2

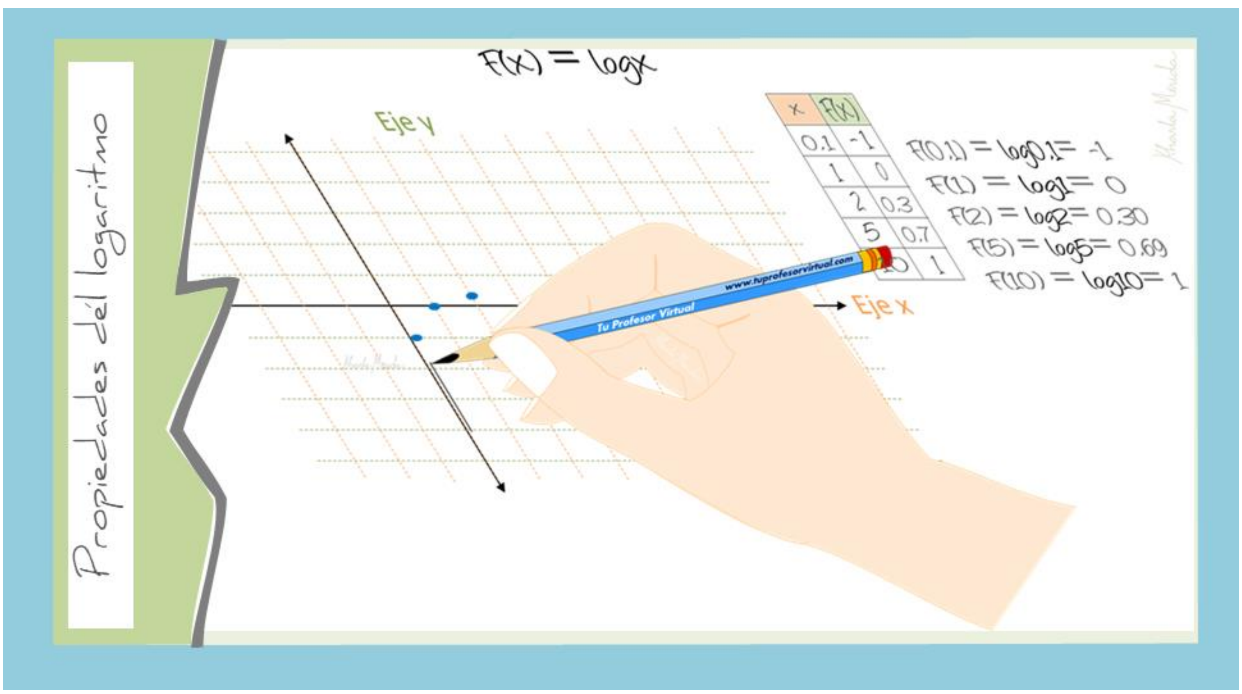
2da Unidad

Logaritmo

2.5 Funciones Logarítmicas

La mente humana ha sido capaz de crear instrumentos maravillosos con los que interpreta y mejora el mundo al que pertenecemos. Desarrollar soluciones está en nuestra naturaleza.

Descripción



Con esta entrega cerramos el estudio de los logaritmos a nivel básico. Funciones logarítmicas, construir la tabla de valores, trazar el gráfico y estudiar su dominio y rango. Con esto logramos herramientas necesarias para estudios mas avanzados de funciones. Veamos entonces cómo graficar funciones logaritmo.

Conocimientos Previos Requeridos

Operaciones y Propiedades de los Números Reales, Propiedades de las Potencias, Resolución de Ecuaciones, Ecuaciones Lineales y Ecuaciones de 2do Grado, Funciones, Tabla de Valores, Gráfico.

Contenido

Tabla de Valores, Dominio, Rango y Gráfico.

