5

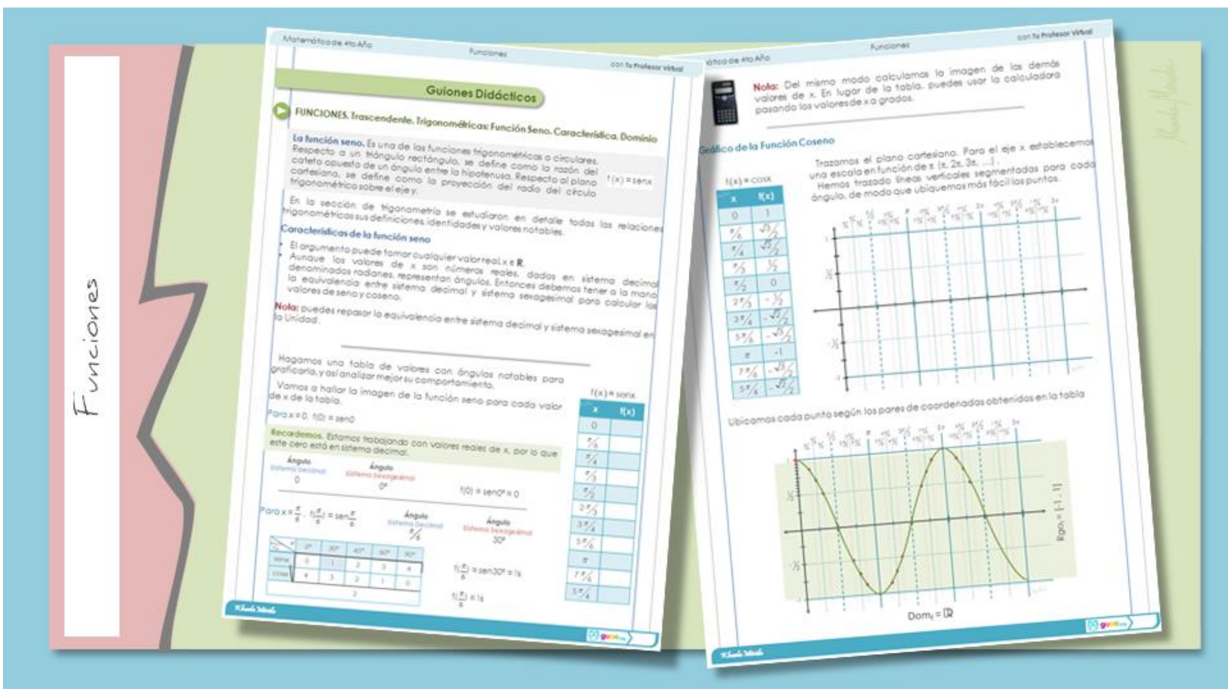
5ta Unidad

Funciones

5.4 Trascendentes. Dominio de Trigonométricas

¿Para qué ocupar tiempo en batallas con terceros?... Las más importantes luchas con honor se basan en derribar los obstáculos que habitan en nuestros interior.

Descripción



Luego de estudiar las razones trigonométricas en la unidad anterior, es momento de conocer el comportamiento de ellas como funciones. Su comportamiento cíclico ondulatorio explica muchos fenómenos físicos, y define el modelo matemático de muchos eventos en diversos ámbitos de acontecer humano. Es importante tomarse el tiempo para graficar con conciencia cada una de las funciones trigonométricas básicas y entender su comportamiento. Avancemos.

Conocimientos Previos Requeridos

Exponenciales, Logaritmo, Trigonometría, Inecuaciones, Intervalos.

Contenido

Funciones Trascedentes trigonométricas, Función Seno, Función Coseno, Características, Dominio.

Videos Disponibles

FUNCIONES. Trascendentes. Trigonométricas: Función Seno. Características, Dominio

FUNCIONES. Trascendentes. Trigonométricas: Función Coseno. Características, Dominio

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

FUNCIONES. Trascendente. Trigonométricas: Función Seno. Característica, Dominio

La función seno. Es una de las funciones trigonométricas o circulares. Respecto a un triángulo rectángulo, se define como la razón del cateto opuesto de un ángulo entre la hipotenusa. Respecto al plano cartesiano, se define como la proyección del radio del círculo trigonométrico sobre el eje y.

$$f(x) = \operatorname{sen} x$$

En la sección de trigonometría se estudiaron en detalle todas las relaciones trigonométricas sus definiciones, identidades y valores notables.

