1

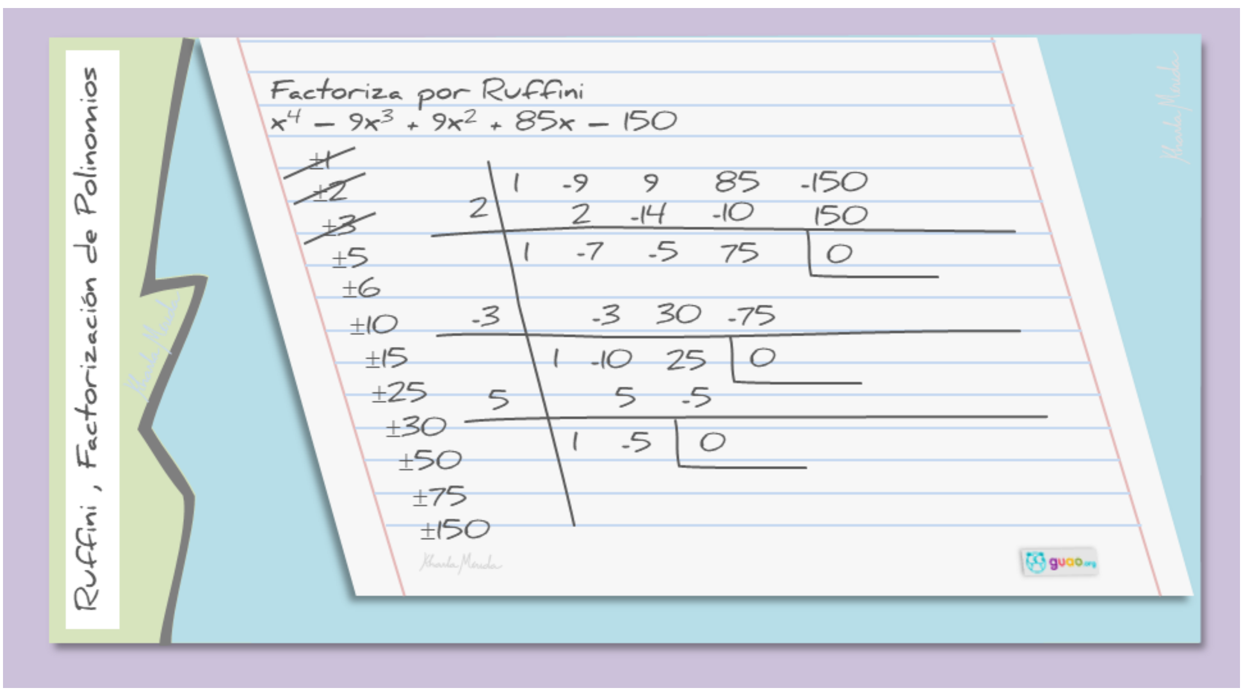
1ra Unidad

Polinomio

1.3 Factorización. Regla de Ruffini

Ser capaz de hacer con facilidad cosas que a otros les cuesta es un privilegio que debe llevarse con honesto agradecimiento, así como compresión y solidaridad con los demás.

Descripción



Ruffini es un método algorítmico que sistematiza la factorización de polinomios con raíces enteras y fraccionarias. Lo mecánico de su aplicación hace que sea accesible su aplicación, salvo que no se dominen las operaciones elementales con números enteros y fraccionarios. Veamos cómo funciona.

Conocimientos Previos Requeridos

Múltiplos y Divisores, Operaciones en los Reales, Polinomios.

Contenido

Condiciones Necesarias y Pasos para Factorizar Polinomios, Raíces Repetidas, Coeficientes Incompletos, Divisores Fraccionarios, Ejercicios

Videos Disponibles

RUFFINI. Condiciones Necesarias y Pasos para Factorizar Polinomios

RUFFINI. Ejercicio 1. Raíces Repetidas

RUFFINI. Ejercicio 2. Coeficientes Incompletos

RUFFINI. Ejercicio 3. Divisores Fraccionarios 1

RUFFINI. Ejercicio 4. Divisores Fraccionarios 2

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para familiarizarse con los conceptos nuevos y fortalecer el lenguaje operativo.

