

## 4

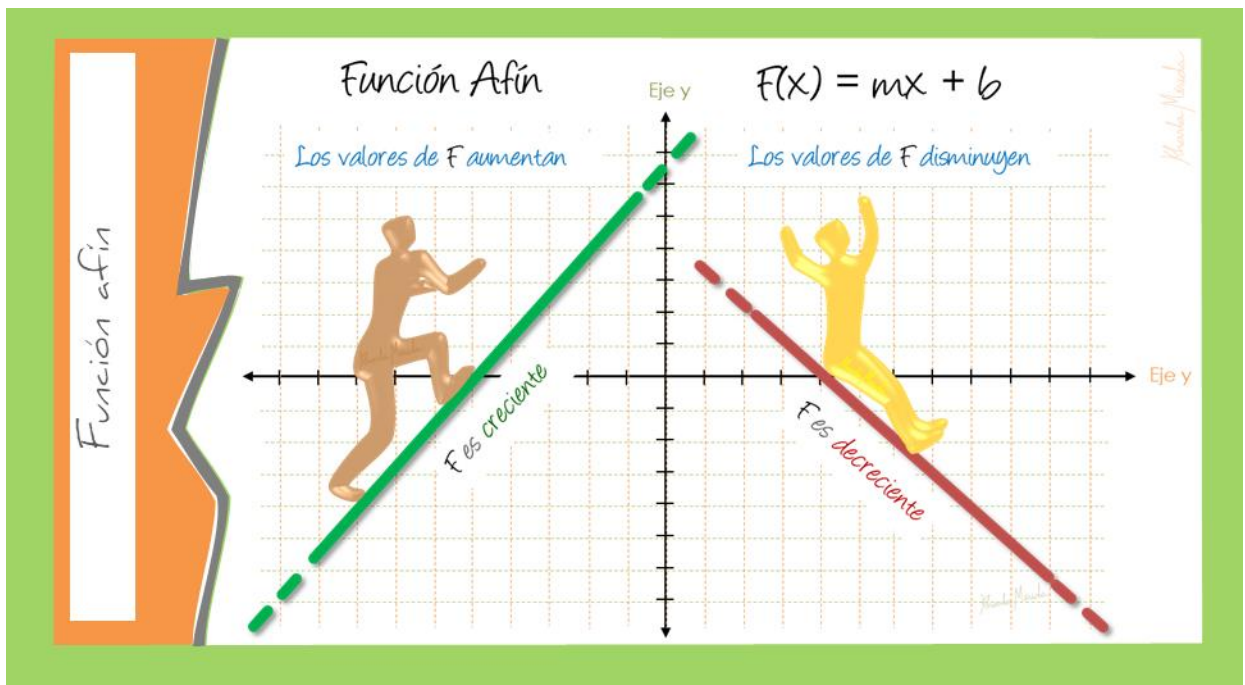
## 4ta Unidad

## Función Afín en el Plano

4.1 Función Afín.  
Representación y Análisis de la Gráfica.

Crecer como personas es ser capaces de identificar las condiciones y elementos que nos hacen ser mejores que nosotros mismos cada día, y hacer lo necesario para lograr esa meta diariamente.

## Descripción



El costo de navegación en dos centros de conexiones depende de la cantidad de megas utilizados durante la conexión según las funciones:

**Centro de Conexiones 1:**  $F = 5x + 300$  , **Centro de Conexiones 2:**  $G = 2x + 600$

donde  $C$  es el costo total de navegación y  $x$  es la cantidad de megas utilizados durante la conexión.

Podemos decidir a simple vista

- ¿cuál nos conviene más si sólo usaremos el equipo para revisar unos archivos que tenemos en una memoria, sin conectarnos a internet?
- ¿Cuál nos conviene más si descargaremos gran cantidad de información?

Claro que podemos, en este objetivo aprenderemos a identificar funciones afines y analizar sus elementos y valores, para saber entonces cómo interpretar el comportamiento de funciones afines de acuerdo al valor que tienen sus elementos.

## Conocimientos Previos Requeridos

Números Enteros, Números Racionales, Sistema de Coordenadas Cartesianas, Definición de Función, Dominio, Rango, Tablas de Valores y Gráfico de Funciones, Tipos de Funciones, Representación Gráfica y Análisis de Funciones.

## Contenido

Definición de Función Afín. Significado de cada Función. Representación y Análisis de la Gráfica

## Videos Disponibles

[FUNCIÓN AFÍN.  \$y = mx + b\$](#)

[FUNCIÓN AFÍN.  \$y = mx + b\$ . Significado de  \$b\$](#)

[FUNCIÓN AFÍN. Representación y Análisis de la Gráfica](#)

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en el análisis y operaciones.

## Guiones Didácticos

### ▶ FUNCIÓN AFÍN. $y = mx + b$

**Función Afín.** Es toda función cuya imagen tiene la forma  $F(x) = mx + b$ .

**Nota:** la imagen es una expresión **binómica** (expresión de 2 términos) en la que:

- Un término tiene  $x$  con exponente uno,  $mx$ .
- Y el otro es un término constante,  $b$ , es decir, que no contiene la variable  $x$ .

También puede escribirse  $y = mx + b$ .

**Recordemos:** que las imágenes  $f(x)$  de una función se ubican en el **eje  $y$**  del plano, por eso es válida la igualdad  $f(x) = y$ .

