DIVISIÓN ENTRE UN MONOMIO

Supongamos que sabes que el área de un mural rectangular en unidades de área está representado por el polinomio $x^2+2x-24$ y que el largo del mural está representado por el binomio $x+6$. ¿Cómo calculas el ancho del mural? ¿Será también un binomio? En esta lección aprenderás a dividir polinomios y así podrás resolver este problema.

Comienza con una propiedad que es fundamental en la adición de fracciones que probablemente ya hayas visto.

Para todos los números reales a, b, y c, y $c \neq 0$, $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$.

Esta propiedad te permite separar el numerador en fracciones individuales. Esta propiedad se puede utilizar al dividir un polinomio por un monomio.

Ejemplo A

Simplifica $\frac{8x^2-4x+16}{2}$

Respuesta:

Usando la propiedad anterior, separa el polinomio en fracciones individuales.

$$\frac{8x^2}{2} - \frac{4x}{2} + \frac{16}{2}$$

Reduce. $$4x^2-2x+8$$

Ejemplo B

Simplifica $\frac{-3m^2-18m+6}{9m}$

Respuesta:

Separa el trinomio en fracciones individuales y luego reduce.

$$-\frac{3m^2}{9m} - \frac{18m}{9m} + \frac{6}{9m}$$

$$-\frac{m}{3} - 2 + \frac{2}{3m}$$

Los polinomios también se pueden dividir entre binomios. Sin embargo, en lugar de separar en fracciones individuales, se utiliza el proceso de **división larga**.

Ejemplo C

Simplifica $\frac{x^2+4x+5}{x+3}$.

Respuesta:

Cuando llevas a cabo la división, la expresión en el numerador se llama el **dividendo** y la expresión en el denominador se llama **divisor.**

Para iniciar la división vuelve a escribir el problema de la siguiente forma.

$$x+3\overline{)\,x^2+4x+5}$$

Comienza dividiendo el primer término del dividendo por el primer término del divisor $\frac{x^2}{x}=x$Coloca la respuesta en la línea por encima del término x .

$$\begin{array}{r} x \\ x+3\overline{)\,x^2+4x+5} \end{array}$$

A continuación, multiplica el x de la respuesta por cada uno de los términos de $x+3$ en el divisor y coloca el resultado debajo del dividendo, alineando los términos semejantes.

multiplica

$$\begin{array}{r} x \\ x+3\overline{)\,x^2+4x+5} \\ x\,(x+3) = x^2+3x \end{array}$$

Ahora resta x^2+3x dex^2+4x+5.

$$\begin{array}{r} x \\ x+3\overline{)\,x^2+4x+5} \\ \underline{-x^2-3x} \\ x \end{array}$$

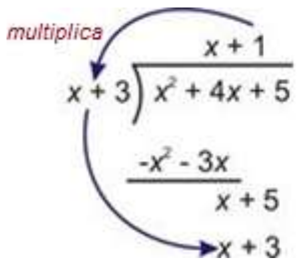
Ahora baja el 5, el próximo término del dividendo.

$$\begin{array}{r} x \\ x+3\overline{)\,x^2+4x+5} \\ \underline{-x^2-3x} \\ x+5 \end{array}$$

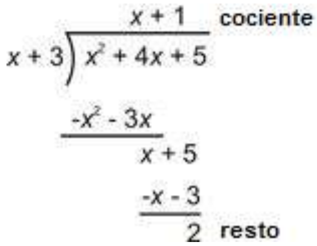
Repite el proceso. Primero divide el primer término de $x+5$ por el primer término del divisor $\left(\frac{x}{x}\right)=1$. Coloca esta respuesta sobre el término constante del dividendo.

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+3\overline{)\,x^2+4x+5} \\ \underline{-x^2-3x} \\ x+5 \end{array}$$

Multiplica 1 por el divisor $x+3$ y escribe la respuesta debajo de $x+5$, alineando los términos semejantes.



Resta $x+3$ de $x+5$.



Ya que no hay más términos del dividendo que bajar, terminas.