Videos Disponibles

LOGARITMO. Como Función. Tabla de Valores, Dominio, Rango

LOGARITMO. Como Función. Gráfico

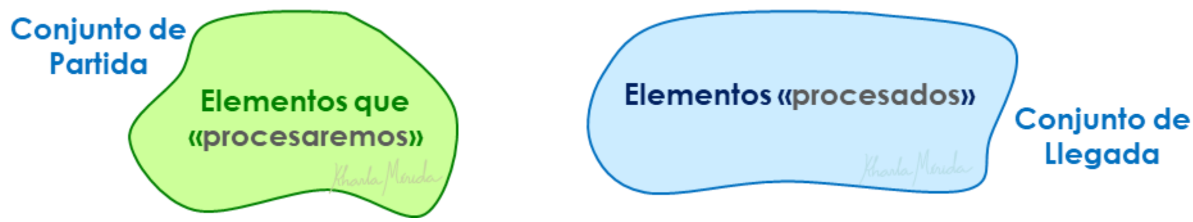
Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

LOGARITMO. Como Función. Tabla de Valores, Dominio, Rango

En este nivel ya hemos aprendido el concepto de función, sabemos que es una relación que asocia elementos de dos conjuntos, uno de partida y uno de llegada.

Función. Es una relación que asocia dos conjuntos



Sabemos que en el conjunto de partida encontraremos los elementos que procesaremos, y en el conjunto de llegada los elementos procesados.

Y hay una fórmula o regla de correspondencia con la cual se procesan los elementos del conjunto de partida y se obtienen los del conjunto de llegada.

Cuando la regla de correspondencia es una expresión logarítmica, es decir, un logaritmo cuyo argumento es la variable, tenemos una **función logarítmica**.

Función Logarítmica. Es una función cuya imagen es de la forma $f(x) = \log_b x$

Construyamos una tabla de valores para la función:

$$f:(0,+\infty)\rightarrow R \quad f(x)=\log x$$

Esto se lee $f:(0,+\infty)\rightarrow R \quad f(x)=\log x$

la función de cero a infinito en los reales, con la imagen de f igual a logaritmo de x

Tenemos que:

Función: f **Conjunto de Partida:** $(0\,,+\infty)$ **Conjunto de Llegada:** $\mathbb{R}$

Imagen de f **:** $f(x) = \log x$

En la tabla daremos a x varios valores entre cero y 1, el 1, y mayores que 1. Y con ayuda de la calculadora obtendremos las imágenes.

	x	f(x)
0 < x < 1	0,001	
	0,01	
	0,1	
	0,5	
	0,8	
	1	
x > 1	2	
	5	
	10	

Para x = 0,001 f(0,001) = log0,001 → f(0,001) = -3

Para x = 0,01 f(0,01) = log0,01 → f(0,01) = -2

Para x = 0,1 f(0,1) = log0,1 → f(0,1) = -1

Para x = 0,5 f(0,5) = log0,5 → f(0,5) = -0,3

Para x = 0,8 f(0,8) = log0,8 → f(0,8) = -0,097

Para x = 1 f(1) = log1 → f(1) = 0

Para x = 2 f(2) = log2 → f(2) = 0,30

Para x = 5 f(5) = log5 → f(5) = 0,699

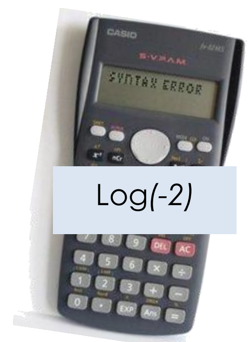
Para x = 10 f(10) = log10 → f(10) = 1

x	f(x)
0,001	-3
0,01	-2
0,1	-1
0,5	-0,3
0,8	-0,097
1	0
2	0,30
5	0,699
10	1

Dominio de f: x toma valores mayores que cero, porque el argumento del logaritmo debe ser positivo.

Dom$_f$: $x \in (0,+\infty)$

Si intentas calcular el logaritmo de cero o un número negativo en la calculadora lo que obtendrás es un mensaje de error.



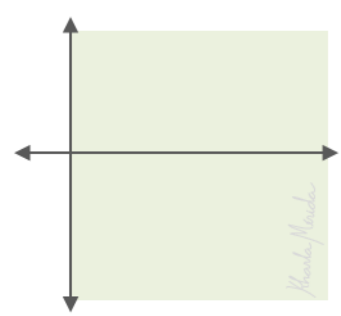
Rango de f: la imagen de la función tiene valores negativos, cero o positivos sin limitación alguna. así que el rango de la función logx es los reales.