Es equivalente presentar la función de una u otra manera

$$F(x) = mx + b \quad y = mx + b \quad F(x) = y$$

En esta función los valores  $m$  y  $b$  nos dan información acerca del comportamiento de la función:

**$m$ .** Llamada **pendiente**, da información acerca de los valores de las imágenes de  $F$ .

- Cuando  $m$  es negativa, los valores de la función disminuyen a medida que los valores de  $x$  aumentan.
- Cuando  $m$  es positiva, los valores de la función aumentan a medida que los valores de  $x$  aumentan.
- Cuando  $m$  vale cero deja de ser una función afín y pasa a ser una función constante.

$$m < 0 \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } x \text{ aumenta} \\ F(x) \text{ disminuye} \end{array} \right.$$

$$m > 0 \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } x \text{ aumenta} \\ F(x) \text{ aumenta} \end{array} \right.$$

$$m = 0 \quad F(x) \text{ es constante}$$

La **Función constante** se estudia en detalles en **Clasificación de Funciones** en Matemática de 4to año.

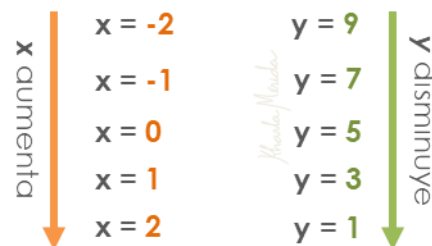
### Ejemplo

Estudiamos qué sucede con los valores de la función  $y = -2x + 5$  para valores de  $x$  entre  $-2$  y  $2$ .

En este ejemplo trabajaremos con valores de  $x$  pertenecientes a los enteros.

$$\begin{array}{l}
 y = -2x + 5 \qquad -2 \leq x \leq 2 \qquad x \in \mathbb{Z} \\
 x = -2 \longrightarrow y = -2(-2) + 5 \longrightarrow y = 4 + 5 \quad ; \quad y = 9 \\
 x = -1 \longrightarrow y = -2(-1) + 5 \longrightarrow y = 2 + 5 \quad ; \quad y = 7 \\
 x = 0 \longrightarrow y = -2(0) + 5 \longrightarrow y = 0 + 5 \quad ; \quad y = 5 \\
 x = 1 \longrightarrow y = -2(1) + 5 \longrightarrow y = -2 + 5 \quad ; \quad y = 3 \\
 x = 2 \longrightarrow y = -2(2) + 5 \longrightarrow y = -4 + 5 \quad ; \quad y = 1
 \end{array}$$

Como puedes observar, a medida que los valores de  $x$  aumentan los valores de  $y$  disminuyen.



Ahora estudia el comportamiento de la función  $y = 3x + 1$  y analiza lo que sucede con los valores de sus imágenes.

## ▶ FUNCIÓN AFÍN. $y = mx + b$ . Significado de $b$

En la lección anterior vimos cómo se define la función afín, qué representa el valor de  $m$  y cómo se comporta la función para valores de la pendiente,  $m$ :

Si  $m$  tiene valores negativos, las imágenes de la función disminuyen.

Si  $m$  tiene valores positivos, las imágenes de la función aumentan.

Ahora veamos el significado de  $b$ . Este valor es de gran importancia para el estudio de funciones, analítica o gráficamente.

**b.** Representa el valor de la función sobre el eje  $y$ .

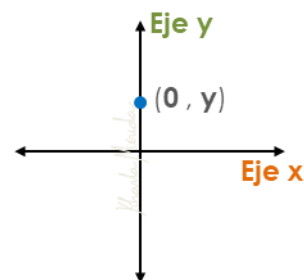
Hay muchas maneras de decir esto mismo. Veamos:

**1ra:**  $b$  representa la **ordenada en el origen**:

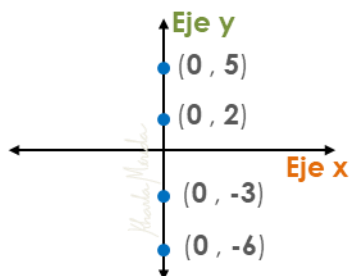
**Recordemos:** En un Par Ordenado tenemos Abscisa y Ordenada.

**(abscisa , ordenada) = (x , y)**

Cuando  $x$  vale cero el punto  $(0 , y)$  está ubicado sobre el eje  $y$ .



### Ejemplos



$x = 0$  ubica los puntos sobre el **eje  $y$** . Y el valor de  $y$  determina si está en la parte negativa, positiva o exactamente sobre el origen.

Si  $y$  es positivo, el punto estará sobre la parte positiva del eje  $y$ :  $(0 , 5)$  ,  $(0 , 2)$

Si  $y$  es negativo, el punto estará sobre la parte negativa del eje  $y$ .  $(0 , -3)$  ,  $(0 , -6)$

Para repasar Graficación de puntos ver: **2.1 Plano Cartesiano, Representación de Puntos en el Plano.**

Otra manera es:

**2da:**  $b$  representa el valor de la función sobre el eje  $y$ :

**Recordemos:** las imágenes de la función,  $f(x)$ , se ubican sobre el **eje  $y$** . Entonces la igualdad  $f(x) = y$  es válida cuando se trata de trabajar con imágenes de una función.

Entonces,

Si un punto sobre el eje  $y$  tiene la forma  $(0, y)$ , entonces un punto de la función  $f$ , que esté sobre el eje  $y$ , es:  $(0, f(0))$ .

El valor de la función cuando  $x = 0$  es: **El valor de la función sobre el eje  $y$**

**3ra:**  $b$  es **corte con el eje  $y$** .

**Recordemos:** los pares ordenados que se obtienen con la tabla de valores de  $f$ , se grafican como puntos en el plano cartesiano.

