11

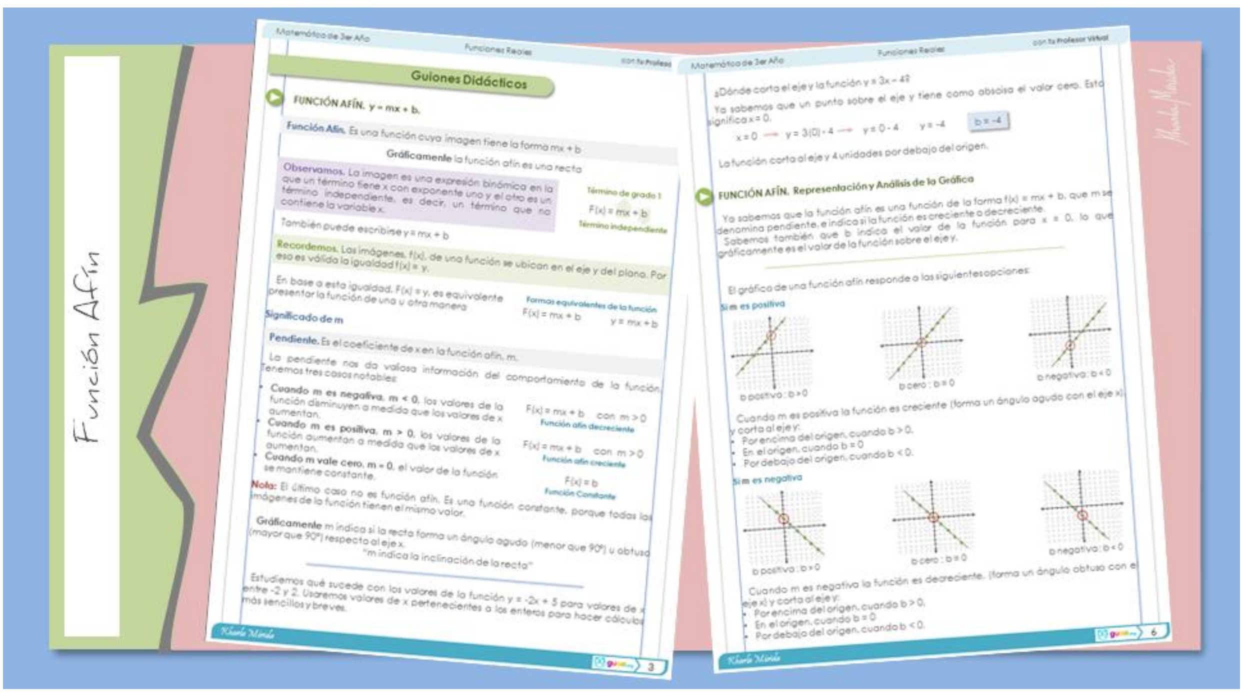
11va Unidad

Funciones

11.1 Función Afín

Y desarrolló una fuerza arrolladora con la que se abre paso entre tormentas de fuego. Nada le amilana porque hace del miedo su fuente de energía… Es Vida misma, es Valiente.

Descripción



Función Afín, es uno de los tipos de funciones más simples definidas. Conocer su comportamiento gráfico y analítico es fundamental para avanzar en conocimientos matemáticos, que a su vez son aplicados en el estudio de infinidad de fenómenos matemáticos. Las funciones son usadas para representar situaciones humanas, tecnológicas, físicas, y otras. De ahí la importancia de ser conscientes de sus características. Conozcamos este tipo de Funciones.

Conocimientos Previos Requeridos

Plano Cartesiano, Representación de Punto en el Plano, Funciones, Dominio y Rango de Funciones, Representación de Función mediante Tabla de Valores.

Contenido

Definición de Función Afín, Significado de cada Función, Representación y Análisis de la Gráfica.

Videos Disponibles

FUNCIÓN AFÍN. y = mx + b

FUNCIÓN AFÍN. y = mx + b. Significado de b

FUNCIÓN AFÍN. Representación y Análisis de la Gráfica

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

FUNCIÓN AFÍN. $y = mx + b$.

