1

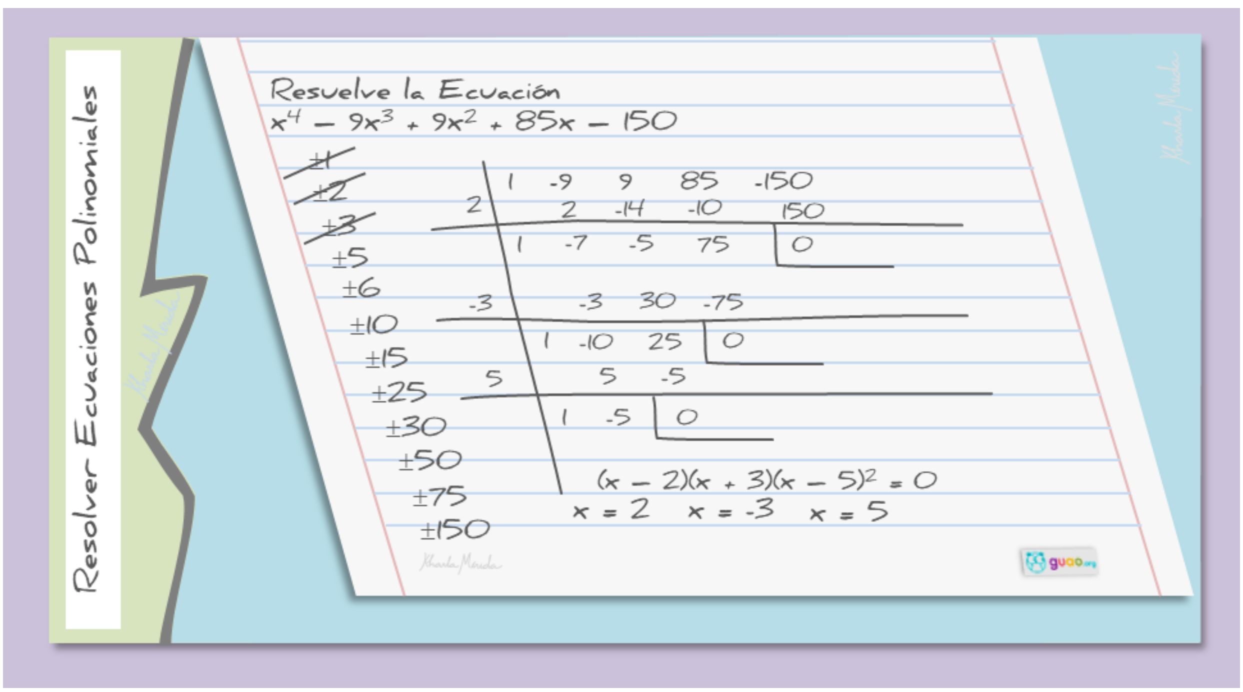
1ra Unidad

Polinomios

1.4 Resolución de Ecuaciones Polinomiales

Ante las dificultades vale sumar calma, compresión, consideración, preparación, voluntad y todo el amor e inspiración que seamos capaces de experimentar.

Descripción



En esta entrega completamos los recursos relacionados con polinomios, cómo evaluarlos (hallar el valor de un polinomio para un valor de la variable dado), cómo dividir por un binomio lineal, cómo Factorizar, y con esto, cómo resolver Ecuaciones Polinomiales. Logrado este tema, estamos listos para ir a procesos más complejos que contemplan polinomios.

Conocimientos Previos Requeridos

Múltiplos y Divisores, Operaciones en los Reales, Polinomios, Ruffini.

Contenido

Resolución de Ecuaciones Polinomiales.

Guiones Didácticos

RUFFINI. Ecuaciones Polinomiales

Los guiones didácticos que aparecen en este objetivo corresponden a videos en desarrollo.

Guiones Didácticos

RUFFINI. Ecuaciones Polinomiales.

En este nivel ya hemos aprendido lo necesario de polinomios y cómo factorizarlos, ya sea con factorizaciones notables (Matemática de 2do Año) o aplicando Ruffini, recién aprendido.

Ahora todos esos conocimientos constituyen las herramientas de trabajo para hallar la solución de ecuaciones con Expresiones Polinomiales.

Ecuaciones Polinomiales. Son ecuaciones de la forma:

$$a_n x^n + a_{n-1}\,x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$$

Para resolver este tipo de ecuaciones se debe factorizar la expresión polinomial para llevar a la forma: $a_n(x - r_1)(x - r_2)\ldots(x - r_n)$

Una vez así, se iguala cada factor a cero para obtener las soluciones de la ecuación.

Vamos de una vez a la práctica para poner a prueba nuestros conocimientos:

Ejercicios

Hallar las soluciones de las siguientes ecuaciones:

1. $x^4 + 11x^3 - 3x^2 - 287x - 490 = 0$
2. $5x^3 + 15x^2 + 7x = -x^4 + 7x^2 - 3$
3. $2x^4 - 5x^3 - 8x^2 + 14x + 12 = 0$

---

1. $x^4 + 11x^3 - 3x^2 - 287x - 490 = 0$

Factorizando el polinomio con Ruffini:

	1	11	-3	-287	-490
-2		-2	-18	42	490
	1	9	-21	-245	0
5		5	70	245	
	1	14	49	0	
-7		-7	-49		
	1	7	0		
-7		-7			
	1	0			

