmentos sobre una recta. Veamos



El segmento es paralelo a la recta de proyección



El segmento no es paralelo a la recta de proyección



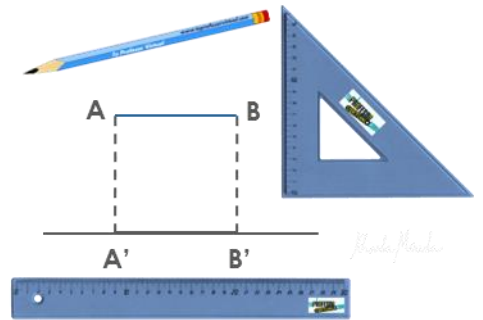
El segmento intercepta a la recta de proyección

1er Caso. El segmento es paralelo a la recta de proyección

Se proyectan ortogonalmente los puntos correspondientes a los extremos del segmento.

La proyección del segmento AB es el segmento A'B'

Nota: la longitud del segmento proyección es igual que la longitud del segmento AB.

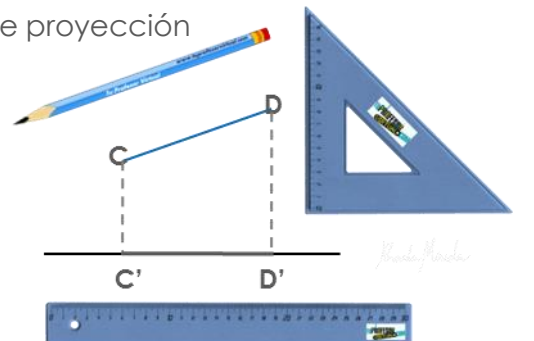


2do Caso. El segmento no es paralelo a la recta de proyección

Se proyectan ortogonalmente los puntos correspondientes a los extremos del segmento.

La proyección del segmento AB es el segmento A'B'

Nota: la longitud del segmento proyección es menor que la longitud del segmento CD.

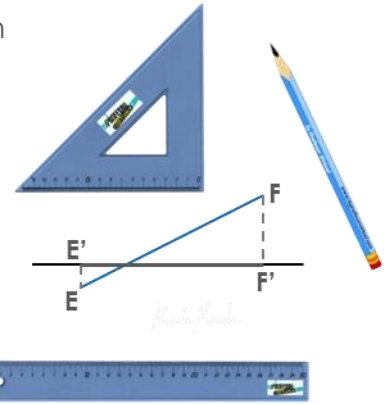


3er Caso. El segmento intercepta a la recta de proyección

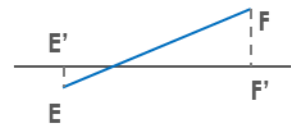
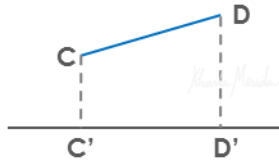
Se proyectan ortogonalmente los puntos correspondientes a los extremos del segmento.

La proyección del segmento EF es el segmento E'F'

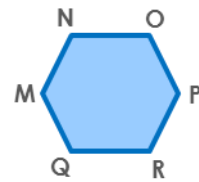
Nota: la longitud del segmento proyección es menor que la longitud del segmento EF.



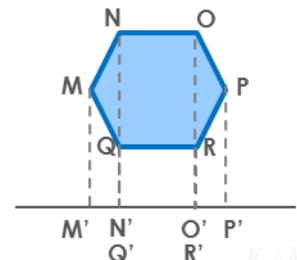
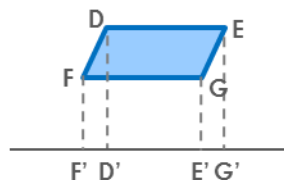
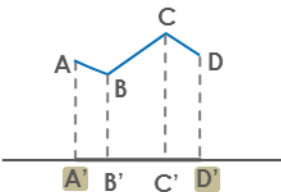
Ya hemos proyectado ortogonalmente puntos y segmentos. Estamos listos para proyectar ortogonalmente figuras geométricas poligonales. Vamos a la próxima lección



PROYECCIONES ORTOGONALES. De Puntos Poligonales. Con Reglas, Escuadras y Cartabón.



Para proyectar ortogonalmente líneas poligonales y polígonos, se proyecta ortogonalmente cada vértice. **La proyección ortogonal se corresponde con el segmento más largo**, comprendido entre las proyecciones mas externas de los vértices sobre la recta.



La proyección ortogonal de la línea poligonal **ABCD** es el segmento **A'D'**.

La proyección ortogonal del Romboide **DEFG** es el segmento **F'E'**.

La proyección ortogonal del Hexágono **MNOPQR** es el segmento **M'P'**.

Nota: independientemente de la forma y ubicación del objeto proyectado, **la proyección ortogonal es un segmento** sobre la recta de proyección.

En ninguno de los casos estudiados la proyección es más larga que el objeto proyectado. Esta es una propiedad de las proyecciones ortogonales. **La medida de las proyecciones ortogonales es siempre menor o igual que la longitud objeto proyectado.**

Emparejando el Lenguaje

Punto Es un elemento geométrico adimensional, porque no tiene longitud, área, ni volumen no representa un objeto físico, mas bien indica posición en el plano o espacio, determinada por un sistema de coordenadas que haya sido previamente definido.

Recta. Es una secuencia de puntos ubicados de tal forma que no hay espacio entre ellos y se extienden sin principio ni fin, no presentan curvas ni quiebres, de modo que la secuencia se desarrolla en una sola dimensión.

Ángulo. Es la parte del plano comprendida entre dos semirrectas el valor de su medida es adimensional, es decir no hay unidades de medida físicas para los ángulos. Pero puede ser expresada en dos sistemas de numeración.

Ángulo Nulo Es aquel cuya medida es cero, y lo forman dos semirrectas superpuestas de tal forma que sus orígenes coinciden.

Ángulo Completo. Es aquel que se obtiene de hacer coincidir el origen de dos semirrectas, dejando una fija y haciendo girar la otra hasta que coincida con la primera a esto se le llama dar un giro completo, la medida de este ángulo es de 360 grados, o 2π radianes.

Ángulo Llano. Es aquel formado por dos semirrectas cuyos orígenes coinciden y que se desarrollan alejándose de éste en sentido contrario una de la otra la medida de este ángulo es la mitad de la medida del ángulo completo, porque para obtenerlo se recorre exactamente la mitad del giro completo entonces al ángulo llano es de 180 grados o π radianes.

Ángulo Recto. Es el que se forma cuando ubicamos las semirrectas de tal forma que sus orígenes coinciden, y una de ellas está horizontal y la otra vertical para obtener este ángulo hacemos girar la segunda semirrecta exactamente la mitad del recorrido del ángulo llano, entonces su medida es 90 grado o π medio radianes.

Ángulo Agudo. Es todo ángulo cuya medida es menor de 90 grados.

Ángulo Obtuso. Es todo ángulo cuya medida es mayor de 90 grados pero menor que 180 grados.