Función Afín. Es una función cuya imagen tiene la forma mx + b

Gráficamente la función afín es una recta

Observamos. La imagen es una expresión binómica en la que un término tiene x con exponente uno y el otro es un término independiente, es decir, un término que no contiene la variable x.

Término de grado 1

$F(x) = mx + b$

Término independiente

También puede escribirse $y = mx + b$

Recordemos. Las imágenes, f(x), de una función se ubican en el eje y del plano. Por eso es válida la igualdad $f(x) = y$.

En base a esta igualdad, $F(x) = y$, es equivalente presentar la función de una u otra manera

Formas equivalentes de la función

$F(x) = mx + b$ $\quad$ $y = mx + b$

Significado de m

Pendiente. Es el coeficiente de x en la función afín, m.

La pendiente nos da valiosa información del comportamiento de la función. Tenemos tres casos notables:

- **Cuando m es negativa, $m < 0$,** los valores de la función disminuyen a medida que los valores de x aumentan.

  $F(x) = mx + b$ con $m > 0$

  Función afín decreciente
- **Cuando m es positiva, $m > 0$,** los valores de la función aumentan a medida que los valores de x aumentan.

  $F(x) = mx + b$ con $m > 0$

  Función afín creciente
- **Cuando m vale cero, $m = 0$,** el valor de la función se mantiene constante.

  $F(x) = b$

  Función Constante

Nota: El último caso no es función afín. Es una función constante, porque todas las imágenes de la función tienen el mismo valor.

Gráficamente m indica si la recta forma un ángulo agudo (menor que 90°) u obtuso (mayor que 90°) respecto al eje x.

"m indica la inclinación de la recta"

Estudiemos qué sucede con los valores de la función $y = -2x + 5$ para valores de x entre -2 y 2. Usaremos valores de x pertenecientes a los enteros para hacer cálculos más sencillos y breves.

$y = -2x + 5 \quad -2 \leq x \leq 2 \quad x \in \mathbb{Z}$

Los valores de x **aumentan**

$x = -2 \rightarrow y = -2(-2) + 5 \rightarrow y = 4 + 5 \quad \boxed{y = 9}$

$x = -1 \rightarrow y = -2(-1) + 5 \rightarrow y = 2 + 5 \quad \boxed{y = 7}$

$x = 0 \rightarrow y = -2(0) + 5 \rightarrow y = 0 + 5 \quad \boxed{y = 5}$

$x = 1 \rightarrow y = -2(1) + 5 \rightarrow y = -2 + 5 \quad \boxed{y = 3}$

$x = 2 \rightarrow y = -2(2) + 5 \rightarrow y = -4 + 5 \quad \boxed{y = 1}$

Los valores de y **disminuyen**

Observación. que a medida que los valores de x aumentan, los valores de la imagen de la función disminuyen esto ocurre cuando el valor de la pendiente, m, es negativo

Estudia el comportamiento de la función y = 3x + 1 y analiza lo que sucede con los valores de sus imágenes

FUNCIÓN AFÍN. y = mx + b. Significado de b

El valor de b es de gran importancia para el estudio de funciones afines. Ya sea analítica o gráficamente, b corresponde al valor de la función cuando x vale cero. Esto representa una situación notable en el comportamiento de una función.

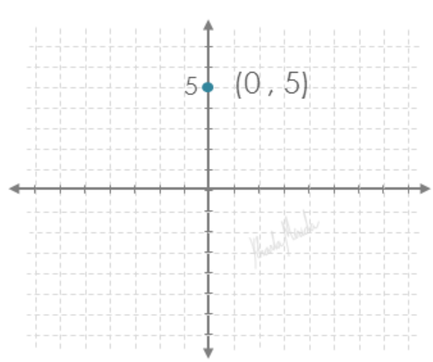
Gráficamente b es el valor de la función en el eje y. Dicho de otra manera:
"b es el corte con el eje y"

Ejemplo

En la función estudiada en la lección anterior vimos que cuando x = 0 , y = 5.

