POTENCIACIÓN

Exponente

1) Puede ser PAR o IMPAR:

2^{3} $(-4)^{5}$ $\left(-\frac{1}{5}\right)^{4}$ $\left(\frac{3}{5}\right)^{3}$ 9^{6}

2) Puede ser positivo
3) Puede ser negativo → Si el exponente **es negativo**, se convierte **en positivo** con la siguiente condición:

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left[\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}\right]^{n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$ se invierte la base dejándole el signo que tiene igual.

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$

$$(-2)^{-1} = -\frac{1}{2} \qquad \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2} \qquad \left(-\frac{5}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{5}\right)^{2} = \frac{9}{25}$$

$$3^{-1} = \frac{1}{3} \qquad \left(-\frac{2}{3}\right)^{-1} = -\frac{3}{2} \qquad \left(-\frac{5}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{5}\right)^{3} = -\frac{27}{125}$$

$$a^{n} = p$$

Potencia

El resultado de la potencia puede ser:

Positivo: $2^5 = 32$, $\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$, $(-2)^4 = 16$

Negativo: $-2^4 = -16$, $-3^3 = -27$, $(-3)^3 = -27$

Base puede ser

$+ \longrightarrow 2^5$, $\left(\frac{3}{7}\right)^2$, $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$, -2^4, -3^3 las bases son: 2, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$, 2, 3

$- \longrightarrow (-2)^4$, $(-3)^3$ $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-3}$ las bases son: (-2), (-3), $\left(-\frac{5}{3}\right)$

LEYES DE LOS EXPONENTES

Potencia de una potencia:

$$(a^n)^m = a^{n\,.\,m} \qquad (a\,.\,b)^n = a^n .\ b^n$$

Multiplicación de potencias de igual base:

$$a^n\,.\,a^m = a^{n+m}$$

División de potencias de igual base:

Prof. Ada Ruggiero de Chirico

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad , \qquad con \quad a \neq 0$$

Reglas de los signos para calcular una potencia

Base positiva
elevada a cualquier exponente
el resultado siempre será positivo.

Ej.: 1) 4) 6) 7) 9) 12)

Base negativa
elevada a un exponente Par,
el resultado da positivo.

Ej.: 3) 5) 8) 11)

Base negativa
elevada a un exponente Impar,
el resultado da negativo.

Ej.: 2) 10)

EJERCICIOS RESUELTOS

1) $\mathbf{2^3} = 2.2.2 = \mathbf{8}$

2) $\mathbf{(-4)^5} = (-4).\ (-4).\ (-4).\ (-4).\ (-4) = \mathbf{-\ 1024}$

3) $\left(-\frac{1}{5}\right)^4 = \left(-\frac{1}{5}\right).\left(-\frac{1}{5}\right).\left(-\frac{1}{5}\right).\left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{625}$

4) $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \left(\frac{3}{5}\right).\left(\frac{3}{5}\right).\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{27}{125}$

5) $\mathbf{(-6)^2} = (-6).(-6) = \mathbf{36}$ *se lee menos seis al cuadrado, el resultado es 36*

6) $\mathbf{-6^2} = -\ 6.6 = \mathbf{-36}$ *se lee menos, seis al cuadrado , el resultado es menos36*

7) $-2^3 = -\ 2.2.2 = -8$ *se lee menos, dos al cubo, el resultado es menos8*

8) $(-2)^4 = (-2).(-2).(-2).(-2) = 16$ *se lee menos dos a la cuatro, el resultado es 16*

9) $2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}$

10) $\left(-\frac{7}{9}\right)^{-3} = \left(-\frac{9}{7}\right)^3 = \left(-\frac{9}{7}\right)\left(-\frac{9}{7}\right)\left(-\frac{9}{7}\right) = -\frac{729}{343}$

11) $(-83)^0 = 1$ → *Todo número elevado a la cero es igual a 1*

12) $83^0 = 1$

EJERCICIOS RESUELTOS

Signo de Exponente Signo del

Ejercicio la base

Par o Impar resultado Potencia

$\left(-\frac{4}{7}\right)^3$		$-$			$-\frac{64}{343}$

			Impar	$-$	
$\left(-\frac{10}{3}\right)^4$		$-$	*Par*	$+$	$\frac{10\,000}{81}$
$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}$	*El exponente es negativo. Se invierte la base* $\left(-\frac{3}{2}\right)^4$	$-$	*Par*	$+$	$\frac{81}{16}$
$\left(\frac{4}{7}\right)^3$		$+$	*Impar*	$+$	$\frac{64}{343}$
$(-10)^{-5}$	*El exponente es negativo. Se invierte la*	$-$		$-$	

	base $\left(-\frac{1}{10}\right)^{5}$		*Impar*		$-\frac{1}{100\,000}$
6^{-3}	*El exponente es negativo. Se invierte la base* $\left(\frac{1}{6}\right)^{3}$	+	*Impar*	+	$\frac{1}{216}$
$\mathbf{12^{0}}$ $\left(-\frac{4}{5}\right)^{0}$		+ −	*Par* *Par*	+ +	**1** **1**

