

ECUACIONES EN \mathbb{N} (NÚMEROS NATURALES)

Una ecuación es una igualdad en la que aparecen constantes y variables ligadas mediante operaciones, la cual se satisface para determinados valores de las variables

¿Qué pasaría si tuvieras una alcancía llena de billetes de diez y de veinte bolívares? Sabes que el total de dinero en el jarrón es de 8600 bolívares. ¿Cómo escribirías una ecuación para representar esta situación? Después de aprender este Concepto, serás capaz de usar variables para escribir ecuaciones con incógnitas.

A nadie le gusta hacer el mismo problema una y otra vez, es por eso que matemáticos inventaron el álgebra. El álgebra toma los principios básicos de la matemática y los hace más generales, de manera que podamos solucionar un problema una vez y luego usar la misma solución para problemas similares.

En aritmética, se usan números y operaciones aritméticas como (+, -, \times , \div) En álgebra, usamos símbolos o elementos que representan números y a veces procesos que pueden cambiar o variar, llamados **variables** (que generalmente son letras a , b , c , x , y ...).

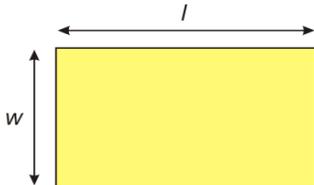
Por ejemplo, podríamos usar la letra x para representar un número que no conocemos, el cual tendríamos que encontrar en el curso de un problema. O podemos utilizar dos letras como x y y para mostrar una relación entre dos números sin tener que saber cuáles son las cifras exactas. Las mismas letras pueden representar una amplia gama de posibles números, y la misma letra puede representar diferentes números cuando se utiliza en dos problemas diferentes.

Usar **variables** nos ayuda a solucionar problemas desde el principio. Si usamos las **variables** podemos:

- Formular leyes aritméticas como $a+b = b+a$ para todos los números reales que sean a y b
- Nombrar a los números desconocidos. Por ejemplo: *Encuentra x si $3x+1=10$*
- Escribir sobre relaciones funcionales de manera más compacta, como por ejemplo: " Si vendes x tickets, entonces la ganancia será $3x-10$ bolívares" o " $f(x) = 3x-10$ " donde " f " representa la función de ganancia y " x " es la inversión (p. ej: cuantos tickets se venden).

Ejemplo A

Escribe una ecuación algebraica para hallar el perímetro y el área del siguiente rectángulo:



Para encontrar el perímetro, sumamos las longitudes de los 4 lados. Podemos hacer esto incluso si no sabemos las longitudes de los lados en números, porque podemos usar las variables w y l para representar el alto y el ancho desconocido. Si comenzamos por la parte superior izquierda, seguimos en el sentido de las agujas del reloj y si usamos la letra p para

representar el perímetro, entonces podemos decir:

$$P = l + w + l + w$$

Sumamos $2.l$ y $2.w$ para decir:

$$P = 2.l + 2.w$$

En álgebra es normal omitir los símbolos de multiplicación siempre que sea posible. Por ejemplo, $11y$ significa lo mismo que $11.y$ o $11 \times y$. Por lo tanto, también se puede escribir:

$$P = 2I + 2w$$

El área es el resultado de la multiplicación del alto por el ancho. En términos algebraicos tenemos que:

$$A = l \times w \quad A = l. w \quad A = lw$$

Nota: La diferencia principal entre **expresiones** y **ecuaciones** es la presencia del signo de igualdad (=).

En el ejemplo anterior, vimos los modos más simples de expresar el perímetro y el área de un rectángulo sin saber su longitud y anchura exactas. Ahora bien, cuando encontramos un rectángulo cuyas dimensiones conocemos, simplemente podemos sustituir aquellos valores en las ecuaciones anteriores. En este capítulo, encontraremos muchas expresiones que podemos evaluar sustituyendo valores para las variables involucradas.

Ejemplo B

Eric tiene algo de dinero en su cuenta de ahorros. ¿Cuánto dinero necesita para comprar un juego que cuesta 980 bolívares?

Solución: Supongamos que M es el dinero que Eric todavía necesita y S el que tiene en su cuenta de ahorros. Entonces, si restamos el dinero que ya tiene del dinero total necesario, sabremos cuánto dinero necesita:

$$M = 980 - S$$

Ejemplo C

Escribe una ecuación para la suma de 3 veces algún número y 5.

Solución: Supongamos que S es la suma total y N algún número. Entonces 3 veces algún número es $3.N$ y la suma de eso y 5 es:

$$S = 3N + 5$$

Se indica a continuación algunos enunciados con sus respectivos planteamientos en forma de ecuación:

Enunciado	Expresión algebraica
La semisuma de dos números naturales	$\frac{a+b}{2}$
Un número par	$2n$
Un número impar	$2n+1$
Un múltiplo de 7	$7x$
La suma de tres números pares(o impares) consecutivos	$x+(x+2)+(x+4)$
El producto de dos números aumentado en uno	$(a \cdot b)+1$
Un número aumentado en ocho	$x+8$
El triple de un número	$3x$
Mi edad actual más la que tendré en cinco años	$x+(x+5)$
La cuarta parte de un número más el doble del mismo	$\frac{m}{4} + 2m$
La suma de dos cuadrados	a^2+b^2
El cuadrado de una suma	$(a+b)^2$
El producto de la suma de dos números por su diferencia	$(a+b)(a-b)$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Tres veces un número menos uno es igual a cinco ¿Cuál es el número?
- El planteamiento de la ecuación sería:
 $3x-1=5$ despejando la variable x (dejando sola la variable x en el primer miembro)
 El término -1 pasa al segundo miembro como +1
 $3x=5+1$ resolviendo $3x=6$
 El 3 multiplica a x en el primer miembro pasa dividiendo al segundo miembro
 $X=6/3$ por lo tanto el valor de $x=2$