Rgo$_f$: $\mathbb{R}$

Representemos estos pares ordenados en el plano cartesiano y analicemos el gráfico de la función para conocer mas de su comportamiento. Acompáñanos a la siguiente lección.

LOGARITMO. Como Función. Gráfico

Trazamos el plano cartesiano. Como la función logaritmo sólo admite valores positivos para su argumento, x, entonces consideraremos sólo la parte del plano cartesiano que esta a la derecha del eje y, donde x es positivo.



x	f(x)
0,001	-3
0,01	-2
0,1	-1
0,5	-0,3
0,8	-0,097
1	0
2	0,30
5	0,699
10	1

$$f:(0,+\infty)\rightarrow R \qquad f(x)=\log x$$

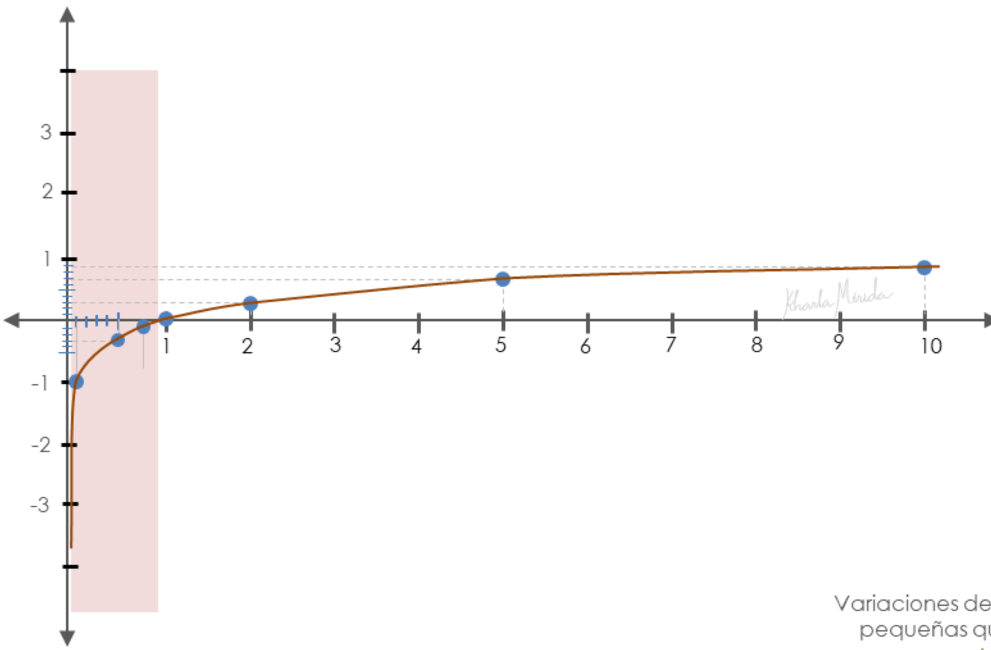
Como haremos el gráfico partiendo de la tabla de valores obtenida en la lección anterior, vamos a contemplar valores de x comprendidos entre 0 y 10, y las imágenes o valores de y, comprendidos entre -3 y 1.

Así que adaptaremos la escala a estas condiciones

x	f(x)	
0,001	-3	1er punto: (0,001 , -3)
0,01	-2	2do punto: (0,01 , -2)
0,1	-1	3er punto: (0,1 , -1)
0,5	-0,3	4to punto: (0,5 , -0,3)
0,8	-0,097	5to punto: (0,8 , -0,097)
1	0	6to punto: (1 , 0)
2	0,30	7mo punto: (2 , 0,30)
5	0,699	8vo punto: (5 , 0,699)
10	1	9no punto: (10 , 1)

Nota: 0,001 es un valor muy muy pequeño. Tendríamos que dividir el primer intervalo en 1000 parte y tomar apenas la primera.

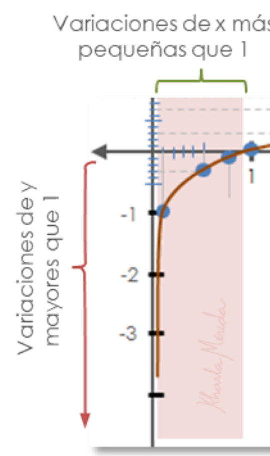
Los primeros 3 puntos están pegaditos al eje y, no los representaremos.



