11

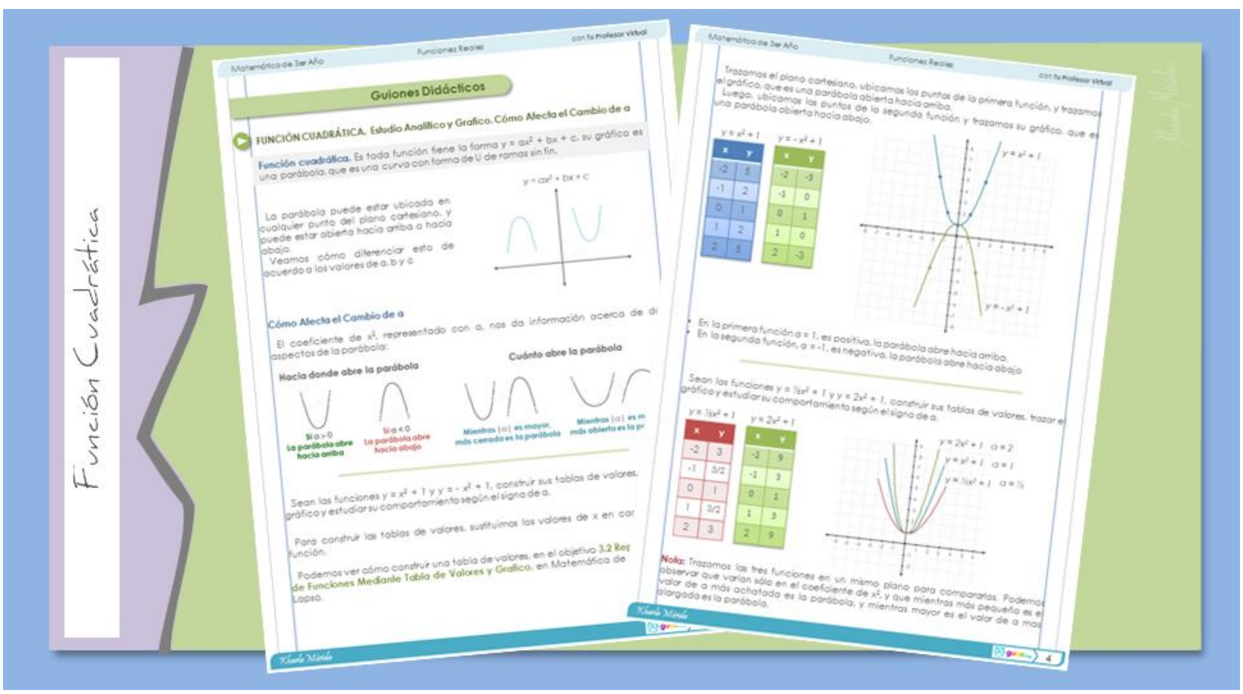
11va Unidad

Funciones

11.2 Función Cuadrática

Ser fuerte cuando todo está en calma es sencillo, la verdadera fortaleza se pone de manifiesto cuando la tormenta arremete y nos hace dudar de nuestras capacidades. Mantenerse enfocado bajo esas circunstancias es Ser Fuerte.

Descripción



Las Funciones Cuadráticas, otro tipo de relaciones y representaciones matemáticas. Movimientos de proyectiles, áreas de superficies, fenómenos económicos y sociales diversos, existen muchos fenómenos que son representados por este tipo de funciones. Conocer sus características y cómo se comportan es fundamental para el estudio de todos estos fenómenos.

Conocimientos Previos Requeridos

Plano Cartesiano, Representación de Punto en el Plano, Funciones, Dominio y Rango de Funciones, Representación de Función mediante Tabla de Valores.

Contenido

Estudio Analítico y Grafico. Como Afecta el Cambio de a y b, Ejercicios de Estudio Analítico y Grafico.

Videos Disponibles

FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Gráfico. Cómo afecta el Cambio de a

FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Gráfico. Cómo afecta el Cambio de b

FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Gráfico

FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Gráfico. Ejercicio 1

FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Gráfico. Ejercicio 2

FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Gráfico. Ejercicio 3

FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Gráfico. Ejercicio 4

FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Gráfico. Ejercicio 5

FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Gráfico. Ejercicio 6

FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Gráfico. Ejercicio 7

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

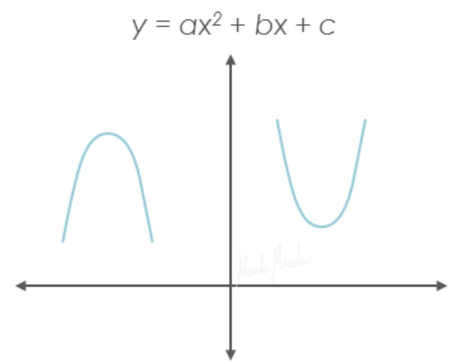
Guiones Didácticos

FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Grafico. Cómo Afecta el Cambio de a

Función cuadrática. Es toda función tiene la forma $y = ax^2 + bx + c$, su gráfico es una parábola, que es una curva con forma de U de ramas sin fin.

La parábola puede estar ubicada en cualquier punto del plano cartesiano, y puede estar abierta hacia arriba o hacia abajo.

Veamos cómo diferenciar esto de acuerdo a los valores de a, b y c



Cómo Afecta el Cambio de a

El coeficiente de x^2, representado con a, nos da información acerca de dos aspectos de la parábola:

Sean las funciones $y = x^2 + 1$ y $y = - x^2 + 1$, construir sus tablas de valores, trazar el gráfico y estudiar su comportamiento según el signo de a.