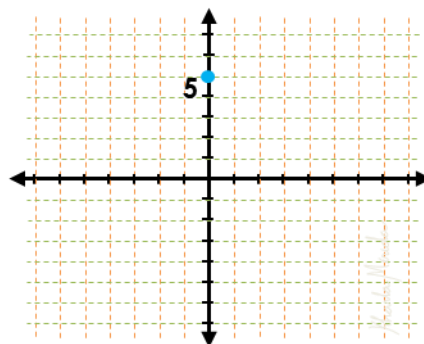
El punto  $(0, f(0))$  es el gráfico de un par ordenado de  $f$ , y como está sobre el eje  $y$  gráficamente es la intersección o **corte del gráfico de  $f$  con el eje  $y$** .

Analicemos la función estudiada en la lección anterior:  $y = -2x + 5$ .

Cuando  $x = 0$ ,  $y = 5$ . Éste es el valor de  $b$  en esta función afín.

El par ordenado  $(0, 5)$  se ubica sobre el **eje  $y$** , cinco unidades por encima del origen.

$y = -2x + 5$	$-2 \leq x \leq 2$	$x \in \mathbb{Z}$
$x = -2 \rightarrow y = -2(-2) + 5$		$\rightarrow y = 9$
$x = -1 \rightarrow y = -2(-1) + 5$		$\rightarrow y = 7$
$x = 0 \rightarrow y = -2(0) + 5$		$\rightarrow y = 5$
$x = 1 \rightarrow y = -2(1) + 5$		$\rightarrow y = 3$
$x = 2 \rightarrow y = -2(2) + 5$		$\rightarrow y = 1$



Veamos la siguiente función afín y estudiemos esta propiedad.

$$y = 3x - 4$$

¿Cuánto vale  $b$ ?

Sustituimos  $x = 0$ , en  $y = 3 \cdot 0 - 4$

Efectuando el producto y la suma algebraica obtenemos  $y = -4$ .

El par ordenado  $(0, -4)$  se ubica sobre el eje  $y$ ,  $4$  unidades por debajo del origen.

Como puedes observar, el valor de  $b$  representa el valor que tiene la función sobre el eje  $y$ .

$$y = 3x - 4$$

$$x = 0 \rightarrow y = 3(0) - 4$$

$$y = 0 - 4$$

$$y = -4 \rightarrow b = -4$$

## ▶ FUNCIÓN AFÍN. Representación y Análisis de la Gráfica

De las lecciones anteriores sabemos que:

- La función afín tiene la forma  $f(x) = mx + b$ ,
- Que  $m$  se denomina pendiente y es indicador de si la función es creciente o decreciente
- Que  $b$  indica el valor de la función para  $x = 0$ , lo que gráficamente es el valor de la función sobre el eje  $y$ .

$m$  es la **Pendiente**

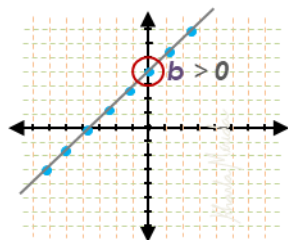
$b$  es el **corte con el eje  $y$**

El gráfico de una función afín responde a las siguientes opciones:

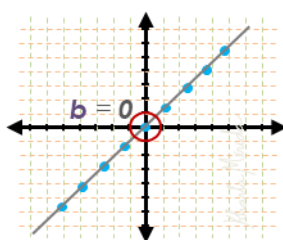
**Si  $m$  es positiva.** Hay tres posiciones relativas de las rectas.

- Si  $b$  es **positivo** el gráfico de la función se cruza con el **eje  $y$**  en la parte **positiva**.
- Si  $b = 0$ , el gráfico de la función se cruza con el **eje  $y$**  en el origen.
- Si  $b$  es **negativo**, el gráfico de la función se cruza con el **eje  $y$**  en la parte **negativa**.

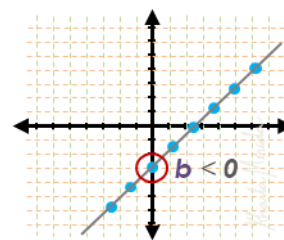
Si  $m$  es positiva,  $m > 0$



$b$  positiva ;  $b > 0$



$b$  cero ;  $b = 0$

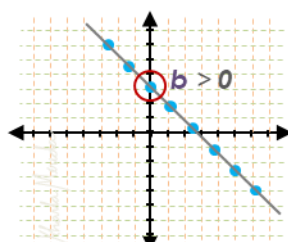


$b$  negativa ;  $b < 0$

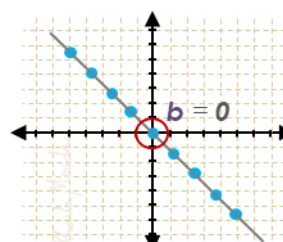
**Si  $m$  es negativa.** Hay tres posiciones relativas de las rectas.

- Si  $b$  es **positivo** el gráfico de la función se cruza con el **eje  $y$**  en la parte **positiva**.
- Si  $b = 0$ , el gráfico de la función se cruza con el **eje  $y$**  en el origen.
- Si  $b$  es **negativo**, el gráfico de la función se cruza con el **eje  $y$**  en la parte **negativa**.