Características de la función seno

- El argumento puede tomar cualquier valor real, $x \in \mathbb{R}$.
- Aunque los valores de x son números reales, dados en sistema decimal denominados radianes, representan ángulos. Entonces debemos tener a la mano la equivalencia entre sistema decimal y sistema sexagesimal para calcular los valores de seno y coseno.

Nota: puedes repasar la equivalencia entre sistema decimal y sistema sexagesimal en la Unidad .

Hagamos una tabla de valores con ángulos notables para graficarla, y así analizar mejor su comportamiento.

Vamos a hallar la imagen de la función seno para cada valor de x de la tabla.

$f(x) = \operatorname{sen} x$

x	f(x)
0	
$\pi/6$	
$\pi/4$	
$\pi/3$	
$\pi/2$	
$2\pi/3$	
$3\pi/4$	
$5\pi/6$	
π	
$7\pi/6$	
$5\pi/4$	

Para $x = 0$, $f(0) = \operatorname{sen} 0$

Recordemos. Estamos trabajando con valores reales de x, por lo que este cero está en sistema decimal.

Ángulo Sistema Decimal	Ángulo Sistema Sexagesimal
0	0°

$f(0) = \operatorname{sen} 0° = 0$

Para $x = \frac{\pi}{6}$, $f(\frac{\pi}{6}) = \operatorname{sen}\frac{\pi}{6}$

Ángulo Sistema Decimal	Ángulo Sistema Sexagesimal
$\pi/6$	30°

Razón Trig. \ α	0°	30°	45°	60°	90°
senα	0	1	2	3	4
cosα	4	3	2	1	0
			2		

$f(\frac{\pi}{6}) = \operatorname{sen} 30° = ½$

$f(\frac{\pi}{6}) = ½$

Recordemos. Para hallar seno de 30° ubicamos la fila del seno, y la columna de 30° la casilla donde se cruzan los dos es el valor que debemos tomar. Este número está dentro de una raíz, y dividido por 2.

Razón Trig. / α	0°	30°	45°	60°	90°
senα	0	1	2	3	4
cosα	4	3	2	1	0
			2		

Para $x = \frac{\pi}{4}$, $f(\frac{\pi}{4}) = \operatorname{sen}\frac{\pi}{4}$

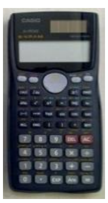
Ángulo Sistema Decimal $\pi/4$

Ángulo Sistema Sexagesimal 45°

Razón Trig. / α	0°	30°	45°	60°	90°
senα	0	1	2	3	4
cosα	4	3	2	1	0
			2		

$$f(\tfrac{\pi}{4}) = \operatorname{sen}45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$f(\tfrac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Nota: Del mismo modo calculamos la imagen de los demás valores de x. En lugar de la tabla, puedes usar la calculadora pasando los valores de x a grados.

