Distancia entre dos puntos

Marco Teórico

Cuando los puntos se encuentran ubicados sobre el eje x o en una recta paralela a este eje, la distancia entre los puntos corresponde al valor absoluto de la diferencia de sus abscisas.

Ejemplo:

Para las personas que les gustan practicar deportes extremos como escalar montañas, descender de una a gran velocidad etc. Les podría servir para conocer la distancia que hay desde el inicio hasta el final de la pista para conocer el tiempo que les llevaría recorrer esa distancia, para mejoras y poder ser más veloces.

Ejemplo: La distancia entre los puntos (-4,0) y (5,0) es 4 + 5 = 9 unidades.

Cuando los puntos se encuentran ubicados sobre el eje y o en una recta paralela a este eje, la distancia entre los puntos corresponde al valor absoluto de la diferencia de sus ordenadas.

Ahora si los puntos se encuentran en cualquier lugar del sistema de coordenadas, la distancia queda determinada por la relación:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para demostrar esta relación se deben ubicar los puntos A (x_1, y_1) y B (x_2, y_2) en el sistema de coordenadas, luego formar un triángulo rectángulo de hipotenusa AB y emplear el teorema de Pitágoras.

Ejemplo: Calcula la distancia entre los puntos A (7,5) y B (4,1)

$$d = \sqrt{(4-7)^2 + (1-5)^2}$$

$$d = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$$

$$d = \sqrt{9+16}$$

$$d = \sqrt{25}$$

d = 5 unidades

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Hallar la distancia entre r ≡ 3 x - 4 y + 4 = 0 y s ≡ 9 x - 12 y - 4 = 0.

Solución:

$$\frac{3}{-4} = \frac{9}{-12} \qquad -36 = -36 \qquad r \parallel s$$

$$3 \cdot 0 - 4y + 4 = 0 \qquad y = 1$$

P (0,1) $\in$ **r**

2. Obtén la distancia entre los puntos: A (-3,6) y B(1,-4)

Solución:
Calculamos las coordenadas del vector director
Vector director $\overrightarrow{AB} = (1-(-3); -4+6)$

$$\overrightarrow{AB} = (4; 2)$$

d(A, B)=$\sqrt{(x_{1-}x_0)^2 + (y_{1-}y_0)^2}$
Calculamos el módulo.

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(4)^2 + 2^2}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{16+4}$$

$$\boldsymbol{|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{20}}$$

Resolvemos en un solo paso aplicando la fórmula
d(A, B)=$\sqrt{(1_-(-3))^2 + (-4+6)^2}$
d(A, B)=$\sqrt{(4)^2 + (2)^2}$

d (A, B) =$\sqrt{20}$

3. Obtén la distancia entre los puntos

Solución:

A (3,4) y B (2,5)

Calculamos las coordenadas del vector director

Vector director $\overrightarrow{AB} = (2-3; 5-4)$

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 1)$$

d(A, B)=$\sqrt{(x_{1-}x_0)^2 + (y_{1-}y_0)^2}$

Calculamos el módulo.

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1+1}$$

$$|\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}| = \sqrt{\mathbf{2}}$$

Resolvemos en un solo paso aplicando la fórmula

d (A, B) = $\sqrt{(2_-3)^2 + (5-4)^2}$

d (A, B) =$\sqrt{(-1)^2 + (1)^2}$

d (A, B) =$\sqrt{\mathbf{2}}$

4. Hallar la distancia entre las rectas:

Solución:

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 - 3k \\ y = 1 + k \end{cases} \qquad s \equiv \frac{x+3}{-3} = \frac{y+5}{1}$$

$$r \equiv x + 3y - 5 = 0 \qquad s \equiv x + 3y + 18 = 0$$

d(r,s)=$\frac{|8+5|}{\sqrt{1^2+3^2}}$=$\frac{23}{\sqrt{10}}$

d(r,s)= $\frac{\mathbf{23}}{\sqrt{\mathbf{10}}}$

5. Obtén la distancia entre los puntos A (3,-5) y B (1,4)

Solución:

Calculamos las coordenadas del vector director

Vector director $\overrightarrow{AB} = (1-3; 4-(-5))$

$$\overrightarrow{AB} = (-2; 9)$$

d(A, B)=$\sqrt{(x_{1-}x_0)^2 + (y_{1-}y_0)^2}$

Calculamos el módulo.

