Estática

La estática es la rama de la mecánica clásica que analiza las cargas (fuerza, par / momento) y estudia el equilibrio de fuerzas en los sistemas físicos en equilibrio estático, es decir, en un estado en el que las posiciones relativas de los subsistemas no varían con el tiempo. La primera ley de Newton implica que la red de la fuerza y el par neto (también conocido como momento de fuerza) de cada organismo en el sistema es igual a cero. De esta limitación pueden derivarse cantidades como la carga o la presión. La red de fuerzas de igual a cero se conoce como la primera condición de equilibrio, y el par neto igual a cero se conoce como la segunda condición de equilibrio.

La estática proporciona, mediante el empleo de la mecánica del sólido rígido, solución a los problemas denominados isostáticos. En estos problemas, es suficiente plantear las condiciones básicas de equilibrio, que son:

1. El resultado de la suma de fuerzas es nulo.
2. El resultado de la suma de momentos respecto a un punto es nulo.

- Estas dos condiciones, mediante el álgebra vectorial, se convierten en un sistema de ecuaciones; la resolución de este sistema de ecuaciones es la solución de la condición de equilibrio.
- Existen métodos de resolución de este tipo de problemas estáticos mediante gráficos, heredados de los tiempos en que la complejidad de la resolución de sistemas de ecuaciones se evitaba mediante la geometría, si bien actualmente se tiende al cálculo por ordenador.

Para la resolución de problemas hiperestáticos (aquellos en los que el equilibrio se puede alcanzar con distintas combinaciones de esfuerzos) es necesario considerar ecuaciones de compatibilidad. Dichas ecuaciones adicionales de compatibilidad se obtienen mediante la introducción de deformaciones y tensiones internas asociadas a las deformaciones mediante los métodos de la mecánica de sólidos deformables, que es una ampliación de la mecánica del sólido rígido que, además, da cuenta de la deformabilidad de los sólidos y sus efectos internos.

Existen varios métodos clásicos basados en la mecánica de sólidos deformables, como los teoremas de Castigliano o las fórmulas deNavier-Bresse.

Cuando sobre un cuerpo o sólido rígido actúan varias fuerzas que se aplican en el mismo punto, el cálculo de la fuerza resultante resulta trivial: basta sumarlas vectorialmente y aplicar el vector resultante en el punto común de aplicación.

Sin embargo, cuando existen fuerzas con puntos de aplicación diferentes es necesario determinar el punto de aplicación de la fuerza resultante. Para fuerzas no paralelas esto puede hacerse sumando las fuerzas dos a dos. Para ello se consideran dos de las fuerzas trazan rectas prolongando las fuerzas en ambos sentidos y buscando su intersección. Esa intersección será un punto de paso de la fuerza suma de las dos. A continuación se substituyen las dos fuerzas por una única fuerza vectorial suma de las dos anteriores aplicada en el punto de intersección.

La estática abarca el estudio del equilibrio tanto del conjunto como de sus partes constituyentes, incluyendo las porciones elementales de material.
Uno de los principales objetivos de la estática es la obtención de esfuerzos cortantes, fuerza normal, de torsión y momento flector a lo largo de una pieza, que puede ser desde una viga de un puente o los pilares de un rascacielos.

Su importancia reside en que una vez trazados los diagramas y obtenidas sus ecuaciones, se puede decidir el material con el que se construirá, las dimensiones que deberá tener, límites para un uso seguro, etc., mediante un análisis de materiales. Por tanto, resulta de aplicación en ingeniería estructural, ingeniería mecánica, construcción, siempre que se quiera construir una estructura fija. Para el análisis de una estructura en movimiento es necesario considerar la aceleración de las partes y las fuerzas resultantes.

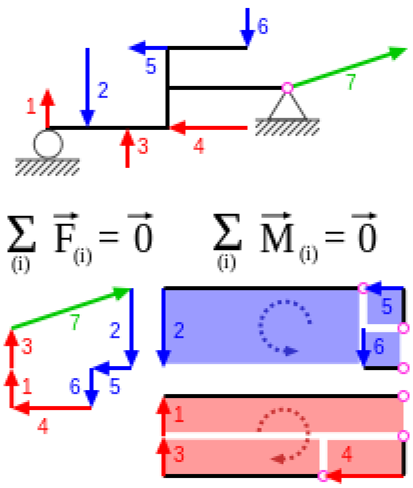
El estudio de la Estática suele ser el primero dentro del área de la ingeniería mecánica, debido a que los procedimientos que se realizan suelen usarse a lo largo de los demás cursos de ingeniería mecánica.

