

CONCEPTO DE FRACCIÓN

Una mañana, en el barco, en una clase de buceo, Carlos comenzó a hablar con otro niño llamado Cheo. Cheo y su familia eran de Maracaibo y Cheo era apenas dos años mayor que Carlos. Los chicos entablaron una gran conversación sobre el buceo, los animales del mar y las cosas que habían visto en sus inmersiones.

Después de un rato, vieron algunos delfines nadando con el barco. Esto es algo que sucede a menudo porque a los delfines les encanta el agua que salpica el motor en la parte trasera del barco.

"¿Sabías que los delfines pueden nadar 1,33 Km en un minuto?" Cheo preguntó Carlos.

"Realmente no. Yo no sabía eso. Sé que un pez espada puede nadar casi un kilómetro en un minuto. Creo que el número exacto es $\frac{8}{11}$ de kilómetro .



"Wow, ¿cuál puede nadar más lejos en un minuto?" Cheo preguntó, pensando cuidadosamente mientras hacía los cálculos.

En el momento en que llegaron a la zona de buceo, Carlos ya había averiguado cuál podía nadar más lejos en un minuto.

¿Lo has hecho? Los números que los niños están usando se llaman números racionales. Cuando entiendas los números racionales, también entenderás cómo averiguar cuál pez puede nadar más lejos en un minuto. Presta atención y esta lección sobre los números racionales te enseñará todo lo que necesitas saber.

Lo que aprenderás

En esta lección, aprenderás a hacer lo siguiente:

- Identificar un **número racional** como la relación de dos números enteros.
- Comparar y ordenar números racionales en la recta numérica.
- Identificar las propiedades conmutativa, asociativa, inversa y de identidad de la suma y la multiplicación de los números racionales.
- Aplicar las propiedades y el uso de orden de operaciones para evaluar expresiones numéricas y variables

Identificar un número racional como el cociente de dos números enteros

Algunos números se consideran números racionales. **Un número racional** es un número que puede ser escrito como una razón.

¿Qué es una razón?

Una razón es una comparación de dos números.

Ejemplo A,

Podrás descubrir que la proporción de niños y niñas en tu clase es de 12 a 13. Esa misma relación podría estar también expresada utilizando dos puntos, 12: 13, o como una fracción, $\frac{12}{13}$

De hecho, cualquier número que puede ser escrito como una razón de dos números enteros se clasifica como un número racional. Echa un vistazo más de cerca a la forma de identificar los números racionales.

¿Cómo podemos determinar si un número entero es un número racional?

Esa es una buena pregunta. Veamos un ejemplo y ver si podemos escribirlo como una razón.

Ejemplo B

10

Este número puede ser escrito como una relación. Cada número entero se puede escribir sobre el denominador 1 ($\frac{10}{1}$). Eso significa que se puede escribir en la forma de una relación. Observa que la barra de fracción es una manera de saber si el número entero se puede escribir como una relación. En otras palabras, si puede ser escrito como una fracción, entonces es un número racional.

10 es un número racional.

$-\frac{2}{3}$ Es fracción, es un número racional. Está escrita como una razón ya. Estamos comparando el numerador y el denominador. Sí, es negativo. Eso está bien, porque podemos tener fracciones negativas y todavía se consideran números racionales.

$-\frac{2}{3}$ es un número racional.

0.687 Este decimal puede ser escrito como un número racional dividido por 1000. Este es un número racional también $\left(\frac{687}{1000}\right)$.

0.687 es un número racional.

¿Hay otros?

Sí. Terminación de decimales y decimales se repiten también son números racionales.

Decimales terminales, los decimales con un número determinado de dígitos, son siempre racionales como 0.007 es un decimal finito, por lo que es racional.

Decimales que se repiten, que son decimales en el que uno o más dígitos se repiten, son siempre racionales. Se llama **decimal periódico** como $0,\bar{3}$ en el que los dígitos 3 se repiten indefinidamente, por lo que es racional.

¿Hay números que no son racionales?

Sí. Algunos decimales no terminan y no se repiten. Ellos simplemente siguen y siguen y para siempre. Se trata de un grupo especial de números llamados números irracionales. No son números racionales. Aprenderás más sobre ello en una lección posterior.

Comparar y ordenar números racionales en la recta numérica

Ahora que sabes cómo identificar un número racional, es posible que necesites compararlos u ordenarlos de vez en cuando. Por ejemplo, ¿qué pasa si tienes una pérdida de $\frac{1}{2}$ en comparación con una pérdida de 0,34 tendrías que determinar cuál pérdida es mayor.

