

5

5ta Unidad

Ecuaciones en los Reales

5.1 Lineales

Cuando alteramos el balance de un sistema generamos ondas que se expanden en el espacio y tiempo, hasta que un día llega a nosotros el efecto de esas ondas.

Descripción

Ecuaciones Lineales en los Reales

Hallar la solución de la ecuación dada

$$0,25x + 11 = \frac{-x + 9}{6} + \frac{5 - 3x}{2}$$

$$\overset{0,25}{\frac{1}{4}}x + 11 = \frac{-x + 9}{6} + \frac{5 - 3x}{2}$$

$$12 \cdot \frac{1}{4}x + 12 \cdot 11 = 12 \cdot \frac{-x + 9}{6} + 12 \cdot \frac{5 - 3x}{2}$$

$$3x + 132 = 2 \cdot (-x + 9) + 6 \cdot (5 - 3x)$$

$$3x + 132 = -2x + 18 + 30 - 18x$$

$$3x + 2x + 18x = 18 + 30 - 132$$

Kharla Mérida

guao.org

Las ecuaciones son ya un recurso matemático con el que estamos familiarizados. Hemos trabajado con ellas en los Números Naturales, en los Enteros y en los Racionales. La forma en que reducimos las expresiones y despejamos la incógnita se ve ahora enriquecida con la posibilidad de operar con números reales, según sus propiedades, fuera de ello, no hay novedades en el procedimiento. Revisemos y practiquemos ecuaciones en los reales.

Conocimientos Previos Requeridos

Operaciones y Propiedades de los Números Naturales y los Números Enteros.

Contenido

Simplificación de los Radicales, Propiedades de los Radicales, Multiplicación de Radicales con Distintos Índices, División de Radicales con Distintos Índices.

Videos disponibles

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

▶ ECUACIONES EN LOS REALES. Ecuaciones Lineales.

En este punto de nuestros estudios hemos estudiado ecuaciones en el campo de los números naturales, de los números enteros y de los números racionales. Es hora de que manejeamos ecuaciones que involucren operaciones entre números reales.

Para ello veamos un resumen de los conceptos que fundamentan las ecuaciones.

Recordemos

Igualdad. Es una **equivalencia** entre dos cantidades o expresiones.

Incógnitas. Son valores, representados con letras, que debemos calcular para verificar que se cumpla la igualdad.

Sustitución. Cambiar una letra por un valor conocido.

Ecuación. Es toda igualdad en la que existen una o más incógnitas.

El **1er lado o miembro de la igualdad**, es lo que está a la izquierda de la igualdad.

$$-4x + 3 = 7$$

El **2do lado o miembro de la igualdad**, es lo que está a la derecha de la igualdad.

Despeje. consiste en **dejar sola a la variable en el primer lado de la igualdad**, y pasar el resto de las cantidades al segundo miembro de la igualdad.

Y se efectúa según la regla general que dice:

Toda cantidad que se pasa de un lado a otro de la igualdad, debe pasar realizando la operación contraria.

Veamos un ejemplo donde apliquemos las reglas de despeje ahora en los reales.

Ejemplo

Hallar el valor de "x" en la siguiente ecuación: $\frac{7}{2}x + (-2) = \frac{1}{4}(6x - 2) + \left(-\frac{1}{2}\right)$

1 Identificar la Incógnita

La letra presente en la expresión es la x, y ésta representa un valor desconocido. La incógnita de la ecuación es x.

Observamos que hay x en ambos lados de la igualdad, debemos reunirlos en el primer lado de la igualdad.

2 Despejar la incógnita

Primero eliminaremos los denominadores para que resulten operaciones más sencillas sin fracciones.

$$\frac{7}{2}x + (-2) = \frac{1}{4}(6x - 2) + \left(-\frac{1}{2}\right)$$

Multiplicamos ambos lados de la ecuación por el m.c.m. de los denominadores.

$$\text{m.c.m. } \{2,4\} = 4$$

$$4 \cdot \frac{7}{2}x + 4 \cdot \frac{(-2)}{1} = 4 \cdot \frac{1}{4}(6x - 2) + 4 \cdot \frac{(-1)}{2}$$

Simplificamos y multiplicamos factores en cada término.

$$2 \cdot 7x - 8 = 6x - 2 - 2$$

Efectuamos el producto en el 1er lado de la igualdad, y la suma de términos semejantes en el 2do lado de la igualdad.

$$14x - 8 = 6x - 4$$

6x está sumando en el 2do lado de la igualdad, pasa al 1er lado restando.

$$14x - 6x = 8 - 4$$

8 está restando en el 1er lado de la igualdad, pasa sumando al 2do lado.

Efectuamos las restas en ambos lados de la igualdad.

$$9x = 4$$

El 9 que acompaña a la x multiplicando, pasa al 2do lado dividiendo.

$$x = \frac{4}{9}$$

El valor obtenido es un número racional, por lo tanto también es un número real.

$$x = \frac{4}{9}$$

Recordemos. La regla fundamental de despeje es
Toda cantidad que se pasa de un lado a otro de la igualdad, debe pasar realizando la operación contraria.

Nota: el énfasis en que se transpone (o pasa de un lado a otro de la igualdad) bajo la operación contraria, es para evitar los errores operativos causados por no tener dominio de las propiedades al aplicar el acostumbrado (que no cierto) "pasa con el signo contrario".

Para ver los detalles del proceso de despeje paso a paso y los fundamentos de la regla puedes revisar el objetivo **5.1 Igualdades, Incógnitas, Despeje**, de matemática de 1er lapso.