Guiones Didácticos

RUFFINI. Condiciones Necesarias y Pasos para Factorizar Polinomios.

Es importante considerar algunas propiedades asociadas al número de raíces de un polinomio a la hora de factorizar, haciendo distinción entre **polinomios de grado par** y **polinomios de grado impar**.

Propiedad de los Polinomios con Grado Par

Sea $P(x) = a_nx^n + a_{n-1}\,x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0$

Si *n* es par entonces P(x) puede tener de *n* a *0* raíces Reales.

Ejemplo

Si n = 6 P(x) tiene 6, 5, 4, 3, 2, 1 ó 0 raíces

Propiedad de los Polinomios con Grado Impar

Sea $P(x) = a_nx^n + a_{n-1}\,x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0$

Si *n* es impar entonces P(x) puede tener de *n* a *1* raíz Real.

Ejemplo

Si n = 5 P(x) tiene 5, 4, 3, 2, 1 ó 0 raíces

¿Cómo obtener las raíces de un polinomio?

Se tienen dos tipos de polinomios cuando de hallar las raíces se trata:

Caso I: Polinomio De la Forma $x^n + a_{n-1}\,x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0$. Es decir, polinomios en donde el coeficiente de x^n es 1.

Ejemplos

$x^5 + 4x^4 + 3x^2 - x + 6$ $\qquad$ $x^7 - 5x^6 + 2x^5 - x^4 + 8x^3 + 4x^2 - x - 6$

En este caso se cumple que:

Todas las raíces del polinomio son divisores del término independiente, a_0.

Esto incluye divisores positivos y negativos.

Para el polinomio $x^5 + 4x^4 + 3x^2 - x + 6$ tenemos:

Término Independiente: 6
Divisores del Término Independiente: 1, 2, 3, 6

Nota: Como todas las raíces del polinomio son divisores del término independiente, debemos buscar estas raíces en el conjunto de divisores que incluyen los positivos y los negativos.

Posibles Raíces del Polinomio: ±1, ±2, ±3, ±6, o de forma más clara: 1, -1, 2, -2, 3 y -3.

Caso II : Polinomio De la Forma $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0$. Es decir, polinomios en los que el coeficiente de x^n es distinto de 1

Ejemplos

$2x^5 – 3x^4 + 9x^2 + 5x + 6$ $\qquad$ $6x^4 + 11x^3 + 7x^2 – x – 9$

En este caso se cumple que:

Las raíces del polinomio son de dos tipos:

- **Enteras: Los divisores del término independiente.**
- **Fraccionarias: forma** c/k, **donde** c **es un divisor del término independiente,** a_0, **y** k **es un divisor del coeficiente de** x^n, a_0.

Esto incluye divisores positivos y negativos.

Para el polinomio $2x^5 – 3x^4 + 9x^2 + 5x + 6$ tenemos:

Coeficiente de Término de Grado Mayor, $2x^5$: 2
Término Independiente: 6
Divisores de 2: 1, 2
Divisores de 6: 1, 2, 3, 6

Posibles Raíces del Polinomio:

- **Enteras.** Divisores de 6: ±1, ±2, ±3, ±6
- **Fraccionarios.** Cada divisor de 6 entre cada divisor de 2: $\pm\frac{1}{2}$, $\pm\frac{3}{2}$

Vamos a ver dos ejemplos de factorización de polinomio con grado par.

Factorizar el polinomio $P(x) = x^4 – 5x^3 – 7x^2 + 41x – 30$

Los términos del Polinomio están completos

$P(x) = x^4 – 5x^3 – 7x^2 + 41x – 30$

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & -5 & -7 & 41 & -30 \\ & & & & & \\ \hline & & & & & \end{array}$$

±1
±2
±3
±5
±6
±10
±15
±30

Escribimos todos los coeficientes alineados horizontalmente y trazamos las líneas que organizan el desarrollo.

Colocamos a un lado la lista de divisores del último coeficiente. Los divisores de 30 son: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30. Considerando los divisores positivos y negativos.