La colocación de los números en la recta numérica puede ayudar a hacer esto.

Repasa los símbolos de desigualdad que pueden ayudar a comparar y ordenar números racionales:

> Significa "es mayor que".

< Significa "es menor que".

= Significa "es igual a".

Ejemplo C

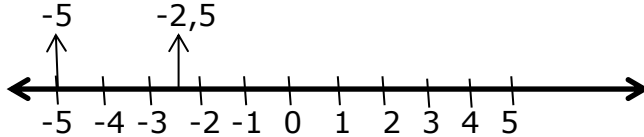
Selecciona el símbolo de desigualdad que va en el espacio en blanco para hacer esta declaración verdadera.

$-2,5$ _____ -5

En primer lugar, dibujar una recta numérica de -5 a +5.

Coloque los números de -2,5 y -5 en esa recta numérica.

Dado que $0,5 = \frac{1}{2}$, -2,5 está a medio camino entre -2 y -3 en la recta numérica.



Dado que -2,5 está más a la derecha en la recta numérica que -5, entonces -2,5 es mayor que -5

El símbolo $>$ va en el blanco debido a $-2,5 > -5$.

Ejemplo D

Ordene estos números racionales de menor a mayor.

$$\frac{4}{5} \quad 0,6 \quad 1 \quad 0,\bar{6}$$

A menudo es bastante fácil colocar decimales en la recta numérica que está dividida en décimos. Por lo tanto, podemos dibujar una recta numérica de 0 a 1 y se divide en décimos.

Entonces podemos colocar los cuatro números en la recta numérica.

En primer lugar, debemos cambiar $\frac{4}{5}$ a una fracción con un denominador de 10:

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10}$$

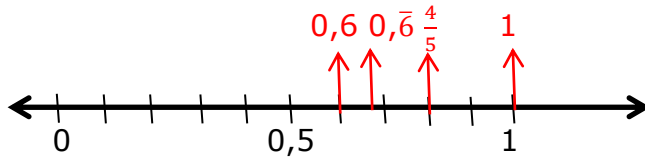
Dado que ocho décimos es equivalente a $\frac{4}{5}$, podemos encontrar ocho décimos en la recta numérica y colocar $\frac{4}{5}$ allí.

0.6 significa seis décimos. Así, podemos contar seis décimos en la recta numérica y colocar 0.6 allí.

1 se muestra en la recta numérica, por lo que puede añadir una línea de puntos para mostrar ese número también.

$0,\bar{6}$ significa 0.666... Así, es un poco más de seis puntos, pero menos de siete décimos. Podemos poner más o menos donde debe estar en la recta numérica.

La recta numérica se verá así cuando termine.



En la recta numérica puedes ver que $0,6 < 0,\overline{6} < \frac{4}{5} < 1$

Así que, ordenadas de menor a mayor, los números son $0,6, 0,\overline{6}, \frac{4}{5}, 1$.

Sí piensas en las relaciones entre los números (en este caso, ¿cómo es cada uno más grande o más pequeño en relación a los otros números?) te ayudará. Así es como se puede estar seguro de que los números están en el orden correcto. Recuerda, todos ellos son números racionales!

Identificar y aplicar propiedades con números racionales

A continuación, vamos a revisar algunas de las propiedades de los números. Puedes recordar estas propiedades usando el trabajo que has hecho con los números enteros. En esta sección, veremos cómo estas propiedades pueden ayudar a hacer cálculos con números racionales, también.

Estas son las propiedades que vamos a utilizar en esta sección. **La propiedad conmutativa de la adición** que el número de sumandos que se agregan se pueden añadir en cualquier orden.

La propiedad conmutativa de la multiplicación de los factores que los números que se multiplican se pueden multiplicar en cualquier orden.

Ejemplo E

$$0,3+7,5=7,5+0,3$$

$$\frac{1}{2} \times (-3) = (-3) \times \frac{1}{2}$$

La propiedad asociativa de la adición dice que el orden de la agrupación de los números que se van a agregar no importa. **La propiedad asociativa de la multiplicación** que el orden de la agrupación de los números que se multiplican, no importa.

Ejemplo F

$$\left(\frac{3}{10} + \frac{11}{5}\right) + \frac{1}{5} = \frac{3}{10} + \left(\frac{11}{5} + \frac{1}{5}\right)$$

$$(-3 \times 4) \times 10 = -3 \times (4 \times 10)$$

El elemento simétrico u opuesto de la adición es que cuando se añade un número a su opuesto, la suma es cero.

