

## ECUACIONES EN Q (NÚMEROS RACIONALES)

Echa un vistazo a esta situación.

El domingo, Leonardo caminó 4 unidades. El lunes, Leonardo caminó un tercio de lo que caminó el martes. El caminó un total de 12 unidades en esos 3 días.

Vamos a plantear a  $t$  como el número de unidades que Leonardo caminó el martes. Escribe una ecuación algebraica para representar el número total de unidades que caminó en los 3 días. Encuentra el número de unidades que Leonardo caminó el martes. Encuentra el número de unidades que Leonardo caminó el lunes.



Presta atención a esta lección. Te ayudará a trabajar con fracciones y resolver este tipo de problemas con éxito.

¿Sabes cómo resolver esta ecuación que tiene fracciones?

$$n - \frac{n}{2} - \frac{1}{12} = \frac{5}{6}$$

Echa un vistazo a cómo resolverla.

En primer lugar, resta los términos semejantes  $n$  y  $\frac{n}{2}$  en el lado izquierdo de la ecuación. Puede ser útil recordar que  $\frac{n}{2} = \frac{1}{2}n$  y que  $n = 1n = \frac{2}{2}n$ .

$$\begin{aligned} n - \frac{n}{2} - \frac{1}{12} &= \frac{5}{6} \\ \left(\frac{2}{2}n - \frac{1}{2}n\right) - \frac{1}{12} &= \frac{5}{6} \\ \frac{n}{2} - \frac{1}{12} &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

El siguiente paso es aislar el término con la variable  $\frac{n}{2}$  en un lado de la ecuación. Dado que  $\frac{1}{12}$  resta a  $\frac{n}{2}$ , se debe sumar  $\frac{1}{12}$  en los dos lados de la ecuación.

Al realizar este paso, tendrás que sumar  $\frac{1}{12}$  y  $\frac{5}{6}$ , dos fracciones con distinto denominador. Antes de sumar las fracciones tendrás que darles un denominador común. Eso significa que tendrás que encontrar el mínimo común múltiplo de los dos denominadores y volver a escribir cada fracción como una fracción equivalente con el denominador común

encontrado. Dado que el mínimo común múltiplo de 12 y 6 es 12, tendrás que volver a escribir  $\frac{5}{6}$  como una fracción equivalente con un denominador de 12. No es necesario volver a escribir  $\frac{1}{12}$  ya que tiene un denominador de 12.

$$\begin{aligned} \frac{n}{2} - \frac{1}{12} &= \frac{5}{6} \\ \frac{n}{2} - \frac{1}{12} + \frac{1}{12} &= \frac{5}{6} + \frac{1}{12} \\ \frac{n}{2} + \left(-\frac{1}{12} + \frac{1}{12}\right) &= \frac{5}{6} + \frac{1}{12} & \frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12} \\ \frac{n}{2} + 0 &= \frac{10}{12} + \frac{1}{12} \\ \frac{n}{2} &= \frac{11}{12} \end{aligned}$$

Ya que  $\frac{n}{2}$  significa  $n \div 2$ , debemos multiplicar cada lado de la ecuación por 2 ó  $\frac{2}{1}$  para conseguir el valor de  $n$ .

$$\begin{aligned} \frac{n}{2} &= \frac{11}{12} \\ \frac{n}{2} \times \frac{2}{1} &= \frac{11}{12} \times \frac{2}{1} \\ \frac{n}{1} &= \frac{22}{12} \\ n &= \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6} \end{aligned}$$

El valor de  $n$  es  $1\frac{5}{6}$ .

Algunas ecuaciones con fracciones también tendrán un conjunto de paréntesis. Para solucionar estos problemas, tendrás que usar la propiedad distributiva para simplificar la ecuación.

$$\frac{2}{3}\left(r + \frac{3}{5}\right) = 2$$

Aplica la propiedad distributiva para el lado izquierdo de la ecuación. Multiplica cada uno de los dos números dentro de los paréntesis por  $\frac{2}{3}$  y luego suma los productos.

