7

7ma Unidad

Factorización

7.6 Combinadas

Si podemos hacerlo bien, ¿por qué simplemente hacerlo por hacerlo?... Toda vez que sembramos voluntad y calidad, encontramos gratos frutos de nuestras acciones en el tiempo.

Descripción

Con Factorizaciones combinadas damos cierre a los distintos métodos y artificios de factorización para descomponer expresiones matemáticas en factores primos. Lograr dominio es todos ellos nos da gran ventaja para la comprensión y desarrollo de los temas que continúan durante nuestros estudios pre y universitarios.

Conocimientos Previos Requeridos

Descomposición de Números en Factores Primos, M.C.M, M.C.D, Potenciación, Simplificación de Potencia, Reglas de los Signos.

Contenido

Aplicar Productos Notables, Ejercicios.

Videos Disponibles

FACTORIZACIÓN. Combinadas. Ejercicio 1

FACTORIZACIÓN. Combinadas. Ejercicio 2

FACTORIZACIÓN. Combinadas. Ejercicio 3

FACTORIZACIÓN. Combinadas. Ejercicio 4

FACTORIZACIÓN. Combinadas. Ejercicio 5

FACTORIZACIÓN. Combinadas. Ejercicio 6

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

FACTORIZACIÓN. Combinadas. Ejercicio 1

En cada caso, aplicar las factorizaciones que correspondan para escribir la expresión completamente descompuesta.

$$3ax^2 - 3a$$

¿Qué tenemos en esta expresión algebraica?

Es un binomio, el primer término tiene 3 factores visibles: 3, a y x^2, el segundo término tiene dos factores visibles: 3 y a.

Observación
Los factores 3 y a están en ambos términos, entonces 3a constituye el factor común.

Dividimos cada término inicial entre el factor común $\frac{3ax^2}{3a} = x^2 \quad \frac{3a}{3a} = 1$

Escribimos el factor común seguido de paréntesis en los que colocamos cada cociente en el término que corresponde $= 3a(x^2 - 1)$

¿Qué tenemos ahora?

Dentro del paréntesis, dos términos que se restan, ambos términos son cuadrados perfectos. Es una diferencia de cuadrados perfectos.

$$= 3a(\underset{x}{x^2} - \underset{1}{1})$$

Factorizamos

Colocamos dos paréntesis, con las raíces de los dos cuadrados perfectos. En uno colocamos menos y en el otro mas $= 3a(x-1)(x+1)$

Hemos llegado al producto de 4 factores primos, ya que ninguno puede ser escrito como el producto de dos factores más simples. Está factorizado.

$$\boxed{3ax^2 - 3a = 3a(x-1)(x+1)}$$

FACTORIZACIÓN. Combinadas. Ejercicio 2

Factorizar $3x^2 - 3x - 6$

¿Qué tenemos en esta expresión algebraica?

Es un trinomio. El primer término tiene 2 factores visibles: 3 y x^2, el segundo término tiene dos factores visibles: 3 y x, el último término es un número compuesto, que puede ser escrito como el producto de $3 \cdot 2$.

$$3x^2 - 3x - 3 \cdot 2$$

Observación.
3 es un factor común a los 3 términos.

Factorizamos

Dividimos cada término entre el factor común.

$$\frac{3x^2}{3} = x^2 \qquad \frac{3x}{3} = x \qquad \frac{3 \cdot 2}{3} = 2$$

Escribimos el factor común seguido de paréntesis. en el que colocaremos cada cociente en el término correspondiente

$$= 3\left(x^2 - x - 2\right)$$

¿Qué nos ha quedado dentro del paréntesis?

Tenemos un trinomio cuadrado no perfecto. Podemos encontrar dos números que multiplicados den 2 y que restados den 1.

Factorizamos

$$x^2 - x - 2$$

–: buscamos dos números de signos diferentes

–: El mayor de los números es negativo

$M \cdot m = 2$ **Multiplicados** $M - m = 1$ **Sumados**

Colocamos el producto de dos paréntesis, con x de primer término en cada factor, y los dos números encontrados de 2dos términos.

$$= 3(x \quad 2)(x \quad 1)$$

Como el mayor de los números es negativo, ponemos el – en el factor donde está el 2, y el + en el factor donde está el 1.

$$= 3(x - 2)(x + 1)$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 3(x - 2)(x + 1)$$

FACTORIZACIÓN. Combinadas. Ejercicio 3

Factorizar $2a^2x - 4abx + 2b^2x$

¿Qué tenemos en esta expresión algebraica?

Es un trinomio.
El primer término tiene 3 factores visibles 2, a^2 y x,
El segundo término tiene 4 factores visibles: 4, a, b y x,
El último término tiene 3 factores visibles 2, b cuadrado y x.

$$2a^2x - 4abx + 2b^2x$$

Escribimos 4 como 2^2.

$$= 2a^2x - 2^2abx + 2b^2x$$

2x es un factor común a los 3 términos. Entonces, dividimos cada término entre el factor común.

$$\frac{2a^2x}{2x} = a^2 \quad \frac{2^2abx}{2x} = 2ab \quad \frac{2^2b^2x}{2x} = 2b^2$$

Escribimos el factor común seguido de paréntesis, en el que colocaremos cada cociente obtenido en el lugar del término correspondiente.

$$= 2x\left(a^2 - 2ab + b^2\right)$$

Dentro del paréntesis tenemos un trinomio cuadrado perfecto.

$$= 2x\left(a^2 - 2ab + b^2\right)$$

a b

$2 \cdot a \cdot b$

Escribimos las raíces entre paréntesis, separadas por el signo del doble producto.

$$= 2x(a-b)^2$$

FACTORIZACIÓN. Combinadas. Ejercicio 4

Factorizar $2a^3 - 2$

¿Qué tenemos en esta expresión algebraica?

