3

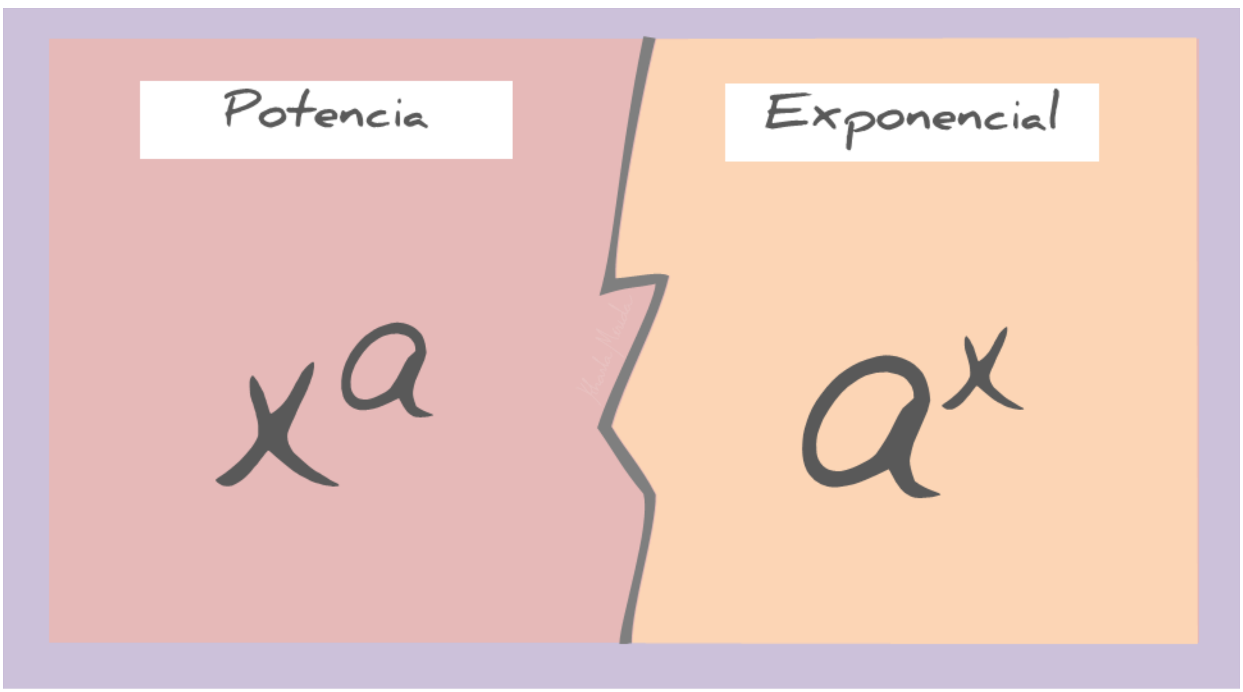
3ra Unidad

Exponenciales

3.1 Definición y Elementos

El aprendizaje es un proceso que requiere, además de entender la información recibida, afianzarla en nuestras neuronas con la práctica guiada, paciencia y disciplina.

Descripción



Las expresiones exponenciales son un caso particular de una forma de potencia, a^b. Es importante que diferenciemos in lugar a dudas una expresión variable con forma de potencia de una con forma exponencial, porque aunque operativamente compartan las propiedades de las potencias en los reales, representan valores y comportamientos distintos.

Conocimientos Previos Requeridos

Operaciones y Propiedades de los Números Reales, Propiedades de las Potencias, Logaritmo.

Contenido

Definición y Diferencia entre Potencia y Forma Exponencial, Suma, Multiplicación y División de Expresiones Exponenciales.

Videos Disponibles

EXPONENCIALES. Definición. Diferencia entre Potencia y Forma Exponencial

EXPONENCIALES. Suma Algebraica, Multiplicación y División de Expresiones Exponenciales

Se sugiere la visualización de los videos por parte de los estudiantes previo al encuentro, de tal manera que sean el punto de partida para desarrollar una dinámica participativa, en la que se use eficientemente el tiempo para fortalecer el Lenguaje Matemático y desarrollar destreza en las operaciones.

