

5

5ta Unidad

Ecuaciones

5.1 Igualdades, Incógnitas, Despeje.

Encontrar una solución es asumir una aventura de saber, es estar preparado para cualquier forma de solución, o ser capaz de ver que a veces no tener la solución en nuestras manos es otra forma de resolver.

Descripción



Ecuaciones, el primer contacto con expresiones algebraicas en matemática. Hasta ahora hemos aprendido cómo realizar operaciones entre números, naturales y enteros. Con Ecuaciones conoceremos conceptos que nos acompañarán el resto de nuestros estudios en matemática. Igualdad, Ecuación, Incógnita, Lados de una igualdad, transposición. Se ponen a valer aquí todas las propiedades de los números que hemos aprendido. Son ahora piezas indispensables para establecer reglas que permitan resolver Ecuaciones con mayor facilidad.

Es importante tener presente que cada uno de los conocimientos que vienes adquiriendo, más los nuevos, son parte de un sistema de saberes que le dan a quienes lo tienen, la capacidad de ver matemática como un paisaje amigable y fácil de transitar. Así que, vamos a sumar este saber y sigamos nutriendo nuestra mente.

Conocimientos Previos Requeridos

Operaciones en los Números Naturales, Propiedades.

Contenido

Igualdades, Incógnitas, Despeje, Regla de Despeje, Ejercicios en los Naturales.

Videos Disponibles

[ECUACIONES EN LOS NATURALES. Igualdades, Incógnitas, Despeje](#)

[ECUACIONES EN LOS NATURALES. Reglas de Despeje](#)

[ECUACIONES EN LOS NATURALES. Ejercicio 1](#)

[ECUACIONES EN LOS NATURALES. Ejercicio 2](#)

[ECUACIONES EN LOS NATURALES. Ejercicio 3](#)

[ECUACIONES EN LOS NATURALES. Ejercicio 4](#)

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

▶ ECUACIONES EN LOS NATURALES. Igualdades, Incógnitas, Despeje

Igualdad. Es una **equivalencia** entre dos cantidades o expresiones.

Ejemplo

$3 + 4$ es equivalente a 7

$$3 + 4 = 7$$

$8 \cdot 5$ es equivalente a $50 - 10$

$$8 \cdot 5 = 50 - 10$$

$8 \cdot 5$ es 40 y $50 - 10$ es 40

Nota: Estas son igualdades evidentes, porque podemos calcular los resultados de las operaciones presentes y verificar la equivalencia entre ambas cantidades.

También existen igualdades entre expresiones que contienen letras.

Ejemplo

$$2x + 5 = 19$$

$$5y - 1 = 4 + y$$

$$x + y = 10$$

Las letras presentes en una igualdad se denominan **Incógnitas**.

Incógnitas. Son valores que debemos calcular para verificar que se cumpla la igualdad.

Ejemplo

Sustituimos un valor en la primera igualdad.

$$2x + 5 = 19$$

Sustituimos x por 7 .

$$2(7) + 5 = 19$$

Multiplicamos 2 por 7 : $2(7) = 14$

$$14 + 5 = 19$$

Efectuamos: $14 + 5 = 19$

$$19 = 19$$

Vemos que cuando x toma el valor 7 la igualdad se cumple.

Sustitución. Cambiar una letra por un valor conocido.

Ecuación. Es toda igualdad en la que existen una o más incógnitas.

Cuando nos piden resolver una ecuación lo que debemos hacer es hallar el valor de la, o las, incógnitas.

$$2x + 5 = 19$$

$$x = ?$$

$$5y - 1 = 4 + y$$

$$y = ?$$

$$x + y = 10$$

$$x = ? , y = ?$$

Nota: Para las incógnitas se destinan generalmente las últimas letras del abecedario, **t**, **x**, **y** o **z**.

Lados o Miembros de la Igualdad. Son las posiciones ubicadas a la izquierda y derecha del signo de igualdad.

El **1er lado o miembro de la igualdad**, es lo que está a la izquierda de la igualdad.

$$-4x + 3 = 7$$

El **2do lado o miembro de la igualdad**, es lo que está a la derecha de la igualdad.

Para resolver una ecuación, o hallar el valor de la incógnita, existen varios métodos desde tanteo, hasta procedimientos sistemáticos como el despeje.