Para construir las tablas de valores, sustituimos los valores de x en cada x de la función.

Podemos ver cómo construir una tabla de valores, en el objetivo **3.2 Representación de Funciones Mediante Tabla de Valores y Grafico**, en Matemática de 2do año 1er Lapso.

Trazamos el plano cartesiano, ubicamos los puntos de la primera función, y trazamos el gráfico, que es una parábola abierta hacia arriba.

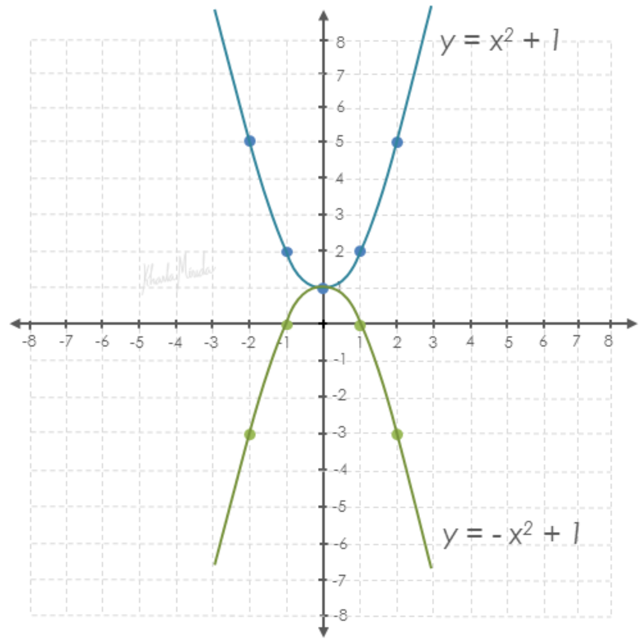
Luego, ubicamos los puntos de la segunda función y trazamos su gráfico, que es una parábola abierta hacia abajo.

$y = x^2 + 1$

x	y
-2	5
-1	2
0	1
1	2
2	5

$y = -x^2 + 1$

x	y
-2	-3
-1	0
0	1
1	0
2	-3



- En la primera función a = 1, es positiva, la parábola abre hacia arriba.
- En la segunda función, a = -1, es negativa, la parábola abre hacia abajo

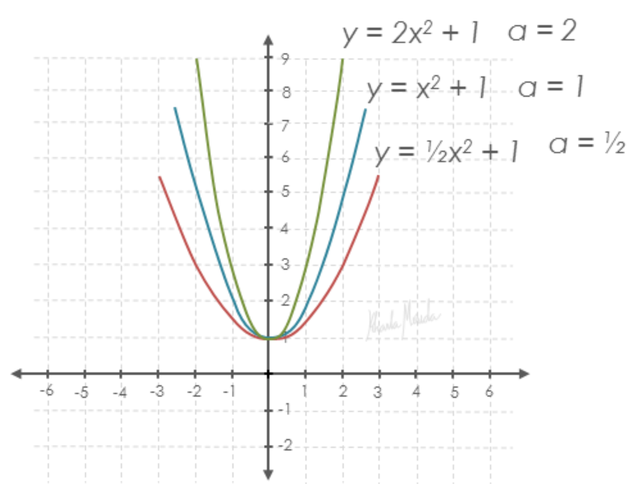
Sean las funciones $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ y $y = 2x^2 + 1$, construir sus tablas de valores, trazar el gráfico y estudiar su comportamiento según el signo de a.

$y = \frac{1}{2}x^2 + 1$

x	y
-2	3
-1	3/2
0	1
1	3/2
2	3

$y = 2x^2 + 1$

x	y
-2	9
-1	3
0	1
1	3
2	9



Nota: Trazamos las tres funciones en un mismo plano para compararlas. Podemos observar que varían sólo en el coeficiente de x^2, y que mientras más pequeño es el valor de a más achatada es la parábola, y mientras mayor es el valor de a mas alargada es la parábola.

FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Grafico. Cómo Afecta el Cambio de b

Cómo Afecta el Cambio de b y c

En $y = ax^2 + bx + c$ observamos que b, que es el coeficiente de x.

De manera individual no nos da información específica del gráfico de la parábola, como lo hace a, pero es parte de las fórmulas de las coordenadas del vértice, y de los cortes de la parábola con el eje x.

Vértice

$$x = -\frac{b}{2a} \qquad y = \frac{4ac - b^2}{4a} \qquad V\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$$

Ejemplo

Hallemos el vértice de las parábolas correspondientes a las siguientes funciones cuadráticas aplicando las fórmulas de las coordenadas

$y = 2x^2 + 5x + 1$ $\qquad$ $y = x^2 - 4x + 1$ $\qquad$ $y = 3x^2 - x + 5$

$$y = 2x^2 + 5x + 1$$

Tenemos que $a = 2$, $b = 5$ y $c = 1$

$$V\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$$

Sustituimos los valores de a, b y c donde corresponda en las fórmulas de las coordenadas.

$$V\left(-\frac{5}{2\cdot 2}, \frac{4\cdot 2\cdot 1 - 5^2}{4\cdot 2}\right)$$

Efectuamos las operaciones indicadas

$$V\left(-\frac{5}{4}, -\frac{17}{8}\right)$$

$$y = x^2 - 4x + 1$$

Tenemos que $a = 1$, $b = -4$ y $c = 1$

$$V\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$$

Sustituimos los valores de a, b y c donde corresponda en las fórmulas de las coordenadas.

$$V\left(-\frac{-4}{2\cdot 1}, \frac{4\cdot 1\cdot 1 - (-4)^2}{4\cdot 1}\right)$$

Efectuamos las operaciones indicadas

$$V(2, -3)$$

$$y = 3x^2 - x + 5$$

Tenemos que $a = 3$, $b = -1$ y $c = 5$

$$V\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$$

Sustituimos los valores de a, b y c donde corresponda en las fórmulas de las coordenadas.

$$V\left(-\frac{-1}{2\cdot 3}, \frac{4\cdot 3\cdot 5 - (-1)^2}{4\cdot 3}\right)$$

Efectuamos las operaciones indicadas

$$V\left(\frac{1}{6}, \frac{59}{12}\right)$$

En $y = ax^2 + bx + c$ observamos que c es el término independiente, su valor se corresponde con el punto donde la parábola corta al eje y.