La estática se utiliza en el análisis de las estructuras, por ejemplo, en arquitectura e ingeniería estructural y la ingeniería civil. La resistencia de los materiales es un campo relacionado de la mecánica que depende en gran medida de la aplicación del equilibrio estático. Un concepto clave es el centro de gravedad de un cuerpo en reposo, que constituye un punto imaginario en el que reside toda la masa de un cuerpo. La posición del punto relativo a los fundamentos sobre los cuales se encuentra un cuerpo determina su estabilidad a los pequeños movimientos. Si el centro de gravedad se sitúa fuera de las bases y, a continuación, el cuerpo es inestable porque hay un par que actúa: cualquier pequeña perturbación hará caer al cuerpo. Si el centro de gravedad cae dentro de las bases, el cuerpo es estable, ya que no actúa sobre el par neto del cuerpo. Si el centro de gravedad coincide con los fundamentos, entonces el cuerpo se dice que es metaestable.

Para poder saber el esfuerzo interno o la tensión mecánica que están soportando algunas partes de una estructura resistente, pueden usarse frecuentemente dos medios de cálculo:

La comprobación por nudos.
La comprobación por secciones.

Para lograr obtener cualquiera de estas dos comprobaciones se debe tomar en cuenta la sumatoria de fuerzas externas en la estructura (fuerzas en x y en y), para luego comenzar con la comprobación por nudos o por sección. Aunque en la práctica no siempre es posible analizar una estructura resistente exclusivamente mediante las ecuaciones de la estática, y en esos casos deben usarse métodos más generales de resistencia de materiales, teoría de la elasticidad, mecánica de sólidos deformables y técnicas numéricas para resolver las ecuaciones a las que esos métodos llevan, como el popular método de los elementos finitos.



Ejercicios resueltos

1. Dados los siguientes vectores: $\vec{a} = -2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$; $\vec{b} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k}$ y $\vec{c} = -\hat{j} + 4\hat{k}$.

Determinar:

a) $\left|\vec{a} - \vec{b}\right|$

b) $\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c}$

c) $(\vec{a} - 2\vec{b}) \bullet 3\vec{c}$

d) $-(4\vec{b} - 3\vec{c}) \times 2\vec{b}$

e) El ángulo que forma el vector $\vec{a}$ con cada uno de los ejes coordenados.

f) El ángulo entre los vectores: $3\vec{b}$ y $-2\vec{c}$

Solución:

a) $\vec{a}-\vec{b} = (-2-4)\hat{i} + [3-(-3)]\hat{j} + (1-3)\hat{k} = -6\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}$

$\left|\vec{a}-\vec{b}\right| = \sqrt{(-6)^2+6^2+(-2)^2} = \; = \sqrt{76} =$ 8,7

b) $\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c} = (-2\hat{i}+3\hat{j}+\hat{k}) - 3(4\hat{i}-3\hat{j}+3\hat{k} + 2(-\hat{j}+4\hat{k}) = (-2-12)\hat{i}+(3+9-2)\hat{j}+(1-9+8)\hat{k}$

$\vec{a}-3\vec{b}+2\vec{c}$ = 14 î + 10 ĵ

c) $(\vec{a}-2\vec{b}) \bullet 3\vec{c} = (-2\hat{i}+3\hat{j}+\hat{k}-8\hat{i}+6\hat{j}-6\hat{k}) \bullet (-3\hat{j}+12\hat{k}) = (-10\hat{i}+9\hat{j}-5\hat{k})\bullet(-3\hat{i}+12\hat{j})$

$= (-10)(0) + (9)(-3) + (-5)(12)$ = - 87

d) $(4\vec{b}-3\vec{c}) =$

$4(4\hat{i}-3\hat{j}+3\hat{k}) - 3(-\hat{j}+4\hat{k}) = 16\hat{i} - 9\hat{j} \quad \Rightarrow \quad -(4\vec{b}-3\vec{c}) = -16\hat{i}+9\hat{j}$

$2\vec{b} = 8\hat{i} - 6\hat{j} + 6\hat{k}$

$-(4\vec{b}-3\vec{c}) \times 2\vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -16 & 9 & 0 \\ 8 & -6 & 6 \end{vmatrix}$ = 54 î + 96 ĵ + 24 ǩ

e) Ángulos que forma $\vec{a}$ con los ejes coordenados

Con el eje X : $\cos\alpha = \dfrac{a_x}{a} = \dfrac{-2}{\sqrt{14}} \quad \Rightarrow$ α= 122,3°