LEYES DE LOS EXPONENTES

Multiplicación de potencias de igual base

$a^n . b^m = a^{n+m}$ $pa^n . qa^m = (p.q)a^{n+m}$	$\left(-\frac{3}{5}\right)^{-5} . \left(-\frac{3}{5}\right)^{7} . \left(-\frac{3}{5}\right)^{3} = \left(-\frac{3}{5}\right)^{-5+7+3} =$ $\left(-\frac{3}{5}\right)^{5} = -\frac{243}{3125}$ $5\,a^4 . (-3)a^8 . 2a^{-5} = 5.(-3).2\,a^{4+8+(-5)} = -30a^7$	$(-2)^5 . (-2)^4 = (-2)^9$ $5^6 . 5^{-2} . 5^{-7} = 5^{6+(-2)+(-7)}$ $= 5^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$

Potencia de una potencia

$[(a)^n]^m = a^{n.m}$ $c[(a)^n]^m = c.a^{n.m}$	$\left[\left(-\frac{4}{5}\right)^3\right]^{-2} = \left(-\frac{4}{5}\right)^{-6}$ $= \left(-\frac{5}{4}\right)^6 = \left(\frac{5}{4}\right)^6$ $\left[\frac{1}{2} . 3\right]^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 . 3^2 = \frac{9}{4}$ $3[(2)^{-2}]^3 = 3.2^{-6} =$ $3.\left(\frac{1}{2}\right)^6 = 3.\frac{1}{64} = \frac{3}{64}$	$\left[\left(-\frac{1}{5}\right)^3 . \left(-\frac{3}{5}\right)^{-5}\right]^{-2}$ $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-6} . \left(-\frac{3}{5}\right)^{10} =$ $5^6 . \frac{3^{10}}{5^{10}} = 5^{6-10} . 3^{10}$ $5^{-4} . 3^{10} = \left(\frac{1}{5}\right)^4 . 3^{10}$ $\frac{1}{5^4} . 3^{10} = \frac{3^{10}}{5^4}$	$\left\{\left(-\frac{5}{3}\right)^4 . \left[\left(-\frac{3}{5}\right)^{-5}\right]^3\right\}^{-2} =$ $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-8} . \left(-\frac{3}{5}\right)^{30} =$ $\left(-\frac{3}{5}\right)^{8} . \left(-\frac{3}{5}\right)^{30} = \left(-\frac{3}{5}\right)^{38}$

División de potencias de igual base

$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ $\frac{pa^n}{qa^m} = \frac{p}{q}a^{n-m}$	$\frac{2^5}{2^2} = 2^{5-2} = 2^3 = 8$ $\frac{2^2}{2^5} = 2^{2-5} = 2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ $\frac{10\,x^5}{2\,x^9} = \frac{10}{2}\,x^{5-9} = 5\,x^{-4} = \frac{5}{x^4}$	$\frac{2^{-5}}{2^{-2}} = 2^{-5-(-2)} = 2^{-5+2} = 2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ $\frac{2^{-6}}{2^{-9}} = 2^{-6-(-9)} = 2^{-6+9} = 2^3 = 8$ $\frac{2^{-2}\,w^2}{2^2\,w^{-2}} = 2^{-2-2}\,w^{2-(-2)} = 2^{-4}w^{2+2} = \frac{1}{16}w^4$ $\frac{5a^{-2}b^5}{2a^{-3}b^2} = \frac{5}{2}\,a^{-2-(-3)}b^{5-2} = \frac{5}{2}\,a^{-2+3}b^3 = 2,5\,a\,b^3$

LEYES DE LOS EXPONENTES

EJERCICIOS RESUELTOS

Prof. Ada Ruggiero de Chirico

Tiene bases comunes, aplicamos las leyes de los exponentes.

1) $\left\{\dfrac{(4^3.3^4.4^2)^2}{3^6.4^4.3^2}\right\}^3 = \dfrac{4^{18}.3^{24}.4^{12}}{3^{18}.4^{12}.3^6} = \dfrac{4^{30}.3^{24}}{4^{12}.3^{24}} = 4^{18}.3^0 = 4^{18}.1 = 4^{18}$