Probamos uno a uno, tomando los que resulten con residuo cero. Empezamos probando con el 1.

Para x = 1.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: 1 ·1 = 1, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.

Efectuamos la suma: -5 + 1 = -4

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & -5 & -7 & 41 & -30 \\ 1 & & 1 & & & \\ \hline & 1 & -4 & & & \end{array}$$

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: 1 ·(-4) = -4, colocamos el resultado debajo del 3er coeficiente.

Efectuamos la suma: -7 + (-4) = -11

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & -5 & -7 & 41 & -30 \\ 1 & & 1 & -4 & & \\ \hline & 1 & -4 & -11 & & \end{array}$$

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: 1 ·(-11) = -11, colocamos el resultado debajo del 4to coeficiente.

Efectuamos la suma: 41 + (-11) = 30

	1	- 5	- 7	41	- 30
1		1	-4	-11	
	1	-4	-11	30	

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: 1 ·(30) = 30, colocamos el resultado debajo del 5to coeficiente.

Efectuamos la suma: -30 + 30 = 0

	1	- 5	- 7	41	- 30
1		1	-4	-11	30
	1	-4	-11	30	0

Como llegamos a residuo cero, x = 1 es la primera raíz del polinomio, y (x – 1) un factor del polinomio.

Para x = -1.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: -1 ·1 = -1, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.

Efectuamos la suma: -4 + (-1) = -5

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 36, x = -1 no es una raíz del polinomio.

	1	- 5	- 7	41	- 30
1		1	-4	-11	30
	1	-4	-11	30	0
-1		-1	5	6	
	1	-5	-6	36	

Para x = 2.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: 2 ·1 = 2, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.

Efectuamos la suma: -4 + 2 = -2

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 0.

	1	- 5	- 7	41	- 30
1		1	-4	-11	30
	1	-4	-11	30	0
2		2	-4	-30	
	1	-2	-15	0	

x = 2 es una raíz del polinomio, y (x – 2) otro factor del polinomio.

Para x = -2.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: -2 ·1 = 2, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.

Efectuamos la suma: -2 + (-2) = -4

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo -7, x = -2 no es una raíz del polinomio.

	1	- 5	- 7	41	- 30
1		1	-4	-11	30
	1	-4	-11	30	0
2		2	-4	-30	
	1	-2	-15	0	
-2		-2	8		
	1	-4	-7		

Para x = 3.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: $3 \cdot 1 = 3$, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.

Efectuamos la suma: $-2 + 3 = 1$

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo -12, x = 3 no es una raíz del polinomio.

	1	-5	-7	41	-30
1		1	-4	-11	30
	1	-4	-11	30	0
2		2	-4	-30	
	1	-2	-15	0	
3		3	3		
	1	1	-12		

Para x = -3.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: $-3 \cdot 1 = -3$, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.

Efectuamos la suma: $-2 + (-3) = -5$

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo -12.

	1	-5	-7	41	-30
1		1	-4	-11	30
	1	-4	-11	30	0
2		2	-4	-30	
	1	-2	-15	0	
-3		-3	15		
	1	-5	0		

x = -3 es una raíz del polinomio, y (x + 3) otro factor del polinomio.

Nota: el factor general de un polinomio es de la forma (x – k) donde k es una raíz del polinomio. Para x = -3, queda (x – (-3)) = (x + 3).

Para x = 5.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: $5 \cdot 1 = 5$, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.

Efectuamos la suma: $-5 + 5 = 0$

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 0.

	1	-5	-7	41	-30
1		1	-4	-11	30
	1	-4	-11	30	0
2		2	-4	-30	
	1	-2	-15	0	
-3		-3	15		
	1	-5	0		
5		5			
	1	0			

x = 5 es una raíz del polinomio, y (x – 5) otro factor del polinomio.

Este es un polinomio de grado 4, tiene máximo 4 raíces y ya obtuvimos 4 raíces: x = 1, 2, -3, 5.