$x = 0 \rightarrow y = -2(0) + 5 \rightarrow y = 0 + 5 \quad \boxed{y = 5}$

Este valor de y es el valor de b. El par ordenado (0 , 5) se ubica sobre el eje y.



¿Dónde corta el eje y la función $y = 3x - 4$?

Ya sabemos que un punto sobre el eje y tiene como abscisa el valor cero. Esto significa $x = 0$.

$x = 0 \rightarrow y = 3(0) - 4 \rightarrow y = 0 - 4 \quad y = -4 \quad \boxed{b = -4}$

La función corta al eje y 4 unidades por debajo del origen.

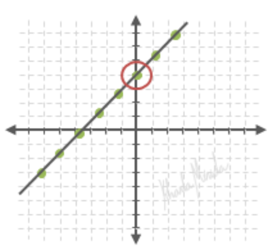
FUNCIÓN AFÍN. Representación y Análisis de la Gráfica

Ya sabemos que la función afín es una función de la forma $f(x) = mx + b$, que m se denomina pendiente, e indica si la función es creciente o decreciente.

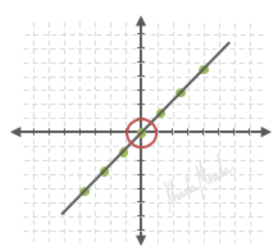
Sabemos también que b indica el valor de la función para $x = 0$, lo que gráficamente es el valor de la función sobre el eje y.

El gráfico de una función afín responde a las siguientes opciones:

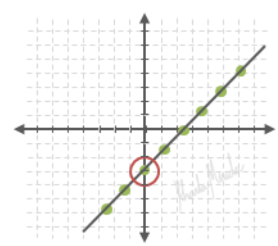
Si m es positiva



b positiva ; $b > 0$



b cero ; $b = 0$

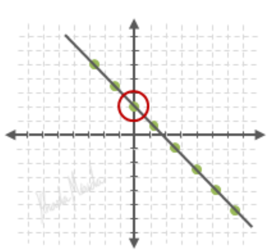


b negativa ; $b < 0$

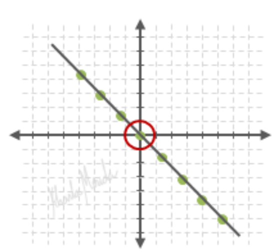
Cuando m es positiva la función es creciente (forma un ángulo agudo con el eje x), y corta al eje y:

- Por encima del origen, cuando $b > 0$,
- En el origen, cuando $b = 0$
- Por debajo del origen, cuando $b < 0$.

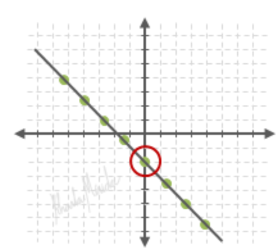
Si m es negativa



b positiva ; $b > 0$



b cero ; $b = 0$



b negativa ; $b < 0$

Cuando m es negativa la función es decreciente, (forma un ángulo obtuso con el eje x) y corta al eje y:

- Por encima del origen, cuando $b > 0$,
- En el origen, cuando $b = 0$
- Por debajo del origen, cuando $b < 0$.

Emparejando el Lenguaje

Función Afín. Es una función cuya imagen tiene la forma $mx + b$.
Pendiente. Es el coeficiente de x en la función afín, m.

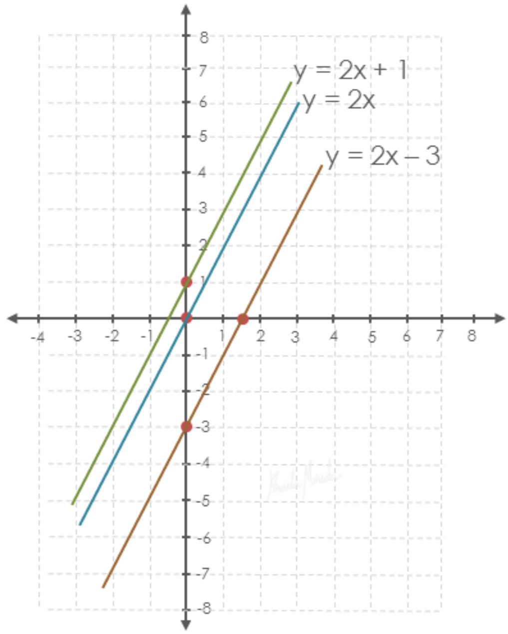
A Practicar

En cada ejercicio trazar el gráfico de todas las funciones en un solo plano y hacer estudio analítico comparando los valores de m y b.