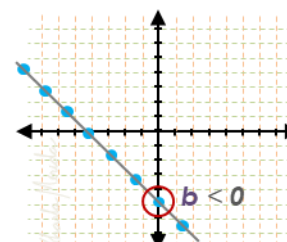
Si  $m$  es negativa,  $m < 0$



$b$  positiva ;  $b > 0$



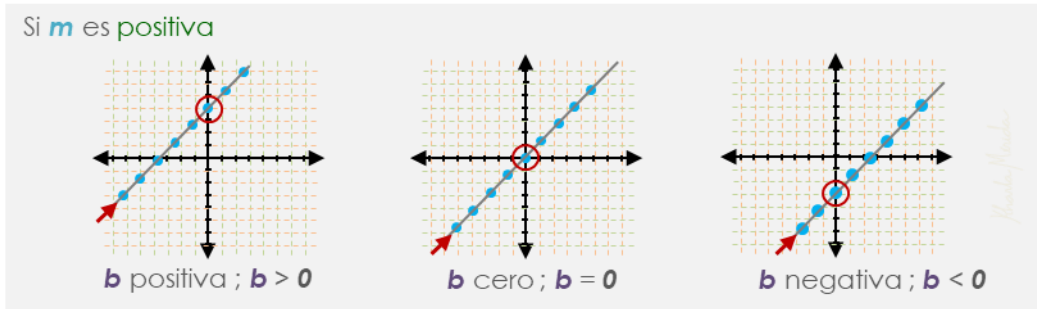
$b$  cero ;  $b = 0$



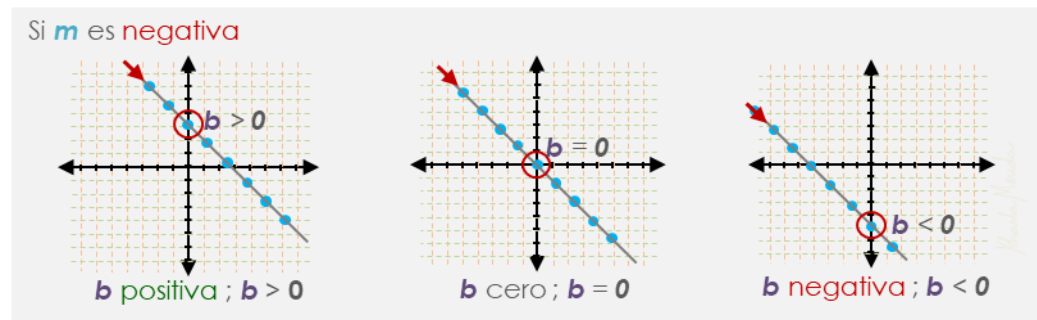
$b$  negativa ;  $b < 0$

### Haciendo un breve repaso de lo dicho tenemos que

- Cuando la pendiente es positiva los valores de la función van en aumento, es decir, la función es creciente.



- Cuando la pendiente es negativa la función va en disminución, es decir, la función es decreciente

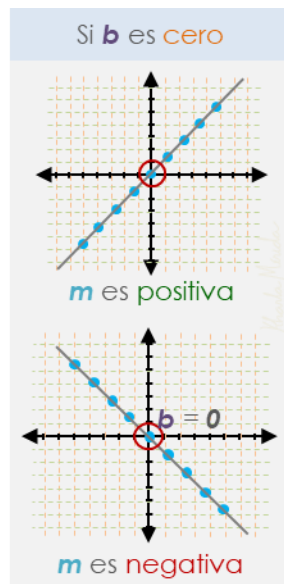
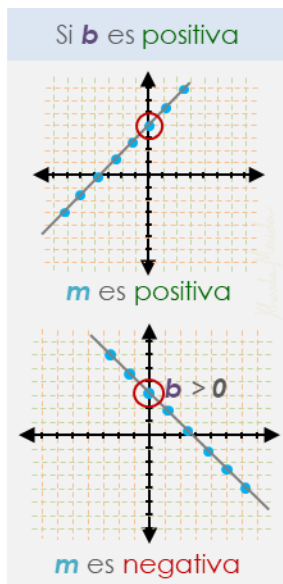


También podemos observar que:

Si  $b$  es positiva el gráfico de la función se cruza con la parte positiva del eje  $y$ .

Si  $b$  es cero, el gráfico de la función cruza al eje  $y$  en el origen  $y$ .

Si  $b$  es negativa el gráfico de la función se cruza con la parte negativa del eje  $y$ .



## Emparejando el Lenguaje

**Función Afín.** Es una función cuya imagen tiene la forma  $mx + b$  observa que la imagen es una expresión Binómica en la que un término tiene  $x$  con exponente uno y el otro es un término independiente, es decir, un término que no contiene la variable  $x$ .

**Pendiente,  $m$ .** Es el factor que multiplica a  $x$  en la función afín. Y determina la inclinación de la recta correspondiente a las imágenes de la función.

**Ordenada en el Origen,  $b$ .** También llamada **Corte con el eje  $y$** , es el término constante de la función afín.

