

6

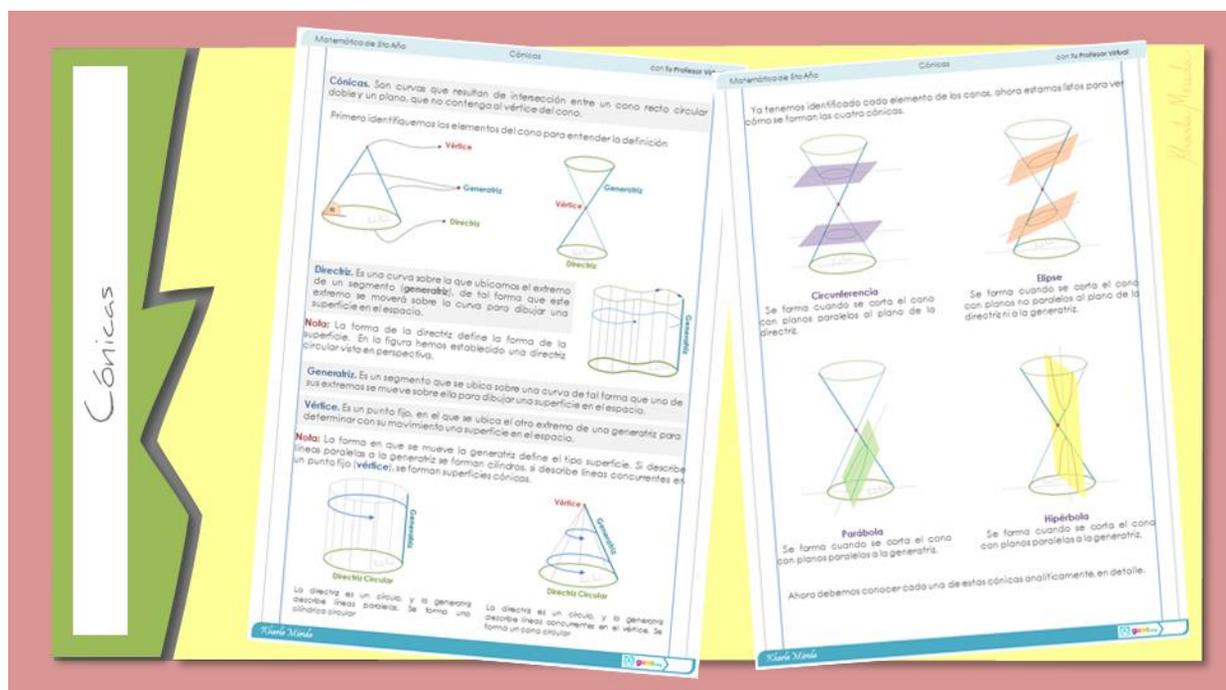
6ta Unidad

Cónicas

6.1 Definición y Tipos

Cada persona alberga en sí un ilimitado potencial de capacidades, la destreza que adquieran en ellas depende de la voluntad que dispongan para prepararse en ellas, haciendo del vacío una inmensidad de saber.

Descripción



Los primeros indicios de la existencia de los elementos cónicos se tuvieron algunos siglos antes de cristo. Si consideramos que para ese momento no existían los recursos tecnológicos de nuestras generaciones, ni precedente alguno que definiera ninguno de los términos que hoy resultan cotidianos, fue toda una revolución que supuso una gran oposición, Gracias a la determinación de los primeros pensadores y matemáticos, hoy contamos con los saberes geométricos y analíticos acerca de estos elementos llamados Cónicas, y de sus ilimitadas aplicaciones en todo fenómeno de nuestro maravilloso universo.

Conocimientos Previos Requeridos

Geometría Elemental.

Contenido

Definición y Tipos de Cónicas.

Videos Disponibles

Los guiones didácticos que aparecen en este objetivo corresponden a videos en desarrollo.

Guiones Didácticos

▶ CÓNICAS. Definición y Tipos

Las cónicas son cuatro elementos geométricos cuyo descubrimiento se remonta al siglo IV antes de cristo. Es Menecmo, contemporáneo y amigo de Platón, quien escribe el primer tratado en el que se presentan las cónicas. Sin embargo, el primero en presentar un estudio detallado de ellas fue Apolonio de Perga en el siglo siguiente.

¿Cómo es que descubrieron las cónicas?

Por tratarse de tiempos remotos sólo contamos con algunas leyendas que se fueron heredando con el paso del tiempo.