Cada raíz se corresponde con un factor del polinomio:

$$P(x) = x^4 - 5x^3 - 7x^2 + 41x - 30 \longrightarrow P(x) = (x-1)(x-2)(x+3)(x-5)$$

RUFFINI. Ejercicio 1. Raíces Repetidas.

Factorizar el polinomio $P(x) = x^4 + 4x^3 - 21x^2 + 4x + 28$

Los términos del Polinomio están completos

$P(x) = x^4 + 4x^3 - 21x^2 + 4x + 28$

Escribimos todos los coeficientes alineados horizontalmente y trazamos las líneas que organizan el desarrollo.

Y ahora colocaremos a un lado la lista de divisores del último coeficiente.
Los divisores de 28 son: 1, 2, 4, 7, 14, 28.

	1	4	- 21	4	28	±1
						±2
						±4
						±7
						±14
						±28

Para x = 1.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.
Multiplicamos el divisor por este coeficiente: $1 \cdot 1 = 1$, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.
Efectuamos la suma: $4 + 1 = 5$

	1	4	- 21	4	28
1		1			
	1	5			

Multiplicamos el divisor por la primera suma: $1 \cdot 5 = 5$, colocamos el resultado debajo del 3er coeficiente.
Efectuamos la suma: $-21 + 5 = -16$

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 14, x = 1 no es una raíz del polinomio.

	1	4	- 21	4	28
1		1	5	-16	-14
	1	5	-16	-12	14

Para x = -1.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.
Multiplicamos el divisor por este coeficiente: $-1 \cdot 1 = -1$, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.
Efectuamos la suma: $4 + (-1) = 3$

	1	4	- 21	4	28
-1		-1			
	1	3			

Multiplicamos el divisor por la primera suma: $-1 \cdot 3 = -3$, colocamos el resultado debajo del 3er coeficiente.
Efectuamos la suma: $-21 + (-3) = -24$

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 0.

	1	4	- 21	4	28
-1		-1	-3	24	-28
	1	3	-24	28	0

x = -1 es una raíz del polinomio, y (x + 1) un factor del polinomio.

Probaremos con x = -1 una vez más en caso de que sea dos veces raíz de este polinomio.

Para x = -1.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.
Multiplicamos el divisor por este coeficiente: -1 ·1 = -1, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.
Efectuamos la suma: 3 + (-1) = 3

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 54, x = -1 no es nuevamente raíz del polinomio.

	1	4	- 21	4	28
-1		-1	-3	24	-28
	1	3	-24	28	0
-1		-1	-2	26	
	1	2	-26	54	

Para x = 2.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.
Multiplicamos el divisor por este coeficiente: 2 ·1 = 2, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.
Efectuamos la suma: 3 + 2 = 5

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 0.

	1	4	- 21	4	28
-1		-1	-3	24	-28
	1	3	-24	28	0
2		2	10	-28	
	1	5	-14	0	

x = 2 es una raíz del polinomio, y (x – 2) otro factor del polinomio.

Para x = 2.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.
Multiplicamos el divisor por este coeficiente: 2 ·1 = 2, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.
Efectuamos la suma: 5 + 2 = 7

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 0.

	1	4	- 21	4	28
-1		-1	-3	24	-28
	1	3	-24	28	0
2		2	10	-28	
	1	5	-14	0	
2		2	14		
	1	7	0		

x = 2 es nuevamente raíz del polinomio, y nuevamente (x – 2) otro factor del polinomio.

Para $x = -7$.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: $-7 \cdot 1 = -7$, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.

Efectuamos la suma: $7 + (-7) = 0$

Hemos llegado a residuo 0.

$x = -7$ es raíz del polinomio, y $(x + 7)$ otro factor del polinomio.

	1	4	-21	4	28
-1		-1	-3	24	-28
	1	3	-24	28	0
2		2	10	-28	
	1	5	-14	0	
2		2	14		
	1	7	0		
-7		-7			
	1	0			

Hemos obtenido 4 raíces, correspondientes a 4 factores:

$x = -1\ ,\ 2\ ,\ 2\ ,\ -7$ $\qquad P(x) = x^4 + 4x^3 - 21x^2 + 4x + 28 \longrightarrow P(x) = (x + 1)(x - 2)(x - 2)(x + 7)$

La raíz $x = 2$ se repite, por lo que el factor $(x - 2)$ está dos veces en el polinomio, y se escribe una sola vez con exponente 2.

$$P(x) = (x + 1)(x - 2)^2(x + 7)$$

RUFFINI. Ejercicio 2. Coeficientes Incompletos.