Con el eje Y : $\cos\beta = \dfrac{a_y}{a} = \dfrac{3}{\sqrt{14}} \quad \Rightarrow$ β= 36,7°

Con el eje Z : $\cos\gamma = \dfrac{a_z}{a} = \dfrac{1}{\sqrt{14}} \quad \Rightarrow$ Y= 74,5°

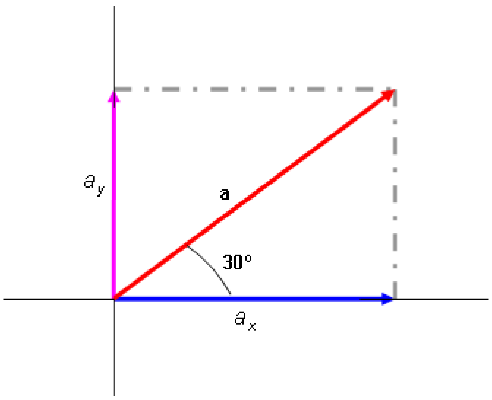
f) Angulo entre los vectores $3\vec{b}\ y\ -2\vec{c}$

$$3\vec{b} \bullet (-2\vec{c}) = \left|3\vec{b}\right| . \left|-2\vec{c}\right| \cos\varphi \Rightarrow -90 = \sqrt{306}\sqrt{68} \cos\varphi \Rightarrow \varphi = 128{,}6°$$

2. Hallar las componentes rectangulares del vector a = 5u, en la dirección 30ª respecto al semieje positivo de las x.

Solución:

Ligamos el vector **a,** a un sistema de coordenadas cartesianas y lo proyectamos en cada uno de los semieje

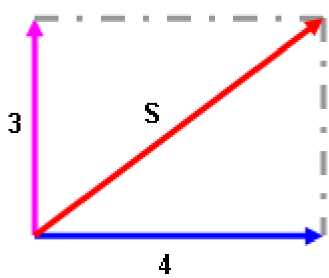


$\cos 30^0 = \dfrac{a_x}{a}$ de donde $a_x = a\cos 30^0 = 5\cos 30^0 \Rightarrow a_x = 4{,}33$

$sen\,30^0 = \dfrac{a_y}{a}$ de donde $a_y = a sen\,30° = 5.sen\,30° \Rightarrow a_y = 2{,}5$

3. Sumar los vectores **a** y **b** de la siguiente figura

Solución:



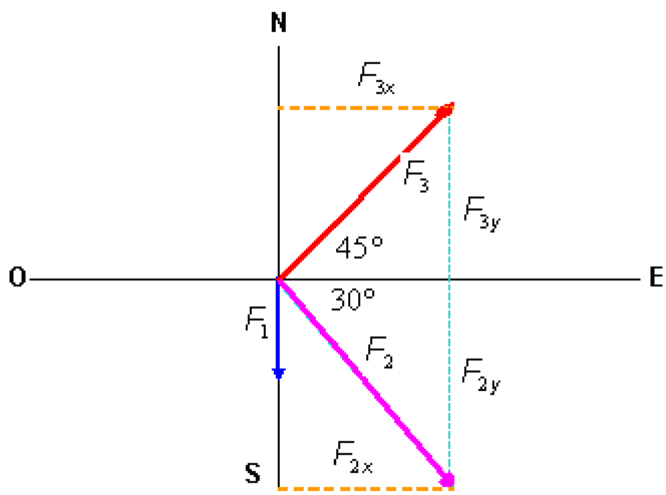
Se aplica el teorema de Pitágoras

$S = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \Rightarrow S = 25$

4. Tres personas tiran de un cuerpo al mismo tiempo aplicando las siguientes fuerzas: F_1 = 5N al Sur. F_2 = 10N 30º al Sur-Este y F_3 = 7N 45º al Nor-Este. Calcular por medio de componentes rectangulares, la fuerza resultante y la dirección a donde se mueve.