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}\left(r + \frac{3}{5}\right) &= 2 \\ \left(\frac{2}{3} \times r\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}\right) &= 2 \\ \frac{2}{3}r + \frac{2}{5} &= 2 \end{aligned}$$

Ahora resuelve la ecuación como cualquier ecuación de dos pasos. Para tener la expresión

con la variable  $\frac{2}{3}r$  en un lado de la ecuación, resta  $\frac{2}{5}$  de ambos lados. Para ello, te ayudará renombrar a 2 como  $\frac{10}{5}$ .

$$\begin{aligned}\frac{2}{3}r + \frac{2}{5} &= 2 \\ \frac{2}{3}r + \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{5}\right) &= 2 - \frac{2}{5} \\ \frac{2}{3}r + 0 &= \frac{10}{5} - \frac{2}{5} \\ \frac{2}{3}r &= \frac{8}{5}\end{aligned}$$

Ya que  $\frac{2}{3}r$  significa  $\frac{2}{3} \times r$  utiliza la inversa de la división y divide ambos lados de la ecuación por  $\frac{2}{3}$ .

Esto implicará dividir  $\frac{2}{3}r \div \frac{2}{3}$  en el lado izquierdo de la ecuación. Recuerda que para dividir dos fracciones, puedes tomar el recíproco del divisor (la segunda fracción) y multiplicarlo por el dividendo (la primera fracción).

Eso es  $\frac{2}{3}r \div \frac{2}{3}r \times \frac{3}{2}$ . Ya que vas a multiplicar el lado izquierdo de la ecuación por el inverso de  $\frac{2}{3}$  que es  $\frac{3}{2}$ , tendrás que multiplicar el lado derecho de la ecuación por  $\frac{3}{2}$  también.

$$\begin{aligned}\frac{2}{3}r &= \frac{8}{5} \\ \frac{2}{3}r \div \frac{2}{3} &= \frac{8}{5} \div \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3}r \times \frac{3}{2} &= \frac{8}{5} \times \frac{3}{2} \\ \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}r \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{2}} &= \frac{24}{10} \\ 1r &= \frac{12}{5} \\ r &= 2\frac{2}{5}\end{aligned}$$

El valor de  $r$  es  $2\frac{2}{5}$ .

Resuelve cada una de las siguientes ecuaciones para la variable dada. Asegúrate de que tu resultado está en su mínima expresión.

**Ejemplo A**

$$\frac{1}{3} + \frac{4}{5} - n = \frac{2}{15}$$

**Respuesta:** 1**Ejemplo B**

$$\frac{3}{6} - \frac{1}{3} + x = 1\frac{1}{2}$$

**Respuesta:**  $1\frac{1}{3}$ **Ejemplo C**

$$\frac{1}{2} + \frac{7}{8} + x = 2$$

**Respuesta:**  $\frac{5}{8}$ 

Ahora volvamos al dilema planteado al comienzo de la lección.

**Considera la primera parte.**

Ya sabes que  $t$  representa el número de unidades que Leonardo caminó el martes. Utiliza esta variable para escribir una expresión con el número de unidades que Leonardo caminó el lunes.

El lunes Leonardo caminó un tercio de lo que camino el martes.

$$\frac{t}{3} \text{ o } \frac{1}{3}t$$

Así que sabes que Leonardo caminó 4 unidades el domingo,  $\frac{1}{3}t$  metros el lunes y  $t$  metros el martes. También sabes que ella caminó un *total* de 12 unidades en los tres días. Utiliza esta información para escribir una ecuación de adición para este problema.

(Unidades del domingo) + (Unidades del lunes) + (Unidades del martes) = (total de Unidades)

$$4 + \frac{1}{3}t + t = 12$$

Por lo tanto este problema puede ser representado por la ecuación

$$4 + \frac{1}{3}t + t = 12$$

$$4 + \frac{1}{3}t + t = 12$$

$$4 + \frac{1}{3}t + \frac{3}{3}t = 12$$

$$4 + \frac{4}{3}t = 12$$

Ahora considera la segunda parte.

La variable  $t$  representa el número de unidades que Leonardo caminó el martes. Por lo tanto resuelve la ecuación para  $t$ . Comienza por la adición de los términos comunes en el lado izquierdo de la ecuación.

$$4 + \frac{1}{3}t + t = 12$$

$$4 + \frac{1}{3}t + \frac{3}{3}t = 12$$

$$4 + \frac{4}{3}t = 12$$

Luego puedes resolver la ecuación como cualquier otra de dos pasos. Resta 4 de ambos lados de la ecuación.

$$4 + \frac{4}{3}t = 12$$

$$4 - 4 + \frac{4}{3}t = 12 - 4$$

$$0 + \frac{4}{3}t = 8$$

$$\frac{4}{3}t = 8$$

Por último, hay que dividir ambos lados de la ecuación por  $\frac{4}{3}$ . Recuerda que es lo mismo que multiplicar ambos lados de la ecuación por  $\frac{3}{4}$ .

$$\frac{4}{3}t = 8$$

$$\frac{4}{3}t \times \frac{3}{4} = 8 \times \frac{3}{4}$$

$$\frac{\cancel{4}}{\cancel{3}}t \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} = \frac{8}{1} \times \frac{3}{4}$$

$$1t = \frac{24}{4}$$

$$t = 6$$

El valor de  $t$  es 6 y por lo tanto, Leonardo caminó 6 unidades el martes.