1. $y = 2x - 3$, $y = 2x$, $y = 2x + 1$
2. $y = -x - 4$, $y = -x$, $y = -x + 2$
3. $y = \frac{1}{2}x$, $y = x$, $y = 2x$
4. $y = -\frac{1}{2}x$, $y = -x$, $y = -2x$

¿Lo Hicimos Bien?

1. y = 2x – 3 , y = 2x , y = 2x + 1



y = 2x + 1 m = 2 , b = 1

m = 2 > 0 , la función es creciente, la recta forma un ángulo agudo con el eje x.
b = 1, Corte con eje y en y = 1

y = 2x m = 2 , b = 0

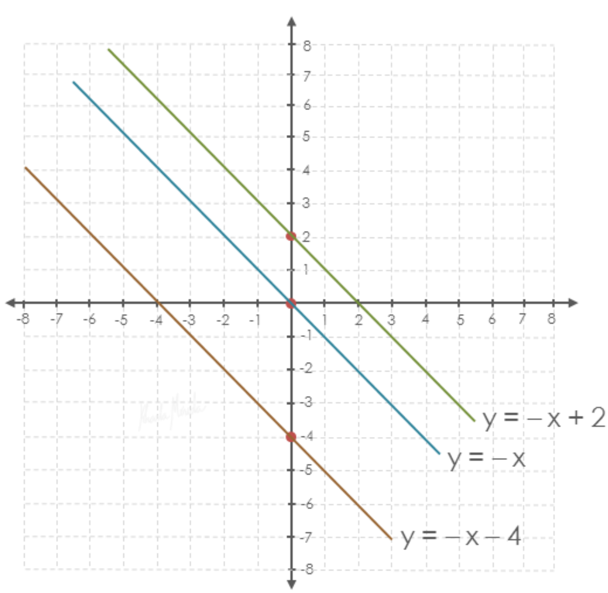
m = 2 > 0 , la función es creciente, la recta forma un ángulo agudo con el eje x.
b = 0, Corte con eje y en y = 0

y = 2x – 3 m = 2 , b = -3

m = 2 > 0 , la función es creciente, la recta forma un ángulo agudo con el eje x.
b = -3, Corte con eje y en y = -3

Nota: las tres rectas tienen el mismo valor de m, m = 2, por lo tanto forman el mismo ángulo con el eje x, las tres rectas son paralelas. Se diferencian en el valor de b, que es el punto donde cortan al eje y.

2. y = – x – 4 , y = – x , y = – x + 2



y = – x + 2 m = -1 , b = 2

m = -1 < 0 , la función es decreciente, la recta forma un ángulo obtuso con el eje x.
b = 2, Corte con eje y en y = 2

y = – x m = -1 , b = 0

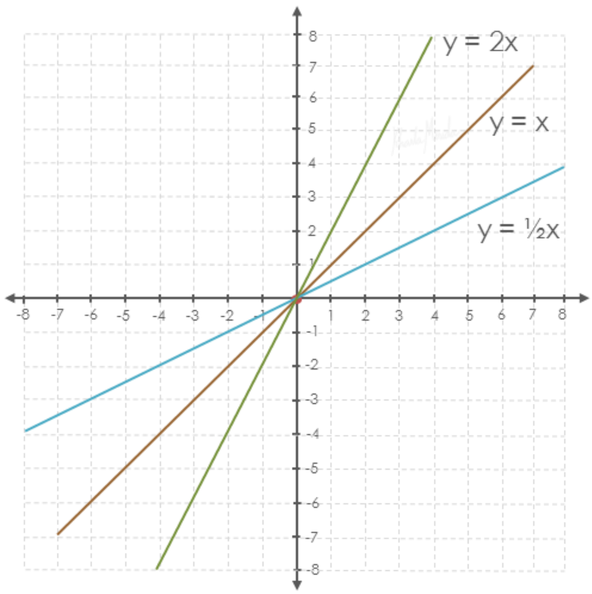
m = -1 < 0 , la función es decreciente, la recta forma un ángulo obtuso con el eje x.
b = 0, Corte con eje y en y = 0