Respuesta: X=2

2. Determina la solución de $(7+y)+3=20$ Se pide hallar el valor de la variable y o la incógnita es y, se despeja y en la ecuación
- $$(7+y)=20-3$$
- $$(7+y)=17$$
- $$Y=17-7$$
- $$Y=10$$
- Respuesta: Y=10**
3. Determina el valor de a en $2(a+1)=a+5$ Se debe dejar la variable en un solo miembro
Se multiplica el 2 por a y por 1
 $2a+2=a+5$ se agrupan los términos con a en el primer miembro y los que no tienen a en el segundo miembro
 $2a-a=5-2$ resolviendo
 $a=3$
- Respuesta: a=3**
4. Dos números naturales consecutivos suman 107 ¿Cuáles son esos números? Si son dos números naturales y consecutivos, si llamamos al primero x el segundo tiene que ser el anterior más uno es decir $x+1$, luego su suma se plantea en forma de ecuación como
 $x+(x+1)=107$ resolviendo
 $x+x+1=107$
 $2x+1=107$ despejando
 $2x=107-1$
 $2x=106$
 $X=106/2$
 $X=53$ luego el primer número es 53 el que le sigue es $53+1$ o sea 54
- Respuesta: 53 y 54**
5. Halle cuatro números naturales consecutivos cuya suma sea igual a 94 Los cuatro números serían x, $x+1$, $x+2$ y $x+3$ sumados se plantea la ecuación
 $x+(x+1)+(x+2)+(x+3)=94$ resolviendo
 $4x+1+2+3=94$
 $4x=94-6$
 $4x=88$
 $X=88/4$
 $X=22$
- Respuesta: los números son 22,23,24 y 25**

6. La suma de tres números impares consecutivos es 45. ¿Cuál es el mayor de los tres?
- Los números son x , $x+2$ y $x+4$ luego
 $x+(x+2)+(x+4)=45$ agrupando los términos con x en el primer miembro
 $3x +6=45$
 $3x=45-6$
 $3x=39$
 $X=13$

Respuesta: El mayor es 17

7. La semisuma de dos números es 14. Si el mayor es el triple del menor ¿cuáles son los números?
- $\frac{a+b}{2}=14$ y si $a=3b$ tenemos
 $\frac{3b+b}{2}=14$ $\frac{4b}{2}=14$ $2b=14$

Respuesta: $b=7$ y $a=21$

8. Resuelve la siguiente ecuación
 $5(3c+6)=4(2c+11)$
- Agrupando los términos con c en el primer miembro de la ecuación
 $15c+30=8c+44$
 $15c-8c=44-30$
 $7c=14$

Respuesta: $c=2$

9. Determina el valor de p
 $2(p-2)=5p-13$
- En este ejercicio agruparemos los términos con p en el segundo miembro y resolvemos
 $2p-4=5p-13$
 $13-4=5p-2p$
 $9=3p$ esto es igual a $3p=9$ por lo tanto
 $p=3$

Respuesta: $p=3$

10. Dos hermanos poseen un terreno de $15630m^2$. Si el hermano mayor es dueño del doble del terreno que posee el menor ¿cuántos m^2 posee cada uno?
- $x+2x =15630$
 $3x=15630$
 $x=15630/3$
 $x=5210$

Respuesta: El hermano menor posee $5210m^2$ y el mayor $10420m^2$

Glosario

- **Una ecuación** es una igualdad en la que aparecen constantes y variables ligadas mediante operaciones, la cual se satisface para determinados valores de las variables.
- **Variables:** símbolos utilizados (que por lo general son letras como x , y , a , b , c ,...) para representar números y a veces procesos.
- **Expresión de variable:** $3+x$ es un ejemplo.
- **Ecuación de primer grado:** $3+x=8$ es un ejemplo (ecuación de primer grado porque el exponente de la variable x es uno).
- **Signo de igualdad (=):** La diferencia principal entre expresiones y ecuaciones es la presencia de un signo de igualdad.
- **Primer miembro:** La expresión que aparece a la izquierda del signo de igualdad ($3+x$) de la ecuación.
- **Segundo miembro:** la expresión que aparece a la derecha (8) de la ecuación.
- **Términos:** En un miembro los símbolos que están separados mediante signos de adición o sustracción (+ o -) se llaman términos.
- **Incógnita:** La variable x se denomina incógnita. Resolver la ecuación consiste en hallar su solución o el valor de x .

Referencias

http://www.vitutor.com/di/n/problemas_naturales.html

<http://www.sagradafamiliasiervas.es/imagenes/recursos/archivos/Matem%C3%A1ticas%201%C2%BA%20ESO%20-%20Ejercicios%20de%20n%C3%BAmeros%20naturales%20con%20soluciones.pdf>