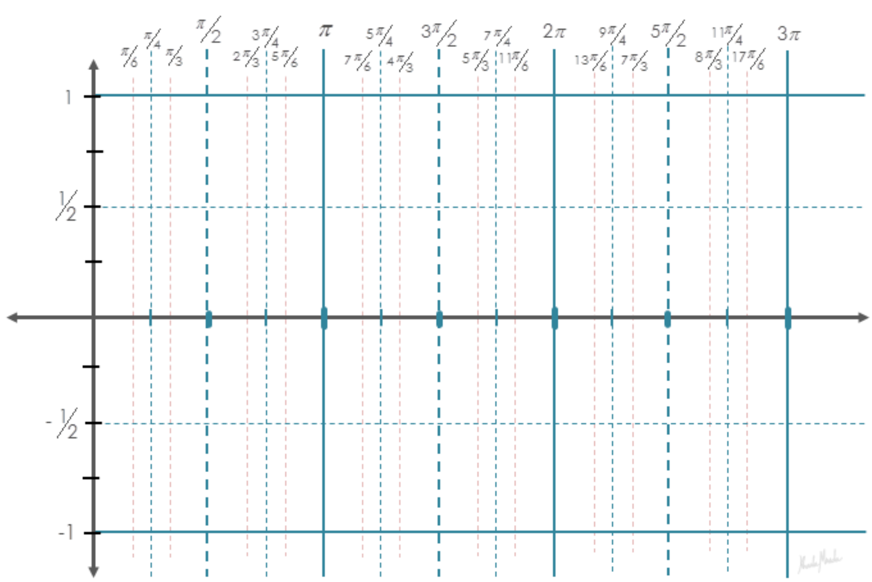
Gráfico de la Función Seno

Trazamos el plano cartesiano. Para el eje x establecemos una escala en función de π (π, 2π, 3π, …) .

Hemos trazado líneas verticales segmentadas para cada ángulo, de modo que ubiquemos más fácil los puntos.

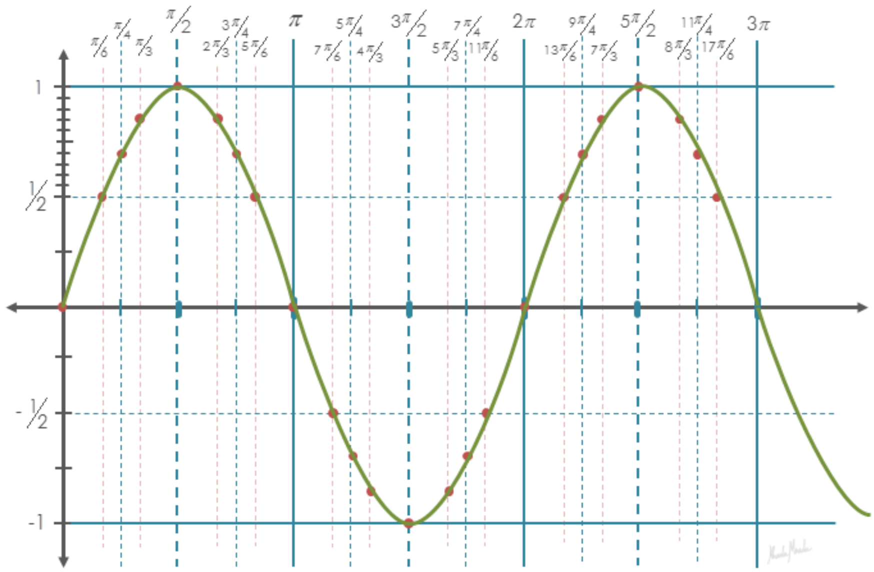
$f(x) = \operatorname{sen}x$

x	f(x)
0	0
$\pi/6$	$1/2$
$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$
$\pi/2$	1
$2\pi/3$	$\sqrt{3}/2$
$3\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
$5\pi/6$	$1/2$
π	0
$7\pi/6$	$-1/2$
$5\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$