Es un binomio.
El primer término tiene 2 factores visibles: 2 y a^3
El segundo término tiene 1 factor visible: el 2

$2a^3 - 2$ **Factor Común:** 2

Factorizamos

Dividimos cada término entre 2.

$$\frac{2a^3}{2} = a^3 \qquad \frac{2}{2} = 1$$

Escribimos el factor común seguido de paréntesis, en el que colocaremos cada cociente en el término correspondiente

$$2a^3 - 2 = 2\left(a^3 - 1\right)$$

¿Qué nos ha quedado dentro del paréntesis?

Tenemos un binomio, cada término es cubo perfecto, cuyas raíces son a y 1 esto es una diferencia de cubos

$$2a^3 - 2 = 2\left(a^3 - 1\right)$$

a 1

Factorizamos

Colocamos entre paréntesis las dos raíces, y multiplicamos por otro paréntesis en el que colocamos:
la primera raíz al cuadrado, más la primera raíz por la segunda, más la segunda raíz al cuadrado.

$$=2(a-1)(a^2-a+1)$$

Hemos llegado a 3 factores primos, es decir, que no se pueden descomponer más. Esta es la expresión factorizada.

$$2a^3-2=2(a-1)(a^2-a+1)$$

FACTORIZACIÓN. Combinadas. Ejercicio 5

Factorizar a^3-3a^2-28a

¿Qué tenemos en esta expresión algebraica?

Es un trinomio.
El primer término tiene 1 factor visible: a^3
El segundo término tiene 2 factores visibles: el 3 y a^2
El 3ro tiene dos factores visibles: 28 y a

$$a^3-3a^2-28a$$

Factor Común: a

Factorizamos

Dividimos cada término entre a

$$\frac{a^3}{a}=a^2 \qquad \frac{3a}{a}=3 \qquad \frac{28a}{a}=12$$

Escribimos el factor común seguido de paréntesis, en el que colocamos cada cociente en el término correspondiente.

$$=a(a^2-3a-28)$$

¿Qué nos ha quedado dentro del paréntesis?

Tenemos un trinomio cuadrado no perfecto. Podemos encontrar dos números que multiplicados den 28 y que restados den 3.

Factorizamos

$$a^2-3a-28$$

–: buscamos dos números de signos diferentes
–: El mayor de los números es negativo

$M \cdot m=28$ **Multiplicados** $\qquad$ $M-m=3$ **Sumados**

Colocamos el producto de dos paréntesis, con x de primer término en cada factor, y los dos números encontrados de 2dos términos.

$$=a(a\quad 2)(a\quad 1)$$

Como el mayor de los números es negativo, ponemos el – en el factor donde está el 2, y el + en el factor donde está el 1.

$$=a(a-7)(a+4)$$

$$a^3-3a^2-28a=a(a-7)(a+4)$$

FACTORIZACIÓN. Combinadas. Ejercicio 6

Factorizar $x^3 - 4x + x^2 - 4$

¿Qué tenemos en esta expresión algebraica?

Es un polinomio de 4 términos.
El primer término tiene 1 factor visible: x^3
El segundo término tiene 2 factores visibles: el 4 y x
El 3ro tiene 1 factor visible: x^2
El 4to término tiene un factor visible: 4

$x^3 - 4x + x^2 - 4$

Factor Común: a

Observación. No hay un factor común a todos los términos. Los primeros dos términos tienen en común x. Aplicamos asociación de términos.

Factorizamos

Agrupamos los primeros dos términos y los últimos dos

$$x^3 - 4x + x^2 - 4$$
$$= (x^3 - 4x) + (x^2 - 4)$$

En la primera agrupación, sacamos x factor común dividiendo cada término entre x y colocando en el paréntesis los cocientes de las divisiones. La segunda agrupación la dejamos igual

$$= x(x^2 - 4) + (x^2 - 4)$$

Ahora tenemos dos términos, que tienen como factor común a $(x^2 - 4)$. Lo sacamos Factor Común.

$$= x(x^2 - 4) + (x^2 - 4)$$
$$= (x^2 - 4)(x + 1)$$

¿Que harías ahora?

El primer factor es una diferencia de cuadrados. Así que colocamos las raíces de cada término entre dos paréntesis, en uno separamos con – y en otro con +.

$$= (x - 2)(x + 2)(x + 1)$$

$$\boxed{x^3 - 4x + x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)(x + 1)}$$

A Practicar

Factorizar las siguientes expresiones en factores primos

1. $3ax^2 - 3a$
2. $3x^2 - 3x - 6$
3. $2a^2x - 4abx + 2b^2x$
4. $2a^3 - 2$
5. $a^3 - 3a^2 - 28a$
6. $x^3 - 4x + x^2 - 4$
7. $3ax^3 + 3ay^3$
8. $4ab^2 - 4abn + an^2$
9. $x^3 - x + x^2y - y$
10. $2a^3 + 6a^2 - 8a$
11. $8ax^2 - 2a$
12. $n^4 - 81$

¿Lo Hicimos Bien?

1. $3a(x-1)(x+1)$
2. $3(x-2)(x+1)$
3. $2x(a-2b)^2$
4. $2(a-1)(a^2+a+1)$
5. $a(a-7)(a+4)$
6. $(x-2)(x+2)(x+1)$
7. $3a(x+y)(x^2-xy+y^2)$
8. $a(2b-n)^2$
9. $(x-1)(x+1)(x+y)$
10. $2a(a+4)(a-1)$
11. $2a(2x-1)(2x+1)$
12. $(n-3)(n+3)(n^2+9)$