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-2)^2 + 9^2}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4+81}$$

$$|\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}| = \sqrt{\mathbf{85}}$$

Resolvemos en un solo paso aplicando la fórmula

d(A, B)=$\sqrt{(1_-3)^2 + (4-(-5))^2}$

d(A, B)=$\sqrt{(-2)^2 + (9)^2}$

d (A, B) =$\sqrt{\mathbf{85}}$

6. Obtén la distancia entre los puntos A (2,-5) y B (1,-6)

Solución:

Calculamos las coordenadas del vector director

Vector director $\overrightarrow{AB} = (1-2; -6-(-5))$

$\overrightarrow{AB} = (-1; -1)$

d(A, B)=$\sqrt{(x_{1-}x_0)^2 + (y_{1-}y_0)^2}$

Calculamos el módulo.

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2}$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1+1}$

$|\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}| = \sqrt{\mathbf{2}}$

Resolvemos en un solo paso aplicando la fórmula

d(A, B)=$\sqrt{(1_{-}2)^2 + (-6-(-5))^2}$

d(A, B)=$\sqrt{(-1)^2 + (-1)^2}$

d (A, B) =$\sqrt{\mathbf{2}}$

7. Obtén la distancia entre los puntos A (1,-3) y B (2,-4)

Solución:

Calculamos las coordenadas del vector director

Vector director $\overrightarrow{AB} = (2-1; -4-(-3))$

$\overrightarrow{AB} = (1; -1)$

d(A, B)=$\sqrt{(x_{1-}x_0)^2 + (y_{1-}y_0)^2}$

Calculamos el módulo.

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2}$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1+1}$

$|\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}| = \sqrt{\mathbf{2}}$

Resolvemos en un solo paso aplicando la fórmula

d(A, B)=$\sqrt{(2_{-}1)^2 + (-4-(-3))^2}$

d(A, B)=$\sqrt{(1)^2 + (-1)^2}$

d (A, B) =$\sqrt{\mathbf{2}}$

8. Obtén la distancia entre los puntos A (5,-2) y B (-2,-6)

Solución:

Calculamos las coordenadas del vector director

Vector director $\overrightarrow{AB} = (-2-5; -6-(-2))$

$$\overrightarrow{AB} = (-7; -4)$$

d(A, B)=$\sqrt{(x_{1-}x_0)^2 + (y_{1-}y_0)^2}$

Calculamos el módulo.

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-7)^2 + (-4)^2}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{49 + 16}$$

$$\boldsymbol{|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{65}}$$

Resolvemos en un solo paso aplicando la fórmula

d(A, B)=$\sqrt{(-2_{-}5)^2 + (-6 - (-2))^2}$

d(A, B)=$\sqrt{(-7)^2 + (-4)^2}$

d (A, B) =$\sqrt{49 + 16}$

d (A, B) =$\sqrt{65}$

9. Obtén la distancia entre los puntos A (-3,-2) y B (1,-6)

Solución

Calculamos las coordenadas del vector director

Vector director $\overrightarrow{AB} = (1 - (-3); -6 - (-2))$

$$\overrightarrow{AB} = (4; 8)$$

d(A, B)=$\sqrt{(x_{1-}x_0)^2 + (y_{1-}y_0)^2}$

Calculamos el módulo.

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(4)^2 + (-4)^2}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{16 + 16}$$

$$\boldsymbol{|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{32}}$$

Resolvemos en un solo paso aplicando la fórmula

d(A, B)=$\sqrt{(1 - (-3)^2 + (-6 - (-2))^2}$

d(A, B)=$\sqrt{(4)^2 + (-4)^2}$

d (A, B) =$\sqrt{32}$

10. Obtén la distancia entre los puntos A (2,-2) y B (-4,-5)

Solución

Calculamos las coordenadas del vector director

Vector director $\overrightarrow{AB} = (-4 - 2; -5 - (-2))$

$$\overrightarrow{AB} = (-6; -3)$$

d(A, B)=$\sqrt{(x_{1-}x_0)^2 + (y_{1-}y_0)^2}$

Calculamos el módulo.

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-6)^2 + (-3)^2}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{36 + 9}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{45}$$

Resolvemos en un solo paso aplicando la fórmula

d(A, B)=$\sqrt{(-4\_2)^2 + (-5-(-2))^2}$

d(A, B)=$\sqrt{(-6)^2 + (-3)^2}$

d(A, B)=$\sqrt{36+9}$

d (A, B) =$\sqrt{45}$

Profesor: Militza Indaburo Fe y Alegría Versión: 2016-03-26

Glosario

Otras Referencias

Videos.