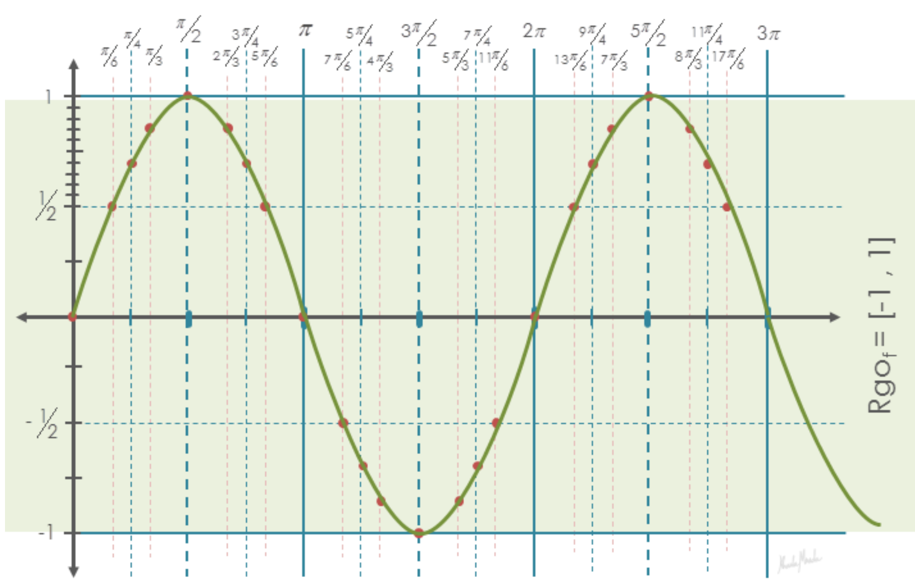
$f(x) = \text{sen}x$

x	f(x)
0	0
$\pi/6$	$1/2$
$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$
$\pi/2$	1
$2\pi/3$	$\sqrt{3}/2$
$3\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
$5\pi/6$	$1/2$
π	0
$7\pi/6$	$-1/2$
$5\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$



El dominio de la función seno es todos los reales no hay limite para los valores que puede tomar x.

El rango va de x = -1 a x = 1, que es el intervalo de valores que toma y.



$Dom_f = \mathbb{R}$

FUNCIONES. Trascendente. Trigonométricas: Función Coseno. Característica, Dominio

La función coseno. Es una de las funciones trigonométricas o circulares. Respecto a un triángulo rectángulo, se define como la razón del cateto adyacente de un ángulo entre la hipotenusa. Respecto al plano cartesiano, se define como la proyección del radio del círculo trigonométrico sobre el eje x.

$$f(x) = \cos x$$

Características de la función Coseno

- El argumento puede tomar cualquier valor real, $x \in \mathbb{R}$.
- Aunque los valores de x son números reales, dados en sistema decimal denominados radianes, representan ángulos. Entonces debemos tener a la mano la equivalencia entre sistema decimal y sistema sexagesimal para calcular los valores de seno y coseno.

Hagamos una tabla de valores con ángulos notables para graficarla, y así analizar mejor su comportamiento.

Vamos a hallar la imagen de la función coseno para cada valor de x de la tabla.

$f(x) = \cos x$

x	f(x)
0	
$\pi/6$	
$\pi/4$	
$\pi/3$	
$\pi/2$	
$2\pi/3$	
$3\pi/4$	
$5\pi/6$	
π	
$7\pi/6$	
$5\pi/4$	

Para $x = 0$, $f(0) = \cos 0$

Ángulo Sistema Decimal	Ángulo Sistema Sexagesimal
0	0°

$f(0) = \cos 0° = 1$

Para $x = \frac{\pi}{6}$, $f(\frac{\pi}{6}) = \cos\frac{\pi}{6}$

Ángulo Sistema Decimal	Ángulo Sistema Sexagesimal
$\pi/6$	30°

Razón Trig. \ α	0°	30°	45°	60°	90°
senα	0	1	2	3	4
cosα	4	3	2	1	0
	2				

$f(\frac{\pi}{6}) = \cos 30° = \sqrt{3}/2$

$$f(\frac{\pi}{6}) = \sqrt{3}/2$$

Para $x = \frac{\pi}{4}$, $f(\frac{\pi}{4}) = \cos\frac{\pi}{4}$

Ángulo Sistema Decimal	Ángulo Sistema Sexagesimal
$\pi/4$	45°

Razón Trig. \ α	0°	30°	45°	60°	90°
senα	0	1	2	3	4
cosα	4	3	2	1	0
	2				

$f(\frac{\pi}{4}) = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$f(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Nota: Del mismo modo calculamos la imagen de los demás valores de x. En lugar de la tabla, puedes usar la calculadora pasando los valores de x a grados.