Observaciones:

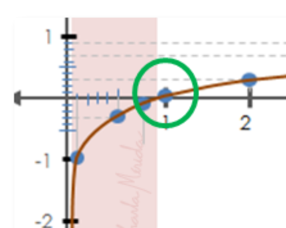
Para x entre 0 y 1

- Cambios microscópicos de x generan cambios grandes, o gigantes, de y en la parte negativa.
- Mientras más cerca del cero está x (argumento del logaritmo) más negativo se hace el valor del logaritmo.



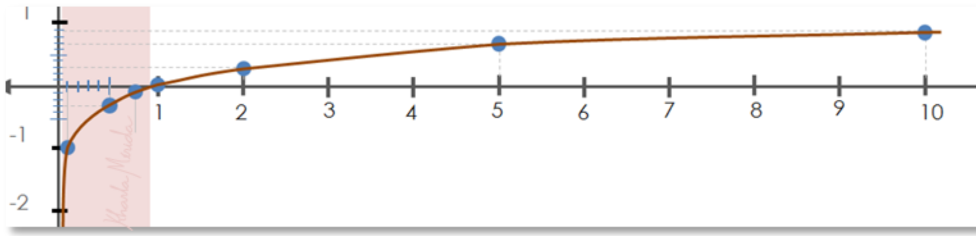
Para x = 1

- En **2.1 Definición y Elementos del Logaritmo**, vimos que el logaritmo en cualquier base de 1 es cero. En el gráfico podemos ver que cuando x vale 1, el logaritmo de x vale cero.



Para x > 1

- Para notables aumentos de x, aumenta poco los valores de y a tal punto que sólo hasta llegar a 10 y alcanza valor 1.



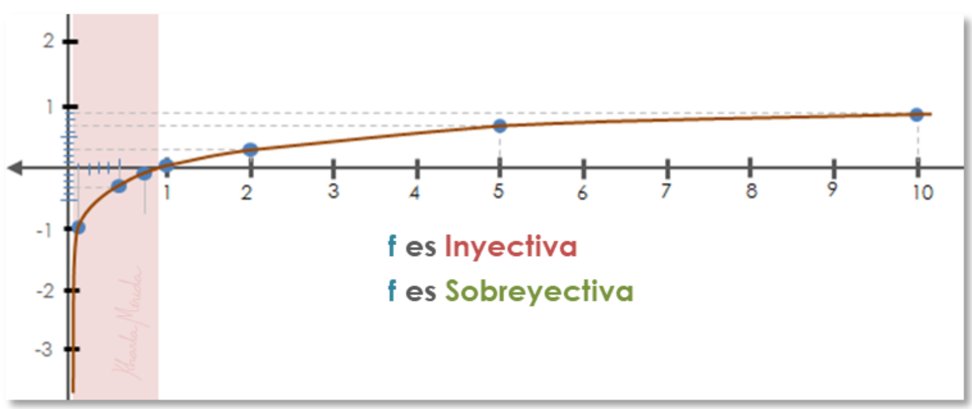
Esto quiere decir que:
Para $x < 1$ la función crece rápidamente,
Para $x = 1$ la función se hace cero, y
Para $x > 1$ la función crece lentamente

Para que tengas una idea:

si $x = 1000$ $\quad f(1000) = \log 1000 = \log 10^3 = 3\log 10 = 3$

Se necesita que x llegue a 1000 para apenas alcanzar 3 unidades en y.

Por último, en el gráfico se puede observar que logaritmo de x es una función Inyectiva. Para valores distintos de x se tienen valores distintos de y. Y es sobreyectiva porque el conjunto de llegada (los reales) y el rango (los reales), son iguales.



Si tienes duda sobre la definición de **función inyectiva** y **función sobreyectiva**, visita la sección de **Funciones** en 1er lapso de matemática de 2do año.

A Practicar

Realiza el gráfico de las funciones $f(x) = \log(x+1)$ y $f(x) = \log(x-1)$

¿Lo Hicimos Bien?