Considera la tercera parte.

En la primera parte se determinó que Leonardo caminó  $\frac{1}{3}t$  unidades el lunes. Dado que  $t = 6$ :

$$\frac{1}{3}t = \frac{1}{3} \times 6 = \frac{1}{3} \times \frac{6}{1} = \frac{6}{3} = 2$$

Leonardo caminó 2 unidades el lunes.

### EJERCICIOS RESUELTOS

1. Resuelve la siguiente ecuación

$$\frac{12}{13} + \frac{11}{13} - x = \frac{6}{13}$$

En primer lugar suma los numeradores de las dos fracciones con el denominador común.

$$\frac{23}{13} - x = \frac{6}{13}$$

Ahora tienes que averiguar cuanto da  $\frac{23}{13}$  más  $\frac{6}{13}$ .

Puedes convertir a  $\frac{23}{13}$  en un número mixto.

$$1\frac{10}{13}$$

El trabajo ahora es más sencillo.

$$10 - 4 = 6$$

**Respuesta:**  $x = 1\frac{4}{13}$

2. Resuelve la ecuación y simplifica

$$\frac{1}{3}x = 9$$

$$x = \frac{9}{3} \quad x = 3$$

**Respuesta: x=3**

3. Resuelve la ecuación y simplifica  
 $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = 10$

$$x\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = 10$$

$$x\left(\frac{3+2}{6}\right) = 10$$

$$x \cdot \frac{5}{6} = 10$$

$$x = 10 \cdot \frac{6}{5}$$

$$X=12$$

**Respuesta: x=12**

4. Resuelve la ecuación y simplifica  
 $\frac{3}{5}y + 1 = 7$

$$\frac{3}{5}y = 7 - 1$$

$$y = 6 \cdot \frac{5}{3}$$

$$Y=10$$

**Respuesta: y=10**

5. Resuelve la ecuación y simplifica  
 $\frac{3}{4}x = 6$

$$x = 6 \cdot \frac{4}{3}$$

$$X=8$$

**Respuesta: x=8**

6. Resuelve la ecuación y simplifica  
 $\frac{1}{3} + \frac{4}{6} - x = \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{3} + \frac{4}{6} - \frac{1}{2} = x \quad \frac{2+4-3}{6} = x \quad x = \frac{3}{6}$$

**Respuesta:  $x = \frac{1}{2}$**

7. Resuelve la ecuación y simplifica  
 $\frac{4}{7} + \frac{2}{7} - x = \frac{2}{7}$

$$\frac{4}{7} + \frac{2}{7} - \frac{2}{7} = x \quad x = \frac{4}{7}$$

**Respuesta:  $x = \frac{4}{7}$**

8. Resuelve la ecuación y simplifica  
 $\frac{5}{8}x = 10$

$$x = 10 \cdot \frac{8}{5} \quad x = 16$$

**Respuesta: x=16**

9. Resuelve la ecuación y simplifica  
 $\frac{1}{3}a - 4 = 12$

$$\frac{1}{3}a = 12 + 4 \quad \frac{1}{3}a = 16 \quad a = 16 \cdot 3 \quad a = 48$$

**Respuesta: a=48**

10 Resuelve la ecuación y simplifica

$$\frac{6}{7} - 27 + x = 1\frac{1}{7}$$

$$x = -\frac{6}{7} + 27 + \frac{8}{7} \quad x = \frac{2}{7} + 27 \quad x = \frac{2 + 7 \cdot 27}{7}$$

$$x = \frac{2 + 189}{7} \quad x = \frac{191}{7}$$

**Respuesta:**  $x = \frac{191}{7}$

Profesor Danesa Padilla Versión Fecha 2015-07-06

## Glosario

**Enteros.** El conjunto de los números enteros y sus opuestos.

**Números racionales.** Un conjunto de números que incluye números enteros y fracciones.

**Fracción.** Una parte de un todo escrito usando un numerador y un denominador.

## Otras Referencias

<http://www.profesorenlinea.cl/matematica/EcuacioEjerciciosQ.htm>

[http://www.vitutor.com/ecuaciones/1/e\\_e.html](http://www.vitutor.com/ecuaciones/1/e_e.html)