y = – x – 4 m = -1 , b = -4

m = -1 < 0 , la función es decreciente, la recta forma un ángulo obtuso con el eje x.
b = -4, Corte con eje y en y = -4

Nota: las tres rectas tienen el mismo valor de m, m = -1, por lo tanto forman el mismo ángulo con el eje x, las tres rectas son paralelas. Se diferencian en el valor de b, que es el punto donde cortan al eje y.

3. y = ½x , y = x , y = 2x



y = 2x m = 2 , b = 0

m = 2 > 0 , la función es creciente, la recta forma un ángulo agudo con el eje x.
b = 0, Corte con eje y en y = 0.

y = x m = 1 , b = 0

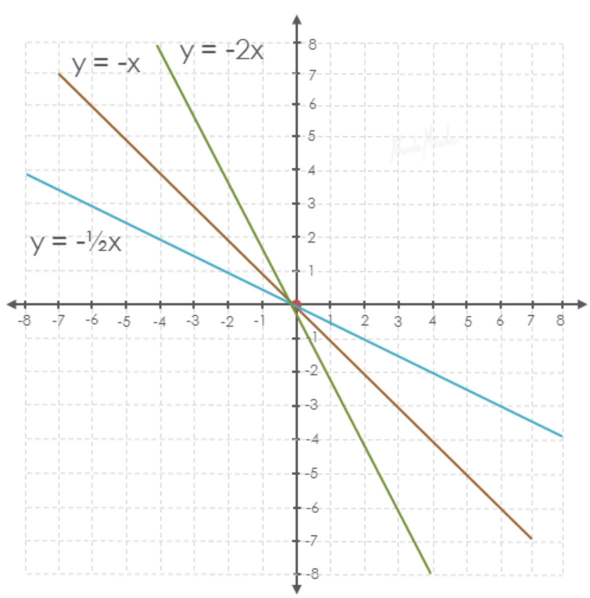
m = 1 > 0 , la función es creciente, la recta forma un ángulo agudo con el eje x.
b = 0, Corte con eje y en y = 0.

y = ½x m = ½ , b = 0

m = ½ > 0 , la función es creciente, la recta forma un ángulo agudo con el eje x.
b = 0, Corte con eje y en y = 0.

Nota: las tres rectas tienen el mismo valor de b, b = 0, por lo tanto cortan en el mismo punto al eje y. Se diferencian en el valor de m, que indican la inclinación de la recta. Como las pendientes son positivas las tres rectas forman ángulos agudos con el eje x.

4. y = -½x , y = -x , y = -2x



y = -2x m = -2 , b = 0

m = -2 > 0 , la función es decreciente, la recta forma un ángulo obtuso con el eje x.
b = 0, Corte con eje y en y = 0.

y = -x m = -1 , b = 0

m = -1 > 0 , la función es decreciente, la recta forma un ángulo obtuso con el eje x.
b = 0, Corte con eje y en y = 0.

y = -½x m = -½ , b = 0

m = -½ > 0 , la función es decreciente, la recta forma un ángulo obtuso con el eje x.
b = 0, Corte con eje y en y = 0.

Nota: las tres rectas tienen el mismo valor de b, b = 0, por lo tanto cortan en el mismo punto al eje y. Se diferencian en el valor de m, que indican la inclinación de la recta. Como las pendientes son negativas las tres rectas forman ángulos obtusos con el eje x.