Ejemplo G

$$(4) + (-4) = 0$$

El elemento simétrico u opuesto en la multiplicación es cuando un número se multiplica por su recíproco el producto es 1

Ejemplo H

El recíproco de $\frac{7}{5}$ es $\frac{5}{7}$ luego $\frac{7}{5} \cdot \frac{5}{7} = 1$

El elemento neutro de la adición de números racionales es el 0, cuando se añade cero a un número la suma es ese número.

Ejemplo I

$$\frac{1}{25} + 0 = \frac{1}{25}$$

El elemento neutro en la multiplicación de números racionales es el 1, cuando se multiplica un número por 1 da el mismo número

Ejemplo J

$$\frac{3}{4} \cdot 1 = \frac{3}{4}$$

Aplicar las propiedades y uso de orden de las operaciones para evaluar expresiones numéricas y variables.

Las propiedades pueden ayudarte a evaluar expresiones numéricas. ¿Te acuerdas de lo que

es una expresión numérica? Una expresión numérica es una frase que contiene los números y las operaciones. Ahora que sabes acerca de los números racionales, puedes verlos en expresiones numéricas también. Echa un vistazo a la aplicación de las propiedades de un ejemplo que es una expresión numérica.

Ejemplo K

Utiliza una o varias propiedades de los números para que puedas encontrar el valor de esta expresión.

$$(0,3892 \cdot 7) \cdot \frac{1}{7}$$

Debes tener en cuenta que estos números racionales se pueden multiplicar fácilmente.

Multiplicar por un número decimal con cuatro dígitos, tales como 0,3892, requiere mucho tiempo.

Por lo tanto, puedes utilizar la propiedad asociativa para agrupar los números de manera diferente

$$(0,3892 \cdot 7) \cdot \frac{1}{7} = 0,3892 \cdot (7 \cdot \frac{1}{7}) = 0,3892 \cdot 1 = 0,3892$$

Respuesta: 0,3892

Puedes resolverlo sin aplicar lo que sabes acerca de las propiedades, pero el uso de las propiedades es definitivamente más simple en este ejemplo.

Al evaluar expresiones, también es importante tener en cuenta el **orden de las operaciones**. Repasa este orden a continuación.

En primer lugar, los cálculos completos que están dentro de signos de agrupación, como paréntesis.

En segundo lugar, evalúa los exponentes.

En tercer lugar, multiplica y divide en orden de izquierda a derecha.

Por último, suma y resta en orden de izquierda a derecha.

También puedes aplicar propiedades cuando se evalúan expresiones variables. Recuerda que una expresión variable es una expresión con números, variables y operaciones.

Ejemplo L

Encuentra el valor de esta expresión. Asegúrate de utilizar el orden correcto de las operaciones

$$-12 \div (8-6) \cdot p$$

De acuerdo con el orden de las operaciones, debes hacer el cálculo entre paréntesis primero. Por lo tanto, resta.

$$-12 \div 2 \cdot p$$

No hay exponentes para evaluar. Por lo tanto, el siguiente paso consiste en multiplicar y dividir en orden de izquierda a derecha.

$$-12 \div 2 \cdot p = -6 \cdot p = -6p$$

Respuesta: El valor de la expresión es $-6p$.

Volviendo al problema original

Una mañana, en el barco, en una clase de buceo, Carlos comenzó a hablar con otro niño llamado Cheo. Cheo y su familia eran de Maracaibo y Cheo era apenas dos años mayor que Carlos. Los chicos entablaron una gran conversación sobre el buceo, los animales del mar y las cosas que habían visto en sus inmersiones.

Después de un rato, vieron algunos delfines nadando con el barco. Esto es algo que sucede a menudo porque a los delfines les encanta el agua que salpica el motor en la parte trasera del barco.

"¿Sabías que los delfines pueden nadar 1,33 Km en un minuto?" Cheo preguntó Carlos.

"Realmente no. Yo no sabía eso. Sé que un pez espada puede nadar casi un kilómetro en un minuto. Creo que el número exacto es $\frac{8}{11}$ de Km.

"Wow, cuál puede nadar más lejos en un minuto", preguntó Cheo, pensando cuidadosamente mientras hacía los cálculos.

En el momento en que llegaron a la zona de buceo, Carlos se había dado cuenta cuál pez puede nadar más lejos en un minuto. Para saber cuál pez puede nadar más lejos en un minuto, tienes que comparar estos dos números racionales.