Factorizar el polinomio $P(x) = x^5 - 5x^4 + 40x^2 + 9x - 45$

Este polinomio es de grado 5, debe tener 6 términos, pero tiene 5, falta el término de grado 3.

$P(x) = x^5 - 5x^4 + 40x^2 + 9x - 45$

Escribimos todos los coeficientes alineados horizontalmente. Como falta el término de grado 3, colocamos 0 como coeficiente de ese término.

Trazamos las líneas que organizan el desarrollo y colocamos a un lado la lista de divisores del último coeficiente. Los divisores de 45 son:

1, 3, 5, 9, 15, 45, consideraremos los positivos y los negativos.

	1	-5	0	40	9	-45

Para x = 1.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: 1 ·1 = 1, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.

Efectuamos la suma: -5 + 1 = -4

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 0.

	1	-5	0	40	9	-45
1		1	-4	-4	36	45
	1	-4	-4	36	45	0

x = 1 es una raíz del polinomio, y (x – 1) un factor del polinomio.

Para x = 1.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: 1 ·1 = 1, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.

Efectuamos la suma: -4 + 1 = -3

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 74, x = 1 no es nuevamente raíz del polinomio.

	1	-5	0	40	9	-45
1		1	-4	-4	36	45
	1	-4	-4	36	45	0
1		1	-3	-7	29	
	1	-3	-7	29	74	

Para x = -1.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: -1 ·1 = -1, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.

Efectuamos la suma: -4 + 1 = -3

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 10, x = -1 no es raíz del polinomio.

	1	-5	0	40	9	-45
1		1	-4	-4	36	45
	1	-4	-4	36	45	0
-1		-1	5	-1	-35	
	1	-5	1	35	10	

x = 1 es una raíz del polinomio, y (x – 1) un factor del polinomio.

Para x = 3.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.
Multiplicamos el divisor por este coeficiente: $3 \cdot 1 = 3$, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.
Efectuamos la suma: $-4 + 3 = -1$

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 90, x = 3 no es raíz del polinomio.

	1	-5	0	40	9	-45
1		1	-4	-4	36	45
	1	-4	-4	36	45	0
3		3	-3	-21	45	
	1	-1	-7	15	90	

Para x = -3.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.
Multiplicamos el divisor por este coeficiente: $-3 \cdot 1 = -3$, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.
Efectuamos la suma: $-4 + (-3) = -7$

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 90, x = -3 no es raíz del polinomio.

	1	-5	0	40	9	-45
1		1	-4	-4	36	45
	1	-4	-4	36	45	0
-3		-3	21	-51	45	
	1	-7	17	-15	90	

Para x = 5.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.
Multiplicamos el divisor por este coeficiente: $5 \cdot 1 = 5$, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.
Efectuamos la suma: $-4 + 5 = 1$

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 250, x = 5 no es raíz del polinomio.

	1	-5	0	40	9	-45
1		1	-4	-4	36	45
	1	-4	-4	36	45	0
5		5	5	5	205	
	1	1	1	41	250	

Para x = -5.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.
Multiplicamos el divisor por este coeficiente: $-5 \cdot 1 = -5$, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.
Efectuamos la suma: $-4 + (-5) = -9$

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 890, x = -5 no es raíz del polinomio.

	1	-5	0	40	9	-45
1		1	-4	-4	36	45
	1	-4	-4	36	45	0
-5		-5	45	-205	845	
	1	-9	41	-169	890	

Aplicamos el mismo procedimiento para las raíces x = 9, -9, 15, -15, 45 y -45, sin llegar a residuo cero. Esto significa que **no tenemos más raíces enteras**.