**Función Constante.** Es una función que tiene una única imagen para todos los elementos del Dominio.



## A Practicar

**En cada caso haga el estudio analítico de la función dada y responda las preguntas.**

1.  $F(x) = -2x + 3$ 
  - a. ¿Cuáles son los valores de  $m$  y  $b$ ?
  - b. De acuerdo al valor de  $m$  indica si  $F$  es creciente o decreciente.
  - c. De acuerdo al valor de  $b$  indica si  $F$  corta al eje y en la parte positiva o negativa.
  - d. Realiza una tabla de valores para  $x = -2, -1, 0, 1, 2$ , y traza el gráfico de los puntos.
  - e. El gráfico se corresponde con los datos obtenidos en las preguntas a. y b.
2.  $F(x) = 3x + 7$ 
  - a. ¿Cuáles son los valores de  $m$  y  $b$ ?
  - b. De acuerdo al valor de  $m$  indica si  $F$  es creciente o decreciente.
  - c. De acuerdo al valor de  $b$  indica si  $F$  corta al eje y en la parte positiva o negativa.
  - d. Realiza una tabla de valores para  $x = -2, -1, 0, 1, 2$ , y traza el gráfico.
  - e. El gráfico se corresponde con los datos obtenidos en las preguntas a. y b.
3.  $f_1(x) = -x - 3$ ,  $f_2(x) = -x - 1$ ,  $f_3(x) = -x$ ,  $f_4(x) = -x + 1$ ,  $f_5(x) = -x + 2$ 
  - a. Elaborar una tabla de valores para cada función y trazar el gráfico de todas en un mismo plano cartesiano.
  - b. ¿Qué puedes decir de la inclinación de estas rectas?
  - c. ¿En qué se diferencian los gráficos de las rectas?
4.  $f_1(x) = x + 2$ ,  $f_2(x) = 2x + 2$ ,  $f_3(x) = 3x + 2$ ,  $f_4(x) = -3x + 2$ ,  $f_5(x) = -2x + 2$ ,  $f_6(x) = -x + 2$ 
  - a. Elaborar una tabla de valores para cada función y trazar el gráfico de todas en un mismo plano cartesiano.
  - b. ¿Qué tienen en común estas rectas?
  - c. ¿En qué se diferencian los gráficos de las rectas?
5. El movimiento de un cuerpo está dado por:  $d(t) = 4t + 5$ . Donde  $d$  es la distancia del cuerpo al origen (punto de referencia) en metros, y  $t$  es el tiempo desde que inicia el movimiento en segundos.
  - a. Elaborar una tabla de valores y graficar.
  - Recordemos:** el tiempo en movimiento va de cero en adelante.
  - b. ¿A qué distancia del origen está cuando inicia el movimiento,  $t = 0$ ?
  - c. ¿A qué distancia del origen se encuentra a los 4 segundos?
  - d. El cuerpo se está alejando o acercando al origen durante su movimiento.
6. La fuerza de un resorte varía según la medida de la deformación (compresión o estiramiento). Un resorte tiene como función de la fuerza  $F_1(x) = 6x$ . Donde  $x$  es la medida de la deformación del resorte, y  $F_1$  es la fuerza del resorte.
  - a. Elaborar una tabla de valores y graficar.
  - b. ¿Qué sucede con el valor de la fuerza a medida que se estira el resorte?
  - c. Grafique la función fuerza de otro resorte:  $F_2(x) = 4x$ .
  - d. Cuál de los resortes necesita más fuerza para obtener 2 unidades de estiramiento.
  - e. Qué puedes decir acerca de los dos resortes cuando alcanzan 12 unidades de fuerza.

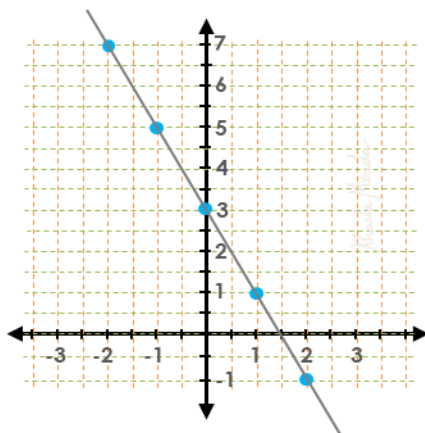
## Lo Hicimos Bien?

Comprueba que tus resultados estén correctos. Aquí tienes los resultados de las operaciones planteadas:

1.  $F(x) = -2x + 3$

- $m = -2$  y  $b = 3$ .
- Como  $m$  es negativo los valores de la función van disminuyendo, entonces  $F$  es decreciente.
- Como  $b$  es positivo la función  $F$  corta al eje y en la parte positiva.

x	F(x)
-2	7
-1	5
0	3
1	1
2	-1



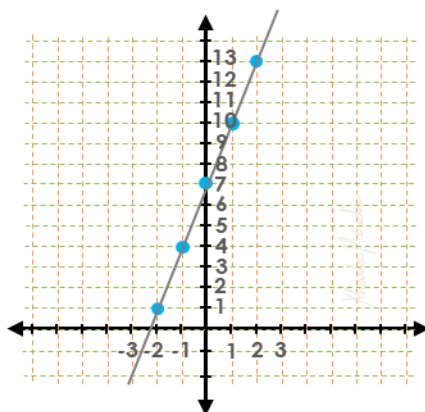
En la tabla vemos que los valores de  $F$  van disminuyendo, lo que significa que es una función decreciente. Esto se corresponde con el valor negativo de la pendiente.

y en el gráfico vemos que el corte con el eje y está en  $3$ , lo que se corresponde con el valor de  $b$  obtenido.

2.  $F(x) = 3x + 7$

- $m = 3$  y  $b = 7$ .
- Como  $m$  es positivo los valores de la función van aumentando, entonces  $F$  es creciente.
- Como  $b$  es positivo la función  $F$  corta al eje y en la parte positiva.

x	F(x)
-2	1
-1	4
0	7
1	10
2	13



En la tabla vemos que los valores de  $F$  van aumentando, lo que significa que es una función creciente. Esto se corresponde con el valor positivo de la pendiente.

En el gráfico vemos que el corte con el eje y está en  $7$ , lo que se corresponde con el valor de  $b$  obtenido.