Para las tres funciones dadas anteriormente podemos decir que:

$y = 2x^2 + 5x + 1$	$y = x^2 - 4x + 1$	$y = 3x^2 - x + 5$
Corta al eje y en 1	Corta al eje y en 1	Corta al eje y en 5

FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Grafico

Dada la Función $y = x^2 - 2x - 8$, hacer el estudio analítico para determinar en qué sentido abre la parábola, el corte con el eje y, las coordenadas del vértice, hacer una tabla de valores y graficar.

En esta función, a = 1, b = -2 y c = -8

- a es positiva, la parábola tiene sentido positivo, es decir, abre hacia arriba.
- c vale -8, la parábola corta al eje y en -8.

Vértice

$V\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ Sustituimos los valores de a, b y c. $V\left(-\frac{-2}{2\cdot 1}, \frac{4\cdot 1\cdot(-8)-(-2)^2}{4\cdot 1}\right)$

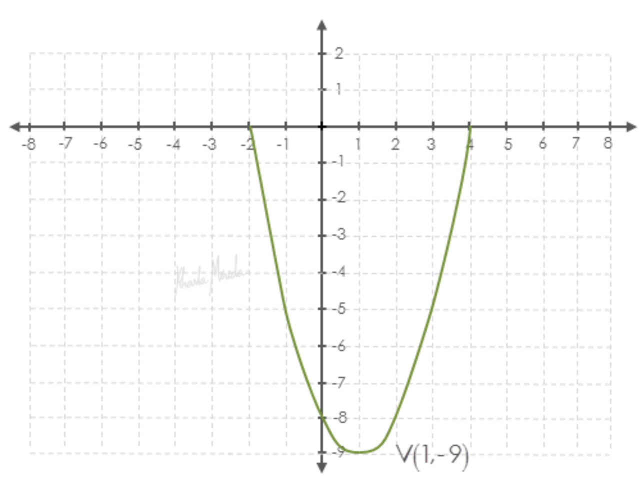
Efectuamos los productos, y potencia operamos los signos, resta y simplificamos. $V(1,-9)$

Tabla de valores

Ubicamos las coordenadas del vértice de la parábola como centro. Partiendo de ellas damos a x dos valores menores y dos valores mayores (respecto al del vértice), y hallamos las imágenes respectivas en y.

x	Y
-1	-5
0	-8
1	-9
2	-8
3	-5

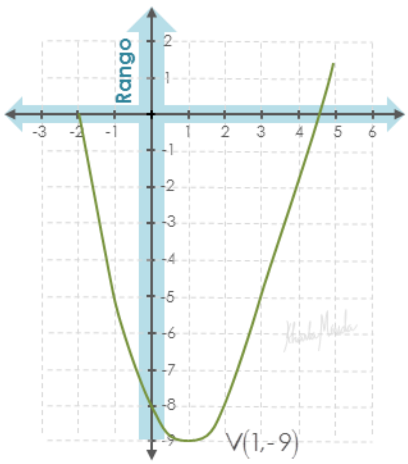
Ubicamos los puntos en el plano, y trazamos la gráfica.



Como puedes ver, abre hacia arriba, corta al eje y en -8 y tiene el vértice en (1, -9)

Dominio y Rango

Recordemos. El dominio son los valores que puede tomar x para que la función tenga imágenes reales. Y el rango son los valores que toma la función, esto es los valores de y.



x puede tomar cualquier valor real, por lo que su dominio va desde menos infinito a más infinito.

Domf = ℝ

Las imágenes de la función son valores de y que van desde -9 en adelante, por lo que el rango va de -9 a más infinito.

Rgof = $[-9, \infty)$

FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Grafico. Ejercicio 1

Dada la Función $y = 2x^2 - x - 3$, hacer el estudio analítico para determinar en qué sentido abre la parábola, el corte con el eje y, cortes con el eje x, las coordenadas del vértice, hacer una tabla de valores y graficar.

En esta función, a = 2, b = -1 y c = -3

- a = 2 > 0, es positiva, la parábola tiene sentido positivo, es decir, abre hacia arriba.
- c = -3, la parábola **corta al eje y** en -3.

Corte con eje x

Los puntos que están sobre el eje x tienen como ordenada y = 0. Entonces, que para hallar los cortes con el eje x, haremos y = 0.

$$y = 2x^2 - x - 3 \xrightarrow{\text{Sustituimos}} y = 0 \qquad 0 = 2x^2 - x - 3 \quad \text{Ordenando} \quad 2x^2 - x - 3 = 0$$

La ecuación $2x^2 - x - 3 = 0$ es una ecuación de segundo grado. Debemos factorizar la expresión.

$$(x + 1)(2x - 3) = 0$$

Nota: es importante manejar con dominio las factorizaciones para resolver sin dificultad este tipo de casos. Puedes revisar en el objetivo **7.4 Factorización. Trinomios Cuadrados. Parte II** para poner al día este recurso.