Un delfín = 1,33 Km en un minuto

Un pez espada = $\frac{8}{11}$ de Km en un minuto

Para entender esto, primero tenemos que cambiar la fracción en un decimal de modo que ambos números están en la misma forma.

$$\frac{8}{11} \approx 0,72$$

A continuación, se comparan 1,33 a 0,72.

$$1,33 > 0,72$$

Respuesta: Un delfín puede nadar más lejos que un pez espada en un minuto.

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Compara los siguientes números racionales. **Respuesta:**

a. $-0,7 \underline{\hspace{1cm}} \frac{-7}{10}$
 b. $-0,67 \underline{\hspace{1cm}} \frac{1}{2}$

a. $-0,7 = \frac{-7}{10}$
 b. $-0,67 < \frac{1}{2}$

2. Identificar la propiedad que ilustra cada ecuación.

a. $-159 + 0 = -159$
 b. $(0,3 + 1,2) + 0,8 = 0,3 + (1,2 + 0,8)$

En $-159 + 0 = -159$, se añade un número entero negativo a cero y la suma es igual al número entero negativo.

Respuesta: Este es un ejemplo de la propiedad del elemento neutro de la suma

En $(0,3 + 1,2) + 0,8 = 0,3 + (1,2 + 0,8)$, los paréntesis muestran que las cantidades permanecen iguales incluso cuando los números se agrupan de diferentes maneras

Respuesta: Este es un ejemplo de la propiedad conmutativa de la multiplicación

3. Escribe el siguiente número como el cociente de dos enteros: 0,08

Si multiplicas y divides por 100
 $0,08 \cdot \frac{100}{100} = \frac{8}{100}$

Respuesta: $\frac{8}{100}$

4. Seleccione el símbolo de la desigualdad (>, < o =) que va en el espacio en blanco

$\frac{2}{5} \underline{\hspace{1cm}} 0,3$

$\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{2} = \frac{4}{10} = 0,4$ luego comparamos
 0,4 y 0,3
 $0,4 > 0,3$

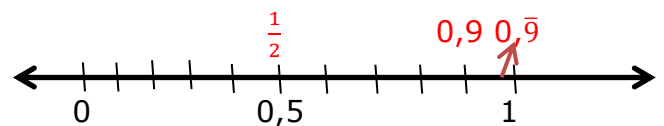
Respuesta: $0,4 > 0,3$

5. Coloque cada número racional en la recta numérica.

$\frac{1}{2}$; 0,9; $0,\bar{9}$

$\frac{1}{2} = 0,5$

Respuesta:



6. Para cada ecuación, identifica la propiedad
- a. $\frac{8}{5} \times \frac{5}{8} = 1$
- b. $(17) + (-17) = 0$
- Respuesta:**
- a. La propiedad del elemento simétrico de la multiplicación
- b. La propiedad del elemento simétrico de la adición
7. Simplifique cada expresión. Considere las propiedades de los números que ayudan en esta tarea.
- $-6a + (8-4)a =$
- Respuesta: -2a**
8. Efectúa considerando el orden de las operaciones
- $-12a \div (3a+a) =$
- $-12a \div 4a = -3$
- Respuesta: -3**

Profesor Danesa Padilla Versión 2015-05-27

Glosario

Números racionales Cualquier número positivo o negativo que puede ser escrito como una relación.

Proporción Una comparación entre dos cantidades. Puede ser escrito usando la palabra "sobre", con dos puntos, o el uso de una barra de fracción

Decimal Finito Un decimal que tiene un final definitivo

Decimal Periódico Un decimal, donde algunos de los dígitos se repiten.

Número irracional Un decimal que no pongan fin o repetir, pero continúa indefinidamente.

Propiedad conmutativa de la suma Establece que el orden en que se suman los números no cambia su suma.

Propiedad conmutativa de la multiplicación Establece que el orden en que se multiplican los valores no cambia el producto

Propiedad asociativa de la suma Las agrupaciones de los números que se suman no cambia la suma

Propiedad asociativa de la multiplicación Las agrupaciones de los números que multiplicados no cambia el producto

Elemento simétrico u opuesto de la suma Cualquier número sumado a su contrario es cero.

Elemento simétrico de la multiplicación Cualquier número multiplicado por su recíproco es uno.

Otras Referencias

http://www.vitutor.com/di/r/ejercicios_fracciones.html