2) $$\frac{\left\{\left[\left(\frac{6}{5}\right)^5.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-4}.\left(\left(\frac{6}{5}\right)^{-3}.\left(-\frac{7}{2}\right)\right)^3.\left(\frac{6}{5}\right)^4\right]^{-5}.\left[\left(\frac{6}{5}\right)^{-1}.\left(-\frac{7}{2}\right)^3\right]^2\right\}^3.\left[\left(\left(-\frac{7}{2}\right)^6\right)^{-3}\right]^4}{\left\{\left(-\frac{7}{2}\right)^5.\left[\left(\frac{6}{5}\right)^{-2}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-4}.\left(\frac{6}{5}\right)^3.\left(-\frac{7}{2}\right)^9\right]^3\right\}^{-2}}$$

Se resuelven las potencias de potencias. (Se copia la base y

$$\frac{\left(\frac{6}{5}\right)^{-75}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{60}.\left(\frac{6}{5}\right)^{135}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-45}.\left(\frac{6}{5}\right)^{-60}.\left(\frac{6}{5}\right)^{-6}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{18}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-72}}{\left(-\frac{7}{2}\right)^{-10}.\left(\frac{6}{5}\right)^{12}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{24}.\left(\frac{6}{5}\right)^{-18}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-54}} =$$

Se multiplican las potencias de igual base. (Se copia la

$$\frac{\left(\frac{6}{5}\right)^{-75+135-60-6}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{60-45+18-72}}{\left(\frac{6}{5}\right)^{12-18}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-10+24-54}} = \frac{\left(\frac{6}{5}\right)^{-6}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-39}}{\left(\frac{6}{5}\right)^{-6}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-40}} = \left(\frac{6}{5}\right)^{-6-(-6)}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-39-(-40)}$$

Se dividen las potencias de igual base. (Se copia la base y

$$\left(\frac{6}{5}\right)^{-6+6}.\left(-\frac{7}{2}\right)^{-39+40} = \left(\frac{6}{5}\right)^0.\left(-\frac{7}{2}\right) = 1.\left(-\frac{7}{2}\right) = \left(-\frac{7}{2}\right)$$

LEYES DE LOS EXPONENTES

A partir de la descomposición de un número en sus factores primos podemos modificar la base de una potencia en otra que a su vez es equivalente.

EJERCICIOS RESUELTOS

$$\frac{20^4.(2^3)^2.25^6.64^4.3^5.7}{[2^3.5^3.(16^5)^2.3^3]^2}$$

$$\frac{(40^3.8^4)^3.[49.(-5)^2.(-7)^5]^3}{[5^3.(-2)^7]^2.14^5}$$

$+$

El signo de la

La fracción tiene por

yen las bases en sus factores primos.

$$\frac{20^4.(2^3)^2.25^6.64^4.3^5.7}{[2^3.5^3.(16^5)^2.3^3]^2} =$$

$$-\frac{(40^3.8^4)^3.[49.\ 5^2.7^5]^3}{[5^3.2^7]^2.14^5} =$$

$$\frac{(2^2.5)^4.[(2)^3]^2.(5^2)^6.(2^6)^4.(3)^5.7}{\{2^3.5^3.[(2^4)^5]^2.3^3\}^2} =$$

$$-\frac{\left[(2^3.5)^3.(2^3)^4\right]^3.[7^2.5^2.7^5]^3}{[5^3.2^7]^2.(2.7)^5} =$$

Se resuelven las potencias de potencia.

$$\frac{2^8 . 5^4 . 2^6 . 5^{12} . 2^{24} . 3^5 . 7}{2^6 . 5^6 . 2^{80} . 3^6} =$$

$$-\frac{2^{27} . 5^9 . 2^{36} . 7^6 . 5^6 . 7^{15}}{5^6 . 2^{14} . 2^5 . 7^5} =$$

Se multiplican las potencias de igual base.

$$\frac{2^{8+6+24} . 5^{4+12} . 3^5 . 7}{2^{6+80} . 5^6 . 3^6} = \frac{2^{38} . 5^{16} . 3^5 . 7}{2^{86} . 5^6 . 3^6}$$

$$-\frac{2^{27+36} . 5^{9+6} . 7^{6+15}}{2^{14+5} . 5^6 . 7^5} = -\frac{2^{63} . 5^{15} . 7^{21}}{2^{19} . 5^6 . 7^5}$$

Se dividen las potencias de igual base.

$$2^{38-86} . 5^{16-6} . 3^{5-6} . 7 = 2^{-48} . 5^{10} . 3^{-1} . 7 = \mathbf{\frac{5^{10} . 7}{2^{48} . 3}}$$

$$-2^{63-19} . 5^{15-6} . 7^{21-5} = \mathbf{-2^{44} . 5^9 . 7^{16}}$$

LEYES DE LOS EXPONENTES

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n} \quad o \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$$

Puedo convertir un

Puedo convertir un

hirico

A partir de esta propiedad podemos modificar la base de una potencia.