Para que el producto de dos factores sea cero, es necesario que uno u otro factor sea cero.

$$(x + 1)(2x - 3) = 0$$

$$x + 1 = 0 \qquad 2x - 3 = 0$$

Despejando en cada caso

$$x = -1 \qquad x = 3/2$$

Vértice

$$V\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

Sustituimos los valores de a, b y c.
a = 2, b = -1 y c = -3

$$V\left(-\frac{-1}{2\cdot 2}, \frac{4\cdot 2\cdot(-3)-(-1)^2}{4\cdot 2}\right)$$

Efectuamos los productos, y potencia operamos los signos, resta y simplificamos.

$$V\left(\tfrac{1}{4}, -\tfrac{25}{8}\right)$$

Tabla de valores

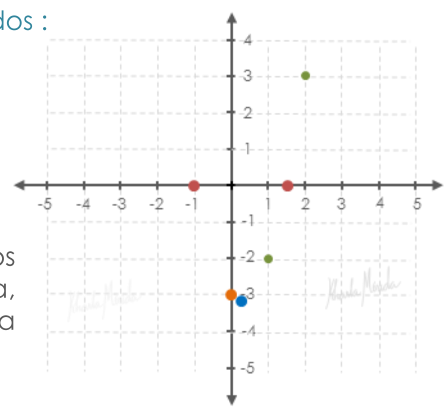
Ubicamos las coordenadas del vértice de la parábola como centro. Partiendo de ellas damos a x dos valores menores y dos valores mayores (respecto al valor x del vértice), y hallamos las imágenes respectivas en y.

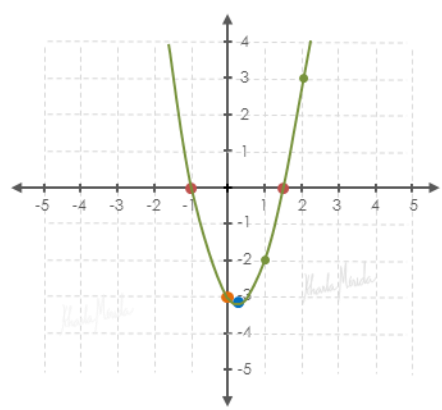
x	y
-1	0
0	-3
¼	-25/8
1	-2
2	3

Ubicamos en el plano los puntos obtenidos :

Puntos Notables.
Con el eje y, y = -3
Con el eje x, x = -1 , x = 3/2
Vértice, $V\left(\tfrac{1}{4}, -\tfrac{25}{8}\right)$

Nota: con los 4 puntos notables podemos darnos una idea de cómo es la gráfica, pero ubicaremos los demás puntos de la tabla para trazar la curva.





Con el gráfico listo, podemos observar claramente la correspondencia de los valores de a, b y c con las características gráficas de la función cuadrática.

- a es positivo, la parábola abre hacia arriba,
- c = -3, la parábola corta al eje y en -3
- Las raíces o ceros de la función son x = -1 y x = 3/2, estos son los cortes con el eje x

Dominio y Rango

En toda función cuadrática x puede tomar cualquier valor real, por lo que el dominio va de menos infinito a más infinito.

Domf = ℝ

Las imágenes de la función (valores de y) van desde -25/8 en adelante, por lo que el rango va de -25/8 a más infinito.

Rgof = [-25/8 , ∞)

FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Grafico. Ejercicio 2

Dada la Función $y = -x^2 + 4x - 5$, hacer el estudio analítico para determinar en qué sentido abre la parábola, el corte con el eje y, cortes con el eje x, las coordenadas del vértice, hacer una tabla de valores y graficar.

En esta función, $a = -1$, $b = 4$ y $c = -5$

- $a = -1 < 0$, es negativa, la parábola tiene sentido negativo, es decir, abre hacia abajo.
- $c = -5$, la parábola **corta al eje y** en -5.

Corte con eje x

Los puntos que están sobre el eje x tienen como ordenada y = 0. Entonces, que para hallar los cortes con el eje x, haremos y = 0.

$$y = -x^2 + 4x - 5 \quad \xrightarrow{\text{Sustituimos } y = 0} \quad 0 = -x^2 + 4x - 5$$

Multiplicamos por -1 ambos lados de la ecuación para hacer que el coeficiente de x^2 sea positivo.

$$x^2 - 4x + 5 = 0$$

No hay dos números enteros que multiplicados den 5 y sumados den 4. Calculamos el discriminante de la expresión cuadrática para saber si la ecuación tiene solución y cuántas.

Aplicamos la fórmula de discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac$. En la ecuación tenemos que $a = 1$, $b = -4$ y $c = 5$.

$$\Delta = 4^2 - 4(1)(5)$$

$$\Delta = 16 - 20 = -4$$

Nota: El discriminante es negativo, entonces la ecuación de 2do grado no tiene solución. Como esta ecuación se obtuvo para hallar los cortes con el eje x, si no tiene solución es porque **no hay corte con el eje x**.