▶ ECUACIONES EN LOS REALES. Ecuaciones Lineales. Ejercicio 1

Hallar el valor de "x" en la siguiente ecuación: $0,25x + 11 = \frac{-x + 9}{6} + \frac{5 - 3x}{2}$

1 Identificar la Incógnita

La letra presente en la expresión es la **x**, y ésta representa un valor desconocido. La incógnita de la ecuación es **x**.

Observamos que hay **x** en ambos lados de la igualdad, debemos reunirlos en el primer lado de la igualdad.

$$0,25x + 11 = \frac{-x + 9}{6} + \frac{5 - 3x}{2}$$

2 Despejar la incógnita

Tenemos un decimal exacto, hallaremos su fracción generatriz para representarlo con ella, quedando solo con números enteros o fracciones.

$$\overset{0,25}{\frac{1}{4}}x + 11 = \frac{-x + 9}{6} + \frac{5 - 3x}{2}$$

Multiplicamos ambos lados de la ecuación por el m.c.m. de los denominadores.

$$\text{m.c.m. } \{2,4,6\} = 12$$

$$\underset{3}{12} \cdot \frac{1}{4}x + \underset{132}{12} \cdot 11 = \underset{2(-x+9)}{12} \cdot \frac{-x+9}{6} + \underset{6(5-3x)}{12} \cdot \frac{5-3x}{2}$$

Efectuamos los productos y simplificamos las fracciones de los coeficientes.

$$3x + 132 = 2 \cdot (-x + 9) + 6 \cdot (5 - 3x)$$

Aplicamos propiedad distributiva en ambos paréntesis.

$$3x + 132 = -2x + 18 + 30 - 18x$$

Pasamos todos los términos con la incógnita al 1er lado de la igualdad, y los términos numéricos al 2do lado de la igualdad, y simplificamos.

$$3x + 2x + 18x = -132 + 18 + 30$$

$$23x = -84$$

Pasamos 23, que multiplica a **x**, dividiendo al otro lado de la igualdad.

$$x = -\frac{84}{23}$$

23 es un número primo, y no divide a 84 exactamente, entonces esta es la fracción más simple, y la solución.

$$x = -\frac{84}{23}$$

▶ ECUACIONES EN LOS REALES. Ecuaciones Lineales. Ejercicio 2

Hallar el valor de "y" en la siguiente ecuación: $\frac{2}{5}(14 - y) + \frac{11y}{10} = \frac{4 - 5y}{2} + \frac{2y + 1}{4}$

1 Identificar la Incógnita

La letra presente en la expresión es la **y**, y ésta representa un valor desconocido. La incógnita de la ecuación es **y**.

$$\frac{2}{5}(14 - y) + \frac{11y}{10} = \frac{4 - 5y}{2} + \frac{2y + 1}{4}$$

Observamos que hay **y** en ambos lados de la igualdad, debemos reunirlos en el primer lado de la igualdad.

2 Despejar la incógnita

Primero eliminamos los denominadores, para que resulten operaciones más sencillas sin fracciones.

Multiplicamos ambos lados de la ecuación por el m.c.m. de los denominadores.

$$\text{m.c.m. } \{5, 10, 2, 4\} = 20$$

$$20 \cdot \frac{2}{5}(14 - y) + 20 \cdot \frac{11y}{10} = 20 \cdot \frac{4 - 5y}{2} + 20 \cdot \frac{2y + 1}{4}$$

Efectuamos los productos y simplificamos las fracciones de los coeficientes.

$$4 \cdot 2(14 - y) + 2 \cdot 11y = 10 \cdot (4 - 5y) + 5 \cdot (2y + 1)$$

$$8(14 - y) + 22y = 10 \cdot (4 - 5y) + 5 \cdot (2y + 1)$$

Aplicamos propiedad distributiva en ambos paréntesis.

$$8(14 - y) + 22y = 10 \cdot (4 - 5y) + 5 \cdot (2y + 1)$$

$$8 \cdot 14 - 8 \cdot y + 8 \cdot 22y = 10 \cdot 4 - 10 \cdot 5y + 5 \cdot 2y + 5 \cdot 1$$

Efectuamos los productos de los coeficientes

$$112 - 8y + 176y = 40 - 50y + 10y + 5$$

Pasamos todos los términos con la incógnita al 1er lado de la igualdad, y los términos numéricos al 2do lado de la igualdad, y simplificamos.

Pasamos 208, que multiplica a **y**, dividiendo al otro lado de la igualdad.

$$-8y + 176y + 50y - 10y = 40 + 5 - 112$$

$$208y = -67$$

$$y = -\frac{67}{208}$$

$$y = -\frac{67}{208}$$

A Practicar

Halla el valor de la incógnita en cada caso, y comprueba el resultado:

1. $3x - 8 + 2x - 6x + 15 = 12 - 9x$

2. $(7x - 5) - 2(x - 9) = 3 - (1 - 2x)$

3. $\frac{1}{3}x + \frac{7x}{12} + 12 = -\frac{5}{6}x + 8 + \frac{3x}{4}$

4. $11 - \frac{x}{5} + \frac{4}{15} - x + 6 = 8 - 13\left(x + \frac{1}{6}\right) + \frac{x}{10}$

5. $\left(4 + \frac{9x}{2}\right) - \left(\frac{1}{7} - x\right) + 15 = 2 - \left(2x + \frac{1}{3}\right) + \frac{5x - 2}{21}$

6. $\frac{1 - 3x}{5} - \frac{7x - 8}{10} + \frac{17}{4} = \frac{9}{5} - \frac{x - 4}{10} + \frac{5x - 2}{5} + 23$

¿Lo Hicimos Bien?

1. $x = \frac{5}{8}$

3. $x = -4$

5. $x = -\frac{363}{149}$

2. $x = 0$

4. $x = \frac{71}{117}$

6. $x = -\frac{375}{92}$