El polinomio $P(x) = x^5 - 5x^4 + 40x^2 + 9x - 45$ sólo tiene una raíz entera, x = 1, cuyo factor correspondientes es $(x - 1)$.
Los coeficientes obtenidos, son los coeficientes del polinomio de grado 4 que multiplica a $(x - 1)$

	1	-5	0	40	9	-45
1		1	-4	-4	36	45
	1	-4	-4	36	45	0

$$P(x) = x^5 - 5x^4 + 40x^2 + 9x - 45 \longrightarrow P(x) = (x-1)(x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 36x + 45)$$

RUFFINI. Ejercicio 3. Divisores Fraccionarios 1.

Factorizar el polinomio $P(x) = 2x^4 - 15x^3 + 7x^2 + 72x - 36$

Los términos del Polinomio están completos

$P(x) = 2x^4 - 15x^3 + 7x^2 + 72x - 36$

	2	-15	7	72	-36

Escribimos todos los coeficientes alineados horizontalmente trazamos las líneas que organizan el desarrollo.

Posibles divisores del polinomio:

Enteros. divisores de 36:

1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

Fraccionarios.

$$\frac{\text{Divisores de } 36}{\text{Divisores de } 2}$$

Sólo se obtienen 3 fracciones irreducibles distintas.

$$\pm\frac{1}{2},\ \pm\frac{3}{2},\ \pm\frac{9}{2}$$

Vamos a ver cómo se desarrolla esta factorización, empezando con el 1

Para x = 1.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: $1 \cdot 2 = 2$, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.

Efectuamos la suma: $-15 + 2 = -13$

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 30, x = 1 no es raíz del polinomio.

	2	-15	7	72	-36
1		2	-13	-6	66
	2	-13	-6	66	30

Aplicamos el mismo procedimiento para x = -1 y 2, llegando a residuos distintos de cero.

Para x = -2.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: $-2 \cdot 2 = -4$, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.

Efectuamos la suma: $-15 + (-4) = -19$

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 0.

	2	-15	7	72	-36
-2		-4	38	-90	36
	2	-19	45	-18	0

x = -2 es una raíz del polinomio, y $(x - (-2)) = (x + 2)$ un factor del polinomio.

Has visto el paso a paso de cómo ir probando y descartando u obteniendo cada raíz, en lo sucesivo verás el desarrollo sólo con las raíces del polinomio.

Para $x = 3$.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: $3 \cdot 2 = 6$, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.

Efectuamos la suma: $-15 + (-4) = -19$

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 0.

	2	-15	7	72	-36
-2		-4	38	-90	36
	2	-19	45	-18	0
3		6	-39	18	
	2	-13	6	0	

$x = 3$ es una raíz del polinomio, y $(x - 3)$ un factor del polinomio.

Para $x = 6$.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: $3 \cdot 2 = 6$, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.

Efectuamos la suma: $-13 + 12 = -1$

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 0.

$x = 6$ es una raíz del polinomio, y $(x - 6)$ un factor del polinomio.

	2	-15	7	72	-36
-2		-4	38	-90	36
	2	-19	45	-18	0
3		6	-39	18	
	2	-13	6	0	
6		12	-6		
	2	-1	0		

Para $x = \frac{1}{2}$.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: $3 \cdot 2 = 6$, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.

Efectuamos la suma: $-13 + 12 = -1$

Seguimos el mismo procedimiento y llegamos a residuo 0.

$x = \frac{1}{2}$ es una raíz del polinomio, y $(x - \frac{1}{2})$ un factor del polinomio.

	2	-15	7	72	-36
-2		-4	38	-90	36
	2	-19	45	-18	0
3		6	-39	18	
	2	-13	6	0	
6		12	-6		
	2	-1	0		
½		1			
	2	0			

Hemos obtenido 4 raíces, correspondientes a 4 factores:

$x = -2, 3, 6, \frac{1}{2}$ $P(x) = 2x^4 - 15x^3 + 7x^2 + 72x - 36 \longrightarrow P(x) = \mathbf{2}(x + 2)(x - 3)(x - 6)(x - \frac{1}{2})$

El **2** resultante en la fila de coeficientes es el coeficiente del polinomio factorizado.

$$P(x) = 2(x + 2)(x - 3)(x - 6)(x - \tfrac{1}{2})$$

RUFFINI. Ejercicio 4. Divisores Fraccionarios 2.