Leyenda 1. El Rey Minos de Creta ordenó construir una tumba con forma de cubo para su hijo. Resultando que, por error del constructor, era muy pequeña. Se hizo necesario demoler la tumba hecha para construir una del doble de volumen que la anterior.

La cuestión era **¿Cómo hallar la medida de la arista del nuevo cubo, usando regla y compás?**, partiendo del cubo fallido con 100 pies de arista.

Recordemos. Para ese momento (hablamos de más de 300 años antes de cristo) no se habían desarrollado métodos para resolver ecuaciones de grados 2 en adelante.

La propuesta de Menecmo consistía en encontrar la intersección de dos curvas (las parábola e Hipérbola de hoy), obtenidas de cortar un cono circular recto con un plano.

Leyenda 2. El oráculo de Delos dio como indicaciones a los Atenienses, para calmar la ira del Dios Apolo, construir un nuevo altar con el doble de volumen del que existía para ese momento.

Los geómetras se vieron imposibilitados ante el reto de encontrar las dimensiones del nuevo cubo con el fin de satisfacer la condición de volumen doble. Por lo que acudieron a Platón, quien argumentó, luego de estudiar el caso, que el objetivo de los Dioses, más que lograr duplicar el volumen del cubo, era motivar el estudio exhaustivo de la geometría.

En la actualidad se ha demostrado la imposibilidad de hallar estos valores mediante el trazo de gráficos usando sólo regla y compás.

La solución es más bien por resolución de una ecuación cúbica.

Arista de Cubo Inicial: a
Arista de Cubo buscado: x

Volumen de Cubo Inicial: a^3
Volumen de Cubo buscado: x^3

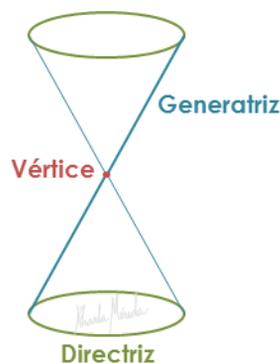
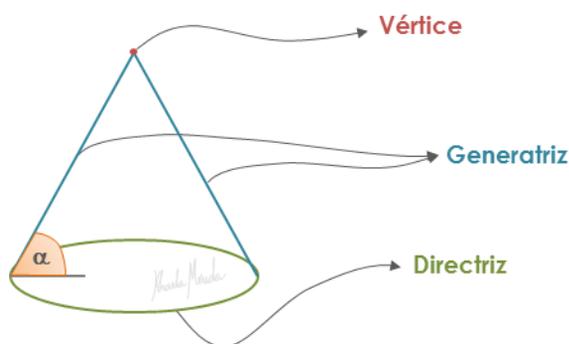
Condición: El nuevo cubo debe tener el doble de volumen que el primero.

$$x^3 = 2a^3 \longrightarrow x = \sqrt[3]{2}a$$

Es momento de dejar de lado la historia y conocer que son las cónicas, y cuáles son. Avancemos.

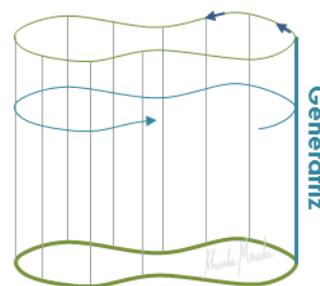
Cónicas. Son curvas que resultan de intersección entre un cono recto circular doble y un plano, que no contenga al vértice del cono.

Primero identifiquemos los elementos del cono para entender la definición



Directriz. Es una curva sobre la que ubicamos el extremo de un segmento (**generatriz**), de tal forma que este extremo se moverá sobre la curva para dibujar una superficie en el espacio.

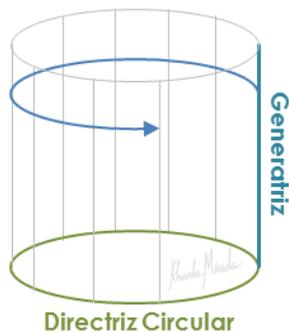
Nota: La forma de la directriz define la forma de la superficie. En la figura hemos establecido una directriz circular vista en perspectiva.



Generatriz. Es un segmento que se ubica sobre una curva de tal forma que uno de sus extremos se mueve sobre ella para dibujar una superficie en el espacio.