Con sistemático queremos decir, que existen reglas que debemos aplicar de forma ordenada para desarrollarlo.

Despeje. consiste en dejar sola a la variable en el primer lado de la igualdad, y pasar el resto de las cantidades al segundo miembro de la igualdad.

$$\text{Variable o Incógnita} = \text{Valores conocidos}$$

▶ ECUACIONES EN LOS NATURALES. Reglas de Despeje

El proceso de despeje puede resumirse en una sola y fundamental regla:

Toda cantidad que se pasa de un lado a otro de la igualdad, debe pasar realizando la operación contraria.

$$ax + b = c$$

Estudiemos en detalle esto de la operación contraria, por cuestión de practicidad diremos suma, en lugar de adición, resta en lugar de sustracción.

La operación contraria de la suma es la resta.

$$\text{Suma} \quad a + b \quad \longrightarrow \quad \text{Resta} \quad a - b$$

La operación contraria de la resta es la suma.

$$\text{Resta} \quad a - b \quad \longrightarrow \quad \text{Suma} \quad a + b$$

La operación contraria de la multiplicación es la división.

$$\text{Multiplicación} \quad a \cdot b \quad \longrightarrow \quad \text{División} \quad \frac{a}{b}$$

Y la operación contraria de la división es la multiplicación.

$$\text{División} \quad \frac{a}{b} \quad \longrightarrow \quad \text{Multiplicación} \quad a \cdot b$$

Tenemos cuatro situaciones diferentes en las que buscaremos despejar a x recordemos que despejar x es dejarla sola en el primer lado de la igualdad.

$$x + 3 = 5$$

En la primera ecuación, para despejar a la x debemos pasar el **3** al otro lado.

El **3** está sumándose a la x , entonces debe pasar al otro lado de la igualdad restando

$$x - 2 = 9$$

En la segunda ecuación para despejar a la x debemos pasar el **2** al otro lado.

El **2** se está restando a la x , entonces debe pasar al otro lado de la igualdad sumando.

$$7x = 4$$

En la tercera ecuación para despejar a la x debemos pasar el **7** al otro lado.

El **7** está multiplicando a la x , entonces debe pasar al otro lado de la igualdad dividiendo.

$$\frac{x}{5} = -1$$

En la cuarta ecuación para despejar a la x debemos pasar el **5** al otro lado.

El **5** está dividiendo a la x , entonces debe pasar al otro lado de la igualdad multiplicando.

$$x + 3 = 5$$

$$x = 5 - 3$$

$$x - 2 = 9$$

$$x = 9 + 2$$

$$7x = 4 \quad x = \frac{4}{7}$$

$$\frac{x}{5} = -1 \quad x = -1.5$$

Estos son casos sencillos en los que se despeja x en un solo paso, la idea era modelar cómo aplica la regla para cada operación.

Veamos ahora en las siguientes lecciones, variados ejercicios en los que pondremos en practica los conocimientos adquiridos en éstas.

▶ ECUACIONES EN LOS NATURALES. Ejercicio 1

Hallar el valor de x en la siguiente ecuación $4x - 11 = 17$

Recordemos. que despejar significa dejar la incógnita, x , sola en el primer lado de la igualdad.

x está acompañada de un **4**, que la está multiplicando, y de un **11** que le está restando.

$$4x - 11 = 17$$

Para despejar a x , empezamos moviendo lo que está mas alejado de ella y progresivamente avanzaremos hasta quitar lo que este junto a ella.

¿Cómo haces para sacar una caja que esté en las condiciones de la caja con etiqueta verde de la imagen?



En esta idea cotidiana podemos visualizar este principio de despeje.

Para sacar la caja de etiqueta verde, debemos primero quitar las cajas superiores, empezando por las que están más lejos de ella, de tal manera que se vaya despejando el camino, hasta finalmente llegar a ella y tenerla solita sin más cajas alrededor.



En este caso, el valor más alejado de la x es el 11 .

$$4x - 11 = 17$$

El 11 está restando, debemos pasarlo al otro lado sumando.

$$4x = 17 + 11$$

Efectuamos la suma: $17 + 11$

$$4x = 17 + 11$$

El 4 está multiplicando a x , pasa dividiendo al otro lado.

$$4x = 28$$

$$x = \frac{28}{4}$$

Nota: es importante tener el cuidado de agrupar todo lo que esté del otro lado, si hay más de un sumando o término, para que lo que pase dividiendo divida a todo.