Solución:

Graficar todas las fuerzas con sus respectivas componentes en el sistema de coordenadas rectangulares y calcular las componentes rectangulares



$$F_{1y} = -F_1.sen90^0 = -(5)(1) = \quad -5N$$

$$F_{2x} = F_2.\cos 60^0 = 10(0.5) = \quad 5N$$

$$F_{2y} = -F_2.sen60^0 = -10(0.8) = \quad -8N$$

$$F_{3x} = F_3.\cos 45^0 = 7(0.7) = \quad 4,9N$$

$$F_{3y} = F_3.sen45^0 = 7(0.7) = \quad 4,9N$$

Ahora se calculan las F_x y F_y , entonces

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 0N + 5N + 4,9N = 9,9N \Rightarrow \quad F_x = 9,9N$$

$$F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = -5N + (-8N) + 4,9N = -13N + 4,9N = -8,1N \Rightarrow \quad F_y = -8,1N$$

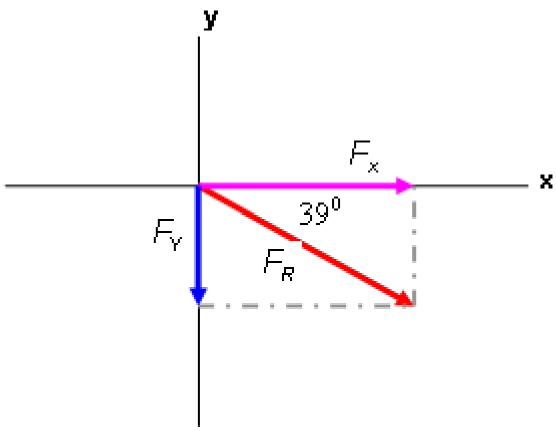
Luego se calcula la fuerza resultante, aplicando teorema de Pitágoras

$$F_R = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2}} = \sqrt{(9{,}9N)^2 + (-8{,}1N)^2} = \sqrt{98{,}01N^2 + 65{,}61N^2} = \sqrt{163{,}62N^2}$$ = 12,7N

Calcular la dirección

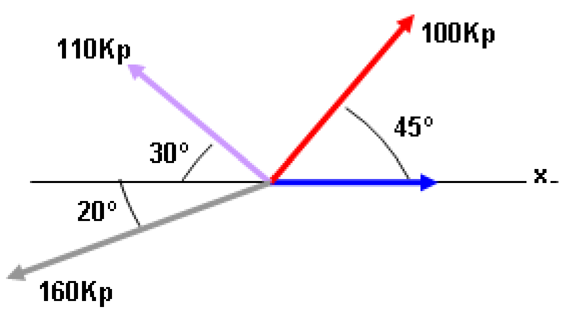
$$\alpha = \tan g^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) \Rightarrow \alpha = tg^{-1}\left(\frac{-8{,}1}{9{,}9}\right) \Rightarrow$$ a = 39°17´21.86”

Grafica de la solución



Ejercicios

- Cuatro vectores fuerzas coplanarios están aplicadas a un cuerpo en un punto 0, como lo indica la figura. Hallar gráficamente su resultante.

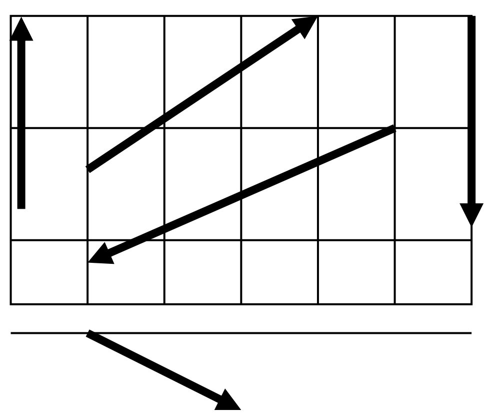


- Dados los vectores A (2,4,-2); B (-1,3,2), determina:
  a. Expresa dichos vectores en función de sus componentes rectangulares.
  b. Determina el vector suma y su módulo.
  c. Calcula el vector V= 2A-B y su módulo.

- Dados los vectores: A (2,-1,2) B (4,0,-2) C (0,0,1)
  a) Expresa dichos vectores en sus componentes cartesianas.
  b) Determina el vector D= A +1/2 B –C.
  c) Efectúa el producto escalar de A y B.

- Dados los vectores A(3,0,-1) y B(0,-2,0) determina:
  d. El producto escalar
  e. El producto vectorial.

- Exprese los vectores **A, B, C**, **D**, **E** y **F** en términos de los vectores unitarios. En la figura cada cuadrado es una unidad.



- Dados A(5,3,4) y B=6i-j+2k, calcular:

a) su producto escalar
b) el ángulo que forman
c) los cosenos directores del vector B.

Texto traducido de www.ck12.org para www.guao.org
Revisado por profesores de la Facultad de Ciencias de la Universidad Central de Venezuela.