Guiones Didácticos

EXPONENCIALES. Definición. Diferencia entre Potencia y Forma Exponenciales

Cuando hablamos de la diferencia entre una forma exponencial y una forma de potencia, estamos refiriéndonos específicamente a formas que contienen incógnitas o variables.

Esto es, expresiones de la forma:

$$x^2 \qquad 2^x \qquad x^{3/4} \qquad x^{-7} \qquad \left(\sqrt{5}\right)^{-x} \qquad e^{x+1}$$

Si no consideramos que la x es una incógnita o variable, todas esas expresiones tienen forma de potencia y podríamos decir que son potencias.

Pero si consideramos la x como una incógnita o variable, hay una trascendente diferencia entre las expresiones que tienen la x en la base y las formas que tienen la x en el exponente.

$$x^2 \qquad x^{3/4} \qquad x^{-7}$$

Tener **x en la base**

$$2^x \qquad \left(\sqrt{5}\right)^{-x} \qquad e^{x+1}$$

Tener **x en el exponente**

Algebraicamente, las expresiones que tienen x en la base son formas de potencia, o formas potenciales, y las que tienen x en el exponente son formas exponenciales.

Formas de Potencia. La incógnita o variable está en la base, el exponente es un valor constante o conocido.
Formas Exponenciales. El valor que debemos hallar es el del exponente, la base es un número conocido.

$$x^2 \qquad x^{3/4} \qquad x^{-7}$$

Tener **x en la base**
Forma de Potencia

$$2^x \qquad \left(\sqrt{5}\right)^{-x} \qquad e^{x+1}$$

Tener **x en el exponente**
Forma de Exponencial

Para operar con expresiones exponenciales debemos manejar con gran dominio las propiedades de las potencias y saber reconocer qué hace que dos expresiones exponenciales sean semejantes, y puedan sumarse algebraicamente.

$$2^x + 5\cdot 3^{2x} - 9\cdot 2^x + 2^x + \frac{7}{2}3^{2x}$$

Elementos de la Forma Exponencial

Forma Exponencial General $C \cdot a^{kx}$

C: Coeficiente
a: Base
kx: Exponente

Formas Exponenciales Semejantes

Cuando la parte exponencial, a^{kx}, de dos o más expresiones son iguales, dichas expresiones son semejantes.

Ejemplo

Estas son expresiones exponenciales semejantes, porque todas tienen exactamente la misma parte o factor exponencial.

$$3 \cdot e^{x} \qquad -5 \cdot e^{x} \qquad \frac{1}{4} \cdot e^{x}$$

En la expresión dada, ¿Cuáles son términos semejantes?.

$$2^{x} + 5 \cdot 3^{2x} - 9 \cdot 2^{x} + 2^{x} + \frac{7}{2} 3^{2x}$$

El primero, tercero y 4to término son semejantes, y 2^{x} , $-9 \cdot 2^{x}$, 2^{x}

El 2do y ultimo término son semejantes $5 \cdot 3^{2x}$, $\frac{7}{2} 3^{2x}$

Conozcamos cómo operar expresiones exponenciales, acompáñanos a la siguiente lección.