3.

$$f_1(x) = -x - 3$$

$$f_2(x) = -x - 1$$

$$f_3(x) = -x$$

$$f_4(x) = -x + 1$$

$$f_5(x) = -x + 2$$

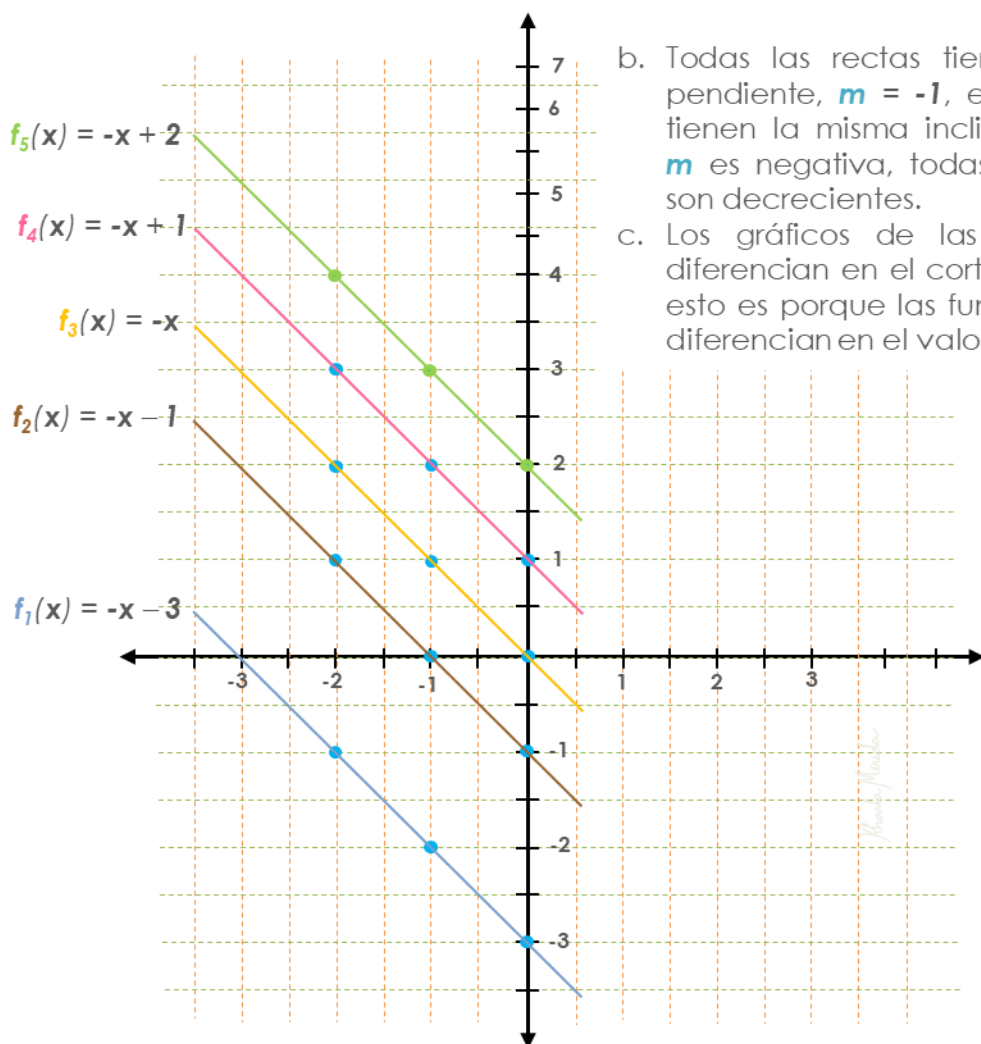
x	$f_1(x)$
-2	-1
-1	-2
0	-3
1	-4
2	-5

x	$f_2(x)$
-2	1
-1	0
0	-1
1	-2
2	-3

x	$f_3(x)$
-2	2
-1	1
0	0
1	-1
2	-2

x	$f_4(x)$
-2	3
-1	2
0	1
1	0
2	-1

x	$f_5(x)$
-2	4
-1	3
0	2
1	1
2	0



- b. Todas las rectas tienen la misma pendiente,  $m = -1$ , entonces todas tienen la misma inclinación. Como  $m$  es negativa, todas las funciones son decrecientes.
- c. Los gráficos de las funciones se diferencian en el corte con el eje y. esto es porque las funciones sólo se diferencian en el valor de  $b$ .

4.  $f_1(x) = x + 2$ ,  $f_2(x) = 2x + 2$ ,  $f_3(x) = -2x + 2$ ,  $f_4(x) = -x + 2$