Factorizar el polinomio $P(x) = 6x^3 + 31x^2 - 74x - 21$

Los términos del Polinomio están completos

$P(x) = 6x^3 + 31x^2 - 74x - 21$

	6	31	-74	21

Escribimos todos los coeficientes alineados horizontalmente trazamos las líneas que organizan el desarrollo.

Posibles divisores del polinomio:

Enteros. divisores de 21:

1, 3, 7, 21.

Fraccionarios.

$$\frac{\text{Divisores de } 21}{\text{Divisores de } 6}$$

Se obtienen 8 fracciones irreducibles distintas.

$$\pm\frac{1}{2},\ \pm\frac{1}{3},\ \pm\frac{1}{6},\ \pm\frac{3}{2},\ \pm\frac{7}{2},\ \pm\frac{7}{3},\ \pm\frac{7}{6},\ \pm\frac{21}{2}$$

Como ya conocemos el proceso en este ejercicio iremos directo a la primera raíz entera, el -7.

Para $x = -7$.

Copiamos el 1er coeficiente, en la línea de resultados.

Multiplicamos el divisor por este coeficiente: $-7 \cdot 6 = -42$, colocamos el resultado debajo del 2do coeficiente.

Efectuamos la suma: $31 + (-42) = -11$

Continuamos el procedimiento y llegamos a residuo 0.

	6	31	-74	21
-7		-42	77	-21
	6	-11	3	0
1/3		2	-3	
	6	-9	0	
3/2		9		
	6	0		

$x = -7$ es una raíz del polinomio, y $(x - (-7)) = (x + 7)$ un factor del polinomio.

Para $x = 1/3$ y $x = 3/2$.

Mismo procedimiento y llegamos a residuo 0.

$x = 1/3$ es una raíz del polinomio, y $(x - 1/3)$ un factor del polinomio.

$x = 3/2$ es una raíz del polinomio, y $(x - 3/2)$ un factor del polinomio.

Hemos obtenido 4 raíces, correspondientes a 4 factores:

$x = -7$, $1/3$, $3/2$ $\quad P(x) = 6x^3 + 31x^2 - 74x - 21 \longrightarrow P(x) = \mathbf{6}(x + 7)(x - 1/3)(x - 3/2)$

El **2** resultante en la fila de coeficientes es el coeficiente del polinomio factorizado.

$$\boxed{P(x) = 6(x + 7)(x - 1/3)(x - 3/2)}$$

También puede escribirse: $\boxed{P(x) = (x + 7)(3x - 1)(2x - 3)}$ **¿Sabes por qué?**

Ejercicios

Factorizar los siguientes polinomios:

1. $P(x) = x^3 + 8x^2 - 3x - 90$
2. $P(x) = x^3 - 4x^2 - 41x - 36$
3. $P(x) = x^4 - 9x^3 + 9x^2 + 85x - 150$
4. $P(x) = x^4 - 5x^3 - 18x^2 + 20x + 56$
5. $P(x) = x^5 + 8x^4 - 39x^3 - 378x^2 + 108x + 3240$
6. $P(x) = x^5 - 20x^3 - 30x^2 + 19x + 30$
7. $P(x) = 50x^4 - 245x^3 + 317x^2 - 99x + 9$
8. $P(x) = 6x^4 + 7x^3 - 4x^2 - 7x - 2$

Lo Hicimos Bien?

1. $(x - 3)(x + 5)(x + 6)$
2. $(x + 1)(x + 4)(x - 9)$
3. $(x - 2)(x + 3)(x - 5)^2$
4. $(x - 2)(x + 2)^2(x - 7)$
5. $(x - 3)(x + 5)(x - 6)(x + 6)^2$
6. $(x + 1)(x - 1)(x + 2)(x + 3)(x - 5)$
7. $(2x - 3)(5x - 1)(x - 3)$
8. $(2x + 1)(3x + 2)(x - 1)(x + 1)$