EXPONENCIALES. Suma Algebraica, Multiplicación y División de Expresiones Exponenciales

Suma algebraica de expresiones exponenciales. Para efectuar suma de términos, o sumandos, de forma exponencial deben ser términos semejantes, se suman los coeficientes y esta suma multiplica al factor exponencial

En la expresión dada podemos sumar el 1ro, 3ro y 4to término y el 2do término con el último.

$$2^{x} + 5 \cdot 3^{2x} - 9 \cdot 2^{x} + 2^{x} + \frac{7}{2} 3^{2x}$$

Indicamos la suma de los coeficientes entre paréntesis y multiplicamos por el factor exponencial para ambos grupos de términos semejantes

$$2^{x} + 5 \cdot 3^{2x} - 9 \cdot 2^{x} + 2^{x} + \frac{7}{2} 3^{2x}$$

$$= (1 - 9 + 1) 2^{x} + \left(5 + \frac{7}{2}\right) 3^{2x}$$

Efectuamos las operaciones en los paréntesis y obtenemos la expresión simplificada

$$= -7 \cdot 2^{x} + \frac{17}{2} 3^{2x}$$

Multiplicación de cantidades exponenciales. se multiplican los coeficientes entre si, y la multiplicación de los factores exponenciales se rige por las propiedades de las potencias.

$$\left(C\cdot a^{x}\right)\cdot\left(k\cdot b^{x}\right)=C\cdot k=\left(a^{x}\cdot b^{x}\right)$$

Ejemplo

$$\left(2\cdot 5^{x}\right)\cdot\left(-4\cdot 5^{x}\right)$$

Multiplicamos los coeficientes entre sí, y los factores exponenciales entre sí.

$$=2\cdot(-4)\cdot\left(5^{x}\cdot 5^{x}\right)$$

El producto de los coeficientes es -8,

$$=-8\cdot\left(5^{x}\cdot 5^{x}\right)$$

Los factores exponenciales tienen la misma base, para multiplicar potencias con igual base, colocamos la misma base y sumamos los exponentes.

$$=-8\cdot 5^{2x}$$

¿Qué sucede si tenemos el producto de dos factores exponenciales de distinta base?

Los factores exponenciales tienen distintas bases pero igual exponente. $5^{-x}\cdot 7^{-x}$

Aplica de forma inversa la propiedad correspondiente a la potencia de un producto: $(a\cdot b)^{n}=a^{n}\cdot b^{n}$

$$5^{-x}\cdot 7^{-x}=(5\cdot 7)^{-x}$$

Efectuamos el producto de la base:

$$\boxed{5^{-x}\cdot 7^{-x}=35^{-x}}$$

A Practicar

Reducir las siguientes expresiones exponenciales:

1. $8\cdot\left(3\cdot 8^{-x}\right)$
2. $-3^{-x}\cdot\left(2\cdot 6^{-x}\right)$
3. $4^{x}\cdot\left(2+\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}\right)$
4. $2^{x}\cdot\left(3^{-x}+6^{-x}\right)$
5. $2^{x}\cdot\left(3^{-x}+6^{-x}+\left(\frac{1}{6}\right)^{x}+2^{-x}\right)$
6. $\left(3^{-x}+6^{x}\right)^{2}$
7. $\left(2^{x}-5^{-x}\right)\left(2^{x}+5^{-x}\right)$
8. $\left(9^{x}-9^{-x}\right)\left(9^{x}+2\cdot 9^{-x}\right)$
9. $12^{-x}\cdot\left(5\cdot 6^{x}-15\cdot 3^{x}-2^{2x}+6^{x}+7\cdot 4^{x}\right)$
10. $9^{-x}\cdot\left(3^{x}+6^{x}-2\cdot 3^{x}+9^{2x}+5\cdot 6^{x}-11\cdot 3^{2x}\right)$

¿Lo Hicimos Bien?

1. 3
2. $-2\cdot 18^{-x}$
3. $2^{2x+1}+1$
4. $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}+\left(\frac{1}{3}\right)^{x}$
5. $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}+2\cdot 3^{-x}+1$
6. $3^{-2x}+2^{x+1}+6^{2x}$
7. $2^{2x}-5^{-2x}$
8. $9^{2x}-2\cdot 9^{-2x}-1$
9. $6\cdot 2^{-x}+6\cdot 3^{-x}-15\cdot 4^{-x}$
10. $6\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{x}-3^{-x}+9^{x}-11$