Respuesta: $x+1$ con un resto de 2.

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Divide $9x^2-16$ entre $3x+4$.

$\frac{9x^2-16}{3x+4}$.

Puedes utilizar el algoritmo de la división para encontrar la respuesta. También puedes utilizar los patrones de los polinomios para simplificar.

Dada la siguiente fórmula $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$. La usamos y nos queda $9x^2-16=(3x)^2-4^2$:

$$\frac{9x^2-16}{3x+4}=\frac{(3x)^2-4^2}{3x+4}$$
$$=\frac{(3x-4)(3x+4)}{3x+4}$$
$$=3x-4$$

Respuesta: 3x-4

2. Divide los siguientes polinomios. $\frac{2x+4}{2}$

$\frac{2x+4}{2} = \frac{2x}{2} + \frac{4}{2} = x + 2$

Respuesta: x+2

3. Divide los siguientes polinomios. $\frac{x-4}{x}$

$$\frac{x-4}{x} = \frac{x}{x} - \frac{4}{x} = 1 - 4x^{-1}$$

Respuesta: $1-4x^{-1}$

4. Divide los siguientes polinomios. $\frac{5x-35}{5x}$

$$\frac{5x-35}{5x} = \frac{5x}{5x} - \frac{35}{5x} = 1 - \frac{7}{x} = 1 - 7x^{-1}$$

Respuesta: $1-7x^{-1}$

5. Divide los siguientes polinomios. $\frac{x^2+2x-5}{x}$

$$\frac{x^2+2x-5}{x} = \frac{x^2}{x} + \frac{2x}{x} - \frac{5}{x} = x + 2 - 5x^{-1}$$

Respuesta: $x+2-5x^{-1}$

6. Divide los siguientes polinomios. $\frac{4x^2+12x-36}{-4x}$

$$\frac{2x^2+12x-36}{-4x} = \frac{2x^2}{-4x} + \frac{12x}{-4x} - \frac{36}{-4x} = -\frac{1}{4}x - 3 + 9x^{-1}$$

Respuesta: $-\frac{1}{4}x - 3 + 9x^{-1}$

7. Divide los siguientes polinomios. $\frac{2x^2+10x+7}{2x^2}$

$$\frac{2x^2+10x+7}{2x^2} = \frac{2x^2}{2x^2} + \frac{10x}{2x^2} + \frac{7}{2x^2} = 1 + 5x^{-1} + \frac{7}{2}x^{-2}$$

Respuesta: $1 + 5x^{-1} + \frac{7}{2}x^{-2}$

8. Divide los siguientes polinomios. $\frac{x^3-x}{-2x^2}$

$$\frac{x^3-x}{-2x^2} = \frac{x^3}{-2x^2} - \frac{x}{-2x^2} = -\frac{x}{2} + \frac{x^{-1}}{2}$$

Respuesta: $-\frac{x}{2} + \frac{x^{-1}}{2}$

9. Divide los siguientes polinomios. $\frac{5x^4-9}{3x}$

$$\frac{5x^4-9}{3x} = \frac{5x^3}{3} - 3x^{-1}$$

Respuesta: $\frac{5x^3}{3} - 3x^{-1}$

10 Divide los siguientes polinomios.

$\frac{x^3-12x^2+3x-4}{12x^2}$

$$\frac{x^3-12x^2+3x-4}{12x^2}=\frac{x}{12}-1+\frac{x^{-1}}{4}-\frac{x^{-2}}{3}$$

Respuesta: $\frac{x}{12}-1+\frac{x^{-1}}{4}-\frac{x^{-2}}{3}$

Profesor Danesa Padilla Versión Fecha 2015-08-17

Glosario

Dividendo: se llama a la expresión en el numerador en la división.

Divisor: se llama a la expresión en el denominador en la división.

Cociente: es el resultado de la división.

Otras Referencias

http://www.vadenumeros.es/tercero/ejercicios-de-polinomios.htm

https://sites.google.com/site/algebracecyteprimero/parcial-i/operacion-algebraica/multiplicacion-y-division-de-polinomios