Vértice

$$V\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

$$y = -x^2 + 4x - 5$$

Sustituimos los valores de a, b y c.
$a = -1$, $b = 4$ y $c = -5$

$$V\left(-\frac{4}{2\cdot(-1)}, \frac{4\cdot(-1)\cdot(-5) - (4)^2}{4\cdot(-1)}\right)$$

Efectuamos los productos, y potencia operamos los signos, resta y simplificamos.

$$V(2,-1)$$

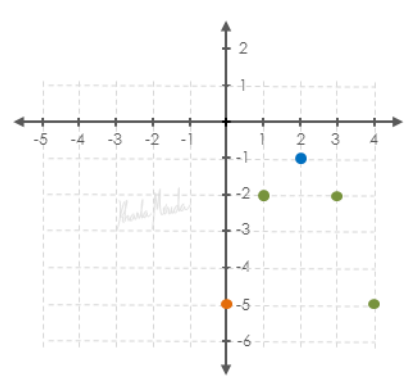
Tabla de valores

x	Y
0	-5
1	-2
2	-1
3	-2
4	-5

Ubicamos en el plano los puntos obtenidos :

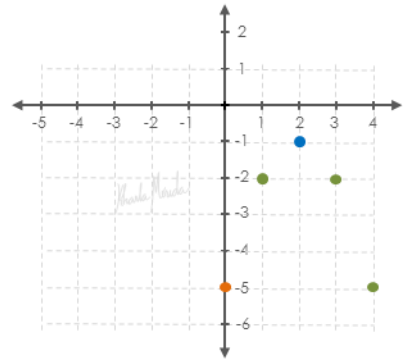
Puntos Notables.
Con el eje y, y = -5
Con el eje x, no hay

Vértice, (2 -1)



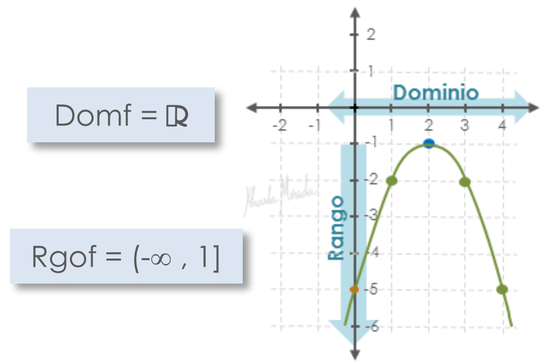
Con el gráfico listo, podemos observar claramente la correspondencia de los valores de a, b y c con las características gráficas de la función cuadrática.

- a es negativo, la parábola abre hacia abajo,
- c vale -5 por lo que la parábola corta al eje y en -5.



El dominio de la función es todos los reales, porque para todo valor que se de a x se obtendrá como resultado un número real.

El rango, o conjunto de las imágenes (valores que toma y). En este caso, y toma valores que están por debajo de -1 y el -1. El rango es desde menos infinito hasta -1.



Nota: En las parábolas el vértice es la referencia (frontera) de los valores que toma y.

FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Grafico. Ejercicio 3

Dada la Función $y = -2x^2 + 6x$, hacer el estudio analítico y graficar.

En esta función, a = -2, b = 6 y c = 0

- $a = -2 < 0$, es negativa, la parábola tiene sentido negativo, es decir, abre hacia abajo.
- c = 0, la parábola **corta al eje y** en 0, el origen.

Corte con eje x

Los puntos que están sobre el eje x tienen como ordenada y = 0. Entonces, que para hallar los cortes con el eje x, haremos y = 0.

$y = -2x^2 + 6x$ $\quad \xrightarrow{\text{Sustituimos } y = 0} \quad$ $0 = -2x^2 + 6x$

Multiplicamos por -1 ambos lados de la ecuación para hacer que el coeficiente de x^2 sea positivo. $\qquad 2x^2 - 6x = 0$

Sacamos 2x factor común. $\qquad 2x(x - 3) = 0$

Igualamos a 0 cada factor. $\qquad x = 0 \ , \ x - 3 = 0$

Despejamos $\qquad x = 0 \ , \ x = 3$

Vértice

$$y = -2x^2 + 6x$$

$V\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ Sustituimos los valores de a, b y c. $a = -2,\ b = 6\ y\ c = 0$ $V\left(-\frac{6}{2\cdot(-2)}, \frac{4\cdot(-2)\cdot 0-6^2}{4\cdot(-2)}\right)$

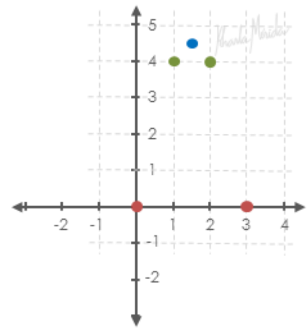
Efectuamos los productos, y potencia operamos los signos, resta y simplificamos. $V\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$

Tabla de valores

x	Y
0	0
1	4
3/2	9/2
2	4
3	0

Ubicamos en el plano los puntos obtenidos :

Puntos Notables.
Con el eje y, $y = 0$
Con el eje x, $x = 0$, $x = 3$
Vértice, $V\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$

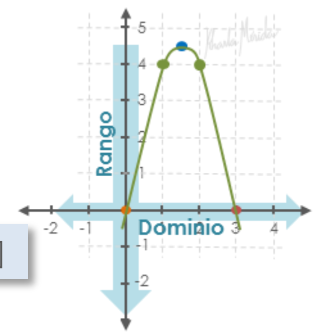


El dominio de la función es todos los reales, porque para todo valor que se de a x se obtendrá como resultado un número real.

El rango. En esta función, y toma valores que están por debajo de 9/2 y el 9/2. El rango va desde menos infinito hasta 9/2.

$\text{Domf} = \mathbb{R}$

$\text{Rgof} = (-\infty , 9/2]$



FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Grafico. Ejercicio 4

Dada la Función $y = x^2 - 5x$, hacer el estudio analítico y graficar

En esta función, $a = 1$, $b = -5$ y $c = 0$

- $a = 1 > 0$, es positiva, la parábola tiene sentido positivo, es decir, abre hacia arriba.
- $c = 0$, la parábola **corta al eje y** en 0, el origen.