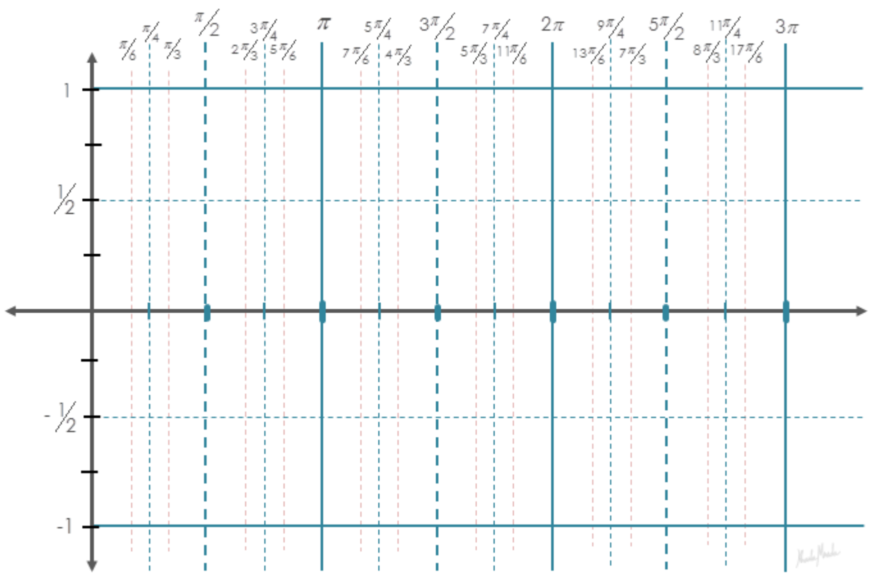
Gráfico de la Función Coseno

$f(x) = \cos x$

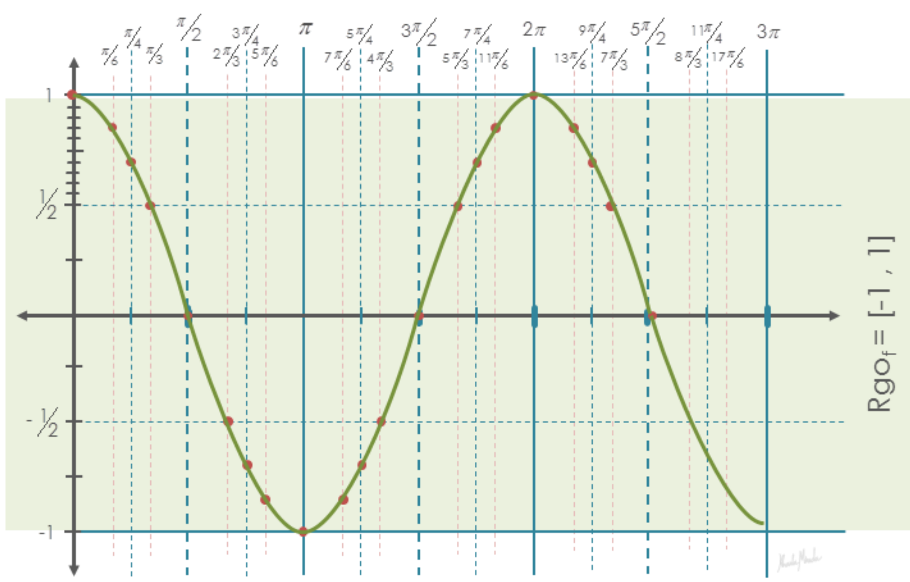
x	f(x)
0	1
$\pi/6$	$\sqrt{3}/2$
$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$
$\pi/3$	$1/2$
$\pi/2$	0
$2\pi/3$	$-1/2$
$3\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$
$5\pi/6$	$-\sqrt{3}/2$
π	-1
$7\pi/6$	$-\sqrt{3}/2$
$5\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$

Trazamos el plano cartesiano. Para el eje x establecemos una escala en función de π (π, 2π, 3π, …) .

Hemos trazado líneas verticales segmentadas para cada ángulo, de modo que ubiquemos más fácil los puntos.



Ubicamos cada punto según los pares de coordenadas obtenidos en la tabla



$Dom_f = \mathbb{R}$

Emparejando el Lenguaje

Función Seno. Es una de las funciones trigonométricas o circulares. Respecto a un triángulo rectángulo, se define como la razón del cateto opuesto de un ángulo entre la hipotenusa. Respecto al plano cartesiano, se define como la proyección del radio del círculo trigonométrico sobre el eje y.

Función coseno. Es una de las funciones trigonométricas o circulares. Respecto a un triángulo rectángulo, se define como la razón del cateto adyacente de un ángulo entre la hipotenusa. Respecto al plano cartesiano, se define como la proyección del radio del círculo trigonométrico sobre el eje x.