El cociente de 28 entre 4 es 7.

$$x = 7$$

Significa que el valor de x que hace que se satisfaga la igualdad es 7 comprobemos esto para visualizar claramente lo que esto significa.

Si sustituimos el 7 en x , esto significa que donde está la x colocamos el 7 , y realizamos los cálculos.

$$4 \cdot 7 - 11 = 17$$

Tendremos 4 por 7 , 28 .

$$28 - 11 = 17$$

$28 - 11$ es 17 .

$$17 = 17$$

Hemos obtenido en el primer lado de la igualdad el mismo valor que está en el segundo lado de la igualdad.

▶ ECUACIONES EN LOS NATURALES. Ejercicio 2

Hallar el valor de y en la siguiente ecuación $8y + 4 = 60 - 6y$

El 1er miembro de la igualdad tiene dos sumandos o **términos**, el segundo miembro tiene dos términos.

$$8y + 4 = 60 - 6y$$

Términos. Son cantidades que se relacionan por medio de adición o sustracción.

La incógnita de esta ecuación es " y ", y está presente en los dos lados de la igualdad.

Reuniremos todos los términos que contengan y en el primer lado de la igualdad, y todo los valores conocidos en el segundo lado de la igualdad.

$8y$ está en el primer miembro de la igualdad, lo dejamos en su lugar.

$$8y + 4 = 60 - 6y$$

$6y$ está restando en el segundo miembro de la igualdad. Pasa al primer lado de la igualdad sumando.

$$8y + 4 + 6y = 60$$

El 60 que está en el segundo lado de la igualdad, lo dejamos allí.

$$8y + 4 + 6y = 60$$

el 4 está sumando en el primer lado de la igualdad, lo pasaremos restando al segundo lado de la igualdad.

$$8y + 6y = 60 - 4$$

En el primer miembro de la igualdad nos ha quedado la suma de $8y + 6y$ esto es $14y$.

$$14y = 60 - 4$$

En el segundo lado de la igualdad nos ha quedado la diferencia o resta de 60 menos 4 esto es 56

$$14y = 56$$

Pasamos el 14 , que está multiplicando a y , al otro lado de la igualdad dividiendo al 56 .

$$y = \frac{56}{14}$$

Efectuando el cálculo del cociente nos queda y igual a 4

$$y = 4$$

Comprobemos que este valor de y satisface la igualdad para eso, vamos a sustituir 4 en cada y de la ecuación.

$$8 \cdot 4 + 4 = 60 - 6 \cdot 4$$

8 por 4 , 32 y 6 por 4 , 24

ahora, en el primer miembro de la igualdad tenemos la suma de $32 + 4$, que es 36

$$32 + 4 = 60 - 24$$

y en el segundo miembro de la igualdad tenemos la diferencia $60 - 24$, que es 36

$$36 = 36$$

Hemos comprobado que e igual 4 es el valor que satisface la igualdad.

▶ ECUACIONES EN LOS NATURALES. Ejercicio 3

Hallar el valor de y en la siguiente ecuación $3(y + 4) = 1 - 2y + 4(y + 7)$

El primer miembro de la igualdad tiene una multiplicación: $3(y + 4)$.

$$3(y + 4) = 1 - 2y + 4(y + 7)$$

El segundo miembro tiene tres términos: $1, -2y, 4(y + 7)$.

$$3(y + 4) = 1 - 2y + 4(y + 7)$$

En la lección 3.1 de los Números Naturales aprendimos que cuando uno de los factores, o ambos, es una suma, podemos aplicar propiedad distributiva, que consiste en distribuir la operación de multiplicación para cada sumando.

Propiedad Distributiva: $3(y + 4) = 3 \cdot y + 3 \cdot 4$
 $4(y + 7) = 4 \cdot y + 4 \cdot 7$

$$3(y + 4) = 1 - 2y + 4(y + 7)$$

$$3y + 3 \cdot 4 = 1 - 2y + 4y + 4 \cdot 7$$

Efectuando los productos: $3 \cdot 4 = 12$
 $4 \cdot 7 = 28$

$$3y + 12 = 1 - 2y + 4y + 28$$

Efectuando los productos: $3 \cdot 4 = 12$
 $4 \cdot 7 = 28$

$$3y + 12 = 1 - 2y + 4y + 28$$

Nota: la incógnita está en tres términos de la igualdad uno en el primer miembro de la igualdad y dos en el segundo miembro de la igualdad

Debemos reunir los tres términos que contienen la incógnita en el primer miembro de la igualdad y los valores conocidos en el segundo miembro de la igualdad.