Coeficiente de x^4: 1

Término Independiente: 490

Posibles divisores del Polinomio:
±1, ±2, ±5, ±7, ±10, ±14, ±35, ±49, ±98, ±245, ±490

$$x^4 + 11x^3 - 3x^2 - 287x - 490$$
$$= (x + 2)(x - 5)(x + 7)(x + 7)$$

El factor $(x + 7)$ se repite, queda:

$$= (x + 2)(x - 5)(x + 7)^2$$

La ecuación queda: $(x + 2)(x - 5)(x + 7)^2 = 0$

Igualamos a cero cada factor para obtener las soluciones

$x + 2 = 0$	$x - 5 = 0$	$x + 7 = 0$
$x = -2$	$x = 5$	$x = -7$

2. $5x^3 + 15x^2 + 7x = -x^4 + 7x^2 - 3$

Observación: hay términos variables en ambos lados de la igualdad. Debemos reunir todo en el 1er lado e igualar a cero.

$$5x^3 + 15x^2 + 7x = -x^4 + 7x^2 - 3$$

Pasamos todos los términos del 2do al 1er lado de la igualdad.

$$x^4 + 5x^3 + 15x^2 - 7x^2 + 7x + 3 = 0$$

Simplificamos términos semejantes

$$x^4 + 5x^3 + 8x^2 + 7x + 3 = 0$$

Factorizamos el polinomio con Ruffini:

Coeficiente de x^4: 1

Término Independiente: 3

Posibles divisores del Polinomio: $\pm 1, \pm 3$

	1	5	8	7	3
-1		-1	-4	-4	-3
	1	4	4	3	0
-3		-3	-3	-3	
	1	1	1	0	

Trinomio Cuadrado:
$x^2 + x + 1$

Hemos obtenido dos raíces enteras, $x = -1$ y $x = -3$. Cuyos factores son: $(x + 1)$ y $(x + 3)$, y un trinomio cuadrado sin raíces enteras o fraccionarias: $x^2 + x + 1$.

La ecuación con el polinomio factorizado queda: $(x + 1)(x + 3)(x^2 + x + 1) = 0$

Igualamos a cero cada factor para obtener las soluciones

$x + 1 = 0$ $\boxed{x_1 = -1}$

$x + 3 = 0$ $\boxed{x_2 = -3}$

$x^2 + x + 1 = 0$

Este trinomio no tiene raíces reales.

Aplicamos resolvente a $x^2 + x + 1$ $a = 1$, $b = 1$, $c = 1$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

Recordemos: $\sqrt{-1} = i$ entonces $\sqrt{-3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{3}\,i$

$\boxed{x_3 = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}}$ $\boxed{x_4 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}}$

Obtuvimos dos raíces reales y dos imaginarias.

---

3. $2x^4 - 5x^3 - 8x^2 + 14x + 12 = 0$

Factorizamos el polinomio con Ruffini:

Coeficiente de x^4: 2

Término Independiente: 18

Posibles divisores del Polinomio:

Enteros: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \pm 18$

Fraccionarios: $\pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{9}{2}$

	2	-5	-8	14	12
2		4	-2	-20	-12
	2	-1	-10	-6	0
-3/2		-3	6	6	
	2	-4	-4	0	

Trinomio Cuadrado:
$2x^2 - 4x - 4$

Nota: de los 18 posibles divisores del polinomio sólo dos resultaron ser raíces.

Hemos obtenido una raíz entera, $x = 2$ y una raíz fraccionaria $x = -3/2$. Cuyos factores son: $(x - 2)$ y $(2x + 3)$, y un trinomio cuadrado sin raíces enteras o fraccionarias: $2x^2 - 4x - 4$.

La ecuación con el polinomio factorizado queda: $(x - 2)(2x + 3)(2x^2 - 4x - 4) = 0$

Igualamos a cero cada factor para obtener las soluciones

$x - 2 = 0$ $\qquad$ $2x + 3 = 0$ $\qquad$ $2x^2 - 4x - 4 = 0$

$\boxed{x_1 = 2}$ $\qquad$ $\boxed{x_2 = -3/2}$

Este trinomio no tiene raíces enteras ni fraccionarias.

Aplicamos resolvente a $2x^2 - 4x - 4$

$a = 2$, $b = -4$, $c = -4$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4)}}{2 \cdot 2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 32}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{48}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{16 \cdot 3}}{4} = \frac{4 \pm 4\sqrt{3}}{4}$$

$\boxed{x_3 = 1 - \sqrt{3}}$

$\boxed{x_4 = 1 + \sqrt{3}}$

Obtuvimos una raíz entera, una raíz fraccionaria y dos raíces irracionales.

Ejercicios

Factorizar los siguientes polinomios:

1. $x^3 + 8x^2 - 3x - 90 = 0$
2. $x^3 - 4x^2 - 41x - 36 = 0$
3. $x^4 - 9x^3 + 9x^2 + 85x - 150 = 0$
4. $x^4 + 5x^3 - 13x^2 - 7x + 10 = 0$
5. $6x^4 + 7x^3 - 4x^2 - 7x - 2 = 0$
6. $x^4 + 7x^3 + 6x^2 - 23x - 15 = 0$

Lo Hicimos Bien?

1. $x = 3$, $x = -5$, $x = -6$
2. $x = -1$, $x = -4$, $x = 9$
3. $x = 2$, $x = -3$, $x = 5$
4. $x = 2$, $x = -1$, $x = -3 - \sqrt{14}$, $x = -3 + \sqrt{14}$
5. $x = -1/2$, $x = -3/2$, $x = -1$, $x = 1$
6. $x = -3$, $x = -5$, $x = \dfrac{1 - \sqrt{5}}{2}$ $x = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$