Corte con eje x

Los puntos que están sobre el eje x tienen como ordenada $y = 0$. Entonces, que para hallar los cortes con el eje x, haremos $y = 0$.

$$y = x^2 - 5x \quad \xrightarrow[\text{Sustituimos } y = 0]{} \quad 0 = x^2 - 5x$$

Ordenamos la ecuación y sacamos factor común x. $x^2 - 5x = 0$

$x(x-5) = 0$

Igualando a cero cada factor y despejando. $x = 0 \quad x = 5$

Vértice

$$y = x^2 - 5x$$

$V\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ Sustituimos los valores de a, b y c.
a = 1, b = -5 y c = 0

$$V\left(-\frac{-5}{2\cdot(1)}, \frac{4\cdot(1)\cdot 0-(-5)^2}{4\cdot(1)}\right)$$

Efectuamos los productos, y potencia operamos los signos, resta y simplificamos.

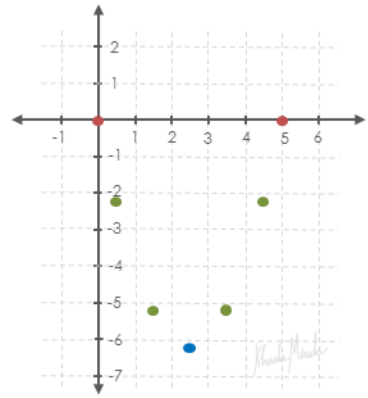
$$V\left(5/2, -25/4\right)$$

Tabla de valores

x	Y
1	-4
2	-6
5/2	-25/4
3	-6
4	-4

Ubicamos en el plano los puntos obtenidos :

Puntos Notables.
Con el eje y, y = 0
Con el eje x, x = 0 , x = 5
Vértice, $V\left(5/2, -25/4\right)$

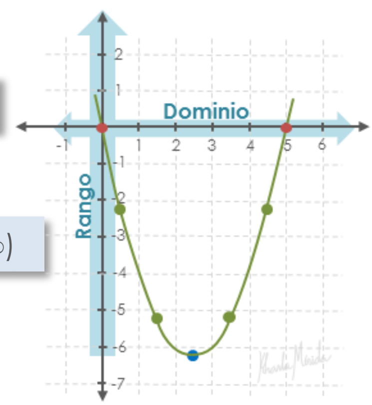


El dominio de la función es todos los reales, porque para todo valor que se de a x se obtendrá como resultado un número real.

El rango. En esta función, y toma valores que están por encima de -25/4 y el -25/4. El rango va desde -25/4 a infinito.

Domf = ℝ

Rgof = [-25/4, ∞)



FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Grafico. Ejercicio 5

Dada la Función $y = x^2 - 4$, hacer el estudio y graficar.

En esta función, a = 1, b = 0 y c = -4

- a = 1 > 0, es positiva, la parábola tiene sentido positivo, es decir, abre hacia arriba.
- c = -4, la parábola **corta al eje y** en -4.

Corte con eje x

Los puntos que están sobre el eje x tienen como ordenada y = 0. Entonces, que para hallar los cortes con el eje x, haremos y = 0.

$y = x^2 - 4$ Sustituimos y = 0 → $0 = x^2 - 4$

Ordenamos la ecuación y fact5orizamos la diferencia de cuadrados.

$$x^2 - 4 = 0$$

$$(x-2)(x+2) = 0$$

Igualando a cero cada factor y despejando.

$$x = 2 \quad x = -2$$

Vértice

$y = x^2 - 4$

$V\left(-\dfrac{b}{2a}, \dfrac{4ac-b^2}{4a}\right)$ Sustituimos los valores de a, b y c. $a = 1, b = 0$ y $c = -4$ $V\left(-\dfrac{0}{2\cdot(1)}, \dfrac{4\cdot(1)\cdot(-4)-0^2}{4\cdot(1)}\right)$

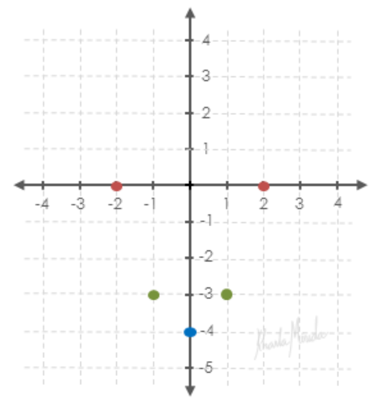
Efectuamos los productos, y potencia operamos los signos, resta y simplificamos. $V(0,-4)$

Tabla de valores

x	Y
-2	0
-1	-3
0	-4
1	-3
2	0

Ubicamos en el plano los puntos obtenidos :

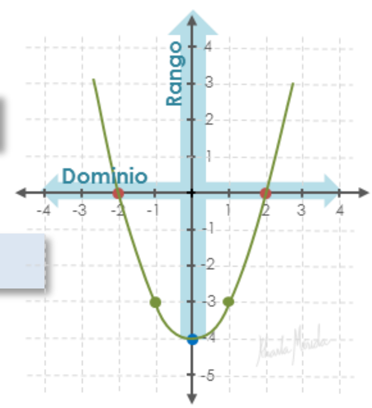
Puntos Notables.
Con el eje y, $y = -4$
Con el eje x, $x = 2$, $x = -2$
Vértice, $V(0,-4)$



El dominio de la función es todos los reales, porque para todo valor que se de a x se obtendrá como resultado un número real.
El rango. En esta función, y toma valores que están por encima de -4 y el -4. El rango va desde -4 hasta infinito.

Domf = ℝ

Rgof = $[-4, \infty)$



FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Grafico. Ejercicio 6

Dada la Función $y = 9 - x^2$, hacer el estudio analítico y graficar.