$$f_1(x) = x + 2$$

x	$f_1(x)$
-2	0
-1	1
0	2
1	3
2	4

$$f_2(x) = 2x + 2$$

x	$f_2(x)$
-2	-2
-1	0
0	2
1	4
2	6

$$f_3(x) = -2x + 2$$

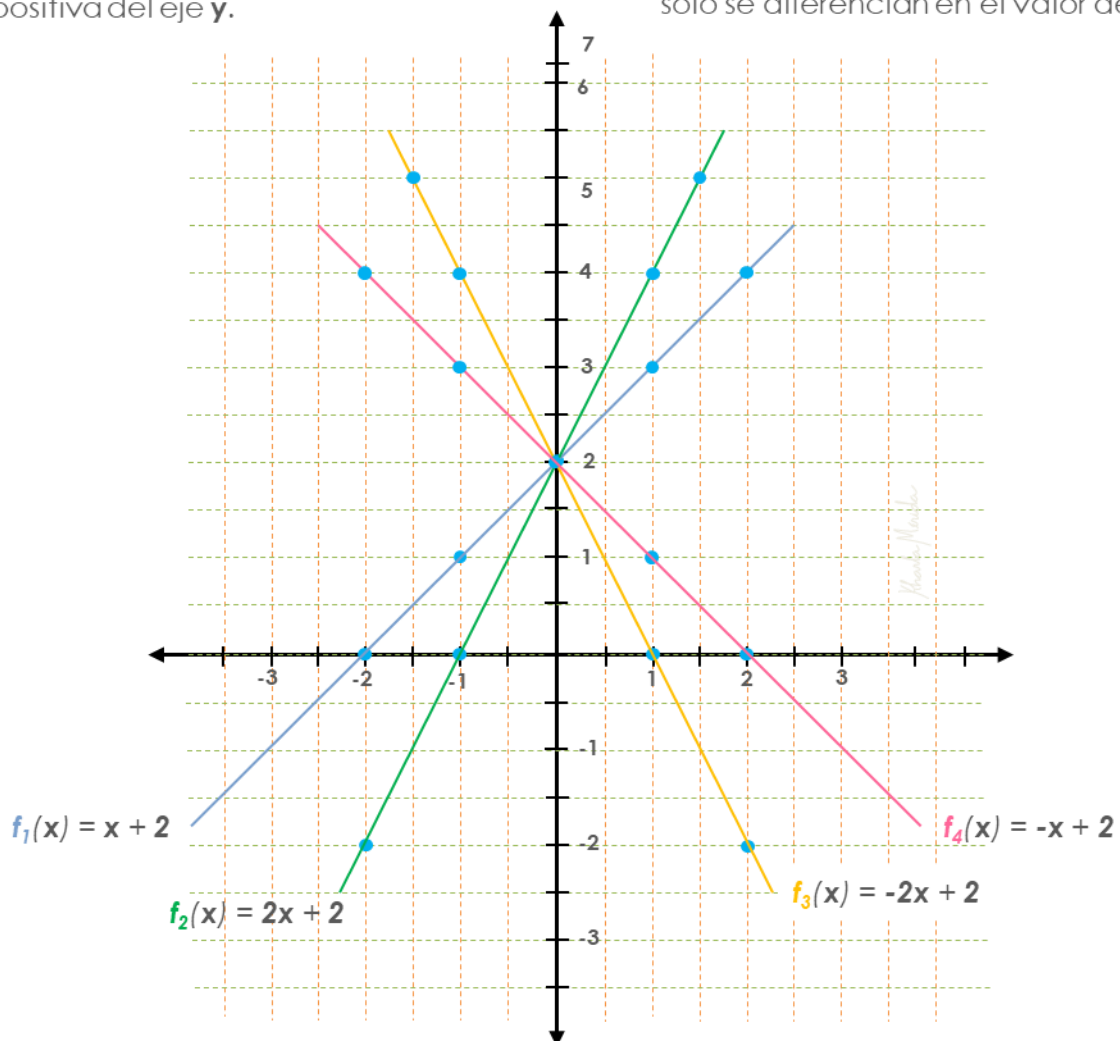
x	$f_3(x)$
-2	6
-1	4
0	2
1	0
2	-4

$$f_4(x) = -x + 2$$

x	$f_4(x)$
-2	4
-1	3
0	2
1	1
2	0

b. Las rectas tienen en común el corte con el eje  $y$ ,  $b = 2$ . Como es positivo, todas **2** unidades hacia la parte positiva del eje  $y$ .

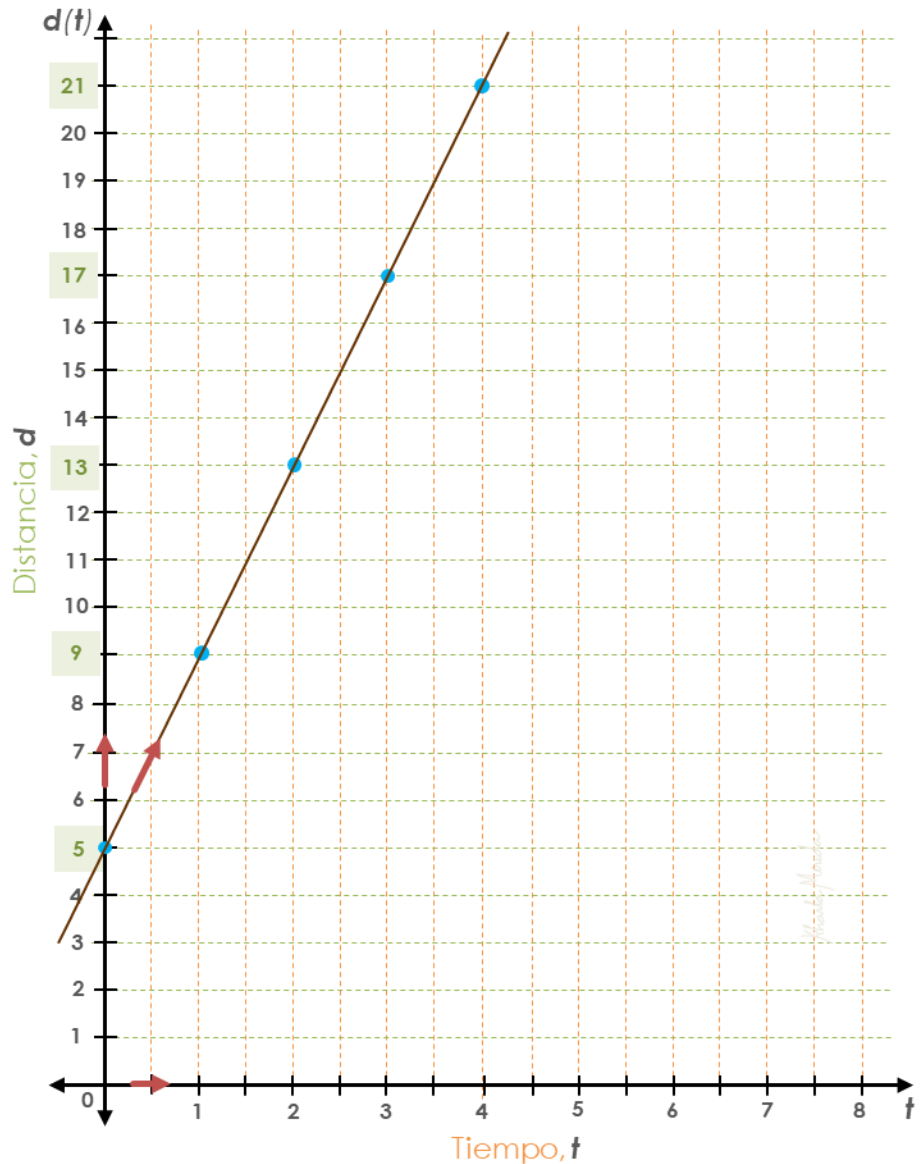
c. Los gráficos de las funciones se diferencian en la inclinación de las rectas. Esto es porque las funciones sólo se diferencian en el valor de  $m$ .