EJERCICIOS RESUELTOS

$$\frac{\left[\left(\frac{6}{5}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{4}\right]^{-3}\cdot\left[\left(\frac{6}{5}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^{4}\right]^{2}}{\left[\left(\frac{5}{6}\right)^{-6}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{7}\right]^{2}\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^{6}}$$

$$\frac{\left(\frac{6}{5}\right)^{9}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-12}\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^{2}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-4}\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^{8}}{\left(\frac{5}{6}\right)^{-12}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{14}\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^{6}}=$$

$$\frac{\left(\frac{6}{5}\right)^{9}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{12}\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{4}\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^{8}}{\left(\frac{6}{5}\right)^{12}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{14}\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^{6}}=\frac{\left(\frac{6}{5}\right)^{19}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{16}}{\left(\frac{6}{5}\right)^{18}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{14}}=$$

$$\left(\frac{6}{5}\right)^{19-18}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{16-14}=\left(\frac{6}{5}\right)^{19-18}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{16-14}=$$

$$\left(\frac{6}{5}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{2}=\frac{6}{5}\cdot\frac{4}{9}=\frac{\cancel{24}}{\cancel{45}}=\frac{8}{15}$$

$$\frac{\left[\left(-\frac{3}{5}\right)^{8}\cdot\left(-\frac{5}{3}\right)^{3}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)^{5}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)^{6}\right]^{2}}{\left[\left(-\frac{3}{5}\right)^{-6}\right]^{-2}\cdot\left[\left(-\frac{2}{7}\right)^{-1}\right]^{4}}$$

$$\frac{\left(-\frac{3}{5}\right)^{16}\cdot\left(-\frac{5}{3}\right)^{6}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)^{10}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)^{12}}{\left(-\frac{3}{5}\right)^{12}\cdot\left(-\frac{2}{7}\right)^{-4}}=$$

$$\frac{\left(-\frac{3}{5}\right)^{16}\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)^{-6}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)^{10}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)^{12}}{\left(-\frac{3}{5}\right)^{12}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)^{4}}=$$

$$\frac{\left(-\frac{3}{5}\right)^{16-6}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)^{10+12}}{\left(-\frac{3}{5}\right)^{12}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)^{4}}=\frac{\left(-\frac{3}{5}\right)^{10}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)^{22}}{\left(-\frac{3}{5}\right)^{12}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)^{4}}$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^{10-12}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)^{22-4}=\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)^{18}=\left(-\frac{5}{3}\right)^{2}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)^{18}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1.) Aplica las leyes de los exponentes.

1) $$\frac{\left\{\left[6^5.7^4.\left(6^5.7\right)^3.6^4\right]^5.\left(6.7^3\right)^2\right\}^3.\left[\left(7^6\right)^3\right]^4}{[7^5.(6^2.7^4.6^5.7)^3]^6}=$$

2) $$\frac{24^3.\left(3^3\right)^{-2}.28^4.50^4.3^{-5}.7^2}{[2^3.5^4.(21^3)^2.3^{-12}]^2}=$$

3) $$\frac{\left\{\left(\frac{9}{7}\right)^{-4}.\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{-2}\right]^{-4}.\left[\left(\frac{9}{7}\right)^5.\left(\frac{2}{7}\right).\left(\frac{9}{7}\right)^{-8}\right]^3.\left(\frac{7}{2}\right)^{-4}\right\}^{-2}}{\left\{\left(\frac{9}{7}\right)^{-5}.\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{-1}\right]^2.\left(\frac{9}{7}\right)^{-3}\right\}^3}=$$

POTENCIA DE UNA SUMA

La potenciación no es compatible con la suma algebraica.

Observa el ejemplo 1, se resolvió de dos formas distintas:

- ✓ Se calcula la suma y el resultado se eleva al cuadrado.

1) $(1+4)^2 = 5^2 = 25$

- ✓ Se eleva cada sumando al cuadrado y se realiza la suma.

$(1+4)^2 = 1^2 + 4^2 = 1+16 = 17$

Fíjate que los resultados no coinciden, el procedimiento correcto es el primero

$(1+4)^2 = 25$ $\cancel{(1+4)^2 = 1^2 + 4^2 = 1+16 = 17}$

Conclusión:

Si dentro del ( ) hay una + 0 - , primero se calcula la operación + 0 – y el resultado que se obtiene es el que se eleva a la potencia indicada.

EJERCICIOS RESUELTOS

2) $(5+1)^{-1} = 6^{-1} = \frac{1}{6}$

3) $\left(1+\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{2+1}{2}\right)^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$

4) $\left(1-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{2-1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

5) $\left(-1+\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{-2+1}{2}\right)^{-3} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} = (-2)^3 = -8$

6) $\left(\frac{1}{3}-\frac{5}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2-15}{6}\right)^{-2} = \left(-\frac{13}{6}\right)^{-2} = \left(-\frac{6}{13}\right)^2 = \frac{36}{169}$

7) $\left(-1-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{-2-1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$