En esta función, $a = -1$, $b = 0$ y $c = 9$
- $a = -1 < 0$, es negativa, la parábola tiene sentido negativo, abre hacia abajo.
- $c = 9$, la parábola **corta al eje y** en 9.

Corte con eje x

Los puntos que están sobre el eje x tienen como ordenada $y = 0$. Hacemos $y = 0$.

$y = 9 - x^2$ Sustituimos $y = 0$ $\rightarrow$ $0 = 9 - x^2$

Ordenamos la ecuación, multiplicamos por -1 y factorizamos la diferencia de cuadrados.

$x^2 - 9 = 0$

$(x - 3)(x + 3) = 0$

Igualando a cero cada factor y despejando.

$x = 3 \quad x = -3$

Vértice

$y = 9 - x^2$

$V\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ Sustituimos los valores de a, b y c.
a = -1, b = 0 y c = 9

$V\left(-\frac{0}{2\cdot(-1)}, \frac{4\cdot(-1)\cdot(9)-0^2}{4\cdot(-1)}\right)$

Efectuamos los productos, y potencia operamos los signos, resta y simplificamos.

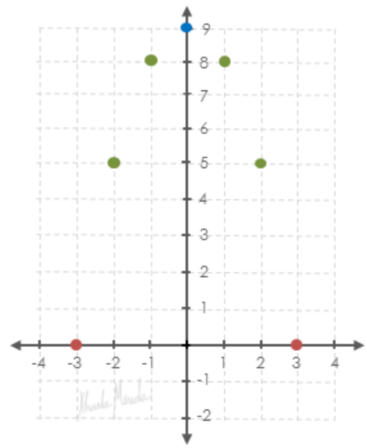
V(0,9)

Tabla de valores

x	Y
-2	5
-1	8
0	9
1	8
2	5

Ubicamos en el plano los puntos obtenidos :

Puntos Notables.
Con el eje y, y = 9
Con el eje x, x = 3 , x = -3
Vértice, V(0,9)

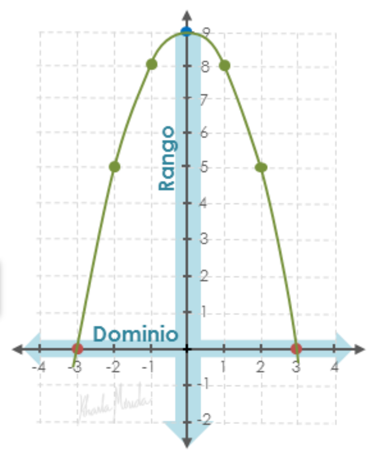


El dominio de la función es todos los reales, porque para todo valor que se de a x se obtendrá como resultado un número real.

El rango. En esta función, y toma valores que están por debajo de 9 y el 9. El rango va desde menos infinito hasta 9.

Domf = ℝ

Rgof = (-∞ , 9]



FUNCIÓN CUADRÁTICA. Estudio Analítico y Grafico. Ejercicio 7

Dada la Función $y = 2x^2$, hacer el estudio analítico y graficar.

En esta función, a = 2, b = 0 y c = 0

- a = 2 > 0, es positiva, la parábola tiene sentido positivo, abre hacia arriba.
- c = 0, la parábola **corta al eje y** en 0.

Corte con eje x

Los puntos que están sobre el eje x tienen como ordenada y = 0. Hacemos y = 0.

$y = 2x^2$ Sustituimos y = 0 → $0 = 2x^2$

Despejando x. x = 0

Vértice

$$y = 2x^2$$

$$V\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$$

Sustituimos los valores de a, b y c.
a = 2, b = 0 y c = 0

$$V\left(-\frac{0}{2\cdot 2}, \frac{4\cdot 2\cdot 0-0^2}{4\cdot 2}\right)$$

Efectuamos los productos, y potencia operamos los signos, resta y simplificamos.

$$V(0,0)$$

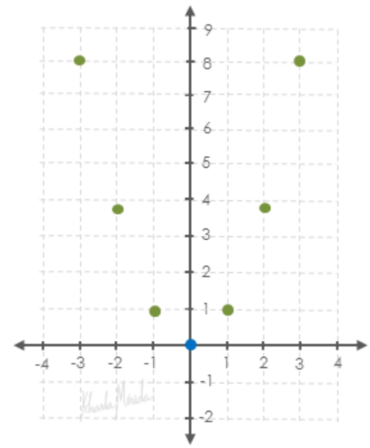
Tabla de valores

x	Y
-2	8
-1	2
0	0
1	2
2	8

Ubicamos en el plano los puntos obtenidos :

Puntos Notables.
Con el eje y, y = 0
Con el eje x, x = 0

Vértice, $V(0,0)$

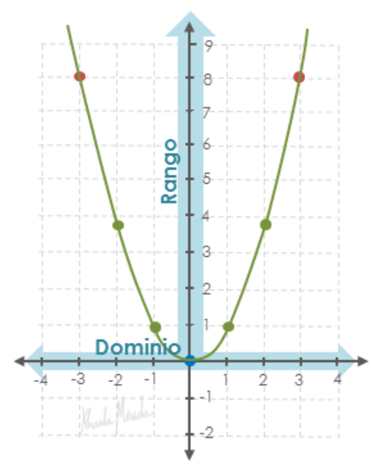


El dominio de la función es todos los reales, porque para todo valor que se de a x se obtendrá como resultado un número real.

El rango. En esta función, y toma valores que están por encima de 0 y el 0. El rango va desde 0 hasta infinito.

Domf = ℝ

Rgof = [0 , ∞)



Emparejando el Lenguaje

Función cuadrática. Es toda función tiene la forma $y = ax^2 + bx + c$, su gráfico es una parábola, que es una curva con forma de U de ramas sin fin.