5.

$$d(t) = 4t + 5$$

$t$	$d(t)$
0	5
1	9
2	13
3	17
4	21



- El cuerpo se encuentra a **5** unidades del origen cuando  $t = 0$
- El cuerpo se encuentra a **21** unidades del origen cuando  $t = 4$
- El cuerpo está aumentando la distancia al origen a medida que transcurre el tiempo, por lo tanto se está alejando del origen durante su movimiento.

**Nota:** Se recomienda el análisis detallado de estos casos con la guía de un tutor, para sacar mejor provecho de toda la información que se puede extraer del gráfico, adicional a las preguntas formuladas en el planteamiento.

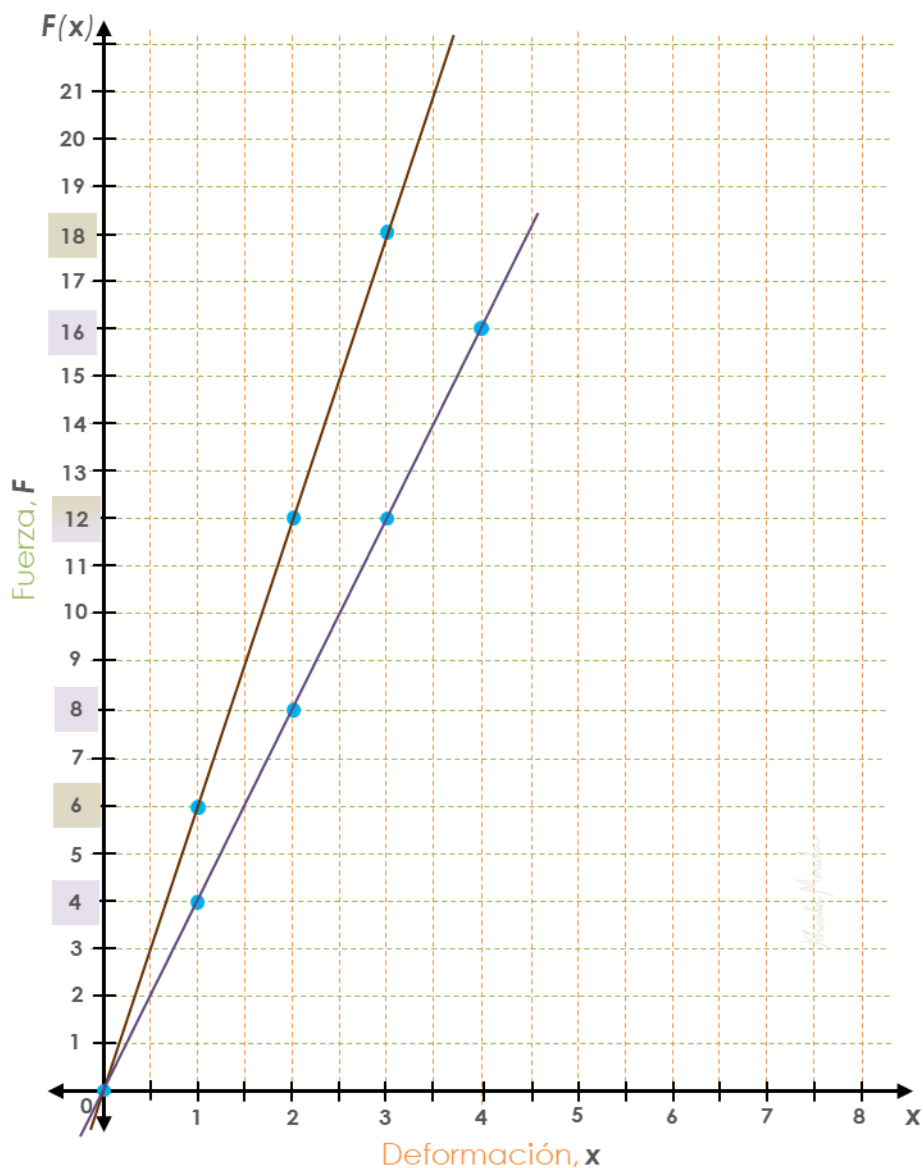
6.

$$F_1(x) = 6x$$

x	$F_1(x)$
0	0
1	6
2	12
3	18
4	24

$$F_2(x) = 4x$$

x	$F_2(x)$
0	0
1	4
2	8
3	12
4	16



- b. La fuerza del primer resorte aumenta a medida que se estira el resorte.
- d. Para obtener 2 unidades de estiramiento,  $F_1 = 12$  y  $F_2 = 8$ , El resorte 1 necesita más fuerza.
- e. Para alcanzar **12 unidades de fuerza** es necesario que:
- El **Resorte 1** se deforme **2 unidades de longitud** y
  - El **Resorte 2** se deforme **3 unidades de longitud**.

**Nota:** Se recomienda el análisis detallado de estos casos con la guía de un tutor, para sacar mejor provecho de toda la información que brinda el gráfico, adicional a las preguntas formuladas en el planteamiento.