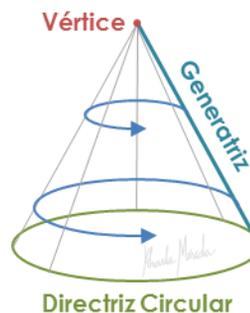
Vértice. Es un punto fijo, en el que se ubica el otro extremo de una generatriz para determinar con su movimiento una superficie en el espacio.

Nota: La forma en que se mueve la generatriz define el tipo superficie. Si describe líneas paralelas a la generatriz se forman cilindros, si describe líneas concurrentes en un punto fijo (**vértice**), se forman superficies cónicas.



Directriz Circular

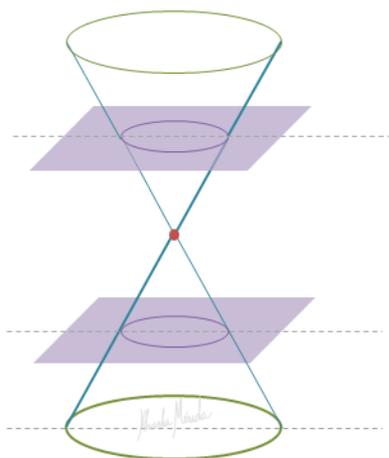
La directriz es un círculo, y la generatriz describe líneas paralelas. Se forma una cilíndrica circular



Directriz Circular

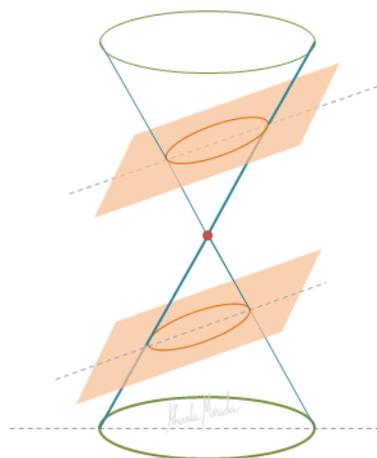
La directriz es un círculo, y la generatriz describe líneas concurrentes en el vértice. Se forma un cono circular

Ya tenemos identificado cada elemento de los conos, ahora estamos listos para ver cómo se forman las cuatro cónicas.



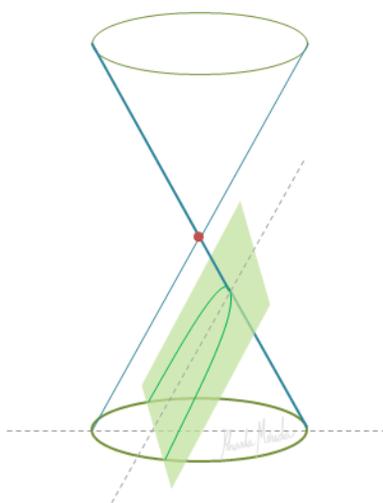
Circunferencia

Se forma cuando se corta el cono con planos paralelos al plano de la directriz.



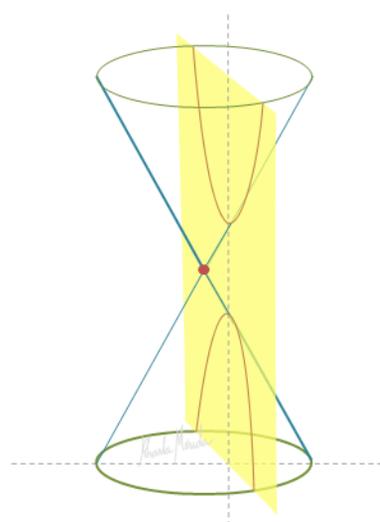
Elipse

Se forma cuando se corta el cono con planos no paralelos al plano de la directriz ni a la generatriz.



Parábola

Se forma cuando se corta el cono con planos paralelos a la generatriz.



Hipérbola

Se forma cuando se corta el cono con planos paralelos a la generatriz.

Ahora debemos conocer cada una de estas cónicas analíticamente, en detalle.

Emparejando el Lenguaje

Cónicas. Son curvas que resultan de intersección entre un cono recto circular doble y un plano, que no contenga al vértice del cono.

Directriz. Es una curva sobre la que ubicamos el extremo de un segmento (**generatriz**), de tal forma que este extremo se moverá sobre la curva para dibujar una superficie en el espacio.

Generatriz. Es un segmento que se ubica sobre una curva de tal forma que uno de sus extremos se mueve sobre ella para dibujar una superficie en el espacio.

Vértice. Es un punto fijo, en el que se ubica el otro extremo de una generatriz para determinar con su movimiento una superficie en el espacio.