Transposiciones de Términos:

$2y$ está restando en el 2do lado de la igualdad, pasa sumando al 1er lado de la igualdad.

$$3y + 12 = 1 - 2y + 4y + 28$$

$4y$ está sumando en el 2do lado de la igualdad, pasa restando al 1er lado de la igualdad.

$$3y + 2y - 4y + 12 = 1 + 28$$

12 está sumando en el 1er lado de la igualdad, pasa restando al 2do lado de la igualdad.

$$3y + 2y - 4y = 1 + 28 - 12$$

Efectuando las operaciones:

$$3y + 2y - 4y = y, \quad 1 + 28 - 12 = 27$$

$$y = 27$$

▶ ECUACIONES EN LOS NATURALES. Ejercicio 4

Hallar el valor de x en la siguiente ecuación $6(2 + 3x) = 10 + 2(1 + x) + 4(3 + x)$

Tres de los términos de la ecuación son multiplicaciones: $6(2 + 3x)$, $2(1 + x)$, $4(3 + x)$. En cada caso tenemos el producto de un número por una suma. Podemos aplicar Propiedad Distributiva.

Propiedad Distributiva:

$$6(2 + 3x) = 10 + 2(1 + x) + 4(3 + x)$$

$$\underline{6 \cdot 2} + \underline{6 \cdot 3x} = 10 + \underline{2 \cdot 1} + \underline{2 \cdot x} + \underline{4 \cdot 3} + \underline{4 \cdot x}$$

Efectuando los Productos:

$$\underline{12} + \underline{18x} = 10 + 2 + \underline{2x} + 12 + \underline{4x}$$

Pasan al 1er lado de la igualdad restando

Reunimos todos los términos que tienen x en el 1er lado de la igualdad.

Reunimos todos los términos numéricos en el 2do lado de la igualdad.

$$\underline{12} + 18x - 2x - 4x = 10 + 2 + 12$$

Pasan al 1er lado de la igualdad restando

Simplificamos términos en ambos lados de la igualdad (sumas y restas).

$$18x - 2x - 4x = 10 + 2 + 12 - 12$$

$$12x = 12$$

Pasamos 4 , que multiplica a x , dividiendo al otro lado.

$$x = \frac{12}{12}$$

$$x = 1$$

Emparejando el Lenguaje

Igualdad. Es una **equivalencia** entre dos cantidades o expresiones.

Incógnitas. Son valores que debemos calcular para verificar que se cumpla la igualdad.

Sustitución. Cambiar una letra por un valor conocido.

Ecuación. Es toda igualdad en la que existen una o más incógnitas.

Lados o Miembros de la Igualdad. Son las posiciones ubicadas a la izquierda y derecha del signo de igualdad.

Despeje. consiste en dejar sola a la variable en el primer lado de la igualdad, y pasar el resto de las cantidades al segundo miembro de la igualdad.

Términos. Son cantidades que se relacionan por medio de adición o sustracción.

Ejercicios

Los siguientes ejercicios se sugieren como opción para ejemplos, desarrollo de Prácticas Guiadas y/o prueba exploratoria de habilidades logradas. Se deja a criterio del instructor la distribución de los mismos para cada objetivo.

Halla el valor de la incógnita en cada caso, y comprueba el resultado:

1. $-7 + 8x = 3 + 5x + 11$

2. $4 - (3x + 1) = 2(5 - 7x) + 15$

3. $x + 9 - 6x = 1 - 3(2 + x)$

4. $8 + (x + 7) = 9(-x + 3) + 6x$

5. $11 + 3x - (5 + 2x) = (3 - x) - 9$

6. $5x - 3 - (6x + 1) = 13 + 2(2 + x)$

¿Lo Hicimos Bien?

Comprueba que los resultados de tus cálculos estén correctos.

Halla el valor de la incógnita en cada caso, y comprueba el resultado:

1. $x = 7$

2. $x = 2$

3. $x = 7$

4. $x = 3$

5. $x = -6$

6. $x = -7$