A Practicar

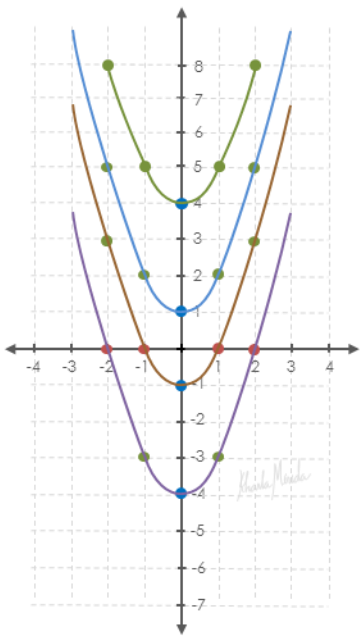
En cada ejercicio trazar el gráfico de todas las funciones en un solo plano y hacer estudio analítico comparando: Valores de a, b y c, vértice y corte con los ejes.

1. $y = x^2 + 4$, $y = x^2 - 4$, $y = x^2 - 1$, $y = x^2 + 1$
2. $y = x^2 - 4$, $y = 4 - x^2$
3. $y = -\frac{1}{2}x^2$, $y = -x^2$, $y = -2x^2$

¿Lo Hicimos Bien?

En cada ejercicio trazar el gráfico de todas las funciones en un solo plano y hacer estudio analítico comparando: Valores de a, b y c, vértice y corte con los ejes.

1. $y = x^2 + 4$, $y = x^2 - 4$, $y = x^2 - 1$, $y = x^2 + 1$



$y = x^2 + 4$ a = 1 , b = 0 , c = 4

a = 1 > 0 , abre hacia arriba
Puntos Notables.
Con el eje y, y = 4
Con el eje x, No hay
Vértice, (0 , 4)

$y = x^2 + 1$ a = 1 , b = 0 , c = 1

a = 1 > 0 , abre hacia arriba
Puntos Notables.
Con el eje y, y = 1
Con el eje x, No hay
Vértice, (0 , 1)

$y = x^2 - 4$ a = 1 , b = 0 , c = -4

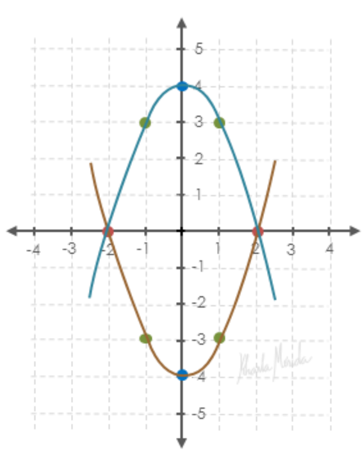
a = 1 > 0 , abre hacia arriba
Puntos Notables.
Con el eje y, y = -4
Con el eje x, (-2 , 0) , (2 , 0)
Vértice, (0 , -4)

$y = x^2 - 1$ a = 1 , b = 0 , c = -1

a = 1 > 0 , abre hacia arriba
Puntos Notables.
Con el eje y, y = -1
Con el eje x, (-1 , 0) , (1 , 0)
Vértice, (0 , -1)

Nota: Las funciones cuadráticas en las que b = 0 tienen el vértice sobre el eje y, siendo el valor de c el que indica en qué punto del eje y está.

2. $y = x^2 - 4$, $y = 4 - x^2$



$y = x^2 - 4$ a = 1 , b = 0 , c = 4

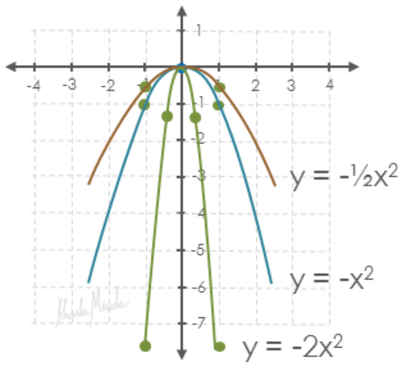
a = 1 > 0 , abre hacia arriba
Puntos Notables.
Con el eje y, y = -4
Con el eje x, (-2 , 0) , (2 , 0)
Vértice, (0 , -4)

$y = 4 - x^2$ a = -1 , b = 0 , c = 4

a = -1 < 0, abre hacia abajo
Puntos Notables.
Con el eje y, y = 4
Con el eje x, (-2 , 0) , (2 , 0)
Vértice, (0 , 4)

Nota: Estas dos funciones se diferencian en el signo. Una es opuesta de la otra. La que tiene valor de a positivo abre hacia arriba, la que tiene valor de a negativo abre hacia abajo.

3. $y = -\frac{1}{2}x^2$, $y = -x^2$, $y = -2x^2$



Nota: Las funciones cuadráticas de la forma $y = ax^2$ tienen vértice en el origen.

$y = -\frac{1}{2}x^2$ $a = -\frac{1}{2}$, $b = 0$, $c = 0$

$a = -\frac{1}{2} < 0$, abre hacia abajo
Puntos Notables.
Con el eje y, $y = 0$
Con el eje x, $x = 0$
Vértice, (0 , 0)

$y = -x^2$ $a = -1$, $b = 0$, $c = 0$

$a = -1 < 0$, abre hacia abajo
Puntos Notables.
Con el eje y, $y = 0$
Con el eje x, $x = 0$
Vértice, (0 , 0)

$y = -2x^2$ $a = -2$, $b = 0$, $c = 0$

$a = -2 < 0$, abre hacia abajo
Puntos Notables.
Con el eje y, $y = 0$
Con el eje x, $x = 0$
Vértice, (0 , 0)